

博士論文

意匠測定データのリバースエンジニアリング  
に関する研究

Study on reverse engineering of scanned data in style design

土江 庄一

Shoichi TSUCHIE

2017年3月



# 概要

3次元測定技術の発展に伴い、測定データから自動的に CAD (Computer Aided Design) データを生成するリバースエンジニアリングとよばれる技術が開発され、多くの分野で実用化が試みられている。しかし、自動車外形のような意匠データへの適用に関しては、未だ実用の段階には至っていない。一つの大きな原因として、従来のリバースエンジニアリングによる CAD データには、被測定物がどのような面構成で造形されたのかが正しく反映されていない点が挙げられる。したがって、その対処法となる意匠 CAD データの生成法を確立しない限り、将来に渡って絶えず測定器の性能が向上し続けたとしても、実用化は見込めない。

本研究が対象とする自動車の意匠デザインの現場では、クレイ (粘土) モデルの測定データから CAD データを作成するという典型的なプロセスが存在する。クレイモデルは、部位毎に異なるカーブ定規 (粘土ヘラ) を使って造形されている。クレイモデルの造形作法を模して、意匠 CAD モデラとよばれる一部の専門家はカーブ定規により造形された曲面形状を正確かつ自動車全体の形状としても完備となるように CAD データを作成する。しかし、クレイモデルはデザイナーの意図による微妙な曲率変化を有しており、その測定データから CAD データを作成することは、熟練の意匠 CAD モデラでさえ困難な作業である。

自動車の意匠デザインにおけるリバースエンジニアリングでは、初めに、各カーブ定規によって造形された曲面領域を測定データから正しく読み解くことが必要となる。次に、カーブ定規によるクレイ造形作法に基づいて、曲線/曲面を再構築することが求められる。そこで、本研究では、測定データに対する新たなセグメンテーション手法を提案する。測定データのノイズに対してもロバストに法線ベクトルと曲率の計算を可能にする新たな手法を利用して、個々のカーブ定規の動きに対応する領域にデータを分割する。さらに、測定データから曲線/曲面を生成する新たな手法を提案する。曲線については、カーブ定規や意匠デザインに適った 3D 曲線を生成し、曲面については、カーブ定規をある微分幾何学的な拘束条件の下で動かした際の軌跡として基準曲面を生成する。各研究項目に関して、既存手法や実際の意匠データとの比較を行い、提案手法の優位性、有効性を検証した。

本研究の成果および残された課題の解決により、意匠デザイン分野におけるリバースエンジニアリングの普及が実現され、CAD データにデザイナーの意図を忠実に反映するといったより本質的な点に意匠 CAD モデラが専念できるようになること、さらには、意匠デザイナーの造形手法を模倣した究極のリバースエンジニアリングの実現が新たなデザイン創造に繋がることを期待する。





# Abstract

Technological advancements in 3D scanning have encouraged many industries to experiment with reverse engineering of scanned data for practical use; however, experimentation has not yet reached the stage where applying these technologies to the design of car-exterior styles is feasible. The main reason for this is the lack of understanding of how experts create models to be scanned; therefore, even if measuring-device performance improves in the future, there can be no practical application of the technology until problems related to the method used in generating Computer Aided Design (CAD) styling data are resolved.

In the field of automotive style design, the typical process used to obtain CAD data is scanning a clay model. Clay models are created by scraping the clay with curved rulers. Based on a method that imitates clay modeling, CAD experts create data in a way that ensures the freeform shape created by each curved ruler is accurately represented, and that the entire shape of the car is captured; however, it takes a lot of time even for skillful experts to create CAD data in such a manner.

In order to reverse engineer a design, it is first necessary to interpret each region, which corresponds to part of a swept area of the curve ruler. The curves and surfaces are then reconstructed according to sweep-based modeling. Therefore, this study presents a new segmentation method for scanned data of styling-design objects, with the purpose of facilitating region interpretation. Combined with work that robustly estimates normal vectors and curvature from noisy data, the proposed method divides the data into several regions, each of which satisfies a particular requirement. This study also presents new methods for reconstructing curves and surfaces from scanned data. These methods generate curves that represent curve rulers, 3D curves that are suitable for both style design and the underlying surface that corresponds to areas defined by curve-ruler trajectories based on differential geometry constraints. The effectiveness of the proposed methods was demonstrated by comparing existing methods with actual design data.

Using the methods recommended in this study, along with solving some remaining challenges, will enable CAD experts to use reverse engineering to generate desirable CAD data while simultaneously consulting with styling designers. We feel that the realization of an ultimate reverse-engineering process that will completely imitate the modeling technique for styling design will lead toward the creation of a new design concept.



# 目次

目次	i
図目次	v
表目次	ix
第1章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 研究の目的	3
1.3 研究の貢献	4
1.4 本論文の構成	4
第2章 意匠測定データのセグメンテーション	5
2.1 はじめに	5
2.2 関連研究	6
2.2.1 曲面の特徴の評価指標	7
2.2.2 セグメンテーションのためのクラスタリング手法	7
2.3 混合分布モデルによるクラスタリング	9
2.3.1 Student-t 混合分布モデル (SMM)	9
2.3.2 変分ベイズ近似	10
2.4 方法	10
2.4.1 特徴空間の構成	11
2.4.2 法線と曲率のロバスト推定法	11
2.4.3 特徴空間における拡散過程	13
2.4.4 アルゴリズム	13
2.5 結果	14
2.5.1 頂点クラスタリングの結果	14
2.5.2 クラスタリング結果からのセグメンテーション	15
2.5.3 意匠測定データに対する結果	16
2.6 考察	18
2.6.1 ガウス混合分布モデルとの比較および特徴空間の位置座標の効果	18
2.6.2 既存プログラムによる評価	19
2.6.3 形態学的な領域分割による改良	20
2.7 おわりに	22

<b>第3章 意匠測定データからの2D 曲線の生成</b>	<b>25</b>
3.1 はじめに	25
3.1.1 関連研究	25
3.1.2 本研究の貢献	27
3.2 方法	27
3.2.1 Step 1: 2次 $G^0$ の複合 Bézier 曲線によるフィッティング	28
3.2.2 Step 2: 2次 $G^1$ の複合 Bézier 曲線によるフィッティング	28
3.2.3 Step 3: 2次 $G^2$ の非一様 B-spline 曲線によるフィッティング	29
3.2.4 アルゴリズム	30
3.3 結果	31
3.3.1 CAD データに対する結果	31
3.3.2 測定データに対する結果	35
3.4 考察	37
3.4.1 Step 1 の効果	37
3.4.2 一様 B-spline 曲線との比較	38
3.4.3 既存のフェアリング技術との比較	39
3.5 おわりに	42
<b>第4章 意匠測定データからの3D 曲線の再構築</b>	<b>45</b>
4.1 はじめに	45
4.1.1 関連研究	46
4.1.2 本研究の貢献	47
4.2 方法	48
4.2.1 基準曲線のフィッティング	48
4.2.2 意匠Rのフィッティング	50
4.2.3 プロトタイプ	51
4.3 結果	53
4.3.1 CAD に対する結果	53
4.3.2 測定データに対する結果	54
4.4 考察	56
4.4.1 既存手法との比較	56
4.4.2 基準曲線に対する振率の制御	59
4.4.3 振率の不連続性の改良	61
4.5 おわりに	62
<b>第5章 意匠測定データからの曲面の再構築</b>	<b>63</b>
5.1 はじめに	63
5.1.1 関連研究	64
5.1.2 本研究の貢献	67
5.2 方法	67

---

5.2.1	基準曲面の再構築フレームワーク	68
5.2.2	基準曲面の再構築フレームワークの改良	69
5.2.3	基準曲面の再構築のプロセス	71
5.3	結果	72
5.4	考察	74
5.4.1	目的関数 $J$ における $\Psi$ の効果	74
5.4.2	角度 $\alpha$ の評価	77
5.4.3	意匠 CAD モデラによる曲面との比較	78
5.5	おわりに	79
<b>第 6 章</b>	<b>結論</b>	<b>81</b>
6.1	まとめ	81
6.2	今後の展望	82
	<b>謝辞</b>	<b>83</b>
	<b>参考文献</b>	<b>85</b>



# 図目次

1.1	意匠デザイン現場の例.	2
1.2	立体を基準曲面から順に構成的に構築する方法.	2
1.3	意匠測定データの例.	3
2.1	ノイズを含む測定データとセグメンテーションの例.	6
2.2	混合分布モデルによるクラスタリングの説明.	9
2.3	混合分布モデルによるクラスタリングの例と Student-t 分布関数.	10
2.4	法線テンソルの異方性平滑化による法線ベクトルのノイズ除去.	12
2.5	Fandisk データに対する頂点クラスタリングの結果.	15
2.6	Blade データに対する頂点クラスタリングの結果.	15
2.7	クラスタリング結果からのセグメンテーション手順.	16
2.8	Blade データに対するセグメンテーション結果.	16
2.9	市販車の外形測定データに対する結果.	17
2.10	クレイモデル測定データ (ダッシュボード) に対する結果.	17
2.11	クレイモデル測定データ (ドア内側パネル) に対する結果.	18
2.12	拡散過程を使わない場合のクラスタリング結果の比較.	19
2.13	既存研究プログラムと商用ソフトウェアによるセグメンテーション結果.	20
2.14	キャラクターライン端末の $G^2$ 接続部の課題.	21
2.15	形態学的な領域分割の手法.	21
2.16	等周不等式による評価とその例.	21
2.17	形態学的な領域分割の手法による結果.	22
2.18	Bimba データに対する異方性平滑化の結果.	23
2.19	Isidore horse データに対する異方性平滑化の結果.	23
3.1	スワイプ (掃引) モデリングおよび意匠 CAD モデラによる曲線の生成例.	25
3.2	曲線フィッティングのプロセス.	27
3.3	セグメント間の接続が滑らかでない曲線の例.	28
3.4	Bézier の制御点.	29
3.5	ノットベクトルの計算例.	30
3.6	CAD データから生成したノイズを含むポリライン.	31
3.7	測定データのモデル中心から抽出した断面ポリライン.	31
3.8	データ Hood1 に対する結果.	32
3.9	データ Roof1 に対する結果.	32

3.10 データ Window 1 に対する結果.	33
3.11 データ Hood 2 に対する結果.	34
3.12 データ Roof 2 に対する結果.	34
3.13 データ Window 2 に対する結果.	35
3.14 データ Roof 3 に対する結果.	36
3.15 データ Hood 3 に対する結果.	36
3.16 意匠 R の説明.	37
3.17 Step 1 の処理を省いた場合のフィッティング結果 (Roof 1).	38
3.18 2 次の一様 B-spline 曲線によるフィッティング結果との比較 (Hood 1).	39
3.19 最小二乗法と離散クロソイドによるフェアリングの結果.	40
3.20 対数曲率によるフェアリングの結果.	41
3.21 Step 3 で得られた曲線の曲率および対数曲率グラフ.	42
3.22 フェアリング後の曲線の曲率および対数曲率グラフ.	42
4.1 意匠デザインで扱われる曲線の例.	45
4.2 3D 曲線の再構築.	46
4.3 クロソイドによるセグメンテーション.	47
4.4 曲線フィッティングのプロセス.	48
4.5 基準曲線の生成.	49
4.6 意匠 R の生成.	50
4.7 データ CAD1 に対する結果.	54
4.8 データ CAD2 に対する結果.	54
4.9 データ CAD3 に対する結果.	54
4.10 元 CAD 曲線と実験で得た曲線の曲率グラフ.	54
4.11 データ Scan2 に対する結果.	55
4.12 データ Scan3 に対する結果.	55
4.13 測定線と実験で得た曲線の曲率グラフ.	55
4.14 測定線データのセグメンテーションの比較.	57
4.15 曲線フィッティングの比較.	58
4.16 データ CAD1 に対する 4 次 <i>Class A</i> Bézier 曲線のフィッティング結果.	58
4.17 データ CAD1 に対する結果の曲率グラフと振率グラフ.	59
4.18 曲率プロファイルの比較.	60
4.19 データ CAD1 と CAD3 に対する結果の振率グラフ.	60
4.20 データ CAD1 に対する $G^3$ 接続近似の結果.	61
4.21 データ CAD3 に対する $G^3$ 接続近似の結果.	61
5.1 スイープ (掃引) モデリング.	63
5.2 基準曲面とトリム面の例.	64
5.3 代表的な曲面生成のアプローチ.	64
5.4 意匠 CAD モデラによる曲面の生成例.	65



---

5.5	意匠 CAD モデラによる曲面との曲率線の比較.	67
5.6	基準曲線の平行移動.	68
5.7	基準曲線の回転移動.	69
5.8	データ Hood 1 に対する結果.	72
5.9	データ Hood 2 に対する結果.	73
5.10	データ Hood 1 に対する曲率線と主曲率グラフ.	75
5.11	データ Hood 1 に対する条件 T3 の結果.	75
5.12	データ Hood 2 に対する曲率線と主曲率グラフ.	76
5.13	角度 $\alpha$ とその変化 $\Delta\alpha$ .	77
5.14	データ Hood 1 と Hood 2 に対する T4 (自動) 条件での結果.	78
5.15	データ Hood 1 と Hood 2 に対する実際の意匠曲面.	79



# 表目次

2.1	曲率の符号による面タイプの分類.	7
2.2	実験で使⽤したデータサイズとクラスタリング結果および処理時間.	18
2.3	既存手法による Fandisk と Blade データに対する処理時間.	18
3.1	実験データの特徴.	32
3.2	ノイズのないポリラインに対するフィッティング結果.	33
3.3	人工的なノイズを付加したポリラインに対するフィッティング結果.	35
3.4	測定メッシュからの断面ポリラインに対する結果.	36
3.5	複合 Bézier 曲線の接続点での接線角.	37
3.6	Step 1 の処理を省いた場合の最大誤差.	38
3.7	元 CAD 曲線との最大誤差.	41
4.1	車の外形から抽出した 3D 曲線データの特徴.	53
4.2	最大誤差と処理時間.	56
4.3	目的関数 $J_1$ と $J_2$ の値.	56
4.4	条件 A と B の下での誤差評価と処理時間.	57
4.5	データ CAD1 に対する最大誤差.	60
4.6	$G^3$ 接続近似における意匠 R の誤差と振率ギャップの評価.	62
5.1	処理時間と目的関数 $J$ の値 ( $s^*$ は基準曲線の中点).	74
5.2	処理時間と目的関数 $J$ の値 ( $s^*$ は基準曲線の最適値).	78



# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景

3次元測定技術の発展に伴い、測定データから自動的にCAD (Computer Aided Design) データを生成するリバースエンジニアリングとよばれる技術が開発され、多くの分野で実用化が試みられている。代表的な例として、デザイン検討用に製作されたモックアップに直接修正や改良を加え、最終的なモデルの測定データからCADデータを作成するケースがある。他にも、競合他社製品に対する各種評価を行なうために、当該製品の測定データからCADデータを作成するケースなど様々な事例がある。Várady 等 [100] の報告でも確認できるように、2次曲面で表現されることの多い機械部品などの製品形状を対象としたリバースエンジニアリングは実用化の域に達し、商用化された専用システムも存在する。

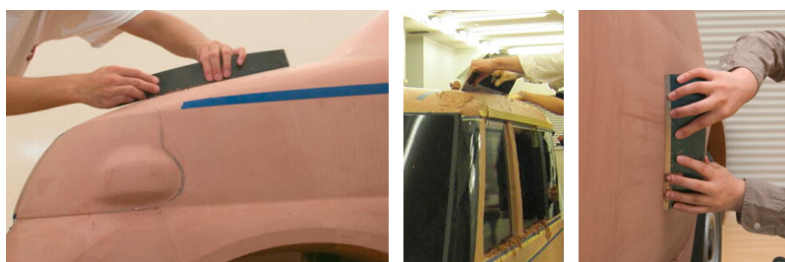
一方、自動車外形のような意匠形状へのリバースエンジニアリングの適用に関しては、未だ実用の段階には至っていない。一つの大きな原因として、従来のリバースエンジニアリングによるCADデータには、被測定物がどのような面構成で造形されたのかが正しく反映されていない点が挙げられる。したがって、その対処法となる意匠CADデータの生成法(ソフト面)を確立しない限り、将来に渡って絶えず測定器(ハード面)の性能が向上し続けたとしても、実用化は見込めない。本研究で対象とする自動車の意匠デザインの現場では、クレイ(粘土)モデルの測定データからCADデータを作成するという典型的なプロセスが存在し、意匠CADモデルとよばれる一部の専門家によって作成されている。しかし、クレイモデルはデザイナーの意図による微妙な曲率変化を有しており、その測定データからCADデータを作成することは、意匠CADモデルでさえ困難な作業である。したがって、リバースエンジニアリング技術の適用により、意匠CADモデルのデータ作成に掛かる負担が軽減され、彼らがより重要な意匠形状の作り込みに専念できるようになることが期待されている。

リバースエンジニアリングの目的は、モックアップや実際の製品などの現物形状に対する測定データから、CADの曲面モデルを再構築することである。当該曲面モデルでは、各曲面の曲率変化が滑らかであることに加え、隣合う曲面が滑らかに接続し、形状全体としても完備であることが求められる。特に、自動車の意匠CADモデルでは、さらに上述の通り、面構成が極めて重要となる。事実、意匠CADモデルはクレイモデルの造形手法を念頭に置きながらCADデータを作成している。そこで、クレイモデルと意匠CADモデルに関する基本的な事柄を以下に説明する。

**クレイモデル.** クレイモデルとよばれる専門家が工業用クレイを使って造形するモックアップである。スケール(縮小)モデルから原寸大のモデルに至るまで、デザイン検討段階では異なる大きさのモデルが存在する。クレイモデルの造形には、カーブ定規とよばれる専用の粘土ヘラが使われる(図 1.1)。カーブ定規の動かし方はクレイモデルの表面形状を規定し、その軌跡は基準曲面 (*underlying surface*) とよばれる概念的に1つの曲面を定義する。



(a) カーブ定規のフィッティング (左図) とキャラクターラインの確認 (右図)



(b) クレイモデリング (左から順に、フード部、ルーフ部、サイドパネル部)

図 1.1. 意匠デザイン現場の例 (ダイハツ工業株式会社様より提供).

**意匠 CAD モデル.** 意匠 CAD モデラとよばれる専門家によって作成される曲面モデルであり、次の手順により構成的に作成される：フード、ルーフ、ウィンドウといった自動車の部位毎に、基準曲面として実際の形状よりも少し大きな曲面を作成し、モデルの大まかな形状を表現する (図 1.2(a)). 隣合う基準曲面の交線でトリムされた曲面モデル (図 1.2(b)) は、交差する部分で一切の丸みを持たない. そこで、該部分に曲率連続で丸みをもった曲面 (フィレット面) を追加し、最終形状 (図 1.2(e)) となる CAD データを生成する. なお、単一のフィレット面だけではデザイナーの意図する基準曲面間の丸みを表現できない場合、基準曲面とフィレット面との間にアプローチ面 (図 1.2(d)) とよばれる中間面を導入し、曲率変化がより滑らかな形状を表現する. このように、意匠 CAD モデラは構成的に、順に曲面を構築することによって全体の曲面モデルを生成する.

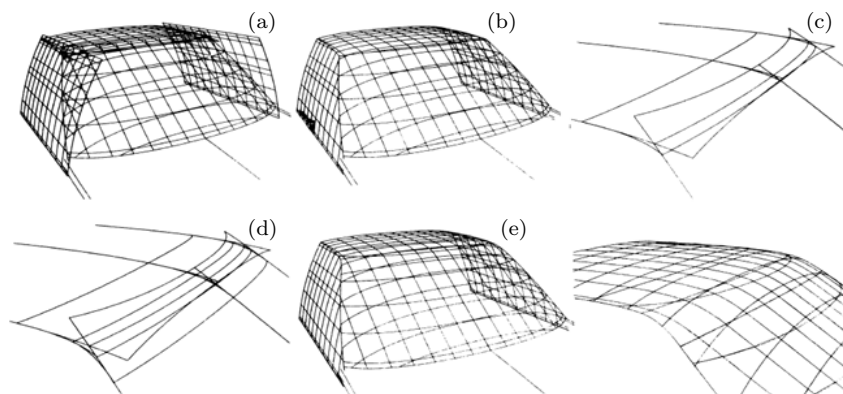


図 1.2. 立体を基準曲面から順に構成的に構築する方法. (図は [44] より引用.) (a) 基準曲面 (b) トリム面 (c) アプローチ面 (d) 意匠 R 面 (e) 最終形状.

本研究の対象とする測定データからの意匠モデルの生成についても、上記の意匠 CAD モデルの一般的な作成手順が要求され、さらに、測定データに忠実なモデルでなければならない点が特徴的である。意匠モデルとしての正解はデザイナー意図が込められたクレイモデルであり、生成する曲面の滑らかさを重視するあまり、測定データとの誤差が大き過ぎてはならないし、その逆も真である。原寸大のクレイモデルでは、フードやルーフなどの部位の代表長さを 1000mm 程度としたとき、当該測定データと現場で生成している基準曲面との誤差は 1mm よりも小さい。1mm の誤差を許容すると、デザイナー意図とは異なる曲面モデルが間違って生成されることがある。

## 1.2 研究の目的

自動車のクレイモデルは、意匠モデルを代表する物理的な曲面モデルである。その測定データ(図 1.3)のリバースエンジニアリングにより CAD の曲面モデルを生成することは、測定データから構成面の違いを検出し、曲面モデルを逆に読み解くことを意味する。すなわち、図 1.2(e) に対応する測定データから (d)→(c)→(b) の順に対応する面構成を正しく認識し、最初の基準曲面群 (a) を測定データから再生成することである。しかし、測定時のノイズを含み、デザイナー意図による微妙な曲率変化を有した測定データから、CAD の曲面モデルを再構築することは困難である。事実、意匠 CAD モデルは、現場で求められる精度と品質を満足する曲面モデルが生成できるまで、データの微調整を繰り返して行っており、最終の意匠 CAD データの完成には数人月を要している。

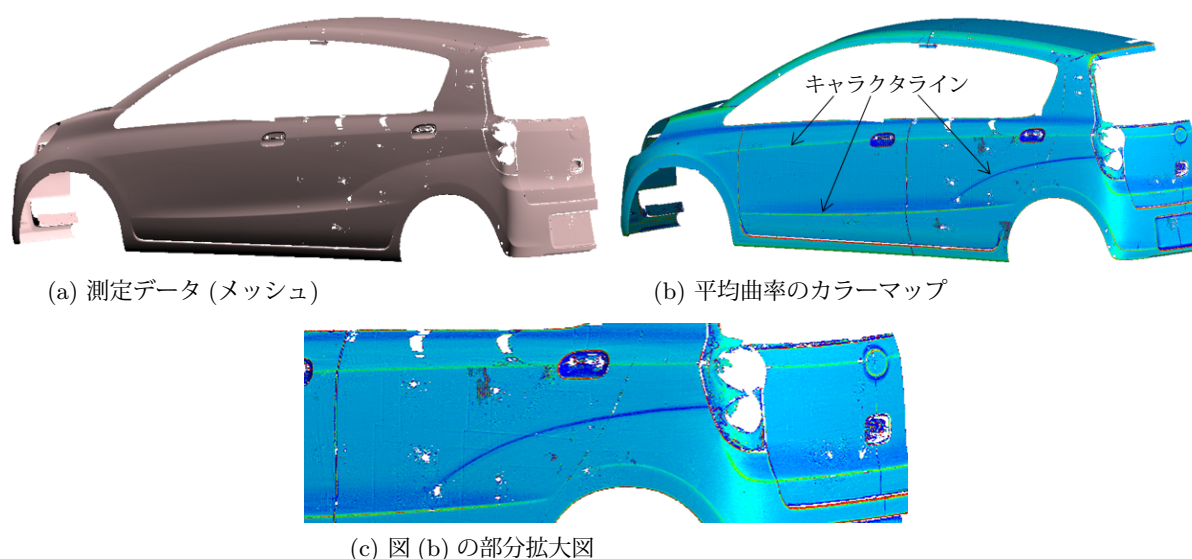


図 1.3. 意匠測定データの例. ([98] の図を改変して使用.)

そこで、本研究では、クレイモデルなどの現物測定データから、デザイナーの意図する構成曲面に対応した曲面モデルを再構築することを目的とし、以下の研究を行った：

- (i) 最終の CAD モデルに対する事前イメージを測定データから正しく読み解く方法.
- (ii) 意匠測定データからの基準曲線 (カーブ定規や一般の 3D 曲線) の再構築法.
- (iii) 意匠測定データからの基準曲面の再構築法.



### 1.3 研究の貢献

熟練の意匠 CAD モデラは与えられた測定データから即座に面構成を識別し、クレイモデルの造形プロセスの推察力にも長け、経験の浅いデザイナーとの差は歴然とする。上記の研究 (i), (ii) および (iii) のそれぞれに対する下記の貢献により、その経験の差をソフトウェアで補うことができることのみならず、上級の意匠 CAD モデラに対しても、データ作成の負担が軽減され、より重要な意匠形状の作り込みに専念できる等の効果が期待できる：

- (i) 新たに開発したノイズ除去法 [95] を応用して、意匠測定データとして与えられたメッシュの頂点の法線ベクトルと曲率を計算し [96]、それらに基づいて CAD モデルの事前イメージとなる領域に測定データを分割する新たなセグメンテーション手法 [98, 97] を提案する。
- (ii) 意匠 CAD モデル生成の典型的なシナリオで必要となる断面曲線 (カーブ定規) を生成する新たな方法 [99] および意匠デザインに適した曲線として入力データから基準曲線を再構築する方法 [94] を提案する。
- (iii) クレイモデルの造形で使われるカーブ定規の動きを、微分幾何学の条件式で規定することにより、滑らかな曲率の流れによって特徴付けられる基準曲面を生成する新たな方法を提案する。

### 1.4 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである：

- 第 1 章： 序論として本研究の背景と目的および本研究の貢献について述べた。
- 第 2 章： 意匠測定データのセグメンテーションについて、本研究による新たな手法 [98, 97] を提案し、実際の意匠測定データに対する実験結果により提案手法の有効性を検証する。
- 第 3 章： 意匠測定データからの 2D 曲線の生成法について、本研究による新たな手法 [99] を提案し、実際の意匠測定データに対する実験結果および意匠 CAD モデラが生成した曲線との比較により、提案手法の有効性を検証する。本研究はクレイモデルの造形で使われるカーブ定規を、CAD データとして正確に表現しようとするものである。
- 第 4 章： 意匠測定データからの 3D 曲線の再構築法について、本研究による新たな手法 [94] を提案し、実際の意匠測定データに対する実験結果および意匠 CAD モデラが生成した曲線との比較により、提案手法の有効性を検証する。本研究は第 3 章で示す今後の課題を解決するためのアプローチでもある。
- 第 5 章： 意匠測定データからの基準曲面の再構築法について、本研究による新たな手法を提案し、実際の意匠測定データに対する実験結果および意匠 CAD モデラが生成した曲面との比較により、提案手法の有効性を検証する。本研究はリバースエンジニアリング研究の最終段階であり、得られた成果は実用的にも極めて重要である。
- 第 6 章： 本研究のまとめを行う。



## 第2章 意匠測定データのセグメンテーション

### 2.1 はじめに

メッシュのセグメンテーションは、コンピュータ・グラフィックスや形状モデリングなどの分野で重要な研究テーマである。その目的は、類似した形状特徴あるいは各テーマに応じた整合性のとれた特徴をもつ幾つかの領域にメッシュを分割することである。代表的な三つの調査論文 [1, 91, 24] では、メッシュのセグメンテーション手法を詳しく論じている。文献 [91] によれば、セグメンテーションは Surface タイプと Part (あるいは Volume) タイプの二つに分類される。本研究では Surface タイプのセグメンテーションを対象とし、自動車の外形や内装などの表面形状の測定データを扱う。

測定データに対するセグメンテーション結果は、最終の CAD モデルに対する事前イメージとなり [101]、基準曲面の構成法の理解に役立つ。第 1 章で述べたように、リバースエンジニアリングは測定データから CAD モデルを再構築することである。CAD モデルは解析面 (analytic surfaces) と自由曲面 (freeform surfaces) の二種類の曲面を基準曲面とすることによって構築される。どちらの曲面で生成されるにせよ、測定データに対する曲率分布の解析がセグメンテーションの重要な手掛かりとなる。したがって、多くの研究論文では、曲率による形状評価に基づいたセグメンテーション手法が提案されている。しかし、実際の意匠測定データに対するセグメンテーションでは次の問題がある：

- 意匠形状は曲率変化の滑らかな基準曲面によって表現され、その変化は微妙であるため、データを分割するための曲率の閾値の判断が難しい。
- 曲率は二階微分量でノイズに敏感なため、曲率に基づくアプローチでは多くの小断片状のセグメント (over-segmentation) が発生しやすい。

例として、ある機械部品に対するセグメンテーションの結果を図 2.1 に示す。意匠データに比べ、機械部品は比較的単純な曲面で構成され、結果のイメージがしやすいという観点から、当該データによる例を示した。図 2.1(c) は本研究による曲率のクラスタリング結果を示し、図 2.1(b) の平均曲率カラーマップに見られる小さな斑点状のノイズが適切に処理され、基準曲面に対応した分類が行われている。図 2.1(d) は (c) の非連結領域ごとに一つのセグメントとして色分けした結果を示し、通常、この結果の状態のものをセグメンテーションとよぶ。

上記の問題解決にあたり、本研究の貢献は次の通りである：

1. バイズ統計に基づいた *Student-t* 混合モデルによるクラスタリングの適用。
2. 高次の特徴空間における頂点クラスタリング。
3. 実空間の近傍を考慮した特徴空間での拡散過程。

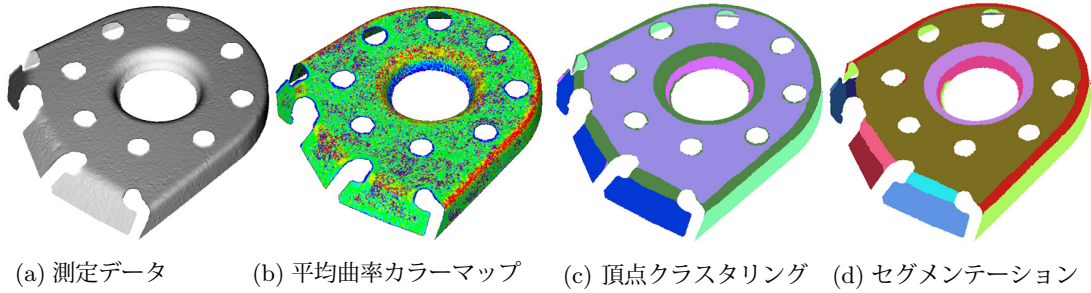


図 2.1. ノイズを含む測定データとセグメンテーションの例 [98].

第一に、ガウス分布よりも裾野の広い Student-t 分布によるクラスタリング処理を意匠測定データのセグメンテーションに初めて適用する。ガウス分布によるあるいはガウス混合分布 (GMM: Gaussian mixture mode) は、その計算の容易性から形状処理で広く利用されている。しかし、実際のデータが該分布で十分に近似できるとは限らず、ノイズの影響にも敏感であるという問題がある。そこで、本研究では *Student-t* 混合分布 (SMM) をメッシュの頂点クラスタリングに適用し、変分ベイズ法を使って SMM を解く。該アプローチは外れ値も含めノイズの影響にもロバストな処理が行え、過分割 (over-segmentation) の問題を抑止し、データ分割の閾値なども自動的に計算できる。関連する既存研究に比べ、セグメンテーションに適した頂点クラスタリングが行える。

第二に、頂点の 3 つの曲率、位置座標および法線ベクトルにより、クラスタリングの特徴空間を構成する。(メッシュの各頂点は該特徴空間内のある点に対応し、SMM によってクラスタリングされる。) 曲率だけに基づいたアプローチと比べ、よりロバストに曲面の特徴を分類することができる。法線ベクトルは曲率よりも低階の微分量でありながら曲面の特徴をよく捉え、ノイズの影響も比較的小さく抑えられる [12, 93]。また、位置座標成分は、円柱のように、一定の曲率を持ちながら法線ベクトルが異なるような形状に対して、冗長なセグメントの発生を抑止する。

第三に、特徴空間では、実空間の局所類似性 (メッシュのトポロジ) が一般に保証されない。その結果、特徴空間内で適切にクラスタリングが行われたとしても、実空間では過分割になる可能性がある。こうした問題を防ぐために特徴空間にメッシュのトポロジを導入し、拡散過程により実空間の近傍点は特徴空間でも同一クラスに属するようにする。

本章の以下の構成は次の通りである。2.2 節では関連研究について述べ、2.3 節ではベイズ法による SMM を適用することの意義を述べる。2.4 節では 9 次元空間でのクラスタリング法を記述する。2.5 節では実験結果を示し、2.6 節では実験結果を考察する。2.7 節では本章のまとめを行う。

## 2.2 関連研究

メッシュのセグメンテーションでは、どのような特徴量を使って基準曲面に相当する領域を認識し、どのようにしてノイズを含む測定データを部分領域に分割するのが重要となる。まず、曲面の特徴を分類するための代表的な指標を示し (2.2.1 項)、次に、それらを使った主要なクラスタリング手法を説明する (2.2.2 項)。

### 2.2.1 曲面の特徴の評価指標

曲面の主曲率  $\kappa_{max}$  と  $\kappa_{min}$  および主曲率によって定義される次の曲率によって、曲面の局所的な性質を評価することができる：

$$K = \kappa_{max}\kappa_{min}, \quad (\text{ガウス曲率}) \quad (2.1)$$

$$H = \frac{\kappa_{max} + \kappa_{min}}{2}, \quad (\text{平均曲率}) \quad (2.2)$$

$$A = |\kappa_{max}| + |\kappa_{min}|, \quad (\text{絶対曲率}) \quad (2.3)$$

$$T = \kappa_{max}^2 + \kappa_{min}^2 = 4H^2 - 2K, \quad (\text{全曲率}) \quad (2.4)$$

$$S = -\frac{2}{\pi} \arctan \frac{\kappa_{max} + \kappa_{min}}{\kappa_{max} - \kappa_{min}}. \quad (\text{Shape index [55]}) \quad (2.5)$$

さらに, Besl 等 [10] はガウス曲率と平均曲率の符号によるマトリクス (表 2.1 の左側) や主曲率の符号によるマトリクス (表 2.1 の右側) などにより, 曲面を分類する方法を提案している.

**表 2.1.** 曲率の符号による面タイプの分類. 平均曲率 ( $H$ ) とガウス曲率 ( $K$ ) によるマトリクス (左表) と主曲率 ( $\kappa_{max}$  と  $\kappa_{min}$ ) によるマトリクス (右表).

	$K < 0$	$K = 0$	$K > 0$		$\kappa_{max} < 0$	$\kappa_{max} = 0$	$\kappa_{max} > 0$
$H < 0$	Saddle Ridge	Ridge	Peak	$\kappa_{min} < 0$	Peak	Ridge	Saddle
$H = 0$	Minimal Surface	Flat	(none)	$\kappa_{min} = 0$	Ridge	Flat	Valley
$H > 0$	Saddle Valley	Valley	Pit	$\kappa_{min} > 0$	Saddle	Valley	Pit

一方, Gumhold 等 [40] は, 曲面形状を示す点群データに対して, 各点の近傍の共分散解析により曲面の特徴を定義している. また, Medioni 等 [68] や Page 等 [80] の研究では, 法線ベクトルの共分散解析により測定データの各点における曲面の特徴を定義している. Wang 等 [107] の最近の研究では, 法線ベクトルの共分散解析を応用した新たな特徴分類手法が提案されている. Benkő 等 [9] は, 上記以外の指標も利用して, 典型的な工業製品形状に対するセグメンテーション手法を提案している.

### 2.2.2 セグメンテーションのためのクラスタリング手法

クラスタリング法は, クラスタ数が事前に設定されているパラメトリック型と, そうではないノンパラメトリック型の二種類に分類される. 両タイプに対して, 上記の曲面特徴指標を使った代表的なクラスタリング手法を以下に述べる.

#### ノンパラメトリック型によるアプローチ

多くの研究分野で利用されている方法として, 領域成長法 (*region growing method* あるいは *watershed algorithm*) がある [91]. 該手法では, データ中にシード (seed) とよばれる点を定義し, 隣接点から自身と同じあるいは自身に近い属性をもつ点を取り込みながら該属性をもつ要素がなくなるまで自身の領域を成長させることにより領域を抽出する. Mangan 等 [65] はメッシュ頂点

の離散曲率に対して該手法を適用し、セグメンテーションを行った。セグメンテーション結果の品質は、曲面特徴の指標として用いられる式 (2.1) から式 (2.4) のメッシュに対する計算精度 [84] や、さらにシードの与え方にも大きく左右される [123] という問題がある。Wang 等 [106] の最近の研究では、メッシュの特異点をモース理論 [33, 32] を使って処理することにより、シードの初期値問題に対する解決策が提案された。

平均移動 (*mean-shift*) 法 [25, 27] はデータ点の確率密度関数によるクラスタリング法である。ある一つのクラスタは確率密度関数のピークに対応し、再急上昇法 (*gradient ascent method*) による逐次計算で処理される。メッシュへの応用研究としては、Yamauchi 等 [115] の法線ベクトルによる適用例や Zhang 等 [122] の式 (2.1) と式 (2.5) による適用例などがある。両ケース共、平均移動法によるメッシュ頂点の分類結果に基づいて、領域成長法によるセグメンテーションを行う。

Vieira 等 [102] はメッシュ頂点の離散曲率により、頂点を表 2.1 の 8 パターンに分類した後、領域成長法によるセグメンテーションを行った。なお、彼らの研究は自動車の測定データを対象とした数少ない重要な研究である。CG モデルや単純な解析面で構成されたモデルを対象としたセグメンテーションの研究論文は数多く報じられている [24, 61]。しかし、2.6 節で示すように、意匠データに対して良質のセグメンテーション結果を得ることは困難なため、当該データを対象とする研究には十分意義がある。

### パラメトリック型によるアプローチ

指定されたクラスタ数  $M$  で最良となる解を逐次的に求める方法として、 $k$ -平均 ( $k$ -means) 法 [64] は最も代表的なものであり、次式で定式化される：

$$J = \min \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \|\mathbf{x}_n - \mathbf{c}_m\|^2,$$

ここで、 $\mathbf{x}_n$  は  $d$  次元のベクトル表記されたデータの  $n$  番目の要素で、 $\mathbf{c}_m$  は  $m$  番目のクラスタの重心である。Lavoué 等 [58, 59] はメッシュ頂点の主曲率で構成された特徴空間で  $k$ -平均法によるクラスタリングを行い、その結果に基づいて実空間での領域成長法によりセグメンテーションを行う手法を提案した。

$k$ -平均法のように、各データ点が 1 から  $M$  のどれか一つに対応させるようなクラスタリング手法はハード・クラスタリングと呼ばれる。一方、ソフト・クラスタリング [79] では、データ各点が二つ以上のクラスタに所属することが許され、それぞれは次式で定義される負担率 (*responsivity* あるいは *fractional membership*) によって表される：

**負担率**  $\rho_{nm}$  はデータ点  $n$  とある特定のクラスタ  $m$  の結びつきの強さを示し、次の性質をもつ：

$$(i) \rho_{nm} \in [0, 1], \quad (ii) \sum_{m=1}^M \rho_{nm} = 1. \quad (2.6)$$

例えば、 $\rho_{nm} = 1$  はデータ点  $\mathbf{x}_n$  が完全に  $m$  番目のクラスタに属することを示し、 $\rho_{nm} = 0$  は  $m$  番目のクラスタに属さないことを示す。



ファジー  $c$ -平均 (Fuzzy  $c$ -means) 法 [11] は  $k$ -平均法をソフト・クラスタリングに拡張したもので、次式で与えられる：

$$J = \min \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{nm}^r \|\mathbf{x}_n - \mathbf{c}_m\|^2, \quad r > 1,$$

$$\rho_{nm} \equiv \sum_{k=1}^M \left( \frac{\|\mathbf{x}_n - \mathbf{c}_m\|}{\|\mathbf{x}_n - \mathbf{c}_k\|} \right)^{-\frac{2}{r-1}}, \quad \mathbf{c}_m = \frac{\sum_{n=1}^N \rho_{nm}^r \mathbf{x}_n}{\sum_{n=1}^N \rho_{nm}^r}.$$

ソフト・クラスタリングに属する手法として、混合分布モデルとよばれる手法がある。  $k$ -平均法やファジー  $c$ -平均法ではデータ平均しか評価できないが、混合分布モデルによるアプローチでは、データの分散についても評価する点が大きく異なる。近年、ガウス混合分布 (GMM: Gaussian mixture model) に対するベイズ統計によるアプローチが開発され、過分割の問題を抑止できるなどの利点がある。画像処理のセグメンテーションでは多くの研究が報じられているが、メッシュへの適用研究は少ない。



図 2.2. 混合分布モデルによるクラスタリングの説明 [98]. S 字型の入力点群に対し (左図), E-M アルゴリズム [14] による逐次計算法によりクラスタリングが行われ (中央図), 5 つのクラス (右図) に分類される例を示す. 図中の三重の楕円は  $\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $3\sigma$  ( $\sigma$ : 各クラスタの分散) を示す.

