平成４年度科学研究費補助金
一般研究Ｃ，研究成果報告書
課題番号　０３６８０２４２

小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究

平成５年（1993年）３月

研究代表者　橋本　吉彦
（横浜国立大学教育学部教授）

研究組織

研究代表者：橋本吉彦（横浜国立大学教育学部教授）

研究分担者：前田正男（横浜国立大学教育学部助教授）

研究分担者：石田淳一（横浜国立大学教育学部助教授）

研究分担者：池田敏和（横浜国立大学教育学部助手）

研究分担者：山下　昭（福岡教育大学教育学部教授）

研究経費

平成３年度	１３００千円
平成４年度	６００千円
計	１９００千円

研究発表

(1) 学会誌等

石田淳一他：算数文章題解決における下位過程の分析，日本科学教育学会，科学教育研究，１７巻１号，1993年，pp.18-25

池田敏和・橋本吉彦：小・中学校における算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに授業研究，日本科学教育学会，年会論文集１６号，1992年，F224

(2) 口頭発表

池田敏和：中学校数学科における規約的モデルを取り扱った課題の授業分析，日本数学教育学会，第25回論文発表会，pp.521-526，1992年11月15日

(3) 出版物

橋本吉彦：創造的思考力を育てる算数教育，中島・菊池・橋本・杉山・清水・能田共著，創造的思考力を育てる算数教育とは，206ページ，東洋館出版，1992年7月

はしがき

本報告書は、平成４年度（1992年）文部省科学研究費補助金による課題「小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究」の研究成果の一部として作成したものである。

平成３年度からの継続研究であるので、体系化を念頭におきながら本年度は研究を進めてきたが、その成果として、本年度３回の全体会合を通して、手がかりがつかめたといってよい。それは、池田敏和氏の論文（pp.12-25）にまとめられている。

なお、本報告書は次のような構成になっている。

また、この研究では山下氏（福岡教育大学教授）にご参画いただき、福岡班で飯田慎司氏（同助教授）をはじめとして２０名ほどの先生方で、このテーマについて研究を進めて頂いた。（小森晃，山中修市の両先生による事例もこの報告書に集録されている。）

この報告書は研究成果の一部であり、さらに充実した研究を目指すことを考えているので、何かとご意見頂ければ幸いであります。

平成５年３月

研究代表者　　橋本　吉彦

目　次

研究テーマについての考え

小学校の具体例

中学校の具体例

意識調査

本研究のメンバーは、次の通りである。
（福岡班は研究分担者だけにとどめた。）

橋本吉彦，前田正男，石田淳一，池田敏和（以上，横浜国立大学教育学部）

山下　昭（福岡教育大学教育学部）

石川　浩一（小田原市立国府津小）

佐藤　幹雄（寒川町立旭小，横国大院生）

清水　壽典（平塚市立松延小，横国大院生）

関野　晃弘（小田原市立富水小），　滝井　章（多摩市立南落合小）

坪田　耕三（筑波大学附属小），　夏苅　一壽（大井町立大井小）

藤中　大洋（川崎市立中原小），　石川　昌（横浜市立橘中）

川名　基（横浜市立野庭中，横国大院生）

佐藤　孝彦（相模原市立大野南中），　妹尾　正彦（横浜市立中和田中）

曽根崎高志（成田市立玉造中）

矢嶋　昭雄，山崎　浩二（以上，東京学芸大学附属世田谷中学校）

山浦　和雄（横浜市立奈良中）

若松　義治（横浜国大附属横浜中，横国大院生）

大塚　直子，鈴木　誠，宇田　訓子，保田　美由紀　（横国大院生）

「オープンエンドの問題」の研究課題について

福岡教育大学　　山　下　　昭

1．はじめに

「小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究」（研究代表者　橋本吉彦）をテーマとする研究会に参加し，「オープンエンドの問題」について，この２年間いろいろな面から，新しい研究の方向を探ぐることができた。

オープンエンドの問題を活用した授業は，現在，いろいろなところで見られるようになった。このことから，この学習指導法が既に一般的に認知されたものであるとみることができる。また，興味・関心や意欲を中核とした。いわゆる創造的な学力の育成を主要な目標とするこれからの算数・数学教育では，オープンエンドの問題を活用した授業が増々重視されるものと考える。したがって，このような状況に対応するためにもテーマに示されているオープンエンドの問題の開発や体系化の研究をすすめる必要がある。

ここでは，昨年度と本年度の研究会（横浜，福岡）で提案され，議論された事柄をもとに，オープンエンドの問題の研究課題を中心にまとめてみた。

2．「オープンエンドの問題」の定義と類型

オープンエンドの問題の定義やその類型については，「算数・数学科のオープンエンドアプローチ ― 授業改善への新しい提案 ― 」（島田茂編著）に示されている。しかし，現在，子どものオープンな発想や活動をもとにした学習指導法が盛んに研究されてきており，この研究会でもオープンな発想を生かしたいろいろな実践が提案された。このような状況を考えると，再度，オープンエンドの問題の定義や類型について検討することも意味があろう。

1)「オープンエンドの問題」の定義について

先に示した文献では，オープンエンドの問題を次のように定義している。

「‥‥これに対して，正答がいく通りにも可能になるように条件づけた問題を未完結な問題，結果がオープンな問題，オープンエンドの問題と呼ぶことにする。」

この定義では，問題や答えについて特に意味を限定していない。したがって，このオープンエンドの問題については多様な解釈が可能である。例えば，「問題づくり」もオープンエンドの問題と考えられる。実際，「この問題（原問題）をもとにいろいろな問題をつくりなさい」を問題とすれば，答えは作られたいろいろな問題（発展問題）であり，この意味で正答はいく通りにも可能であり，オープンエンドの問題と考えられる。

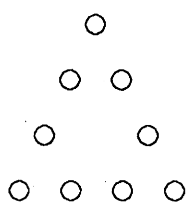
また，算数・数学の授業で日常的に取り扱う問題も，見方によってはオープンエンドの問題となり得る。例えば，文章題でもいろいろな解法を見い出すことにねらいを置けば，オープンエンド（的）の問題と考えられる。作図題でもいろいろな作図法を見い出すことにねらいを置けば，これもオープンエンド（的）の問題といえる。

さて，先に示したオープンエンドの問題の定義の中で，「正答がいく通りにも可能になる」と言う文言がある。ここで「いく通り」の意味も明確でない。これまでのオープンエンドの問題の例では，正答の数は「無限または数が限定できない」ものが主であった。では，正答が有限個であるものはオープンエンドの問題と考えられないであろうか。

例えば，右の問題を考えてみよう。この問題では，何通りもの正答があるが，それは有限個である。

従って，もし，前述の「いく通り」の意味を正答の数が無限は限りがないと解釈すれば，この例の問題は，

問題。○の中に1~9の数字を入れ，各辺の和が等しくなるようにしなさい。



オープンエンドの問題と言えないかもしれない。実際，この問題を解法のアルゴリズムを見通し，それをもとに解決した場合，オープンエンドの問題の解決に当って重要なはたらきをする柔軟な思考の展開は，それ程期待できないであろう。つまり，その問題解決者にとって，この問題はオープンエンドの問題とは言えないであろう。しかし，この問題を○に数字を当てはめて試行錯誤的に解を求めていったらどうであろう。この解決の過程では，1つの答えを求めたら，次に他の答えを求めていく活動が求められ，これはオープンエンドの問題の解決活動である。したがって，この問題解決者にとって，この問題はオープンエンドの問題と考えてよい。

このことから，オープンエンドの問題を特徴付ける「オープン性」は，問題固有の特性であると同時に，問題解決者の能力や発達段階にも依存するものであると考えることができる。このように考えると，この例の問題も小学生にとっては，オープンエンドの問題として扱い得るように思える。今年度，提案された「部屋わりの問題」も正答は有限個である。

このように，オープンエンドの問題の例となり得るものは，いろいろと見い出せる。このような状況の中で，この多様なオープンエンドの問題より，オープンエンドの問題としてより良いものを精選していく努力がこれから大切になってくるであろう。その際，精選の観点を十分に検討しておく必要がある。

2)「オープンエンドの問題」の類型について

オープンエンドの問題の類型として，次の３つがあるとされている。

① 関係や法則を発見する (How to find)の問題

② 分類 (How to classify)の問題

③ 数量化 (How to measure)の問題

今回の研究で出された多くのオープンエンドの問題も，この３つの類型のどれかに属するものであった。しかし，いろいろな作図法を求める作図題についてのオープンエンドの問題は，この３つの類型のどれに入るか議論があった。（福岡）

この作図題なども含め，構成法の多様性に基づくオープンエンドの問題は「作図や構成(How to construct)の問題」として，新しいカテゴリーを設ることも考えられる。この研究で提案された「両替をしよう」，「数の組み合わせ」，「部屋わりの問題」などは，この類型の問題である。

３．「オープンエンドの問題」の答えの扱いについて

オープンエンドの問題を活用した指導法については，既に，多くの授業実践をもとに研究され，一応の形式化がなされている。今回の研究の実践でも，基本的にはこの形式によっているが，多様な答えの取り扱いについてはいろいろな考え方があるようである。

オープンエンドの問題を活用した授業では，そのねらいについていくつかの考え方がある。例えば，オープンエンドの問題を解き，多様な答えをみつけることにねらいがあるとする考えや，得られたいろいろな答えをもとに新しい数学的な知識や考え方を獲得させることにねらいがあるとする考え方などがある。

さて，通常のオープンエンドの授業では，単に，オープンエンドの問題を解き答えを求めるだけでなく，その答えを相互に比較したりしながら授業がすすめられる。このときの多様な答えを，どのように扱いまとめていくかが，しばしば議論になる。子どもから出された多様な答えをどのようにまとめていくかは，授業のねらいや指導内容によって決定されると思われるが，これまでの実践をもとに考えるとそのまとめ方には次の３つのパターンがあるようである。

① 多様な答え（又は，それらを分類したもの）を理解させる場合

これでは，オープンエンドの問題より得られたいろいろな答えをある観点より分類し，それを理解させる。ここでは，得られた答えの相互関係にはあまり考慮しないで，それぞれの答えを理解させることに主眼をおく。

② 多様な答え（又は，それらを分類したもの）の相互関係を理解させる場合

これでは，多様な答えの相互関係をも理解させる。つまり，多様な答えの相

互関係を明かにし，それを構造化してとらえさせることに主眼をおく。

③　多様な答え（又は，それらを分類したもの）をもとに，何か数学的な知識や考え方を獲得させる場合

これでは，オープンエンドの問題より得られた多様な解をもとに，そこから新しい数学の知識を理解させることに主眼をおく。この指導では，多様な答えをもとに，１つの知識を与えるわけで，多様な見方・考え方を収束させる方向に すすむことになる。

以上，オープンエンドの問題より得られた多様な答えの取り扱い方を３つ示した。①は，それぞれの答えを理解させることに主眼を置くいわば独立型ともいえるもの，②は，いろいろな答えを関係付けていく構造型ともいえるもの，③は，多様な答えをもとに，ある知識の理解のために見方・考え方を収束させていく収束型といえるものである。

これらの指導法は，すべてのオープンエンドの問題の授業に適用できるわけではない。問題の特質，指導のねらい等々を十分考慮して選択すべきである。

４．「オープンエンドの問題」の体系化の視点について

テーマにあるオープンエンドの問題の体系化については，いろいろなとらえ方がある。ここでは，体系化の意味を広くとらえ，他のオープンエンドの問題との関係をとらえる視点や指導計画での位置づけについて考えてみる。

1)　オープンエンドの問題の内容に着目して

オープンエンドの問題を分類し体系化する視点として，その問題の数学的な内容に着目することが考えられる。ここでは，例えば，小学校算数科指導要領の４領域の視点から分類できるであろう。もちろん，これでは分類できないものもあるであろうが，まずこれで分類する。そして，それぞれの問題群の問題を検討し，体系化を試るのである。ここでの問題の体系化は，内容の論理的な

系統性が体系化の視点となる。

2) オープンエンドの問題の解決活動に着目して

オープンエンドの問題をみると，問題によってそこで働く解決活動（数学的）に多様性がある。この問題の解決活動に着目し，オープンエンドの問題を体系化することが考えられる。例えば，先に述べたオープンエンドの問題の類型は，この解決活動の視点からの類型化であり，これをさらに数学的活動の系統性・発展性の視点より分析し，体系化することが考えられる。

3) オープンエンドの問題の指導計画での位置づけに着目して

オープンエンドの問題を算数・数学の授業で活用するためには，トピックス的な扱いのみでなく，単元の指導計画などに適切に位置づける必要がある。この研究でも，導入段階，展開段階，定着・発展の段階などに位置づけることや，その後の学習内容の素地指導として考えられることが提案されている。このように，オープンエンドの問題を指導計画の中で，どのように位置づけたらよいかを研究し，この視点より系統性を見い出し体系化することが考えられる。

５．おわりに

以上，昨年度と本年度の研究会で話題になったことや，それらについて気づいたことを述べてきた。それぞれ，まだ十分に検討できていない点も多々ある。また，具体的な事例を示していない。そこは今後も引き続いて考えてみたい。

しかし，今回の研究をとおして「オープンエンドの問題」が算数・数学教育に関して豊かな発展の可能性を包蔵していることを実感できた。これは大きな収穫であった。

教科書の問題をオープン化する試み
－小４の「変わり方」単元において－

横浜国立大学教育学部　　石田淳一

１．はじめに

ここでは、通常の算数科の内容指導を行うときに、教科書の問題のオープン化可能性を議論するとともに、オープンな問題提示の指導展開上のよさを検討する。そのさい、小学校４学年で扱われる「変わり方」単元を検討材料とする。以下で議論するために、５社の教科書から１題ずつ問題を選択した。便宜的に類似な素材ごとに比較することにする。

２．問題文の与え方のちがい

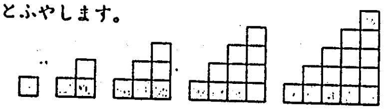
（１）「階段」問題の事例

まず、「階段」問題が３社の教科書で扱われているので、これを取り上げる。
問題文を見ると、Ｄ社の問題では「このとき、だんの数とまわりの長さのかわり方を調べましょう。」である。Ｋ社の問題では「だんの数が２０だんのとき、まわりの長さは何cm出しょうか。」である。Ｔ社の問題では「だんの数とまわりの長さを表す数の間には、どのようなかんけいがあるでしょうか。」である。３社ともに、依存関係にある２つの数量を明示している点では共通性があるものの、問題文にちがいが見いだせる。すなわち、Ｔ社のでは、２つの数量の関係を問題にするため、変化と対応の２つの視点から関係を考察できる余地を与えているが、Ｄ社では、問題文において変化に着目するよう指示が与えられている。ただし、Ｄ社では設問２で変化に着目させた後に、設問３で対応に着目させるよう配慮はされている。Ｋ社では、問題文に２０段のときのまわりの長さを求めるように指示があるために、答えは１つに決定されてしまう。設問を見ると、表を作らせて、その表から対応の関係に着目させようとしている。

素材としての「階段」問題の答えとして、何を要求するかで３社の問題に差異が見られたわけであるが、２つの答えが可能であるという点でＴ社の設問はオープンな問題であるということができる。しかし、Ｔ社にしても、後の設問を見るかぎり明示的には対応だけを問題にしているように思われる。

(D社)

3 1辺が1cmの正方形の紙をならべて，下のような階だんの形をつくり，だんの数を1，2，3，…とふやします。



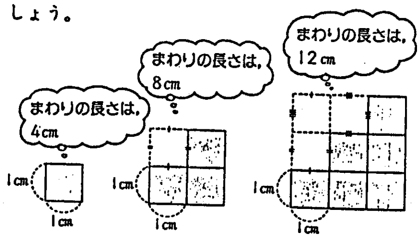
このとき，だんの数とまわりの長さのかわり方を調べましょう。

〔1〕表をつくって調べましょう。

だんの数　□(だん)	1	2	3	4	5	6	
まわりの長さ△(cm)							

〔2〕だんの数が1ずつふえると，まわりの長さはどれだけずつふえるでしょう。

〔3〕まわりの長さを表す数は，だんの数の何倍でしょう。

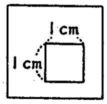


〔4〕だんの数を□だん，まわりの長さを△cmとして，□と△の関係を式に表しましょう。

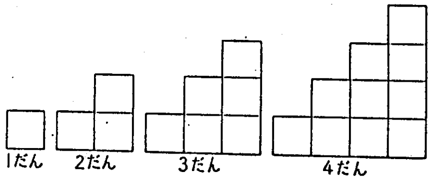
◇ だんの数が10だんのときの，まわりの長さをもとめましょう。

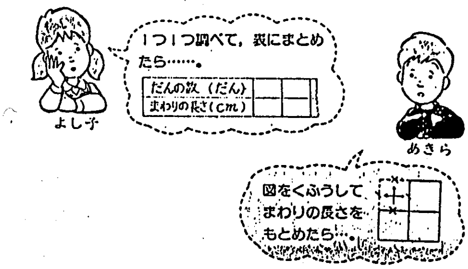
(T社)

2 右のような正方形のあつ紙を，下の図のように，1だん，2だん，……とならべて，かいだんの形を作ります。



だんの数とまわりの長さを表す数の間には，どのようなかんけいがあるでしょうか。





だ ん の 数(だん)	1	2	3	4	5	6	
まわりの長さ(cm)							

② まわりの長さは，だんの数の何倍になっているでしょうか。

また，だんの数を○だん，まわりの長さを△cmとして，○と△のかんけいを式に表しましょう。

○×4＝△

③ だんの数が20だんのとき，まわりの長さは何cmでしょうか。

2 前のページの問題で，だんの数と面積のかんけいを調べましょう。

① だんの数がふえると，面積はどのようにかわるか調べて，表にまとめましょう。

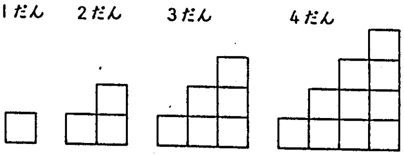
だんの数(だん)	1	2	3	4	5	6
面　　積(cm²)						

② だんの数が8だんのとき，面積は何cm²ですか。

(K社)

☆ 1辺が1cmの正方形のあつ紙をならべて，下のような形を作っていきます。だんの数が20だんのとき，まわりの長さは何cmでしょうか。

1だん　2だん　3だん　4だん



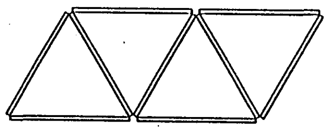
① 1だん，2だん，3だん，……，6だんのときのまわりの長さを調べて表にまとめましょう。

（２）「正三角形を並べる」問題の事例

Ｏ社の教科書からは、「まとめの練習」から問題を取ってきたが、本文の問題の扱いも設問の配列についてはほぼ同様である。０社での扱いは「正三角形を１０こつないだとき、まわりの長さを調べなさい。」とあるが、これは、求答事項の与え方がＫ社と同じである。それに対して、Ｇ社の問題では、設問２で「正三角形の数がふえると、何がふえるでしょうか。いろいろ考えましょう。」とあり、オープンな問題提示になっている。この場合、答えとして、①形が変わる。すなわち、台形になったり、平行四辺形になる。②外側のひごの本数が変わる。③ひごの総本数が変わる。④内部にできる正三角形の個数が変わるなどが考えられる。この問題では、１つの変量が変わるときにある事象を提示して、そこから見いだせるいろいろな変数となりうる数量を特定させようとしているのである。その後の設問では、その中の１つを取り上げる展開になっているが、これらの設問に答えた後に、先の設問２で子供から出された答えを材料にして、「２つの数量の変わり方あるいは関係」を調べる学習が生まれる。

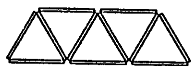
（Ｇ社）

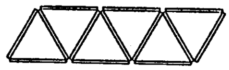
1 同じ長さのひごで，下の図のように，正三角形を横にならべた形を作っています。

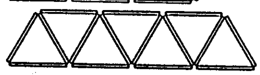


① 上の図で，正三角形はいくつできていますか。また，ひごは何本使っているでしょうか。

② 正三角形の数がふえると，何がふえるでしょうか。いろいろ考えましょう。

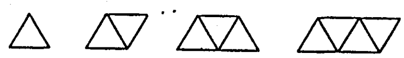
あ 

い 

う 

（Ｏ社）

1 1辺が1cmの正三角形を横につないで，図のような形をつくります。



① 次のような表をつくって，正三角形を10こつないだとき，まわりの長さを調べなさい。

正三角形の数(こ)	1	2	3	4	5	6
まわりの長さ(cm)						

② 正三角形の数を□で表し，このときのまわりの長さを○で表すとき，□と○のかんけいを式に表しなさい。

３．同一の素材を用いた問題のオープン化

上で紹介したＫ社の問題の後には問題２として「だんの数と面積の関係を調べましょう。」という問題が続く。このとき、これら２つの問題を合わせる形で提示することが考えられる。例えば、「１辺が１ｃｍの正方形のあつ紙をならべて、下のような形を作っていきます。だんの数がかわるとき、何が変わるでしょう。それらの関係を調べましょう。」とするのである。

このようにすれば、段の数と依存関係にあるものがいくつか発見できるであろう。その上、上述したようにその後の学習活動がそれぞれの関係を調べるという発展課題が自然な形で生まれるのである。この事例では、依存関係が異なれば変化のパタンも異なることも見いだせる。

４．オープンな問題提示のよさ

上の事例（２）のＯ社の問題で言えば、正三角形の数とまわりの長さの関係を問題にしたとき、対応の関係から（正三角形の数）＋２＝（まわりの長さ）、あるいは、□＋２＝○という関係が見いだせる。これに対して、変化に着目すると、正三角形が１ふえると、まわりの長さが１ふえるという関係がある。ところで、「変わり方」の単元での学習では、対応に目をつけることと変化に目をつけることの両方が大切であるが、子供がこれら２つの関係を問題にできるかは疑問である。オープンな問題提示により、２つの答えが見いだせれば、それを閉じさせる方向で２つの関係を考察する機会が生まれる。すなわち、□＋２＝○という式は□が１ふえれば○が１ふえるという特徴を持っていることを再認識できる場が提供されるのである。

変わり方の単元の教科書の問題に含まれる限界の１つにあらかじめ依存関係にある２つの数量を示すことが挙げられる。この点についても問題提示をオープンにすることで、ともなって変わる数量をいろいろ見つけようとする活動を生み出せるのである。

オープンエンドの問題の体系化に関する研究
ー小学校段階においてー

横浜国立大学　　池田　敏和

1．はじめに

児童・生徒の創造的な学力の育成が重要視されつつある現在、オープンエンドの問題による授業実践は、ますます活発になってくることが期待される。しかし、オープンエンドの問題による授業の研究は、島田氏編著による「算数・数学科におけるオープンエンドアプローチ」[1]以来、事例の開発の難しさ等から個々別々に実践研究されるものが多く、それらを体系的に捉えようとした研究はほとんどみあたらない。そこで、1991年度より２年間にわたって、文部省科学研究費一般研究Ｃ「小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究」（研究代表者：橋本吉彦，課題番号03680242）が行われることになった。本研究は、その一部をなすものであり、特に小学校段階におけるオープンエンドの問題の体系化について言及していくことにする。

その前に、基本的な用語の意味を振り返りながら、本研究の意図するところについて述べていくことにする。まずオープンエンドの問題とは、「正答が幾通りにも可能になるように条件づけた問題」と定義づけられており、オープンエンドアプローチとは、「未完結な問題を課題として、そこにある正答の多様性を積極的に利用することで授業を展開し、その過程で、既習の知識・技能・考え方をいろいろに組み合わせて新しいことを発見していく経験を与えようとするやり方」と定義づけられている。ここで重要になることは、正答の多様性が授業の中でどのように利用されるのかという点である。この点を観点別に場合わけし明記することが可能なら、カリキュラムの中のどのような箇所でどのようなねらいによってオープンエンドの問題を活用することが有効になるのかが明らかになってくる。すなわち、この点を明確にしていくことは、オープンエンドの問題の体系化のひとつの大きな方向となるわけである。

そこで本研究では、今まで開発されたオープンエンドの問題を、オープン性が授業の中でどのように利用されているのかに着目して分類し、共通に抽出できるねらいを明記することによって外延的に考察していくことにする。

2．研究の目的と方法

研究の目的は次の通りである。

解のオープン性が授業の中でどのように利用されるのか、そのねらいに着目し、それを明記することによって、オープンエンドの問題を体系化する。

また、上記の目的を達成するため、次のような方法で研究を進めることにした。

(1) オープンエンドの問題を授業の中で利用する基本的なねらいを、先行研究と実践事例を分析・考察することによって明らかにする。

(2) 上記(1)の考察をもとに、オープンエンドの問題の類別方法を考案し、それによってオープンエンドの問題を類別する。

(3) 各々のセルの中から共通に抽出できるねらいを、外延的に明記する。

(4) 上記(3)を受けて、今までに開発されたオープンエンドの問題による授業に一般的にいえる特徴を分析する。

3．オープンエンドの問題を授業の中で利用する基本的なねらい

まず従来より言われてきたオープンエンドの問題による授業の長所を大きく２つの側面から捉えてみることにする。まず第１の側面として、「子どもたちが積極的に授業に参加するようになり発言の回数も増える」や「学力の低い子どもでも、それなりに何か意味のある解答ができる」や「発見の喜び、他人に認められるよろこびの経験が多くなる」などの子供の<u>情意的なねらい</u>があげられる。第２の側面としては、「子どもたちに既習の知識を総合的に用いる機会を与えることができる」や「子どもたちに証明ということに内在的な動機を与えることができる」などのような<u>数学教育の目標と方法に関わるねらい</u>があげられる。しかし、前者の情意的なねらいは、オープンエンドの問題による授業の短所（あまり数学的に意味のない答えが多かったりする）としてあげられているように、ただ単に発言数が増えればいいといった類のものではない。すなわち情意的なねらいは、後者の数学教育の目標と方法に関わるねらいと密接に関係しており、それを満たすことによって達成されるべきものである。よって、ここではオープンエンドの問題を利用するねらいとして、特に数学教育の目標と方法に関わるねらいを中心に進めていくことにした。

