

高等学校数学科における「複素数・複素数平面」 の取り扱い方に関する一考察

池田敏和*・樋口禎一*

A study about the treatment of complex numbers and complex
number plane in high school mathematics

Toshikazu IKEDA and Teiichi HIGUCHI

1. 概 観

平成元年度（1989年）新しく学習指導要領が改訂され、平成6年度（1994年）より数学Ⅰから順に教科書が改訂されることになる。今回の改訂によって、数学の分科的な取り扱いに変わって、総合的扱いと分科的扱いを踏まえたコア・オプション構成が導入され、数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲへの系統的流れとオプションとしての数学A、数学B、数学Cへの流れによってカリキュラムが構成されることになった。

そして数学Ⅱのオプションとしての数学Bの中に、新しく「複素数・複素数平面」が取り扱われることになった。この内容は、戦後から見えていくと昭和30年度改訂における応用数学、35年度改訂における数学ⅡB、応用数学の中にも取り扱われている内容であり、その時の主旨と今回の主旨とは目標において若干異なることがわかる。そこでここでは、今回の改訂の主旨・内容に照らし合わせながら、昭和30年度改訂、昭和35年度改訂における複素数・複素数平面の導入の歴史的背景、取り扱い方とその意図、教科書での取り扱い方等について調べ、今後「複素数・複素数平面」の指導を考える際の基礎的資料を提供することにする。

2. 「複素数」の取り扱い方の歴史的変遷とその考察

昭和30年度改訂における応用数学、昭和35年度改訂における数学ⅡB、応用数学において、「複素数」が取り扱われるようになった主旨とその具体的な取り扱い方について、当時の指導要領、教科書を軸として、振り返ってみることにする。

(1) 応用数学（昭和30、35年度改訂高等学校学習指導要領 数学編）

昭和30年度改訂に伴い、一般数学（将来数学を必要としない生徒に対して）、解析Ⅰ、

* 教育学部数学科教育教室

幾何、解析Ⅱの分科的な扱いから、数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲ、応用数学の総合的な取り扱いに変わった。またこの改訂では、今日算数・数学科の目標として強調されている「数学的思考方」の具体的な内容を明らかにするため、「中心概念」を取り上げている点が大きな特徴である。ここでは、「複素数」が含まれている応用数学に特に焦点を当て、応用数学を設けるねらいとその目標、「複素数」の内容、教科書での取り扱い方について述べていくことにする。

① 応用数学を設けるねらいとその目標

応用数学は、「数学を特に必要とする職業に関する専門的な科目」として30年度改訂学習指導要領において新しく設けられることになった。ここでは、応用数学を設けるねらいについて次のように記されている。

「応用数学は、「数学Ⅰ」あるいは「数学Ⅱ」に続いて履修する科目であって、数学をよく用いる専門分野の学習を容易にするため、特にそこに必要な数学の部門について、その基本的なことを取り出して学習することがねらいである。」

これからもわかるように、応用数学は今後数学をより深く学習する生徒の基礎・基本として設けられ、中学校との関わりより、大学での数学、数学を必要とする職業の準備段階として設けられていることが考察できる。

また、目標については、取り上げる内容に相違があることを踏まえた上で、次の3点を取り上げている。

- 「(1) 応用方面に必要な数学的概念、およびこの概念とそれが応用される事象との関連を理解し、これを用いての数学的な処理や計算の能力を養う。
- (2) 記号の使い分けに対する理解を深め、応用方面で用いられている数学的な記号やその用法に慣れる。
- (3) 取り上げた内容に密接な関連をもった数学的な考え方についての能力と態度とを高める。」

さらにこれらの目標は、取り上げる内容に応じて具体的な形にする必要があることを示唆している。

② 応用数学における「複素数」の内容

昭和30年改訂の応用数学は、大きくは8つ（a：統計 b：数列・級数 c：複素数 d：三角関数 e：微分 f：積分 g：計算法 h：図形とその方程式）の内容から構成されており、その3番目に「複素数」が設けられている。

昭和30年改訂における「複素数」の内容は次の通りである。

c 複素数

「数学Ⅰ」の複素数の基礎の上に、次のような内容を指導する。

- (1) 複素平面の意味
- (2) 複素数の極表示 ($z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ となること)
- (3) 複素平面上における四則の幾何学的解釈

(4) ド・モアブルの定理 (指数が正の整数の場合)