## 2.3 混合分布モデルによるクラスタリング

本研究では、測定データのノイズにもロバストなセグメンテーションを行うために、変分ベイズ法に基づく Student-t 混合分布モデル (SMM) をメッシュの頂点クラスタリングに適用する。そこで、本節では SMM (2.3.1 項) と変分ベイズ法 (2.3.2 項) について概説する。

### 2.3.1 Student-t 混合分布モデル (SMM)

ガウス混合分布モデル (GMM: Gaussian mixture model) は各種データのクラスタリング法として広く利用されている [92]. その一方で、図 2.3(a) に示すように、ノイズに敏感なため適切な平均/分散を推定できないという課題がある。そこで、次式で定義される Student-t 分布関数により混合分布モデルを構築する：

$$S(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu}, \Lambda, \nu) = \frac{\Gamma(\frac{d+\nu}{2})|\Lambda|^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{\nu}{2})(\nu\pi)^{\frac{d}{2}}} \left( 1 + \frac{1}{\nu}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Lambda (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right)^{-\frac{d+\nu}{2}}, \quad (2.7)$$

ここで、 $d$  は特徴空間の次元、 $\boldsymbol{\mu}$  と  $\Lambda$  はデータ平均と精度 (分散の逆数) を示す行列である。また、 $\Gamma(\cdot)$  はガンマ関数で、 $\nu(>0)$  は自由度 (degree of freedom) とよばれ、ノイズへのロバスト性に関

係する重要なパラメタである。 $\nu$ は小さいほど、裾野が広くなるという特徴がある(図 2.3(c)). このとき, Student-t 混合分布 (SMM: Student-t mixture model) は多変数 Student-t 分布関数の重み付き和として定義され, ノイズに対してもロバストにデータの平均/分散が推定できる.

図 2.3(c) に示すように, 式 (2.7) の Student-t 分布はガウス分布よりも裾野が広い. これは平均から離れたデータをノイズとして認識できることを意味する. 図 2.3(b) は SMM によるクラスタリング結果を示すが, 図 2.2(右端の図) に示したノイズを含まないデータに対する GMM の結果と酷似する. これに対し, GMM によるクラスタリングでは, 図 2.3(a) に示すように, ノイズの影響で分散が大きく推定されてしまう.

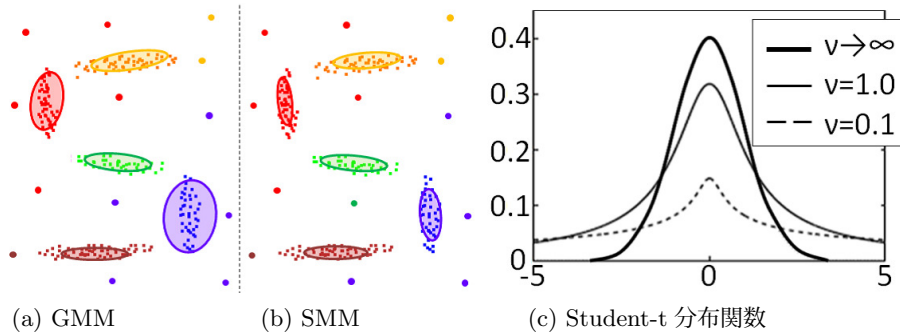


図 2.3. 混合分布モデルによるクラスタリングの例と Student-t 分布関数 [98]. (a), (b) ノイズを含む S 字点群に対する GMM と SMM の結果. GMM の結果に対し, SMM では平均と分散が正しく推定できている. (c) Student-t 分布関数のグラフで,  $\nu \rightarrow \infty$  の時, ガウス分布に一致する.

### 2.3.2 変分ベイズ近似

変分ベイズ近似を使った SMM によるクラスタリング法 [2] をメッシュのセグメンテーションのための頂点クラスタリングに適用する. 変分ベイズ近似法はベイズ推定法に基づいた混合分布モデルの解法で, E-M (*Expectation-Maximization*) アルゴリズム [14] と呼ばれる逐次処理により, 潜在変数とモデルパラメタの積分によって近似される周辺化尤度の上界によって定義される変分エネルギーを最小化することによって, パラメタの事後確率を推定する.

データの尤度を最大化する点推定に基づく最尤推定法などに比べ, ベイズ法によるアプローチでは過分割が抑制され, より正確な推定が可能となり, モデル選択 (クラスタ数) の自動推定なども理論的に完備されているなどの特徴がある. (詳細は代表的な教科書 [14] を参照.)

## 2.4 方法

メッシュのセグメンテーションのために開発した頂点クラスタリング法を示す. 2.4.1 項では SMM を適用する特徴空間の構成法を示す. 2.4.2 項では特徴空間の構成要素となるメッシュ頂点の法線ベクトルと曲率をロバストに計算する方法を示す. 2.4.3 項では特徴空間に導入する拡散過程について説明する. 最後に, 2.4.4 項ではクラスタリングの手順をまとめる.

### 2.4.1 特徴空間の構成

メッシュ頂点の三つの曲率と法線ベクトルおよび位置座標により、クラスタリングを行うデータの特徴空間を構成する。曲率は特徴空間を構成する主要な成分で、基準曲面に相当する領域を適切に識別するための重要な特徴量である。他の成分はノイズの影響と冗長なクラスタの発生を抑制するために導入する。各成分の設定方法は以下の通りである：

**曲率** 曲率  $X$  は指数関数的に変化するため、対数をとった次式とする：

$$X = \begin{cases} \log(1 + X) & \text{for } X \geq 0, \\ -\log(1 - X) & \text{for } X < 0. \end{cases}$$

本研究では  $X$  として、メッシュ頂点の主曲率と全曲率 (式 (2.4)) を利用する。さらに、 $X$  を標準偏差で割って無次元化した上で、スケールパラメタ  $s$  を掛ける。本研究の実験では、 $s = 10$  とした。

**法線ベクトル** 平均ゼロかつ単位分散行列となるように、白色化 (*whitening*) 技法により正規化する。

**位置座標** 法線ベクトルと同様の正規化を行う。

上記の設定により、特徴空間の原点から離れて位置する曲率の大きな頂点は、原点付近に位置する他の成分からの影響を受けずにクラスタ化されやすくなる。一方、特徴空間の原点付近の頂点に関し、法線ベクトルの効果により、曲率の揺らぎによる小断片の発生を抑止できる。法線は曲率よりも低階微分量のためノイズの影響を受けにくく、法線も曲面特徴をよく捉える [12, 93] からである。しかし、大きな半径の円柱形状のクラスタリングでは、法線成分は冗長なクラスタを誘発する可能性がある。そこで、位置座標による近傍の効果により、法線成分の副作用を抑止する。

### 2.4.2 法線と曲率のロバスト推定法

特徴空間の構成に必要な法線ベクトルと主曲率を測定データからロバストに計算するために、法線テンソルによる法線推定法を提案し、主曲率の計算にも応用する。平均曲率やガウス曲率の代表的な離散式である余接公式や欠損角公式 [72] はノイズに敏感でロバスト性に欠けるため、曲面特徴を正しく評価できない。一方、提案手法ではノイズ処理を適切に行った法線ベクトル (図 2.4 参照) を利用することで、主曲率も適切に計算できる [96]。なお、ノイズ処理はメッシュの平滑化 [95] に応用することも可能であり、本章末の付録 1 に実例を示した。

初めに、メッシュ頂点の法線ベクトルの算出法について説明する。 $\Lambda_f(n)$  を三角形メッシュの頂点  $V_n$  に接続する三角形のインデックス集合としたとき、 $V_n$  における法線テンソル  $A_n$  を三角形の単位法線ベクトル  $\mathbf{N}_\lambda^f$  ( $\lambda \in \Lambda_f(n)$ ) の共分散行列の重み付き和で定義する：

$$A_n \equiv \sum_{\lambda \in \Lambda_f(n)} w_\lambda \mathbf{N}_\lambda^f \mathbf{N}_\lambda^{f T}, \quad (2.8)$$

ここで、重み関数  $w_\lambda$  は Nelson Max 法 [66] を利用する。 $3 \times 3$  行列  $A_n$  は半正定値なので固有値  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$  を持ち、対応する固有ベクトルを  $\mathbf{E}_1$ ,  $\mathbf{E}_2$  および  $\mathbf{E}_3$  とする ( $\mathbf{E}_i \cdot \mathbf{E}_j = \delta_{i,j}$ )。こ

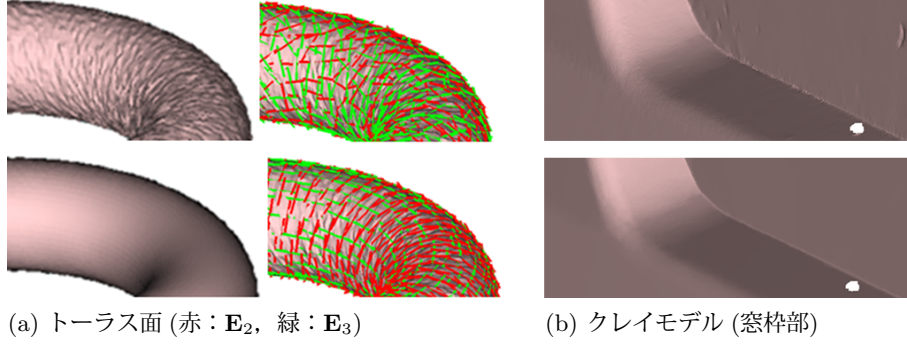


図 2.4. 法線テンソルの異方性平滑化による法線ベクトルのノイズ除去 [96]. 上段は入力メッシュのシェーディング図, 下段は法線ベクトルの平滑化後の新たな法線ベクトルによるシェーディング図を示す.

のとき, 式 (2.8) は次式で表すことができる:

$$\begin{aligned}
 A_n &= R \Sigma R^T \\
 &= (\mathbf{E}_1 \ \mathbf{E}_2 \ \mathbf{E}_3) \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} (\mathbf{E}_1 \ \mathbf{E}_2 \ \mathbf{E}_3)^T.
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

滑らかな曲面形状の場合,  $\mathbf{E}_1$  は面法線ベクトル,  $\mathbf{E}_2$  と  $\mathbf{E}_3$  は主曲率  $k_{max}$  と  $k_{min}$  の主方向を示す [95]. しかし, 共分散行列  $A_n$  は測定データの法線ベクトル  $\mathbf{N}_\lambda^f$  からノイズの影響を受けている. そこで, 新たに開発した法線テンソルの異方性平滑化により, 正しい法線ベクトルを示す該固有ベクトルを計算する.  $\Lambda(n)$  を頂点  $V_n$  の 1-近傍の頂点のインデックス集合とすると, 法線テンソル  $A_n$  の異方性平滑化は次式で与えられる [95]:

$$A_n^{(t+1)} \leftarrow A_n^{(t)} + \frac{1}{\sum_{n' \in \Lambda(n)} w_{nn'}^A} \sum_{n' \in \Lambda(n)} w_{nn'}^A (A_{n'}^{(t)} - A_n^{(t)}). \tag{2.10}$$

ここで,  $A_n^{(t)}$  は  $t$  ステップ目の頂点  $V_n$  における法線テンソルを示す. また,  $w_{nn'}^A$  は異方性を考慮した重み係数で, 次式で与えられる:

$$w_{nn'}^A = \frac{l_{nn'} l_{nn'}^\perp}{l_{nn'}^A}, \quad l_{nn'}^A \equiv \sqrt{(V_{n'} - V_n)^T \frac{A_{n'} + A_n}{2} (V_{n'} - V_n)},$$

ここで,  $l_{nn'} = |V_n - V_{n'}|$  とし,  $l_{nn'}^\perp$  は  $V_n$  での接平面上に投影されたエッジ  $V_n V_{n'}$  の長さである. 本研究の実験では, イテレーション回数は 10 とした.

次に, 主曲率の算出法について説明する. 一般に, 主曲率は  $3 \times 3$  の *Shape Operator* 行列  $S = -P^T (\nabla \mathbf{N}) P$  の固有値で与えられる.  $\mathbf{N}$  は法線ベクトルで,  $P = \mathbf{I} - \mathbf{N} \mathbf{N}^T$  は射影行列である. ( $\mathbf{I}$  は単位行列とする.) 行列  $S$  は任意の直交基底  $(\mathbf{T} \ \mathbf{B})$  を使って,  $2 \times 2$  行列  $S'$  に変換できる [41]:  $S' = (\mathbf{T} \ \mathbf{B})^T (\nabla \mathbf{N}) (\mathbf{T} \ \mathbf{B})$ . 一方, 法線テンソルの固有ベクトル  $\mathbf{E}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) は  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{T}$  の条件を満たす. したがって, 主曲率は以下の  $2 \times 2$  の *Shape Operator* 行列  $S'$  の固有値で与えられる:

$$S' = (\mathbf{E}_2 \ \mathbf{E}_3)^T (\nabla \mathbf{E}_1) (\mathbf{E}_2 \ \mathbf{E}_3). \tag{2.11}$$

本研究では, 法線ベクトルの勾配の計算式に  $\nabla \mathbf{N}^T = R W^T (W W^T)^{-1}$  を使用した. ここで,  $R$  と  $W$  は二つの頂点と法線の規格化された差分ベクトルである (詳細は文献 [37] を参照).



### 2.4.3 特徴空間における拡散過程

一般に、特徴空間内の二点間の距離は、実空間の対応する二点の近接度を正確に反映していない。その結果、過分割の問題を誘発する可能性がある。そこで、実空間における頂点の近傍 (局所類似性) の概念を、頂点クラスタリングを行う特徴空間に導入する。特徴空間内の各点に対して、実空間の対応する頂点の 1-近傍をとり、それらの点がすべて同一クラスタに所属するものとする。

上記のアイデアは E-M アルゴリズムに拡散過程 (diffusion process) が組み込まれた E-D-M (Expectation-Diffusion-Maximization) アルゴリズム [19] を適用することで実現できる。各頂点の負担率 (式 (2.6)) を拡散過程 (diffusion process) で周囲と平均化しながら E-M アルゴリズムを行う手法である。そこで、本研究では、SMM の負担率  $\bar{\rho}_{nm}$  (本章末の付録 2 の式 (2.14) で定義) を実空間の対応する頂点の 1-近傍  $\bar{\rho}_{n'm}$  ( $n' \in \Lambda(n)$ ) との間で次式により平滑化しながら、E-D-M アルゴリズムを利用して SMM を解く：

$$\bar{\rho}_{nm}^{(t+1)} \leftarrow \bar{\rho}_{nm}^{(t)} + \frac{\lambda}{\sum_{n' \in \Lambda(n)} w_{nn'}^A} \sum_{n' \in \Lambda(n)} w_{nn'}^A \left( \bar{\rho}_{n'm}^{(t)} - \bar{\rho}_{nm}^{(t)} \right), \quad (2.12)$$

ここで、 $m$  ( $1 \leq m \leq M$ ) は各クラスタを示す指標で、 $w_{nn'}^A$  は上記の異方性重み係数を利用する。本研究の実験では、 $\lambda = 0.25$  とし、イテレーション回数は 3 とした。

### 2.4.4 アルゴリズム

本研究では、指定した  $M$  個のクラスタにメッシュの頂点を分類するために、Student-t 混合分布モデル (SMM) を二度実行する。一度目の実行では通常の E-M アルゴリズムを使用し、二度目の実行では一度目の実行結果を初期値とし、拡散プロセスを導入した E-D-M アルゴリズムにより SMM を解く。

メッシュのセグメンテーションのための頂点クラスタリングの全体の処理を以下に示す。

---

#### メッシュの頂点クラスタリング

---

1. 入力. 測定データ (メッシュ) とクラスタ数  $M$ .
2. 特徴空間を構成するデータの生成. 入力データに対して式 (2.10) の異方性平滑化を行い、各頂点に対し、法線テンソル  $A_n$  の固有ベクトル  $\mathbf{E}_1$  を法線ベクトルとし、式 (2.11) の固有値として頂点の主曲率を求める。
3. 特徴空間での頂点クラスタリング. 変分ベイズ近似による SMM を二度実行する。
  - 3.1) 拡散プロセスを導入せず、通常の E-M アルゴリズム [2] を実行する。
  - 3.2) 3.1 の実行結果を初期値とし、式 (2.12) の拡散プロセスを導入した E-D-M アルゴリズム [19] を実行する。
  - 3.3) 本研究では、頂点  $V_n$  は式 (2.14) の負担率が最大となるクラスタに所属するものとする。すなわち、 $V_n$  のクラスタ番号  $m^*$  ( $1 \leq m^* \leq M$ ) は次式で決定する：

$$m^* = \operatorname{argmax}_{1 \leq m \leq M} \bar{\rho}_{nm}.$$

4. 出力. クラスタ分割された頂点群. □
-

## 2.5 結果

提案手法のプロトタイプを Intel/Core i7(2.7GHz) のラップトップ PC 上に実装し、クラスタリングの実験を行った。2.5.1 項では代表的な二つのデータ (FanDisk データと Blade データ) に対する実験結果を示し、提案手法の効果を検証する。2.5.2 項ではクラスタリング結果からセグメンテーションを得るプロセスを説明し、2.5.3 項では実際の意匠測定データに対する実験結果を示す。なお、実験はすべて次の条件で行った：

- 2.3.1 項で述べた Student-t 分布の自由度  $\nu$  は 1 に設定し、E-M/E-D-M アルゴリズムのイテレーションの最大値を 100 とした。
- SMM の変分ベイズ近似 [2] (結果式は本章末の付録 2 を参照) の中で定義された超パラメタの設定は次の通りとした： $\kappa_0 = 1.0$ ,  $\gamma_0 = 1 \times 10^{-5}$ ,  $\mathbf{m}_0 = \{\text{データ平均}\}$ ,  $\eta_0 = d + 2$ ,  $S_0 = 0.01I$ 。ここで、 $d$  と  $I$  は、それぞれ特徴空間の次元および単位行列を示す。
- 局所最適解に容易に陥ることを避けるため、初期分布の平均と分散は次のように設定した：分散については、成分毎 (3 つの曲率、法線ベクトル、位置座標) にデータ全体の分散とし、平均については、3 つの曲率成分のみ、 $\{\text{各成分のデータ平均}\} \pm 3\{\text{各成分の標準偏差}\}$  の範囲で値を散らせ、他の成分は分散と同様、データ全体の平均とした。

### 2.5.1 頂点クラスタリングの結果

実験結果を図 2.5 と図 2.6 に示す。提案手法との比較のため、2.2.2 項で述べた k-平均法と平均移動法による実験結果も併示した。既存手法では特徴空間を曲率成分のみで構成することが多く、本実験でもそれに倣った。本実験で使用する機械部品では微妙な曲率変化はなく、クラスタ数  $M$  は主曲率による曲面分類 (表 2.1 の右側) に示された 9 パターン程度で十分とした。実験では、 $M = 10$  (図 2.5) と  $M = 12$  (図 2.6) が良い結果を生成した。平均移動法のガウスカーネルのバンド幅 (Parzen 窓サイズ) は  $h = 0.1\sigma$  (図 2.5),  $0.05\sigma$  (図 2.6) とした。ここで、 $\sigma$  はデータの標準偏差である。得られた実験結果から次の事実が確認できる：

- 曲率成分のみを構成要素とする特徴空間での結果 (図 2.5(b)(c)(d)) の中で、(d) は最も斑点状のクラスタの発生が少ない。
- 曲率成分に法線ベクトルと位置座標を加えた特徴空間での結果 (2.5(e)) は、斑点状のクラスタが発生していない。
- 図 2.5(e) の結果は、法線ベクトルの成分の効果により、互いに反対方向の法線ベクトルをもつ平面形状 (A と B) を異なるクラスタとして識別している。
- 上記の点は、図 2.6 の結果でも確認できる。特に、図 2.6(e) ではフィレット部のクラスタリングが適切に行われている。

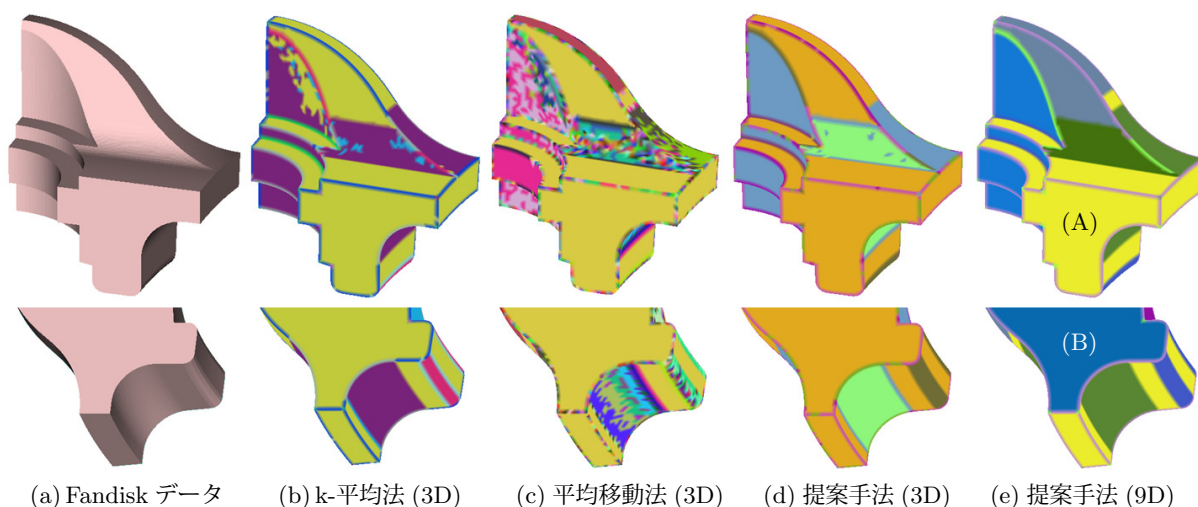


図 2.5. Fandisk データに対する頂点クラスタリングの結果 [98]. (b) の k-平均法および (d) と (e) の提案手法ではクラス数  $M = 10$  とした. (c) の平均移動法ではバンド幅  $h = 0.1\sigma$  ( $\sigma$ : 標準偏差) とした. 3D 特徴空間は曲率成分  $k_{max}$ ,  $k_{min}$ ,  $T$  (式 (2.4)) のみの構成とした.

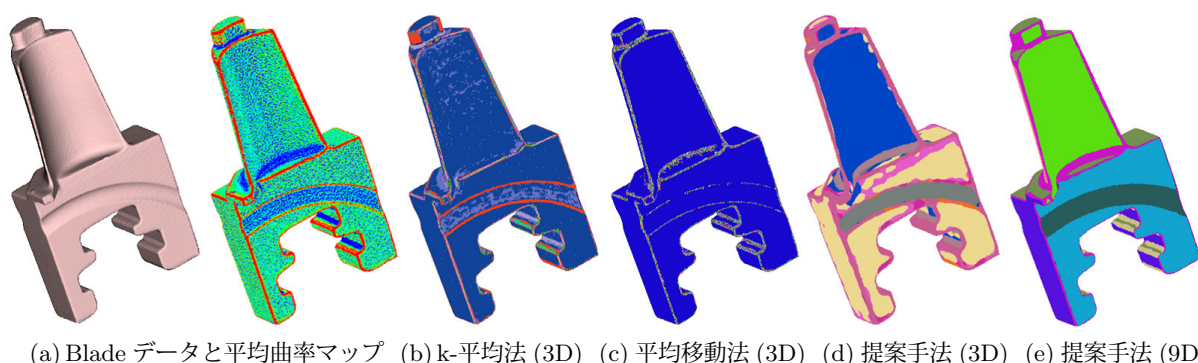


図 2.6. Blade データに対する頂点クラスタリングの結果 [98]. (b) の k-平均法および (d) と (e) の提案手法ではクラス数  $M = 12$  とした. (c) の平均移動法ではバンド幅  $h = 0.05\sigma$  ( $\sigma$ : 標準偏差) とした.

### 2.5.2 クラスタリング結果からのセグメンテーション

斑点状のクラスタの発生がなければ, その後のセグメンテーション処理が簡略化されるという最大のメリットがある. 本研究では, [58, 59] に類似した次の手順でセグメンテーションを行う:

1. 同じクラスタに頂点をもつ三角形群を一つのセグメントとする.
2. 非連結領域を分割して, 一つの連結領域毎にセグメント色を再度割り当てることにより (図 2.7(b)), 最終的なセグメント結果を得る (図 2.7(c)).

上記のセグメンテーション処理を図 2.6 のクラスタリング結果に適用した結果を図 2.8 に示す. この結果から次の事実が確認できる:

- 図 2.8(a) は斑点状のセグメントが数多く存在し, 逆に, 図 2.8(b) は多くのクラスタが併合され過ぎており, 多くのフィレット形状が消失している.
- 図 2.8(c) は元のクラスタリングから期待される良好な結果を示す.



図 2.7. クラスタリング結果からのセグメンテーション手順 [98].

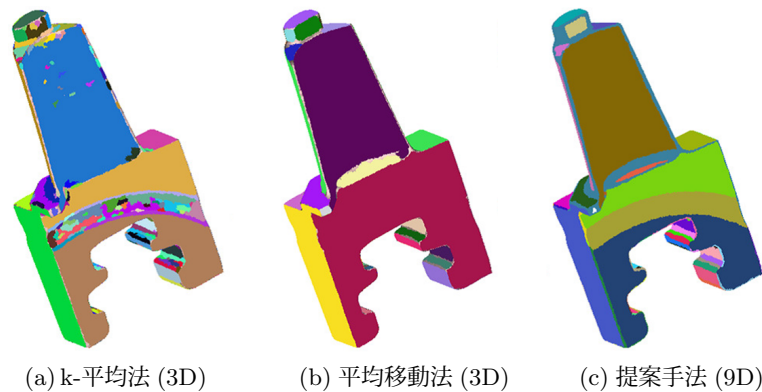


図 2.8. Blade データに対するセグメンテーション結果 [98]. 図 2.6 の (b), (c) および (d) にセグメンテーション処理を行った結果を示す.

領域成長法やクラスタリング結果に基づいてセグメント生成を行う場合、セグメントを定義する諸条件には閾値の設定を伴うことが多い。しかし、設定する閾値はセグメンテーションの結果を大きく左右するという問題がある。したがって、提案手法のように、クラスタリング結果から容易にセグメンテーションが行える点は極めて重要である。

### 2.5.3 意匠測定データに対する結果

自動車の外形と内装部品の実際の測定データに対して実験を行った。2.5.1 項の機械部品に対する実験とは異なり、意匠データでは微妙な曲率の変化を捉えるために、クラスタ数  $M$  が 2 倍の  $M = 20$  とした。

自動車の外形に対する結果を図 2.9 に示す。測定データに含まれるノイズの程度は図 2.9(a) の下段の図に示す通りである。この結果から次の事実が確認できる：

- 図 2.9(a) に示す L1, L2 および L3 は意匠的に重要な特徴線であり、そこでの頂点の曲率は大きな値となる。図 2.9(b) のクラスタリング結果では該頂点が適切に識別されている。
- 図 2.9(b) に示す B1 や B2 のような領域の境界も識別されている。その結果、図 2.9(c) の R3 や R5 の領域が抽出できている。
- 実験に使用したデータは市販車を測定したもので、ドアの身切り線などが凹溝あるいはデータ欠損となっている。セグメンテーション結果 (図 2.9(c)) は当該部分で非連結と認識され、



別セグメントになっている。一方、基準面としては同一クラスタと考えるのが妥当であるが、クラスタリング結果 (図 2.9(c)) はそれを支持する結果となっている。

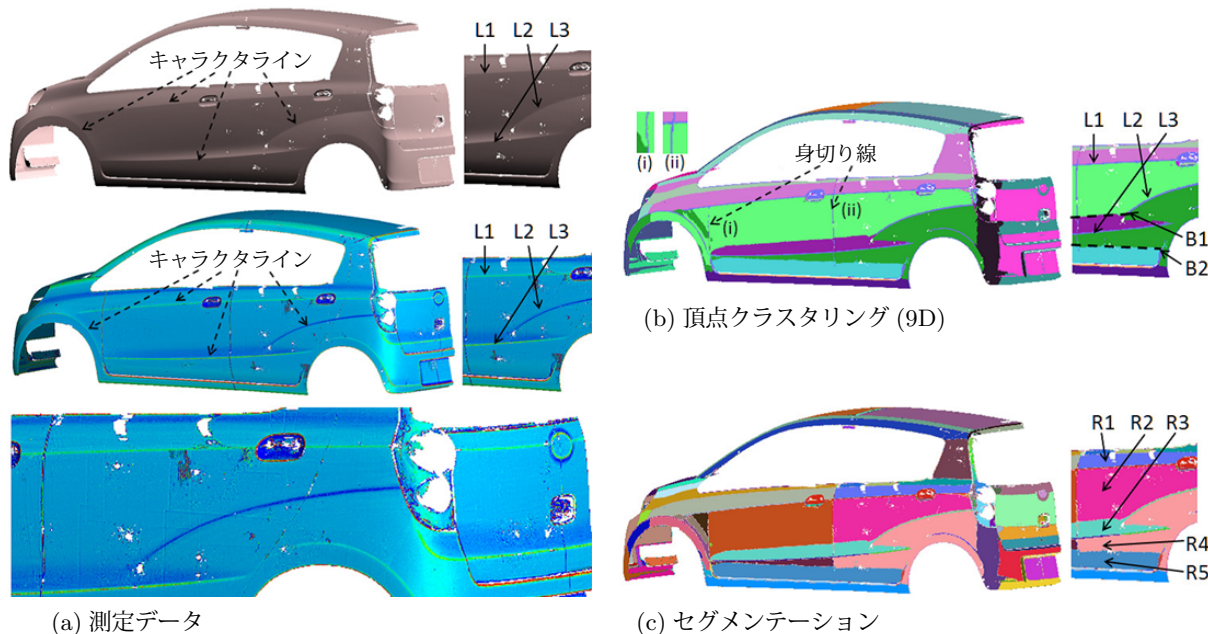


図 2.9. 市販車の外形測定データに対する結果 [98]. (a) 測定データのシェーディング (上段) と平均曲率カラーマップ (中/下段). (b) 頂点クラスタリングの結果. クラスタ数  $M = 20$ . (c) クラスタリング結果からのセグメンテーション. セグメント数は 96.

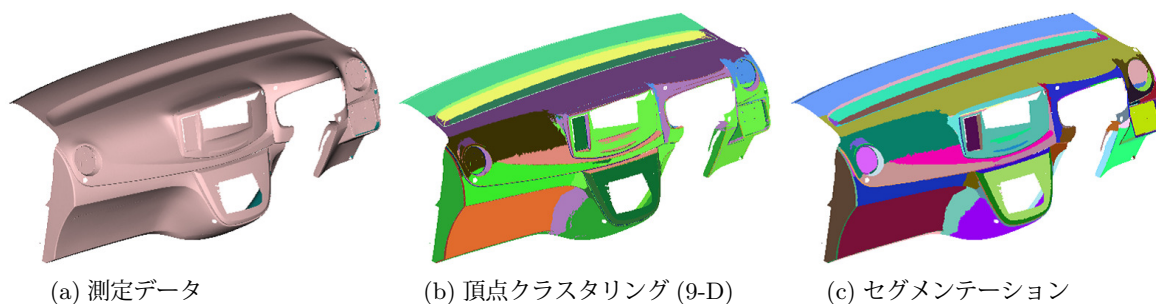


図 2.10. クレイモデル測定データ (ダッシュボード) に対する結果 [98]. (a) 測定データ (メッシュ) のシェーディング. (b) 頂点クラスタリングの結果. クラスタ数  $M = 20$ . (c) クラスタリング結果からのセグメンテーション. セグメント数は 98.

自動車の二つの内装部品のクレイモデルに対する結果を図 2.10 と図 2.11 に示す。頂点クラスタリングの結果は、その後のセグメンテーション処理の結果とよく対応している。小断片状のクラスタを発生させることなく、クラスタリングが行われていることを意味する。提案手法による処理時間などの結果は表 2.2 に、他の手法による Fandisk と Blade モデルに対する結果は表 2.3 に、それぞれまとめて示した。

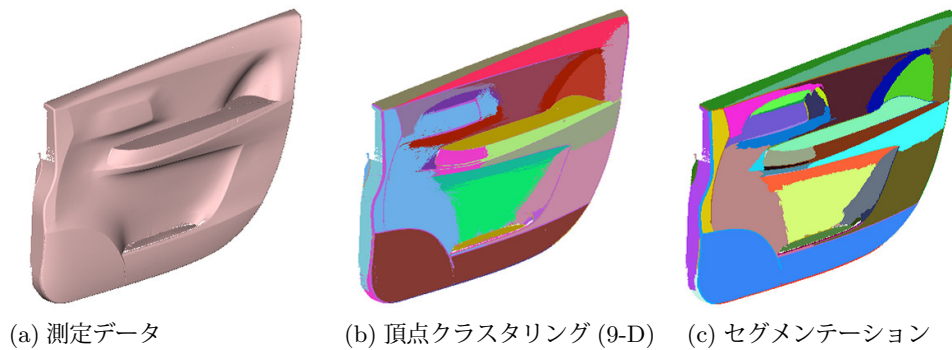


図 2.11. クレイモデル測定データ (ドア内側パネル) に対する結果 [98]. (a) 測定データ (メッシュ) のシェーディング. (b) 頂点クラスタリングの結果. クラスタ数  $M = 20$ . (c) クラスタリング結果からのセグメンテーション. セグメント数は 53.

表 2.2. 実験で使用したデータサイズとクラスタリング結果および処理時間. 処理時間はモバイル Intel/Corei7®2620M (2.7GHz) CPU のラップトップコンピュータで計測した. なお, クラスタリング計算は *openMP* による並列化処理を実装.

データ	三角形数	クラスタ数 $M$	セグメント数	処理時間 (s)
Fandisk (図 2.5)	12,946	10	26	10
Blade (図 2.6)	390,308	12	63	213
ダッシュボード (図 2.10)	594,599	20	98	639
ドア内側パネル (図 2.11)	1,721,517	20	53	1580
市販車外形 (図 2.9)	2,164,666	20	96	2022

表 2.3. 既存手法による Fandisk と Blade データに対する処理時間. EfPiSoft[3] および Geomagic[36] に関しては 2.6.2 項を参照.

データ	k-平均法 (s)	平均移動法 (s)	EfpiSoft (s)	Geomagic (s)
Fandisk (図 2.5)	1	36	2	1
Blade (図 2.6 と図 2.13)	40	69K	40	10

## 2.6 考察

本研究における提案手法の効果を検証するために, 次の点について議論する:

1. ガウス混合分布モデル (GMM) との比較および特徴空間の位置座標の効果.
2. 二つの既存プログラムによる評価.
3. 曲率に基づくセグメンテーション手法の課題とその対処策.

### 2.6.1 ガウス混合分布モデルとの比較および特徴空間の位置座標の効果.

GMM と SMM のクラスタリング結果の純粋な違いを検証するために, 拡散プロセスを行わずにクラスタリングを行った. 図 2.12(a) と (b) に示す結果から, 次の事実が確認できる:

- GMM の結果では多くの斑点状のクラスタが存在する.

- SMM では拡散プロセスを伴った処理による結果 (図 2.6(e)) とほぼ同じ結果となっている。

本研究で提案する特徴空間の位置座標成分の効果を検証するために、位置座標成分をもたない特徴空間でクラスタリングを行った結果を図 2.12(c) に示す。この実験でも拡散プロセスは行っていない。図 2.12(b) と (c) の結果から次の事実が確認できる：

- 図 2.12(c) では大きな半径の円柱形状における法線成分の副作用として、真ん中に筋状のクラスタが存在している。
- 図 2.12(b) では位置座標の効果により、該部分の発生が抑制されている。

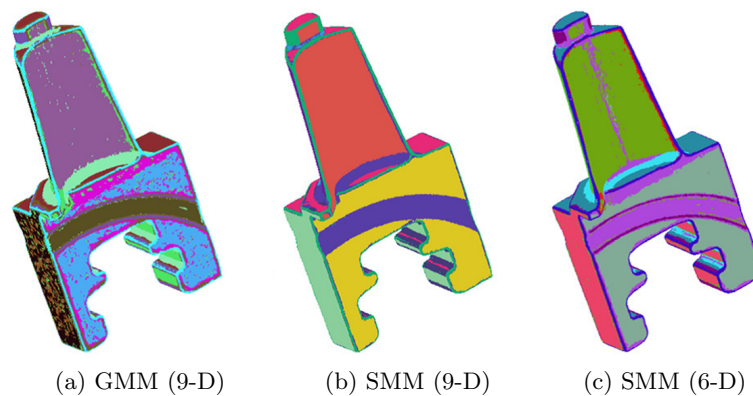


図 2.12. 拡散過程を使わない場合のクラスタリング結果の比較 [98]. (a) GMM によるクラスタリング結果. (b) SMM によるクラスタリング結果. (c) 位置座標を考慮しない 6 次元特徴空間 (曲率+法線) による SMM のクラスタリング結果.