そこでまずどのような数学教育の目標と方法に関わるねらいであるのかを明らかにするために、オープンエンドの問題の解決活動について考えてみることにする。従来「関係や法則を発見する」「分類する」「数量化する」といった活動は一般的に問題の類型として

述べられているが、実はその活動をすること自体、児童に期待する数学教育の大きなねらいになっていることがわかる。例えば、順位付けの問題におけるデータを統計の知識・技能を用いて数量化する例のように、既習内容（知識・技能）を総合的に用いながら上記の解決活動を遂行することは、数学教育の大きな目標のひとつである。数学教育の目標の中に、このような目標も含めていこうとするねらいから、オープンエンドの問題が利用されていることがわかる。これをオープンエンドの問題を利用する目標論的なねらいと呼ぶことにする。またこれとは別に、上記の活動を通して、あるいはその得られた解答をもとに、新しい指導内容を構成的に学習できるというねらいがある。例えば、ジオボード上に周の長さ一定の長方形をつくり、そのいろいろな解答をもとに、縦と横の長さの「かわりかた」を学習するといった例である。このように、上記の解決活動を通して、あるいはその結果を用いて、構成的に新しい学習内容（知識・技能）を獲得していくことは、生徒の認知的側面を考慮にいれた数学教育の重要な指導方法のひとつであり、このような指導方法を目指して、オープンエンドの問題が利用されていることがわかる。これをオープンエンドの問題を利用する方法論的なねらいと呼ぶことにする。この２点がオープンエンドの問題を授業の中で利用する「基本的なねらい」として考えることができる。目標論的なねらいは、児童が総合的な活動をすることに重点がおかれたもので、まとめの段階やトピックス的な扱いに多くみることができる。また方法論的なねらいは、児童が構成的に知識・技能を獲得していくことに重点がおかれたもので、導入段階での取り扱いに多くみられる。図で示せば、図１のようになる。

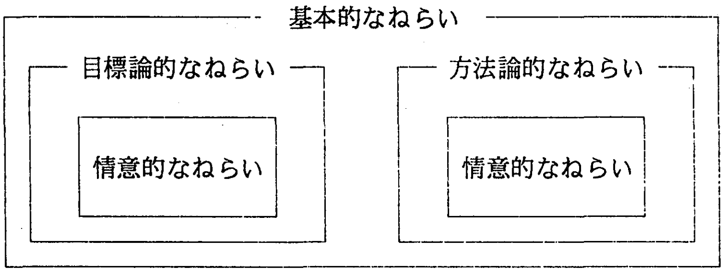


図１．オープンエンドの問題を利用する基本的なねらい

以下、オープンエンドの問題の類別方法、オープンエンドの問題の類別結果とそのねらいの抽出、さらに全体的な考察という流れで進めていくことにする。

4．オープンエンドの問題の類別方法

オープンエンドの問題を類別するにあたって、まず上記の「基本的なねらい」が解決活動とそれに関わる内容（知識・技能等）を軸に構成されていることがわかる。よって、「分類する」「数量化する」等の解決活動とそれに関わる内容の両側面から問題を分類し、共通するねらいを抽出することによってオープンエンドの問題の体系化をはかることにした。つまり、前者はオープンエンドの問題の類型にそのまま対応づけできるし、後者においては用いる知識・技能等が含まれる算数科の４つの内容領域に対応づけることが可能だからである。そして、縦軸については、従来からいわれている「発見の問題」，「分類の問題」，「数量化の問題」に加えて、本科研の中で新しく特徴づけられた「構成・分解の問題」[2)]、さらにどれにも属さない「その他の問題」の計５つの類型で考えることにした。

（１）基本的なねらいと類別方法

目標論的なねらいと方法論的なねらいのもとで問題を類別する際、解決活動は同じであるが、内容について違いが生じてくることがわかる。すなわち、目標論的なねらいが、解決活動に必要とされる既習内容であるのに対して、方法論的なねらいでは、解決活動を通してこれから学習する内容だからである。例えば、ジオボード上に周の長さ一定の長方形をつくる際、目標論的なねらいであれば用いる既習内容は「図形」（小２）にはいり、方法論的なねらいであれば学習する内容が「かわりかた」（小４）であるため「数量関係」にはいるわけである。そこで、両者は区別し類別することにした。

（２）４つの内容領域と類別方法

オープンエンドの問題を領域別に類別する際、ふたつの問題点が生じてくる。すなわち、「数量関係」の内容の範囲とそれに関わる他領域との関係である。例えば、目標論的なねらいにおける類別方法において、「分類する」といった解決活動はそれ自体が「集合の考え」であるので、「分類の問題」はすべて「数量関係」の中に含めることが可能になる。（現代化のころは、数量関係に含められていた）また、数量関係は、他の３つの領域内容を考察したり、処理したりする際に有効に用いられるものが多いので、問題を類別する際、他の３つの領域と数量関係の領域との両方に関連付けられる場合が多々でてくる。具体例をあげれば、「ちらばりの問題」において、数量化する際に用いる測定方法に光をあてれば、「量と測定」ととらえることができるし、ある事象のちらばりをどのように数値化するかに光を当てれば「数量関係」ととらえることができるわけである。方法論的なねらいにおける類別方法においても、同様の問題点が生じてくるであろう。そこでここでは、数

量関係の内容は、現行の指導要領に従って、「関数の考え」、「式に表すことと式をよむこと」、「統計的な処理」の３つの内容に限定することにし、数量関係と他の領域の両方に共通する問題は、両方の領域に位置づけることにした。

（３）対象とした問題

対象とするオープンエンドの問題であるが、島田氏編著の「算数・数学科のオープンエンドアプローチ」に掲載された問題と今回の科研で開発された問題[3)]を対象とすることにした。（問題については参考資料参照）そして、各々の問題について目標論的なねらいで実践されているもの、方法論的なねらいで実践されているものを考慮にいれて類別することにした。さらに「算数・数学科のオープンエンドアプローチ」にある問題には、本科研で開発された問題と区別するため、○印をつけることにした。

５．オープンエンドの問題の２次元マトリックスによる分析結果

（１）目標論的なねらいにおける類別結果とそのねらいの抽出

問題の解決活動による類型と用いる内容領域の両側面から、各々のセルの中に問題をはめ込み、そのセルの中に共通する特徴を抽出していくことにする。ここでは、問題の解決活動、すなわち問題の類型を軸にして、用いられる内容の領域別に述べていくことにする。また、類別結果は図２の通りである。

① 発見の問題

この類型の問題は、問題場面から法則・規則を発見する際に、オープン性が生じる。用いられる既習内容であるが、「数表から発見する問題」は、数の性質によって発見したのであれば「数と式」になるが、式に表すことによる発見であれば「数量関係」になる。よって、「数表から発見する問題」は、両方の領域に位置づけることにした。したがって「数と計算」では、［数や式の内容（四則、倍数、約数等）を総合的に用いてある規則を発見すること］というねらいが抽出できる。「図形」についても事例は数少ないが、例えば図形が敷き詰められた図から、図形の性質や位置関係等を発見する問題などもこの類にはいるであろう。この類には、［図形の内容（性質・位置関係等）を総合的に用いてある図形の性質や位置関係を発見すること］というねらいが抽出できる。また「数量関係」では、他領域と複合した問題があるので数は多くなり、［関数・式の内容（比例、反比例、式であらわすこと等）を総合的に用いてある関数や式の関係を発見すること］というねらいが抽出できる。

	数と計算	量と測定	図形	数量関係
発見の問題	・カレンダーから発見する問題，横浜小５ ○リーグ戦の成績表からきまりを発見する問題 ○パスカルの三角形からきまりを発見する問題		○図形から合同・対称等を発見する問題（小６）	・正方形の大きさから発見する問題(福岡小５) ○水槽の問題（小６） ・カレンダーから発見する問題，横浜小５ ○リーグ戦の成績表からきまりを発見する問題 ○パスカルの三角形からきまりを発見する問題
分類の問題			・四角形の分類の問題，（福岡小４） ・多角形の見分け方の問題（福岡小５） ○立体の分類の問題，福岡（小６） ○図形の分類の問題	○グラフの分類の問題（比例）（小６） ○グラフの分類の問題（統計）（小６） ○比例のまとめ（小６）
数量化の問題	・賞品のわけ方の問題（横浜小６）	○散らばりの問題		・優勝チームの決め方の問題（横浜小６） ○マラソン大会の順位決めの問題（横浜小１） ・ボール投げの１位を予想する問題(福岡小６) ○散らばりの問題 ・賞品のわけ方の問題（横浜小６） ○品物の重さ比べ
構成分解の問題	・10になるように式を完成する問題（福岡小１） ・あめのわけ方の問題（福岡小２） ・両替の仕方の問題（福岡小４） ・ホテルのわりふりの問題（横浜小５）	・面積６cm²になる作図の問題（福岡小５）	・マッチ棒で長方形をつくる問題（福岡小３） ・正方形を２等分する問題（福岡小５） ○同じ仲間の図形 ・ジオボード上に長方形をつくる問題（横浜小２）	
その他			○２倍の長方形の作図方法	

図２．　目標論的なねらいにおけるオープンエンドの問題の２次元マトリックスによる分類（小学校）

② 分類の問題

この類型の問題は、どのような観点から分類するかによって、解のオープン性が生じる。また、オープンエンドの問題から生じる多様な解をさらに分類する活動も、この類の問題として捉えることができる。ほとんどの問題は、「図形」領域に含まれ、ここでは［図形の内容（性質、位置関係等）を総合的に用いていくつかの図形を分類すること］というねらいが抽出できる。また、「数量関係」でもいくつか存在し、［関数の内容（比例、反比例等）を総合的に用いていくつかの関数を分類すること］というねらいが抽出できる。

③ 数量化の問題

この類型の問題は、どのような観点から事象を数量化するかによって、オープン性が生じる。用いる知識・技能に関してであるが、「ちらばりの問題」のように、測定の内容（長さ，面積等）と統計の内容（散らばり等）の両方に関連付けられるものは「量と測定」と「数量関係」の両方に位置づけることにした。また、「わけ方の問題」のように、数の内容（概数の考え）と関数の考え（比）の両方が必要とされるものは、「数と式」と「数量関係」の両方に位置づけることにした。その結果、「数と式」「量と測定」でわずか存在し、他領域との複合のため多くの問題が「数量関係」の領域になった。「数と式」では、［数と式の内容（概数の考え）を総合的に用いてある数を数値化すること］というねらいが抽出できる。「量と測定」では［測定の内容（求積公式等）を総合的に用いてある量を数量化すること］といったねらいがあげられ、「数量関係」では［統計や関数の内容を（平均、範囲、比等）を総合的に用いてある事象を数量化すること］といったねらいがあげられる。

④ 構成・分解の問題

この類型の問題は、ある事象をどのように構成・分解するかによってオープン性が生じる。「数と計算」では、ある数を［数や式の内容（四則，約数，倍数等）を総合的に用いてある数を構成・分解すること］というねらいがあり、「量と測定」では、［測定の内容（求積公式等）を総合的に用いてある量を構成・分解すること］というねらいがあげられる。また「図形」では、［図形の内容（性質、位置関係等）を総合的に用いてある図形を構成・分解すること］というねらいがあげられる。構成・分解の問題は、今回の研究で開発されたものがほとんどであり、ある問題の逆を考えたり、条件をひとつ減らしたり、加えたりすることによって開発が可能になる。

⑤ その他の問題

この類型は、他のどの類型にも属さない問題である。ここでは作図の問題がこの中に含まれているが、これは解決方法の多様性としてみることもできる。解決方法の多様性や、問題づくりなど、設問の仕方によってオープンエンドの問題と捉えることができるため、今後その他の問題をどのように捉えていくかはひとつの課題となろう。

（２）方法論的なねらいにおける類別結果とその特徴の抽出

方法論的なねらいにおける問題を類別する前に、目標論的なねらいとのつながりについて、少し考えてみることにする。まず、方法論的なねらいでオープンエンドの問題を用いる際、その解決活動においては必ず既習内容を総合的に用いるといった目標論的なねらいが加味されていることがわかる。よって、方法論的なねらいでカリキュラムに位置づけ可能な問題は、その以前のカリキュラムのどこかで目標論的なねらいとして位置づけ可能なことがわかる。これより、オープンエンドの問題で用いるカリキュラムに位置づけ可能な知識・技能等がスパイラル的に高度な内容へと発散していくものであるのなら、目標論的なねらいで用いる問題より、方法論的なねらいで用いる問題の方がより高度な内容となり、カリキュラムに位置づけられる可能性が少なくなるといえるであろう。

分析の結果は、上記の考察の通りであった。すなわち、方法論的なねらいのもとに実践された問題は、非常に少なかったわけである。そこで、指導したい内容が中学校段階に及ぶ場合も少し含めて言及することにした。ここでも、問題の解決活動、すなわち問題の類型を軸にして、用いられる知識・技能の領域別に述べていくことにする。ここでは、事例が少ないので図には表さないことにする。

① 発見の問題

ここでは、中学校段階に及ぶが、数表から規則を発見する問題や関数関係を発見する問題に見いだすことができる。すなわちこの類型では、［発見するという解決活動を通して、構成的に証明問題を学習していくこと］というねらいが抽出できる。ここでの指導したい内容は、「数と式」「図形」等いろいろな領域での証明問題になる。

② 分類の問題

図形を分類する問題が、方法論的なねらいのもとに利用されていることがわかる。すなわち、［分類するという活動を通して、図形の性質等を構成的に学習していくこと］というねらいが抽出できる。

③ 数量化の問題

この類型においては、方法論的なねらいを見いだすことができない。

④　構成・分解の問題

ここでは、「ジオボード上に長方形をつくる問題」だけが方法論的なねらいのもとに利用されている。ひとつであるが、［構成するという活動を通して、「かわりかた」を構成的に学習していけること］というねらいがあげられる。

（３）今まで開発されたオープンエンドの問題の全体的な考察

目標論的なねらいにおいては、今まで開発された問題に、かなりのかたよりがあることがわかる。すなわち、目標論的なねらいが総合的な活動をねらいとしていることから、自然と数量関係の内容が多くなっていることがわかる。しかし、今回の科研で開発された構成・分解の問題は、低学年でも実践することが可能な類型であることが考察できる。また、目標論的なねらいによって利用される問題に対して、方法論的なねらいによって利用される問題がとても少ないこともわかる。これは、方法論的なねらいでカリキュラムに位置づけ可能な問題は、その以前のカリキュラムのどこかで目標論的なねらいとして位置づけ可能なことからも説明できる。問題開発等の難しさもあろうが、方法論的なねらいのもとに今後さらに開発・実践が進められていくべきである。

また、オープンエンドの問題による授業において、「多様な答えはまとめるべきかどうか」、「多様な解をどのように活かすか」といったいくつかの問題が指摘されてきたが、それらは、もういちど改めて問直す必要があろう。なぜなら、各々の実践においてのねらいは、その単元での局所的なねらいのもとに別々に実践されており、問題点もその単元においての局所的なものであるため、ねらいや問題点に大局的な統一性がなされていないままであったからである。よって本研究で明らかになった基本的なねらいを授業の前に明確にし、その上で単元においてのねらいを定めていくことが今後大切になってくるであろう。そして、授業の中で児童の多様な解答をどのように評価していくか、これが今後の大きな課題といえよう。

さらに、個々の解答の自己評価といった観点から、解決活動を２回行うといった展開もみられる。１回目の解決活動のあとに、さらにその解答を分類するといった解決活動を通して、個々の解答の評価に加えて、再度基本的なねらい（目標論的なねらい，方法論的なねらい）をも達成しようとした授業展開である。これらは、次から次へとオープン性が利用できるという点から理想的な活動といってよいであろう。例えば、数表から発見した解

答を、さらに倍数に関するもの、数と数との関係に関するもの等に分類するといった流れである。この２回目の解決活動は、目標論的なねらいで用いることもできるし、あるいは倍数を導入するといった具合いに方法論的なねらいで用いることもできるのである。しかし、２回目の活動において最も重要なことは、分類するという解決活動によって生徒が自分の見いだした解答を自己評価できるという点である。今後、児童自身が自己評価できるような展開になるように、さらに考察していく必要がある。

６．まとめ

本研究では、オープンエンドの問題を利用するねらいに着目して、今まで開発されたオープンエンドの問題を体系化してきた。その結果、利用するねらいとして、大きく目標論的なねらいと方法論的なねらいの２つが明らかになった。

また、目標論的なねらいに対して、方法論的なねらいを達成することの難しさ、そして授業でなぜオープンエンドの問題を利用するのかといったねらいについて大局的な共通理解がなされていなかったこともわかってきた。授業実践の前に基本的なねらいを明確にしながら、個々の解答をどのように評価するか考えていく必要があろう。

さらに、個々の解答をどう評価するかといった観点から、２回解決活動を行なうといった展開も抽出でき、それらは個々の解答を自己評価できると同時に、目標論的をねらい、方法論的なねらいを達成できることもわかった。

今後の課題として、次の点があげられる。

(1) オープンエンドの問題の２次元マトリックス分析によって、オープンエンドの問題の開発方法について考察していくこと。

(2) 特に目標論的なねらいによって授業実践する際、個々の解答をどのように評価していくのか、その方法について研究していくこと。

［参考・引用文献］

1)島田茂（編）；算数・数学科のオープンエンドアプローチ，みずうみ書房，1977

2)3)橋本吉彦（代表）；小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究，1992

3)山下昭（代表）；小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究（福岡班），1992

［参考資料］

２次元マトリックス分析の対象としたオープンエンドの問題

１．発見の問題

［数表から発見する問題］

［１］カレンダーから発見する問題（横浜小５）
これは１２月のカレンダーです。このカレンダーの数字の並び方について、いろいろなきまりを見つけてみましょう。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

［２］○ リーグ戦の成績表からきまりを発見する問題（P.37）
下の表は、A，B，C，D，Eの５チームが野球をしたときのとちゅうの記録を表したものです。表に書いてある数のあいだにはあるきまりがあります。そのきまりをできるだけたくさん書きましょう。

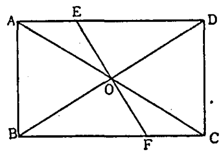
チーム	試合数	勝ち数	負け数	引分け数	勝率	ゲーム差
A	25	16	7	2	0.696	
B	21	11	8	2	0.579	3.0
C	22	9	9	4	0.500	1.5
D	22	8	13	1	0.381	2.5
E	22	6	13	3	0.316	1.0

［３］○ パスカルの三角形からきまりを発見する問題 （P.102）
次のように並べられた数の表の中からいろいろな数についてのきまりを見つけなさい。

1										
1	1									
1	2	1								
1	3	3	1							
1	4	6	4	1						
1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1				
1	7	21	35	35	21	7	1			
1	8	28	56	70	56	28	8	1		
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
―	―	―	―	―	―	―	―	―	―	―

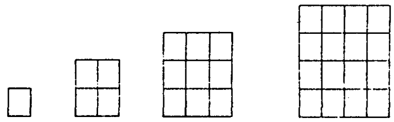
［図形の性質・関係を発見する問題］

［４］○ 図形から合同・対称等を発見する問題（小６，P.61）
右図のように、長方形の対角線の交わった点を通って直線ＥＦを引きました。(1) この図の中に、何という名前の形が含まれていますか。できるだけたくさん見つけなさい。(2) (1)で見つけた図形の中の、ある２つの図形を見てみると、大きさや置かれている位置に何かきまりがありそうです。どの図形とどの図形が、どんな関係にあるでしょう。

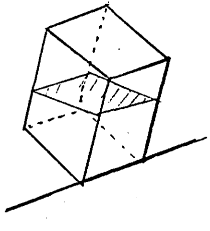


［場面から関数関係を発見する問題］

［５］正方形の大きさから発見する問題（小学校５年，福岡班 p.15）
１辺が１cmの正方形を下図のようにすきまなく並べて、大きな正方形をつくります。辺の長さが変わると、どこが変わるでしょう。変わるものをいろいろ見つけて、変わり方を調べてみましょう。



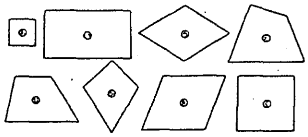
［６］○ 水槽の問題（小学校６年，p.22）
プラスチック（透明体）でできた直方体の容器に、が途中まではいっています。この容器を、底面の１辺を固定して傾けると、傾きに応じて、水面で限られたいろいろな部分の形や大きさが変わってきます。それらの形や大きさの間にある、いろいろなきまりをできるだけたくさん見つけなさい。



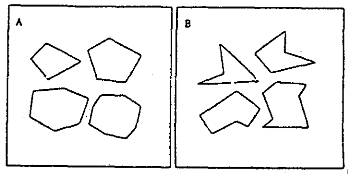
２．分類の問題

［図形，立体等をある観点から分類する問題］

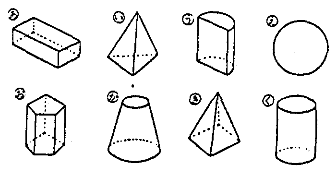
［７］四角形の分類の問題（小学校４年，福岡班 p.19)
下の図形（四角形）について、特徴を調べながら、いろいろな見分け方（観点）で四角形を分けていきたいと思います。どんな見分け方がありますか。



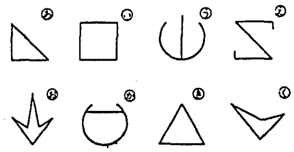
［８］多角形の見分け方の問題（小学校５年，福岡班 p.23)
次のようないくつかの図形をＡ，Ｂに分けました。ＡとＢの図形を見分ける方法をいろいろ考えましょう。



［９］○ 立体の分類の問題（小学校６年，p.62)
次のような立体があります。（い）の立体の持つ特徴と同じ特徴をもつ立体をあげ、その特徴もいいなさい。

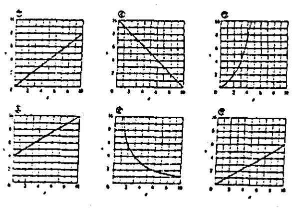


［１０］○ 図形の分類の問題（p.71)
この８つの図形の中から、同じ特徴を持つ図形をなかまわけするときに、その見分ける特徴をいろいろ見つけなさい。また、その見分ける特徴について、それぞれあてはまる図形を見つけなさい。

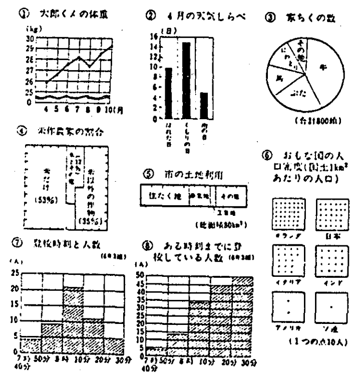


［関数関係をある観点から分類する問題］

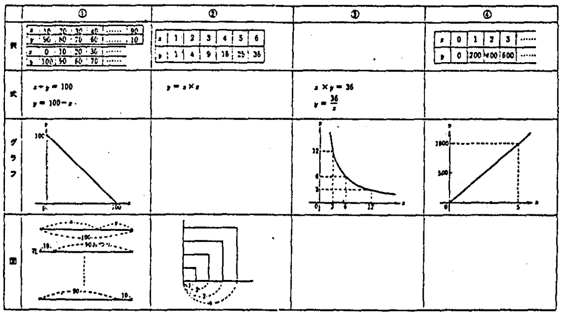
［１１］○ グラフの分類の問題（比例，小６，p.82)
次のアからカは、いろいろな２つの量の関係をグラフに表したものです。これについて、次の問に答えなさい。
(1) アのグラフと同じなかまとみられるものと、そうでないものに分けなさい。分け方は、一通りとは限りません。いろいろな分け方をできるだけたくさん考えなさい。
(2) (1)で考えた分け方は、それぞれ、どういう訳でアと同じなかまと考えたのですか、それぞれの分け方について、その理由を書きなさい。
(3) アと同じなかまというのではなく、ほかにどんななかま分けができますか。また、その理由をあげなさい。



［１２］○ グラフの分類の問題（統計，小６，p.87)
次のグラフは、それぞれある算数的な関係をわかりよく示そうとして、くふうされたものです。グラフを書くときは、ある算数的な関係をわかりやすく示すことをねらいにしています。次のグラフの中の、２つ以上に共通しているねらいをできるだけたくさんあげなさい。



［１３］○ 比例のまとめ（小６，p.88）
高校生のおねえさんが「①の問題と②の問題は似ているね。」といいました。どこが似ていますか、似ているところとそのわけを書いて下さい。同じようにしてそれぞれの問題と比べて、似ているところを見つけて、そのわけも書いて下さい。



３．数量化の問題

［特徴を数量化する問題］

［１４］優勝チームの決め方の問題（小学校６年，横浜班 p.68）
５カ国が参加して、体操の大会が開かれました。参加した５カ国の出場選手の得点は、次の通りです。ところが、優勝を決めようとすると、どの国も自分の国が優勝だと主張してゆずりません。参加した５カ国が、いったいどのような理由で自分の国が優勝だと主張しているのでしょうか。その主張の理由を考えましょう。

A国・・・95点、87点、90点、93点、89点、89点
B国・・・88点、89点、96点、87点、95点
C国・・・93点、91点、92点、90点、78点、96点
D国・・・89点、90点、91点、88点、89点、90点
E国・・・99点、86点、85点、88点、90点、86点

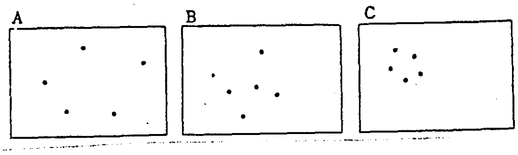
［１５］○ マラソン大会の順位決めの問題（小学校５年，p.72）
Ａ，Ｂ，Ｃの３班でマラソン大会をしました。各班の人数は１０人ずつです。結果は下のようになりました。さてどの班が１位といえるでしょうか。いろいろな決め方を考えてみましょう。