さらに必要のある過程では、 e^x の展開などを利用してオイラーの公式を説明したり、複素数平面上の図的解法を中心に指導したりすることも考えられる。

また35年改訂の応用数学では、内容はおおきく8つ (a:三角関数 b:計算法 c:図形と方程式 d:整列と級数 e:微分法 f:積分法 g:確率・統計 h:備考)に分けられるようになり、複素数は三角関数の中に含まれるようになった。三角関数の内容は、3項目に分けられており、上記の内容とほぼ同じである。ベクトルは、「図形と方程式」の中で取り扱われており、「微分法」のマクローリン展開の所で、オイラーの公式 ($\exp(i\theta) = \cos\theta + i\sin\theta$) にふれることも考えられている。

③ 指導の流れ, 指導内容の教科書分析

ここでは、昭和35年改訂に伴う5社の応用数学の教科書において、特に下記に示す指導の流れ、指導内容 (特に、共役複素数、オイラーの公式、複素数の四則の幾何学的解釈、補足説明等)を調べてみることにした。教科書の分析結果は、図1の通りである。また参考のため、A社について取り扱われている内容を本論文の最後に取り上げた。

〔指導の流れ〕: 複素数, 加法定理, ベクトル, 級数展開をどのような順序で指導しているかについて調べた。

- ア 三角関数の加法定理を終えたあとで、複素数にはいっており、ベクトル、級数展開はその後に指導されるようになっている。(4社)
- イ 三角関数、級数展開、ベクトルをやったあとで、複素数を取り扱い、複素数の四則をベクトルにより解釈 (複素数の和差はベクトルの和差に帰着するが、複素数の積はベクトルの内積に帰着しないこと等) しているし、マクローリン展開を利用してオイラーの公式を導き、複素数値関数の微積分までを指導内容としている。(1社)

〔指導内容〕

「オイラーの公式」: オイラーの公式を取り扱っているかどうか、さらにその取り扱われかたについて調べた。

- ア 全く取り扱っていない。(1社)
- イ 複素数では取り扱わないが、級数展開 (マクローリン展開) のところで取り扱っている。「計算法」の「研究」で取り扱っている。(1社)
- ウ 複素数では取り扱っているが、級数展開では取り扱っていない。級数展開の前に複素数を指導する場合、いきなり $\exp(i\theta)$ を導入している。(2社)
- エ 複素数と級数展開の両方で取り扱っている。複素数では、いきなり導入するが、級数展開において、複素数での取り扱いと関連させながら再び取り扱っている。(1社)

「共役複素数」: 共役複素数を取り扱っているかどうか、さらにその取り扱われかたについて調べた。

- ア 取り扱っていない。(2社)
- イ 練習・問題でのみ共役複素数の性質を取り扱っている。(2社)
- ウ 共役複素数の性質を取り扱っている。さらに、3次方程式において、解の一つが複素数ならば、その共役複素数も解であることなども取り扱われている。(1社)

「四則の幾何学的解釈」：複素数の四則について、幾何学的解釈あるいはベクトルによる解釈を与えているかどうか、さらに作図方法についてまでふれているかどうか調べた。

- ア 四則の加減だけに幾何学的解釈を与え、その作図方法までふれている。(1社)
- イ 四則全てに幾何学的解釈を与え、その作図方法までふれている。(3社)
- ウ 四則全てにベクトルによる解釈を与えている。幾何学的な作図方法にはふれていない。(1社)

「補足説明」：他領域の内容との関連が取り扱われているかどうかについて調べた。

- ア 他領域との関連にふれていない。(4社)
- イ 電気工学との関連にふれている。(1社)

(電気工学では、電流の記号として i を使うので、混合をさけるため、虚数単位として i の代わりに j を使う/ ω を掛けることは絶対値を変えないで $2/3\pi$ だけ原点のまわりを回転させるという性質と $1 + \omega + \omega^2 = 0$ という性質は3相交流の理論に使われている。)

	A社	B社	C社	D社	E社
[指導の流れ]	ア	ア	ア	ア	イ
[指導の内容] オイラーの公式	ア	エ	イ	ウ	ウ
共役複素数	ア	イ	ア	イ	ウ
四則の幾何学的解釈 とその作図	イ	イ	イ	ア	ウ
補足説明	イ	ア	ア	ア	ア

図1. 指導の流れ, 指導内容の教科書比較

(2) 数学ⅡB (昭和35年度改訂高等学校学習指導要領 数学編)