### 2.6.2 既存プログラムによる評価

既存研究 [4] のプロトタイプとなる EfPiSoft [3] と商用ソフトウェア Geomagic Studio [36] を利用して、さらに実験を行った。後者は文献 [100] を実装したものである。

EfPiSoft による実験結果を図 2.13 の上段に示す。該プログラムではプリミティブ形状 (平面、球面および円柱面) とのフィッティング誤差に基づいてセグメンテーションを行う。実験結果から次の事実が確認できる：

- 部分的に良いセグメントが生成できている箇所も見られるが、特に破線の丸印を付けた部分では、最終の CAD モデルの事前イメージとなるようなセグメントが得られていない。

また、商用ソフトウェアによる実験結果を図 2.13 の下段に示す。該プログラムではチューニング可能な三つのパラメタが提供されている (図 2.13 のキャプションを参照)。デフォルト値は曲率の感度が低く設定されており、自動車外形データでは領域分割がほとんど行われなかった。そこで、図 2.9(c) に示した提案手法の結果に近づけるように、曲率の感度パラメタを調整した。実験結果から次の事実が確認できる：

- 図 2.13(d) に示す機械部品のセグメンテーションは、最終の CAD モデルの事前イメージになっており、優れた結果を示している。

- 図 2.13(e) と (f) に示す自動車外形のセグメンテーションは、CAD モデルの事前イメージとしては十分な結果にはなっていない。
- 曲率感度のチューニングでは図 2.13(e) の結果が限界で、それ以上の感度では小さなセグメントが発生している。

提案手法による結果 (図 2.8(c) と図 2.9(c)) と商用ソフトウェアによる結果を比較すると、機械部品では両者とも同質のセグメンテーション結果が得られたが、自動車外形については大きな差異が生じた。2.2.2 項で述べた通り、意匠データに対して良質のセグメンテーション結果を得ることは困難である。上記の事実は本研究の意義および提案手法の優位性を示すものである。

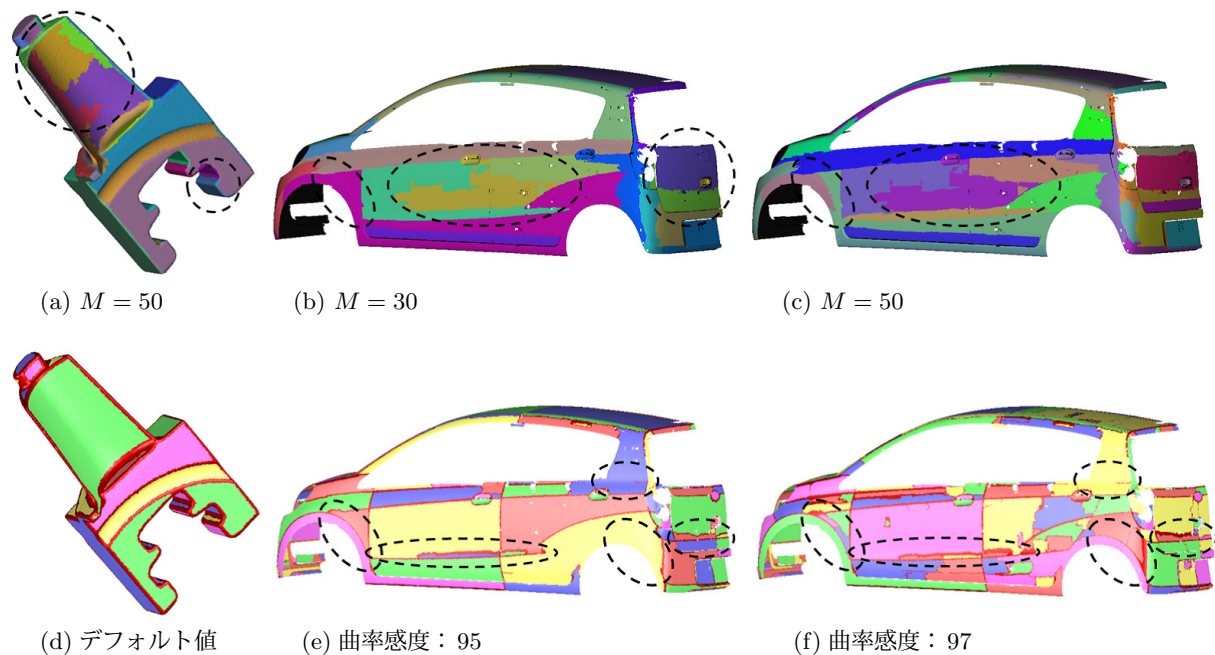


図 2.13. 既存研究プロトタイプ [3, 4] と商用ソフトウェア [36, 100] によるセグメンテーション結果 [98]. (a), (b), (c) 既存研究プロトタイプ [3] による結果を示し、該プログラムは Attene 等 [4] の研究論文を実装したもので、セグメント数  $M$  はエンドユーザが指定する仕様である。 (d), (e), (f) 商用ソフトウェア [36] による結果を示し、実装内容は [100] に示されている。 (d) 変更可能な三つのパラメタ (曲率感度: 70, セパレータ感度: 60, 最小エリア: 自動計算) はすべてデフォルト値を使用。 (e), (f) は曲率感度パラメタのみ変更。なお、曲率感度は 0 から 100 の間で指定できる。

### 2.6.3 形態学的な領域分割による改良

提案手法の結果には一つの課題がある。図 2.9(c) に示す結果では、後輪ホイールアーチ部のセグメント (R4 の部分) が CAD モデルの事前イメージとしては不十分である。同様の結果が図 2.14 においても確認できる。両者には、特徴線や意匠レリーフが途中で消滅し、その先の領域が  $G^2$  接続しているという特徴がある。曲率に基づくセグメンテーション手法では、このような対応が困難なため、さらに適切な領域に分割するための新たなアプローチが必要となる。そこで、形態学的領域分割 (morphological region splitting) 法を提案する [97]。形態学的処理のメッシュへの適用例



としては、特徴線抽出 (skeletonizing) [86] や領域成長法のシード生成 [102] があるが、本研究では領域分割に適用する。



図 2.14. キャラクタライン端末の  $G^2$  接続部の課題 [97]. 丸印の  $G^2$  接続部では領域が分割できない。

領域  $R_0$  が与えられたとき (図 2.15 (a)), 縮小操作 (contraction) により  $m$  個の分割領域  $\{R_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) を生成する (図 2.15(b)). ただし, 以下の基準を満たす場合とする:

$$\underbrace{\text{(i) } |R_0| > T_{min}, \quad \text{(ii) } \frac{|R_1|}{|R_0|} > \epsilon_1,}_{\text{小領域}} \quad \underbrace{\text{(iii) } \frac{A_1}{L_1^2} \geq \frac{A_0}{L_0^2}}_{\text{細長い領域}}.$$

ここで,  $\{R_i\}$  は各領域を構成するメッシュの頂点数  $|R_i|$  で降順にソートされているとし,  $A, L$  は領域の面積と周長で,  $T_{min}, \epsilon_1$  は閾値である. 条件 (i) と (ii) は小領域の発生を, (iii) は  $R_0$  よりも細長い領域 ( $\frac{A}{L^2} \ll 1$ ) の発生をそれぞれ抑止することを意味する. (2次元の場合,  $\frac{4\pi A}{L^2} \leq 1$  は等周不等式と呼ばれる.) その後, 各分割領域に対して拡張操作 (expansion) を行い, 新しい領域とする (図 2.15(c)).

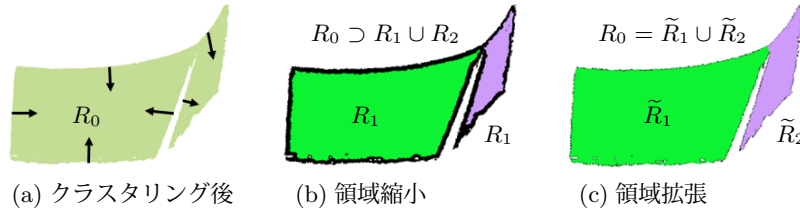


図 2.15. 形態学的な領域分割の手法. (a) セグメントの境界メッシュを内向きに側に. (b) セグメントの領域縮小による分割 (contraction/erosion). (c) セグメント分割後の領域拡張 (expansion/dilation).

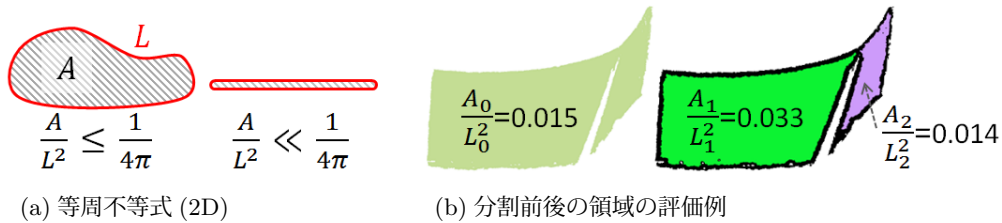


図 2.16. 等周不等式による評価とその例. ([97] の図を改変して使用.)

図 2.17 は特徴線まわりの  $G^2$  接続領域に対する形態学的な領域分割の結果を示す. 図 2.17(a) の平均曲率カラーマップから, ホイルアーチの特徴線が破線内部で消失していることが分かる. 曲率に基づく提案手法では領域  $R$  (図 2.17(b)) は一繋がり領域となっているが, 形態学的な領域分割手法により三つの領域に分割されている (図 2.17(c)).

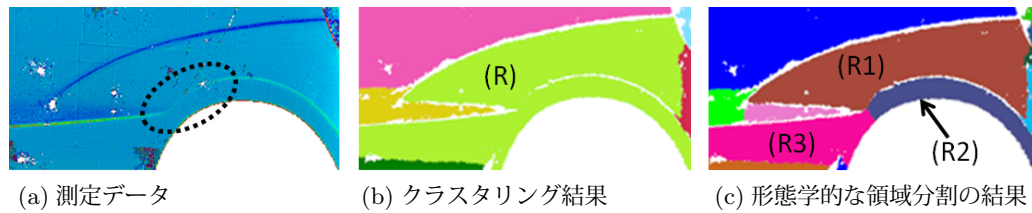


図 2.17. 形態学的な領域分割の手法による結果. (a) は平均曲率カラーマップを示す. なお, (b) と (c) には [97] の図を改変したものを使用.

形態学的領域分割は, 形状特徴が途中で消失するような意匠データに対して有効な手法であることを確認した. 本研究では分割領域の妥当性については元の領域よりも細長くならないことなどの基準を設定したが, 分割前後の領域に対する曲面フィッティングの誤差による基準なども有効である [116].

## 2.7 おわりに

本研究では, 意匠測定データのセグメンテーションのためのクラスタリング法と形態学的な領域分割手法を提案した. クラスタリングでは, 変分ベイズ近似による Student-t 混合分布 (SMM) をメッシュのセグメンテーションに新たに適用した. また, クラスタリングのための特徴空間を新たに設計し, 過分割 (over-segmentation) の発生を抑止した. 一方, 曲率に基づくアプローチでは分割が困難な領域に対して, 形態学的な処理による解決方法を示した.

実際の測定データに対する実験結果から, 以下の結論を得た:

- ガウス混合分布 (GMM) や既存のクラスタリング手法に較べて, 提案した SMM によるクラスタリングでは小断片状のクラスタの発生を抑止できた.
- 既存のプログラムの結果に較べて, 提案手法では CAD モデルに対する事前イメージとなるようなセグメンテーション結果が得られた.
- 意匠レリーフが途中で消失し, その先の領域が  $G^2$  連続で繋がっているような形状に対しては, 形態学的な領域分割法が有効であることを検証した.

今後の研究課題としては, モデル選択とよばれる最適なクラスタ数  $M$  の推定結果が, 実際に望ましい結果を与えるようなエネルギー関数を設計することが挙げられる.

## 付録 1) 測定データに対する異方性平滑化

異方性平滑化によるメッシュの頂点  $\mathbf{V}_n^{(t)}$  の更新式は次式で与えられる (詳細は [95] を参照) :

$$\mathbf{V}_n^{(t+1)} \leftarrow \mathbf{V}_n^{(t)} + \frac{2\lambda_n}{\sum_{n' \in \Lambda(n)} w_{nn'}} \sum_{n' \in \Lambda(n)} \frac{A_n^{(t)} + A_{n'}^{(t)}}{(l_{nn'}^A)^2} (\mathbf{V}_{n'}^{(t)} - \mathbf{V}_n^{(t)}). \quad (2.13)$$

ここで, 重み係数  $w_{nn'} = (w_{nn'}^A)^2$ , イテレーションの刻み幅  $\lambda_n = \left( \min_{n' \in \Lambda(n)} \{l_{nn'}\} \right)^4$  とする.

式 (2.8) と式 (2.13) の更新式を使って, メッシュの各頂点  $\mathbf{V}_n$  の位置を修正することにより, 形状特徴を保持しつつ測定データの平滑化が行える. 下図の実験結果に示すように, 上瞼の溝 (図 2.18) や細かな模様 (図 2.19) を維持しつつ測定データが平滑化されている.

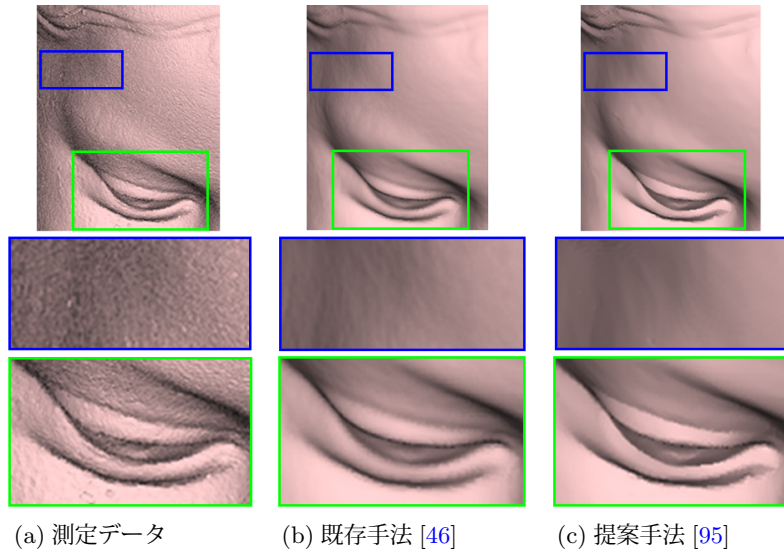


図 2.18. Bimba データに対する異方性平滑化の結果. ([95] の図を改変して使用.)

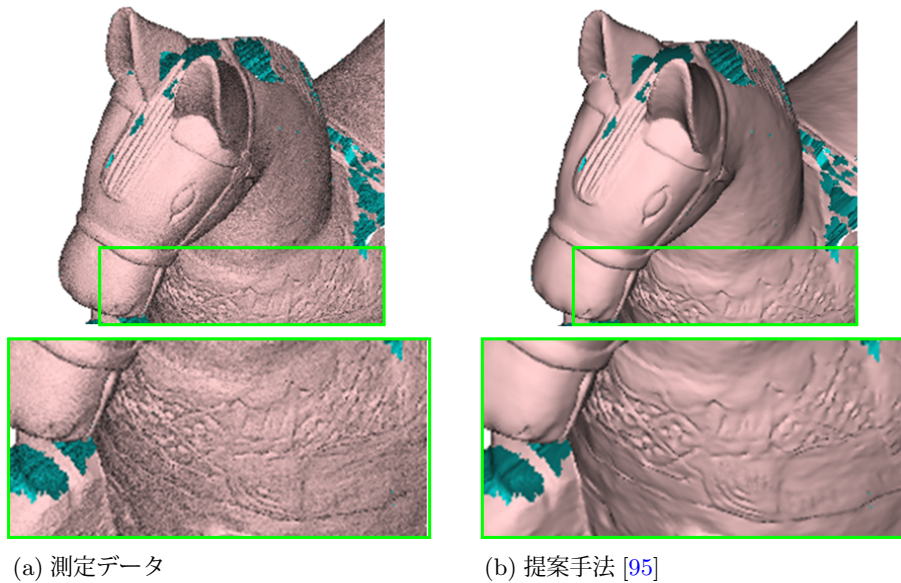


図 2.19. Isidore horse データに対する異方性平滑化の結果. ([95] の図を改変して使用.)

## 付録 2) SMM に対する変分ベイズ近似による E-M アルゴリズム

本研究のプロトタイプで実装した SMM の計算式を以下に記述する (詳細は [2] を参照). SMM の変分ベイズ近似法は, 二種類の潜在変数  $z_{nm}$  と  $u_{nm}$  とモデルパラメタに関する確率分布を逐次計算で求める手法である. 平均と分散にはガウス-ウィシャート分布, モデル混合比にはディリクレ分布, スケールパラメタにはガンマ分布が, 超パラメタ ( $\kappa_m$ ,  $\gamma_m$ ,  $m_m$ ,  $\eta_m$ ,  $S_m$ ) と共に課せられる.

$d$  次元のデータ点  $\mathbf{x}_n (1 \leq n \leq N)$  における  $q(z_{nm})$  と  $q(u_{nm})$  の変分事後分布の計算は以下の計算で与えられる (VB E-step):

$$q(z_{nm} = 1) \propto \frac{\Gamma(\frac{d+\nu_m}{2})}{\Gamma(\frac{\nu_m}{2})(\nu_m\pi)^{\frac{d}{2}}} \tilde{\pi}_m \tilde{\Lambda}_m^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{\gamma_m}{\nu_m} (\mathbf{x}_n - \mathbf{m}_m)^T S_m^{-1} (\mathbf{x}_n - \mathbf{m}_m) + \frac{d}{\nu_m \eta_m} \right\}^{-\frac{d+\nu_m}{2}},$$

$$q(u_{nm} | z_{nm} = 1) = \mathcal{G}(u_{nm} | \alpha_{nm}, \beta_{nm}),$$

ここで, デイガンマ関数  $\Psi(\cdot)$  を使うと,

$$\begin{aligned} \log \tilde{\pi}_m &\equiv \Psi(\kappa_m) - \Psi\left(\sum_{m'=1}^M \kappa_{m'}\right), \\ \log \tilde{\Lambda}_m &\equiv \sum_{i=1}^d \Psi\left(\frac{\gamma_m + 1 - i}{2}\right) + d \log 2 - \log |S_m|, \\ \alpha_{nm} &= (d + \nu_m)/2, \\ \beta_{nm} &= \frac{\gamma_m}{2} (\mathbf{x}_n - \mathbf{m}_m)^T S_m^{-1} (\mathbf{x}_n - \mathbf{m}_m) + \frac{d}{2\eta_m} + \frac{\nu_m}{2}. \end{aligned}$$

各データ点  $\mathbf{x}_n$  の負担率は事後分布  $q(z_n)$  の正規化によって次式で定義される:

$$\bar{\rho}_{nm} \equiv \frac{q(z_{nm} = 1)}{\sum_{m'=1}^M q(z_{nm'} = 1)}. \quad (2.14)$$

パラメタの更新は次式で与えられる (VB M-step):

$$\begin{aligned} \kappa_m &= N\bar{\pi}_m + \kappa_0, & \eta_m &= N\bar{\omega}_m + \eta_0, \\ \mathbf{m}_m &= \frac{N\bar{\omega}_m \bar{\boldsymbol{\mu}}_m + \eta_0 \mathbf{m}_0}{\eta_m}, & \gamma_m &= N\bar{\pi}_m + \gamma_0, \\ S_m &= N\bar{\omega}_m \bar{\Sigma}_m + \frac{N\bar{\omega}_m \eta_0}{\eta_m} (\bar{\boldsymbol{\mu}}_m - \mathbf{m}_0)(\bar{\boldsymbol{\mu}}_m - \mathbf{m}_0)^T + S_0, \\ \bar{\pi}_m &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \bar{\rho}_{nm}, & \bar{u}_{nm} &\equiv \frac{\alpha_{nm}}{\beta_{nm}}, & \bar{\omega}_m &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \bar{\rho}_{nm} \bar{u}_{nm}, \\ \bar{\boldsymbol{\mu}}_m &= \frac{1}{N\bar{\omega}_m} \sum_{n=1}^N \bar{\rho}_{nm} \bar{u}_{nm} \mathbf{x}_n, \\ \bar{\Sigma}_m &= \frac{1}{N\bar{\omega}_m} \sum_{n=1}^N \bar{\rho}_{nm} \bar{u}_{nm} (\mathbf{x}_n - \bar{\boldsymbol{\mu}}_m)(\mathbf{x}_n - \bar{\boldsymbol{\mu}}_m)^T. \end{aligned}$$

## 第3章 意匠測定データからの2D曲線の生成

### 3.1 はじめに

自動車外形などに代表される意匠デザインでは、(i) 複数のセグメント/パッチで構成される曲線/曲面を曲率連続で繋ぎつつ、(ii) 全体として滑らかな曲線/曲面として生成する必要がある。そのため、デザイン系の CAD システムでは Class A と称される曲率単調の滑らかな曲線/曲面を生成する機能を有し、多くのシステムでは三次以上のパラメトリック曲線/曲面が採用されている。

意匠 CAD データの生成過程において、平面曲線は最も基本的な形状要素でありながらも、その高い品質が強く求められる。基準曲面 (underlying surface) の典型的な生成法であるスイープ (掃引) モデリングでは、図 3.1(a) の概念図に示すように、カーブ定規で規定されるような基準曲線 (underlying curve) を図の矢印方向にスイープすることにより、生成される曲面の品質が保証される。意匠 CAD モデラがクレイモデルの測定データから実際に生成した曲線の例を、曲率プロファイルと共に、図 3.1(b) に示す。曲率プロファイルは曲線の各点での曲率 (あるいは曲率半径) に相当する大きさの直線を曲線の法線方向に表示したものである。意匠 CAD モデラは過去の経験に基づいて測定データとのフィッティング誤差を考慮しながら、上記 (i) と (ii) を満足するまでフィッティング作業を繰返しているという課題がある。

広く利用されている 3 次のパラメトリック曲線に対し、自由度の少ない 2 次の該曲線で要件 (i) と (ii) を満たすことは困難と考えられている。しかし、その一方で、曲率単調性やノイズを含む測定データへのロバスト性など、その使用の利点も考えられる。そこで、本研究では、意匠測定データに対する曲率連続な 2 次パラメトリック曲線のフィッティング法について議論する。

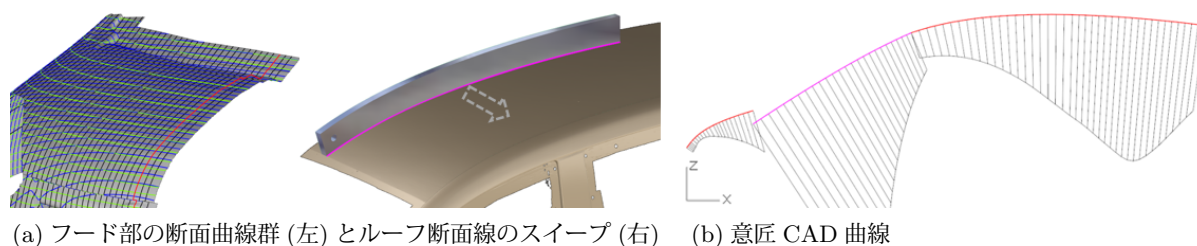


図 3.1. スイープ (掃引) モデリングおよび意匠 CAD モデラによる曲線の生成例 [99]. (b) では曲率半径の  $1/10$  の長さでプロファイルを示した。

#### 3.1.1 関連研究

滑らかな曲線の生成法に関しては多くの研究論文があるが、ここでは (a) 本質的に滑らかな曲線、(b) エネルギー最小化により得られる滑らかな曲線の二つのタイプに分類する。



a) **本質的に滑らかな曲線**. 区分的 2 次曲線は最も広く研究されており, 古くは Liming の研究 [62] が代表的なものとして挙げられ, 航空機のデザインへの応用例が示されている. 近年の研究論文 [87, 35, 118] では, 2 次 Bézier 曲線による  $G^2$  接続の問題が扱われている.

さらに, 多くの研究では 3 次の曲線を扱っている [69, 104, 74, 105, 42]. 特に, Mineur 等 [74] は *typical* 曲線とよばれる曲率単調な Bézier 曲線を提案した. 曲率単調は制御点の幾何学的な条件により保証される. その後,  $G^2$  接続の複合 Bézier 曲線に理論が拡張された [73, 90]. Mineur 等の研究目的は本研究と同じであるが, 彼らの研究では, 複合 Bézier 曲線の生成に際し, 分割位置の決定に課題があることが指摘されている.

b) **フェアリング**. エネルギー最小化による滑らかな曲線/曲面の生成法については, 古くから盛んに研究が行われている [49]. 曲線の滑らかさ (*fairness*) は汎関数  $\mathcal{L}$  の弧長積分の最小化によって評価される:

$$\min \int_0^L \mathcal{L}(s, \kappa(s), \kappa'(s), \kappa''(s)) ds,$$

ここで,  $\kappa$ ,  $s$  と  $L$  は, それぞれ, 曲率, 弧長パラメタおよび曲線長を示す. さらに,  $'$  (ダッシュ) は  $s$  での微分である. 通常, 汎関数は次式で定義される [75]:  $\mathcal{L}_{MEC} = \kappa^2$  (minimum energy curve) あるいは  $\mathcal{L}_{MVC} = (\kappa')^2$  (minimum variation curve).

$\mathcal{L}_{MEC}$  の積分の最小化は微分方程式  $\kappa''(s) + \frac{1}{2}\kappa^3(s) = 0$  [21] となり,  $\mathcal{L}_{MVC}$  の積分の最小化は Euler-Lagrange 方程式により  $\kappa''(s) = 0$  となる [43]. 後者の微分方程式は, 二回積分すると  $\kappa(s) = cs + d$  ( $c, d \in \mathbb{R}$ ) となり, 弧長に対する曲率の線形性をもつ曲線はクロソイド (*clothoid*) と呼ばれる代表的な曲率単調曲線である [22]. クロソイドをフィッティングに応用した研究も数多く報じられている [8, 67, 43].

$\mathcal{L} = (\kappa'')^2$  の積分の離散型は次式で与えられる [88, 39]:

$$\mathcal{L}_{Discrete} = \sum_i |\Delta^2 \kappa_i|^2, \quad (3.1)$$

ここで,  $\Delta^2 \kappa_i = \kappa_{i+1} - 2\kappa_i + \kappa_{i-1}$ . 意匠測定データに対するクロソイドのフィッティングは, 必ずしも最良の結果を保証するものではないが, 式 (3.1) を曲率のフェアリングに適用することは有用である. 詳細は 3.4.3 項で示す.

次項に移る前に, B-spline 曲線のノットの計算に関する研究を以下に示す.

**B-spline 曲線のノットの配置**. B-spline 曲線のフィッティングでは, 取り扱いが容易な一様ノットが使われていることが多い. しかし, 一様ノットで複雑な形状を精度良く表現しようとすると, 冗長なセグメントの発生を伴う. 一方, 非一様ノットによる B-spline 曲線のフィッティングでは, 適切なセグメント数による形状表現が可能となるが, 制御点とノットベクトルを求めるために多変数・多目的関数の最適化問題を解かねばならない. こうした問題に対して, 適応型のノット配置手法の計算法として, ヒューリスティック手法 [60], 遺伝的アルゴリズム [120], 確率過程アルゴリズム [76],  $L_1$  最適化手法 [53] などの様々な方法が提案されている.

以上をまとめると, 曲率連続の 2 次の多項式 B-spline 曲線によるフィッティングの研究は十分に行われておらず, 非一様ノットベクトルを適切なセグメント数による形状表現以外の目的に利用した研究もない.

### 3.1.2 本研究の貢献

本研究の貢献は次の通りである：

1. 平面曲線で表される意匠データに対する 2 次 B-spline 曲線によるフィッティング.
2. 非一様ノットベクトルによる曲率連続な 2 次 B-spline 曲線の実現.

第一に、自由曲線の表現に必要な最低次数のパラメトリック曲線を使用してフィッティングを行う。これにより、ノイズを含む測定データに対してもロバストなフィッティングが可能で、セグメント内では予期せぬ曲率ゼロ (inflection) の点の発生を防ぐことができる。また、得られた曲線に対して端末の延長操作を行っても、滑らかな曲率変化を維持した曲線が得られる。この延長操作は意匠デザインにおいて重要である。

第二に、Käferböck の研究 [52] では、三つの連続する制御点で構成された三角形の面積がどれも等しいという幾何学的な条件により、一様ノットによる曲率連続な 2 次 B-spline 曲線の生成を論じている。本研究では、非一様ノットによる曲率連続な 2 次 B-spline 曲線を生成する。制御点は複合 Bézier 曲線のフィッティングにより計算し、ノットベクトルは曲率連続を満足するように調整する。制御点とノットベクトルの計算を分割することで、複雑な最適化計算を回避できる。同時に、非一様ノットベクトルにより、少ないセグメント数でも望ましい形状表現が可能となる。

本章の以下の構成は次の通りである。3.2 節では提案手法を記述する。3.3 節では実験結果を示す。3.4 節では既存手法との比較により提案手法の効果を考察する。最後に、3.5 節では本章のまとめを行う。

## 3.2 方法

2 次の非一様 B-spline 曲線によるフィッティング法を示す。提案手法は三つの処理からなる。初めに、セグメント接続点で  $G^0$  (位置連続) 条件を課し、複合 Bézier 曲線によるフィッティングを行う (Step 1)。次に、Step 1 で得られた曲線に対し、 $G^1$  (接線連続) 条件を課して再フィッティングを行う (Step 2)。最後に、Step 2 で得られた制御点から B-spline 曲線の制御点と最適なノットベクトルを求め、 $G^2$  曲線を得る (Step 3)。以下の各項ではステップ毎の詳細を述べる。

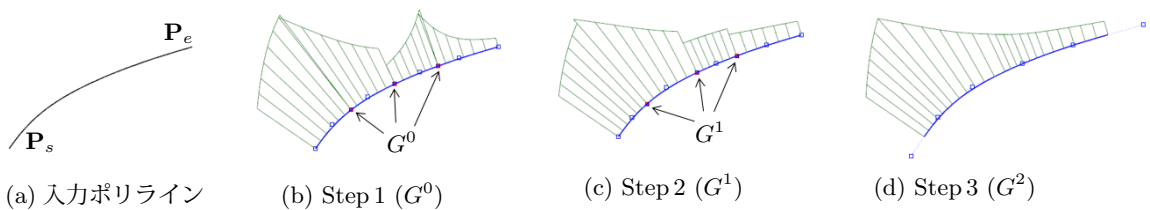


図 3.2. 曲線フィッティングのプロセス：セグメント数  $M=4$  の例 [99].

本研究では、測定点列や測定メッシュなどから生成されたポリラインを入力データとする。また、曲線フィッティングの境界条件として、求める曲線  $C$  の両端末  $C_s$ ,  $C_e$  を入力データの端末  $P_s$ ,  $P_e$  にそれぞれ固定する (図 3.2(a))：

$$C_s = P_s, \quad C_e = P_e. \quad (3.2)$$

### 3.2.1 Step 1 : 2 次 $G^0$ の複合 Bézier 曲線によるフィッティング

入力データに対し、指定されたセグメント数  $M$  の 2 次複合 Bézier 曲線の最小二乗法によるフィッティングを行う。本処理では入力データからセグメント分割位置を適切に推定することを目的とし、Bézier 曲線の接続点では  $G^0$  条件を課す。敢えて微分連続性の条件を与えないことで解が鈍らず、フィッティング誤差を小さく抑えられる。図 3.2(b) は本処理で得られる曲線の例を示す。

2 次  $G^0$  の複合 Bézier 曲線  $\mathbf{C}^{G^0}$  を得るために、次の目的関数  $J_1$  を最小にするような  $(2M - 1)$  個 (Bézier 接続点での重複した制御点および式 (3.2) の条件による曲線の両端の制御点を除く) の制御点を計算する：

$$J_1 = \sum_{i=1}^N (\mathbf{C}^{G^0}(u_i) - \mathbf{P}_i)^2, \quad (3.3)$$

ここで、 $\mathbf{P}_i$  は  $\mathbf{C}^{G^0}(u_i)$  に対する入力データ上の最近点で、 $N$  は評価点数である。本研究では  $N = 100$  とした。

入力データが滑らかであれば、得られる曲線は  $G^1$  に近い条件を満たしているものと期待できる。しかし、図 3.3 に示す例のように、入力データの内部で微妙に折れ曲がっている場合も存在する。そこで、本研究では曲線の滑らかさの指標として、次の条件を導入する

**滑らかさ。** 二つの接線ベクトル  $\mathbf{T}_e^{(m)}$ 、 $\mathbf{T}_s^{(m+1)}$  のなす角が  $\alpha$  度以下ならば、二つの Bézier 曲線は結合部で滑らかである。

Step 1 で得られた複合 Bézier 曲線が該条件を満足していなかった場合、本研究では結合部で曲線を分割する。なお、実験では  $\alpha = 3$  度とした。



図 3.3. セグメント間の接続が滑らかでない曲線の例 [99].

### 3.2.2 Step 2 : 2 次 $G^1$ の複合 Bézier 曲線によるフィッティング

Step 1 で得られた曲線  $\mathbf{C}^{G^0}$  に対して接続点に  $G^1$  条件を課し、再び最小二乗フィッティングを行う。この再フィッティングでは、 $\mathbf{C}^{G^0}$  による適切な初期値 (制御点) から計算が行なえる。図 3.2(c) は本処理で得られる曲線の例を示す。  $G^1$  条件は各 Bézier 曲線のスケールを考慮し、二つの接線ベクトル  $\mathbf{T}_e^{(m)}$ 、 $\mathbf{T}_s^{(m+1)}$  の大きさの比によってスケール因子を定義する [48]：

$$k_m = \frac{|\mathbf{T}_e^{(m)}|}{|\mathbf{T}_s^{(m+1)}|} = \frac{|\mathbf{Q}_n^{(m)} - \mathbf{Q}_{n-1}^{(m)}|}{|\mathbf{Q}_1^{(m+1)} - \mathbf{Q}_0^{(m+1)}|},$$



ここで、 $\mathbf{Q}_i^{(m)}$  は  $m$  番目のセグメントの  $i$  番目の Bézier 制御点である (図 3.4 を参照)。このとき、接続点における  $G^1$  条件は次式で与えられる：

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_n^{(m)} &= \mathbf{Q}_0^{(m+1)}, \\ \mathbf{Q}_n^{(m)} - \mathbf{Q}_{n-1}^{(m)} &= k_m \left( \mathbf{Q}_1^{(m+1)} - \mathbf{Q}_0^{(m+1)} \right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

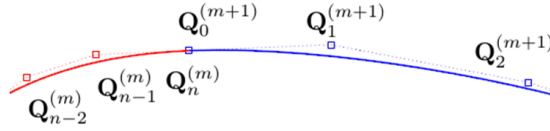


図 3.4. Bézier の制御点 [99].

### 3.2.3 Step 3 : 2 次 $G^2$ の非一様 B-spline 曲線によるフィッティング

Step 2 で得られた曲線  $\mathbf{C}^{G^1}$  から、次の手順により 2 次  $G^2$  の非一様 B-spline 曲線  $\mathbf{C}^{G^2}$  を生成する。図 3.2(d) はこれらの処理により得られた曲線の例を示す。

1. 制御点の選択.
2. ノットベクトルの初期値の計算.
3. ノットベクトルの最適化.

第一に、曲線  $\mathbf{C}^{G^1}$  から Bézier 接続点以外の制御点  $\{\mathbf{Q}_i\}_{i=0}^{M+1}$  を抽出する。セグメント数  $M=4$  の場合は、図 3.5(a) に示すように、 $\{\mathbf{Q}_i\}_{i=0}^5 = \{\mathbf{Q}_0^{(0)}, \mathbf{Q}_1^{(0)}, \mathbf{Q}_1^{(1)}, \mathbf{Q}_1^{(2)}, \mathbf{Q}_1^{(3)}, \mathbf{Q}_2^{(3)}\}$  の 6 個の制御点が抽出される。この抽出点を B-spline 曲線の制御点として利用するために、両端の制御点はその反射点に変換する。 $M=4$  の場合、 $\mathbf{Q}_0 \leftarrow 2\mathbf{Q}_0^{(0)} - \mathbf{Q}_1^{(0)}$  および  $\mathbf{Q}_5 \leftarrow 2\mathbf{Q}_2^{(3)} - \mathbf{Q}_1^{(3)}$  となる。

第二に、ノット間隔  $d_i$  を計算する。これは、隣合う二つのノットベクトルの差として定義される。2 次 (偶数次) の B-spline 曲線では、 $d_i$  は各 B-spline 制御点に割り当てられ、その大きさは対応する Bézier 曲線の制御ポリゴンの弦長に関する [89]。本研究では、Step 2 で得られた曲線  $\mathbf{C}^{G^1}$  の制御点から次式によってノット区間を求める：

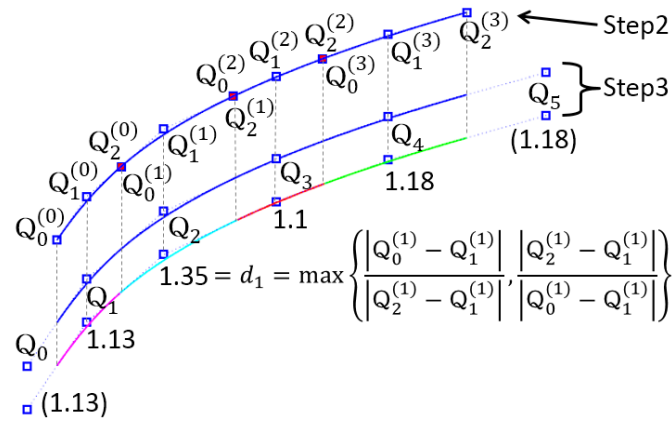
$$d_i = \max \left\{ \frac{|\mathbf{Q}_0^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|}{|\mathbf{Q}_2^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|}, \frac{|\mathbf{Q}_2^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|}{|\mathbf{Q}_0^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|} \right\}.$$

図 3.5(b) は、図 3.5(a) に示す曲線からノット間隔およびノットベクトル計算したものである。

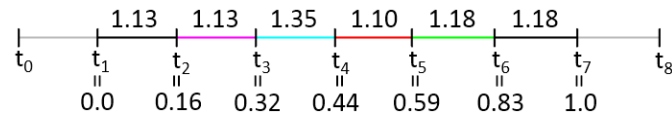
第三に、B-spline 曲線のセグメント間で  $G^2$  接続となるようにノット間隔を調整する。本研究では、次の目的関数の最小化により最適なノット間隔を求める：

$$J_2 = \sum_{i=1}^N \left( \mathbf{C}^{G^2}(u_i) - \tilde{\mathbf{P}}_i \right)^2 + \sum_{m=1}^{M-1} (\kappa_m^+ - \kappa_m^-)^2, \quad (3.5)$$

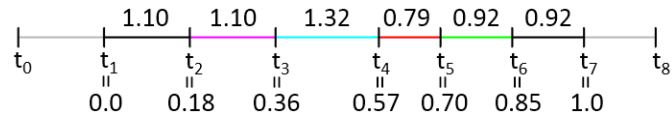
ここで、 $\kappa_m^+$  ( $\kappa_m^-$ ) は  $m$  番目のセグメント点における右 (左) 側からの曲率値を示す。式 (3.5) の最小化計算では曲線  $\mathbf{C}^{G^2}$  の制御点は固定し、解くべき変数はノット間隔のみとする。



(a) 制御点とノット間隔



(b) ノット間隔とノットベクトル (初期値)



(c) ノット間隔とノットベクトル (最適値)

図 3.5. 4 セグメントの2次 B-spline 曲線のノットベクトルの計算例 [99].

### 3.2.4 アルゴリズム

曲線フィッティングの手順を以下に示す。

#### 曲線フィッティングのプロセス

1. 入力. 曲線データ (ポリライン, 測定線など).
2. 初期条件の設定.
  - 2.1 入力データの正規化. 入力データの曲線長を1とするようにデータを正規化し, 入力データの中心を原点とする局所座標を設定.
  - 2.2 初期制御点の計算. 初めに, 入力データの両端点  $P_s$  と  $P_e$  における接線の交点  $P$  を計算し, 三点  $P_s, P, P_e$  から2次 Bézier 曲線を生成する. 次に, Bézier 曲線の次数を  $M \geq 2$  ( $M$  は指定されたセグメント数) に上げて, 該曲線をその制御点の最近点で  $M$  個のセグメントに分割する. 各セグメントに対し, 両端点と接線の交点の三点から Bézier 曲線を生成する.
3. 2次曲線のフィッティング.
  - Step 1)  $G^0$  フィッティング. 曲線のセグメンテーション (3.2.1 項).
  - Step 2)  $G^1$  フィッティング. 複合 Bézier 曲線の生成 (3.2.2 項).
  - Step 3)  $G^2$  フィッティング. 非一様 B-spline 曲線の生成 (3.2.3 項).
4. 出力. 得られた曲線を元のスケールに戻す. □

### 3.3 結果

提案手法のプロトタイプを Intel/Core i7 (3.5GHz) の PC 上に実装し、曲線の生成実験を行った。式 (3.3) と式 (3.5) の最適化計算には、非線形最適化のための C++ ライブラリ (NLopt[78]) を使用した。該ライブラリが提供する幾つかのメソッドの中から、導関数が不要な Nelder-Mead 法 (滑降シンプレックス法)[77] を選択した。通常、局所最適解よりも大域的最適解の方に意味があるが、3 ステップからなる提案手法では、各ステップで得られた解が次ステップの初期値に設定されるため、Step 1 で得られる解が妥当であれば最終的に得られる Step 3 の解の妥当性も高く、大域的最適解に近いものであるとした。収束判定条件はすべての最適化変数の変化が指定したトレランス ( $1 \times 10^{-6}$ ) 以下となった場合とした。

実験には次の三種類のデータを使用した (表 3.1 参照)：

- 1) 意匠 CAD モデラが作成した曲線をポリライン近似したもの (図 3.6(a)).
- 2) 上記 1) のデータに対して、人工的にノイズ ( $\pm 0.2$  mm 程度) を付加したもの (図 3.6(b)).
- 3) 実際の測定データ (図 3.7).