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
班	A	B	A	C	B・	B	C	A	C	C	C	B	A	A	B
順番	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
班	B	C	A	C	B	C	B	B	A	C	A	A	A	C	B

［１６］ボール投げの１位を予想する問題
（小学校６年，福岡班 p.17）
Ａ君とＢ君Ｃ君で「ボール投げ」をしました。これまでの成績を調べたら下のような表になりました。３人がもう１度投げたとしたときの１位を予想します。どのように予想するかその方法を考えましょう。

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A (m)	35	36	35	36	37	38	38	42	42	37
B (m)	34	43	37	39	41	21	40	40	37	36
C (m)	40	35	38	38	40	38	38	39	40	棄権

［１７］○ 散らばりの問題（p.38）
Ａ，Ｂ，Ｃの３人でおはじき遊びをしたら、下の図のようになりました。この遊びでは、落としたおはじきのちらばりの小さい方が勝ちとなります。この例では、「おなじきのちらばりの程度は、Ａ，Ｂ，Ｃの順にだんだん小さくなっている」といえそうです。このような場合、ちらばりの程度を数で表すしかたをいくとおりも考えて下さい。



［１８］賞品のわけ方の問題（小学校５年，横浜班）
Ａ，Ｂ，Ｃの３つのチームがゲームをしました。このゲームには、１０コのメロンが賞品になっています。ゲームの結果は下の表のようです。どのような方法で賞品を分けたらいいでしょう。その方法をいろいろ考えましょう。

Aチーム	Bチーム	Cチーム
４５点	２７点	１８点

４．構成・分解の問題

[数がある条件を満たすように構成・分解する問題]

[１９] １０になるように式を完成する問題（小学校１年，福岡班 p.8）

○の中に１から９までのかずを、□の中に＋、－を入れて、しきをかいせんさせましょう。

○ □ ○ □ ○ ＝１０

[２０] あめのわけ方の問題（小学校３年，福岡班 p.10）

１２このあめだまがあります。おねえさんとわたしとおとうとの３人で分けることにしました。どんな分け方があるでしょうか。いろいろな分け方を考えましょう。

[２１] 両替の仕方の問題（小学校４年，福岡班 p.11）

５００円硬貨を１００円硬貨，５０円硬貨，１０円硬貨に両替しようと思います。どんな両替のしかたが考えられますか。いろいろ考えてみましょう。

[２２] ホテルのわりふりの問題（小学校５年，横浜班）

３１名の団体客がホテルに泊まりにきました。ホテルには５名まで泊まれる同じ部屋が９部屋あります。みなさんがもしホテルマンなら、この３１名のお客さんをどのように部屋割りしますか？いろいろな部屋割りの方法を考えてみましょう。

[量をある条件を満たすように構成・分解する問題]

[２３] 面積６㎠になる作図の問題（小学校５年，福岡班 p.13）

方眼紙に６㎠になる形をつくりましょう。

[図形をある条件を満たすように構成・分解する問題]

[２４] マッチ棒で長方形をつくる問題（小学校３年，福岡班 p.10）

１４本のマッチ棒を全部使って１つの長方形を作ります。どんな長方形ができるでしょうか。

[２５] 正方形を２等分する問題（小学校６年，福岡班 p.12）

１つの正方形を２つの合同な図形に分割してみましょう。

[２６] ○ 同じ仲間の図形（p.94）

右のような三角形と、なにかの意味で同じ仲間になると思われる図形をできるだけたくさん書きなさい。そして、できた図形が、なぜ右の三角形と同じになるのかを、簡単に書きなさい。

５．その他の問題

[作図方法の問題]

[２７] ○ ２倍の長方形の作図方法（小学校６年，p.97）

右の図の長方形を２倍に拡大した長方形を書きます。どんな書き方がありますか。いろいろな方法で書いてみましょう。また、書き方をことばで説明しましょう。

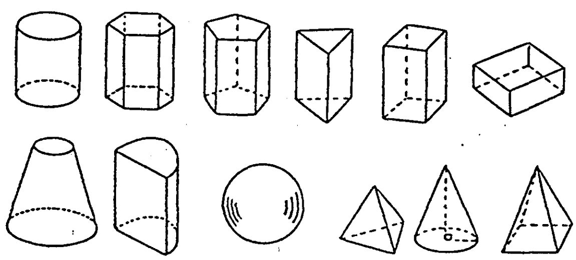
オープンエンドの問題の価値について

福岡教育大学　　飯　田　慎　司

1．はじめに

本稿では、平成３年度および平成４年度の本研究会福岡班に参加していて感じたことを、まとめてみたい。特に、オープンエンドの問題の価値について考えさせられることが多かったので、それをテーマとすることにした。２．３．で取り上げることは、従来から、そして平成３年度に議論されたことである。そして、４で触れることは、平成４年度に、とりわけ議論の焦点となっていったことである。

2．本当の問題解決となる



「これらの中から、角柱，角すい，円柱，円すい……を選びなさい。」というのは、問題解決といえるだろうか。「単なる適用練習にすぎない。」というのが私の答えである。仮に、「回転体はどれですか。」と発問したところで、回転体の学習が終わった後なら同様である。

ところが、立体の学習のはじめに、上の図を提示し、「これらを仲間分けし、仲間分けした理由も考えましょう。」とやると、おもしろい問題解決となる。これは、分類（How to classify）の問題群に入るオープンエンドの問題で、この問題に対する答えは、この単元での立体の概念形成に直接つながっていくことになる。（底面や側面の形，その平行・垂直関係，回転体，底面に平行に切ってできる平面の形，ま上とま正面から見た形……等々。これらは、単元の指導計画作成にも役立つと思う。）

また、立体の学習のまとめとして使えば、これまでの学習が統合的に復習できるし、うわべだけで浅かった学習が、児童の発見を通して深化されていくことであろう。

「つかむ・見通す・しらべる・ねり上げる・まとめる」というような、問題解決の学習過程は、とてもよくできたものであり、立体のこのような学習にも、よく当てはまることがわかると思う。少なくとも、最初にあげたような適用練習では、このような学習過程を踏む必要すらないわけである。

ただし、オープンエンドの問題の種類によっては、児童・生徒によって示された解法や答それぞれに妥当性があり、「ねり上げる・まとめる」という過程を扱うよりも、多様な解法や答を味わうことの方が適切であることもあるので、留意すべきだと思う。

3．解決が以後の学習の素地となる

オープンエンドの問題解決を通して、児童・生徒は、高度な数学を知らないのに、それに結びつくような数学性を示すということがあるのではないかと思う。先ほどの立体学習の例では、展開図や切断，投影図など、立体を平面化する方法がそれに当たる。これらが全て出てこなくても、立体を平面で表現してみて分析するという数学的手法を、教えられなくても示せるような教育をしていくべきだと思うのある。

数学としての正式な知識や技能がなければ無理なのであろうか。私は必ずしもそうではないと思う。これは、早期教育の可能性に関連することで、実証的な追跡を要するが、少なくとも、オープンな発問をしないことには、そうした数学性も示せないということは確かだろうと思う。（学習集団としてのオープンな思考の経験が不可欠であることは当然であり、これは、問題づくりにおいても言えることである。）

数量化する(How to measure)問題に対しては、特にそのようなことが当てはまると思う。「おはじきのちらばりの問題」と同様に、「それまでのボール投げやモグラたたきの成績から次の結果を予想する」というような問題は、統計学習の中の、代表値や散布度の概念につながっていく。小学校の段階ではそれらの正式な学習はできないが、問題場面の中から、それらの概念の必要性を、児童自らが十分に認識できるであろうと思う。また、中学校数学でも、代表値としては平均値のみ、散布度としては範囲のみしか扱わない。高校や大学で正式な統計資料の整理を学ぶのは、ごく少数に限られてくる。だから、日常生活にもよく登場する、この大切な統計的概念の素地を、小・中学校で育成しておくことには、大きな意味があると考える。どの統計量を用いるか、実際生活でも一意に決まっていない

のであるから、このような学習の経験が大切なのだと思う。日常生活では、正式の数学が適用できるような場面はあまりなくて、オープンエンドの問題解決がほとんどだといっても過言ではないと思う。

中学校数学の課題学習のための教材開発に取り組んでいて、いつも感じることがある。1つの問題場面を出発点とするとしても、そこから生成される数学や、解決に用いられる数学は、まさにオープンであり、しかも、中学校段階の数学のレベルを、いとも簡単に飛び越えていってしまうことである。しかし、授業で使えないからといって、そこで教材研究をやめてしまうべきではないのである。該当する数学のformalな学習は、小・中学校で行えなくても、その数学に結びつくinformalで思考実験的な学習は、十分に可能であるかもしれないからである。

4．数学の人間的側面の認識につながる

上の3では、オープンエンドの問題の数学的価値について、その認識過程を念頭において指摘したつもりである。ところが、平成4年度になって、オープンエンドの問題によって、数学の人間的側面がクローズアップされてくることが議論されるようになった。数学性と人間性というのは、これまでは、相容れないもののように考えられていたことが多かったと思われる。

私は以前、このテーマを、ブラウン(S.I.Brown) の論説 [1]に刺激され、吟味したことがあった。氏は、ワルター(M.I.Walter)女史とともに、あの有名なWhat if not?を提唱した人である。ブラウン氏は、この論説の中で、次のような問題を引用していた。

「 400スクウェアフィートに蒔くだけの芝生の種子の入った袋がある。1850スクウェアフィートにまんべんなく蒔くには、この袋を何袋買えばよいか。」

この問題は、オープンエンドの問題であると同時に、文脈依存的(context-bounded) な問題である。「余りのある除法」というような内容志向的な学習では、こうした問題は、「不適切な問題」ないしは「ノイズ」として相手にされないであろう。しかし、文脈依存性が人間活動の1つの大きな特徴であるとすれば、こうした問題が引き起こす価値志向的な議論は、数学教育の中で忘れられてきた一面を照らしているものと考えられる。

ブラウン氏の言葉を引用してみよう。

「「現実世界」への応用ということは、人文科学の教科よりもむしろ、自然科学の教科では、非常に狭く定義されているように思える。特に、価値や倫理の問題は本質的に存在

していない。……私は、価値の示唆が埋め込まれていないような問題に取り組ませようとしても、それは本来的に「現実世界の」問題ではないと思う。」(p.13)

また、ブラウン氏の後継者の一人、ボラシ(R.Borasi)女史の次の指摘も、数学の人間的な側面を重視するものである。

「生徒に、彼らがそれまで当然と考えている仮定に疑問を生じさせることができるような数学的活動に従事する機会を与えること、そして、生徒たちが気づかなかったかもしれない数学のより人間的な側面を個人的に経験する機会を与えることは重要である。」[2] (p.179)

このお二人の数学教育観は、おそらく日本では、すぐには理解されないであろう。というのは、人間形成としての数学教育、とりわけmath. for all という観点での数学教育の人間化を求めているからである。日本では、そこまで徹することが難しいようである。しかし、数学と人間との間のオープンで神秘的な関係は、教材化に生かすべきであるし、そこに敢えて蓋をしておいて、現実的な問題だと言い張ることはいかがなものであろうか。

平成4年度、「賞品のわけ方の問題」「ボール投げの1位を予想する問題」「ホテルの部屋割りの問題」などを検討していく過程で、児童が活発に価値の議論に参加していくことが報告されていった。このような問題は、オープンエンドの問題の中でも、文脈依存的で価値負荷的(value-laden) な問題である。数学的な解の人間活動としての意味づけや、日常的で人間臭い解の数学的な定式化など、おもしろい活動が期待できるように思われる。

5．おわりに

オープンエンドの問題の価値について、気づいたことをまとめてみたが、すべてを網羅したつもりは毛頭ない。この他にも、「創造性などの評価に役立つ」といった面が、オープンエンドの問題にはあることは周知の通りである。

現在の算数・数学教育が、知識や技能の伝達に追われ、オープンエンドの問題が目指す教育価値とは大きな隔たりがあるように見えるが、オープンエンドの問題に秘められた価値を、決して見逃すべきではないと思う。

1)Brown S.I.; The Logic of Problem Generation : from Morality and Solvingto Deposing and Rebellion, For the Learning of Mathematics, 4, 1, 1984, 2, pp.9-20.

2)Borasi R.;The Invisible Hand Operating in Mathematics Instruction : Students' Conceptions and Expectations, NCTM 1990 Yearbook, pp.174-182.

オープンエンドの問題と課題学習

横浜国立大学附属横浜中学校　　若松義治

1．はじめに

オープンエンドの研究会でいろいろと勉強させていただいたものの、実践の機会を持つことができなっかたのは残念なことである。今後、研究会で学んだことを生かし、実践を通して体系化の方向に向けて研究を続けていきたい。

平成５年度から実施される中学校数学では、「課題学習」が導入された。課題学習は、生徒自らが課題を見いだし、個々の生徒が到達目標に向けて多様なアプローチを可能にするものであり、そこでは個を生かす学習場面を設定する必要がある[1)]とするもであり、指導計画にきちっと位置付けることになっている。

生徒の実態に応じ、また、主体的な学習を促すことが課題学習のねらいであれば、そのねらいは、オープンエンドの問題を扱う学習と目指す点は同じであるといえよう。そこで、オープンエンドの問題を扱う学習について、課題学習との比較から考察してみたい。

2．オープンエンドの問題を扱う授業のねらい

オープンエンドの問題の特徴は、何といっても正答の多様性にある。そのよさは、生徒が個々の力量にあったアプローチによって正答を見いだせることにある。さらに、正答を見いだす過程において、既習事項を組み合わせて用いたり新しいことがらを発見させることをねらいにしている。一方、課題学習では、その課題を各領域の内容を総合したり日常の事象に関連づけたりした適切な課題[2)]と説明している。既習事項を組み合わせて用いることと各領域の内容を総合することとは、同一の意味と捉えてよいと考える。適切な課題の要件については、議論が必要であるが、意欲を持たせる、多様にアプローチできる、数学的な見方・考え方が育成できるなどのすぐにでも考えつく要件を挙げてみれば、オープンエンドの問題の要件とほとんど一致するのではないだろうか。

では、違いは何であろうか。

まず、正答の多様性をあげることができる。確かに、多様な正答を持つことは、個々の

生徒のアプローチが多様になる可能性を高める。しかし、答に多様性を持たせることへ意識が働き過ぎて、問題場面が不自然であったり解答の数学的な価値に疑問があったことも事実といえよう。単に、アプローチの多様性のみで議論するならば、課題学習で扱う問題でもねらいは達成できよう。すなわち、答えが1通りの問題であっても多様な解法が考えられるように、あるいは、個に適したサブゴールを設定することによって、似たような学習展開は可能と思える。オープンエンドの問題で、正答の多様性の違いだけを取り上げるならば、中学校での学習は、課題学習の部分集合としかいえないであろう。

オープンエンドの問題を扱う価値は、内容指導系列に位置付けられる可能性を有すると考えたい。課題学習は、その性格から、単元の終了時やトピック的な題材として扱われることが予測される。事実、教科書の扱いはこのようになっている。

新学習指導要領の平成5年度からの実施にあたり、昨年の日数教大会の「問題解決と課題学習」分科会では、21本の発表がなされてそれなりの関心の高さを示していた。しかし、数学科の学習は系統的である。また、内容を消化するのに時間が不足していると認識している教員が多い現状では、トピック題材的な課題学習は片隅に追いやられる危険性がないとはいえない。

オープンエンドの問題を授業で利用する基本的ねらいを、情意的ねらいと動機づけ的なねらいの2つの側面から捉えて、池田氏が2月20日の研究会で発表された。その内容は、オープンエンドの問題を扱う授業を、内容指導系列に位置付ける点において貴重な提案に思えた。池田氏の提案を基にして、私の考えを付け加えてみたい。

情意的なねらいは、問題を解決することへの興味・関心を持たせ、数学への意欲・態度を育むという側面から、オープンエンドの問題を扱うときの普遍的な目標として位置付けることが適切といえる。情意的なねらいは、学習指導要録の評価の観点項目の新しい位置付けと一致することからも、ふさわしいと考える。

数学が系統学習であるという側面を否定しない限り、内容指導系列への位置付けは、オープンエンドの研究の重要なテーマである。1つの単元でオープンエンドの問題を取り上げるときに、その位置付けは、次の3つが場面が考えられる。

(1) 単元の学習を動機づける。(単元の導入)

(2) 単元の展開を促進する。　(単元の展開)

(3) 単元の内容を総合する。　(単元のまとめ)

本研究会での発表内容を概観すると、トピック的な問題を除いて、(1) に相当する問題

の扱いが多く、(3) による扱いが少しあったように思える。

例えば、カレンダーや九九表から規則を見つけるような問題を中学校で扱う場合では、(1)または(3)の位置付けが考えられる。文字式の単元の導入として数表を扱えば、見つけられた規則は、文字式表現や計算への動機づけの題材になる。まとめとして扱うならば、証明を伴う文字式の総合学習になる。小学校の例として、立体を分類する学習が発表されたが、この問題も(1)と(3)の扱いが考えられる。(1) では、個々の子供の観点によって分類し、(3) では、その単元で学習した内容や図形の見方に即して分類する扱いが可能である。このようにして今までの成果を捉えると、(1)と(3)のねらいにあった問題の開発は、かなりなされているように思える。

以上のことから、オープンエンドの問題の3つの類型（発見、分類、数量化）をさらに拡張していくと同時に、(2) に相当する問題の開発が今後の課題といえよう。

3．単元の展開を促進するオープンエンドの問題

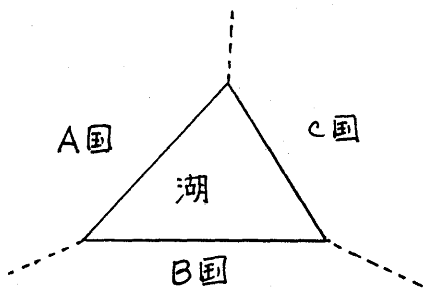
「オープンエンドの問題を利用した“逆”の指導」の論文で、鈴木氏が開発した問題は、(2) に相当する問題と考えられる。中学校での図形単元の論証指導で、単に証明方法を指導することに留まらず、オープンエンドの問題を利用して、証明への必要感を持たせると同時に、証明後の発展として逆の命題を創りだすことによって学習を展開して行く指導は、論証能力の育成に効果のある方法と考えられる。しかも、この指導は、逆の命題を生徒自らの力で創るという自主性を発揮させることにおいて、情意的なねらいが含まれている。

次の問題は、課題学習の教材として紹介されているものであるが、[3] 観点を変えれば、(2) に相当する問題として扱うことが可能と思える。中学校3年生を対象にしているので、研究の範囲から逸脱しているが、単元の展開を促進するオープンエンドの問題のたたき台として考えてみたい。

問 題

右の図の湖を3つの国で分けたい。

どこに国境線を引けばよいか。



この問題は、湖の形を三角形に、また、陸の国境線も三角形の各頂点からの半直線になるように理想化して作られている。分割するアイディアとしては、次のものが浮かぶ。

① 陸の国境線を延長する。

② 等しい面積に分ける。

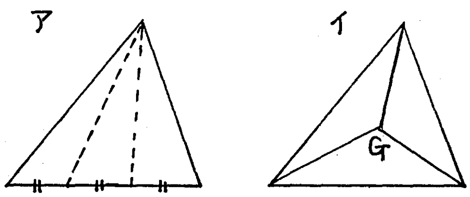
③ 湖岸線の長さの比に分ける。

④ 隣り合う湖岸線から等距離になるように国境線を引く。

円の単元でこの問題を扱うとすれば、三角形の内心と外心の学習を促す展開ができる。

①のアイディアは、湖を３つに分ける方法としてはうまくない。

②のアイディアからは、アとイの方法が予想されるが、アはうまい方法とはいえない。イの方法は重心を利用した分割なので、これは既習内容の活用として扱うことができる。



③と④のアイディアは、内心と外心の学習に結び付ける。すなわち、

③のアイディアは、どの三角形でも内接円が画けるかという問題に代えることができる。

④のアイディアは、どの三角形でも外接円が画けるかという問題に代えることができる。

この問題を、内心（内接円）と外心（外接円）の指導に用いれば、自然な形で学習の展開が図れ、重心、内心、そして、外心などの性質を関連づけて指導することができよう。

4．おわりに

課題学習の題材に限らず、今までは何となく扱ってきた問題を、オープンエンドの問題を作るという観点から捉え直すことによって、一般に「よい問題」と言われるものに変わる可能性があり、そして、内容系列に組み入れることも可能と思える。

創り出された問題の質に応じて、単元の学習を動機づける、単元の展開を促進する、そして、単元の内容を総合するといった位置付けを明確にする研究は、体系化に向けた１つの方法ではないだろうか。

《参考・引用文献》(1) 文部省　中学校数学指導資料　指導計画の作成と学習指導の工夫　1991
(2) 文部省　学習指導要領 1989
(3) 筑波大学附属中学校数学教育研究会　数学科課題学習の教材集　明治図書 1992

問題づくりとオープンエンドの関連に関する一考察

東京学芸大学附属世田谷中学校　　矢嶋　昭雄

１．研究の目的

本校（東京学芸大学附属世田谷中学校）の数学科では、この３年にわたって「新しい問題をつくる」というテーマで、いわいる問題づくりを継続的に行ってきた。
この実践の特色としては、授業の中で授業内容の発展的な課題として問題づくりを扱うのではなく、本校で「選択学習」と呼ぶ特別の時間枠の中（詳細については後述）で、問題づくりそのものに焦点をあてて生徒が学習したことがあげられる。

本研究の目的は、この特色を持つ実践での生徒の活動をもとに、そこに見られた生徒の多様な考え方を分析し、オープンエンドアプローチとの関連についての考察を行おうとするものである。

２．研究の実際

（１）本校における「選択学習」の形態と意義

本校では、「生徒を伸ばす教科指導の工夫」というテーマで、これからの時代に対応した教育課程の編成について研究を進めたきた。その一つの試みとして、授業形態を次の３つに分けて設定している。

①基本学習～生徒の基本的な学力を保障するための授業

②特別学習～基本学習での学習時間や学習形態では十分な取り組みのできない、いわいる基本学習の応用・発展・深化・習熟・補充などの多様な目的に見合うための内容や指導の工夫を実施するための授業

③選択学習～生徒自らが主体的に学習できるための、いわいる学び方を学ぶ場として設定する授業

これを受けて数学科では、生徒が意欲的に数学を学習することのできる場面を設定をねらって３つの構造を次のようにとらえ、生徒の多様な興味・関心や能力に対応していきたいと考えている。

まず、基本学習（授業）ではいわゆる基礎・基本的な内容の定着をはかることが第１のねらいとなる。しかし、単なる知識・技能の伝達を中心とするのではなく、生徒の多様な考え方を生かす課題を設定して生徒の主体的な学習を促していきたい。

次に、特別学習では基本学習の内容を受けてその内容の深化・発展および補充を行うことをねらいとし、昨年度は２年生に対する「基礎的内容の確認」（補充）と３年生に対する「初等幾何学特別講座」（深化・発展）を行った。実際の学習形態としては、その対象学年に対して内容を説明したあとで参加希望者を募り、前者はプリントによる個々の生徒の自主的な学習を、後者は本学名誉教授清宮俊雄先生の講義を聞くことを中心に据えたものとなっている。

そして選択学習では、生徒の学習に対する積極的な態度を育成したり、考え抜く力や創造的な思考力などを養うことがねらいであり、数学に興味・関心を持つ生徒の自主的な活動を促すことを中心としている。実際の学習形態としては、２年生に対して開講されている６つのテーマの中から生徒の選択により講座を決定し、４月から９月までの半年間に毎週１回９０分の時間で活動を行う形をとっている。本年度は２６名が数学科の問題づくりのテーマを受講している。このような形態をとるため、一斉授業では時間的な制約などで行えないような内容を扱うことができる点で大きなメリットがある。また、数学科単独で指導にあたることを生かして、トピックス的な内容ではなく、あくまでも授業（基本学習）の内容を考察の対象としている。これは選択学習での成果を授業（基本学習）に広い意味でフィードバックさせようとするためである。実際、この選択学習を通して次のような生徒の態度面の育成をねらっている。

・生徒一人ひとりが、積極的に数学の授業に参加し、発言の回数なども多くなる。
・生徒一人ひとりが、自らの数学の知識を総動員するような機会を持つようになる。
・遅れている生徒にとっても、それなりに何らかの意味ある解答ができるようになる。
・発見の喜び、認められる喜びの経験を意識するようになる。
・数学的な考え方、たとえば類推や一般化の考えができるようになる。

そして、このテーマを受講するのは一部の生徒ではあるが、この生徒達が普段の授業の場に戻ったときこのテーマで培った態度を生かしてその授業に取り組むことが、他の生徒によい影響を与えると予想されるからである。

（2）「選択学習・新しい問題をつくる」の実際

①学習内容

生徒にとっては数学といえば、答が一つに決まっているものであり、とにかく問題を解くものである、という意識が強い。（以前から本校で継続的に行っている数学に関する意識調査の結果でも、数学の好き・きらいを理由を含めて答えさせると、好きと答える生徒はそのほとんどが「答が一つに決まっていて、（難しい）問題が解けたときにうれしいから」を理由に挙げ、きらいと答える生徒はそのほとんどが「問題が解けないから」を理由に挙げているほどである。）

このように問題を解くことが中心となっている授業から離れて、「新しい問題をつくる」という立場から、普段の授業で扱っている内容を見直すことが学習内容となる。

実際の学習は、何もないところからまったく新しい問題を作るのではなく、「与えられた一つの問題（これを「原題」と呼ぶ）から出発して、その問題の構成要素となっている部分を類似のものや、より一般的なものなどに置き換えたり、その問題の逆を考えることなどを通して生徒が新しい問題を作り、それらを生徒同士が相互に解き合ったうえでさらに改良を加えるなど発展させていく。」という活動を通して行われる。