昭和35年改訂に伴って、新たに数学ⅡBの中で「複素平面」が取り扱われるようになった。ここでは数学ⅡBにおける「複素平面」の取り扱い方についてみていくことにする。

① 数学ⅡBの中で「複素平面」が取り扱われる主旨とその内容

数学ⅡBの内容はおおきく6つ (a: 順列と組み合わせ b: 数列と級数 c: 三角関数とベクトル d: 図形と座標 e: 微分法 f: 積分法) に分けられている。そして「三角関数とベクトル」における3つの内容 (ア: 三角形への応用 イ: 加法定理 ウ:

ベクトル)の中の加法定理のところ「複素平面」が取り扱われるようになった。またベクトルが取り扱われるようになったのもこの改訂からである。複素数の四則については、数学Ⅰで指導されており、ここでは三角関数の加法定理の応用、並びに複素数の四則の幾何学的解釈が主なねらいである。

学習指導要領解説では、次のように述べられている。

イ 加法定理

正弦、余弦および正接の加法定理を理解させ、これらを用いることができるようにする。この定理から得られる諸公式や、この応用については、基本的なものを取り上げ、あまりに技巧的なものは避ける。また、三角方程式や三角不等式には深入りしないようにする。三角関数の加法定理の一つの応用として、複素数の極形式 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ を含めるとなっている。用語に「複素平面」が示されているが、複素平面によって、複素数の絶対値と偏角の直観的な理解を得させることができるし、複素数の和と差の図表示は、ベクトルの和と差の例として扱うこともできる。一方複素数の極形式の乗除は三角関数の加法定理との関連のもとにみることができる。また、これと関連して、一つの複素数の累乗からド・モアブルの定理にふれることも考えられる。

② 指導の流れ、指導内容の教科書分析

ここでも、上記の教科書にもう1社加えた6社の教科書において、指導の流れ、指導内容について教科書比較を行なっていくことにする。内容については、共通に取り扱われている内容(複素平面の定義、複素数の和差、極形式、複素数の乗除、ド・モアブルの定理、2項方程式等)は対象外とした。教科書の分析結果は、図2の通りである。

〔指導の流れ〕：数学ⅡB、数学Ⅲでも級数展開は取り扱われないので、複素数、加法定理、ベクトルがどのような順序で指導されているかについて調べる。アとイは、基本的には加法定理から複素数の積へと流れる場合で、ウは複素数の積、ド・モアブルの定理から加法定理へと流れる場合である。

ア 加法定理、複素数、ベクトルの順序で指導されている。(3社)

イ(1) 加法定理、ベクトル、複素数の順序で指導されている。(1社)

(2) ベクトル、加法定理、複素数の順序で指導されている。(1社)

ウ 複素数、三角関数、ベクトルの順序で指導されている。(1社)

〔指導内容〕

「共役複素数」：共役複素数を取り扱っているかどうか、さらにその取り扱われかたについて調べた。

ア 共役複素数の性質を取り扱っている。(3社)

イ 性質の取り扱いに加えて、2次方程式において、解の一つが複素数ならば、その共役複素数も解であることなども取り扱われている。(2社)

「乗法の導入」：複素数の乗法の導入をどのような流れで取り扱っているか調べた。

- ア 実数倍, i 倍をやったあとで, 複素数同志の乗法にはいっている。(1社)
- イ 極形式を用いて複素数同志の乗法を指導する。そのあとで, i 倍についてふれる。(5社)

「四則の幾何学的解釈」：複素数の四則について, 幾何学的解釈あるいはベクトルによる解釈を与えているかどうか, さらに作図方法についてまでふれているかどうかを調べた。

- ア(1) 四則全てに幾何学的解釈を与え, その作図方法までふれている。ベクトルによる解釈はふれていない。(2社)
- ア(2) 四則全てに幾何学的解釈とその作図法まで取り扱い, ベクトルのところで複素数との関連についてふれている。(2社)
- イ(1) 加減については, ベクトルによる解釈を与え, 積商については幾何学的解釈を与え, その作図方法までふれている。(1社)
- イ(2) 四則全てにベクトルによる解釈を与えている。幾何学的な作図方法にはふれていない。(1社)

「複素平面上の2点間の距離」：複素平面上の2点間の距離を取り扱っているかどうか, またそれを用いた応用を取り扱っているかどうかを調べた。

- ア 取り扱っていない。(5社)
 - イ 取り扱い, 応用(複素数による円の軌跡)まで取り扱っている。(1社)
- (6社以外の他の社では, 複素数によるアポロニウスの円の軌跡まで取り扱っている。)