各データに対するフィッティング結果をそれぞれ 3.3.1 項と 3.3.2 項に示す。

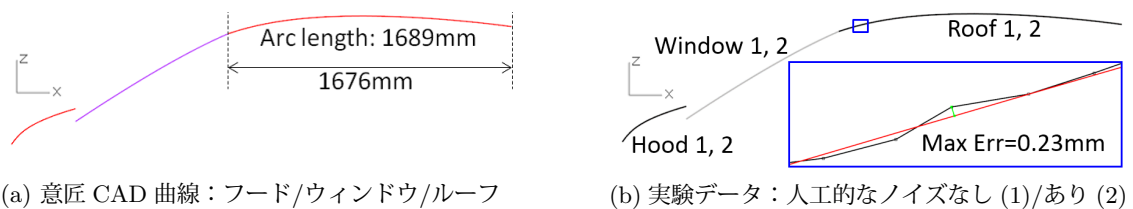


図 3.6. CAD データから生成したノイズを含むポリライン [99]. 0.2 mm 程度のノイズを付加した。

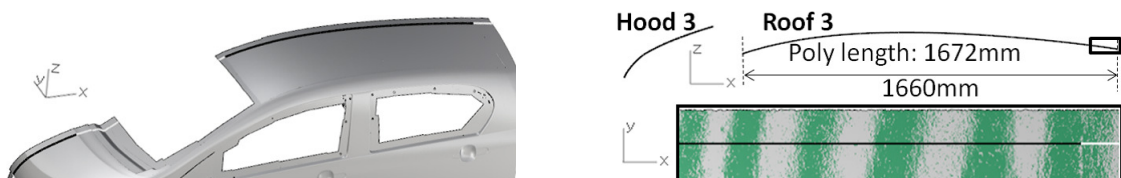


図 3.7. 測定データのモデル中心から抽出した断面ポリライン [99].

#### 3.3.1 CAD データに対する結果

##### ノイズのない場合

図 3.8 (Hood 1), 図 3.9 (Roof 1) および図 3.10 (Window 1) は、各ステップで得られた曲線と曲率および曲率半径プロファイルを示したものである。曲率プロファイルは視認性を考慮して適当にスケールしているが、曲率半径プロファイルに関してはスケール値を 1/10 とした。表 3.2 は誤差解析 (正解とする元の CAD データからの最大離れ距離) の結果と処理時間を示す。

これらの結果から次の事実が確認できる：

表 3.1. 実験データの特徴. 最大誤差は CAD データからの最大離れ距離を示す.

データ	データの性質	頂点数	曲線長 (mm)	最大誤差 (mm)
Hood 1	CAD データから生成したポリライン	261	442	$1.13 \times 10^{-3}$
Window 1		612	1041	$1.41 \times 10^{-4}$
Roof 1		1000	1689	$2.35 \times 10^{-4}$
Hood 2	CAD データから生成したポリライン に人工的なノイズを付加	261	444	0.271
Window 2		612	1046	0.268
Roof 2		1000	1697	0.233
Hood 3	測定データから抽出したポリライン	334	476	—
Roof 3		1021	1672	—

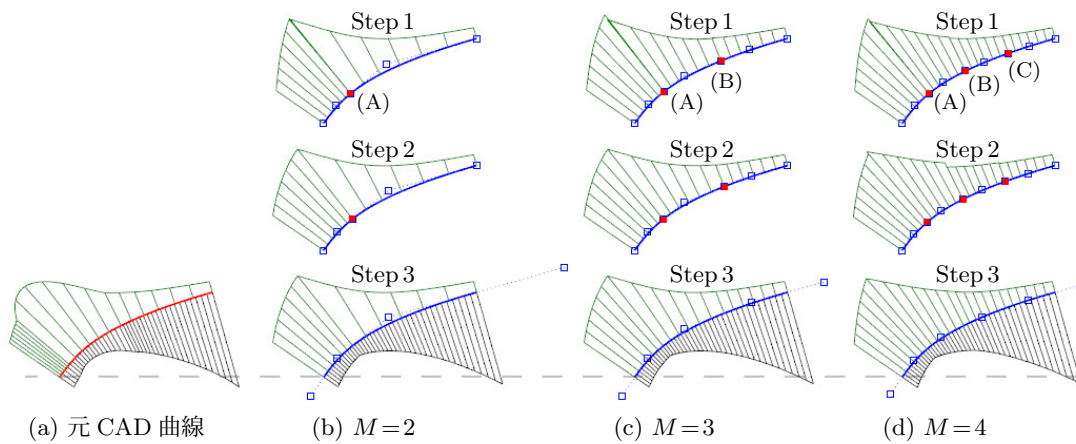


図 3.8. データ Hood 1 に対する結果 [99]. (a) 意匠 CAD モデラにより作成された意匠曲線. (b), (c), (d) 提案手法による結果. 赤点は複合 Bézier 曲線の接続点を示す.

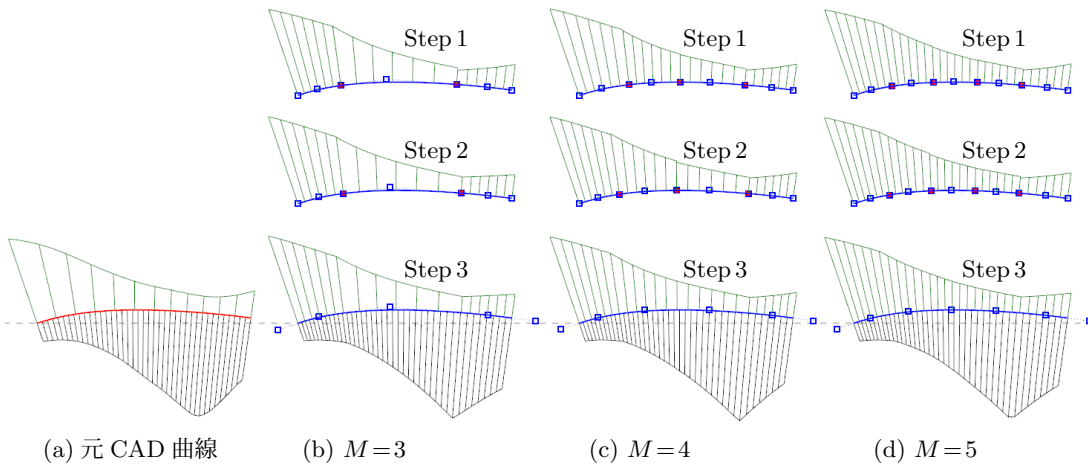


図 3.9. データ Roof 1 に対する結果 [99].

- Step 3 では  $G^2$  条件を満たす 2 次非一様 B-spline 曲線が得られた.
- 得られた曲線の曲率プロファイルはセグメント数  $M$  によらず, 正解とする意匠曲線のもの

と同じ傾向である。

- 意匠曲線との誤差は、大半のケースで 0.1 mm 以下となり十分小さい。
- Step 2 で得られた曲線でも、 $G^1$  条件しか与えていないにも関わらず、 $G^2$  条件に近い曲線が得られている。

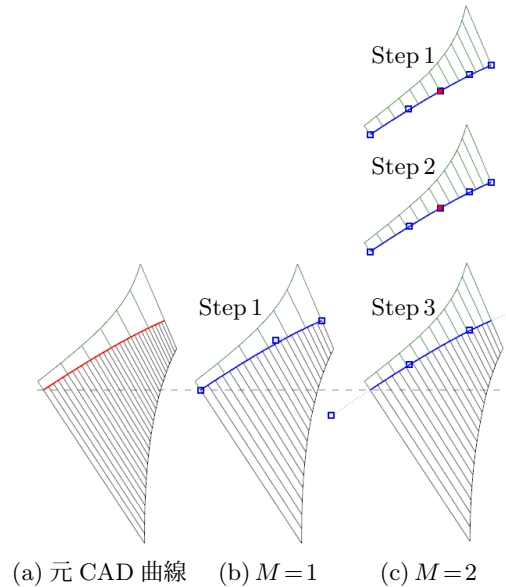


図 3.10. データ Window 1 に対する結果 [99].

表 3.2. ノイズのないポリラインに対するフィッティング結果.

データ	セグメント数 $M$	Step1( $G^0$ )		Step2( $G^1$ )		Step3( $G^2$ )		処理合計 (s)
		最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	
Hood 1	2	0.018	1	0.037	1	0.037	0.1	2.5
	3	0.026	2	0.036	9	0.036	0.1	12
	4	0.017	3	0.019	12	0.051	0.1	15
Window 1	1	$8.44 \times 10^{-5}$	0.1	—	—	—	—	0.5
	2	$8.95 \times 10^{-5}$	0.1	$8.33 \times 10^{-5}$	0.1	$9.94 \times 10^{-5}$	0.1	0.5
Roof 1	3	0.029	21	0.029	3	0.029	0.1	24.5
	4	0.012	28	0.013	9	0.103	0.1	37.5
	5	$6.77 \times 10^{-3}$	7	0.010	1	0.042	0.2	8.5

## ノイズを加えた場合

図 3.11 (Hood 2), 図 3.12 (Roof 2) および図 3.13 (Window 2) は, ノイズを加えたデータから生成した曲線を示す. 意匠曲線との最大誤差および処理時間は, 表 3.3 に示す通りである. これらの結果から次の事実が確認できる:

- ノイズのない場合と比べ, セグメント数  $M$  の増加に伴い, Step 1 と Step 2 における複合 Bézier 曲線の接続点における曲率の差異が大きくなっている.
- Step の進行に伴い, 接続点における曲率の差異は小さくなっている. Step 3 では  $G^2$  連続の 2 次非一様 B-spline 曲線が得られ, 曲率プロファイルはセグメント数  $M$  によらず意匠曲線と同じ傾向を示す.
- 最大誤差は, 大半のケースで 0.2 mm 以下である.

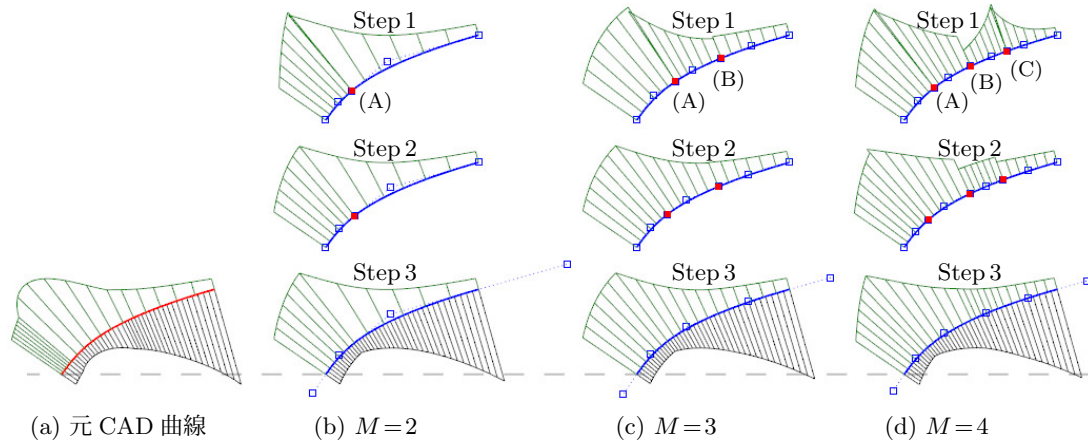


図 3.11. データ Hood 2 に対する結果 [99]. (a) 意匠 CAD モデルにより作成された意匠曲線. (b), (c), (d) 提案手法による結果. 赤点は複合 Bézier 曲線の接続点を示す.

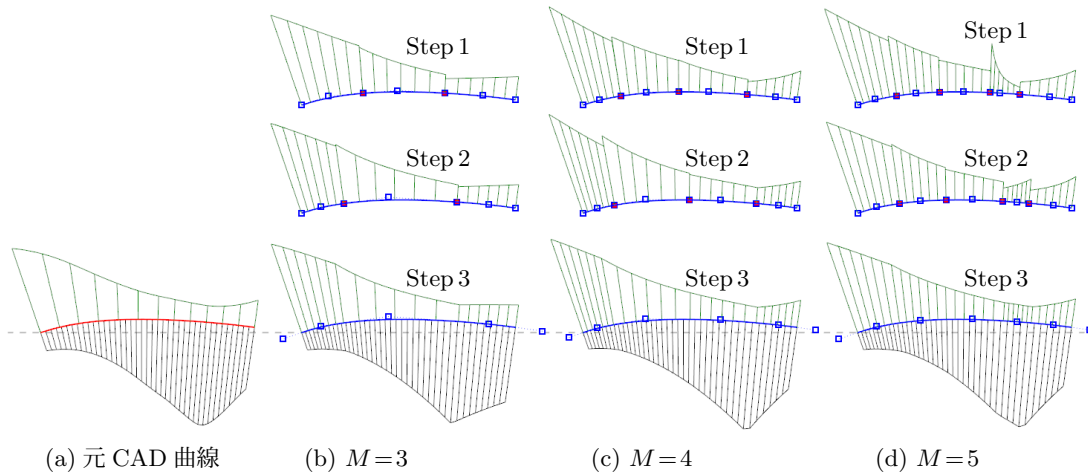


図 3.12. データ Roof 2 に対する結果 [99].



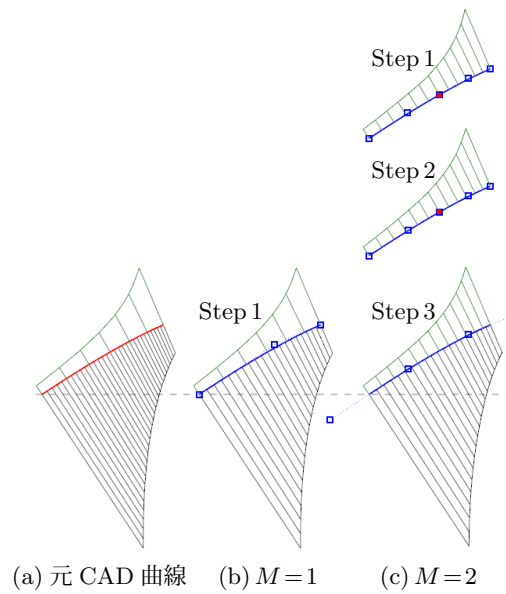


図 3.13. データ Window 2 に対する結果 [99].

表 3.3. 人工的なノイズを付加したポリラインに対するフィッティング結果.

データ	セグメント数 $M$	Step1( $G^0$ )		Step2( $G^1$ )		Step3( $G^2$ )		処理合計 (s)
		最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	
Hood 2	2	0.071	1	0.080	0.1	0.080	0.1	2
	3	0.065	4	0.080	4	0.080	0.1	8
	4	0.170	5	0.065	5	0.142	0.1	11
Window 2	1	0.018	0.1	—	—	—	—	0.5
	2	0.042	2	0.031	0.1	0.027	0.1	2.5
Roof 2	3	0.075	4	0.085	6	0.232	0.2	11
	4	0.103	13	0.080	9	0.154	0.2	23
	5	0.162	28	0.078	8	0.091	0.2	38

### 3.3.2 測定データに対する結果

自動車の測定データから抽出した断面線 (ポリライン) に対する実験結果を図 3.14 と図 3.15 に示す. 図 3.14(d) および図 3.15(d) と (e) は, 同データに対して意匠 CAD モデラが作成した曲線である. 誤差解析の結果と処理時間は, 表 3.4 に示す通りである.

第一に, データ Roof3 (図 3.14) の結果から, 提案手法による結果は, セグメント数  $M$  によらず互いに曲率プロファイルが酷似しており, 意匠 CAD モデラが作成したものと同質の曲線であることが確認できる.

第二に, データ Hood 3 (図 3.15) の結果からは, 次の事実が確認できる:

- Step 1 で得られた曲線は, 隣合う Bézier 曲線の接合部 (A) と (B) での接線角が大きい. 接線角の値は, Hood 1 と Hood 2 と共に表 3.5 にまとめた.



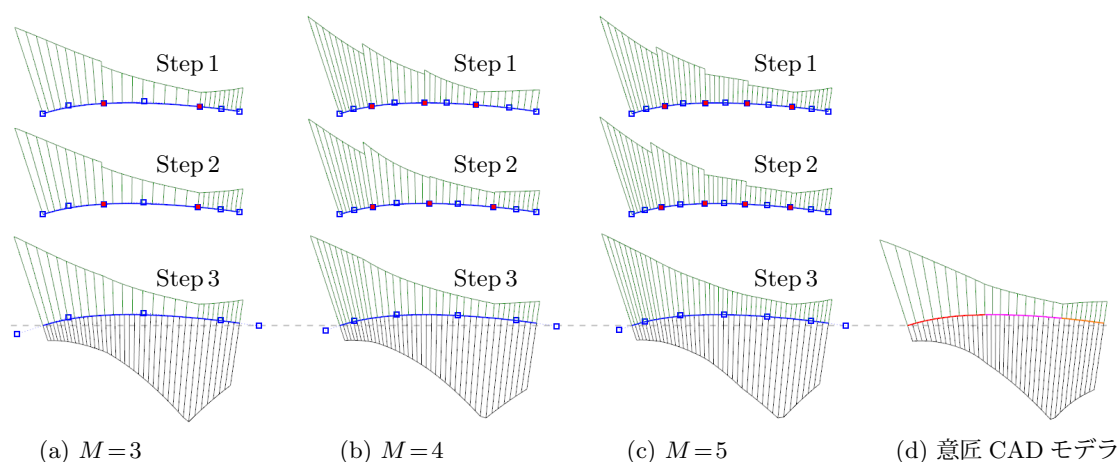


図 3.14. データ Roof3 に対する結果 [99]. (a), (b), (c) 提案手法による結果. 赤点は複合 Bézier 曲線の接続点を示す. (d) 意匠 CAD モデラによる曲線.

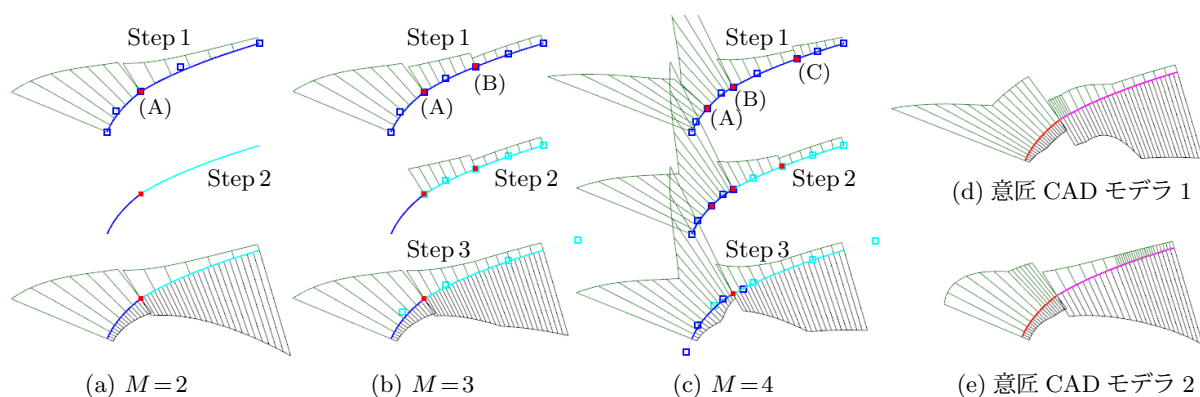


図 3.15. データ Hood3 に対する結果 [99]. (a), (b), (c) 提案手法による結果. (d), (e) 意匠 CAD モデラによる曲線.

表 3.4. 測定メッシュからの断面ポリラインに対する結果.

データ	セグメント数 $M$	Step1( $G^0$ )		Step2( $G^1$ )		Step3( $G^2$ )		処理合計 (s)	意匠 CAD モデラ	
		最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)		最大誤差 (mm)	作業時間 (分)
Hood 3	2	0.176	0.1	0.176	0	—	—	1	0.377 (d)	
	3	0.225	6	0.225	0.1	0.249	0.1	1	および	30
	4	0.180	10	0.189	1	0.189	0.1	2	0.099 (e)	
Roof 3	3	0.127	12	0.128	3	0.345	0.1	17		
	4	0.066	16	0.068	5	0.282	0.2	23	0.236	15
	5	0.067	24	0.066	4	0.304	0.2	29		

- 図 3.15(a) と (b) に示す (A) の位置は図 3.16(a) に示す意匠 R 内に存在し, 図 3.15(c) における (B) の位置は意匠 R の外側に存在する.

二番目の点に関し, 図 3.15(c) の (B) 付近の曲率が大きくなっているのは, 意匠 R (フィレットの

ような形状) 部を完全に含むデータに対してフィッティングが行われたことに起因する。意匠 CAD モデラは、意匠 R は後から作成するものとして、図 3.16(b) に示すように、意図的に意匠 R 部のデータから離れた二つの曲線を生成している。本研究の手法では、こうした意匠 CAD モデラが行う方法を扱うことができない。意匠 R 部分のデータを無視し、その中央部付近で交点を持たせるように曲線フィッティングを行う必要があるが、この点については次章の研究で詳しく取り上げる。

表 3.5. 複合 Bézier 曲線の接続点での接線角.

データ	セグメント数 $M$	角度差 (deg)		
		(A)	(B)	(C)
Hood 1	2	0.535	—	—
	3	0.624	0.012	—
	4	0.463	0.118	0.002
Hood 2	2	0.769	—	—
	3	1.299	0.397	—
	4	1.084	0.576	2.373
Hood 3	2	<b>6.089</b>	—	—
	3	<b>6.431</b>	0.0	—
	4	1.444	<b>4.025</b>	0.608

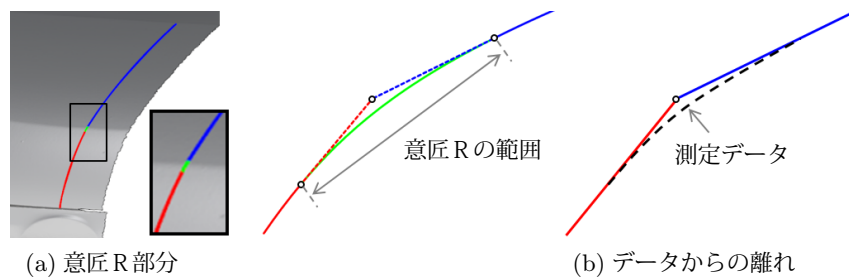


図 3.16. 意匠 R の説明 [99].

## 3.4 考察

本研究における提案手法の効果を検証するために、次の点について議論する：

1. Step 1 の処理を省いた場合.
2. Step 3 で一様 B-spline 曲線を使用した場合.
3. 既存手法との比較.

### 3.4.1 Step 1 の効果

Step 1 の処理を省いてフィッティングを行った結果を図 3.17 (c) に示す。比較を容易にするため、図 3.9(a) と (b) に示す図を併示した。誤差評価と処理時間は表 3.6 の通りである。この結果から次の事実が確認できる：

- Step 2 では、図 3.17(b) に対して、図 3.17(c) の制御点の間隔がより等間隔になっている。
- Step 3 では、図 3.17(b) に対して、図 3.17(c) の右端の曲率が若干小さくなっている。
- 表 3.2 と表 3.6 を較べると、Step 1 を省いた場合、Step 2 と Step 3 の最大誤差が増加している。

上記の事実から、Step 1 の処理は形状を正確に捉えるための重要な役割を果たしていることが分かる。実際、実験に使用した Hood や Roof の意匠曲線は単純な曲率単調曲線ではなく、曲率の増減を伴い、その変化も微妙である。3.1 節で述べたように、意匠 CAD モデラはこうした微妙な変化をデータから読み取り、全体として滑らかな曲率変化の曲線を生成することに苦労している。Step 1 はセグメント構成を把握するための有効な処理 (セグメンテーション) になっており、接続点における微分値の連続性の条件は阻害要因になることが示された。

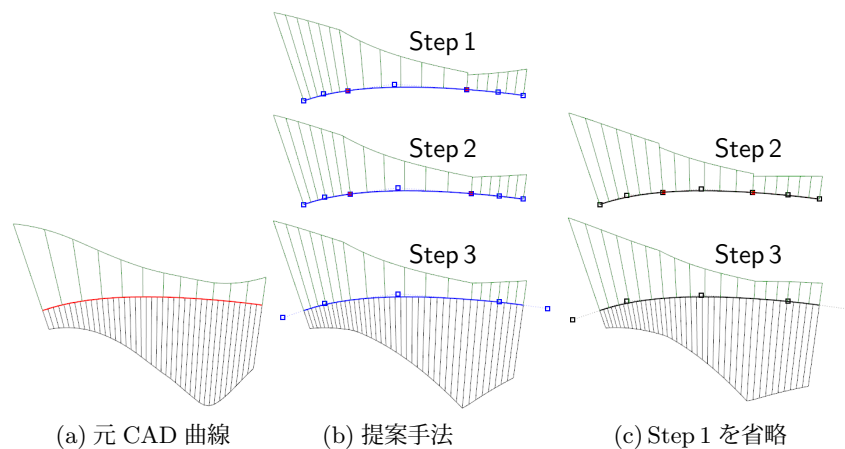


図 3.17. Step 1 の処理を省いた場合のフィッティング結果 (Roof 1) [99].

表 3.6. Step 1 の処理を省いた場合の最大誤差.

データ	セグメント数 $M$	Step1( $G^0$ )		Step2( $G^1$ )		Step3( $G^2$ )		処理合計
		最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	
Roof 1	3	—	—	0.058	5	0.153	0.1	5.5

### 3.4.2 一様 B-spline 曲線との比較

2 次の一様 B-spline 曲線によるフィッティング結果を図 3.18 に示す。比較を容易にするために、各列の上段には図 3.8 の Step 3 の結果を併示した。参考として、中段の図は上段の Step 3 の結果に対してノットベクトルを一様に変更した結果である。下段の図は Käferböck の方法 [52] に従い、2 次の一様 B-spline 曲線が  $G^2$  条件を満たすように制御点の拘束条件を付加したフィッティングの結果である。この結果から次の事実が確認できる：

- 図 3.18(a) の  $M = 2$  の場合、提案手法の結果 (上段) に対し、一様 B-spline 曲線によるフィッティング (下段) では制御点の位置および曲率プロファイルが大きく異なる。

- $M$  の増加につれて、それらの差は小さくなっている。

上記の事実から、一様 B-spline 曲線によるフィッティングに比べ、提案手法ではより少ないセグメント数  $M$  で適切にフィッティングが行え、冗長なセグメントの発生を抑止できることを確認した。

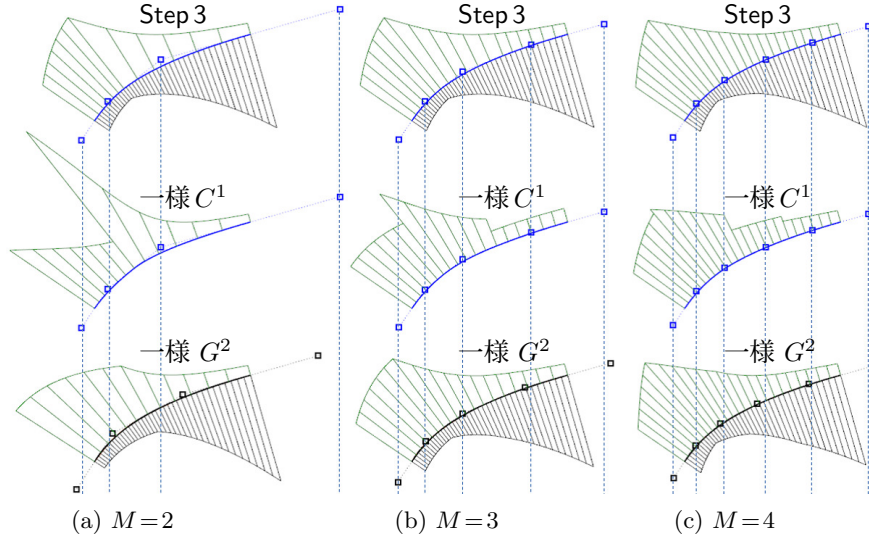


図 3.18. 2 次の一様 B-spline 曲線によるフィッティング結果との比較 (Hood 1) [99]. 上段：図 3.8 の Step 3 の結果，中段：上段の結果に対してノットベクトルを一様に変更した結果，下段：2 次の一様 B-spline 曲線によるフィッティング [52] の結果。

### 3.4.3 既存のフェアリング技術との比較

提案手法に対する比較のため，次の目的関数  $J$  の最小化により 3 次  $G^2$  の複合 Bézier 曲線  $\mathbf{C}(u)$  を生成する：

$$J = \sum_{i=1}^N (\mathbf{C}(u_i) - \mathbf{P}_i)^2 + \epsilon \mathcal{L}_{Discrete},$$

ここで， $\mathcal{L}_{Discrete}$  は式 (3.1) で定義され， $\epsilon$  は重み係数である。 $G^2$  条件として，式 (3.4) に次式を追加した：

$$\mathbf{Q}_n^{(m)} - 2\mathbf{Q}_{n-1}^{(m)} + \mathbf{Q}_{n-2}^{(m)} = k_m^2 \left( \mathbf{Q}_2^{(m+1)} - 2\mathbf{Q}_1^{(m+1)} + \mathbf{Q}_0^{(m+1)} \right).$$

目的関数  $J$  の最小化により得られた曲線を図 3.19 に示し，誤差解析の結果を表 3.7 の左列 (a) に示す。これらの結果から次の事実が確認できる：

- $\epsilon=0$  の単純な最小二乗フィッティングでは，表 3.7(a) に示す通り，提案手法による結果 (表 3.7(b) の Step 3 の列) と較べて，半数以上のケースで誤差の少ない曲線を生成している。しかし，図 3.19(a) と (c) に示す通り，曲率プロファイルが  $M$  の増加につれて悪化している。
- $\epsilon=0.001$  のフェアリングでは，図 3.19(b) と (d) に示す滑らかな曲線が得られたが，図 3.19(b) の曲率プロファイルは元 CAD 曲線で示されたものとは傾向が異なっている。

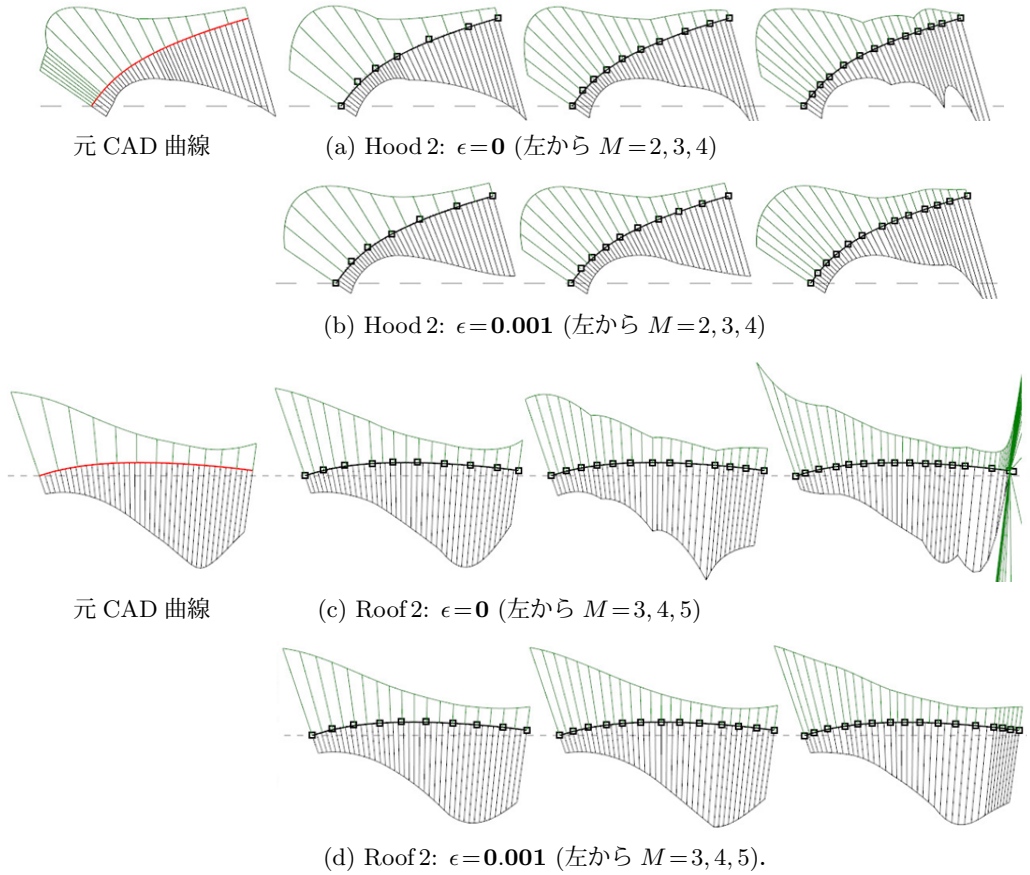


図 3.19. 最小二乗法 ( $\epsilon=0$ ) と離散クロソイドによるフェアリング ( $\epsilon=0.001$ ) の結果 [99]. (a), (c) 最小二乗法の結果. (b), (d) 離散クロソイドによるフェアリングの結果.

上記の事実から、フェアリング処理を伴ったフィッティングでは、元 CAD 曲線と同質の曲線を生成するまでには至らなかったものの、最小二乗法の結果と比較すれば、曲率プロファイルがより滑らかな曲線の生成が可能であることを確認した。

フェアリング処理は、提案手法で得られた曲線に対しても、その曲率プロファイルをより滑らかなものに改良する効果が見込める。Burchard 等 [22] の  $\alpha$ -凸性 ( $\alpha$ -convexity) の議論に感化され、本研究では式 (3.1) の離散クロソイドではなく曲率の対数による次式を利用する：

$$\tilde{\mathcal{L}}_{Discrete} = \sum_i |\Delta^2 \log \kappa_i|^2. \quad (3.6)$$

そこで、式 (3.6) のフェアリング処理を適用するために、提案手法の Step3 で得られた 2 次の非一様 B-spline 曲線を複合 Bézier 曲線に変換し、3 次に次数上げる。フェアリング適用後の結果を図 3.20 に示す。比較を容易にするために、フェアリング適用前の Step3 の結果も併示した。図 3.21 は Step3 で得られた曲線の弧長に対する曲率および対数曲率のグラフ、図 3.22 はフェアリング後の同グラフを示す。これらの結果と表 3.7(b) の誤差解析結果から、次の事実が確認できる：

- 図 3.20(b) と (d) に示すフェアリング後の曲率プロファイルはより滑らかで、図 3.21 (Step3) と図 3.22 (フェアリング後) の比較からも確認できる。



- 表 3.7(b) に示すように, 大半のケースで Step 3 とフェアリング曲線との差異は小さい.

なお, 図 3.21(あるいは図 3.22) の弧長 vs. 曲率グラフは直線セグメント ( $\kappa = a_i s + b_i$ ) での表現が適していないことが分かる. これは, クロソイドによるフィッティングでは望ましい曲線が得られないことを意味する.

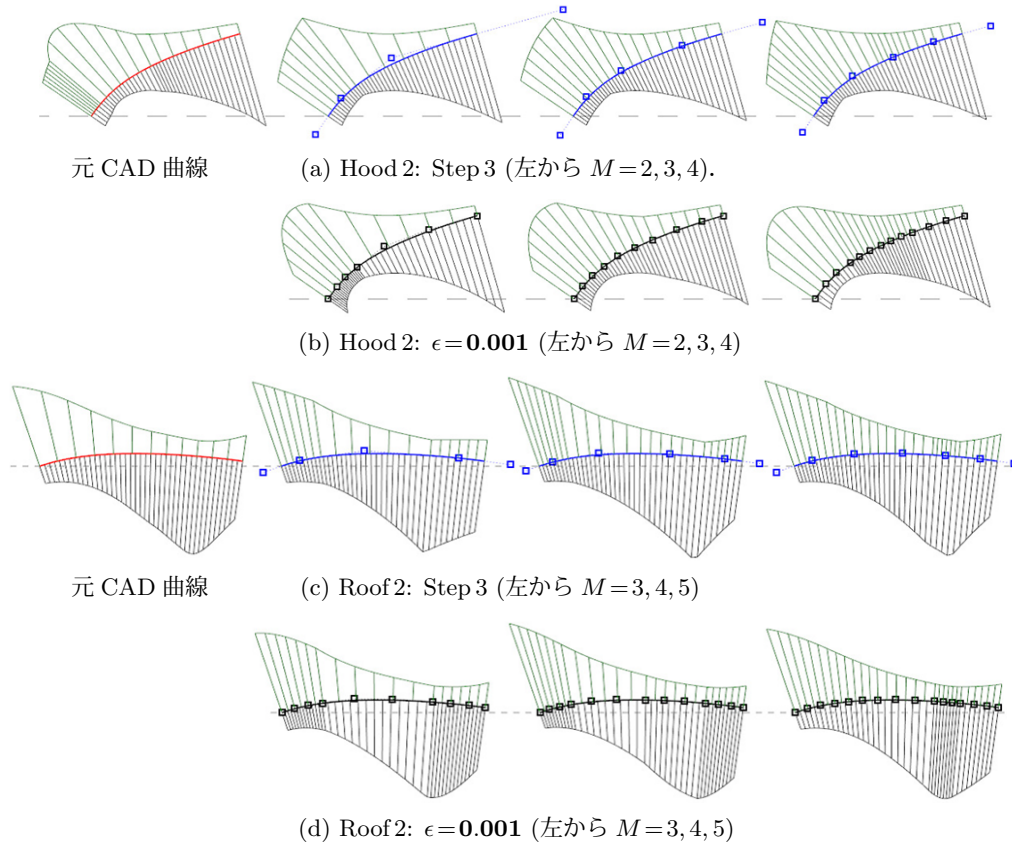


図 3.20. 対数曲率によるフェアリングの結果 [99]. (a), (c) 比較のために図 3.11 と図 3.12 を併示した. (b), (d) 対数曲率によるフェアリング結果.

表 3.7. 元の CAD 曲線との最大誤差 (mm). (a) 複合 3 次  $G^2$  Bézier 曲線による最小二乗フィッティング ( $\epsilon = 0$ ) とそのフェアリング ( $\epsilon = 0.001$ ). (b) Step 3 とそのフェアリング ( $\epsilon = 0.001$ ).

		(a) 3 次 Béziers+式 (3.1)				(b) 提案手法+式 (3.6)			
		$\epsilon = 0$		$\epsilon = 0.001$		Step 3		$\epsilon = 0.001$	
データ	セグメント数	最大誤差	処理	最大誤差	処理	最大誤差	最大誤差	処理	
	$M$	(mm)	(s)	(mm)	(s)	(mm)	(mm)	(s)	
Hood 2	2	0.089	8	0.128	10	0.080	0.130	1	
	3	0.067	7	0.131	10	0.080	0.086	2	
	4	0.070	3	0.143	12	0.142	0.164	5	
Roof 2	3	0.070	11	0.075	20	0.232	0.283	2	
	4	0.080	14	0.077	33	0.154	0.315	5	
	5	0.237	26	0.091	40	0.091	0.116	2	

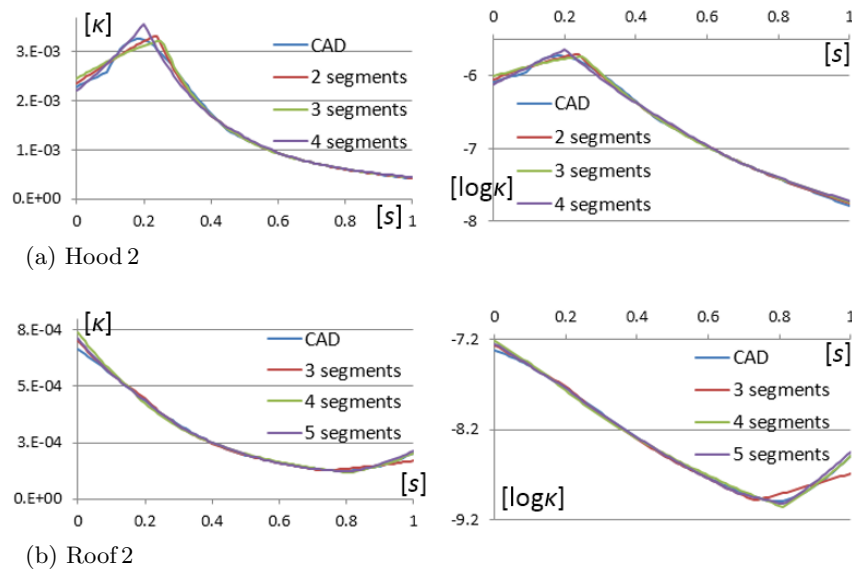


図 3.21. Step 3 で得られた曲線の曲率 ( $\kappa$ ) および対数曲率 ( $\log \kappa$ ) グラフ [99].  $s$  は規格化された弧長パラメタ.