②学習方法

前節に述べたように、実際の学習は次のような方法で行われる。

（ア）原題を解決する。

（イ）原題をもとに新しい問題をつくる。

（ウ）つくった問題を発表し、解決する。

（エ）まとめる。（つくった問題に改良を加えたり、発展させたりする。）

以上の４段階を一つのサイクルとして、何回かこのサイクルを繰り返していく。いちばん初めのサイクルでは、教師が提示した一つの原題について全員が取り組み「問題づくり」の練習をする。その後は、生徒自らが普段授業で使っている教科書や問題集などから原題となり得る問題を探し出して学習を進めていくことになる。最終的には一つの原題からつくった複数の問題について、どのような観点でつくったのかを分析し、観点別に分類することなどを通して原題の構造や数学的内容の本質に迫ることを目的とする。この辺りの学習は生徒の自主的な活動が中心となり、教師は単にアドバイザーとして関わるようになる。この自学自習の態度の育成も選択学習の大きな目標である。

実は、本校数学科では生徒の多様な考え方を引き出すための手だての一つとして、以前

から「問題づくり」の活動を授業の中に取り入れ実践を続けてきている。本校の紀要（教育研究１９８６）で述べたように非常に効果的な方法であり、生徒の意欲を喚起するのに役立つのだが、やはり一斉授業の中では時間や人数などの物理的な制約により、本来「問題づくり」の持つ意義が十分に発揮されなかったきらいがある。そこで選択学習の形態を利して、「問題づくり」の価値をいっそう引き出そうとするものである。

③学習の経過

この講座を選択した生徒のほとんどが問題をつくるのが初めてであり、問題づくりに大きな興味を持って活動していた。しかし、普段の数学と違ってオープンエンドである点に戸惑いを感じている者も少なくなかった。そのためはじめのうちは、いままで見たことのある似たような問題を思い出すことばかりしている生徒も見られたが、徐々に慣れてくるとオリジナルなものをつくり出していた。全体として意欲的・自主的に学習に取り組めていた。

原題として取り扱った内容は、対象が２年生（前期）ということでほとんどが１次方程式・不等式・連立方程式に関するものであった。しかし、比較的数学を得意としている生徒が集まっていたこともあって、なかには授業では未習のもの（例えば、図形の証明・１次関数・場合の数など）を原題として選んだ者もいたが、選択学習の形態を利して個別に指導して扱っていくことにした。

最終的な学習のまとめとしては、各自次の３点を作成した。

・レポート（Ｂ４版１枚）

原題とそこからつくった問題、工夫した点、本講座を選択した感想等

・教科内発表会の資料（グループごとＢ４版１枚）

毎回の学習で一緒に活動したグループの中での一番の自信作をレジュメにまとめたもの。

・選択学習発表会の展示ポスター（模造紙半分大）

各自のレポートを選択学習全体の発表会用に要点を絞って読む人にアピールするようにまとめたもの。

④生徒の活動・反応例および考察

前に述べたように、原問題についてははじめのうちは、教師が提示した一つのものについて全員が取り組み、徐々に生徒自身が原問題を選び小グループごと異なったものに取り組むようにしている。このような形をとっていることから、当然生徒のつくった問題の多

様性という点では、初期の方が人数の多さ故広がりが大きい。しかし、内容の深まりという点では問題づくりそのものに慣れた頃の方が、興味深いものを数多くつくるようになった。そこで、ここでは全員で一つの原問題に取り組んだときの反応例（ア）と問題づくりに慣れた頃に見られたある一人の生徒の反応（イ）とを取り上げてみることにする。

ア．原問題　ある本を何日かで読み終える計画を立てるのに、１日に１０ページずつ読むすると５５ページ残り、１日に１５ページずつ読むとすると１０ページ残るという。この本は何ページあるか。

反応例

A男．　ある本を何日かで読み終えようと思います。１日に１８９ページを読むと３ページ残り、１日に３６５ページ読むと８９ページ残ります。この本は何ページでしょう。また、何日間で読もうとしたでしょうか。

～問題中の数値を変えた。求めるものを変えた。

B子．　ある本を、今日から毎日読み続けて、今度の日曜日に読み終わろうと思う。１日に３６ページずつだと５ページ余り、３３ページずつだと３５ページ余る。今度の日曜日に読み終わるためには何ページずつ読めばいいか。また、今日は何曜日か。

～別の要素（曜日）を加え、数値も変えた。求めるものを変えた。

C子．　家を出て待ち合わせの時間に公園へ行こうと思うが、毎分７０mの速さで行くと１０分遅れ、毎分１００mの速さで行くと５分早く着く。公園まで分速何mで行けばよいか。

～場面を変えた。離散量から連続量に変えた。不足と過剰の状況にした。

D男．　ある壁を何日かですべてぬるように計画した。１日に壁全体の1/50ずつぬるするとll/100だけぬれないところが残り、１日に 3/100ずつぬると1/50だけ残ってしまうという。このとき予定の日数で壁を全部ぬるには１日に全体のどれだけずつぬっていけばよいか。

～場面を変えた。数値を割合に変えた。

E子．　生徒を長椅子に座らせるのに、１３人ずつ座らせると１９人が座れなくなり、１５人ずつ座らせると最後の椅子に座る人が４人だけになってしまう。このとき何人の生徒がいることになるか。

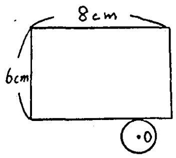
～場面を変えた。不足と過剰の状況にした。

まず、いちばん多く出てくるのが、Ａ男のように数値だけを変えたものである。それらの多くは難しくしようという意図で、元の数値よりも極端に大きな数値にしたり、小数や分数にしたりするものである。その結果、題意を満たす答えが出ないものも多く、自分で解いてみてそれに気づいたり、他の生徒から指摘されたりして数値を修整（調整）していた。そして、その過程で問題文中の数値と答えの関係を調べ、問題の構造を分析しようとする生徒も見られた。

また、Ｂ子のように他の要素を加えた（あるいはいくつかの要素をけずった）問題やＣ子・Ｄ男・Ｅ子のように場面を変えた問題をつくった場合、条件の過不足によって問題が解けないことが、次の問題への手がかりとなることがある。例えば、２元１次方程式を使って解く問題をつくったのだが、未知数が三つ以上あって解けず３元１次方程式を自ら調べて利用しようとしたり、不定形や不能形になってしまい数値の修整（調整）をする過程で行列式に似たようなことを自分なりに考え出す生徒も見られた。

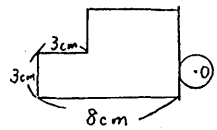
全体として、２６人の生徒が２つ～４つの問題をつくって、発表し合ったことで、例えば原問題とＥ子の問題のようにそれぞれ教科書や問題集などでよく目にする問題で、普段はあまり関連づけてとらえてはいないものが、実は同じ構造（結局、解き方が同じで骨子が同じと考えられるもの）であったことにある種の驚きを感じているようであった。

イ．原問題　たて６㎝横８㎝の長方形の外側を、半径１㎝の円Ｏが辺に沿って回転しながら一回りする。このとき、中心Ｏのえがく線の長さを求めなさい。

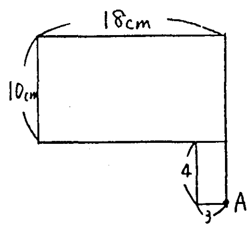


反応例

１．たて６㎝横８㎝の長方形から１辺が３㎝の正方形を切りとった右の形の回りを、半径が１㎝の円が回転しながら一回りする。このとき、中心Ｏのえがく線の長さを求めよ。

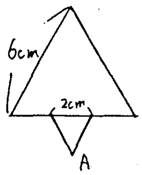


２．たて１０㎝横１８㎝の長方形の外側を、たて３㎝横４㎝の長方形が辺に沿って回転しながら一回りする。このとき頂点Ａのえがく線の長さを求めよ。ただし、対角線の長さは５㎝とします。

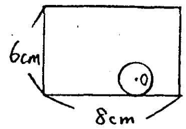


３．１辺が６㎝の正三角形の外側を１辺が２㎝の正三角形が回転しながら一回りする。このとき、頂点Ａの動いた長さ

を求めよ。



4．たて6cm横8cmの長方形の内側を、半径1cmの円Oが辺に沿って回転しながら一回りする。このとき、中心Oのえがく線の長さを求めなさい。



これは、ある一人の生徒の反応例であるが、非常に興味深い問題が多い。上の4つの問題をつくり出すのに要した時間は、およそ30分である。既に相当の経験を積んでいるために、ある程度の自分なりの問題づくりの方略を身につけているといえよう。まず、動かない図形に着目しその形を変え、次に動く図形に着目し形を変えている。また、その両方を変えてより複雑な問題にしている。さらには、視点を大きく変えて、外側・内側にまで着目しているのは、この生徒が原問題の構造を分析することができた証拠となるのではないだろうか。

2．の問題では実際には三平方の定理が必要になるが、前にも述べたように指導形態を利して、個別指導で対応した。

3．まとめ

この選択学習における問題点としては、次の2つが挙げられる。

・問題（の数値）を複雑にすることだけにとらわれやすいこと

・つくった問題をつくり方の観点別に分類していくことが難しいこと

前者については、「難しい問題」イコール「数値や条件の複雑な問題」と考えている生徒が多いためであろう。また、問題の中にでてくる数値や解く過程の計算で扱う数値が単純なものではなく、しかもそれを解いていくと最終的な答がきれいな数値になるようなものを単に「難しい問題」ではなく「良い問題」であると考える傾向にある。そこでこのような問題点が起こってくるのだが逆に言うと、どういう問題をつくれば良いのかがわからないのでとりあえず複雑にしているのだと言える。結局「良い問題」の定義・基準は何かということが一番のポイントになるのだが、徐々にそのことに気づいて生徒同士でつくった問題を批評し合ってそれを探求していく生徒も多くみられる。しかし、なかなかそこまで到達せずにいる者も少なくない。それを解消する手だてとしては、教師からの「問題文中の数値と答の数値の関係について調べてみよう。」というアドバイスによって原題の構造に着目させることなどが考えられる。

後者については、「場面を変えた」「数値を変えた」「求めるものを変えた」などの分類を意図しているのだが、なかなかうまく分類することができずに「食塩水を合金に変えた」「三角形を四角形に変えた」「鉛筆をノートに変えた」というように一問一問の変更点を述べるのにとどまることが多かった。これに対する方策としては、原題の構成要素のいくつかにアンダーラインを引いておいてその中のいくつかを置き換えさせる活動を行ってみた。この場合は変更の観点がとらえやすいのである程度分類することができたが、つくった問題自体は当然のことだが独創性に欠けていた。

今後は、問題点を解消するためにできるだけつくった問題をそのままにせず一つ一つ考察を加え、問題の分類に焦点をあてていくことにしたい。このことを通して原題の構造に着目し新たな角度から数学的内容を見直すという本来の目的を達成したいと考えている。

「小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化」

横浜市立奈良中学校　　　山浦和雄

１．研究の目的

平成元年３月１５日に中学校学習指導要領が告示された。第２学年及び第３学年においては、生徒の主体的な学習を促し数学的な見方や考え方の育成を図るため、各領域の内容を統合したり日常の事象に関連付けたりした適切な課題を設けて行う課題学習を、指導計画に適切に位置づけ実施するものとするとなっている。

このことは、教育課程審議会の答申のなかの「自ら学ぶ意欲と社会の変化に主体的に対応できる能力の育成を重視すること。」に通じるものである。平成３年３月に横浜市教育委員会横浜市中学校教育課程編成の指針・数学に課題学習として次のようなものが考えられると提示している。

①総合的課題

ある内容の指導の後で、それに含まれていた数学的知識や技能の理解と適用を更に確実にするため、その既習の内容や考え方などを含めた総合的な課題を設定して、生徒の興味・関心・習熟の程度に応じた学習を行う場合の事である。課題学習は生徒に数学を学習する意欲を与え、達成の喜びを体験させることにねらいがあるので、その解決に際してあまり高度の技巧を必要とするものを避け、すべての生徒がその課題に取り組み、数学的な見方や考え方のよさを感得できるよう配慮する。

②問題解決的課題

生徒が数学を主体的に学習しようとする意欲を高めることができ、数学的なものの見方や考え方に立った考察ができるような課題を設定して学習する場合のことである。これには、数学史の研究、数学的なクイズの導入、また、日常事のなかから課題を見いだし、数学的な考えにあてはめて考える課題等が例として挙げられる。この学習は、一人ひとりの生徒が具体的、実際的な体験に基き、課題を自力で数学的に解明していく過程を通して、数学的な見方や考えのよさを実感させようとする点にねらいがおかれている。

これらのことから、課題学習はこれまで学習した知識、技能や経験のうち、何を用い、

それをどのように生かし、問題解決に取り組もうとしているか、その過程を重視しているので、その評価に当たっては、一人ひとりの生徒が学習に取り組んでいる意欲や態度面に重点をおき、個々の生徒の学習過程を適切に観察する必要がある。

社会の変化に主体的に対応できる能力の育成には、適切な動機付けが出発点となり、それには生徒自身がその対象の学習価値を認め、学習活動に喜びや楽しみを感じ得るように、学習内容と学習環境を教師が設定してやる必要がある。教師の側からだけの説明や練習の繰り返しだけでは主体的な能力の育成を期待することはできない。よって主体的に学ぶ方法としての課題学習というものが考えられる。

学校現場の実情を考えるに、生徒に対して表面的に知識を教授し、数多くの練習問題を与えて技術面の訓練をし、問題解決には役に立たない学力を身につけさせようという指導の傾向がある。そこには数学のおもしろさや楽しさはなく、学習していくうえで生徒が興味・関心をうしなう原因になっている。

そのために生徒は、授業に対して受身であり、興味・関心を示さず、問題解決にあたっても根気がない、などの問題点が指摘される。

学校での授業では、学力の中間層にあわせた授業展開が多く、その他学力の低い生徒はお客さん的な存在となり、学習意欲はもとより、興味・関心を示さない。また、能力の高い生徒に対しても、授業の中でさらに伸ばそうという特別な指導が行われることはまれである。したがって、良い問題を生徒に与え、主体的な学習を促す必要がある。

良い問題とは下に示した、次の５つのことと一致していると思われる。

①一人ひとりの生徒がその解決に向け、意欲的に追求することができる課題であること。
　(興味・関心)

②一人ひとりの生徒が自分なりの方法で解決できる課題であること。
　(個に応じる)

③数学的な見方や考え方を引き出したり、多様な解法を可能にする課題であること。
　(多様な考え方)

④課題の解決後、更に発展が可能な課題であること。　(発展)

⑤数学的な見方や考え方にかかわる活用能力やよさを感得する生徒の態度に評価の観点をおくことのできる課題であること。　(態度・評価)

それぞれの学年段階に相応した内容を考えることにより教師は数学の発想を適用して、日常の事象や、さらに広い文化活動の中に生起する問題場面などを解決させるために、課

題提示の工夫を必要とする。課題学習として成立させる課題設定は、

（1）日常の中にいかにも起こりそうな場面

（2）おおかたの生徒に興味・関心の持てるような場面

（3）それを参考にして、更に生徒が自ら、身の回りや社会活動の中で問題場面を探そうとする気持ちをおこさせるもの

などが考えられる。

さらに、これらのことを生かすためには数学の問題に内在している自由性（問題の解決方法・問題の解答）を生かしながら学習の導入場面や、基礎・基本の学習後において、学習を発展的に取扱う必要がある。

2．課題学習への期待

横浜市の生徒の数学に対する関心・態度を質問紙により調べ、課題学習の必要性について第2回国際数学教育調査（昭和55年度実施）に於ける国内調査の結果と比べて考えてみる。アンケートの結果は、国際教育調査の行なわれた10年前の日本の生徒の数学に対する関心・態度との比較となる。これにより、I（1）問題の答えをもとに戻って確かめることについては、難しく、きらいだと感じている生徒が増えている。また、I（3）文章の問題を解くことについても、難しく、きらいだと感じている生徒が増えている。逆にI（4）方程式を解くことについては、重要であり、やさしく、好きだという生徒が増えている。このことから、生徒の数学に対する意識は数学的な考え方を重視するような応用的な事柄より、規則や公式にあてはめて考える、計算力を問うような事柄を好むといってよい。アンケート結果を参照。

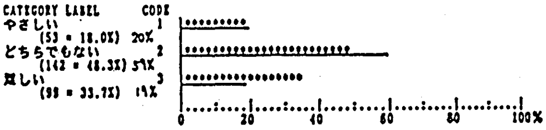
これらのことより、自ら学ぶ意欲と社会の変化に主体的に対応できる能力の育成を目指すためには、生徒自身が学習活動に於いて物事を解決しようとする前向きな態度の育成が必要であり、授業に於いては、生徒が教師から与えられた課題を自分自身の問題として捉えなければならないことが前提となる。従って、生徒が自分自身の問題として、取り組みやすい課題を設定することが肝要となる。アンケートの結果からもわかるように、今までは知識・技能の詰め込みだけで問題を解決することが中心であり、訓練を積み重ねれば、数学の問題は解けるものであると考えられ、知らず知らずのうちに生徒は数学的な見方・考え方より機械的な問題の解法を重視してきたものと考えられる。その反省にたち、現在の学校教育の問題点を改善するために個に応じた教育の充実を目指し、数学的な考え方を踏まえた学習を通して、これらの育成を図る必要がある。

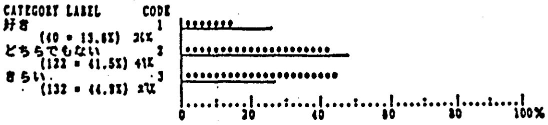
（）内は今回のアンケート結果、＊印・（）外は国際数学調査の結果、一印。

数学科アンケート（中学1年生～中学3年生）

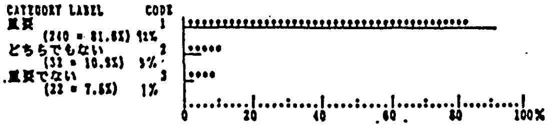
I，学校での数学学習について

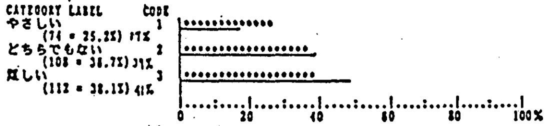
(1) 問題の答えをもとに戻って確かめること

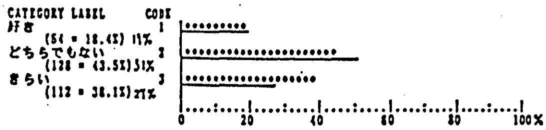




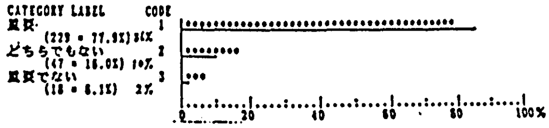
(2) 法則や公式を覚えること

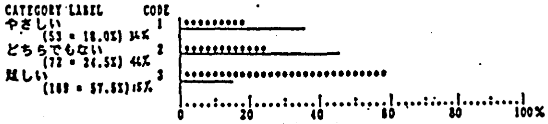


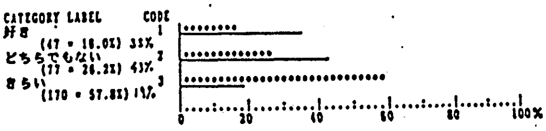




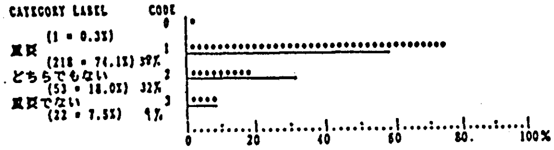
(3) 文章の問題を解くこと

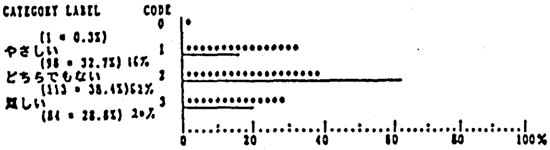


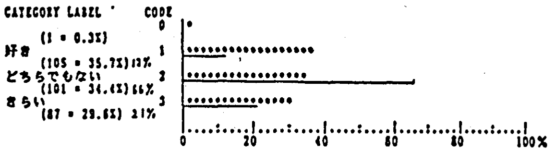




(4) 方程式を解くこと

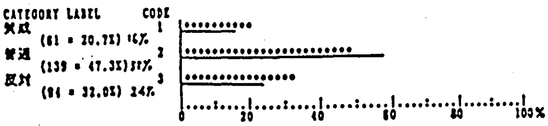




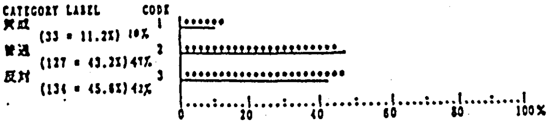


，数学に対する不安について

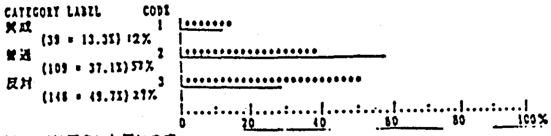
(1) 数について勉強していると私は悲しくなります



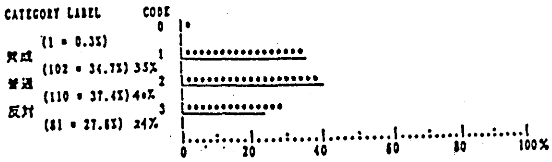
(2) 数学の授業を受けなければならないときは寒気がします



(3) 数学の問題を解いているときは、いつも気が落ち着きます



(4) 数学は面白いと思います



３．課題学習の課題の在り方

オープンエンドアプローチによる授業が、課題学習の目的を達成させる一つの方法であると考えられる。従来の学校数学に於いては、学問としての数学を教えこもうとするあまりに生徒が自ら考えて授業に参加する機会を少なくし、多くの生徒がその内容にあまり興味や必要性を感じることが出来ないことから、わからない生徒を多く作ってきている。このような点を改善し、生徒が理解でき、しかも楽しく、興味や関心をもって取り組めるような数学の指導展開を考える必要がある。また、従来の授業に於いても教師の一方的な指導に終わってしまうことが多くあり生徒が教材内容を十分に理解できたかどうかが疑問である。したがって、教師の意図した内容が適切に伝達され、理解され、生徒自らが自分の意志で数学的な見方・考え方を伸ばし、創造的に学習しようとする課題の開発が必要となる。ここで、オープンエンドアプローチによる指導の必要性を次のような理由により主張したい。

従来の学校で取り扱われてきた問題は、

①問題解決や解決方法は、いわば閉じられたクローズドなものである。

②解の存在と証明の仕方が一意的で形式的に解くものが多い。

③問題の解決の過程に於いて、多様な処理や表現の仕方を取り入れたり、発展性のあるものが少ない。

よって、生徒の興味や能力に応じた問題を取り入れ、数学に本来内在している自由性を十分に保障することにより、自主的で主体的な学習を尊重しながら、創造性の育成を図る展開を行なう必要がある。これらのことを達成するためには、適切な問題とそれを使って指導できる教師が不可欠である。

次に、オープンエンドアプローチによる授業展開として、中学２年の統計の学習の導入として、生徒の多様な考え方を生かすことをねらいとした課題学習の授業を計画し、授業後にアンケートをとった。（指導案・生徒用アンケート参照）

アンケートからも解るように、課題学習の授業として、生徒の多様な考え方や生徒の主体的な学習への取り組みとして生徒たちが考えたものを出来るだけ多く取り上げていく授業、すなわち生徒の多様性に焦点をあてた授業展開を考えると、オープンエンドアプローチによる授業展開は、まさに生徒の多様性に重点を於いたものであり、数学的な見方・考え方を育成する上でも有効であることが解る。課題学習に於いてオープンエンドアプローチを使うためには、生徒の反応の取り上げ方やフィードバックによる生徒への評価の在り

方を考える必要がある。一人一人の生徒の多様な考え方を生かし評価するためには、生徒に十分な討議をさせるための時間配分も考える必要がある。これらのことも考慮に入れて、教師は課題の準備に十分時間をかけ教材開発をする必要がある。

<参考文献>

・曽根崎真志：平成2年度修士論文「中学校数学科における課題学習の研究ーオープンエンドアプローチとグループ学習による個に応じた授業展開ー」・教育科学：数学教育1991．明治図書

・数学科のキーワード「課題学習の構想と展開」正田實編　明治図書1989．・文部省：学習指導要領、1947．・アメリカの大学入学試験局CEEBの報告、1960．

・坪田耕三：オープンエンドの問題による長期にわたる形成的な評価の一つの試み、日本数学教育学会誌　算数教育　第4号、1978

・片桐重男：数学的な考え方・態度とその指導1　数学的な考え方の具体化、明治図書、1988

<引用文献>

[1] 文部省：中学校指導書数学編1989．[2] 教育課程審議会：幼稚園、小学校、中学校及び高等学校の教育課程の基準の改善についての答申、1987．

[3] 横浜市教育委員会：横浜市教育課程編成の指針、1991．[4] 島田茂編著：算数・数学科のオープンエンドアプローチ、ー授業改善への新しい提案ー、みずうみ書房、1977

[5] 澤田利夫・橋本吉彦共著：教職数学シリーズ　実践編❸　数学科での評価、共立出版、1990

数 学 科 学 習 指 導 案

1　日　時：　平成　年　月　日（　）　第　校時
2　学　級：　中学校　　年　組　　名（男子　名、女子　名）
3　単　元：　資料の調べ方（課題学習）
4　本課題について：

オープンエンドの課題における特徴のひとつとして、解が一つではないこと、すなわち多様な解が存在するということがある。多様な解を考えることにより生徒が課題について興味深く議論できるものとなる。

本課題においては、問題の要素である各国の得点などを見る観点により、様々な解答をその生徒なりに見つけることが可能である。それ故に一つの問題で様々な議論を行なうことも可能である。だが、多様な解答が生徒の間から出されたことでこの授業を終わらすのではなく、生徒が見つけ出した方法の妥当性を明確にすることやその方法の限界の所在を明確にすることに留意する必要があると考える。