「オイラーの公式」：オイラーの公式を取り扱っているかどうかについて調べた。

- ア 全く取り扱っていない。(6社)

	A社 実数	B社 書院	C社 東書	D社 昇龍	E社 大阪	F社 日文
{指導の流れ}	ア	ア	ア	イ(2)	イ(1)	ウ
{指導の内容}						
共役複素数	イ	ア	ア	ア	イ	イ
乗法の導入	イ	イ	イ	イ	イ	ア
四則の幾何学的解釈 とその作図	ア(1)	ア(2)	ア(2)	イ(1)	イ(2)	ア(1)
2点間の距離	ア	イ	ア	ア	ア	ア
オイラーの公式	ア	ア	ア	ア	ア	ア

図2 指導の流れ, 指導内容の教科書比較

(3) 考 察

上記の応用数学と数ⅡBから、指導の流れと指導内容について次のようなことを考察した。

① 指導の流れ

級数展開，加法定理，ベクトルとの指導順序について順に述べていくことにする。

〔複素数と級数展開の指導順序〕

オイラーの公式を取り扱う際，級数展開（マクローリン展開）との指導順序が重要となるが，その前提は高等学校で級数展開を取り扱う時に限る。級数展開の取り扱い，今後数学を必要とする生徒のための応用数学だけに見られた。オイラーの公式の意味付けをするためには，級数展開は必須であるため，どちらを先に指導したとしても関連付けて指導されなければならないであろう。

〔複素数と加法定理の指導順序〕

下記の2つの指導順序について，考察を加えることにする。

(1) 複素数（複素数の積商，ド・モアブルの定理）－加法定理の指導順序

(2) 加法定理－複素数（複素数の積商，ド・モアブルの定理）の指導順序

(1)では，加法定理がとてもきれいに導かれるという利点がある。しかし，加法定理がどのようにして導かれたかについては，少々疑問が残りやすい。いいかえれば，ド・モアブルの公式を導く際に，新しい概念を必要とし，その新しい概念の理解が生徒には少し難しいからである。進んだ生徒には，(1)の方法もひとつの方法として考えられるが，一斉授業の中で取り扱うことを考えると，(2)の流れの方が有効であろう。

〔複素数とベクトルの指導順序〕

ベクトルとの指導順序は，それほど概念の理解においては代わりはなく，どちらの立場を優先するか依存するであろう。すなわち，実数の延長線上で，数感的に図形を解析するほうが理解が容易であるという立場をとるなら複素数を先に導入し，矢線ベクトルから図形を解析する立場をとるなら，ベクトルを先に導入するということである。ただし，両者の違い，すなわち積・商が定義できるかどうか等を比較しながら取り扱っていくことは生徒の概念理解を深くする上でも重要であろう。例えば内積，外積が，生徒にとってはわけのわからぬ形で導入されることが多いが，積が定義できないところに帰着して考えていくのもよいであろう。また積が定義できないという性質から線形空間（ベクトル空間）が生じてくると解釈することもできる。一方複素数では，積ができることによって幾何学への応用が一段と広がるという利点がある。図形を解析する際，幾何学的手法，ベクトルによる手法，複素数による手法を多彩に取り扱うことが望まれる。

② 指導内容

指導内容については，どの程度の内容まで指導するのが問題となる。

まず、基本的に取り扱われている内容（数学ⅡB）を示すことにする。

- (1) 複素平面の定義
- (2) 共役複素数
- (3) 極形式
- (4) 複素数の和差
- (5) 複素数の積商
- (6) ド・モアブルの公式
- (7) 2項方程式

共役複素数，2点間の距離，複素数の四則，オイラーの公式について，取り扱うかどうか，またどのように取り扱うのかについて，順に述べていくことにする。

〔共役複素数〕

共役複素数の性質については，全般的に取り扱われている。分かれるのは，「ある複素数が2，3次方程式の解の時，その共役複素数も解である」という性質を取り扱うかどうかである。これは，代数学の基本定理につながる内容であり，その橋渡しとしての意味であろう。ただし，これで数学を終える生徒にとっては，その価値がわかりづらいため，有効に応用できる例を取り上げて，そのよさが感得できるよう配慮する必要があるだろう。

〔2点間の距離〕

複素平面における2点間の距離を導入するかどうかである。これは，実数での2点間の距離の応用として捉えられる。さらに，円，アポロニウスの円，楕円，放物線，双曲線等が複素数ではどのように表現できるかを取り扱うことも考えられる。教科書の中では，円，アポロニウスの円を取り扱っているものもあった。実数の範囲での取り扱いが修了していれば，複素数への拡張として取り扱うのも有効であろう。