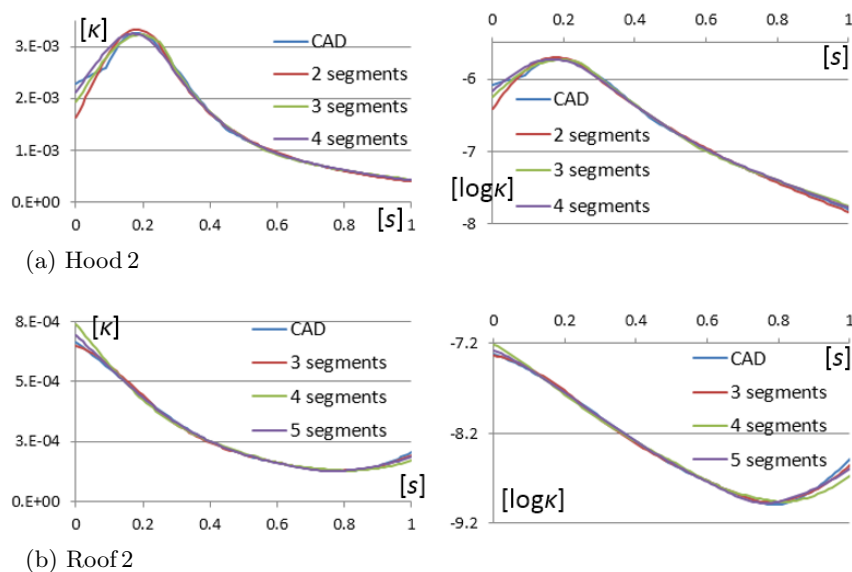


図 3.22. フェアリング後の曲線の曲率 ( $\kappa$ ) および対数曲率 ( $\log \kappa$ ) グラフ [99].

**制限事項.** 生成すべき曲線が明らかに 2 次の多項式 B-spline 曲線 (放物線) では表現しきれない場合, 本研究の手法では望ましい曲線を生成できない. また, 入力データが図 3.16 に示すような意匠 R を含む場合, 本研究の手法では意匠デザインとして適切な曲線の生成を保証をできない.

### 3.5 おわりに

本研究では, 曲率連続の 2 次 B-spline 曲線によるフィッティング法を提案し, 実際の意匠データを利用した実験から以下の結論を得た:



- 非一様ノットベクトルにより、 $G^2$  連続の 2 次 B-spline 曲線を生成した.
- ノイズを含むデータに対しても、セグメント数に左右されることなくロバストな処理が行え、意匠曲線と同質の曲率プロファイルを有する曲線を生成することができた.
- $G^2$  連続でその変化が不連続になる場合、対数曲率によるフェアリングにより、元の曲線との誤差を抑えながら曲率変化の滑らかな曲線が生成できることを示した.

意匠デザインでは、2D の基準曲線 (underlying curve) の他に、3D の基準曲線の生成も必要である. 次章の 3D 曲線の再構築の研究では、上記の制限事項である意匠 R を含む曲線データを対象と、基準曲線と意匠 R によって曲線データを表現する方法を提案する.



## 第4章 意匠測定データからの3D曲線の再構築

### 4.1 はじめに

意匠 CAD データの生成過程において、測定データから曲率変化の滑らかな曲線を生成することは極めて重要である。自動車外形などの意匠デザインでは、(i) 生成する曲線は指定されたトレランス以内で入力データを近似していること、(ii) 生成する曲線は曲率変化が滑らかであることが求められる。クレイモデルなどの測定データから基準曲面 (underlying surface) を生成するためには、基準曲線 (underlying curve) が必要となる。第3章で論じたように、基準曲線が正しく表現されていれば、それをスイープ (掃引) して得られる曲面は意匠デザイナーにとって望ましい基準曲面となる。

図4.1(a) に示す説明図では、自動車のフード部に対するクレイモデルが三つのカーブ定規を使って造形されていることを示す。カーブ定規を模する曲線は基準曲線と意匠 R (*styling radius corner*) の二つに分類され、フードのセンタ断面線は二つの基準曲線と一つの意匠 R で構成された複合曲線として表現される。意匠 R はフィレットに類した幾何学的な特徴をもつ曲線であり、該複合曲線は全体として一つのフィレット曲線と考えることができる。

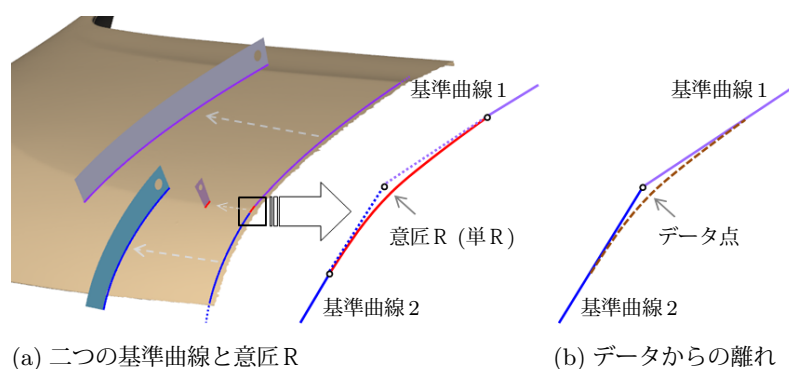


図 4.1. 意匠デザインで扱われる曲線の例 [94]. 自動車の意匠デザインでは曲線/曲面の生成はクレイモデリング (カーブ定規による造形モデリング) と関連付けられる。

一般に、曲線フィッティングでは、測定データなどの入力データに対して、曲率の極値 [5] などの特徴に基づいて事前にセグメント分割しておくことで、精度良く効率的に処理が行える。こうしたアプローチの研究は十分に行われているが、既存の研究手法では次のような問題を扱うことが困難である：

- P1)** フィッティングにより得られた曲線から意匠 R 部を取り除いて、基準曲線部を延長したとき、図 4.1(b) や図 4.2(c) に示すように、二つの基準曲線が意匠 R の中央部から僅かに離れたところで互いに交差するようにしたい。

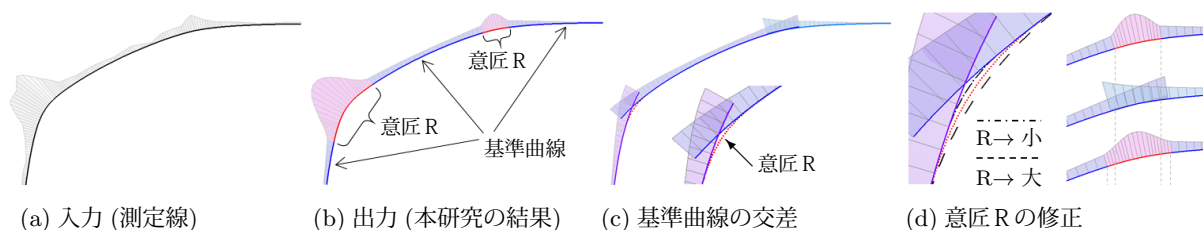


図 4.2. 3D 曲線の再構築 [94]. (a) 自動車外形の特徴線. (b) 三つのトリムされた基準曲線と二つの意匠 R. (c) トリム解除された基準曲線と意匠 R 部のデータ (赤破線) からの離れ. (d) 意匠 R の変更: 変更前の R (赤破線) が大/小の R に変更される (左図) およびデザイナー意図に合わせた修正 (右図).

意匠 R は、基準曲線と同様、意匠デザインのインパクトを与える重要な構成要素である。実際、意匠 CAD モデラはデザイナーとの会話を通し、慎重に意匠 R を生成している。これは、デザイナーの意図を正確に CAD データに反映させるために、微妙な意匠 R の変更作業 (図 4.2 (d)) が存在することを意味する。したがって、意匠曲線の生成では、以下の点も考慮する必要がある:

**P2)** 基準曲線を変更することなく (トリム位置の変更は除く), デザイナー意図に応じて容易に意匠 R を修正できること。

以上の点をまとめると、意匠デザインのための曲線フィッティングには解くべき問題が残されている。事実、意匠 CAD モデラは、注意深く微調整を加えながら、手作業で基準曲線や意匠 R を作成している。そこで、本研究では P1 と P2 をまとめた次の問題について考える:

**問題の提示.** フィレット曲線に類するデータが与えられたとき、基準曲線と意匠 R によって曲線データを表現したい。基準曲線は曲率と捩率の変化が滑らかであり、次の性質をもつ:

**P)** 隣合う 2D/3D の基準曲線は、図 4.1(b) や (c) に示すように、意匠 R の中央部から僅かに離れたところで互いに交差する (条件 P1)。

ひとたび問題 P の解となる基準曲線が生成できれば、意匠 R の作成は、ピン角 ( $R=0$ ) を含めた自由な R を与えることが可能となり、条件 P2 を容易に実現できる。上記の問題設定は、P1 と P2 の実現に向けた本研究のアプローチを示す基本的なアイデアでもある。

#### 4.1.1 関連研究

第 3 章でも述べた通り、曲線の生成に関する問題は古くから多くの研究者によって取り上げられ、現在も重要な研究テーマである。特に、本研究の対象とする意匠デザイン分野では曲率変化の取扱いが極めて最も重要で、Class A Bézier 曲線 [34, 23] が提案されて以降、近年では、対数美的曲線に関する研究 [119, 124] が急速に発展してきた。しかし、これまでに提案された手法では、問題設定 P を解決する基準曲線の生成が困難である。例えば、対数美的曲線の一つであるクロソイドによる曲線フィッティング [6, 67] では、セグメント毎に一定の曲率変化をもつ曲線が生成される。このアプローチでは、図 4.3 に示すように (図 4.4(a) も参照)、基準曲線と意匠 R の境界部が同一のクロソイド片で近似されてしまい、本来、意匠 R 部のデータを無視して生成すべきはずの基準曲線が生成されない。

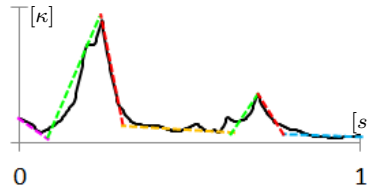


図 4.3. クロソイドによるセグメンテーション [67]. (図は [94] から引用.) 該グラフは正規化された弧長 ( $s$ ) に沿った図 4.2(a) に示す曲線の曲率 ( $\kappa$ ) 分布を示す.

入力曲線データのセグメンテーションは、フィッティングと同様に重要な問題であり、CAD 以外の専門分野でも多くの研究が行われている。たとえば、パターン認識の分野では、曲線画像からコーナ部や曲率の大きな位置を特定するアルゴリズムが提案されている [30, 31, 85]。これに関連して、Attneave[5] は、曲率の極値は幾何学的に重要な情報をもっており、デザイナーにとっても重要な情報であると指摘している。フィレット曲線の場合、該点は意匠 R の中央部付近に相当し、意匠 R の中央部でデータを分割することになる。しかし、意匠 R の中央部でデータを分割してしまうと、基準曲線のフィッティング処理の際、意匠 R 部にまで曲線がフィッティングされ、図 4.1(b) や図 4.2(c) に示すような基準曲線が得られない。これは上述のクロソイドによるフィッティングと同様の問題である。したがって、条件 P を満たす曲線フィッティングを実現するためには、入力データを曲率の小さな部分 (基準曲線部) と大きな部分 (意匠 R 部) の二つに分割することが合理的である。

入力データを適切にセグメント分割したことにより、あるいは文献 [60, 117] などの既存手法により、図 4.2(b) の結果に類似した曲線が生成できたとしても、基準曲線を延長した際に条件 P を満足する保証はない。したがって、隣合う基準曲線の互いの位置関係を考慮して、基準曲線を生成する必要がある。複数の曲線のある拘束条件の下で同時に扱うような研究はあるが [57, 103, 121], 条件 P のような問題を扱った研究は報じられていない。

#### 4.1.2 本研究の貢献

本研究の貢献は次の通りである：

1. 入力曲線データから基準曲線と意匠 R を再構築するフィッティング法の提案.
2.  $C^0$  接続の複合 B-spline 曲線による基準曲線群の表現法の提案.

第一に、2 ステップに分けて構成的に曲線フィッティングを行う。Step 1 では意匠 R に相当する入力データを無視して基準曲線群を同時に生成する。問題設定 P によって特徴付けられた基準曲線を得るためにフェアリングの技術を導入する。曲率と捩率の滑らかさは、それぞれ式 (3.6) と  $\int \tau^2 ds + \int (\tau'')^2 ds$  の離散型によるエネルギーの最小化によって評価する。これにより、意匠 R 部のデータを無視してデータが欠如していても、曲率と捩れの変化が滑らかな基準曲線を生成できる。Step 2 では基準曲線と  $G^2$  またはそれ以上の接続条件を満たすように意匠 R を生成する。

第二に、基準曲線群を  $C^0$  接続した一つの複合 B-spline 曲線として表現することにより、基準曲線群を同時に一度のフィッティングで得ることができる。さらに、フィッティングの際に、複合

B-spline 曲線の  $C^0$  接続部が、意匠 R の中央部から僅かに離れた位置で交点をもつような拘束条件を与えることにより、条件 P を実現する。

本章の以下の構成は次の通りである。4.2 節では提案手法を記述する。4.3 節では実験結果を示す。4.4 節では既存手法との比較により提案手法の効果を考察する。最後に、4.5 節では本章のまとめを行う。

## 4.2 方法

入力曲線データから基準曲線と意匠 R を再構築するためのフィッティング法を示す。入力データは基準曲線と意匠 R に対応する部分に分割されているとする (図 4.4(a))。初めに、基準曲線部分 (図 4.4(a) の青部) に対するフィッティングにより基準曲線を生成する (図 4.4(b))。次に、各意匠 R 部 (図 4.4(a) の赤部) に対するフィッティングにより意匠 R を生成する。それぞれの詳細は以下の各項で述べる。

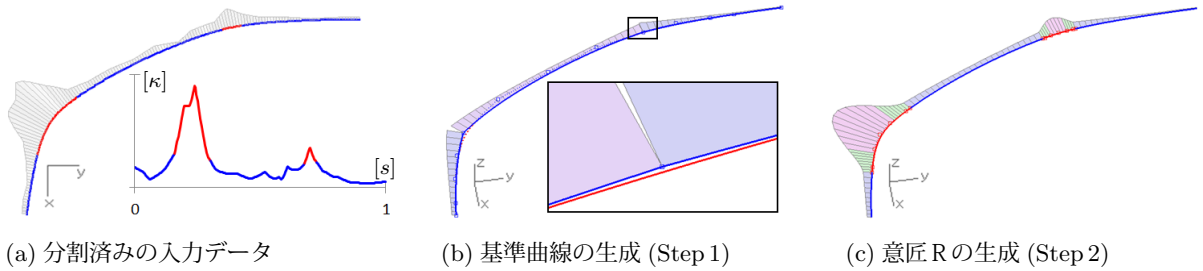


図 4.4. 曲線フィッティングのプロセス (概略)[94]. (a) 基準曲線/意匠 R の部分に分割された入力データ。

なお、本章に示す入力データの分割結果は、研究用プロトタイプから全て自動生成した。該プロトタイプは、第 2 章のメッシュのセグメンテーションの研究 [98] で開発したものを曲線データ用に改良したものである。入力曲線データの曲率によって特徴空間を構成し、該空間でのクラスタリング処理によって曲線データのセグメント分割を行った。本研究では、入力データを図 4.4(a) に示すように、基準曲線と意匠 R の二つの部分に分割したいので、クラスタ数は 2 とした。k-平均 (k-means) 法 [64] などの他の統計手法と較べて、過分割 (over-segmentation) を回避でき、より適切な分割が行える。

### 4.2.1 基準曲線のフィッティング

$M^U$  個の滑らかな B-spline 曲線  $\{\mathbf{C}_m\}_{m=1}^{M^U}$  で基準曲線群を生成することを考える。図 4.4(a) の場合、 $M^U = 3$  となる。各  $\mathbf{C}_m$  の制御点は次の目的関数  $J_1$  の最小化問題により設定する：

$$J_1 = \sum_{m=1}^{M^U} \left\{ \sum_{i=1}^{N^U} \left( \underbrace{(\mathbf{C}_m(u_i) - \mathbf{P}_i)^2}_{\text{フィッティング誤差}} + \underbrace{F^{(m)}(\kappa_i, \tau_i; \epsilon_1, \epsilon_2)}_{\text{美的滑らかさ}} \right) \right\},$$

ここで、 $N^U$  は評価点の数を示し、評価点  $\{\mathbf{P}_i\}_{i=1}^{N^U}$  は基準曲線部の各セグメントから等間隔に抽出し、 $u_i$  は点  $\mathbf{P}_i$  への最近点となる曲線のパラメタ値とする。さらに、 $F^{(m)}(\kappa_i, \tau_i; \epsilon_1, \epsilon_2)$  は曲率  $\kappa$

と振率  $\tau$  および、それらの微分によって定義された離散型のエネルギー汎関数であり、滑らかな曲線を生成するために導入した。しかし、上記の定式化では、各  $\mathbf{C}_m$  がフィッティング誤差の小さい滑らかな曲線となることは期待できても、条件 P の実現を保証するものではない。そこで、本研究では次のアプローチをとる：

**S1)**  $M^U$  個からなる基準曲線群を  $d$  次の複合 B-spline 曲線  $\mathbf{C}^U$  で表現する。ここで、隣合う B-spline 曲線は  $C^0$  接続で繋がっているとする。

$\mathbf{C}^U$  は構成する各 B-spline セグメントの接続点でのノットを  $d$  多重することにより、 $C^0$  接続の B-spline 曲線として容易に取り扱うことができる。そこで、次の目的関数  $J_1$  を最小化するように (意匠 R 部を無視して) 基準曲線部分に曲線  $\mathbf{C}^U$  をフィッティングする：

$$J_1 = \sum_{i=1}^{\cup N^U} (\mathbf{C}^U(u_i) - \mathbf{P}_i)^2 + \sum_{m=1}^{M^U} \sum_{i=1}^{N^U} F^{(m)}(\kappa_i, \tau_i; \epsilon_1, \epsilon_2). \quad (4.1)$$

本研究では、エネルギー汎関数を次のように定義する：

$$F^{(m)}(\kappa_i, \tau_i; \epsilon_1, \epsilon_2) = \underbrace{\epsilon_1 \sum_{i=1}^{N^U} \left( D^2 \log |\kappa_i^{(m)}| \right)^2 \Delta s_i}_{\text{曲率フェアリング}} + \underbrace{\epsilon_2 \sum_{i=1}^{N^U} \left\{ \alpha_0 \left( \tau_i^{(m)} \right)^2 + \alpha_1 \left( D^1 \tau_i^{(m)} \right)^2 + \alpha_2 \left( D^2 \tau_i^{(m)} \right)^2 \right\} \Delta s_i}_{\text{小振率とそのフェアリング}}, \quad (4.2)$$

ここで、 $D^n = \Delta^n / (\Delta s)^n$  ( $n=1, 2$ ),  $\Delta s_i = s_{i+1} - s_i$  とし、 $\epsilon_1$  と  $\epsilon_2$  は重み係数である。さらに、 $\kappa_i^{(m)}$  と  $\tau_i^{(m)}$  は、それぞれ  $m$  番目のセグメントの  $i$  番目の点の曲率と振率とする。なお、式 (4.2) の曲率フェアリングには、第 3 章で提案した式 (3.6) を利用する。

最後に、条件 P1 を満たすために、曲線  $\mathbf{C}^U$  のフィッティング時の拘束条件を指定する。隣合う B-spline セグメントの接続点  $\tilde{\mathbf{U}}$  は、対応する意匠 R 部の midpoint 付近あるいは意匠 R 部の曲率の最大値を与える点の付近に位置するとし (図 4.5(a))、該点を  $\mathbf{P}^*$  として次の拘束条件を課す：

**S2)** 各  $\tilde{\mathbf{U}}$  は、意匠 R の中央部のデータを近似する曲線  $\mathbf{C}^*$  上の点  $\mathbf{P}^*$  における法平面上に存在する (図 4.5(b) と (c))。

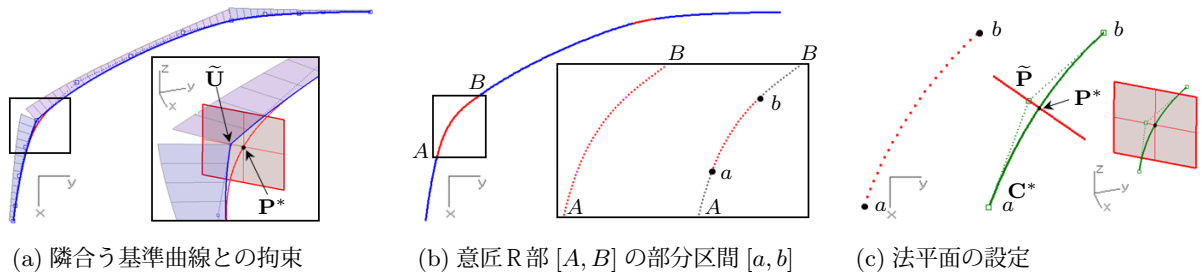


図 4.5. 基準曲線の生成 [94].

ここで、意匠 R の中央部は単純な凸曲線で表現され (4.2.2 項で詳述)、該曲線は放物線で十分近似できるとする。このとき、 $\mathbf{P}^*$  と  $\mathbf{C}^*$  は次の手順で求めることができる：



1. 意匠 R 部  $[A, B]$  から、放物線のフィッティングに必要な中央部  $[a, b]$  のデータを抽出する (図 4.5(b)). 本研究では意匠 R 部の半分程度を中央部のデータとして抽出する.
2. 抽出した中央部のデータに対して、2 次 Bézier 曲線  $C^*$  による最小二乗フィッティングを行う (図 4.5(c)).
3. 曲線  $C^*$  の二番目の制御点を  $C^*$  自身に投影し、投影先の点を  $P^*$  とする (図 4.5(c)). 意匠 R が対称形状であれば  $P^*$  は意匠 R の中央の点となり、そうでなければ  $P^*$  は意匠 R 部の曲率の最大値付近の点となる.

以上をまとめると、基準曲線群は、式 (4.1) で定義された目的関数を最小化する  $C^0$  接続された  $d$  次の複合 B-spline 曲線  $C^U$  として生成される. 隣合う B-spline セグメントの各  $C^0$  接続点は、条件 P を満たす二つの基準曲線の交点を示し、意匠 R の中央部を近似した曲線  $C^*$  上の点  $P^*$  での法平面上に存在する.

#### 4.2.2 意匠 R のフィッティング

$M^{SR}$  個の各意匠 R 部に対して、次の条件で B-spline 曲線のフィッティングを行い、意匠 R  $\{C_m^{SR}\}_{m=1}^{M^{SR}}$  を生成する:

- S3)** 各  $C_m^{SR}$  の両端点は、既に生成済みの基準曲線  $C^U$  上の点  $P_s^{(m)}$  と点  $P_e^{(m+1)}$  において、 $G^2$  連続以上で接続する.

ここで、 $P_s^{(m)}$  と  $P_e^{(m+1)}$  は、図 4.6(b) に示すように、意匠 R 部の両端点の  $C^U$  への最近点とする.

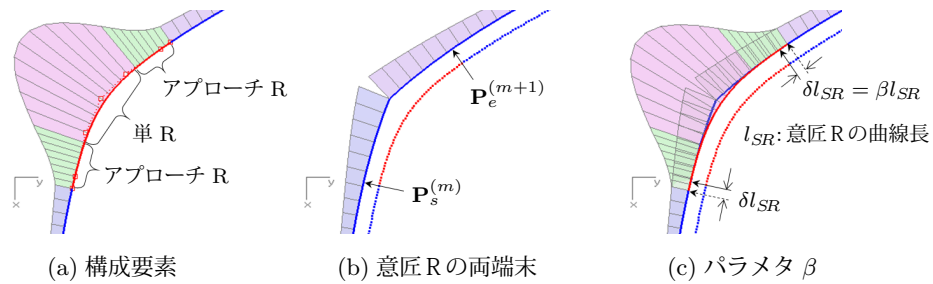


図 4.6. 意匠 R の生成 [94].

本研究では、意匠 R  $C^{SR}$  は単純なフィレット R ではなく、次に示す二種類の要素で構成されているとする:

- S4)**  $C_m^{SR}$  は、図 4.6(a) に示すように、単 R (*simple radius*) とアプローチ R (*approach/transition curve*) で構成される.

ここで、単 R は  $C_m^{SR}$  の中央部分の曲線を示し、通常のフィレットに相当する擬似フィレットである. 一方、アプローチ R は基準曲線と単 R の間を滑らかに繋ぐ曲線である. 自動車の意匠デザインでは、アプローチ R は美的な印象を決定付ける重要な曲線である. 4.1 節でも述べた通り、意匠 CAD モデラはデザイナーとの対話を通じて注意深く該曲線の作り込みを行っている. こうした背景

から、基準曲線上の  $\mathbf{P}_s^{(m)}$  と  $\mathbf{P}_e^{(m+1)}$  の位置を自由に調整できるように、外部パラメタ  $\beta$  を次のように導入する (図 4.6(c)) :

$$\beta = \{ \text{意匠 R の延長率} \}. \quad (4.3)$$

$\beta$  の増加に伴い、より滑らかに基準曲線に接続するようなアプローチ線が得られる。

意匠 R  $\mathbf{C}_m^{SR}$  の制御点は条件 S3 の下、次の目的関数  $J_2$  の最小化により求める：

$$J_2 = \sum_{i=1}^{N^{SR*}} (\mathbf{C}_m^{SR}(u_i) - \mathbf{P}_i)^2 + \sum_{i=1}^{N^{SR}} F^{(m)}(\kappa_i, \tau_i; \epsilon_1, \epsilon_2) + \underbrace{\epsilon_3 \left( \kappa_s^{(S)} - \kappa_e^{(S)} \right)^2}_{\text{単 R}}, \quad (4.4)$$

ここで、 $N^{SR*}$  と  $N^{SR}$  は評価点の数、 $\kappa_s^{(S)}$  と  $\kappa_e^{(S)}$  は意匠 R の両端点における曲率を示し、 $\epsilon_3$  は重み係数である。式 (4.4) の右辺の三番目の単 R 項は、出来るだけフィレットに近い形状を得るために導入した。 $J_2$  の汎関数  $F^{(m)}(\kappa_i, \tau_i; \epsilon_1, \epsilon_2)$  は  $J_1$  と同じものを設定する。

次項に進む前に、曲線フィッティングの問題を  $J_1$  の最小化による基準曲線のフィッティングと  $J_2$  による意匠 R のフィッティングの二つの部分問題に分けたことの正当性を説明する。いま、二つの部分問題を一つの問題にまとめたときの目的関数を  $J_{mix}$  とする。一般には、 $J_{mix}$  が全体最適解を導き、部分問題からは準最適解しか得られない。しかし、最適な基準曲線は常に  $J_1$  の最小化によって得られる。なぜなら、基準曲線の生成はどのように意匠 R を生成するかということに依存しないからである。言い換えると、 $J_{mix}$  による全体最適化は、基準曲線の生成に対しては準最適化となってしまうということである。4.1 節で述べたように、本研究の主眼は条件 P を満たす最適な基準曲線を生成することであり、我々の部分問題によるアプローチはその目的に適っている。

### 4.2.3 プロトタイプ

実験で利用するプロトタイプの詳細について記述する。

- S1)  $\Rightarrow$  基準曲線  $\mathbf{C}^U$  は  $C^0$  接続の 4 次複合 Bézier 曲線とする。
- S4)  $\Rightarrow$  各意匠 R  $\mathbf{C}_m^{SR}$  は 3 セグメントの  $C^3$  連続の 4 次 B-spline 曲線とし、ノットベクトルは以下とする： $\{0, 0, 0, 0, 0, t_1, t_2, 1, 1, 1, 1, 1\}$ 。
- S3)  $\Rightarrow$   $G^2$  接続とする。

第一に、B-spline 曲線のセグメント数に関して、基準曲線については基準領域毎に 1 セグメントとし (S1)、意匠 R については各構成要素毎に 1 セグメントとした (S4)。ここで、1 セグメントの B-spline 曲線は Bezier 曲線と等価であるので、上述のような記述を行っている。1 セグメントでは基準曲線および意匠 R の各構成要素の表現が不十分な場合、次数上げや、より多くのセグメント数を与えるなどの対応ができるため、提案手法による実験結果の評価を下げることはない。

第二に、曲線の次数は結果の評価に直接的な影響を与えるため重要である。デザインの目的が低次の曲線を繋ぎ合わせることで実現できるのであれば、可能な限り低次の曲線 (通常は 3 次) を使うことが望まれる [48]。本研究で 4 次の B-spline 曲線を使用する理由は以下の通りである。S1 に関しては、単に基準曲線の表現空間の拡張を期待してのことである。S4 に関しては、(i) 4 次の場合、B-spline セグメント分割点での振率の連続性が保証できること、(ii) 3 セグメントの 3 次  $C^2$

の B-spline 曲線では 6 個すべての制御点が基準曲線との  $G^2$  接続条件で拘束されてしまい、指定されたノットでは意匠 R 部へのフィッティングの自由度が接線スケールだけになってしまう。

最後に、曲線フィッティング全体の処理を以下に示す。

---

#### 曲線の再構築プロセス

---

1. **入力.** フィレットのような R が掛かったデータ (ポリライン, 測定線, CAD 曲線など).
  2. **初期条件の設定.** 入力データの曲線長を 1 とするようにデータを正規化し, 入力データの中心を原点とする局所座標を設定.
  3. **曲線フィッティング.** 入力データは基準曲線/意匠 R 部のそれぞれに分割済みとする.
    - Step 1) 基準曲線 ( $C^U$ ) の生成.** 初めに, 隣合う 4 次 Bézier セグメントの接続点  $\{P^*\}$  の初期値と各接続点の位置を拘束するための法平面を計算する. 次に, 曲線フィッティングを行い, 式 (4.1) の最小化により基準曲線  $C^U$  の制御点を計算する. 本研究の実験では次の値を設定した:  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1 \times 10^{-4}$ ,  $N^U = 20$ ,  $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 0.1$ .
    - Step 2) 意匠 R ( $\{C_m^{SR}\}$ ) の生成.** 初めに, 3 セグメントの 4 次  $C^3$ B-spline 曲線のフィッティングを行う. 各意匠 R に対する内部ノットは  $t_1=0.25$  および  $t_2=0.75$  とする. 次に, 得られた制御点を使って再フィッティングを行うが,  $\{t_1, t_2 - t_1, 1 - t_2\}$  が意匠 R を構成する三つのセグメントの曲線長の比に等しくなるように  $t_1$  と  $t_2$  を設定する. 各  $C_m^{SR}$  の制御点は式 (4.4) の最小化により求める. 本研究の実験では条件 S3 の下, 次の値を設定した:  $\epsilon_1 = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 1 \times 10^{-4}$ ,  $N^{SR} = 20 \times 3$ ,  $N^{SR*} = 7$  (5: 単 R からのサンプル点数, 2: 二つのアプローチ R の中点),  $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 0.1$ .
  4. **出力.** 得られた曲線を元のスケールに戻す. □
-

## 4.3 結果

4.2.3 項で記述したプロトタイプを Intel/Core i7 (3.5GHz) の PC 上に実装し、曲線の生成実験を行った。式 (4.1) と式 (4.4) の最適化計算には、非線形最適化のための C++ ライブラリ (NLOpt[78]) を使用した。該ライブラリが提供する幾つかのメソッドの中から、導関数が不要な Brent 法 [20] (前章で用いた Nelder-Mead 法 [77] よりも計算処理が高速である) を選択した。通常、局所最適解よりも大域的最適解の方に意味があるが、次の理由により得られる局所解の妥当性は高く、大域的最適解に近いものであるとした。入力データのセグメント分割が既に行われていることを前提とした本研究の実験では、求める曲線の形状は比較的限定されたものである。収束判定条件はすべての最適化変数の変化が指定したトレランス ( $1 \times 10^{-6}$ ) 以下となった場合とした。

実験には、自動車外形に対する次の二種類のデータを使用し、それらの特徴を表 4.1 に示す。

- 1) 意匠 CAD モデラが作成した 3D 曲線をポリライン近似したもの。
- 2) 実際に測定した 3D 曲線データ。

各データに対するフィッティング結果をそれぞれ 4.3.1 項と 4.3.2 項に示す。

表 4.1. 車の外形から抽出した 3D 曲線データの特徴。

データ	データの性質	滑らかさ	曲線長 (mm)	関連図
CAD 1	CAD データから生成したポリライン	$G^2$	355	図 4.7 (a)
CAD 2		$G^2$	2473	図 4.8 (a)
CAD 3		$G^3$	1791	図 4.9 (a)
Scan 1	実際の測定データ	悪い	1093	図 4.2 (a), 4.4 (a)
Scan 2		悪い	1198	図 4.11 (a)
Scan 3		かなり悪い	678	図 4.12 (a)

### 4.3.1 CAD に対する結果

図 4.7, 図 4.8 および図 4.9 は実験で得られた曲線とその曲率プロファイルを示し、図 4.10 は各ケースにおける弧長 vs. 曲率グラフを示す。入力データとの最大誤差および処理時間は表 4.2 に、目的関数  $J_1$  と  $J_2$  の値は表 4.3 に示す通りである。これらの結果から次の事実が確認できる：

- Step 1 で得られた基準曲線の曲率プロファイルは滑らかな曲率変化を示し、入力 CAD データの曲率プロファイルと酷似している。また、フィッティング誤差も十分小さい。
- Step 2 で得られた意匠 R は基準曲線との  $G^2$  接続の境界条件を保ち、曲率変化も滑らかで、入力 CAD データの曲率プロファイルとも酷似している。

なお、上記の結果について、意匠 CAD モデラからは、彼らが作成する意匠曲線と同質のものが生成できており、品質も十分良いとの評価を得た。

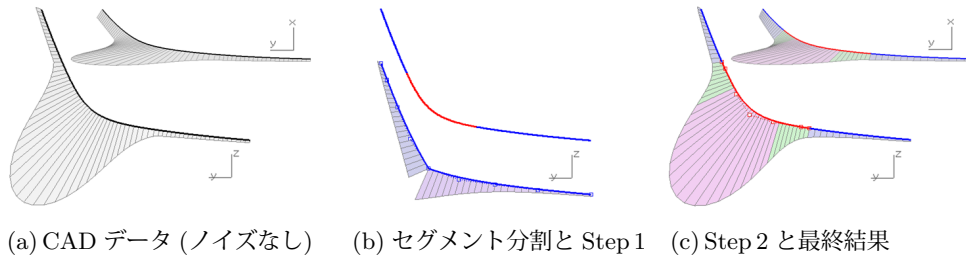


図 4.7. データ CAD1 に対する結果 [94]. (b) セグメント分割 (赤：意匠 R 部，青：基準曲線部) と基準曲線フィッティング (Step 1) の結果. (c) 意匠 R フィッティング (Step 2) の結果と意匠 R との接続部で基準曲線をトリムした最終結果.

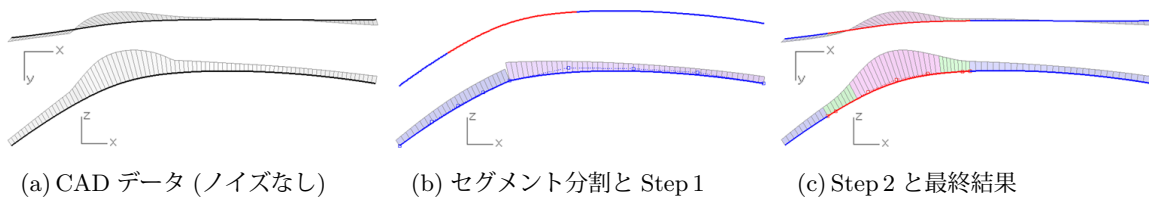


図 4.8. データ CAD2 に対する結果 [94].

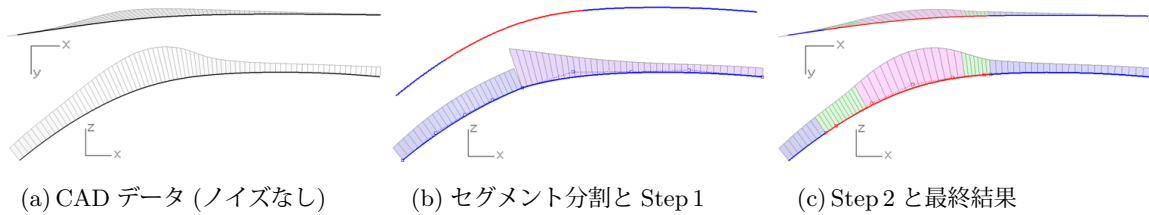


図 4.9. データ CAD3 に対する結果 [94].

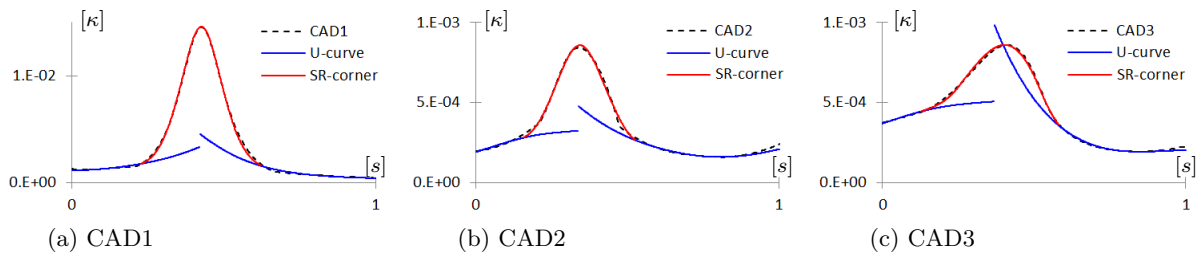


図 4.10. 元 CAD 曲線と実験で得た曲線の曲率グラフ [94]. U-curve と SR-corner はそれぞれ基準曲線 (underlying curve) と意匠 R (styling radius corner) を示し,  $[s]$  は長さ 1 に正規化された弧長である.

#### 4.3.2 測定データに対する結果

図 4.4, 図 4.11 および図 4.12 は実験で得られた曲線とその曲率プロファイルを示し, 図 4.13 は各ケースにおける弧長 vs. 曲率グラフを示す. 誤差評価と処理時間は表 4.2 に示す通りである. これらの結果から次の事実が確認できる:

- 測定データに対しても, 4.3.1 項の CAD データに対する結果と同様の事実が確認できる.

- 特に、意匠 R は誤差が小さく曲率変化も滑らかで、基準曲線にも滑らかに接続している。

上記の結果についても、意匠 CAD モデラからは生成した曲線の品質が良いとの評価を得た。特に、測定データとのフィッティング誤差と生成した曲線の滑らかさのバランスの良さを評価された。クレイモデルなどの被測定物にはデザイナーの意図が込められている。したがって、意匠デザインのリバースエンジニアリングでは、その意図を正確に CAD データに反映させるために、曲率変化の滑らかさだけでなく、フィッティング誤差にも十分な注意を払う必要がある。

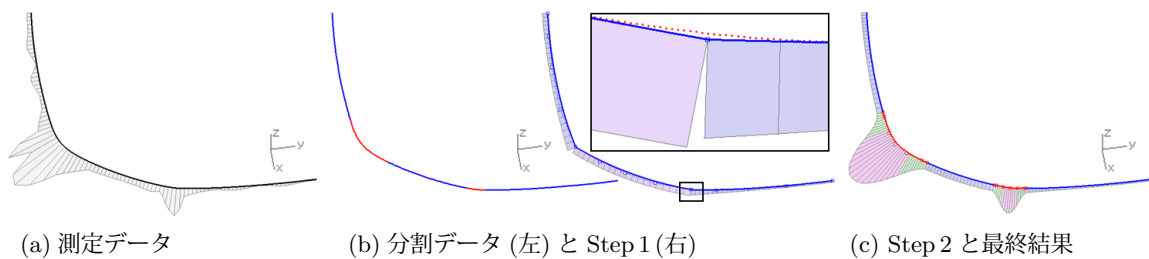


図 4.11. データ Scan2 に対する結果 [94]. (b) セグメント分割 (赤：意匠 R 部、青：基準曲線部) と基準曲線フィッティング (Step 1) の結果. (c) 意匠 R フィッティング (Step 2) の結果と意匠 R との接続部で基準曲線をトリムした最終結果.