本課題は、小学校６年の「資料の調べ方」の単元において取り上げられるような内容ではあるが、代表値としての平均の意味、平均と関連しての散らばりに対する考え方、一部の資料から求めた考え方が、集団全体の傾向の推定に役立つことなどを考えると、中学２年の統計の学習の導入として中学２年で扱うことも可能である。

5　本時の目標：

①問題の要素である点数や人数に着目することにより、各国が優勝だと主張する根拠となる観点を幾つか見つけることができる。
②観点によっては順位も異なってくることに気づくことができる。
③オープンエンドな課題にすることにより、主体的に問題に取り組むことになり、数に対する豊かな感覚を育てることができる。

6　本時の展開：

学習活動	主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応	指 導 上 の 留 意 点
1．課題の説明を聞く。	1．今日は次のような問題について考えてみよう。 ［問題の提示］ 課題１ ４ヶ国が参加しての大会が開かれました。参加した４ヶ国の出場選手の得点は次のとおりです。 Ａ国：94点，85点，93点，94点，89点，89点 Ｂ国：88点，89点，97点，87点，94点 Ｃ国：90点，91点，89点，89点，91点，90点 Ｄ国：99点，86点，85点，88点，90点，86点 ところが、優勝を決めようとすると、どの国も自分の国が優勝だと主張して譲りません。参加した４ヶ国が、いったいどのような理由で自分の国が優勝だと主張しているのでしょうか。それぞれの国の立場にたって、その主張の理由を考えましょう。	1-1．合唱コンクールの実例に触れ、資料の調べ方についての確認をする。 1-2．課題は表だけを黒板に提示し、生徒一人ひとりにワークシートを配布する。
2．問題の意味を把握する。	2．問題の意味がわかりますか。 ①わかる ②わからない（問題文の意味、条件、求めるもの）	2-1．何がわからないのかを確認させ、黒板の表を利用して説明する。(a)
3．それぞれの国の主張を考えていく	3．グループで、自分達の担当の国の立場に立って、その主張の理由を考えましょう。そのとき、電卓を使っても良いですよ。 ①Ａ国：合計点、フィギュアスケート方式、体操方式 ②Ｂ国：平均点、各回一位の数 ③Ｃ国：8.8点以下の数、各回順位合計、最低得点 ④Ｄ国：最高得点、四捨五入合計 3-1．担当の国の主張を考えられましたか。 3-2．（進んでいるグループに対しては）その他の国の主張について考えさせる。	3-1．各グループに担当の国２つを割り当てる。 3-2．電卓を用意し、必要な生徒に配布する。 3-3．机間巡視により、グループごとにどのような資料の調べ方をしているかを見る。(b) 3-4．各々の国の主張を一つ以上見つけたグループに対して、その方法はこの問題にとって妥当な方法

		であるか、また、他に方法はないかを話し合うように指示をする。(c) 3-5.見つけられないグループに対しては、実例を幾つか提示し、自分達が知っている資料の調べ方にはどのようなものがあるかを確認させる。(d) 3-6.各グループにＴＰシートを配布し、見つけたそれぞれの国の主張を書かせる。
4.各国の主張の発表	4.ＯＨＰを利用して、それぞれの国ごとに発表してもらいます。 4-1.（それぞれの発表に対して）質問はありませんか。また、この方法に何か問題点はありませんか。	4-1.各々の国の主張が一つでないことを強調するためにグループで発見した方法をできるだけ発表させる。(e) 4-2.各々の主張が妥当であるかどうかの確認をさせる。(f) 4-3.各々の国の主張を発表させ、生徒が妥当であると判断したものを黒板に列挙する。(g)
5.まとめ	5.同一の資料についても、考え方によってはいろいろな決定方法があるということがわかりましたね。これをもとにして、資料を整理するための方法を課題２、３を使って各自で考えてみましょう。	5-1.発表されなかった資料の調べ方について説明する。 5-2.それぞれの調べ方の一つ一つを理解することを重視するのではなく、観点の違いによって、多くの見方が存在していることを示唆する。(h) 5-3.課題２、３を全員に配布する

7.評価の観点

ａ：問題の条件や求めるものを正しく指摘することができるか。
ｂ：担当の国の主張を幾つか見つけることができるか。・・・目標Ⅰ
ｃ：一つの表を様々な観点で見ることができるか。
ｄ：既習の資料の調べ方を挙げることができるか。
ｅ：自分達の考えた各国の主張を説明することができるか。
ｆ：他のグループの主張が妥当であるか判断することができるか。
ｇ：全体で活発に討論し、解決することができるか。・・・目標Ⅲ
ｈ：観点によっては順位も異なってくることに気づくことができるか。・・・目標Ⅱ
（資料２）課題提示を変えた

オープンエンドアプローチによる授業展開の感想アンケート
（1年38名、2年38名、3年40名）

①いろいろな方法で解くことができましたか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年94.7%、2年92.1%、3年90%）

②筋道をたてて考えることができましたか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年73.7%、2年71.1%、3年70%）

③授業に一生懸命とりくめましたか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年94.7%、2年92.1%、3年98%）

④自分で問題が解けたときは、うれしい気持ちになりましたか。（Y／N）
ＹＥＳ（1年84.2%、2年84.2%、3年87.5%）

⑤数学は得意なほうですか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年21.1%、2年23.7%、3年30%）

⑥むずかしい問題をあたえられるとファイトがわきますか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年39.5%、2年36.8%、3年42.5%）

⑦教室で発表されたことが、だいたいわかりましたか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年86.8%、2年94.7%、3年95%）

⑧数学ができるようになりたいと、本当に思っていますか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年92.1%、2年100% 、3年87.5%）

⑨このような授業がもっと多ければ良いと思いますか。 （Y／N）
ＹＥＳ（1年89.5%、2年78.9%、3年77.5%）

⑩この授業を受けてみての感想を書いてください。

・とても良く解りやすかった。
・いつもの授業より楽。
・少しの時間だけれどかなりの内容を解ったと思う。先生の教え方で良く解った。これから頑張って数学にとり組もうと思った。終わった後も、もっとやりたいと思った。
・楽しくて解りやすい。
・先生が面白くて楽しかった。もう１時間続いても良かった。
・先生がとってもユニークな授業をしてくれたので楽しかった。問題とか考えるのって結構楽しかったし、先生が楽しかったので良かった。
・楽しく授業ができた。あまり立体は得意じゃないけれど、今日の授業で少し解ったような気がします。楽しい勉強が楽しくなるように頑張ります。
・いままでの数学とは、少し違う時間だった。一問につき答えは一つだと思っていたが、筋道の違う考え方ができ、答えが多数あることに気付いた。
・勉強を一緒にやれて楽しかった。
・むずかしかったけど、こういう問題を少しでもといていくと数学は幅広いと思いました。数学はあまり好きではないけれどちょっと面白かったです。
・いつもの授業より自分の意見をだせたので、自分のやり方に自身がでるので、このやり方はとてもいいと思いました。時間がなくても最後まで発表させて欲しいと思う。一つ一つの説明があればもっと解ると思います。
・とても楽しい、ためになる授業だと思いました。数学が好きになってくる気がします。楽しい数学の授業でした。
・応用力のない私は、少し難しかった。だけど良く考えて見ると解ったから良かった。数学はあまり得意じゃないけど、中学卒業までに得意にしたいと思う。
・普通の授業より良かった。自分では問題一つに一つの答えだと思っていたが、いろいろな答えがあると思った。案外楽しかった。いろいろと勉強になった。
・いつもの授業より自分の考えを出せた。自分の考えを最後まで出せた。自分に自身を持ってできた。

オープンエンドの問題についての私見

寒川町立旭小学校（国大大学院）　佐藤 幹雄

算数科においては、現在、論理的な思考力や直観力の育成が重視され、そのあり方が求められている。そのような現状において、解答や解法の多様性を重視しているオープンエンドの問題に対する研究は、今後ますます重要な意味を持つようになるものと考えられる。すなわち、「正答がいく通りにも可能になるように条件づけた問題」とされ、その指導の仕方が「未完結な問題を課題として、そこにある正答の多様性を積極的に利用することで授業を展開し、その過程で、既習の知識・技能・考え方をいろいろに組合せて新しいことを発見していく経験を与えようとするやり方」を意味するオープンエンドの問題は、その活用次第でこれまで行われてきている授業を補う、あるいは発展させるための有力な道具になるものと思われる。

このようなオープンエンドの問題は、一般に行われている授業実践の中でも部分的に取り込まれてきており、学習過程におけるその基本理念に対する重要性は十分認識されてきているといえよう。私自身の授業実践においても、計算の場面や数表などの場面においてきまりを見つけたり、図形について分類する視点を考えながらの仲間わけしたりすることなども日常的に行ってきている。また、合同や整数の性質といった題材などの実践を通して、投げかけや学習過程の工夫次第で学習課題をオープンエンドの問題として取り扱うことも可能であると考えてきた。

一方、そうした実践を通して、オープンエンドの問題に取り組む上で今後考えていく必要があると思われる問題点も生じてきた。その1つは学習過程のどの部分にウェイトをかけるべきであるかという問題である。経験上から、オープンエンドの問題を取り入れた学習ではクローズドな問題以上に時間を要すると思われる。もっとも、それらはクローズドな問題同様の時間的制約を設け、その範囲内で取り組みを行うことも可能ではある。それでも子どもたちからは多様な考えが出されてくるであろう。しかしながら、その場合には、子どもたちがじっくりと考える時間も与えられないまま、単に子どもたちにいろいろ考えさせ、それを発表させた後、「いろんな考えがあるのですね。」で終わる学習になりかね

ない側面も持ち合わせている。考えが多く出される問題であればあるほど、解答の発表やその検討に時間を要することになるから、当然子どもが解決のために考える時間と発表・検討の時間のバランスも問題になってくるものと思われる。クローズドな問題のように子どもから出された考えにもとづいて論理的組織化、検証を行っていくことに重点を置いた問題解決過程をとらないオープンエンドの問題では、クローズドな問題以上に子どもに十分な考える時間を保証することに大きな価値があると思われるのであるが。

昨年度の報告書の中で、一般の問題をオープンエンドの問題に変えていく手だての必要性について触れたが、ここでは、過去に行った実践について「一般の問題からオープンエンドの問題へ」という視点で見直しをしていくことにする。

５年生における合同の学習の中で、「合同な三角形をいろいろ工夫してかきましょう。」という課題は、見方によってはオープンエンドの問題であるとも考えられる。子どもたちは上記の発問を受けて様々な方法で合同な三角形をかいていくものと想定される。この活動自体も意味があると思われるが、この学習ではさらに子どもたちが「２点（１辺）を決めて、１点を決める」という視点を持つことによって、子どもたちが考えた合同な三角形のかき方に、より意味を持たせることができるものと考えられる。このように、内容の中心となるものをオープンエンドの問題の学習過程の中に視点として取り込むことによって、学習によりいっそうの意味づけをしていくことのできる題材も考えていくことができるのではないか。

また、５年生の整数の性質の学習では、子どもたちの学習の契機を「リレーのスタート地点と走る順番」に求めることにし、子どもたちにとって身近で経験もあるリレーの場面を通して、「トラックをひとり□分の１周するとき、○番目に走る人はどこからスタートするだろうか。」という問いかけから学習をスタートさせた。この学習では、子ども自身が□や○の中を自由に決めていく中できまりを含めて自由に考えを進めていくことを想定している。（例えば、２分の１周ずつの場合には、スタート地点には１，３，５，・・・と奇数番目の子が、もう１つの地点には２，４，６，・・・と偶数番目の子が集まることになる。また、この発展として剰余による整数の類別も考えられる。５年生の子どもにはやや難しいと思われるが、このように考えを進めていける子どもの育成を目指していきたいと考えている。）この学習のように、子どもたちが与えられた問題を解くということだけではなく、子どもたち自らが問題場面を設定し、きまりなどを発見していくような学習もオープンエンドの問題としてとらえることはできないものであろうか。

オープンエンドの問題の開発方法について
ー小学校段階においてー

横浜国立大学　　池田　敏和

1．はじめに

オープンエンドの問題の体系化において、縦軸に解決活動、横軸に解決活動において用いる知識・技能等が含まれる算数科の４領域をとり、２次元マトリックスを作成して問題をわりふってきた。その結果、今まで開発された問題には、かなりのかたよりがあることがわかってきた。では、オープンエンドの問題の開発は、ある定まったセルの中でしか開発不可能なのであろうか、あるいは今だ開発が試みられていないだけなのであろうか。そこでここでは、開発が試みられていないセル、開発がほとんどなされていないセルについて、２次元マトリックスを活用して、開発の可能性を探っていくことにする。

2．２次元マトリックス分析を利用した開発方法

オープンエンドの問題の開発方法について述べる前に、もういちど基本的なねらいについて振り返ってみたい。すなわち、基本的なねらいは次の２つであった。

［目標論的なねらい］

<u>既習内容（知識・技能）を総合的に用いながら解決活動を遂行すること</u>

［方法論的なねらい］

<u>解決活動を通して、あるいはその結果を用いて、構成的に新しい学習内容（知識・技能）を獲得していくこと</u>

そして、この両者のねらいについて、解決活動とその中で用いる知識・技能等が共通に構成要素となっていることから、分類する際、この解決活動と用いる知識・技能を両軸にとって分類してきた。その結果、今まで開発されたオープンエンドの問題には、かたよりがあることがわかり、これがオープンエンドの問題の解決活動のもつ特徴なのかどうかという点が問題となってきたわけである。

そこでここでは、それを確かめるためのひとつの方法として、分析方法の逆をたどってみることにする。すなわち、分析方法の逆をたどってみるとは、算数科の４領域（数と計

算，量と測定，図形，数量関係）からまず１領域を定め、その領域のひとつの単元において４つの解決活動（発見する，分類する，数量化する，構成・分解する）で答えが多様に生じるような問題がつくれないかどうかを考えていくことである。いくつかの単元において、この方法によりオープンエンドの問題が作成できないかどうかを考えていくことにする。

３．オープンエンドの問題の開発例

ここでは、特にオープンエンドの問題の類別結果、事例の少なかった次のセルについて開発の可能性を考察していくことにする。

(1)（発見の問題）＆（量と測定，図形）

(2)（分類の問題）＆（数と計算，量と測定）

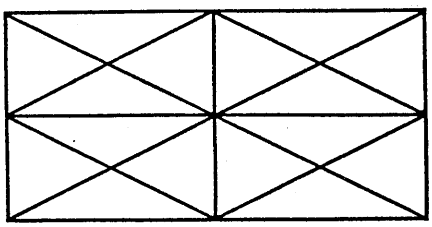
(3)（数量化の問題）＆（数と計算，量と測定，図形）

（１）（発見の問題）＆（量と測定，図形）

図形の領域では、図形の性質を学習することが大半を占めている。よって、ある図形から、いろいろな図形の性質が発見できないかを考えることによって問題の開発を試みるわけである。しかし、（発見の問題）＆（図形）のセルについては、昭和初期の頃よりオープンエンドの問題が取り扱われていたことがわかってきた。このセルの問題については、下記のような問題が緑表紙の教科書に掲載されている。さらに、緑教科書において、高木佐加枝氏はこの類の問題を「能力に応じた問題」[1]として位置づけていたことは面白い点である。なぜなら、生徒の能力に応じて解決できるという点は、オープンエンドの問題にも類似性がかなりあるからである。緑表紙における「能力差に応じた問題」の抽出と類別は、今後の面白い課題のひとつといえよう。

［図形から四角形を発見する問題］（緑表紙[2]）

右ノ圖ニ
ハ,ドンナ形
ノ四角形ガ
アリマスカ。



次に「量と測定」についてであるが、今のところ見いだすことができていない。開発の可能性があるかどうか今後の課題である。

（２）（分類の問題）＆（数と計算，量と測定）

ここでは、「数と計算」領域で問題の開発が可能である。すなわち、偶数，倍数，平方数，約数といった数の性質によって分類する問題が開発できる。例えば次のような問題である。

次の数について、１６と同じ特徴をもつ数をあげ、その特徴を述べなさい。 （小学校高学年） ２，３，４，６，７，８，１１，１２，１５，１６，２０，２５，３２

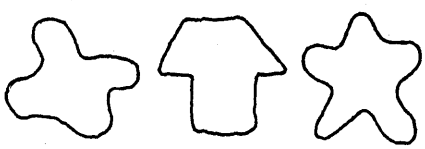
しかし、「量と測定」の領域では今のところ開発の可能性が見いだせていない。今後の課題となろう。

（３）（数量化の問題）＆（数と計算，量と測定，図形）

「数と計算」については、「概数」のところで、どのように数をまるめるかといった観点から、さらに開発が可能であろう。また「量と測定」でも、現行の教科書に見いだせるように、「概測」といった観点からさらに開発が可能であろう。

例えば次の問題のように、面積をどのように概測するかといった問題が考えられる。

下の図形の中で、どれが一番ひろいといえるでしょう。広さを比べる方法をいろいろと考えてみましょう。
（小学校５年，「概測」）



「図形」においては、この類型の特徴上、開発が不可能であることが予想できる。

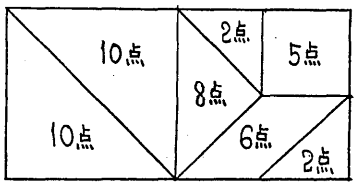
（４）「構成・分解の問題」について

この類型は、今回明らかになったものである。このセルについては、解答の数が少ない場合もあるが、今後の開発の可能性は十分明るい。例えば、次のような問題も考えられる。

運動会で、クラス全員を何グループかにわけ、人間ピラミッドをつくりたいと思います。クラスの人数は２９名ですが、参加しない人がでないようにするには、どのように分ければよいでしょう。
ただし、人間ピラミッドは必ずしも頂上が１人である必要はないことにします。
（数と計算，小学校高学年）

面積が４２０ｍ²で、形が長方形になるような公園をつくります。今、公園のまわりを境界がわかるようにロープで囲もうと思います。ロープの長さは何ｍ必要でしょう。（量と測定，小学校中学年）

下の図のようなア～オの何枚かの板を使って、いろいろな直角二等辺三角形をつくりたいと思います。板の点数の合計が何点の三角形をつくることができますか。
（図形，小学校高学年）



今後オープンエンドの問題の定義と照らし合わせながら、さらに開発していくことが可能であろう。

4．開発の可能性についての考察

問題を開発する際、領域によって類題作成が容易な場合とそうでない場合とが考察できる。例えば、発見の問題の「数と計算」領域では、数表の種類によっていろいろな類題が作成可能であり、分類の問題の「図形」領域では、分類する図形の種類によっていろいろな類題が作成可能である。このように類題作成の容易性を考慮にいれてまとめると、図1のようになる。類題がつくりやすい領域には◎をつけ、そうでないものには○をつけることにした。

類　型	領　　　域
発見の問題	◎数と計算，◎図形，　○数量関係
分類の問題	◎図形　，　○数量関係
数量化の問題	◎数量関係
構成分解の問題	◎数と計算，◎量と測定，　◎図形

図1．オープンエンドの問題の類型と領域との依存関係

またさらに、開発されていない空白のセルを、今後開発が可能なセル，不可能なセル，そして可能かどうか未定のセルに分類してみると、図2のようになる。未定のセルについては、さらに可能性を探る必要がある。

類　型	可　　能	不可能	未　定
発見の問題			「量と測定」
分類の問題	「数と計算」		「量と測定」
数量化の問題	「数と計算」「量と測定」	「図形」	
構成分解の問題			「数量関係」

図2．オープンエンドの問題の開発の可能性

5．まとめ

問題を開発する際、この２次元マトリックス分析の逆の流れを用いることは、ある程度開発の糸口を与えてくれることがわかった。さらに、２次元マトリックスでの問題の少ないセルにおいて、問題の開発可能なセルと開発不可能なセルがある程度予想できることもわかった。今後の課題として、次のような点があげられる。

① 図の中で未定になっているセルに焦点をあて、それが空白になっている原因を究明する。すなわち、空白になっている原因が、オープンエンドの問題の類型がもつ特徴なのか、まだ開発が試みられてないだけなのかを明らかにする。

② 上記開発した問題を基本的なねらいを考慮にいれながら授業実践するとともに、２次元マトリックス分析を利用した方法で、さらにいろいろな単元でオープンエンドの問題を開発していく必要がある。これらを繰り返すことによって、オープンエンドの問題の体系化を今後さらに試みていくことが必要である。

③ 緑表紙において高木佐加枝が位置づけた「能力差に応じた問題」には、実際どのような問題があったのかを抽出し、現在のオープンエンドの問題との関連を明らかにしていく必要がある。

［引用・参考文献］

1）高木佐加枝：「小学算術」の研究，東洋館，1980

2）文部省：尋常小學算術，第４学年上，p.33

代表の決め方（小２）

小田原市立国府津小学校　　石川　浩一

Ｉ．要旨と問題

要旨

３学期の学年対抗の学級代表を決めるのに、学級の１学期と２学期の成績という情報を子供なりの発想で分析・処理させることで、いろいろな観点があることに気付かせることをねらって、小学校２年生を対象として設定した問題

問題

３学期に、学年対抗サッカー大会をします。そこで、クラスの３チームの中から代表を出すのですが、みんならどのチームにしますか。

今までの成績からいろいろな代表の決め方を考えて、どのチームにしたらいいか話し合いましょう。

１学期の成績はＡ・Ｂ・Ｃの順になりました。

２学期は、次のような結果になりました。

Ａ	－	Ｂ	Ａ	－	Ｃ	Ｂ	－	Ｃ
（２		３）	（２		１）	（０		２）

Ⅱ．授業記録

①日　　時　平成５年２月１７日（木）
②場　　所　小田原市立国府津小学校
③対　　象　２年３組　　　　３２名

１．題材　　学年対抗サッカー大会の学級代表の決め方

２．ねらい　学級の１学期と２学期の成績をもとに、代表の決め方をさまざまな観点から考えることができる。

３．授業の実際

（１）授業にあたって

①問題を３チーム総当たり戦という簡単な事象にした。
②試合の結果を点数を入れた勝敗で示した。
・１勝ち１負け
得失点差が－１～＋１
ハンデ１学期の持ち点
③自由グループで自力解決させ、その後発表、話し合いという展開にした。

（２）授業における児童の反応

代表の決め方	（　Ａ　）	（　Ｂ　）	（　Ｃ　）	代表チーム
入れた点の合計	２＋２＝４	３＋０＝３	１＋２＝３	Ａ
自分のパワー度＠	２－２＝０	３－０＝３	２－１＝１	Ａ　　Ｂ

入れた点＋パワー度	４＋０＝４	３＋３＝６	３＋１＝４	B
入れた点＋１学期の点	４＋３＝７	３＋２＝５	３＋１＝４	A
＋２学期の点	みんな勝ち負け数が同じで配点できない。 A＜B＜C＜A			
入れられた点の合計	３＋１＝４	２＋２＝４	２＋０＝２	C
入れた点の合計－ 入れられた点の合計	４－４＝０	３－４＜０	３－２＝１	C
１番多い点を入れた	2	3	2	B
点差	-1+ 1 = 0	+1-2=-1	-1+2=1	C

（３）授業後の感想

①、②について

- 算数として価値のある考えが多く出せるのか。
- 現状の順位や代表の決め方と合ったものであるのかどうか。日本代表はどのように選考しているのか。
- 前回より考える時間は減って、そんなに負担はなかった。

③について

どのグループもとりあえず１つは代表の決め方を考えられた。気楽に自分の考えを出していた。

その他

・『～の決め方をいろいろ考えよう』という提示から、一度に多くの方法は出にくい。しかし、自力解決させた後、考え方の基本となるような意見を２・３発表させ（自力解決中に教師がチェックしておく。）取り上げてから、そこからまたみんなで考えさせると、新しい考えが広がるという傾向にある。
・活動そのものに楽しさがあるかどうか。低学年は特に操作など体を使って考えることが好きなようだが。
・考え方の紹介でいいのかどうか。『いろいろな考えがあるなあ』というだけにおさまらず、子供の声には『先生いったいどれがいいの？どのチームを代表にするの？』といったものがあったことから、この学習の意図を伝えることが十分できずに悩む。普段の授業から抜け切れない。

Ⅲ．オープンエンドアプローチについての私見

低学年においては、数感覚に対する『素地』を培いたいと願っている。ここ２年間勉強させていただいて、それは十分可能なことではないかという手応えを感じた。学力の差に関係なくどの子もいろいろ考えることができる、一人一人に出番のある学習が展開される、発見のある時間となる、など日頃の授業では十分できないことが可能になる。

低学年に今以上にオープンエンドアプローチを普及していくには、学習内容そのものが学習活動になるようにしていくことが鍵となると思う。今回を例にそれを説明すると、代表の決め方はいろいろ出て、それらについて説明を聞いたり話し合ったりするのだが、どうもそれでは飽きてしまう様子なのである。代表の決め方をそれぞれが考えている時間が楽しいものとなるように工夫していく必要がありそうである。一斉に発表という形式をとらなくても子供なりに楽しめる情報交換ができるのではないだろうか。

低学年では、『僕はこう考えたけど君はどうなの』といった気楽な会話が飛び交ってもいいのかもしれない。それが実現できれば、学習内容と学習活動が密接に関連した授業が展開されるだろう。

さらに、学習したことを使って何かまたしてみるという活動もオープンエンドアプローチのよさを味わえることにつながると思う。例えば、相撲の勝敗表による場所成績を学習した観点を使って分析すると番付が変わってくる面白さも味わえるかもしれない。

これからも研究・実践を重ねて魅力ある授業を提供していきたいと考えている。

ホテルの部屋割り

―― 算数の世界の広がりを楽しめる授業づくりをめざして ――

東京都目黒区立宮前小学校教諭　　滝井　章

1、オープンエンドの問題を扱う授業から期待できる点

オープンエンドの授業をする以上（薦める以上）、オープンエンドの授業から期待できる点をしっかり把握しておかなければならない。以下は、オープンエンドの授業を通して感じた「オープンエンドの問題を扱う授業から期待できる点」である。