〔複素数の四則〕

ここでは，どのように取り扱うかが問題である。図形を解析する際，いろいろな手法を用いることは数学科の目標からも重要であるため，時間がゆるせば，幾何学的手法，ベクトルによる手法，複素数による手法をすべて取り入れる方がよいであろう。さらに，複素数の積商は図形を解析する際有効であるので，そのよさが感得できる内容を含めるとさらによいであろう。

〔オイラーの公式〕

高等数学で級数展開を取り扱わない場合は，オイラーの公式は形式的で技巧に走りやすくなるため，取り扱うのは控えた方がよいであろう。

3. 平成元年度改訂における「複素数・複素数平面」の取り扱われ方とその考察

「複素数・複素数平面」の内容が、どのような課題で、またどのような方法で指導されるのが有効かを明らかにしていくために、まず「複素数・複素数平面」が含まれている数学Bの設けられた主旨、そしてその取り扱われ方について平成元年度改訂学習指導要領解説を軸に見ていくことにする。

(1) 数学Bを設けるねらい

オプションである数学Bに、4つの内容（ベクトル、複素数と複素数平面、確率分布、算法とコンピュータ）があり、その中のひとつに「複素数と複素数平面」が設けられている。

そして数学Bは、生徒の能力・適性、興味・関心、進路等に応じて、その内容を部分的に選択（標準単位：2単位）して履修させることを原則としている。すなわち、複素数・複素数平面は、生徒の多様性に応じて設けられた科目と解釈してよいであろう。

そこで「複素数・複素数平面」が、多様な生徒の特にどのような側面に応える内容として設けられたのかを明確にしておく必要がある。

(2) 複素数・複素数平面が設けられた主旨

複素数については、従来の主旨とほとんど違いはないので、ここでは特に複素数平面について見ていくことにする。数学Bにおける複素数平面の導入は、指導要領解説によると、数学Aにおける「平面幾何」の導入と非常に関係があり、幾何における「中学校の数学の内容との関連に配慮し、論理的な思考力や直観力を養う観点から」新しく導入されたことが考察できる。

(3) 複素数・複素数平面の取り扱われ方

次に、取り扱われる複素数・複素数平面の内容について見ていくことにする。

[複素数と複素数平面]

ア 複素数と方程式の解

(ア) 複素数とその演算

(イ) 二次方程式の解

(ウ) 簡単な高次方程式

イ 複素数平面

(ア) 複素数の図表示

(イ) ド・モアブルの定理

[用語・記号] 虚数, i , 判別式, 偏角, 極形式

〔内容の取り扱い〕

内容のアのウについては、数係数の簡単な三次と四次の方程式の解法に因数定理が活用できることを理解させる程度とする。イについては、簡単な二項方程式や平面図形への応用を取り扱うものとし、技巧には深入りしないものとする。

アの複素数については、従来とあまり違いはないので、イの複素数平面について詳細に見ていくことにする。指導要領解説では、次のように述べられている。

イ 複素数平面

(ア) 複素数の図表示

ここでは、座標平面上の点に複素数を対応させることにより、複素数平面を導入し、点が複素数を表していることを理解させる。その際、複素数の和、差及び実数倍の図表示は、ベクトルの和、差、及び実数倍として扱うこともできる。さらに、複素数 z の絶対値を x 、偏角を θ として、 z の極形式

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

を導く。それによって、二つの複素数の積、商が

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \{\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)\}$$

$$z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) \{\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)\}$$

で与えられることを、三角関数の加法定理を用いて導く。これにより、複素数の積、商の幾何学意味を理解させることができる。特に、 z に i をかけることは、点 z 原点のまわりに 90° だけ回転させることに他ならないことを理解させる。

(イ) ド・モアブルの定理

極形式による複素数の積の拡張として、ド・モアブルの定理

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta \quad (n \text{ は整数})$$

を導く。さらに、簡単な場合において、二項方程式

$$z^n - a = 0$$

のすべての解を複素数平面上に図示し、累乗根をその幾何学的意味と関連させて扱う。

これらの取り扱いを通して、複素数の諸演算が平面上の図形的な性質として表現されることを認識させるとともに、数学的な考え方のよさを理解させることをねらいとしている。したがって、平面図形への応用を取り扱う際は、複素数の利点を十分に活用できるものを選び、いたづらに技巧的な内容には深入りしないようにする。なお、極座標を導入することも考えられるが、「極座標」という用語は「数学C」で学習することになっている。また、弧度法は、「数学Ⅲ」で学習する内容であり、偏角をラジアンで表わすことは取り扱わない。