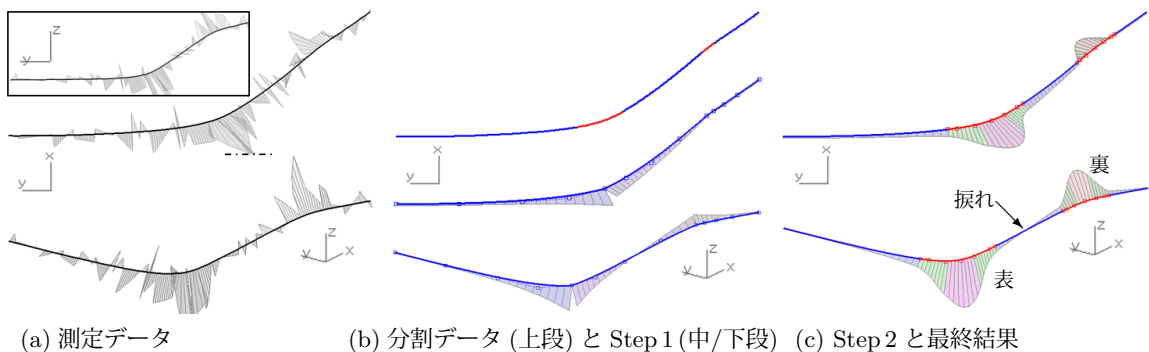


図 4.12. データ Scan3 に対する結果 [94].

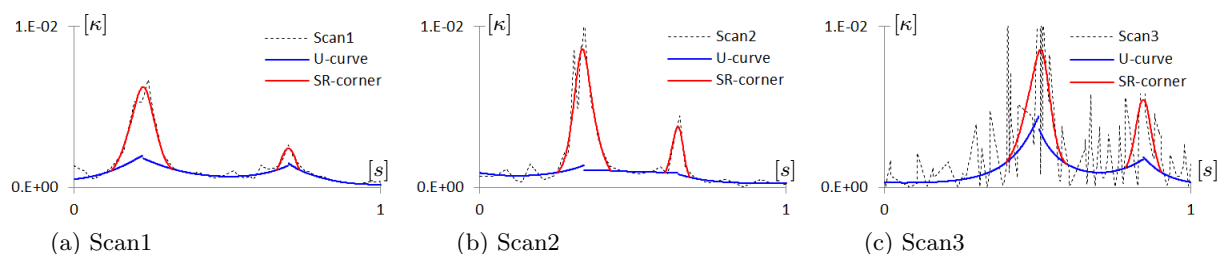


図 4.13. 測定線と実験で得た曲線の曲率グラフ [94]. U-curve と SR-corner はそれぞれ基準曲線 (underlying curve) と意匠 R (styling radius corner) を示し,  $[s]$  は長さ 1 に正規化された弧長である.



表 4.2. 最大誤差と処理時間. 最大誤差は入力データからの最大距離 (mm) を示し,  $\beta$  値は手動で調整した.

データ	Step 1: 基準曲線		Step 2: 意匠 R		処理時間	$\beta$
	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	合計 (s)	式 (4.3)
	(U-1/U-2)		(SR-1)			
CAD1	0.018/0.037	12	0.095	0.3	12	0.1
CAD2	0.048/ <b>0.309</b>	24	<b>0.819</b>	0.3	25	0.1
CAD3	0.019/0.080	22	<b>0.253</b>	0.4	23	0.1
	(U-1/U-2/U-3)		(SR-1/SR-2)			
Scan1	0.342/0.292/0.169	12	0.327/0.134	1.9	14	0.3/0.1
Scan2	0.257/0.147/0.129	52	0.387/0.139	1.2	53	0.3/0.1
Scan3	0.300/0.243/0.159	46	0.241/0.285	3.0	50	0.3/1.0

表 4.3. 目的関数  $J_1$ (基準曲線) と  $J_2$ (意匠 R) の値. 測定データでは二つの意匠 R を  $\cdot/\cdot$  と列挙した.

データ	$J_1$ (式 (4.1))	$J_2$ (式 (4.4))
CAD1	$1.72 \times 10^{-6}$	$4.19 \times 10^{-6}$
CAD2	$9.97 \times 10^{-7}$	$2.68 \times 10^{-6}$
CAD3	$4.60 \times 10^{-7}$	$6.72 \times 10^{-7}$
Scan1	$3.96 \times 10^{-6}$	$1.82 \times 10^{-6}/4.10 \times 10^{-7}$
Scan2	$2.80 \times 10^{-6}$	$2.77 \times 10^{-6}/1.17 \times 10^{-6}$
Scan3	$1.45 \times 10^{-5}$	$3.85 \times 10^{-6}/7.05 \times 10^{-6}$

## 4.4 考察

本研究における提案手法の効果を検証するために, 次の点について議論する:

1. 既存のセグメンテーションと曲線フィッティングとの比較.
2. 振率の制御についての検証.
3. 意匠 R の  $G^2$  接続部における振率の不連続性の改良.

### 4.4.1 既存手法との比較

初めに, 入力曲線データの分割に関して, 本研究で示した結果と k-平均 (k-means) 法 [64] の結果を比較する. 本研究の結果は, 4.2 節で述べた通り, 第 2 章のメッシュに対するセグメンテーション法 [98] を曲線用に改良したものである. また, k-平均法は様々な研究分野で広く利用されている代表的なデータクラスタリング手法である. 図 4.14 に示した測定データに対する結果から, 次の事実が確認できる:

- 図 4.14(a) に示す本研究の結果と較べ, k-平均法で分割された意匠 R 部のデータ領域が小さく, さらに, 図 4.14(b) と (c) で丸印を付けた部分では意匠 R 部が抽出されていない.
- 図 4.14(c) に示す Scan2 の結果は図 4.14(b) に示す結果に較べて僅かに改良されているが, データ平滑化を行わずに測定データを利用すると, 図 4.14(c) の破線の丸印の部分に見られるような複数の小断片領域が発生している.

上記の事実から、本研究のアプローチは測定データのノイズに対しても頑健で、適切にデータを分割していることが示された。

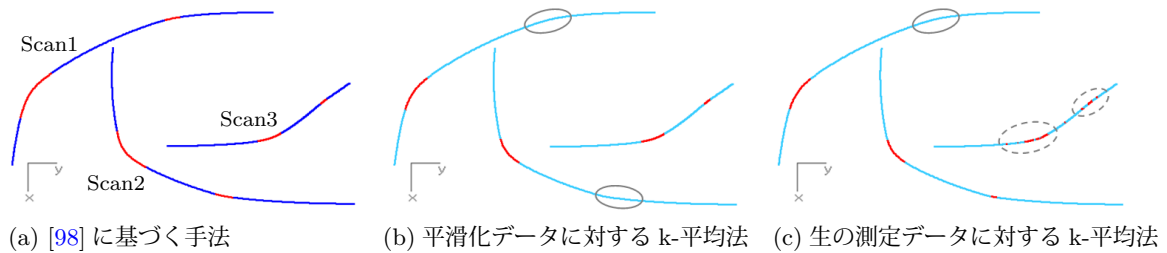


図 4.14. 測定線データのセグメンテーションの比較 [94].

次に、既存手法で生成した曲線との違いを比較するために、次の二つの条件下で曲線フィッティングを行った：

A) 単純な最小二乗誤差によるフィッティング:  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$  (式 (4.1)) および  $\epsilon_3 = 0$  (式 (4.4)).

B) 曲率フェアリングのみによるフィッティング:  $\epsilon_2 = 0$  (式 (4.1)) および  $\epsilon_3 = 0$  (式 (4.4)).

図 4.15 は幾つかの代表的な結果を示し、誤差評価と処理時間は表 4.4 にまとめて示した。これらの結果から次の事実が確認できる：

- データ CAD1 に対して、条件 A で得られた基準曲線の結果 (図 4.15(a)) は、表 4.4 に示すように、フィッティング精度は十分であるにも関わらず、基準曲線のフィッティング時に無視した意匠 R 部に不具合が生じている。
- データ CAD1 に対して、条件 B で得られた基準曲線の結果 (図 4.15(b)) では、条件 A の結果と較べて、曲率フェアリングの効果によって望ましい結果に近づいている。しかし、同図の破線で囲まれた部分の曲率プロファイルには波打ちが見られ、4.4.2 項で詳しく見るように、振率変化が良くないことを示している。同様の振率変化の問題は、データ Scan2 に対する意匠 R の生成結果にも見られる (図 4.15(d) の右図)。

表 4.4. 条件 A と B の下での誤差評価と処理時間。

データ	A) 単純な最小二乗フィッティング				B) 条件 A + 曲率フェアリング			
	Step 1: 基準曲線		Step 2: 意匠 R		Step 1: 基準曲線		Step 2: 意匠 R	
	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)	最大誤差 (mm)	処理 (s)
CAD1	0.007/0.010	11	0.024	0.3	0.018/0.039	6	0.087	0.3
CAD2	0.025/0.067	10	0.433	0.3	0.037/0.195	29	0.631	0.3
CAD3	0.008/0.007	25	0.141	0.6	0.010/0.074	23	0.259	0.5
Scan1	0.032/0.271/0.002	42	0.256/0.120	2.5	0.177/0.290/0.138	23	0.303/0.139	1.7
Scan2	0.239/0.053/0.087	101	0.172/0.066	2.1	0.217/0.121/0.125	53	0.362/0.123	0.8
Scan3	0.184/0.095/0.031	132	0.171/0.131	3.0	0.270/0.116/0.097	67	0.247/0.177	2.5

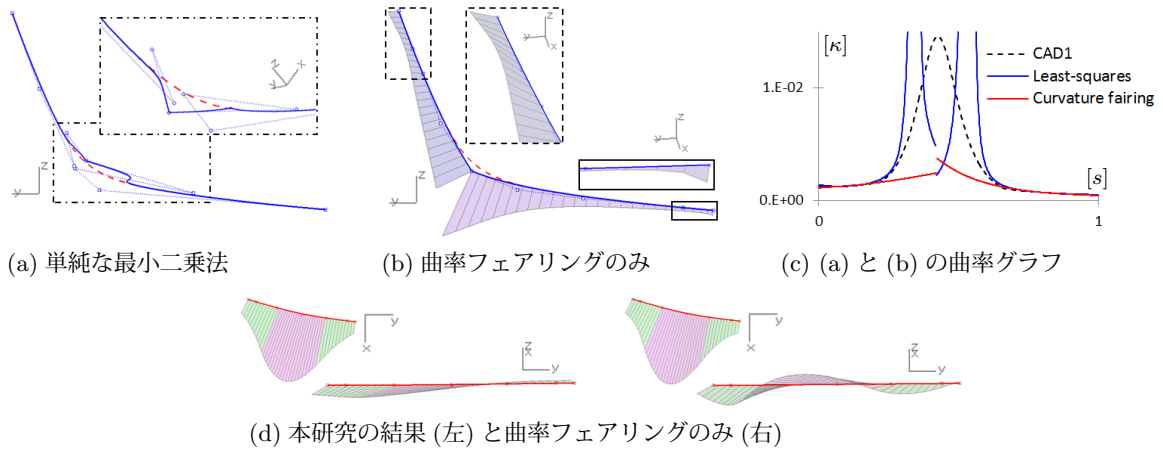


図 4.15. 曲線フィッティングの比較 [94]. (a) 条件 A でのデータ CAD1 に対する基準曲線のフィッティング結果. (b) 条件 B でのデータ CAD1 に対する基準曲線のフィッティング結果. (c) (a) と (b) の結果に対する曲率グラフ. (d) 条件 B でのデータ Scan2 の意匠 R の結果.

他の代表的な既存手法との比較として, *Class A Bézier* 曲線 [34] による基準曲線の生成結果を図 4.16 に示す. 該 Bézier 曲線は始点とその接線ベクトルおよび  $3 \times 3$  の変換行列  $M$  によって定義される. 最大の特徴として, 曲率と捩率の単調性が保証されており, 基準曲線として望ましい性質をもつ. 実験結果から次の事実が確認できる:

- 基準曲線を表現する二つの 4 次 Bézier 曲線は曲率単調性を有し, 図 4.16(b) の曲率グラフにおいても, 丸印を付けた部分で正解となるデータ CAD1 と良く一致している.
- 図 4.16(c) の捩率グラフでは, 曲率と同様, 捩率の単調性を示し, 左側は緩やかに単調増加し, 右側は単調減少している. その一方で, 対応するデータ CAD1 の場合とは反対の増減を示している.
- 特に, 図 4.16(c) の端点 ( $s = 1$ ) の捩率はデータ CAD1 との差が大きい.

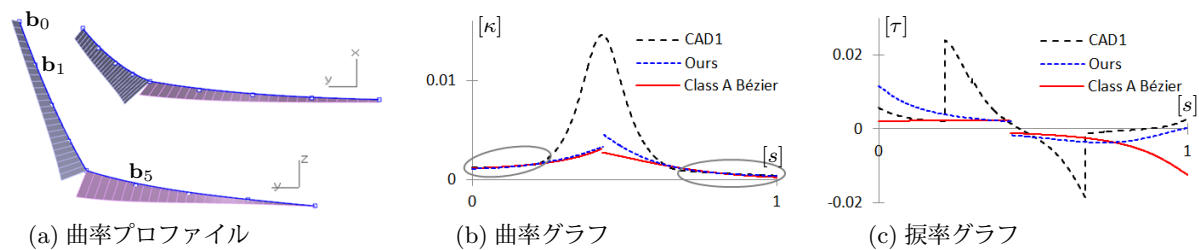


図 4.16. データ CAD1 に対する 4 次 *Class A Bézier* 曲線 [34] のフィッティング結果 [94]. 基準曲線部のデータを十分良く近似するように, 二つの Bézier 曲線に対する三つの制御点 ( $b_0, b_1, b_5$ ) と二つの  $3 \times 3$  行列 ( $M_1, M_2$ ) を最適化手法で求めた.

上記の事実から, *Class A Bézier* 曲線によるフィッティングでは, 得られる曲線の曲率および捩率の単調性が保証される利点はあるものの, 入力データの捩率変化を十分に近似できるような変換行列  $M_i$  を正しく求めることは難しいことが確認された.

以上をまとめると、振率の制御まで正確に行えることが、3D 曲線の生成に関する研究の重要な点であることを確認した。本研究における振率の制御について、次項で詳細に議論する。

#### 4.4.2 基準曲線に対する振率の制御

振率フェアリングの式 (4.2) の各項における効果を検証するために、データ CAD1 に対して、 $\epsilon_2 \neq 0$  かつ次の条件下でフィッティングを行った：

T0)  $\alpha_0 \neq 0$  および  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$  (すなわち、 $\alpha_0 \sum \tau_i^2 \Delta s_i$  のみ)。

T1)  $\alpha_0 = 0, \alpha_1 \neq 0$  および  $\alpha_2 = 0$  (すなわち、 $\alpha_1 \sum (D^1 \tau_i)^2 \Delta s_i$  のみ)。

T2)  $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$  および  $\alpha_2 \neq 0$  (すなわち、 $\alpha_2 \sum (D^2 \tau_i)^2 \Delta s_i$  のみ)。

比較のため、振率の制御を完全に無視した条件 No-T ( $\epsilon_2 = 0$  あるいは  $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ) に対してもフィッティングを行った。なお、4.3 節で示した提案手法の結果は、 $\alpha_0 \neq 0, \alpha_1 = 0$  および  $\alpha_2 \neq 0$  (すなわち、T0+T2) の条件で行ったものである。

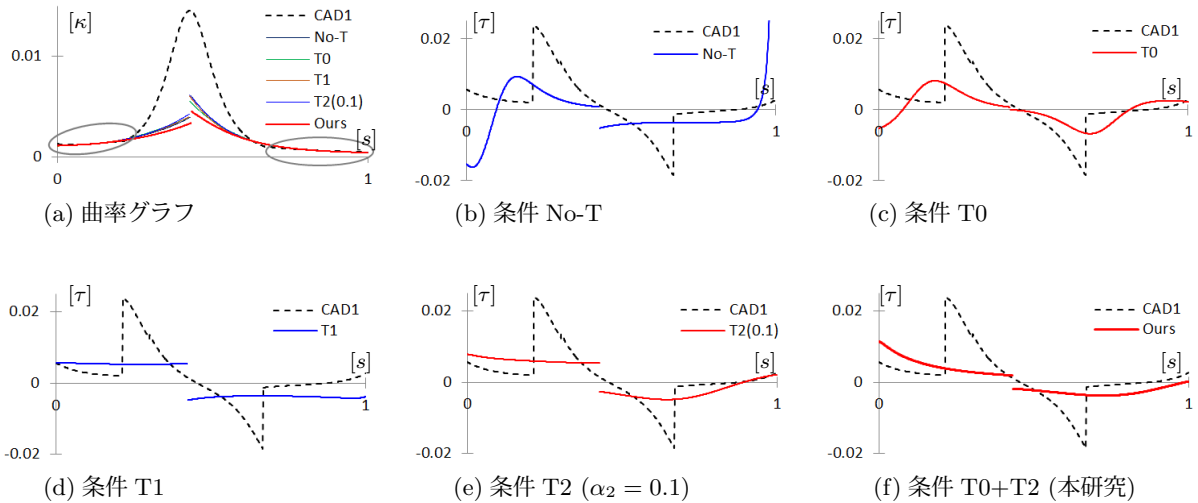


図 4.17. データ CAD1 に対する結果の曲率グラフ (a) と振率グラフ (b~f) [94].

上記の各条件に対して、得られた曲線の曲率と振率のグラフを図 4.17 に示す。また、表 4.5 は誤差解析の結果をまとめたものである。さらに、条件 T1, T2 および提案手法で得られた曲線に対して、二つの異なるビューから見た曲率プロファイルを図 4.18 に示す。これらの結果から次の事実が確認できる：

- 図 4.17(a) に示す全ケースを一つにまとめた曲率グラフにおいて、丸印の付いた基準曲線部は、どのケースもほぼ同じである。一方、図 4.17(b) から (f) に示す各振率グラフでは、特徴的な傾向をもっている。
- 図 4.17(b) に示す No-T と比べ、図 4.17(c) に示す T0 の場合は振率が全体的に減少している。さらに、T0 の場合、基準曲線の  $C^0$  接続部 ( $s = 0.5$  付近) での振率ギャップはゼロに近い。

- 図 4.17(d), (e) および (f) において, 振率の変化は滑らかである. 本研究の結果 (f) では, T0 の効果により, 基準曲線の  $C^0$  接続部での振率ギャップはゼロに近い.
- 上記の振率グラフ (図 4.17(d), (e) および (f)) の事実に対し, 図 4.18 に示す曲率プロファイルでは破線の丸印部分に差異が見られ, 本研究の結果 (図 4.18(c)) が最も滑らかである.

表 4.5. データ CAD1 に対する最大誤差 (mm).

本研究 (Ours)	No-T	T0 ( $\alpha_0=1$ )	T1 ( $\alpha_1=1$ )	T2 ( $\alpha_2=0.1$ )	T2 ( $\alpha_2=1$ )
0.0156	0.0199	0.0132	0.0140	0.0154	0.0253

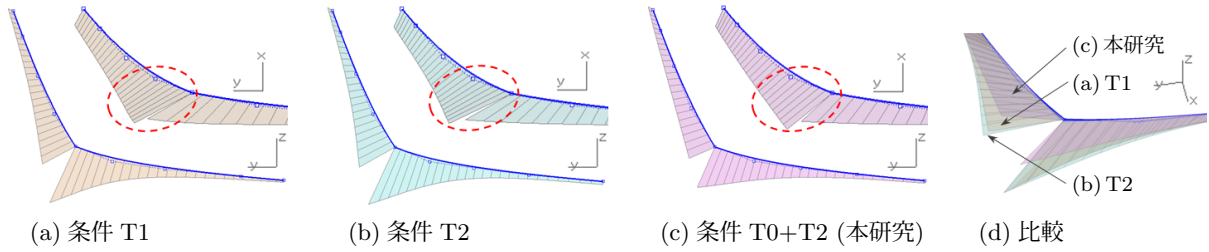


図 4.18. 曲率プロファイルの比較 [94].

上記の事実から, 基準曲線  $C^U$  は  $C^0$  接続点での振率ギャップが小さくなるように生成すべきであることが推察される. その結果, 基準曲線  $C^U$  に対して, 曲率と振率が滑らかに接続する意匠 R が生成できる.

他の検証結果として, データ CAD1 と CAD3 に対して得られた基準曲線と意匠 R の振率グラフを図 4.19 示す. これらの結果から次の事実が確認できる:

- 図 4.19(a) の振率グラフから, 提案手法により生成した曲線は,  $G^2$  接続で作成されたデータ CAD1 を再構築できている.
- 本研究のプロトタイプは  $G^2$  接続で意匠 R のフィッティングを行っているため, 図 4.19(b) に示す  $G^3$  接続で作成されたデータ CAD3 を正しく再構築できていない.

二番目に関しては, 次項で振率の不連続性を改良するための方策を示す.

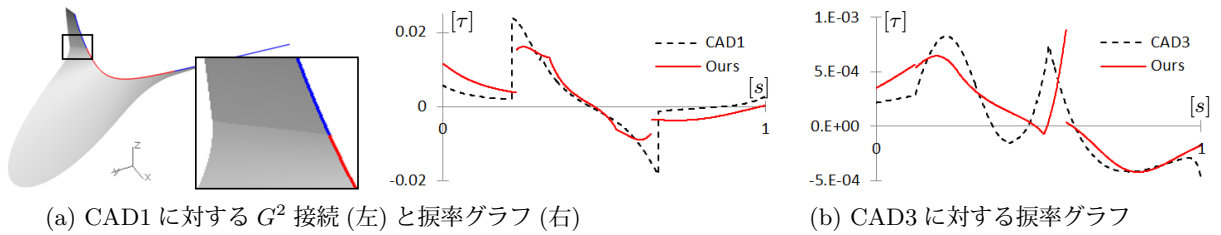


図 4.19. データ CAD1 と CAD3 に対する結果の振率グラフ [94]. (a) ではシェーディング表示により曲率プロファイルの折れを可視化した.

### 4.4.3 振率の不連続性の改良

基準曲線と意匠 R との間の  $G^2$  接続に起因した振率の不連続性を改良するために、意匠 R  $\mathbf{C}_m^{SR}$  の制御点は次の目的関数  $J_3$  の最小化により求める：

$$J_3 = J_2 + \epsilon_4 \underbrace{\left\{ (\tau_s^{SR} - \tau_{*1}^U)^2 + (\tau_e^{SR} - \tau_{*2}^U)^2 \right\}}_{G^3 \text{ 近似}}, \quad (4.5)$$

ここで、 $\tau_{s/e}^{SR}$  と  $\tau_{*1/*2}^U$  は、それぞれ意匠 R  $\mathbf{C}_m^{SR}$  の両端点における振率と基準曲線  $\mathbf{C}^U$  上の対応点を示す。さらに、 $\epsilon_4$  は重み係数で、本研究の実験では  $\epsilon_4 = 1 \times 10^{-4}$  とした。なお、フィッティングの自由度として、一つの制御点と両端点での接線スケールが残されている。なぜなら、3セグメントの  $C^3$  の 4 次 B-spline 曲線で表現された  $\mathbf{C}_m^{SR}$  は 7 つの制御点を持ち、 $G^2$  接続条件に 6 つの制御点が使われるからである。

データ CAD1 と CAD3 に対する結果を、それぞれ図 4.20 と 4.21 に示す。表 4.6 は誤差解析と振率のギャップをまとめたものである。これらの結果から次の事実が確認できる：

- 図 4.19(a) と比べ、図 4.20(a) では曲率の変化を及ぼすことなく (図 4.20(b)), 振率連続のグラフとなっている。
- 図 4.21 に示すデータ CAD3 についても同様である。
- 表 4.6 に示す最大誤差は表 4.2 の値とほぼ同じである。

式 (4.5) の  $G^3$  近似項を追加するだけで、 $G^3$  接続を十分な精度で近似できている。同一の曲線表現で振率連続の有無を制御できるため、実用的にも有用である。

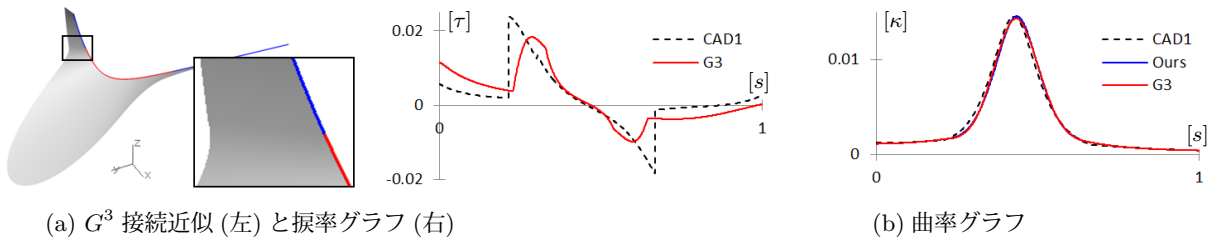


図 4.20. データ CAD1 に対する  $G^3$  接続近似の結果 [94].

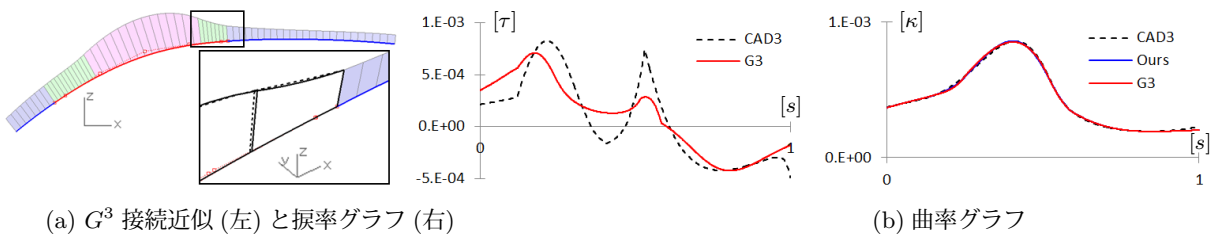


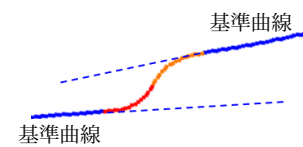
図 4.21. データ CAD3 に対する  $G^3$  接続近似の結果 [94]. (a) の拡大図では、比較のために、図 4.9(c) に示した曲率プロファイルを破線で示している。



表 4.6.  $G^3$  接続近似における意匠 R の誤差と振率ギャップの評価.

データ	最大誤差 (mm)		振率ギャップ (処理前)		振率ギャップ (処理後)	
	意匠 R1	意匠 R2	意匠 R1(始点/終点)	意匠 R2(始点/終点)	意匠 R1(始点/終点)	意匠 R2(始点/終点)
CAD1	0.088	—	1.15E-2/3.84E-3	—	2.35E-6/1.30E-5	—
CAD2	0.839	—	1.81E-4/7.52E-4	—	5.62E-6/1.37E-5	—
CAD3	0.386	—	3.40E-5/8.55E-4	—	3.45E-6/4.75E-6	—
Scan1	0.282	0.135	5.91E-5/1.53E-3	1.46E-3/1.81E-3	1.30E-5/2.36E-5	3.45E-6/4.62E-6
Scan2	0.305	0.141	7.53E-3/1.69E-3	5.90E-3/2.39E-3	7.80E-6/7.82E-6	2.02E-5/4.17E-6
Scan3	0.293	0.284	2.75E-3/6.71E-3	4.49E-2/4.46E-2	6.74E-6/1.81E-5	2.20E-6/4.02E-5

**制限事項.** 本研究の手法では、右図 ([94] から引用) に示すような S 字入力データに対しては望ましい結果が生成できない。該ケースでは 4.1 節の条件 P が成立しないためである。さらに、意匠 R 部はアプローチ R を介せず、凸/凹の二つの単 R が連続して形成されている。今後、該ケースへの対応が必要となる。



## 4.5 おわりに

本研究では、入力曲線データから基準曲線 (underlying curve) と意匠 R (styling radius corner) を再構築する方法を提案した。提案手法では、まず、基準曲線群を  $C^0$  接続の複合 B-spline 曲線で生成し、次に意匠 R を個別に生成する。意匠デザインでは、一度作成した基準曲線には一切の変更を加えずに、意匠 R を自由に修正できることが求められる。本研究の手法は、そうした作業に十分適しており、ピン角 ( $R=0$ ) の場合も含めた任意の  $R$  で意匠 R を再作成できる。また、曲率および振率の変化が滑らかな曲線を生成するために、目的関数を設計し、プロトタイプを実装した。

ノイズのない曲線データや実際の意匠測定データに対する実験結果から、以下の結論を得た：

- 提案手法により構成的に生成された基準曲線と意匠 R は、フィッティング精度も良く、曲率変化も十分滑らかな曲線である。
- 曲率グラフは入力データの特徴を正確に捉えることに成功した。一方、振率グラフではその特徴を大まかには捉えつつも、精度については改良の余地がある。

本研究の実務適用に向けて、上記の制限事項は意匠デザインに必要なシナリオであるため、今後の対応を検討する。また、目的関数の式に含まれるパラメタ  $\epsilon_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta$  の最適値についても併せて検討する。

## 第5章 意匠測定データからの曲面の再構築

### 5.1 はじめに

測定データからの曲面の再構築法は、リバースエンジニアリングの最終段階の極めて重要な問題である。当該問題では、曲線フィッティングの場合と同様に、(i) 生成する曲面は指定されたトレランス以内で測定データを十分に近似できていること、(ii) 生成する曲面の曲率変化は滑らかであることが要求される。特に (ii) については、意匠デザインにおける曲面の美的性質として重要であるのみならず、それに伴うデザインのインパクトが消費者の製品購入の判断にも繋がる点で極めて重要である。

前章の曲線の再構築に関する研究は、クレイモデルの測定データから基準曲面 (underlying surface) を生成するために不可欠であった。図 5.1 はクレイモデラがカーブ定規 (粘土ヘラ) を使って自動車のフード部のクレイモデルを造形する風景写真とその説明図である。モデル中心部にあてがったカーブ定規をある流れに沿ってスイープ (掃引) しながらフード面を作成していることを示す。カーブ定規を模した基準曲線 (underlying curve) とその動きの軌跡 (流れ) が正しく表現されていれば、生成する基準曲面の品質が保証される。本研究では次の条件を仮定する：

- カーブ定規は剛体である。すなわち、スイープ時に基準曲線の伸縮 (scale) や歪 (skew) は考慮しない。

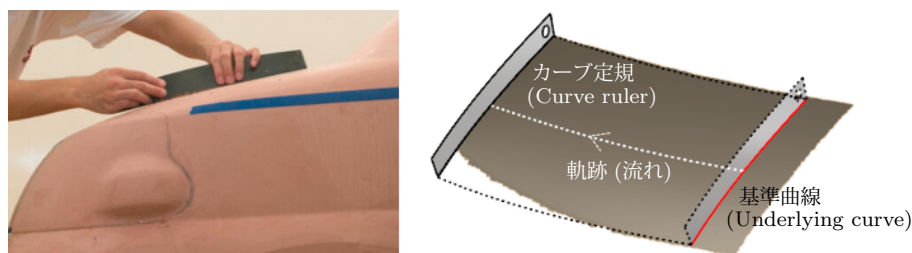


図 5.1. スイープ (掃引) モデリング。クレイモデリング (左図：ダイハツ工業株式会社様より提供) ではカーブ定規を使って粘土を削る。右図はカーブ定規に対応する基準曲線 (赤線) をある流れに沿ってスイープすることの説明図。

意匠 CAD モデラは過去の経験から、単に曲面フィッティング (例えば [110] など) を行っても、意匠デザインに適した曲面が得られないことを認識しているため、第 1 章や図 5.1 で説明したように、カーブ定規によるクレイモデルの造形法を模して基準曲面を生成している。つまり、意匠 CAD モデラは基準曲線をスイープするという考えに基づいて、自動車のフード、ルーフ、サイドパネルなどの主要な部位を構成する曲面を順に生成する。スイープ法は意図的に規則正しく制御点を配置できるという最大のメリットがあるが、その一方で次の問題がある：

- 基準曲線をスイープするための軌道を示す背骨曲線 (spine curve) を測定データから特定することが難しい。これはクレイモデラがカーブ定規をどのように動かしたのかを測定データから推定することが困難であることを意味する。

事実、意匠 CAD モデラは生成する曲面の品質が確保できるまで、試行錯誤により背骨曲線の調整を繰り返している。測定データとのフィッティング誤差も含め、生成する曲面の品質は背骨曲線に大きく依存するため、背骨曲線を適切に設定することが極めて重要となる。

上記の問題の主たる原因として、次の点が考えられる。クレイモデルや実車などの被測定物は、通常、トリムされた基準曲面 (図 5.2(b)) によって表現されるため、それらに対する測定データからスイープに基づいて基準曲面 (図 5.2(a)) を再構築しようとしても、測定データにはトリム部の情報が欠落していることになる。そこで、本研究では次の問題について考える：

**問題の提示.** デザイナの意図を忠実に反映して作成された基準曲線 (カーブ定規) をスイープして、上記の条件 (i) と (ii) を満足する基準曲面を生成したい。

当該問題はクレイモデラがモデルを造形する際に、カーブ定規をどのように動かしているのかを推定することに相当する。

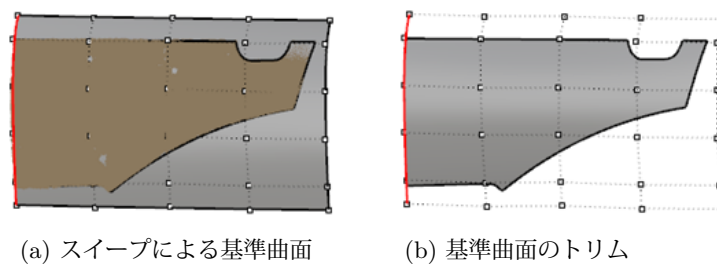


図 5.2. 基準曲面とトリム面の例.

### 5.1.1 関連研究

曲面の生成手法は、代表的な教科書 [82, 49] でも取り上げられているように、古くから多くの研究がなされている。本研究の内容に関連性が高いスキニング (skinning) やスイープ (sweep) などについて、その概要を以下に述べる。

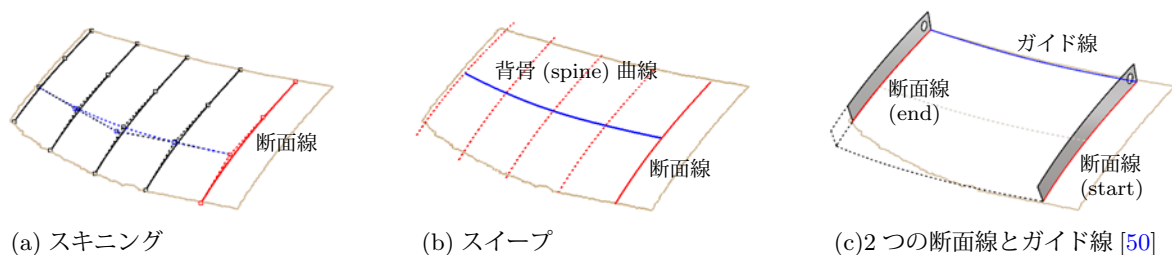


図 5.3. 代表的な曲面生成のアプローチ. (a) 曲面の制御点は断面線の制御点の補間により与えられる. (b), (c) 背骨曲線やガイド線は入力線として事前に設定される。

**スキニング/スイープ.** スキニングは一連の断面線から曲面フィッティングを行う手法で、スイープは断面線がすべて同じ形状の場合である。これらに対する B-spline 曲面による補間/近似法が開発され [112, 113, 81], 様々な分野で広く利用されている。しかし, 当該手法を本研究で扱う基準曲面の生成問題に適用する場合には, 次の問題がある:

- スキニングの場合 (図 5.3(a)), 任意の二つの断面線の形状が等しいとは限らないので, 基準曲面と同質の曲面を生成するためには, それらはファミリ (*family*) でなければならない。

ここで, 二つの曲線がファミリであるとは, それらがある同一の曲線 (=同一のカーブ定規) の一部になっていることをいう。

- スイープの場合 (図 5.3(b)), 指定された断面線がある背骨曲線に沿って掃引する際に, 背骨曲線の接線を回転軸とする回転方法に自由度が残される。

回転の自由度に対する任意性は, 後述する回転最小枠とよばれる一連の研究に繋がる。

さらに別のアプローチとして, 二つのガイド線によるスイープ (図 5.4(a)) を自動車の意匠デザインに適用した開発事例の報告がある [44, 48]. 該手法では指定された断面線を二つのガイド線の間で滑らかに変形させながら動かす。断面線を移動する際, 両端の挟角を固定する/しないの設定により, ハイライト線の流し方を制御できるとしている。二つのガイド線によるスイープは商用ソフトウェアでも広く実装されている。

スイープに基づいた曲面生成法では, 背骨曲線やガイド線の決め方が極めて重要で, 生成する曲面の品質を決定付ける。該曲線は必然的に決まる曲線もあるが, 決める曲線もある。曲率変化の滑らかな背骨曲線やガイド線を決めたとしても (図 5.4(a)), 曲率線の波打った曲面 (図 5.4(b)) が生成され場合があり, 生成する曲面の品質を保証する曲線を決めることは困難である。

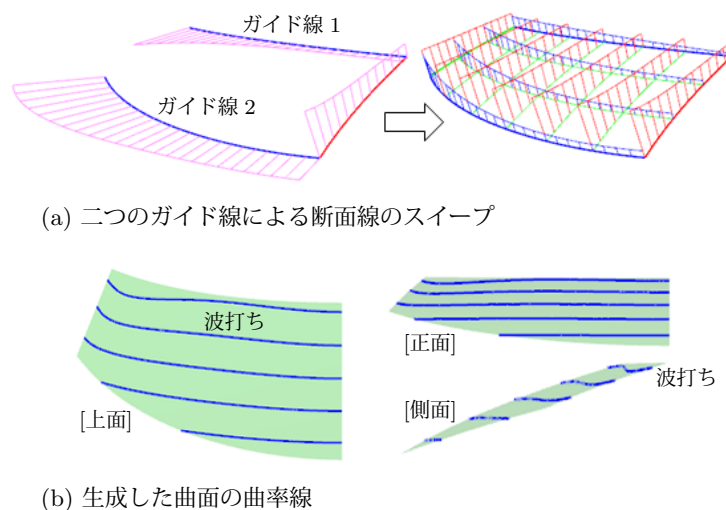


図 5.4. 意匠 CAD モデラによる曲面の生成例. 自動車外形のフード部 (Hood 1). (a) 意匠 CAD モデラにより生成された曲面. (b) 最小の主曲率に対する主方向の曲率線.