（１）学習をエンジョイできる。

「算数は嫌いだ・・・。」こんな声が子どもたちから聞かれるようになって久しい。「なぜつまらないのだろうか。」答えは簡単。「つまらないから」である。確かに、見ていても「おもしろい！」と実感できる授業は数少ない。研究授業を見に行ってもつまらなくて教室の窓から外をぼんやり眺めていた・・・、こんな経験をほとんどの先生がしたことがあるだろうし、させたこともあるのではなかろうか。

しかし、オープンエンドの授業は、掛け値なしにおもしろい。正解がない（というよりどの解も正解）なのだから、解を一つ見つけてもそれで終わりではなく、どんどん解の世界が広がっていくのであるから（ある意味では発展といえるかもしれない）、解決していてもおもしろいのであろう。また、話し合い活動においても、主張・好みをぶつけ合うのであるから、おもしろい。意見をなかなか言えない子どもにとっても、議論を聞いているだけでおもしろいようである。

「掛け値なしでおもしろい授業」として、オープンエンドの授業を推進する。

（２）どの子どもも成就感を味わえる。

いくらおもしろい問題でも、手がつかなかったらおもしろいと感じるだろうか。最近のよく見られる「ヒントカード」もどうかと思うことがある。「ヒントカード」をもらって解決できても子どもは本当に嬉しいのだろうか。成就感を味わえるのだろうか。今だに根強い人気を誇るテレビゲームの世界でも、ガイドブックの売れゆきは今一つと聞く。それは当然であろう。ガイドブック通りにゲームをしてクリアできても、心の中に残るものは「むなしさ」であろう。同じことが、「ヒントカード」にも言えよう。「ヒントカード」

なしでも誰もが解決できる、なおかつ解決したものの中及び過程に算数の広がりや深みが感じられるもの・・・。この願いに、オープンエンドの問題は当てはまると考える。多様な解の中には、図などにより誰でも見つけられるものもある。誰でも一つは解を見つけられる。これは、算数に対する子どもの意欲を喚起する上でもっとも重要なことと考える。

（３）共通の問いに対する人の考えを認める。

「個性を育てる教育」というスローガンをよく耳にする。算数における「個性」とは「考え方」に表れるであろう。しかし、「考え方」を論議の対象にすることは大人でもむずかしい。「結論・結果」があるからこそ、その背景にある「考え方」を論議の対象にできるのではなかろうか。算数の場合、「どの考え方が一番よいだろうか。」を話し合わせることがよくある。しかし、どの考え方でも正解にたどり着ける以上、なかなか論議にはなりにくいし、ましてやよい考え方を決めるなどとなれば、考え方に優劣をつけることになり、多様な個性を育てることはむずかしい。

その点、オープンエンドの問題では、さまざまな解をすべて認める、ということが大前提にあるので、間違いや優劣はない。問題に対する切り込み方の違いにより、解は異なってくるのであるから、否定の仕様がない。「自分ではそうしない」と思っても、それは個人の思いであり、他人には強制できない。したがって、必然的に人の考えを認めることになる。多様な考え方を否定したり優劣をつけたりしない、という点で、オープンエンドの問題では、人の考えを認める姿勢が身につくと考える。

（４）人の考えに疑問を持てる。

ある関西の友人がこんなことを言ったことがある。

「納豆という存在は認めるが、どうも食卓にはのせたくない。」

似たような現象が、オープンエンドの授業をしていると子供たちにも表れる。この現象に陥った子どもは、何とかやりこめてやろうと疑問をぶつける。この疑問を持つ力も、算数を学ぶ上できわめて重要な力である。興味・関心を持たない問題に対しては、疑問を持とうとは思わない。興味・関心を持っている問題に対しては「こだわり」を持つ。「こだわり」を持つが故に「納得いかない考え方」も存在する。自分の考えに「こだわり」を持たせ、「納得いかない考え方」も思考の範囲に入れ疑問を持たせる、という点で、オープンエンドの問題は効用があると考える。

（５）自分の考えを根拠をもとに主張できる。

人の考え方を認めつつ、自分の考え方に「こだわり」を持てる、という点がオープンエ

ンドの授業の効用の一つであることは先にも述べた。また、人の考えに疑問を持てるようになることも述べた。当然、「こだわり」を持つ自分の考えに人から疑問を投げかけられることがある。その事態に備えて、発表のときに、自分なりの根拠（観点）を明らかにしながら筋道立てて説明する必要性が生じる。ここで、新しい学力の一つといわれる「表現力」を育てることができる。「こだわり」を持てない問題・考え方に対しては、「人を納得させてやろう」という気概がなかなか持てない。当然、自分の考えを主張しようという気概も薄くなる。しかし、オープンエンドの問題では、どの考え方も正解である、という前提がある以上、話し合いの論点は、「こだわり」をいかにうまく強く主張できるかにかかる。当然、論理的表現力は向上する。この点で、オープンエンドの問題は効用があると考える。

以上が、「オープンエンドの問題を扱った授業から期待できる点」である。しかし、これはあくまでも主観である。人によりさまざまな「期待できる点」を感じていることと思う。これもまた、「オープンエンドの世界」といえよう。

２、オープンエンドの授業を積み重ねることにより育成できた点

本学級では、今年度４回程オープンエンドの授業を行ってきた。その結果、子どもたちには、次のような変容が見られるようになった。

（１）問題を吟味する目が育つ。

初めてオープンエンドの問題に相対したとき、子どもたちには明らかに戸惑いの色が表れた。「どうもいろいろな答えがありそうだ。でも、いつも算数の答えは一つだし・・・」こんなつぶやきが教室をかけめぐる。「答えはいろいろあっていいんだ」ということを知ったとき、子供たちの顔がパーッと明るくなったことを今でも覚えている。それ以降、子どもは、問題に相対するとき、まずオープンな問題かクローズな問題かを吟味してから解決するようになった。この目は、直観力をつける上で、また見通しを持つ上で、きわめて重要な役割を果たすことはいうまでもない。その意味からも、問題を吟味する目が育つことは、算数を学習していく上できわめて価値が高いと考える。

（２）多様な切り込み方をする姿勢が育つ。

問題解決学習において、多様な考え方を求めることはよく見られる。しかし子どもの側に立つと「一つの解決方法で正しい答えが求められたのに、なぜほかの解決方法を考えなければならないのだろうか？」という疑問があがっても不思議はない。当然話し合い活動にも無理矢理参加させられているという印象を持ってしまうだろうし、算数嫌いにつなが

ることも有り得るのでないだろうか。しかし、数回オープンエンドの問題を経験した子どもは、観点を変えることにより、複数（無限）の解が存在することを知っている。正解を見つける学習というよりは、観点を見つける学習ともいえなくはない。そこで、子どもたちは、さまざまな観点をもとに多様な切り込み方をする。無理矢理ではなく自然な姿で多様な考え方ができるということは、算数の学習を進める上できわめて価値が高いと考える。

（３）あきらめず問題に取り組む態度が育つ。

算数に対して「嫌い」というイメージを持つだけでなく「苦手意識」を持ってしまうと、がんばれば解けそうな問題でもあきらめてしまい解決できなくなることがよくある。問題解決学習においては「意識」が占める割合はかなり高いと思われる。ところが、オープンエンドの問題は、そのよさにも述べた通り、誰でも一つは解を見つけることができる。そしてその解は、優劣をつけられず誰からも認められる。当然下位層の子どもにとっては大きな自信となる。この自信が、どんな問題に対してもあきらめずに取り組む態度の育成につながる。問題解決力とは問題を解決できてこそ身についていくのであるから、あきらめず問題に取り組む態度が育つことは算数の学習を進める上できわめて価値が高いと考える。

３、問題

31名の団体客が、ホテルに泊まりに来ました。ホテルには、同じ大きさの部屋が９部屋あります。１部屋には、５名まで泊まれます。あなたがホテルの主人だとしたら、どのように部屋割りをしますか。いろいろな方法を考えましょう。

４、問題の特長

本問は、オープンエンドという特長のほかに、次のような特長がある。

（１）どの学年でも楽しめる。

本問は、計算によっても解決できるが、図などの具体的な操作を用いて解決する方法がもっとも多く見られると考えられる。したがって、異学年間の子どもの反応の違いをみることが可能な問題といえる。特に、子ども一人一人という単位での考え方の多様性をみることができる。低学年では、多様な解を見つけだしても多様な観点から見つけだすことは少ない。一つの観点から数操作して多様な解を見つけることが多い。高学年にもなると、観点そのものも多様になってくる。つまり、低学年では、解決の結果に多様性をもたせようと考えるのに対して、高学年では、解決の過程に多様性をもたせようと考えるようにな

る。一般問題では、異学年間で実施し、その傾向を分析することはむずかしいが、本問ではそれが可能である。本問のもつ大きな特長の一つと考える。

（２）除数が二つあるため、知的トラブルを誘発できる。

本問を割り算で考えると、除数が二つ存在することになる。これは子どもたちにとって、初めての経験であろう。既習の割り算に帰着したくても、二つの除数をどのように処理したらよいか戸惑うであろう。ここで「知的トラブル」が発生する。この「知的トラブル」を解消するために、問題場面の全体像をよく見直したり、図などの具体的操作にうったえたり、観点をもとに式を立てたりしようとする。問題解決学習では、解決意欲が重要であることはいうまでもない。しかし、問題意識を持たない問題に対して解決意欲がわくわけはない。この問題意識を知的トラブルに求めた。知的トラブルを誘発することは、真の問題解決力を育成していくという点からもきわめて有効である。この知的トラブルを自然な形で誘発できることが、本問のもつ大きな特長の一つと考える。

５、本時のねらい

・オープンエンドの問題解決を通して、さまざまな解が存在することを理解する。

・それぞれの考え方のよさに気づくことができる。

・自分の考えを主張することができる。

６、展開

学　習　過　程	指　導　上　の　留　意　点
１、問題場面を把握する。	
「31名の団体客が、ホテルに泊まります。ホテルには、同じ大きさの部屋が９部屋あります。１部屋には５名まで泊まれます。	・問題について、質問を受け付け、問題への理解を深める。
あなたがホテルマンならば、どのように部屋割りをしますか？	・「部屋割り」の意味をきちんとつかませる。
いろいろな方法を考えましょう。」	・キーワードをおさえる。
２、問題解決をする。	
<考え方>	
C、図をかいて考える。	・机間巡視をしながら、どんな考え方・

Ｃ、式を立てて考える。
Ｃ、数の構成に着目して考える。
＜実際の児童の反応＞
Ｃ１ ５名の部屋が６、１名の部屋が１
Ｃ２ ５名の部屋が５、３名の部屋が２
Ｃ３ ５名の部屋が３、４名の部屋が４
Ｃ４ ５名の部屋が５、４名の部屋が１
２名の部屋が１
Ｃ５ ５名の部屋が２、３名の部屋が２
Ｃ６ ４名の部屋が４、３名の部屋が５
Ｃ７ ４名の部屋が５、３名の部屋が３
２名の部屋が１
Ｃ８ ４名の部屋が６、３名の部屋が１
２名の部屋が２
Ｃ９ ４名の部屋が７、３名の部屋が１
Ｃ10５名の部屋が２、４名の部屋が３
３名の部屋が３
Ｃ11５名の部屋が４、４名の部屋が２
３名の部屋が１
Ｃ12５名の部屋が１、４名の部屋が５
３名の部屋が２
Ｃ13５名の部屋が４、４名の部屋が１
３名の部屋が１、２名の部屋が１
１名の部屋が１
Ｃ14５名の部屋が２、４名の部屋が１
３名の部屋が３、２名の部屋が１
Ｃ15５名の部屋が３、４名の部屋が２
３名の部屋が２、２名の部屋が１
Ｃ16５名の部屋が３、４名の部屋が１
３名の部屋が２、２名の部屋が３

答えでもよいことをおさえる。

＜Ｃ1からＣ4までをＡタイプ＞
ホテル側の立場から少ない部屋数ですませようと考える。
・何よりも、お客さんをたくさん入れれば収入が増える。

＜Ｃ5からＣ8までをＢタイプ＞
客側の立場からすべての部屋をゆったり使おうと考える。
・そのときの収入は減っても、サービスをしておけば評判になり、後でお客さんが増える。

＜Ｃ9からＣ12までをＣタイプ＞
１部屋は余らせて、かつある程度はゆったり使おうと考えている。
・本当はお客さんをゆっくりさせてあげたいが、後からほかのお客さんが急に来るかもしれないので、１部屋は余らせておく。

＜Ｃ13からＣ19までをＤタイプ＞
客側の立場からさまざまな人数の部屋を用意しようと考える。
・お客さんの中には、一人を好む人もいれば、にぎやかな雰囲気を好む人もいるだろう。一番よい方法は、申し込みがあったときに聞くことだと思うが、この問題の場合は、いろいろな人数の部屋を用意することが一番よい。

C17 5名の部屋が4、4名の部屋が1 3名の部屋が1、2名の部屋が2	
C18 5名の部屋が4、4名の部屋が2 3名の部屋が1	
C19 5名の部屋が1、4名の部屋が5 3名の部屋が2	
C20 5名の部屋が5、3名の部屋が1 1名の部屋が3	＜C20からC23までをEタイプ＞ 数操作をともなった図から考える。
C21 5名の部屋が3、4名の部屋が3 3名の部屋が1、1名の部屋が1	・とにかく、31名のお客さんを9部屋に振り分ければよい。
C22 5名の部屋が1、4名の部屋が5 2名の部屋が3	
C23 5名の部屋が4、4名の部屋が1 3名の部屋が2、1名の部屋が1	
4、自分がホテルマンならば、どの振り分け方をとるか、その理由も明らかにしながら意見交換する。	・それぞれの振り分け方のよさを十分に理解してから、話し合いを深める。
C、部屋の数が少ない方が手間がかからないのでよい。 C、一人だけという部屋はない方がよい。その人が寂しがるから。 C、すべての部屋を使いきり、ゆったりしてもらおう。 C、いろいろな好みの人がいるだろうからいろいろな人数の部屋を用意しよう。	＜本時のまとめ＞ ・問題の中には、答えが1つとは限らないものもあることをおさえる。 ・考える立場によって答えが分かれることをおさえる。 ・いろいろな考え方をしていろいろな答えを出すことも大事であることをおさえる。

7、評価

・多様な観点からさまざまな解を見つけることができたか。

・「話し合い活動」において、それぞれの考え方のよさを見つけることができたか。

・算数の広がりを感じ、学習を楽しむことができたか。

授業を振り返って

授業自体は、かなりの盛り上がりを見せ、参観の先生方はもちろん、子どもたちも非常にエンジョイすることができた。これは何よりオープンエンドの授業から期待できる最大のよさと考えるだけに、納得いく結果と考える。

また、「どの子どもも成就感が味わえる」についても、大半の子どもが２通りから３通りの解答を見つけることができ、解答が見つからなかった子どもは一人もいなかったことからも納得いく結果と考える。

「共通の問いに対する人の考えを認める」「人の考えに対して疑問を持てる」「自分の考えを根拠をもとに主張できる」についても、話し合い活動において活発な意見交換がなされた点からも納得いく結果と考える。

また、何よりも「算数の授業を誰もがエンジョイできた」ことは、今後の算数教育がめざす何かを示すことができたような気がする。

一方、反省点もいくつか残った。

一つは、多様な子どもたちのアイデアの発表のさせ方である。本時では、アイデアを書いた黒板掲示用の画用紙を書き終えた順にどんどん前に持ってこさせた。しかしその数が予想をはるかに上回るハイペースだったため教師側の対応が追いつかず、掲示順に筋道が立たなかった、というマイナス点が生じてしまった。書き終えるごとに前に持ってこさせず手元に持たせておき、教師が取り上げて掲示し、授業を進める形式の方がよかったと反省する。

今一つは、まとめの仕方である。この問題は、オープンエンドの授業を考える上で最大の課題と思われるが、本時でも反省点が残った。これは話し合い活動の論点が部屋割りの観点にとらわれすぎ、どのように部屋割りをしたかという方法に目がいかなかったことに原因があると考えられる。まとめでも、部屋割りの観点からだけでなく、部屋割りの方法からも迫る必要があったといえよう。しかし、「オープンエンドの授業にはまとめも存在する場合がある」という実践ができたことは、今後の研究に一石を投じられたような気がする。

いずれにせよ、教材のもつ意味・意義の大切さを痛感した授業であった。オープンエンドの授業には、教材の開発・研究が不可欠であることが証明されたと考えられる。魅力的なオープンエンドの教材の開発を含めて、今後も、授業実践を中心にしたオープンエンドの研究を続けていきたいと考える。

「部屋わりの問題」

福岡県筑紫郡那珂川町立岩戸小学校　小　森　晃

1、研究の目的

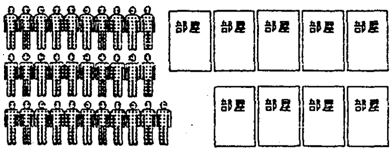
本研究は下記のホテルの部屋割りの問題に対する子ども達の反応を調べることにある。

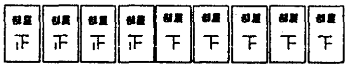
３１名の団体客が泊まりました。ホテルには５名まで入れる部屋が９部屋あります。３１名をどのように部屋割りしますか。

2、対象　　福岡県筑紫郡那珂川町立岩戸小学校第５学年３組児童

（平成４年１１月２６日実施）

3、学習指導過程

	学　習　活　動	指　導　上　の　留　意　点
つかむ	1、ホテルの部屋割りについて話し合い、本時のめあてをつかむ。 ○　場面について知る。 ○　めあてをつかむ。 	1、３１人の人を最高５人まで泊まれる部屋９部屋に振り分ける場面について話し合わせ、めあてをつかませる。 ○　旅行先で旅館、ホテルに泊まった経験を出し合わせる。 ○　３１人の団体客がホテルに宿泊にきた場面で、部屋が９部屋あること、１部屋には最高５人までしか入れないことについて知らせ、めあてをつかませる。

	めあて ３１人の人が泊まる部屋割りを考えよう。	
／ しらべる	２、部屋割りについて自分なりの方法で追究する。 ○　自分の考えた調べ方を発表する ○　方法を選んで追究する。	２、部屋割りを調べる方法について話し合わせ、部屋割りを追究させる。 ○　部屋割りを調べる方法を出し合わせる。 ●　図をかいて調べる。 ●　計算で調べる。 ○　自分にあった方法で調べさせる ●　図で調べる。  ●　計算で調べる。 ・３１÷９＝３あまり４ ・３１÷５＝６あまり１
／ まとめる	３、調べた結果を出し合い、学習をまとめる。 ○　自分の調べた結果を発表する。 ○　学習をまとめ、感想を書く。	３、調べた結果を出し合わせ、それぞれどのようにしてその結果を導きだしたのかを知らせ、学習をまとめさせる。 ○　調べた結果を出し合わせる。 ○　結果を導きだした方法を説明させる。 ○　発表した方法以外の考えがあることに気づかせ、いろいろな部屋割りが考えられること、部屋割りを考える視点もたくさんあることをまとめさせる。

４、指導の実際

(1) つかむ段階

○　問題についての話し合いを約１０分間行った。その中で各部屋の名前なども子どもたちの意見で決めていった。この話し合いの中で出た質問は次のようなものである。（Q…子どもの質問、A…教師の答え）

Q　１部屋の人数は同じにしなくてもよいのか。

A　同じにしなくてもよい。

Q　では同じ人数にしてもよいのか。

A　それでもよい。

Q　１部屋に入れるのは５人より少なくてもよいのか。

A　よい。

Q　５人より多くいれてもよいのか。

A　５人までしか入りません。

○　子ども達が考えた部屋の名前

松	梅	桜	ﾁｭｰﾘｯﾌﾟ	菊	紅	水仙	ｺｽﾓｽ	富士

それぞれの部屋ごとに入れる人数を記入させていった。数字の並びの違うものについては特に質問がでなかったので何も触れずに作業に落とした。

(2) しらべる段階

作業にはいってはじめのうち、最も多くみられた反応はわり算をつかって等分し、あまりを振り分けるというものだった。具体的には３１人を９部屋で割って１部屋あたり３人、あまりが４人としてその４人を各部屋に振り分けるという方法である。（ハの方法）

次に多く見られた反応は１部屋あたりの最大人数の５人に目をつけて５人ずつ部屋にいれていくという方法で調べていた。５、10、15、20、25、30、で６部屋に入れ、あまった１人を次の部屋に入れていた。５とびのたし算で３１に近づけていく方法といえる。（アの方法）

この他に目立った考え方としては３１人に１〜３１までの背番号をつけてトランプを配るのと同じ要領で１から９までを各部屋に割り振り、１０番目をもう一度最初の

部屋にいれる。そのようにして１人ずつ部屋にあてはめていくといった方法が多かった（ハの方法）。この方法は、わり算をしたあまりを部屋の最初から１人ずつ割り振る方法と同じ結果になる。全体３４人中２２人がこの結果になっているが、そこに至った方法は計算によるものと図を使ったものの２通りがある。この方法で調べた結果から１部屋に３人は入れることに気づいた子どもたちは、１部屋の人数を４人にかえて調べている。これがニの結果である。１部屋を４人にして３１÷４＝７あまり３として、その３人を８番目の部屋に入れている。これはわり算での処理が多かった。

数字の並び変えについては特に指示はしなかったが、並び変えだけの工夫をした子どもはほとんどいなかった。実際の子どもたちの反応を学習ノートから拾いだしてまとめたものが以下の表である。

３４人中□人		松	梅	桜	ﾁｭｰﾘ	菊	紅	水仙	ｺｽﾓｽ	富士
ア	２０人	5	5	5	5	5	5	1		
イ	１人	5	5	5	5	5	4	1	1	
ウ	２人	5	5	5	5	5	4	2		
エ	７人	5	5	5	5	5	3	3		
オ	１人	5	5	5	5	5	3	2	1	1
カ	１人	5	5	5	5	5	2	2	2	
キ	１人	5	5	5	5	5	2	2	1	1
ク	１人	5	5	5	5	4	4	3		
ケ	２人	5	5	5	5	3	3	3	2	
コ	１人	5	5	5	5	3	3	3	1	1
サ	１人	5	5	5	5	3	2	2	2	2
シ	６人	5	5	5	4	4	4	4		
ス	１人	5	5	5	4	4	4	3	3	3
セ	３人	5	5	5	4	3	3	2	2	2
ソ	１人	5	5	5	4	3	3	3	2	1
タ	２人	5	5	4	4	3	3	3	2	2
チ	１人	5	5	4	4	4	4	4	1	
ツ	３人	5	5	3	3	3	3	3	3	3
テ	１人	5	4	4	4	4	4	3	3	
ト	１人	5	4	4	4	4	3	3	2	2
ナ	２人	5	4	4	4	4	4	3	2	1
ニ	１９人	4	4	4	4	4	4	4	3	
ヌ	１人	4	4	4	4	4	4	4	2	1
ネ	２人	4	4	4	4	4	4	3	2	2
ノ	１人	4	4	4	4	4	3	3	3	2
ハ	２２人	4	4	4	4	3	3	3	3	3

(3) まとめる段階

２５分間の作業の後、次の５つの方法を発表させた。

	松	梅	桜	ﾁｭｰﾘ	菊	紅	水仙	ｺｽﾓｽ	富士
ア	1	2	3	4	5	4	4	4	4
イ	4	4	4	4	4	4	4	3	
ウ	5	5	5	5	5	5	1		
エ	4	5	4	5	4	5	4		
オ	4	4	4	4	3	3	3	3	3

ア、松～菊まで１、２、３、４、５を入れていった。６人は入れないので残 った人数を４部屋で割ると割り切れた。

イ、５人ずつにしていくと１部屋に１人だけの部屋ができるので４人ずつ入 れて残った３人を１つの部屋に入れると富士の部屋があまった。

ウ、５人ずつ入れていって、残った１人を水仙の部屋に入れた。

エ、４人と５人を交互に入れていった。

オ、１人ずつ部屋に入れていくと４人と３人になった。（ﾄﾗﾝﾌﾟ配り）

子どもたちは自分たちの考えと同じ考えや違う考えに興味を持って聞いていた。イの反応のように５、５、５、５、５、５、１という部屋割りを考えながらあえてそれをしない子どももたくさんいたようである。実際にその部屋割りの発表ウの時には「えーっ」といった批判めいた声が聞かれた。

5、授業後の子どもの感想から

○ 普通の算数の勉強は分数とかいろんなのだけど、今日のは普通の学習でしないような学習だったのでとても楽しかった。

○ 今日の学習をして、答えは一つじゃないことや考え方によって自分のやり方が分かって算数にもこんな問題があるんだなとびっくりしました。

○ ５年生になってこんな勉強をしなかったので楽しかったです。私は２こしか見つけられなかったので、みんなの意見を聞くとこんなに沢山あるのかと感心しました。今度こんな問題があったら２こ以上見つけたいです。

○ 今日の学習はいつもの算数じゃなかったけど、数、計算、図を使っているのでやは

り算数の学習なんだなと思いました。それと今日の学習は答えがいくつもあったので、考えるのが結構楽しかった。

○　この勉強はとても多くの答えが出てきていつもは(1) つしかないけど今日は２つ３つ４つ…きりがないほどあるからとても楽しかった。

○　急にしたから全然思いつかなかった。でも楽しかった。以外と多くの分け方があることを知った。

○　答えは限りない問題だけど、いろんなことを考えるとたくさんできる。算数は日常生活にもたくさんある。自分の考えでいろんな数にかわる問題があ　る。

○　考えてみればいろいろな方法はどんどんできる。私は７つだけどもっと時間があればまだ見つかると思う。最初簡単だと思ったけれど、やってみると結構難しいものだ。

○　計算や図とかいろいろな表し方があって一つの答えだけじゃなくていろいろな答えの表し方があったので、どんな方法でも答えは表せるんだと思った。

○　いつもは図形の面積だとか難しいのばっかりしているけれど、こんな面白いのだといくらしても商いので楽しかった。またやりたいです。

○　普通の算数じゃなくて一人一人が考えが違ってまとめもかわってきたから少し算数じゃないような気がしました。一人だとかわいそうとか思うと道徳の勉強をしているようだった。