(4) 考 察

上記のことから、数学Bが生徒の多様性に応じて設けられていること、そして「複素数と複素数平面」が、主として中学校の幾何学との関連から、論理的思考力と直観力を育成

するという観点から設けられたことがわかった。

ここではさらに、関連する内容の指導時期を明確にしながら、「複素数・複素数平面」を取り扱う際のカリキュラム構成上の留意点について考察することにする。

(1) 2次方程式 …… 数学Ⅰ（「2次関数」）

係数が実数の2次方程式は、判別式が負のときも解をもつということを、数学Ⅰでの「解なし」の拡張として取り扱うことができる。さらに、ある複素数が解であるとき、その共役複素数も解になるという性質も、応用として取り扱うことが可能である。

(2) 加法定理 …… 数学Ⅱ（「いろいろな関数」の「イ 三角関数」）

複素数の積・商、ド・モアブルの定理を導く際、既習内容として必要となる。加法定理を用いなくても導入はできるが、上記の考察からもわかるようにぜひ既習内容にしておきたい内容である。数学Ⅰを終えたあと数学Ⅱを選択することは可能であるが、十分な理解を得るためには、数学Ⅱを修了してからのほうがよいであろう。

(3) 基本的な平面図形の性質，図形の作図 …… 中学校数学科2，3年

複素数の四則の作図は、中学校の図形の学習の応用であり、また論理的思考力、直観力を養う題材となり得るので、課題提示、授業展開等を十分検討して取り扱っていく必要がある。

(4) 2点間の距離，円の方程式 …… 数学Ⅱ（「図形と方程式」）

実数の範囲における直交座標において、2点間の距離，円の方程式を終えているのならば、複素数における2点間の距離，円の方程式を応用として取り扱うのは有効であろう。ただし、未習であるならば、取り扱うことは避けた方がよい。

(5) 合同変換，相似変換 …… 数学A（「平面幾何」）

複素数の四則は、合同変換，相似変換と関連付けることができる。数学Aにおいて、平面幾何を選択している生徒には、ぜひ関連づけて指導することが望まれる。

(6) ベクトル …… 数学B

複素数の四則を多様な解釈によって考察していくことは重要である。数学Bにおいて、「複素数・複素数平面」と「ベクトル」の両者を選択する生徒には、ぜひ両方の解釈を取り扱い、さらに各々の方法の比較・検討までふれることが望まれる。

4. 結 語

本論文では、昭和30、35年改訂に伴う応用数学と昭和35年改訂に伴う数学ⅡBの指導要領、教科書を調べることによって、ベクトル、三角関数との指導順序、またどのような内容まで取り扱うかについて考察した。また平成元年改訂にともなう学習指導要領を調べ、カリキュラム構成上の留意点について考察を加えた。今後、題材、課題提示の仕方、授業展開、評価等について具体化する際、ここでの考察を参考にして考えていきたい。

〔参考資料〕

昭和 35 年改訂の伴う応用数学の教科書の内容 (A社)

1. 複素平面

(1) 複素平面

複素平面の定義, 複素数は複素数平面上でどのように表わされるか, また 2 つの複素数 (例: z と $-z$) の位置関係。

(2) 加法と減法

加法・減法の複素平面上での作図方法と計算による確かめ, ある図形を描く点 z にある一定の複素数を加えることの図形的解釈。

2. 複素数の極形式

(1) 極形式

極形式の説明, $a+bi$ と $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ の変換

(2) 乗法と除法

$z_1 z_2$, z_1 / z_2 の極形式による計算の一般化とその練習, さらに積・商の複素平面での作図方法, i の乗除の図形的解釈, ある図形を描く点 z にある一定の複素数をかけることの図形的解釈。

(3) ド・モアブルの定理

ド・モアブルの定理の帰納的な導き方, 複素数の累乗の計算練習, ド・モアブルの定理による 2 倍角の公式の導き方, $1/z$ の作図 (方べきの定理使用)

(4) 1 の n 乗根

1 の n 乗根とその図形的解釈, 1 の n 乗根を求めるための公式
〔問題〕

上記の内容の外に, 三角不等式などの図形的解釈が扱われている。