**回転最小枠 (RMF : Rotation minimizing frame).** 3D 曲線の移動枠 (moving frame) ( $\mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{V}$ ) は, 三つの単位ベクトルで構成され,  $\mathbf{T}$  は曲線の接線 (tangent) ベクトルを示し, すべてのベクトルは

互いに直交する。該枠の変化はその角速度ベクトル  $\omega$  によって表され、回転最小枠 (RMF) では  $\mathbf{T}$  に関する成分がゼロとなる [13]。  $\mathbf{N}$  と  $\mathbf{B}$  を曲線の法線 (normal) ベクトルと倍法線 (binormal) ベクトルとしたとき、フレネ枠 (Frenet frame)  $(\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B})$  は最もポピュラな枠であるが、一般の 3D 曲線におけるフレネ枠は RMF ではない。なぜなら、次式で与えられるその角速度ベクトルは、接線ベクトルの成分  $\tau\mathbf{T}$  が恒等的にゼロではないからである [56]：

$$\omega_{\text{Frenet}} = \kappa\mathbf{B} + \tau\mathbf{T},$$

ここで、 $\kappa$  と  $\tau$  は曲線の曲率と捩率である。

RMF の微分幾何学に関する研究は古くから行われており、[15, 54, 38] などが代表的な文献として挙げられる。RMF は曲線の接線方向を軸とする回転がなく、曲率ゼロ (inflection) の点があっても自然な枠を定義できるなどの特徴的な性質をもつ。このため、スイープに基づく曲面生成や他のアプリケーションへの応用など多くの研究 [17, 26, 108, 83, 109] がある。

**フェアリング。** エネルギー最小化による曲線/曲面の生成問題は多くの研究者によって扱われている [49]。曲面の滑らかさ (fairness) は、ある汎関数  $\mathcal{L}$  の面積積分の最小化によって評価され、主曲率  $\kappa_{\max}$  と  $\kappa_{\min}$  の二乗和  $\mathcal{L}_{\text{MES}} = \kappa_{\max}^2 + \kappa_{\min}^2$  や主曲率の主方向  $\mathbf{e}_{\max}$  と  $\mathbf{e}_{\min}$  での微分の二乗和  $\mathcal{L}_{\text{MVS}} = (d\kappa_{\max}/d\mathbf{e}_{\max})^2 + (d\kappa_{\min}/d\mathbf{e}_{\min})^2$  が広く利用されている [75, 51]。また、曲線の場合 [71] と同様に、より高階の微分を含むエネルギー関数も提案されている [70, 111, 114]。さらに、次式で与えられる  $\mathcal{L}_+$  と  $\mathcal{L}_-$  は、それぞれ文献 [125, 114, 51] と [18, 47] の中で Willmore エネルギーとよばれ、滑らかな曲面の生成手法に適用されている：

$$\mathcal{L}_{\pm} = (\kappa_{\max} \pm \kappa_{\min})^2 = \mathcal{L}_{\text{MES}} \pm 2\kappa_{\max}\kappa_{\min}.$$

曲面の UV 双方向の曲線群に対するフェアリングによって曲面を生成する方法 [57] なども含め、フェアリング技術に基づいたアプローチは、ある工業デザイン領域では有用である。しかし、上述の本研究における問題を解決するための直接的なアプローチにはならない。なぜなら、生成したい基準曲面の UV 方向は、デザイン意図を反映した基準曲線 (カーブ定規) と該曲線の動く軌跡 (流れ) によってそれぞれ特徴付けられるが、フェアリングにより意図的に制御することは困難なためである。

**美的曲面。** 曲率単調性 [22] によって特徴付けられる美的曲線の研究は、近年急速に発展してきたが [124]、美的曲面に関しては、意匠測定データのリバースエンジニアリングへの適用が検討できるほどの研究成果は報じられていない。こうした状況の中で、Inoue ら [50] の研究は、美的曲面の生成法の一つとして興味深いものである。彼らの研究では、図 5.3(c) に示すように、対数美的曲線として一つのガイド線と二つの断面線が与えられた時、二つの断面線の間で曲率と捩率が滑らかに変化するような曲面生成の問題を扱っている。当該問題は新しい曲面をデザインするような状況では有用である。しかし、本研究が対象とする測定データのリバースエンジニアリングにおける曲面生成の問題では、ガイド線を正しく設定すること自体が重要かつ大きな問題で、新たなアプローチが必要となる。



### 5.1.2 本研究の貢献

本研究の貢献は次の通りである：

1. 断面線群から生成する曲面の双方向の境界線を定義する。
2. 断面線上のある点の軌跡が生成する曲面の曲率線 (line of curvature) となり、かつ振れの小さい曲線にする。
3. 提案手法では、図 5.5(b) に示すように、波打ちのない滑らかな曲率線をもつ曲面を生成できた。

第一に、既存手法であるスキニングの課題に対応するために、指定された基準曲線を剛体変換した曲線群 (ファミリ) としてすべての断面線を表現する。このとき、曲線群の各曲線の始点と終点で構成されるそれぞれの点列を曲線で補間/近似し、スイープする基準曲線の両端点に対する二つの軌跡曲線を定義する。さらに、二つの軌跡曲線が曲率単調性の条件を満足するように、元の曲線群の位置を調整する。その結果、曲面再構築のための双方向の境界線が得られる。

第二に、スイープ技法における背骨曲線と曲面の曲率線との関係に着目する。背骨曲線はスイープ面 (swept surface) の流れを意図的に規定するものであり、曲率線は生成する曲面の同流れを示すものと想定する。本研究では背骨曲線を事前に与えることが困難であるとの問題設定により、基準曲線上のある点の軌跡が曲率線になるように曲面を構築する。

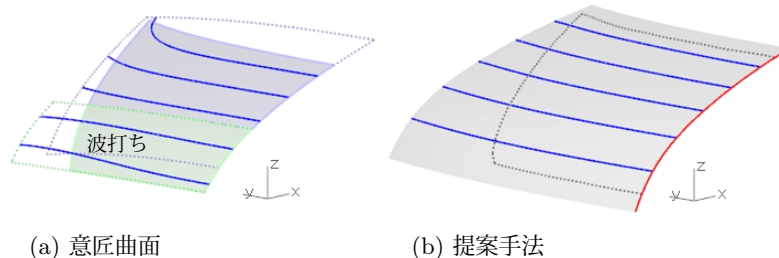


図 5.5. 意匠 CAD モデラによる曲面との曲率線の比較. 自動車外形のフード部 (Hood 2).

本章の以下の構成は次の通りである。5.2 節では提案手法を記述する。5.3 節では実験結果を示す。5.4 節では提案手法の効果を考察し、実際の意匠曲面との比較を行う。最後に、5.5 節では本章のまとめを行う。

## 5.2 方法

セグメント分割された測定データからの基準曲面の再構築法を示す。5.2.1 項では基本となる曲面生成のフレームワークを示す。次に、5.2.2 項では曲面の品質を向上させるための方法について述べる。最後に、5.2.3 項では曲面生成の全体プロセスを示し、本研究の実験で使用したプロトタイプについて説明する。



### 5.2.1 基準曲面の再構築フレームワーク

本研究では基準曲面を B-spline 曲面  $S(u, v)$  で表現する．曲面  $S(u, v)$  の  $u$  方向は指定された基準曲線  $C(s)$  によって完全に特徴付けられる．また，曲面  $S(u, v)$  の  $v$  方向の境界線は曲線  $C(s)$  の両端点が移動した際の軌跡として定義する．曲面  $S(u, v)$  は曲線  $C(s)$  の平行移動と回転移動により生成されるが，それぞれの移動方法の詳細を以下に述べる．

#### 基準曲線の平行移動

測定データにフィッティングし，カーブ定規に対する曲線として指定された基準曲線  $C(s)$  を次の手順で動かす：

1. 曲線  $C(s)$  を含む平面  $P_0$  の法線ベクトル方向  $\mathbf{T}_0$  に指定された間隔で  $C(s)$  を平行移動し，得られた曲線を  $C_1(s)$  とする．
2. 上記 1. を繰返し実行し，ファミリと呼ばれる曲線群  $\{C_i(s)\}_{i=0}^d$  と  $\{\mathbf{T}_i\}_{i=0}^d$  および  $\{P_i\}_{i=0}^d$  を得る (図 5.6(a))．ここで， $C_0(s) = C(s)$  とする．

$\mathbf{T}_i = \mathbf{T}_0$  ( $\forall i$  に対して) の場合， $i$  の増加につれて  $C_i$  が測定データから離れてしまう可能性があるため，次の処理を実行する：

3. 平面  $P_i$  内の平行移動により，曲線  $C_i$  の位置を測定データにフィッティングし (図 5.6(b))， $\mathbf{T}_i$  ( $i \geq 1$ ) を次のように設定する：

$$\mathbf{T}_i = \frac{C_i(s^*) - C_{i-1}(s^*)}{\|C_i(s^*) - C_{i-1}(s^*)\|}, \quad (5.1)$$

ここで，パラメタ  $s^*$  は曲線  $C(s)$  上のある固定点を与える値とする．

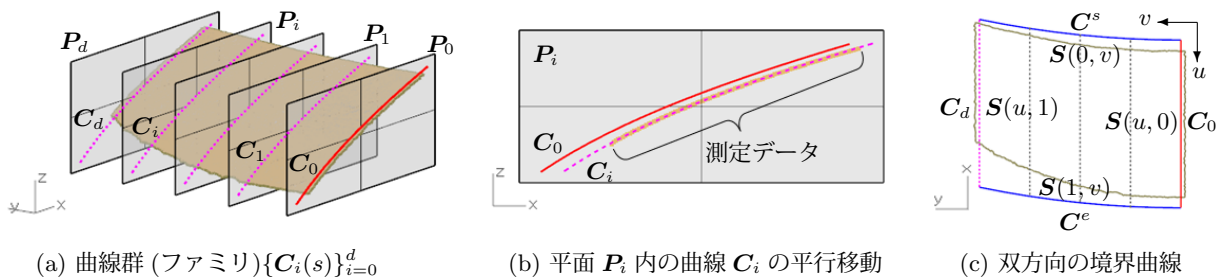


図 5.6. 基準曲線の平行移動. (a) 赤線で与えられた基準曲線  $C_0$  を指定された間隔で平行移動して得られる曲線群. (b) 各曲線  $C_i$  を含む平面  $P_i$  内での平行移動によるフィッティング. (c) 赤線で指定された基準曲線 ( $C=C_0$ ) の両端点の軌跡. 生成する曲面  $S(u, v)$  の  $v$  方向の境界線となる．

得られた曲線群  $\{C_i(s)\}_{i=0}^d$  から，次の手順で曲面  $S(u, v)$  を生成する：

4. 各曲線  $C_i(s)$  の両端点 ( $C_i(0)$  と  $C_i(1)$  とする) からなる二つの点列  $\{C_i(0)\}_{i=0}^d$  および  $\{C_i(1)\}_{i=0}^d$  のそれぞれを補間/近似する B-spline 曲線  $C^s$  および  $C^e$  を生成する．

5. 4 曲線  $C(s)$ ,  $C_d(s)$ ,  $C^s$  および  $C^e$  を曲面  $S(u, v)$  の境界線  $S(u, 0)$ ,  $S(u, 1)$ ,  $S(0, v)$  および  $S(1, v)$  とするように, 曲面  $S(u, v)$  を生成する (図 5.6(c)). 本研究では, Coons パッチの B-spline 表現 [63] を利用する:

$$S(u, v) = S_1(u, v) + S_2(u, v) - S_3(u, v),$$

ここで,  $S_1(u, v)$  と  $S_2(u, v)$  は, それぞれ  $v$  方向と  $u$  方向の次数が 1 のルールド面であり,  $S_3(u, v)$  は双 1 次曲面である.

### 基準曲線の回転移動

曲線  $C_i(s)$  上の点  $C_i(s^*)$  を回転中心として,  $\mathbf{T}_{i-1}$  が  $\mathbf{T}_i$  に一致するように曲線  $C_i(s)$  を回転する (図 5.7). ここで, 回転軸  $\mathbf{A}^{(i)}$  と回転角  $\theta$  は, それぞれ  $\mathbf{A}^{(i)} = \mathbf{T}_{i-1} \times \mathbf{T}_i$  および  $\theta = \cos^{-1}(\mathbf{T}_{i-1} \cdot \mathbf{T}_i)$  とする. このとき, 回転行列  $R$  は次式で与えられる [28, 16]:

$$R = \cos \theta \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - \cos \theta) \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln \\ lm & m^2 & mn \\ ln & mn & n^2 \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} 0 & n & -m \\ -n & 0 & l \\ m & -l & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

ここで,  $l = A_x^{(i)}$ ,  $m = A_y^{(i)}$  および  $n = A_z^{(i)}$  とする. また,  $\theta = 0$  の場合,  $\mathbf{A}^{(i)}$  はゼロベクトルとなるが,  $R$  は恒等変換 (単位行列) となるため該変換を適用すれば問題はない.

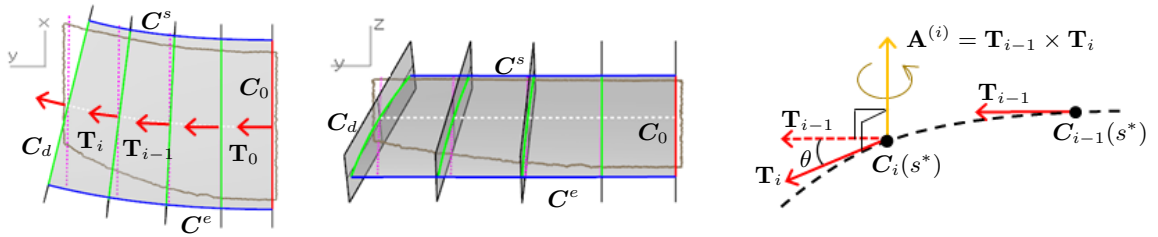


図 5.7. 基準曲線の回転移動.

回転行列  $R$  は回転最小枠 (RMF: rotation minimizing frame) を大まかに近似するものである. なぜなら, ある曲線の接線ベクトル  $\mathbf{T}$  に垂直な方向を回転軸  $\mathbf{A}$  とする任意回転は,  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{T} = 0$  であり, これは RMF の定義である. したがって, 本研究で設定した回転軸  $\mathbf{A}^{(i)}$  に関して, ベクトル  $\mathbf{T}_i$  が想定する背骨曲線の接線ベクトルに近いほど RMF による回転を意味する. なお, 航空機などでは, ロール軸 (機体の軸方向)・ピッチ軸 (翼方向)・ヨー軸 (機体の上部方向) とよばれる三つの直交軸を定義し, 各軸まわりの回転によって旋回を表現する. 本研究の場合, カーブ定規を示す曲線  $C_i(s)$  の移動方向  $\mathbf{T}_i$  をロール軸とした時, 該軸まわりの回転がないことに相当する.

#### 5.2.2 基準曲面の再構築フレームワークの改良

測定データから再構築する基準曲面  $S(u, v)$  の品質を向上させるために, 二つの処理を導入する. 第一に, 曲面  $S(u, v)$  の  $v$  方向の境界が曲率単調な曲線となるように, 各曲線  $C_i(s)$  の位置を調整する. 第二に, 基準曲線上に指定した点  $C(s^*)$  の軌跡が, 背骨曲線として望ましい曲線となるようにする. それぞれの詳細を以下に述べる.

### 境界線の曲率単調性

上述の曲面再構築のフレームワークにおいて、曲面  $S(u, v)$  の  $v$  方向を定義する二つの曲線  $C^s$  と  $C^e$  は曲線群  $\{C_i(s)\}_{i=0}^d$  の両端点を補間/近似したものに過ぎず、意匠デザインで求められる曲率単調性が満たされているとは限らない。そこで、両曲線が曲率単調となるように、平面  $P_i$  内で曲線  $C_i(s)$  の位置を微調整する。曲線  $C_i(s)$  の微調整に伴い  $T_i$  も変化するため、式 (5.2) によって回転移動する。

いま、曲面  $S(u, v)$  の  $v$  方向の二つの境界線  $S(0, v)$  および  $S(1, v)$  は、その曲率が単調に増加するものとし、曲率単調性を評価するために導入する次の関数  $\Phi$  を最小化する：

$$\Phi = \underbrace{\sum_{i=1}^{N_1} \delta(\kappa_i)}_{S(0, v) \text{ の曲率単調性}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N_1} \delta(\kappa_i)}_{S(1, v) \text{ の曲率単調性}}, \quad (5.3)$$

ここで、 $\kappa_i$  は各境界線上で等間隔となるように設定された各点における曲率を示し、 $\delta(\kappa_i)$  は次式で定義されたペナルティ関数である：

$$\delta(\kappa_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } \kappa_i - \kappa_{i-1} > 0, \\ |\kappa_i - \kappa_{i-1}| & \text{それ以外.} \end{cases}$$

### 振れの小さな曲率線による疑似背骨曲線

基準曲線上の点  $C(s^*)$  の軌跡は、曲面  $S(u, v)$  の等パラメタ線  $S(u^*, v)$  によって十分に表現できるとする。ここで、 $u^*$  は  $S(u^*, 0) = C(s^*)$  となるようなパラメタ値である。このとき、本研究では、 $S(u^*, v)$  を疑似背骨曲線 (pseudo-spine curve) とよぶ。

現場で定められたあるモデリング規則に基づいてカーブ定規を動かすことにより、クレイモデルは造形されていると想定する。本研究では、当該規則は疑似背骨曲線に対する次の二つの条件で特徴付けられるとする：

**P1)** 疑似背骨曲線は生成しようとする基準曲面上の意図的な流れを示し、その流れは曲率線として表現される。

**P2)** 疑似背骨曲線は振れが小さい。

第一に、条件 P1 を達成するために疑似背骨曲線を曲率線に近づける処理を行う。曲率線の一般式は次式で与えられる [48]：

$$(EM - FL)du^2 + (EN - GL)dudv + (FN - GM)dv^2 = 0,$$

ここで、 $E, F, G$  および  $L, M, N$  は、それぞれ、曲面の第一基本量および第二基本量である。また、疑似背骨曲線は  $v$  方向の等パラメタ線  $du = 0$  であることから、条件 P1 は次式で表現できる：

$$\begin{aligned} \psi(u^*, v) &= FN - GM \\ &= S_u(u^*, v) \cdot S_v(u^*, v) N(u^*, v) \cdot S_{vv}(u^*, v) - |S_v(u^*, v)|^2 N(u^*, v) \cdot S_{uv}(u^*, v) \\ &= 0, \end{aligned} \quad (5.4)$$

ここで、 $\mathbf{N}$  は曲面の法線ベクトルを示す。

第二に、曲面上のある曲線  $C$  の測地捩率 (geodesic torsion)  $\tau_g$  は次式で与えられる [29] :

$$\tau_g = \frac{d\alpha}{ds} - \tau, \quad (5.5)$$

ここで、 $\tau$  および  $\alpha$  は、それぞれ曲線  $C$  の通常の捩率および  $\mathbf{N}$  から  $C$  の主法線ベクトルへの角度である。さらに、曲率線は  $\tau_g \equiv 0$  である [29]。したがって、条件 P2 に関しては、角度  $\alpha$  の変化をできるだけ小さくすることで、捩率  $\tau$  の小さい疑似背骨曲線とすることができる。

以上のことから、生成する基準曲面  $S(u, v)$  に対して、疑似背骨曲線が曲率線 (式 (5.4)) になっており、その捩率  $\tau$  が小さいことを次式によって評価する：

$$\Psi = w_1 \sum_{i=0}^{N_2} |\psi(u^*, v_i)|^2 + w_2 \sum_{i=1}^{N_2} |\alpha_i - \alpha_{i-1}|^2, \quad (5.6)$$

ここで、 $w_i$  ( $i = 1, 2$ ) は重み係数である。

### 5.2.3 基準曲面の再構築のプロセス

基準曲面の再構築に関する全体の手順を以下にまとめる。

---

#### 曲面の再構築プロセス

---

1. **入力.** セグメント分割された形状を示す点群あるいはメッシュの頂点群  $\{\mathbf{V}_i\}_{i=0}^N$  および基準曲線  $C(s)$ 。曲面  $S(u, v)$  の  $v$  方向の次数の指定 (本研究では 4 次)。
2. **設定.** 入力された基準曲線  $C(s)$  の線長を 1 とするようにデータを正規化。
3. **曲面生成処理.**
  - 3.1) **準備.** 曲線群  $\{C(s)_i\}_{i=0}^d$  の設定および  $\{\mathbf{T}_i\}_{i=0}^d$  の計算 (5.2.1 項)。
  - 3.2) **最適化.** 基準曲面の再構築フレームワーク (5.2.1 節) に基づき、次式で定義された目的関数  $J$  を最小化するような基準曲面を生成する：

$$J = \sum_{i=1}^N \underbrace{(S(u, v) - \mathbf{V}_i)^2}_{\text{フィッティング誤差}} + \epsilon_1 \Phi + \epsilon_2 \Psi, \quad (5.7)$$

ここで、 $\Phi$  および  $\Psi$  は式 (5.3) および式 (5.6) で定義される。本研究の実験では次の値を設定した： $\epsilon_1 = 0.01$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $N = 2700$ ,  $N_1 = 50$ ,  $N_2 = 100$ 。なお、最適化変数は平面  $P_i$  内の  $C_i(s^*)$  の位置座標である。

4. **出力.** 得られた曲面を元のスケールに戻す。□
- 

本節の最後に、次節で示す実験に使用したプロトタイプの詳細について述べる。

- 基準曲線上の点  $C(s^*)$  は 4 次 B-spline 曲線  $C(s)$  の中点に設定する。
- 基準曲線  $C(s)$  は入力データのモデル中心に位置し、入力データは  $C(s)$  に関して線対称であることを想定し、 $\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_0$  とする。したがって、生成した曲面  $S(u, v)$  と  $C(s)$  に関して鏡面反転した曲面とは  $G^2$  接続する。これは自動車の意匠デザインで典型的なシナリオである。
- 曲面  $S(u, v)$  の  $v$  方向は 4 次 Bézier で近似し、曲線群の数  $d$  はその次数とする。

### 5.3 結果

5.2.3 項で記述したプロトタイプを Intel/Core i7 (3.5 GHz) の PC 上に実装し、セグメント分割された測定データからの曲面再構築の実験を行った。式 (5.7) で定義された目的関数の最適化計算には、前章と同様に、非線形最適化のための C++ ライブラリ (NLopt [78]) を使用し、導関数が不要な Brent 法 [20] を選択した。通常、局所最適解よりも大域的最適解の方に意味があるが、本研究の入力データはセグメンテーション後の部分データであり、多くの極値や臍点を持つような複雑な形状ではなく、曲率単調な基準曲面の生成を想定しているため、得られる局所解の妥当性は高く、大域的最適解に近いものであるとした。収束判定条件はすべての最適化変数の変化が指定したトレランス ( $1 \times 10^{-6}$ ) 以下となった場合とした。

実際のクレイモデルと実車を測定した二つのデータ (Hood 1 と Hood 2) を利用して実験を行った。該データは車種の異なる自動車外形のフード部の片側半分の形状を表現したもので、モデル中心部に位置する基準曲線は 4 次 B-spline 曲線を設定した (図 5.8(a) および図 5.9(a))。

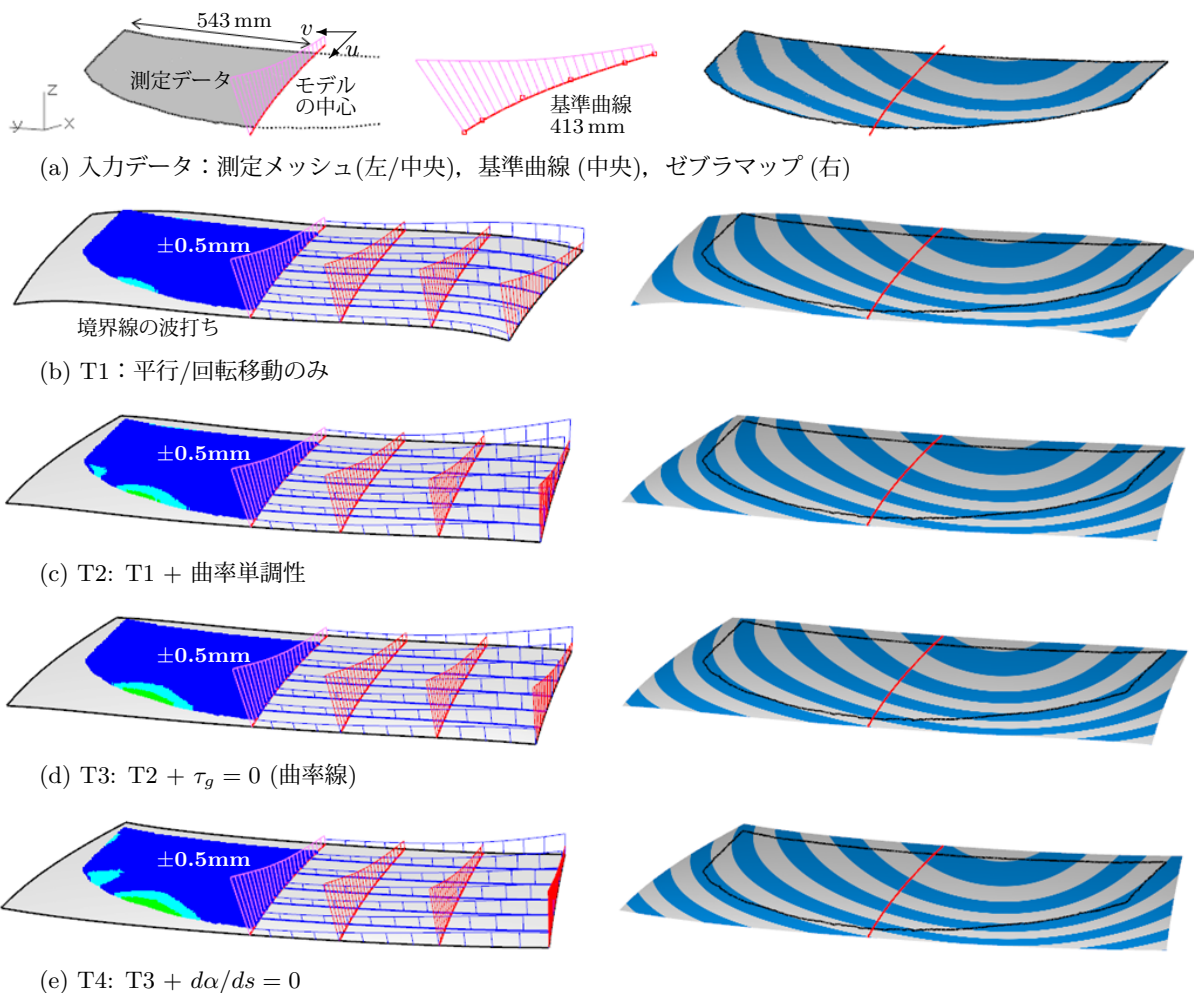


図 5.8. データ Hood 1 に対する 4 次 B-spline 曲面の結果 (条件 T1, T2, T3 および T4). 基準曲線 (赤線) は 4 次 B-spline 曲線として用意した。誤差マップは入力メッシュと生成した曲面との距離を次の色分けにより区別する：青色 (0~0.5 mm), 水色 (0.5~1.0 mm), 緑色 (1.0 mm 以上)。ゼブラマップは生成した曲面を入力基準曲線に対して鏡面反転したものと共に示している。



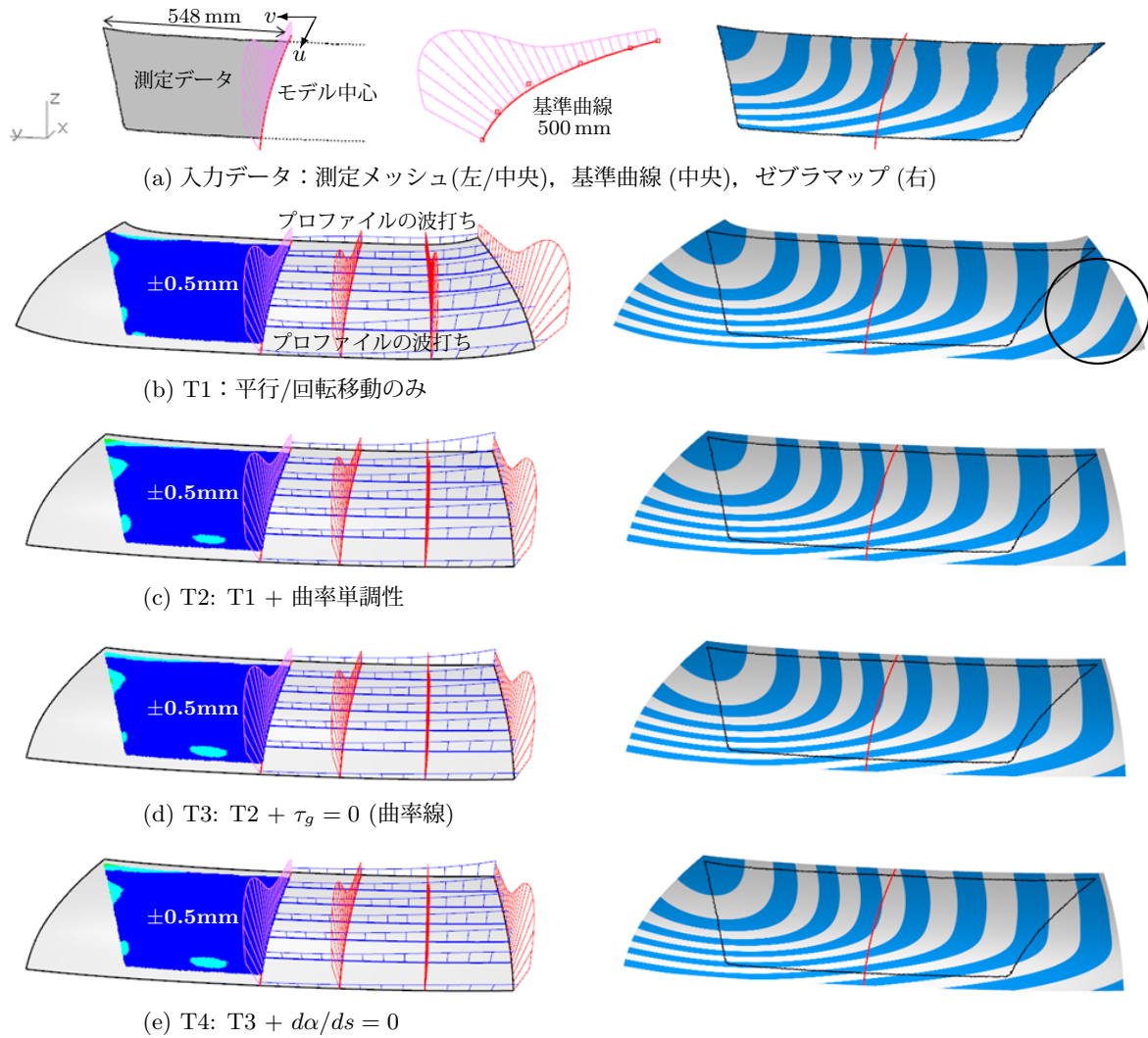


図 5.9. データ Hood 2 に対する 4 次 B-spline 曲面の結果 (条件 T1, T2, T3 および T4).

図 5.8 は四つの異なる条件 T1, T2, T3 および T4 で生成した基準曲面の結果を示す. 各条件は式 (5.7) で使用する重み係数の違いで分類され, 対応する値は表 5.1 に示す通りである. 各条件の結果に対して, 誤差評価, 曲率プロファイルおよびゼブラマップの評価を示す. 誤差マップは入力メッシュと生成した曲面との誤差を示す. これらの結果から次の事実が確認できる:

- すべての条件において, 誤差はほぼ 0.5 mm 以下で曲面が生成できたが, 条件 T1 から T4 の順に若干誤差が大きくなっている (T1 が最も誤差が小さい).
- ゼブラマップは図 (a) に示す測定データのものとほぼ同一となっている.
- 生成した曲面は,  $u$  方向の曲率プロファイルを指定した基準曲線の曲率プロファイルに保ちながら, 条件 T1 の場合を除き,  $v$  方向の曲率変化も滑らかである.

図 5.9 は Hood 2 に対する結果を示すが, Hood 1 に対する結果と同様の事実が確認できる. また, ゼブラマップを注意深く見ると次の事実が確認できる:



表 5.1. 処理時間と目的関数  $J$  の値.  $s^* = 0.5$  は基準曲線の中点を示す.

Type	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$		$s^*$	Hood 1		Hood 2	
		$w_1$	$w_2$		$J$ (式 (5.7))	処理 (s)	$J$ (式 (5.7))	処理 (s)
T1: 平行/回転移動のみ	0.0	0.0	0.0	0.5	$2.05 \times 10^{-3}$	14	$3.99 \times 10^{-4}$	11
T2: T1 + 曲率単調性	0.01	0.0	0.0	0.5	$2.50 \times 10^{-3}$	57	$7.64 \times 10^{-4}$	43
T3: T2 + $\tau_g = 0$ (曲率線)	0.01	1.0	0.0	0.5	$2.83 \times 10^{-3}$	81	$1.16 \times 10^{-3}$	25
T4: T3 + $d\alpha/ds = 0$	0.01	1.0	1.0	0.5	$3.43 \times 10^{-3}$	31	$1.22 \times 10^{-3}$	40

- 図 5.9(b) の丸印の部分が他のケースと異なっている.

図 5.9(b) では曲率プロファイルが波打っているという事実を考慮すると、この差異は基準曲面としての不適切さを示している.

処理時間と式 (5.7) の目的関数の値は表 5.1 に示す通りであり、Hood 1 と Hood 2 に対する以上の結果から次のことを確認した:

- 式 (5.6) で定義した  $\Psi$  の導入によりフィッティング精度が落ち、提案手法の有効性を十分に示していない.

しかし、上記の評価は基準曲面としての真の評価には不十分であることは、文献 [48] でも指摘されているところである. 次節では実際の意匠曲面との比較も行いながら、基準曲面の再構築における式 (5.6) の効果について考察する.

## 5.4 考察

本研究における提案手法の効果を検証するために、さらに以下の結果を示す:

1. 式 (5.7) による目的関数  $J$  における  $\Psi$  の真の効果.
2. 式 (5.5) の角度  $\alpha$  の評価.
3. 実際の意匠曲面との比較.

### 5.4.1 目的関数 $J$ における $\Psi$ の効果

曲率線による分析 [7] により、実験で得られた曲面の品質を評価した. 図 5.10 および図 5.12 は、それぞれ Hood 1 および Hood 2 の最小の主曲率  $\kappa_{min}$  に対する主方向の曲率線を示す. 曲面の等パラメタ線として定義した疑似背骨曲線 (5.2.2 項) についても赤の破線で示している. さらに、 $L_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) で示す曲率線上の主曲率  $\kappa_{max}$  と  $\kappa_{min}$  のグラフも併示した. ここで、 $L_3$  の始点は指定した基準曲線の中点に設定した. これらの結果から次の事実が確認できる:

T1, T2: 曲率線

- Hood 1 に示す  $L_3$  の波打ちは周辺の曲率線に悪影響を与えており、Hood 2 に示す  $L_1$  は丸印の部分で不自然な流れとなっている.

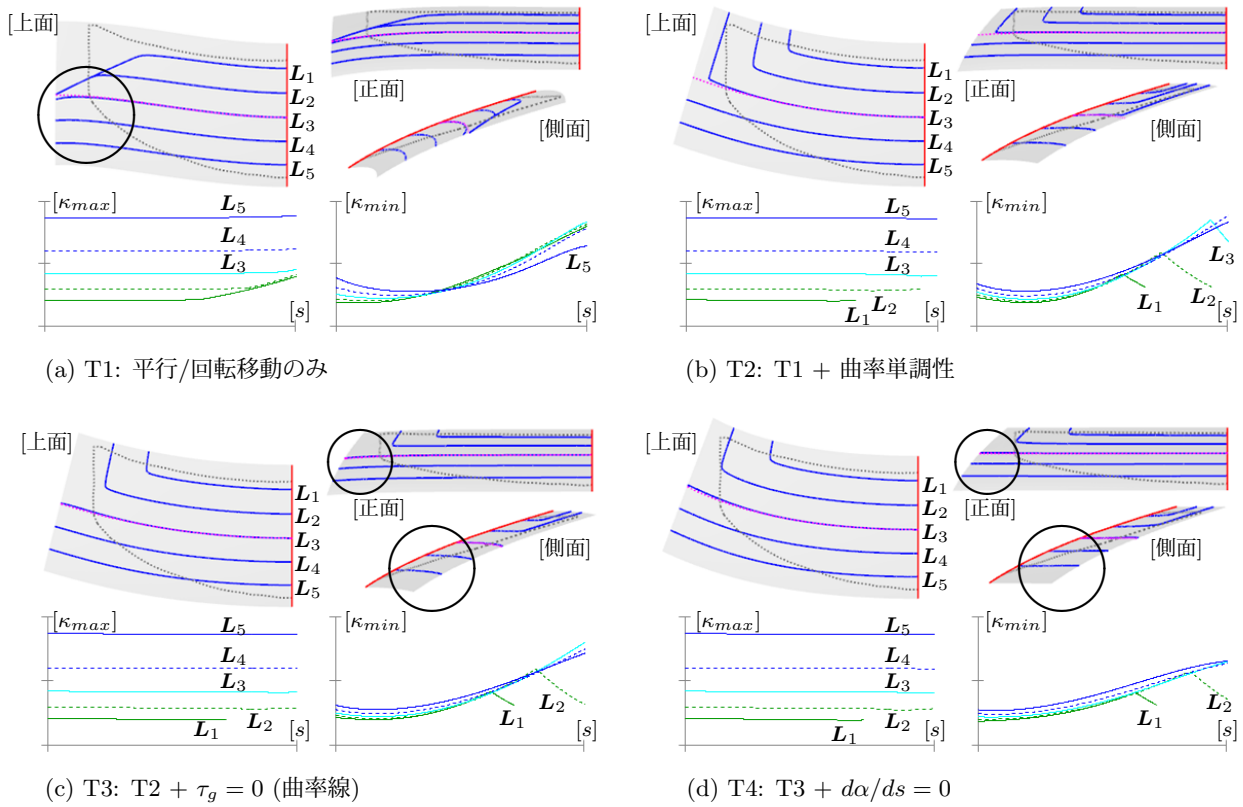
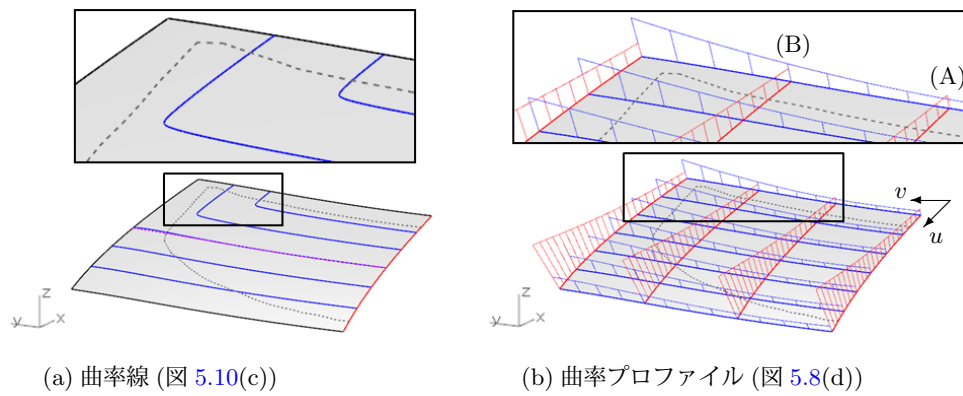


図 5.10. データ Hood1 に対する曲率線と主曲率グラフ.

図 5.11. データ Hood1 に対する条件 T3 の結果. (b) の (A) と (B) では  $u$  方向の曲率 (赤いプロファイル) と  $v$  方向の曲率 (青いプロファイル) の大小が逆転している.

- Hood2 の条件 T1 は自然な流れを示しているが、このケースは、図 5.9(b) で示したように、曲率プロファイルが波打っているという問題がある.

## T1, T2: グラフ

- 幾つかのケースにおいて、 $L_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の  $\kappa_{max}$  が一定変化を示していない (Hood1 と 2).
- 大半のケースにおいて、 $L_i$  ( $i = 3, 4, 5$ ) の  $\kappa_{min}$  が単調変化を示しておらず、グラフの左側では下凸となっている (Hood1 と 2).