○　今日やった算数はとてもよかったと思う。いつもだとどっちが正しい、こっちが正しいと決まっているけど、今日は全部正しかったのでいい勉強になった。数、計算、図を使っているので、もしかしたらこれが本当の算数かなと　思う。

○　３１人は割り切れないからずっと続くと思う。だからこれはたくさんある。１人部屋はかわいそうだ。

○　算数の勉強は最後にたいてい式が出てくるけど、出てこなかった。それに楽しかった。父は「算数はクイズだ。」といっていた通りだなと思った。

○　結構簡単な問題だなと思ったけど、やってみると困るところもあった。分け方などを考えるっていうのはいつもの学習より随分簡単だった。

○　一つの問題でいっぱいの考えが出てくるのが不思議。

○　答えがいろいろあったのでとても難しかった。

○　いつもと違った勉強で考えやすかった。

○　僕はこんな勉強をして、あんまり分からなかったけど、もしこんな時があったら今

日の勉強がなかったら分からなかったかもしれないので今日の勉強はよかったと思う。

○　この勉強はホテルにいったときに役に立つし、他の時にも役に立つ。

○　いつものしている算数の勉強とは違っている。３１人にそろえるためにいろんなやり方を使ってやった。

○　いつものは１つしか答えがないけれど今日した勉強は答えがなかったから分かりやすかった。正式な答えがないから考え込まなくていい。

○　９つの部屋に３１人をわけるのは、１つだけでなくたくさんあるのでいろんなものが出てきてびっくりした。

○　この勉強をしてわけるなどの方法はいくつもあるんだなぁと思いました。最初は「えーっ」と思っていたけど、探していくうちに面白くなっていきました。

○　いろいろな方法があったけど、まだ方法がいっぱいあるから知りたい。

○　いつもはちゃんとした答えがあるけど今日は「これだ。」という答えはないのでいくらでもできて楽しい。

○　一つの問題でもいくつものやり方が考えられる。

○　楽しかった。あまり計算を使わずにしたから簡単でたくさんできた。

○　まとめがないのが不思議だった。

○　３１人を９部屋に入れわけるにはいろいろな仕方があって、１部屋に１人で６部屋に５人のようにしたりする仕方があった。あまりは２部屋あまった。

○　自分がホテルマンになった気分でした。そしていろいろなやり方でしたので楽しかった。

○　いろいろな分け方があって、とてもこんなになるとは思いませんでした。

○　算数みたいに答が一つじゃないのでいっぱい見つけられるから楽しかった。

○　答えがいっぱいあって間違えないので楽しい。

子どもたちは、このようなオープンエンドの問題に取り組んだこと自体が初めての経験であり、とまどいもあったようである。しかし、問題場面の意味をとらえた後は既習の内容で問題が簡単に解決できるので、意欲的に取り組んでいた。授業後の感想を見てみると「今日のは普通の算数の授業ではないような学習だったので楽しかった。」とか「今日の学習はいつもの算数じゃなかったけど…」や「いつもと違った勉強で考えやすかった。」といった普段の算数の学習との違いについて述べているものが数多くみられ

る。このことから子どもたちは「算数とはこんな学習だ。」といったイメージができあがっているように思われる。それはどんなイメージだろうか。子どもたちの感想の中からそれらしい言葉を拾ってみると「いつもどちらかが正しい学習。」「必ずまとめがある学習。」「学習の最後に必ず式がでてくる学習。」「答えが１つしかない学習。」などである。これらの言葉から子どもたちが抱いている算数の学習を想像すると、問題をつかんで追究する。そして追究した結果を式化して出し合う。その時に必ずある１つの解答にしぼられ、その解答以外のものは切り捨てられるといった学習が浮かび上がってくる。これでは正答を得られる子、正答を得る方法も簡潔、明瞭、的確などの観点で吟味されたものを使っている子どもだけが算数の学習の中で喜びを得られるようである。その意味でこのオープンエンドの問題はどの子どもにも算数を使うことの楽しさを味わわせることができるように思われる。

また、算数が日常の生活の中で生かされるためには生活の中の数多くの要素を捨象したり、抽象したりして算数の舞台に乗せる。そこで数学的な処理をほどこして問題を解決する。しかし、現実の世界ではその後が問題である。そのように数学的な処理をほどこされた結果を現実の世界と照らし合わせて、その解決方法が適切かどうかの吟味をしなければならない。本時の問題ではたとえば３１を１部屋あたりの最大の人数５人で割ってあまりが１人となる。すると６部屋に５人、１部屋に１人となる。数の処理だけではなんの問題もないが、現実の世界にそれをもどしてみると「１部屋に１人ではかわいそうだ。これよりもっとよい方法があるのではないか。」といったことになる。このような算数の世界と現実の世界との間のギャップに気づき、単に数の処理だけでは終わらせられないことに気づく上でも効果があったように思われる。「もしかしたら、これが本当の算数かなと思った。」という子どもの感想が印象的だった。

「部屋わりの問題」

福岡県春日市立春日野小学校　山中修市

1．研究の目的

下記の問題について子どもの反応の調査を行う。

31名の団体客がホテルに泊まりにきました。ホテルは、５名まで泊まれる同じ部屋が９部屋あります。 この31名のお客さんをどのように部屋割りをしたらよいでしょう。 いろいろな部屋割りの方法を工夫してみましょう。

2．対象　　春日野小学校第６学年１組児童

（平成４年11月24日実施）

3．学習過程

学　習　活　動	指　導　上　の　留　意　点
1．本時学習について話し合う	1．修学旅行の経験を想起させ、本時は部屋割りの工夫をすることをとらえさせる。
○修学旅行の部屋割りについて想起する。	○修学旅行の部屋割りの様子を想起させ、いろいろな部屋割りのし方が工夫できることをとらえさせる。
○問題について話し合う。	○問題を提示し、いろいろな部屋割りの工夫をすることをとらえさせる。 ※数字の並びだけを変えたものは、同じものとみ

	なすことをとらえさせる。
2．多様な部屋割りを工夫させる。	2．学習ノートを複数準備し、多様な部屋割りの工夫をさせていく。 ※部屋割りは図表に表現させ、その部屋割りのよさを記入させていく。

301	302	303	304	305	306	307	308	309

	※学習ノートをカードにしておき、１つの部屋割りが終わると、次々にカードをとらせていく。
3．部屋割りを発表する。	3．自分が１番よいと思う部屋割りを選択させ、発表させる。
○部屋割りを選択する。	○自分の行った部屋割りの中から１番よいと思うものを選択させる。
○発表する。	○１番よいと思う部屋割りと、そのよさを発表させる。 ※それぞれの部屋割りのよさを、お互いに認め合うようにさせる。

4．子どもの反応

	５人	４人	３人	２人	１人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
1	3	・	4	2	・	◆遊び相手が必ずいる。
	3	3	2	・	・	◆１つあまっている部屋は緊急時に使う。
	・	4	5	・	・	◎かたまっていず、分け方が簡単。
	4	2	1	・	・	◆自由な部屋がある。

	5人	4人	3人	2人	1人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
	・	6	1	2	・	◆部屋の人数の差が少ない。
2	・	7	1	・	・	◆部屋の人数の差が少ない。
	・	4	5	・	・	◎部屋に余裕があり、人数の差も少ない。
	3	4	・	・	・	◆1部屋の人数の差が少ない。
	2	3	3	・	・	◆少ない，多いなど好みに合わせられる。
3	6	・	・	・	1	◆1番標準的
	5	1	・	1	・	◆1人ぼっちがでない。
	5	・	2	・	・	◆仲間外れを出さない。
	4	2	1	・	・	
	3	・	5	・	1	◆あき部屋が少ない。
	3	・	4	2	・	
	3	1	3	1	1	◆1～5までの数字がでてくる。
	4	・	3	1	・	
	・	7	1	・	・	◎平均的であまり部屋が1つある。
	1	6	・	1	・	
	2	5	・	・	1	
	4	1	1	1	2	
	4	1	1	2	・	
	4	・	3	・	2	
	2	・	7	・	・	
	3	1	5	・	1	
	3	・	5	・	1	
	1	4	2	2	・	
	4	2	・	・	3	

	5人	4人	3人	2人	1人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
4	・	7	1	・	・	◆部屋の人数がだいたい同じ。
	4	2	1	・	・	◆使う部屋の数が少なくなる。
	3	4	・	・	・	◎部屋数が少なく、人数の差が少ない。
	・	4	5	・	・	◆だいたい同じ数で満室にできる。
	6	・	・	・	1	
5	・	4	5	・	・	◎2人以上で安心。平均的な人数になる。
	2	3	2	1	1	◆何人部屋がいいか自由に選べる。
	2	2	3	2	・	◆平均的にちがう人数の部屋がある。
	1	5	・	3	・	◆奇数部屋を多くし、少ない部屋は偶数。
6	2	・	7	・	・	◆1人部屋がない。
	5	・	2	・	・	◆何かするとき、分担できる。
	・	5	3	1	・	◆1人部屋がない。
	・	7	1	・	・	◎平均的で同じ人数になる。
7	・	4	5	・	・	◎だいたい同じ人数で平等。
	5	・	2	・	・	◆同じ人数の部屋がたくさんある。
	・	3	3	2	・	◆だいたい同じ人数になる。
	3	4	・	・	・	◆全部の部屋を使う。
	4	・	1	4	・	
8	・	4	5	・	・	◆どの部屋も同じ人数で、平等。
	5	・	2	・	・	◆あき部屋が2つできる。
	3	4	1	・	・	◎人数がだいたい同じで、あき部屋がある。
	5	・	1	・	3	◆1人部屋は、いびきをかく人にあげる。
	4	2	1	・	・	

	5人	4人	3人	2人	1人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
9	・	7	1	・	・	◆１人ぼっちがいない。
	・	4	5	・	・	◎人数がほぼ平等で、部屋を全部使っている。
	6	・	・	・	1	◆使う部屋が少ない。
	5	・	2	・	・	◆１部屋分をほとんど使っている。
10	・	6	1	2	・	◆広々と使った方がよい。
	5	・	2	・	・	◆みんなと一緒に遊べる。
	2	・	7	・	・	◆同じ人数の部屋が多い。
	2	3	2	1	1	◆いろいろな人数の部屋がつくれる。
	1	4	2	2	・	◆１人ぼっちがいない。
	6	・	・	・	1	◆１人でいたい人がいるとき。
	2	2	3	2	・	◎全部の部屋を使い。１人ぼっちがいない。
11	・	4	5	・	・	◆人数が平等。
	・	7	・	1	・	◆ほとんどの部屋の数が同じ。
	・	7	1	・	1	◎あき部屋があり、部屋の人数が等しい。
	1	4	2	2	・	
12	3	4	・	・	・	◆人数が基準数に近く、あき部屋がある。
	・	7	1	・	・	◎部屋が広く使え、１部屋あまる。
	・	4	5	・	・	◆広く部屋が使える。
	4	2	1	・	・	◆あき部屋が２つある。
13	4	・	1	4	・	◆左右で並びを変えた。
	2	3	2	1	1	◆少人数の部屋ができる。
	6	・	・	・	1	◎あき部屋ができる。
	3	4	・	・	・	

	５人	４人	３人	２人	１人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
	4	2	・	・	3	
14	・	4	5	・	・	◎１部屋が３人以上で、全部の部屋を使う。
	5	・	2	・	・	◆２部屋あき部屋がある。
	2	2	3	2	・	◆１人になる人がいない。
	6	・	・	・	1	◆５人部屋が多くなる。
	2	3	1	3	・	
15	1	4	4	・	・	◆だいたい同じ人数で泊まれる。
	3	4	・	・	・	◆使う部屋が少ない。
	2	3	4	・	・	◆人数が３人以上になる。
	5	1	・	・	・	
	・	4	5	・	・	◆部屋が広く使える。
	2	3	3	・	・	◆人数の差が少ない。
	3	・	3	・	3	
	4	1	2	・	1	◆１部屋あけた。
	・	7	1	・	・	◆同じ人数がそろっている。
	2	2	3	2	・	◎いろいろな人数で泊まれる。
16	6	1	・	・	・	◆きちんと５人ずつ入っている。
	・	7	1	・	・	◆部屋にゆとりがある。
	・	4	5	・	・	◎部屋の人数差が少ない。
	5	1	・	1	・	
	3	2	1	2	1	◆いろいろの部屋の人数がある。
	1	5	1	1	1	◆いろいろの部屋の人数がある。
	2	3	2	1	1	◆いろいろの部屋の人数がある。
	5	・	1	・	3	◆１人部屋がある。

	5人	4人	3人	2人	1人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
17	6	・	・	・	1	◆無駄がない。
	・	5	3	1	・	◆部屋を広く使える。
	4	・	1	・	3	◆1人部屋がある。
	4	・	・	4	1	
	3	2	2	1	1	◆いろいろな人数の部屋がある。
	2	2	3	2	・	◆1人部屋が少ない。
	・	7	1	・	・	◎窮屈でもなく、寂しくもない。
	1	2	6	・	・	
	4	2	・	・	3	
18	・	4	5	・	・	◎バランスがいい。
	6	・	・	・	1	◆普通の部屋割り。
	3	・	4	2	・	
	1	2	6	・	・	
19	1	3	4	1	・	◆1人部屋が少ない。
	3	1	3	1	1	
	5	・	2	・	・	
	3	・	5	・	1	
	2	5	・	・	1	
	4	1	1	1	2	◎いろいろな人数の部屋ができる。
	4	・	1	4	・	
	4	1	1	1	2	
	6	・	・	・	1	
	・	3	4	1	・	◆1人部屋がない。
	4	・	1	4	・	
	4	・	2	2	1	

	5人	4人	3人	2人	1人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
	4	1	・	3	1	
20	・	7	・	1	1	◆同じ人数の部屋が多い。
	4	2	1	・	・	◎5，4，3人の部屋ができる。
	6	・	・	・	1	◆同じ人数の部屋が多い。
21	6	・	・	・	1	◆部屋割りが簡単
	・	7	1	・	・	◎1人の部屋がない。
	4	1	2	・	1	
22	4	2	1	・	・	◆人数の差があまりない。
	2	・	7	・	・	◆全部の部屋を使っている。
	・	7	1	・	・	◆人数の差が少ない。
	6	・	・	・	1	
	2	2	4	・	・	◆人数の差が少ない。
	2	2	3	2	・	◎全部の部屋を使い、1名の部屋がない。
	4	・	1	4	・	
23	3	4	・	・	・	
	・	4	5	・	・	◎人数差があまりない。
	5	・	2	・	・	
	3	2	1	2	1	◆いろいろな数がある。
	6	・	・	・	1	◎分けるのが簡単。
24	6	・	・	・	1	◆あき部屋がある。
	・	4	5	・	・	◆あき部屋がない。
	・	7	1	・	・	◎ほとんど平等である。

	5人	4人	3人	2人	1人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
	1	2	6	・	・	
25	・	4	5	・	・	◆４人と３人の部屋ばかりになる。
	3	4	・	・	・	◎あいている部屋がある。
26	4	2	1	・	・	◆３人までは寂しくない。
	2	2	3	2	・	◆あき部屋がない。
	・	7	1	・	・	◎人数の差がない。
	2	・	/	・	・	◆１人になる人がいない。
	6	・	・	・	1	◆うるさい人を１人にする。
27	・	7	・	1	1	◆部屋の人数を少なくする。
	2	・	7	・	・	
	5	1	・	1	・	◎ホテルの人が面倒くさくない。
	6	・	・	1	・	◆他のお客に迷惑をかけない。
	・	7	1	・	・	◆快適になる。
	・	4	5	・	・	◆部屋を全部使う。
	5	・	1	・	3	◆１人部屋が多くとれる。
28	3	4	・	・	・	◆人数の差が少ない。
	4	1	2	・	1	◆あき部屋がつくれる。
	・	7	1	・	・	◎人数がだいたい等しい。
	2	・	7	・	・	
	3	・	3	1	・	
29	・	4	5	・	・	◎広く使えて楽しい。
	6	2	・	・	1	◆安くすむ。

	5人	4人	3人	2人	1人	よさ・選択の理由（◎は、選択したもの）
30	・	4	5	・	・	◆だいたい同じ人数。
	・	7	1	・	・	◆だいたい同じ人数。
	3	4	・	・	・	◎１部屋の人数が多い。
	6	・	・	・	1	◆簡単で単純
31	3	4	・	・	・	◆平等
	2	2	3	2	・	◎あき部屋がない。
	4	1	1	2	・	◆あき部屋がない。
	6	・	・	・	・	◆１人部屋がある。
32	・	7	1	・	1	◎だいたい同じ人数に分けられる。
	2	・	7	・	・	◆同じ人数の部屋が多い。
	6	・	・	1	・	◆簡単で単純。
33	6	・	・	・	1	◆むだのない部屋割り。
	・	4	5	・	・	◎人数が均等で、計算が手早くできる。
	2	2	3	2	・	◆平等。
	・	7	1	・	・	◆平等。
	・	6	2	・	1	◆あき部屋がない。

５．おわりに

多様な部屋割りを考えてから後でよさを意味づけていく子どもと、部屋割りとその意味同時に進めていく子どもが見られた。また、日常の学習でもなかなか意欲的になれない子どもも積極的に活動する姿がみられた。また、よさのとらえ方も、１面的ではなく、個性的な表現ができている。このような、ｏｐｅｎ－ｅｎｄの問題を取り入れることで、日常の学習では味わえない意欲的多面的な追求活動を子どもに経験させることができた。

オープンエンドの問題による授業実践を通して

大井町立大井小学校　　夏苅　一壽

オープンエンドの問題を単元の導入の場面で取り上げることは、解の多様性を生かしつつ学習を展開していける点で有効である。そこで、導入時における子どもたちの様々な反応について、さらに追求していく過程で単元の内容を扱っていきたいと考えた。６年生を対象とした２つの実践について述べてみたい。

いろいろな変わり方

［問　題］

『変われば変わる』『決まれば決まる』２つの数量を，身の回りのものや算数などで学習したことからさがしてみよう。

本単元を学習をするにあたり、先ず「ともなって変わる２つの数量」を「変われば変わる、決まれば決まる２つの数量」という視点で捉え、その特徴によって分類、検討していく中で、比例や反比例の内容を学習させていきたいと考え、この問題を設定した。

２つの数量関係には「比例」「反比例」のほかに「比例や反比例にならないもの」もある。「比例の関係にあるもの」と「比例とまちがえやすい関係にあるもの」とを対比しながら学習することは、「比例」の意味や特徴を明確にする上でも大切なことと考える。反比例についても、比例で学習したことを生かしながら、「反比例とまちがえやすい関係」や「比例」と対比することで「反比例」の意味や特徴がさらに明らかになる。と同時に、「比例」についてもまた見直すことになるのである。ここに、「いろいろな変わり方」を取り上げる意義があると考える。

実際、子どもたちが見つけ出した「ともなって変わる２つの数量」の中には、比例や反

比例の関係にあるもののほか、比例や反比例でない様々な変わり方をするものもあった。これらの２つの数量について調べていくと、「ふえればふえるものと、ふえればへるもの」があることに気づいてきた。そこで、先ずはこれらの２つの数量について分類した。そして、「『ふえればふえる』について、もっとくわしく調べてみよう」という課題で、『ふえればふえる』ものの中からひとつを取り上げて、ふえる様子、ふえ方、どんな関係にあるかなどについて調べた。さらに、他の『ふえればふえる』ものについても調べていく過程で、「比例」の意味や特徴を学習するとともに「比例にならないもの」についても扱った。反比例についても同じような流れで学習を進めていった。

子どもたちが取り上げた「ともなって変わる２つの数量」について分類していく中で、次のような仲間分けができた。

『ふえれば　ふえる』

●比例の関係にあるもの

- 深さが変われば容積も変わる
- 水のかさと重さ
- 道のりと時間
- 歩いたときの時速と道のり
- 拡大図と縮図の長さと倍
- 三角形の１辺がの長さ変われば、まわりの長さも変わる
- 円の半径の長さと直径の長さ
- 円の直径の長さと円周の長さ
- 長方形の縦の長さと面積（横の長さは変わらない）
- 四角柱の高さと体積（底面積は一定）
- 四角錐の高さと体積（底面積は一定）
- 買った物の個数と代金
- ひも何ｍとひもの代金
- 鉛筆の本数と鉛筆の代金
- あめ１ふくろの個数とあめ全体の個数
- 車両数と定員
- 物の個数と全体の重さ

・人の数と全体の重さ（体重は同じとする）

・みんなに配る時の人数と必要な個数（だれにも同じ数ずつ配る）

●比例とまちがえやすい関係にあるもの

・父と子の年令

・側面積が変われば表面積が変わる

・車の中の入る人数とその重さ

・正方形の１辺の長さと面積

・円の半径が決まれば面積も決まる

・立方体の１辺の長さと体積

・電話で話した時の時間と金額

・電車に乗る距離と値段

『ふえれば　へる』

●反比例の関係にあるもの

・四角形のたてと横（面積が一定）

・一定のきょりを走る速さと時間

・水そうに水をいっぱいに入れる時の１分間に入る水の量とかかる時間

・かけ算のかけられる数とかける数（積は同じ）

・分ける人数と１人分の個数

●反比例とまちがえやすい関係にあるもの

・買った金額と残りの金額

・一日の昼間の時間と夜の時間

尚、子どもたちが取り上げた「ともなって変わる２つの数量」の中には、「国が変われば法律が変わる」「テレビのチャンネルとやっている番組」「ある子の身長と体重」といった、表現が曖昧なものや数量でないものなど、条件を満たしていないものもあった。これらについては、どうして問題の条件を満たしていないのかを確認したり、どう変えればよくなるのかを話し合ったりしていった。

資料の調べ方

［問　題］

右の表はある学校の６年３組のソフトボール投げの結果を記録したものです。

この記録から分かることを、いろいろと見つけてみましょう。

ソフトボール投げの距離　（単位ｍ）

男子				女子			
番号	距離	番号	距離	番号	距離	番号	距離
1	２４	11	２６	1	２２	11	１４
2	３３	12	２８	2	１４	12	２０
3	２７	13	２４	3	１６	13	２２
4	３３	14	３６	4	２５	14	１５
5	２５	15	２７	5	１３	15	２５
6	４３	16	２５	6	１６	16	１６
7	２６	17	２３	7	１４	17	１８
8	２０	18	１６	8	２８	18	１５
9	３２	19	３０	9	１７	19	４３
10	３０	20	１７	10	２２	20	１４

「ソフトボール投げ」の結果から分かることを見つけ出す活動から、本単元は始まった。ひとつの資料でも、視点を変えることで様々な見方ができるものである。そこで、「ソフトボール投げ」の資料を提示し、いろいろな視点から捉えられるような問題を設定した。この問題に対して、子どもたちの反応は次のようであった。

尚、四則電卓はいつでも自由に使用できるようになっているためか、子どもたちの多くは電卓を活用して、総和や平均なども求めていた。

●資料のちらばりの様子を知る

- 人によって投げた距離が違う。
- 男女とも10ｍは越えた。
- 10ｍ以下の人はいない。

●最大値、最小値を知る

・最高記録は男女とも４３ｍである。

・一番近い距離は男子１６ｍ、女子１３ｍである。

●最大値、最小値を比べる

・女子の最上位は最下位の約 3.3倍になる。

・男子の１位43ｍ、２位36ｍで、差が７ｍであまりない。女子の１位43ｍ、２位28ｍで、差が15ｍでだいぶある。

●最大値と最小値の差から範囲をよみとる

・男女とも一番投げた距離と一番近い距離は30ｍくらい違う。

・男子は16ｍ～43ｍ、女子は13ｍ～43ｍで、女子のがばらつきが広い（差が大きい）。

●総和を求めて比べる

・男子の投げた合計は５４５ｍ、女子の合計は３８９ｍである。

＊男子のが投げている。

・全体の合計は９３４ｍである。

・男子の方が１５６ｍ多く投げた。男子のが遠くに投げている。

●平均を求めて比べる

・男子の平均は 27.25ｍ、女子の平均は 19.45ｍである。男子のが投げている。

・クラス全体の平均は、 23.35ｍである。

・男子の平均以上の人は10人、女子の平均以上の人は８人、全体の平均以上の人は21人である。

●最大値、最小値と平均を比べる

・男女とも一番とんだ距離が同じで、一番近い距離も同じぐらいなのに、男女の平均は10ｍくらい違う。

●男女のちらばりの様子を表にまとめ、傾向をよみとる

距離	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	…	43
男子	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	2	2	2	2	1	0	2	0	1	2	0	0	1		1
女子	1	4	2	3	1	1	0	1	0	3	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		1

・男女の同じ番号どうしで距離を比べると、ほとんど男子の方がとんでいる。

・男子の16㎜、17㎜、20㎜、23㎜、28㎜、32㎜、43㎜、各１名ずつ

男子の24㎜、25㎜、27㎜、28㎜、30㎜、33㎜、各２名ずつ

・女子の13m、17m、18m、20m、28m、43m、各１名ずつ
　女子の15m、25m、各２名ずつ
　女子の16m、22m、各３名ずつ
　女子の14m、４名いる
・女子に30ｍ台の人がいない。
・男子の方が女子に比べてばらつきがある。
・男子で30ｍを越えた人数５人　　女子で30ｍを越えた人数１人
　男子で20ｍを越えた人数17人　　女子で20ｍを越えた人数７人
　男子で10ｍを越えた人数20人　　女子で10ｍを越えた人数20人

●全体のちらばりの様子を表にまとめ、傾向をよみとる

・

距離	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
全体	1	4	2	4	2	1	0	2	0	3	1	2	4	2	2	2	0	2	0	1	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2

・クラス全体では、14, 16, 25ｍの人がそれぞれ４人で、一番多い。
・クラス全体では13m、18m、23m、32m、36m、各１名
　クラス全体では15m、17m、20m、24m、26m、27m、28m、30m、33m、43m、各２名
　クラス全体では22m、各３名
　クラス全体では14m、16m、25m、各４名