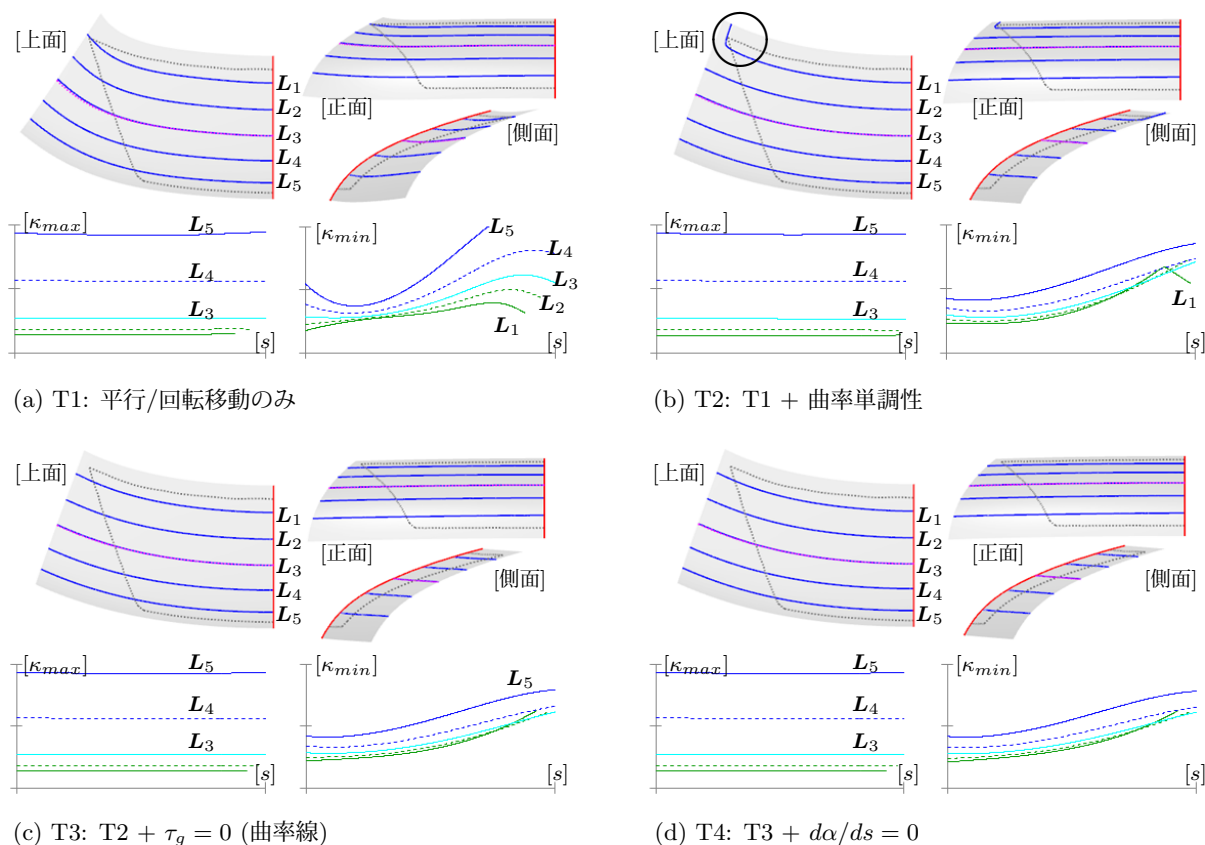


図 5.12. データ Hood 2 に対する曲率線と主曲率グラフ.

## T3: 曲率線

- 条件 T2 の結果では折れ曲がっていた  $L_3$  が疑似背骨曲線に沿った曲線となっている (Hood 1).
- 条件 T2 の結果と同様,  $L_1$  と  $L_2$  に角 (臍点) が生じ, 臍点の連なった臍線に関して曲率線の  $\kappa_{max}$  と  $\kappa_{min}$  が入れ替わっている. (これは, 単調増加する曲面の  $v$  方向の曲率が, 図 5.11(b) に示すように, 途中から  $u$  方向の曲率よりも大きくなっているためである.)
- 条件 T2 の結果と較べて,  $L_1$  は滑らかな曲率線になっている (Hood 2).

## T3: グラフ

- 条件 T2 の結果と較べて,  $\kappa_{min}$  の曲率単調性が改善されている (Hood 1 と 2).

## T4: 曲率線

- 正面/側面ビューにおいて,  $L_i$  ( $i = 3, 4, 5$ ) は水平線のように見える (Hood 1).

## T4: グラフ

- Hood 1 の場合, 他の条件の結果と較べて,  $\kappa_{min}$  の曲率単調性が大幅に改善されている. 僅かながら, 同様の変化が Hood 2 の場合にも見られる.

上記の T3 の曲率線に関して, Hood 1 に対する結果では  $L_1$  と  $L_2$  に角が生じたが, 等ハイライト線などによる意匠曲面の評価は等主曲率線のパターンに強く依存し, 曲率線のパターンによる影響は小さいとの研究報告がある [45].

上記の事実から, 式 (5.6) による  $\Psi$  の導入により生成する曲面の品質は確かに向上し, さらに,

$d\alpha/ds$  による振率の制御は生成する曲面に本質的な変化をもたらしている．なお，意匠 CAD モデルからは，実際の意匠曲面と較べても (5.4.3 節)，T3/T4 条件で生成した曲面は大変良いとの評価を得た．

### 5.4.2 角度 $\alpha$ の評価

実験で得られた基準曲面に対し，式 (5.5) の角度  $\alpha$  の値を評価する．上述の議論では，図 5.10 と図 5.12(c) と (d) に示す曲率線  $L_3$  が疑似背骨曲線とほぼ一致することを確認した．したがって，疑似背骨曲線の測地振率  $\tau_g$  はゼロとみなすことができ，角度  $\alpha$  の変化は疑似背骨曲線の振率を意味する．

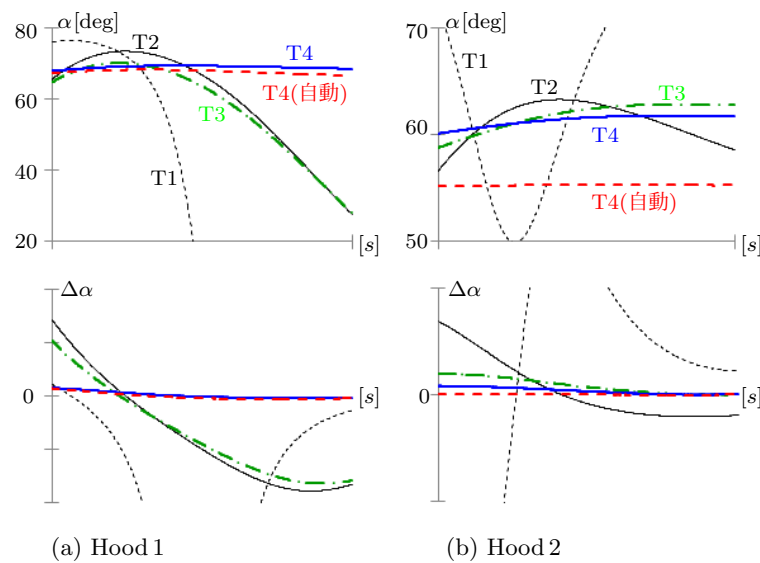


図 5.13. 式 (5.5) の角度  $\alpha$  とその変化  $\Delta\alpha$ .

各条件に対する角度  $\alpha$  とその変化  $\Delta\alpha$  を示す図 5.13 から，次の事実が確認できる：

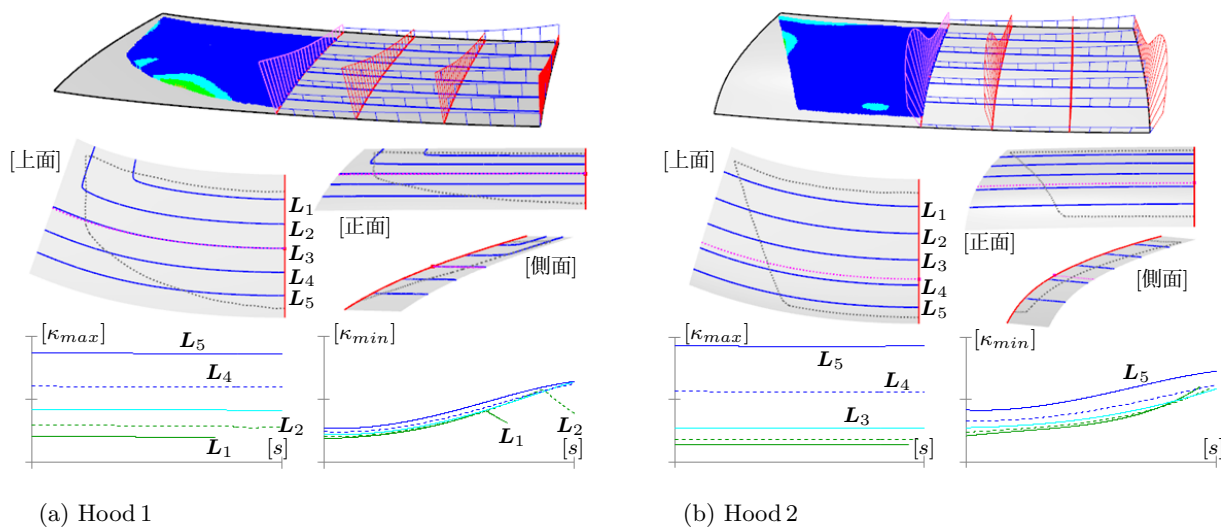
- 条件 T4 の場合，Hood 1 および Hood 2 に対する角度は上段の図に示す通り，それぞれ 68 度および 60 度のほぼ一定値に近い値を示す．したがって，角度変化は下段に示す通り，ほぼゼロに近い値になっている．

ここで，T4(自動) は疑似背骨曲線の開始点を基準曲線 (カーブ定規) の最適点  $C(s^*)$  に設定したものである．(T4 は基準曲線  $C(s)$  の中点に設定している．)  $s^*$  は最適化変数として曲面生成処理に組み込んで計算した．図 5.14 は T4(自動) の条件で得られた結果を示し，処理時間，目的関数および  $s^*$  の値を表 5.2 に示す．最適化計算中に  $s^*$  が基準曲線  $C(s)$  の端点を示した際は，そこには測定データがなく背骨曲線としては不適であると考え，強制的に  $s^*$  は曲線の中点に戻して曲面の計算を行った．Hood 1 に対する曲面生成結果は該ケースの例であるが， $s^*$  を最適化変数として変化させたことで局所解が僅かに改良され，T4 よりも誤差が改善された．

以上の評価から，疑似背骨曲線の振率は，生成される曲面との関係から効果的に小さく抑えることができることを確認した．

表 5.2. 処理時間と目的関数  $J$  の値.  $s^*$  は規格化された弧長パラメタを示す.

Type	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$		Hood 1			Hood 2		
		$w_1$	$w_2$	$s^*$	$J$ (式 (5.7))	処理 (s)	$s^*$	$J$ (式 (5.7))	処理 (s)
T4 (自動)	0.01	1.0	1.0	0.5	$3.40 \times 10^{-3}$	70	0.63	$1.13 \times 10^{-3}$	41

図 5.14. データ Hood 1 と Hood 2 に対する T4 (自動) 条件での結果. (b) において,  $L_4$  の近くの赤の破線は  $s^* = 0.63$  に対する疑似背骨曲線を示す.

### 5.4.3 意匠 CAD モデラによる曲面との比較

図 5.14 と図 5.15 は, それぞれ提案手法の結果と実際の意匠曲面を示す. 両図の比較により, 次の事実が確認できる:

- Hood 1 に関して, 図 5.15(a) に示す  $\kappa_{max}$  グラフは図 5.14(a) に示す結果と類似しているが, 図 5.15(a) の  $L_3$  に対する  $\kappa_{max}$  グラフは僅かに波打っている.
- Hood 2 に関して, 図 5.15(b) に示す  $L_4$  と  $L_5$  は  $\kappa_{max}$  の変化が明らかに一定ではない. さらに, 正面ビューにおける  $L_5$  とその  $\kappa_{min}$  グラフは明らかに波打っている.

次に, Hood 1 を例にとり, 意匠曲面の詳細を確認する. 図 5.15(a) に示す意匠曲面は二つの曲面で構成されており, 次の手順で作成されたものである:

1. 図 5.4(a) に示す二本のガイド線による断面線のスイープにより, 下部の面を生成.
2. 同様の方法により, 図 5.15(a) に示す上部の面を生成.

図 5.4(b) は初めに作成された下部の面に対する曲率線を示すが, 同図の最上部の曲率線が大きく波打っている. これは意匠 CAD モデラが Hood 1 を二つの曲面で表現した理由を示している.

以上の考察をまとめると, 周辺の曲率線と明らかに整合性のない波打った曲率線は, 意匠デザインでは望ましくないことを主張した. 事実, 意匠 CAD モデラは不自然に波打った曲率線となる曲面部を新たな曲面に差し替えており, 本研究の主張の妥当性に対しても支持した.

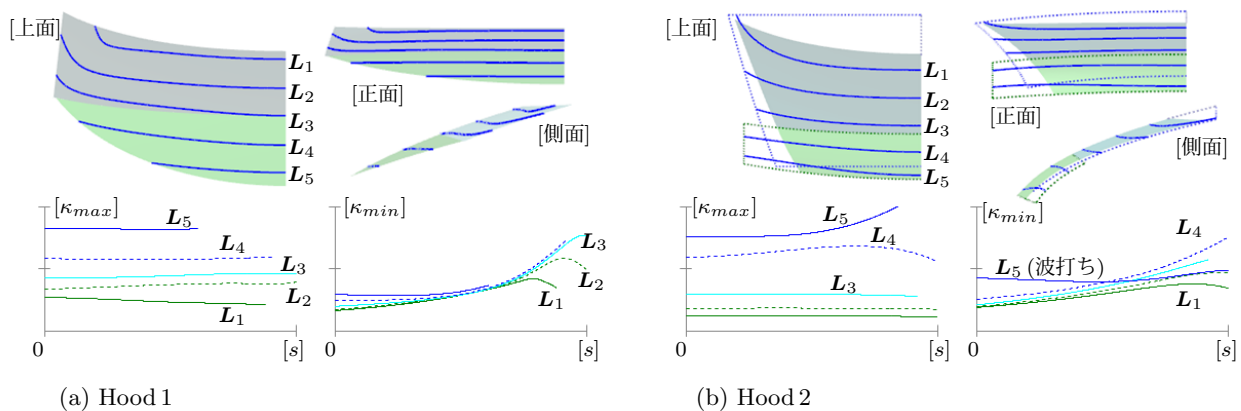


図 5.15. データ Hood 1 と Hood 2 に対する実際の意匠曲面.

**制限事項.** スイープ法に基づくモデリングに関して，本研究では基準曲線 (カーブ定規) は剛体変換のみで動くことを仮定した (5.1 節). したがって，基準曲線を徐々に変形させながらスイープすることには対応していない. 今後，一般のアフィン変換による変形にも対応することにより，自由曲面の表現空間を拡張することに繋がるため，その対応を検討する.

## 5.5 おわりに

本研究では，セグメント分割された意匠測定データから，基準曲面 (underlying surface) を再構築する方法を提案した. 従来のスイープ法に基づく手法とは異なり，背骨曲線 (spine curve) やガイド線の入力を必要としない. 提案手法では，指定された基準曲線 (underlying curve) 上のある点の軌跡が生成する曲面の曲率線 (line of curvature) となり，かつ振れが小さくなるように曲面を生成する. 得られる曲面は，曲率線を背骨曲線として基準曲線を回転最小枠 (RMF: rotation minimizing frame) でスイープして生成する曲面を近似するものであり，クレイモデラがどのようにカーブ定規を動かしているかという問いへの本研究の解である.

実際の現場で測定された二つの異なるデータを用いた実験結果から，次の結論を得た：

- 提案手法で生成した曲面の曲率線は，意匠 CAD モデラが生成した曲面のものと較べ，波打ちのない滑らかなものである.
- 意匠 CAD モデラが求める品質を満足する基準曲面が生成できた.

本研究の実務適用に向けて，さらなる実験による検証と共に，意匠曲面の評価方法の開発が必要のため，今後の対応を検討する. また，他にも幾つかの基準曲面の生成シナリオへの対応が求められるため，併せて検討する.





## 第6章 結論

### 6.1 まとめ

本研究では、意匠測定データに対するセグメンテーションおよび曲線/曲面の生成に関し、新たな手法を開発した。単に曲線/曲面を測定データにフィッティングするようなアプローチでは、実用的な意匠 CAD モデルの生成は困難で、デザイン実務へのリバースエンジニアリングの適用が憚られる大きな原因であった。意匠測定データのリバースエンジニアリングでは、クレイモデルなどの被測定物がどのような面構成で造形されているのかという点を十分に考慮し、カーブ定規によるクレイモデルの造形を模した意匠 CAD モデルの生成法が必要である。実際の現場からも、そのような CAD モデルの生成が期待されており、本研究はそのための重要なアプローチとなる。

第2章のセグメンテーションに関する研究では、CAD モデルの事前イメージに対応する領域に測定データを分割する方法を提案した。提案手法では Student-t 混合分布モデルによるクラスタリング法をメッシュのセグメンテーションに初めて適用した [98]。また、クラスタリングを行う特徴空間を新たに設計し、特徴空間を構成するメッシュ頂点の法線ベクトルを測定データからロバストに推定する方法も提案した [95]。さらに、曲率に基づくアプローチでは分割が困難な領域に対して、形態学的な領域分割手法を提案した [97]。実際の意匠測定データに対する実験結果により、既存の手法やプログラムと較べて過分割 (over-segmentation) が抑えられ、CAD モデルの事前イメージに近いなど、提案手法の有効性を検証した。

第3章と第4章の曲線生成に関する研究では、2D 曲線と一般の 3D 曲線の生成・再構築法を提案した。第3章では、非一様なノットベクトルにより曲率連続の 2 次 B-spline 曲線の生成法を提案した [99]。実際の意匠測定データから抽出した断面線データに対する実験結果では、意匠 CAD モデルが生成した曲線と同質の曲線が得られることを確認した。しかし、意匠 R を含むデータを正確に表現できないという課題を残した。第4章では、意匠デザインに適した基準曲線 (underlying curve)/意匠 R (styling radius corner) を一般の 3D 曲線データから再構築する方法を提案した [94]。該手法により、第3章の課題を解決できる。実際の現場で測定した曲線データに対する実験結果により、既存のフェアリング技術や *Class A Bézier* 曲線などのフィッティングと較べて、与えられた曲線データの特徴をうまく捉えているなど、提案手法の有効性を検証した。

第5章の曲面生成に関する研究では、カーブ定規によるクレイモデルの造形を模した曲面生成法を提案した。カーブ定規の動きを微分幾何学の条件式で規定することにより、波打ちのない、滑らかな曲率線をもつ基準曲面 (underlying surface) を生成した。本研究はリバースエンジニアリングの最終段階であり、得られた成果は極めて重要である。実際の意匠測定データに対する実験結果により、意匠 CAD モデルが実際に生成した曲面と較べて、曲率線の波打ちがなく、滑らかな曲面が生成できているなど、提案手法の有効性を検証した。

## 6.2 今後の展望

各章の提案手法による実際の効果については、研究課題の解決と共に、さらなる実験による検証が必要である。また、意匠測定データのリバースエンジニアリングの実務適用に向けた観点からは、セグメンテーションから曲線/曲面の生成までの一連の作業をシームレスに繋げて進められるシステムの設計と構築が必要となる。

熟練の意匠 CAD モデラは与えられた測定データから即座に面構成を識別し、クレイモデルの造形プロセスの推察力にも長け、経験の浅いデザイナーとの差は歴然とする。本研究の成果および今後の課題の解決により、その経験の差をソフトウェアで補うことができる。また、上級の意匠 CAD モデラに対しても、データ作成の負担が軽減され、本質的な作業 (CAD データにデザイナーの意図を込める) に専念できるようになる。今後、意匠デザイン分野においてもリバースエンジニアリングが普及し、さらには、意匠デザイナーの造形手法を模した究極のリバースエンジニアリングの実現が、新たなデザイン創造に繋がることに期待する。

## 謝辞

本論文は、著者が日本ユニシス株式会社の研究員および横浜国立大学の社会人博士後期課程学生(2016年4月から2017年3月)として行ってきた研究をまとめたものである。

本論文審査の主査を務めて下さいました前川卓教授には、研究室での活動を通じて多くのご指導を承り、本論文の第5章の研究を進めることができました。ここに深く感謝の意を表します。副査を務めて下さいました本学の高田一教授、丸尾昭二教授、前田雄介准教授、尾崎伸吾准教授からは貴重な助言を頂きました。ここに感謝の意を表します。

また、豊田工業大学の東正毅名誉教授には、共同研究期間中(2011年10月から2015年3月)、本論文の第2章の研究活動を通じて多くのご指導を承りました。ここに感謝の意を表します。

さらに、勤務先の日本ユニシス株式会社には、社会人博士後期課程の学生としての入学を許可頂き、同社の星野力博士からは、本論文の第2章のベイズ法について多くの助言を頂きました。ここに感謝の意を表します。

最後に、ダイハツ工業株式会社の中倉清氏には、本研究に取り組むきっかけを与えて下さったことのみならず、同社の岡本地生氏と共に、今日までの長きに渡り絶大なるご協力を頂きました。両氏からの惜しみないご協力なくしては、本研究がこのような形にまとまることはありませんでした。ここに深く感謝の意を表します。

2017年3月 土江 庄一



## 参考文献

- [1] A. Agathos, I. Pratikakis, S. Perantonis, N. Sapidis, and P. Azariadis. 3D mesh segmentation methodologies for CAD applications. *Computer-Aided Design and Applications*, 4(6):827–841, 2007.
- [2] C. Archambeau and M. Verleysen. Robust Bayesian clustering. *Neural Networks*, 20(1):129–138, 2007.
- [3] M. Attene. Efpisoft. 2006. <http://efpisoft.sourceforge.net/>.
- [4] M. Attene, B. Falcidieno, and M. Spagnuolo. Hierarchical mesh segmentation based on fitting primitives. *The Visual Computer*, 22(3):181–193, 2006.
- [5] F. Attneave. Some informational aspects of visual perception. *Psychological Review*, 61(3):183–193, 1954.
- [6] I. Baran, J. Lehtinen, and J. Popović. Sketching clothoid splines using shortest paths. *Computer Graphics Forum*, 29(2):655–664, 2010.
- [7] J. Beck, R. Farouki, and J. Hinds. Surface analysis methods. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 6(12):18–36, 1986.
- [8] D. Ben-Haim, G. Harary, and A. Tal. Piecewise 3D Euler spirals. *Proceedings of the 14th ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, pages 201–206, 2010.
- [9] P. Benkő and T. Várady. Segmentation methods for smooth point regions of conventional engineering objects. *Computer-Aided Design*, 36(6):511–523, 2004.
- [10] P. J. Besl and R. C. Jain. Invariant surface characteristics for 3D object recognition in range images. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 33(1):33–80, 1986.
- [11] J. C. Bezdek. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm*. Plenum Press, 1981.
- [12] Z. Bian and R. Tong. Feature-preserving mesh denoising based on vertices classification. *Computer Aided Geometric Design*, 28(1):50–64, 2011.
- [13] L. Biard, R. T. Farouki, and N. Szafran. Construction of rational surface patches bounded by line of curvature. *Computer Aided Geometric Design*, 27(5):359–371, 2010.



- 
- [14] C. M. Bishop. *Pattern Recognition And Machine Learning*. Springer-Verlag New York, 2006.
  - [15] R. L. Bishop. There is more than one way to frame a curve. *The American Mathematical Monthly*, 82(3):246–251, 1975.
  - [16] J. Bloomenthal. Calculation of reference frames along a space curve. in: *Andrew S. Glassner (Ed.), Graphics Gems (vol.1), Morgan Kaufmann*, pages 567–571, 1990. <http://webhome.cs.uvic.ca/~blob/courses/305/notes/pdf/ref-frames.pdf>.
  - [17] M. Bloomenthal. Approximation of sweep surfaces by tensor product B-splines. *Technical Report UUCS-88-008, University of Utah, Salt Lake City, Utah*, 1988.
  - [18] A. I. Bobenko and P. Schöder. Discrete Willmore Flow. In M. Desbrun and H. Pottmann, editors, *Eurographics Symposium on Geometry Processing*, pages 101–110. The Eurographics Association, 2005.
  - [19] G. Boccignone, P. Napoletano, and M. Ferraro. Embedding diffusion in variational Bayes: A technique for segmenting images. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 22(5):811–827, 2008.
  - [20] R. P. Brent. *Algorithms for Minimization Without Derivatives*. Prentice-Hall (Reprinted by Dover, 2002), 1973.
  - [21] G. H. Brunnett. Properties of minimal-energy splines. in: *H. Hagen (Ed.), Curve and Surface Design, SIAM, Philadelphia*, pages 3–22, 1992.
  - [22] H. Burchard, J. Ayers, W. Frey, and N. Sapidis. Approximation with aesthetic constraints. in: *N.S. Sapidis (Ed.), Designing Fair Curves and Surfaces, SIAM, Philadelphia*, pages 3–28, 1994.
  - [23] J. Cao and G. Wang. A note on Class A Bézier curves. *Computer Aided Geometric Design*, 25(7):523–528, 2008.
  - [24] X. Chen, A. Golovinskiy, and T. Funkhouser. A benchmark for 3D mesh segmentation. *ACM Transactions on Graphics*, 28(3), 2009.
  - [25] Y. Cheng. Mean shift, mode seeking, and clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(8):790–799, 1995.
  - [26] K. Chung and W. Wang. Discrete moving frames for sweep surface modeling. In *Proceedings of Pacific Graphics '96*, pages 159–173, 1996.
  - [27] D. Comaniciu and P. Meer. Mean shift: A robust approach toward feature space analysis. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(5):603–619, 2002.

- 
- [28] S. H. Crandall, D. C. Karnopp, E. F. Kurtz Jr., and D. C. Pridmore-Brown. *Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems*. Krieger Pub Co, 1982.
- [29] M. P. do Carmo. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall, Inc., 1976.
- [30] D. Douglas and T. Peucker. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature. *The Canadian Cartographer*, 10(2):112–122, 1973.
- [31] R. O. Duda and P. E. Hart. *Pattern Classification and Scene Analysis*. Wiley, 1973.
- [32] H. Edelsbrunner, J. Harer, and A. Zomorodian. Hierarchical morse-smale complexes for piecewise linear 2-manifolds. *Discrete Computational Geometry*, 30(1):87–107, 2003.
- [33] H. Edelsbrunner, D. Letscher, and A. Zomorodian. Topological persistence and simplification. *Discrete Computational Geometry*, 28(4):511–533, 2002.
- [34] G. Farin. Class A Bézier curves. *Computer Aided Geometric Design*, 23(7):573–581, 2006.
- [35] Y. Y. Feng and J. Kozak. On  $G^2$  continuous interpolatory composite quadratic Bézier curves. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 72(1):141–159, 1996.
- [36] Geomagic. <http://www.geomagic.com/>.
- [37] C. Grana and R. Cucchiara. Performance of the mpeg-7 shape spectrum descriptor for 3D objects retrieval. in: *Proceedings of the Second Italian Research Conference on Digital Library Management Systems (IRCDL 2006)*, Padova, Italy, pages 11–14, 2006.
- [38] H. Guggenheimer. Computing frames along a trajectory. *Computer Aided Geometric Design*, 6(1):77–78, 1989.
- [39] L. Guiqing, L. Xianmin, and L. Hua. 3D discrete clothoid splines. *Proceedings of the International Conference on Computer Graphics*, pages 321–324, 2001.
- [40] S. Gumhold, X. Wang, and R. McLeod. Feature extraction from point clouds. *Proceedings of 10th International Meshing Roundtable*, pages 293–305, 2001.
- [41] M. Hadwiger, C. Sigg, H. Scharsach, K. Bühler, and M. Gross. Real-time ray-casting and advanced shading of discrete isosurfaces. *Computer Graphics Forum*, 24(3):303–312, 2005.
- [42] K. Harada, H. Usui, and K. Nishi. Modification of cubic Bézier spirals for curvature linearity. *IEICE Transactions on Information and Systems*, E90-D(1):364–370, 2007.
- [43] G. Harary and A. Tal. 3D Euler spirals for 3D curve completion. *Computational Geometry*, 45(3):115–126, 2012.

- [44] M. Higashi, I. Kohzen, and J. Nagasaka. An interactive CAD system for construction of shapes with high-quality surface. *Computer Applications in Production and Engineering (CAPE'83)*, pages 371–390, 1983.
- [45] M. Higashi and M. Kondo. Elucidation of fundamental properties and evaluation of aesthetic aspects for free-form surfaces: Surface analysis by equi-principal-curvature curves and extremum curvature curves. *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 59(3):441–447, 1993 (in Japanese).
- [46] K. Hildebrandt and K. Polthier. Anisotropic filtering of non-linear surface features. *Computer Graphics Forum*, 23(3):391–400, 2004.
- [47] K. Hildebrandt and K. Polthier. Constraint-based Fairing of Surface Meshes. In A. Belyaev and M. Garland, editors, *Geometry Processing*, pages 203–212. The Eurographics Association, 2007.
- [48] M. Hosaka. *Modeling of Curves and Surfaces in CAD/CAM*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1992.
- [49] J. Hoschek and D. Lasser. *Fundamentals of Computer Aided Geometric Design*. A K Peters, Ltd., 1993.
- [50] J. Inoue, T. Harada, and T. Hagihara. An algorithm for generating log-aesthetic curved surfaces and the development of a curved surfaces generation system using VR. *International Association of Societies of Design Research, Seoul, Korea*, pages 2513–2522, 2009.
- [51] P. Joshi and C. Séquin. Energy minimizers for curvature-based surface functionals. *Computer-Aided Design and Applications*, 4(5):607–617, 2007.
- [52] F. Käferböck. Affine arc length polylines and curvature continuous uniform B-splines. *Computer Aided Geometric Design*, 31(7-8):331–344, 2014.
- [53] H. Kang, F. Chen, Y. Li, J. Deng, and Z. Yang. Knot calculation for spline fitting via sparse optimization. *Computer-Aided Design*, 58:179–188, 2015.
- [54] F. Klok. Two moving coordinate frames for sweeping along a 3D trajectory. *Computer Aided Geometric Design*, 3(3):217–229, 1986.
- [55] J. J. Koenderink. *Solid Shape*. MIT Press, 1990.
- [56] E. Kreyszig. *Differential Geometry*. University of Toronto Press, Toronto, 1959.
- [57] Y.-K. Lai, Y. J. Liu, Y. Zang, and S.-M. Hu. Fairing wireframes in industrial surface design. *IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications*, pages 29–35, 2008.

- 
- [58] G. Lavoué, F. Dupont, and A. Baskurt. Constant curvature region decomposition of 3D-meshes by a mixed approach vertex-triangle. *Journal of WSCG*, 12(2):245–252, 2004.
- [59] G. Lavoué, F. Dupont, and A. Baskurt. A new cad mesh segmentation method, based on curvature tensor analysis. *Computer-Aided Design*, 37(10):975–987, 2005.
- [60] W. Li, S. Xu, G. Zhao, and L. P. Goh. Adaptive knot placement in B-spline curve approximation. *Computer-Aided Design*, 37(8):791–797, 2005.
- [61] Y. Li, X. Wu, Y. Chrysathou, A. Sharf, D. Cohen-Or, and N. J. Mitra. Globfit: consistently fitting primitives by discovering global relations. *ACM Transactions on Graphics*, 30(4), 2011.
- [62] R. A. Liming. *Practical Analytic Geometry with Applications to Aircraft*. Mac Millan, 1944.
- [63] F. Lin and W. T. Hewitt. Expressing Coons-Gordon surfaces as NURBS. *Computer-Aided Design*, 26(2):145–155, 1994.
- [64] S. P. Lloyd. Least squares quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28(2):129–137, 1982.
- [65] A. P. Mangan and R. T. Whitaker. Partitioning 3D surface meshes using watershed segmentation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(4):308–321, 1999.
- [66] N. Max. Weights for computing vertex normals from facet normals. *Journal of Graphics Tools*, 4(2):1–6, 1999.
- [67] J. McCrae and K. Singh. Sketching piecewise clothoid curves. *Computers & Graphics*, 33(4):452–461, 2009.
- [68] G. Medioni, M.-S. Lee, and C.-K. Tang. *A Computational Framework for Segmentation and Grouping*. Elsevier, Amsterdam, 2000.
- [69] D. Meek and R. Thomas. A guided clothoid spline. *Computer Aided Geometric Design*, 8(2):163–174, 1991.
- [70] C. Mehlum, Evenand Tarrou. Invariant smoothness measures for surfaces. *Advances in Computational Mathematics*, 8(1):49–63, 1998.
- [71] H. Meier and H. Nowacki. Interpolating curves with gradual changes in curvature. *Computer Aided Geometric Design*, 4:297–305, 1987.
- [72] M. S. P. B.-A. H. Meyer, Markand Desbrun. *Discrete Differential-Geometry Operators for Triangulated 2-Manifolds*, pages 35–57. Springer Berlin Heidelberg, 2003.

- [73] Y. Mineur. A shape constrained curve approximating method for styling surfaces modeling. *Proceedings of the 11th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2003*, 2003.
- [74] Y. Mineur, T. Lichah, J. M. Castelain, and H. Giaume. A shape controlled fitting method for Bézier curves. *Computer Aided Geometric Design*, 15(9):879–881, 1998.
- [75] H. P. Moreton and C. H. Séquin. Functional optimization for fair surface design. *Computer Graphics*, 26(2):167–176, 1992.
- [76] T. Mukai. Latent nonuniform splines for animation approximation. *SIGGRAPH Asia 2012 Technical Briefs*, (3):1–4, 2012.
- [77] J. A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4):308–313, 1965.
- [78] NLOpt (Nonlinear optimization library). <http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/NLOpt>.
- [79] R. Nock and F. Nielsen. On weighting clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(8):1–13, 2006.
- [80] D. L. Page, A. F. Koschan, Y. Sun, J. K. Paik, and M. A. Abidi. Robust crease detection and curvature estimation of piecewise smooth surfaces from triangle mesh approximations using normal voting. *Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1:162–167, 2001.
- [81] L. Piegl and W. Tiller. Algorithm for approximate NURBS skinning. *Computer-Aided Design*, 28(9):699–706, 1996.
- [82] L. Piegl and W. Tiller. *The NURBS Book (2nd Edition)*. Springer, 1997.
- [83] H. Pottmann and M. Wagner. Contributions to motion based surface design. *International Journal of Shape Modeling*, 4(3 & 4):183–196, 1998.
- [84] S. Pulla, A. Razdan, and G. Farin. Improved curvature estimation for watershed segmentation of 3-dimensional meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2001.
- [85] U. Ramer. An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves. *Computer Graphics and Image Processing*, 1(3):244–256, 1972.
- [86] C. Rössl, L. Kobbelt, and H.-P. Seidel. Extraction of feature lines on triangulated surfaces using morphological operators. In: *Smart Graphics, Proceedings of the 2000 AAAI Symposium*, pages 71–75, 2000.

- 
- [87] R. Schaback. Interpolation with piecewise quadratic visually  $C^2$  Bézier polynomials. *Computer Aided Geometric Design*, 6(3):219–233, 1989.
- [88] R. Schnieder and L. Kobbelt. Discrete fairing of curves and surfaces based on linear curvature distribution. In *Curve and Surface Design, Saint-Malo*, pages 371–380, 1999.
- [89] T. W. Sederberg. Computer aided geometric design. <http://hdl.lib.byu.edu/1877/2822>, 2012.
- [90] M. Sevaux and Y. Mineur. A curve-fitting genetic algorithm for a styling application. *European Journal of Operational Research*, 179(3):895–905, 2007.
- [91] A. Shamir. A survey on mesh segmentation techniques. *Computer Graphics Forum*, 27(6):1539–1556, 2008.
- [92] L. Shapira, A. Shamir, and D. Cohen-Or. Consistent mesh partitioning and skeletonisation using the shape diameter function. *The Visual Computer*, 24(4):249–259, 2008.
- [93] X. Sun, P. L. Rosin, R. R. Martin, and F. C. Langbein. Fast and effective feature-preserving mesh denoising. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 13(5):925–938, 2007.
- [94] S. Tsuchie. Reconstruction of underlying curves with styling radius corners. *The Visual Computer*, pages 1–14, 2016. DOI:10.1007/s00371-016-1282-4 (Article in Press).
- [95] S. Tsuchie and M. Higashi. Surface mesh denoising with normal tensor framework. *Graphical Models*, 74(4):130–139, 2012.
- [96] S. Tsuchie and M. Higashi. Extraction of surface-feature lines on meshes using normal tensor framework. *Computer-Aided Design and Applications*, 11(2):172–181, 2014.
- [97] S. Tsuchie and M. Higashi. Surface mesh segmentation and reconstruction with smooth boundary curves. In J. Keyser, Y. J. Kim, and P. Wonka, editors, *Pacific Graphics Short Papers*, pages 025–030. The Eurographics Association, 2014.
- [98] S. Tsuchie, T. Hosino, and M. Higashi. High-quality vertex clustering for surface mesh segmentation using Student-t mixture model. *Computer-Aided Design*, 46:69–78, 2014.
- [99] S. Tsuchie and K. Okamoto. High-quality quadratic curve fitting for scanned data of styling design. *Computer-Aided Design*, 71:39–50, 2016.
- [100] T. Várady. Automatic procedures to create cad models from measured data. *Computer-Aided Design and Application*, 5(5):577–588, 2008.
- [101] T. Várady, M. A. Facello, and Z. Terék. Automatic extraction of surface structures in digital shape reconstruction. *Computer-Aided Design*, 39(5):379–388, 2007.



- 
- [102] M. Vieira and K. Shimada. Surface mesh segmentation and smooth surface extraction through region growing. *Computer Aided Geometric Design*, 22(8):771–792, 2005.
- [103] J. Wallner, H. Pottmann, and M. Hofer. Fair webs. *The Visual Computer*, 23(1):83–94, 2007.
- [104] D. Walton and D. Meek. A planar cubic Bézier spiral. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 72(1):85–100, 1996.
- [105] D. Walton, D. Meek, and J. Ali. Planar  $G^2$  transition curves composed of cubic Bézier spiral segments. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 157(2):453–476, 2003.
- [106] J. Wang and Z. Yu. Geometric decomposition of 3D surface meshes using morse theory and region growing. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 56(9):1091–1103, 2011.
- [107] S. Wang, T. Hou, Z. Su, and H. Qin. Diffusion Tensor Weighted Harmonic Fields for Feature Classification. In B.-Y. Chen, J. Kautz, T.-Y. Lee, and M. C. Lin, editors, *Pacific Graphics Short Papers*. The Eurographics Association, 2011.
- [108] W. Wang and B. Joe. Robust computation of the rotation minimizing frame for sweep surface modeling. *Computer-Aided Design*, 29(5):379–391, 1997.
- [109] W. Wang, B. Jüttler, D. Zheng, and Y. Liu. Computation of rotation minimizing frames. *ACM Transactions on Graphics*, 27(2):246–251, 2008.
- [110] V. Weiss, L. Andor, G. Renner, and T. Várady. Advanced surface fitting techniques. *Computer Aided Geometric Design*, 19(1):19–42, 2002.
- [111] G. Westgaard and H. Nowacki. Construction of fair surfaces over irregular meshes. *Proceedings of the Sixth ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, pages 88–98, 2001.
- [112] C. D. Woodward. Cross-sectional design of B-spline surfaces. *Computers & Graphics*, 11(2):193–201, 1987.
- [113] C. D. Woodward. Skinning techniques for interactive B-spline surface interpolation. *Computer-Aided Design*, 20(8):441–451, 1988.
- [114] Q. Xu, Guoliangand Zhang. *Minimal Mean-Curvature-Variation Surfaces and Their Applications in Surface Modeling*, pages 357–370. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [115] H. Yamauchi, S. Lee, Y. Lee, Y. Ohtake, A. Belyaev, and H.-P. Seidel. Feature sensitive mesh segmentation with mean shift. *Proceedings of the International Conference on Shape Modeling and Applications*, pages 238–245, 2005.

- 
- [116] D.-M. Yan, W. Wang, Y. Liu, and Z. Yang. Variational mesh segmentation via quadric surface fitting. *Computer-Aided Design*, 44:1072–1082, 2012.
  - [117] H. Yang, W. Wang, and J. Sun. Control point adjustment for B-spline curve approximation. *Computer-Aided Design*, 36:639–652, 2004.
  - [118] X. Yang. Curve fitting and fairing using conic splines. *Computer-Aided Design*, 36:461–472, 2004.
  - [119] N. Yoshida and T. Saito. Interactive aesthetic curve segments. *The Visual Computer*, 22(9-11):896–905, 2006.
  - [120] F. Yoshimoto, T. Harada, and Y. Yoshimoto. Data fitting with a spline using a real-coded genetic algorithm. *Computer-Aided Design*, 35(8):751–760, 2003.
  - [121] Y.-J. L. Y.-K. Zang, Yuand Liu. *Note on Industrial Applications of Hu’s Surface Extension Algorithm*, pages 304–314. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
  - [122] G. X. Y. H.-F. Zhang, Xiand Li. *3D Mesh Segmentation Using Mean-Shifted Curvature*, pages 465–474. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
  - [123] Y. Zhou and Z. Huang. Decomposition polygon meshes by means of critical points. *Proceedings of the 10th International Multimedia Modelling Conference*, pages 187–195, 2004.
  - [124] R. Ziatdinov. Family of superspirals with completely monotonic curvature given in terms of gauss hypergeometric function. *Computer Aided Geometric Design*, 29(7):510–518, 2012.
  - [125] D. Zorin. Curvature-based energy for simulation and variational modeling. *Proceedings of the International Conference on Shape Modeling and Applications*, pages 196–204, 2005.