●区間を決めて表にまとめ、傾向をよみとる

・

	男子	女子	全体
10台	2	１２	１４
20台	１１	7	１８
30台	6	0	6
40台	1	1	2
計	２０	２０	４０

・10ｍ以上15ｍ未満の人は５人
　15ｍ以上20ｍ未満の人は９人
　20ｍ以上25ｍ未満の人は８人
　25ｍ以上30ｍ未満の人は９人
　30ｍ以上35ｍ未満の人は３人
　35ｍ以上40ｍ未満の人は１人
　40ｍ以上45ｍ未満の人は２人

・男子のほとんどは２０ｍ台、女子のほとんどは１０ｍ台である。
・男子は20ｍ～30ｍのランクが一番多く、女子10ｍ～20ｍのランクが一番多い。
　＊男子のが多く投げている。

	男子	女子	全体
10m～20m	2	12	14
20m～30m	11	7	18
30m～40m	6	0	6
40m以上	1	1	2
計	20	20	40

＊男子は20m～30mが一番多く、
　女子は10m～20mが一番多い。
＊10m～20mは女子が多い。
　20m～30mは男子が多い。
　30m～40mは男子が多い。
＊20m～30mの人の人数が一番多い。

子どもたちが取り上げたものについて、一つずつ検討しながらその見方を確認したり、同じような見方や考え方をまとめたりしていった。子どもたちの反応の中には、資料からよみとったことのほかに、資料を比べたり、分かりやすくまとめたりしたものもあった。そこで、平均、最大値や最小値、総和などの見方を通して、資料の比べ方や資料の特徴を表す代表値としての捉え方などを扱った。友だちのまとめた表を見て、資料全体のようすや特徴を捉えやすいことにも気づいたり、以上、以下、未満などの意味や散らばりという言葉の捉えを明らかにしたりした。また、散らばりの様子を表にまとめたことから、グラフにも表せないだろうかという問いや、男女の比べ方にはいろいろな比べ方があることから、他のクラスの様子についても調べてみたいという問題も生まれた。これらの見方や問題を追求しながら、柱状グラフに表したり全体についての傾向を考察したりして、本単元の内容を扱っていった。

「いろいろな変わり方」での授業後の子どもたちの感想の中には、

- 最初、何でこんな勉強をするのかな…と思っていました。でも、だんだんとやっていると、比例や反比例のことや、グラフにかいて、楽しいな…と思いました。みんなの考えから比例や反比例が出せて、とても勉強になりました。おかげで比例や反比例の意味が分かりました。グラフにもいろいろなグラフがあるんだという事も分かったのでよかったです。
- 『ふえればふえる』や『ふえればへる』について、みんなでいろいろさがしてきて、いろんなことを学習してきました。比例や反比例ということも勉強しました。表のかき方とかグラフの見方も分かってよかったです。『ふえればふえる』『ふえればへる』ことから、いろんなことが分かってよかったです。

などがあった。

また「資料の調べ方」では、

- みんなが見つけたことについて確かめてみたけれど、どれもみんなそうだなあと思った。中にはばかばかしいのもあったけれど、よくやったなあと感心することもあった。Ａさんのは、すごい発見だとおもった。そんなこと私も全然思いつかなかったので、本当にそうだということで驚いた。だからこれからこんなことがある時は、いろいろな角度から見てみたい。
- みんなの気づいたことから、いろいろな比べ方が分かった。境の表し方は、ちょっとややこしかったけれど、思ったより簡単だった。柱状グラフや表など、みんなが言ってくれたことからたくさんのことが分かってよかった。

などがあった。このように、子どもたちが取り上げたものを検討したり、分類したりしていく過程で様々な学習ができたことに、子どもたちは驚きと喜びを感じていた。

単元の導入場面でオープンエンドの問題に取り組んだことで、子どもたちは自分の考えをもって学習に参加したり、友だちの考えから自分では気づかなかった見方や考え方について関心をもったりしていた。これらが子どもたち一人ひとりの追求意欲となって、課題を解決して新たな知識を獲得したり、次の問題も明らかにしようとしたりしていた。このように自分なりの立場をもてることで、学習の構えも変わってくるのである。ここに、オープンエンドの問題を扱うよさがあると考える。

また、オープンエンドの問題に対する子どもたちの反応の中には、これから扱っていきたい内容に関するものも多く含まれていた。これらの反応を検討していく中で、自然と新しい内容へと繋げることができた。

尚、オープンエンドの問題について、子どもたちは、

- いろいろな答えが出る問題をやって、いつもなら答えがひとつだったけど、いろいろな考えから出た答えが全部あっているというのは楽しかった。また、算数も答えはひとつじゃないんだなと思った。
- 時々、答えがいっぱい出せるのをやったけど、やってみて考え方も楽しかったし、たくさん思いついたりもしたし、いい勉強になった。
- 一つのことから、たくさんのことができてよかったと思う。いろんな答えがあると、全部答えたくなって永遠に続きそうになる。

というような感想を述べていた。子どもなりにオープンエンドの問題のよさを捉えると共に、子どもたちの算数観をも変えていたことは確かである。

図形の見方・考え方を豊かにする指導法の研究
―　「敷き詰め」の題材を用いて　―

平塚市立松延小学校　　清　水　壽　典

1．研究の動機

平成３年に文部省から「２１世紀を目指し社会の変化に自ら対応できる心豊かな人間の育成を図ること」を基本的なねらいとした小学校学習指導要領の全面的な改訂が出された。それを受けて算数・数学の学習はどのようにあるべきなのだろうか。子供が興味を持ち，学習に意欲的に取り組めればよいのか。はたして，算数のよさや充実感を味わうことができるであろうか。算数のよさについては教師が子供に対して，意図的に指導しなくては気づくものではないといえるからである。橋本（１９９１）[1)]は，問題解決学習の意義について、「ア．数学的な考え方が引き出されたり伸びること　イ．自らによる未知の問題に対する解決可能性ということ　ウ．算数をつくり出すよさを感得すること」の３つのことを強調している。このことは，学習の主体である子供の数学的な態度を育てるためには，教師の算数観を養う必要があることを述べているといえる。そこで，本研究では焦点を図形の学習に当てることにした。図形の学習は具体的な操作を伴うだけでなく，視覚的なため，自分の行った操作活動を振り返ることもできるし，子供の学習状況に応じた指導が行えると考えたからである。そして，図形の学習において，「図形の見方・考え方を豊かにする」ために，いかなる指導が適切であるかを「敷き詰め」の題材を通して研究することにした。本題材の特徴は，具体的な操作を通して、

①　図形のもつ有用性、機能性、その図形の特徴・性質・概念を学習できる。

②　左右、上下という平面（二次元）の広がりに結びつけることができる。

③　空間（三次元）へも発展できる。

④　図形の連続性、対称性等の図形のもつ美しさに気づかせることができる。

ということで子供にとってたいへん楽しい題材だと考える。

2．研　究　目　的

本研究における目的は，次の２点を明らかにすることにある。

（１）図形の見方・考え方を豊かにするための１つの方法として，「敷き詰め」の題材

が効果的であることを実践研究を通して，明らかにすること

（2）オープンエンドの問題として「敷き詰め」が適切であるか実践研究を基に検証する

3．研　究　の　方　法

指導法の異なる授業を行い，児童の活動の様子や反応を分析・考察して，「 敷き詰め」の題材をどのように扱うことで，図形の見方・考え方を豊かにすることができるのかを研究することにした。

目的（1）を達成するために，「敷き詰め」の題材を用いた2つの授業展開が図形の見方・考え方を豊かにするために適切であるかどうか調べるために，実践授業を行い，検討を加えるものとする

目的（2）を達成するために，正答や解法が幾通りも存在し，それが子供の学習に効果的であることを実践授業を基に検討する

4．子供の実状

子供たちは図形の概念を理解するときある特定の形（2，3の例）を使ってその形を概念化している。図を見た感じで判断していこうとする傾向がある（片桐，1984）[2)]。子供たちがある図形の概念を理解するとき自らその図形を構成させている必要な条件を探り出していくという操作的活動が少ないこととその図形の条件を変えるなどして発展的に考察するという態度が欠如しているからではないだろうか（澤田，1984）[3)]。また，数学の成績は生徒の学習場面に対する考え方と関連があると指摘している（IEA，1980）[4)]。

5．「図形の見方・考え方を豊かにする」とは

「図形の見方・考え方を豊かにする」は指導書（1989）[5)]にある「図形についての豊かな感覚を育てる」と同一と考えてよい。そこで，①広がりや位置関係（面，辺，角，点）の観点から理解できること。②基本的な平面図形を分解・合成ということにより別種の図形と見るような動的な見方ができること。あるいは，図形の用語を言えるだけでなく，図形の概念を的確に捉えていること。③いくつかの図形の概念や性質，相互関係の学習をすることを通して，論理的に考える（帰納的な考え，演繹的な考え，類推的な考え）ことができる。

と約束できる。

6．敷き詰めを用いる教育的価値

菰池（1982）[6)]，山口（1989）[7)]は，「自分の能力に応じて活躍できる操作活

動であり，操作する過程で，平面の広がりや図形の性質を再認識できるうえ，新鮮な驚きがあり，より新しいものを見つけていこうとする態度につながり学習が生き生きとしたものになった。」と述べている。また，杉山（１９９１）[8]は「敷き詰めの学習によって，図形を関連づけてみることができ，それがそのあとの学習に役にたつという面もあるし，合同な図形で平面を敷き詰めていくというおもしろさ，そこの見えてくるリズムのようなものを感じること，そこに美しさや楽しさを感じること，予想に反したことが起こることに対する驚きなどを感じさせることができる。そして，この先，平面を敷き詰めることができる図形にはどのようなものがあるだろうと追究する精神を作るなどの価値のあるものである」と述べている。

７．実践授業

（1）　２つの指導案の性格

１種類の合同な図形で平面を敷き詰める操作活動を通して，敷き詰めに用いた１種類の図形から敷き詰め方法を工夫したり，他の図形での敷き詰めを類推したり，敷き詰められる根拠を探したりできるということにおいて，オープンエンドの問題であるとともに問題を発展的に捉えていくことにおいては，問題づくりともいえる。

２つの指導案には３つの条件が設定されている。１つは，敷き詰めという用語使用の有無で「敷き詰める」という用語を用いる場合と「すき間なく，重ならないように並べる」という言葉で指示する場合にわけた。２つめは三角形の指定で三角形は，底角７２°底辺４ｃｍの二等辺三角形，１辺４ｃｍの正三角形，不等辺三角形を指定し用いる場合と児童に自分の好きな三角形を用いさせる場合を考えた。３つめは黒板例示の有無である。操作活動を始める前に，黒板に合同な三角形を１０数枚掲示しておき，どのようにすると敷き詰めることができるか，あらかじめ黒板で取り組みその後自分の三角形を敷き詰める操作活動のことを言う。一方は，何の提示もなく試行錯誤で敷き詰めるということである。

	クラス	黒板例示の有無	用語使用有無	三角形限定
指導案Ａ	笹井級5-2	×	○	○
指導案Ｂ	清田級5-1	○	×	×

１．日　　　時：１９９２年１０月１７日（土曜日）　第１校時，第２校時
２．対象学年：神奈川県平塚市立松延小学校　５年－Ａ　３６名（男　２０名・女　１６名）
３．題　材　名：　図形の敷き詰め
４．教材観と児童の実態：

基本的な図形のまとめとしてそれらを振り返るために，単なる知識（図形の定義・性質）の復習という学習形態ではなく，自分の操作的な活動や得た結果を振り返り自分の論理を反省し，それに新たな推論を加え学習を充実させることができるようにしたいと考え，平面の「敷き詰め」の題材を取り上げた。

「敷き詰め」の題材は，操作過程において，「対応する辺」「対応する点」「対応する角」に着目しなければ敷き詰められないことやこれらの用語を使って説明する機会も与えられる。また，図形の性質を発見することもできる。また，どのように敷き詰めたらすき間なく，重ならないように並べることができるのかを考えることによって，「算数を創る」楽しさを感得するものと考えられる。このことは，敷き詰められた場合と敷き詰められない場合を対比することによって，敷き詰められるための法則を図形から帰納し，逆にその法則を使って，他の図形にもあてはまるか敷き詰める前に考え，話し合うことはこの法則を演繹的に用いる経験をすることになる。平面を図形を使って，構成・分解という操作的な活動および観察を通して，図形についての感覚を豊かにできるものと考える。換言すれば，平面の「敷き詰め」の題材は，どんな図形で平面が敷き詰められるかということに主眼があるのではなく，図形に親しみ，図形の不思議さと出合い，おもしろさを感じることにねらいがあるといえる。そのため，敷き詰められた図形からいろいろなことを発見したり，いろいろな合同な図形を敷き詰めるといった操作的な活動を通して，それぞれの図形のもつ性質を異なった視点から見直すことにある。

５．既習事項：

合同，対応する頂点，対応する辺，対応する角，三角形の内角の和，四角形・五角形・六角形の内角の和，二等辺三角形の性質，正三角形の性質，台形の性質，平行四辺形の性質，ひし形の性質，平行・垂直の定義

６．本時の目標：

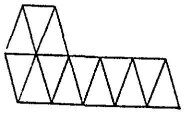
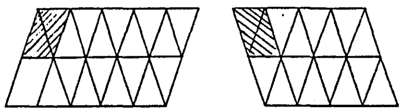
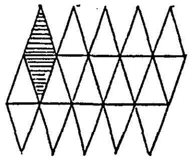
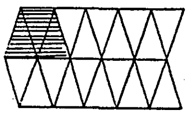
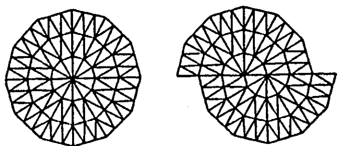
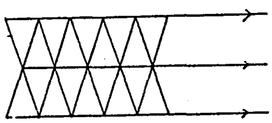
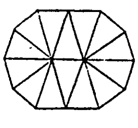
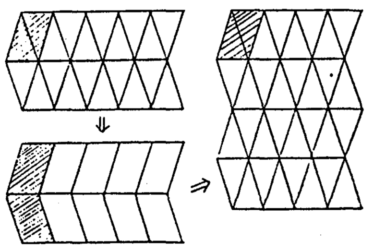
（１）平面を敷き詰めた図から，いろいろな図形を見つけ出すことができる。
（２）三角形で平面を敷き詰めることができ，その敷き詰められる根拠を理解することができる。

７．本時の展開

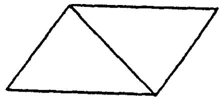
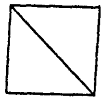
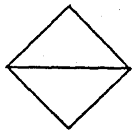
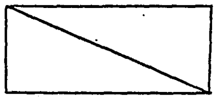
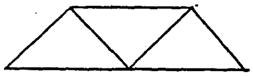
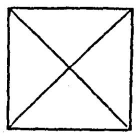
学　習　活　動	主な発問と予想される児童の活動	評価と手だて
１．模様づくりをして，どんなことに気づいたかノートに書く。	１．　　　に模様づくりをしましたが，今日はこれをもとに勉強しましょう。 模様づくりをして，どんなことがわかりましたか。何か発見できたことはありますか。ノートに書いて下さい。	
	C1-1 わからない。	E1-1 課題把握に困難性はないが，プリントを見て，どのような点に目をつけて模様づくりをしたかを思い出させる。
	C1-2 図形がたくさんある。	E1-2-1 たくさん見つけられたことをほめ，どんな図形があるかまとめさせる。 E1-2-2 「他に気づいたことはありますか」と問う。
	C1-3 二等辺三角形でいっぱい埋まっている。 C1-4 正三角形がある。 C1-5 二等辺三角形が３つ組合わさって，正三角形ができている	E1-3 (C1-3~C1-16)のような反応をする子は多い。これは本時のねらい(1)に達しているといえる。そこで，次に「他の図形を見つけることができますか」と

（3） 敷き詰め方法における児童の反応

指導案A

	敷　き　詰　め　方　法	人　数
①	合同な二等辺三角形を１つ１つつなぎ合わせたり，積み重ねたりする方法。 	４人
②-1	二等辺三角形の斜辺を合わせて平行四辺形を作る方法。 	１４人
②-2	二等辺三角形の底辺を合わせて平行四辺形を作る方法 	１人
③	台形を作る方法。 	１人
④	同心円的に敷き詰める方法。  ゴルドベルクが1955年の「中心充塡」("Central Tessellations")	１２人
⑤	二等辺三角形の底辺を使って平行線を作り敷き詰める方法。 	５人
⑥	特殊な方法 	１人
⑦	六角形（矢）を作る方法 	０人

指導案B

	三角形を構成した図形	具体的な図
①	（直角）二等辺三角形を２つ組み合わせた平行四辺形，正方形で敷き詰める方法。	 
②	向きをかえた正方形（算盤玉）で敷き詰める方法。	
③	２つの直角三角形の斜辺を組み合わせて長方形を作って敷き詰める方法。	
④	三角形を３つ組み合わせた台形で敷き詰める方法。	
⑤	直角二等辺三角形を４つ組み合わせた正方形で敷き詰めるる方法。（内部の一点に直角が集まる場合）	

（４）２つの授業の分析と考察

（３）の児童の反応から明らかのように，本題材は敷き詰め方や敷き詰められた図形もすき間なく，重ならず敷き詰められていればその全てが正答である[9]。また，１人の子供が１つの方法だけで満足しているのではなく，より簡単な方法やおもしろい方法で敷き詰めようと積極的に取り組める良い題材といえる。そのうえ，三角形の敷き詰めから他の図形の敷き詰めへと自然と発展できるし，子供は何の違和感もなく自分から課題を見つけ取り組める。以下に，そのときの子供の反応を詳しく記述することにする。　指導案Ａでは導入に「箱根寄せ木細工」を用いた。指導案ＢではアルファベットのＣ（あるいはＵ）の敷き詰められた図を用いた。

（Ａ）指導案Ａの「箱根寄せ木細工」の模様を使って，模様づくりをすることで導入した。

ａ．いろいろな図形に出会える。ｂ．ひとつの図形に着目するとその図形の配置のパターンに気づくことができる。ｃ．拡大・縮小に気づく。ｄ．対称性に気づく。ｅ．図形の概念・性質の再認識に役立つ。ｆ．図形の相互関係の理解に役立つ。ｇ．他の教科との関連で取り扱える。ということが明らかになった。

一方まとめとして，エッシャーの作品（ウックルⅢー’３８）[10]を提示したことにより，算数が芸術と深いつながりがあると気づいたことは収穫だった。①動機づけに用いる教材は「箱根寄せ木細工」の方は図形の気づきという点では優っている。②移動（ずらす，回す，裏返す）の理解に関しては双方とも役立つといえる。③アルファベットのＣ型の敷き詰めでは図形の気づきは期待できない。

（Ｂ）規則性や周期性について

双方の指導案とも用いた三角形は異なるが，敷き詰めをすることによって敷き詰めるパターン（一貫した明確な特徴をもった模様ができる方向）に気づき，規則性を見つられた。敷き詰めの簡単な方法や他の図形での敷き詰めにおいて気づいたものもある。また，どのような三角形を用いても平面の広がりは理解できるものと考えられるが，子供によっては台紙上だけでなく，机，教室，校庭というように敷き詰める場所を広くしたとき，限りなく続けることができるか否かを問うことも考えられる。しかし，底角７２°の二等辺三角形を用いた指導案Ａではペンローズタイリング[11]ができるため，それを作った児童は限定された空間である台紙からはみ出さなくても敷き詰めが可能であることに気づいている。それは敷き詰め方が同心円的に外へ均一に広がっていくことから平面の広がりについて理解したものといえる。このペンローズタイリングを用いた授業は本田（[12]１９８９，[13]

１９９２）によって行われているが，二等辺三角形の敷き詰めで子供の側から出てこない場合，教師から提示し，「なぜみんなの二等辺三角形ではできないのか」問うものであり，三角形の内角の和に帰着させるものであると考えられる。しかし，本研究におけるペンローズタイリングの現れ方は，ごく自然に子供の側から出て来たものといえる。それは，「箱根寄せ木細工」の模様づくりで「麻の葉」という模様を作ったことに起因している。そして，このペンローズタイリングは，子供の意欲を掻き立て自然に一人からグループで大きなものを作ろうとする活動へと変化し，自然と広がりを理解できたといえる。この点において，独創的といえる。

（Ｃ）図形の移動

三角形による敷き詰めにおいて簡単な敷き詰め方法は基になる三角形をいくつか組み合わせて１つの図形を作って，それを敷き詰めていくと効率よく敷き詰まるということと同一である。さすれば，最低２つの場合でも，１つの図形を基にそれにもう１つの図形を組み合わせるのであるから当然裏返すか，回すという操作活動が生まれる。そのことを意識化すればよいのである。また，これは６学年の対称の学習の素地を養うことになる。

移動の仕方がいつも同じパターンによって図形が繰り返されるならばそこには数学的に言うところのリズムや美しさがあるといえる。実際子供たちはそのことを感じとっていた。

８．主な知見

本研究から得られた主な知見を子供の感想を織りまぜながらに示す。

（１）具体的な操作活動は児童の興味・関心という学習意欲を高めるために効果的である。

（クラスＡ）から

ア．いつも見ている模様や初めて見る模様があったのがおもしろかった。

イ．答えが１つしかない算数より楽しかった。

ウ．どんな図形ができるか楽しみだった。わくわくしておもしろかった。

エ．どんな形だと敷き詰められるとか，これだと敷き詰められないかもしれないとかがあって，大変だったけどおもしろかった。

オ．台紙に三角形を敷き詰めるときは難しかったけど，わかったときはうれしかった。

カ．どうして模様づくりなんかするのかなあと思ったけど，模様を作っていくうちにそのわけがわかってきた。

キ．敷き詰めるところや形の組み合わせが難しかった。しかし，慣れてくると形，台形，三角形，その他いろいろな形の世界に入ったような気がしてとっても今まで

にはなかった頭の使い方ができて，とても勉強になりました。

（クラスＢ）から

ア．小さな三角形でもひとつひとつ組み合わせていくと大きなものになるんだなあと，１円をたくさん集めて１００円にするような感じでした。

イ．三角形は不思議なものだ。

（２）導入は自分の操作活動に見通しをもてるように設定することが望ましい。

ア．どうして模様づくくりなんかするのかなあと思ったけど，模様を作っていくうちにそのわけがわかってきた。

イ．何をするのかわからなかったが，どんなふうになるのかが楽しみだった。

（３）敷き詰めた図形からリズム（規則性，周期性）や美しさを感じることができる。色画用紙を使用することが望ましい。

（クラスＡ）から

ア．パズルや積み木みたいで楽しい。

イ．形の世界に入ったような気がして・・・

（クラスＢ）から

ア．表と裏の色が違うだけであんなにいっぱい模様ができるとは思わなかった。

イ．三角形は不思議なものだ。

ウ．形が完成してきれいだと思った。

（４）「敷き詰め」という用語は，導入段階で約束することが望ましい。合同な図形であることにも気づかせること。

（５）使用する図形は，三角形では底角７２°の二等辺三角形，二等辺三角形，一般の二等辺三角形の３種類ぐらい。四角形では平行四辺形，台形，一般の四角形，シェブロン型の四角形の４種類ぐらいが望ましい。

（６）使用する図形の大きさは４～５ｃｍぐらいがよい。

ア．細かくし過ぎる（１円玉ぐらい）と貼るのが大変だった。

イ．作業の手間や敷き詰めた後の図形の観察を考えると５ｃｍぐらいが適当である。

（７）合同な三角形から四角形へと発展でき，その上他の多角形へも発展できる。そのとき「なぜ敷き詰められるか」問うなど，児童の実態にあった学習が展開できる。

ア．どんな形だと敷き詰められるとか，敷き詰められないかもしれないがあって・・。

イ．敷き詰めるやり方がわかって（どこの角とどこの角をくっつければいいか）から

は簡単にできた。

ウ．三角形だけじゃなく他の五角形とか六角形とか七角形でもやってみたい。

（８）操作活動の途中で敷き詰め方の工夫を考えさせ，発表の場を設けることは操作の振り返りや見通しをたてることや新たに問題を発展するために望ましい。

（９）児童の感性を刺激するとともに，後の図形学習への取り組みを意欲的にするために，エッシャーの作品やハインツ・フォーデルベルクの螺旋状タイル張り[14]を提示することは興味深い結果を得ることになる。

ア．ＯＨＰ（エッシャーの魚の作品）の作品は自分で作ったものより凄かったから，（自分で新しく）考えてみるとおもしろい。

（１０）図形間の関係や移動に関して，静的な観察ばかりでなく，操作活動という動的な観察も取り入れた敷き詰めの学習は児童の図形感覚を豊かにするだけでなく，学習意欲も高めることができる。

引用文献・参考文献

---

[1] 橋本吉彦：新算数指導実例講座１，金子書房，pp.256-266，1991

[2] 熱海則夫編：小学校達成度調査を生かす授業改善，算数科編，明治図書，1989

[3] 前掲書 ： 2)

[4] 国立教育研究所：中学・高校生の数学成績と諸条件，第一法規，pp.72-73,1980

[5] 文部省：小学校指導書　算数編，東洋館出版社，p45,1989

[6] 菰池矢奈子他：「合同な図形による平面の敷き詰め」の授業実践と指導内容の系統，大阪教育大学，数学教育研究　第１２号，pp.89-104，1982

[7] 山口義一：平面の敷き詰めの指導について，日本数学教育学会，算数教育，pp.7-9,1989

[8] 新算数指導実例講座８［高学年］：平面の敷き詰め，金子書房，pp.135-152,1991

[9] 島田茂：算数・数学科のオープンエンドアプローチ，みずうみ書房，1977

[10] ドリス・シャットナイダー：エッシャー・変容の芸術，日経サイエンス，p.133，1991

[11] マーチン・ガードナー:ペンローズ・タイルと数学パズル，丸善株式会社，pp.1-25,1992

[12] 本田泰宏：新しい算数研究，pp.162-168,1989

[13] 本田泰宏：満載授業のアイデア，東洋館出版社，pp.86-95,1992

[14] 前掲書：11),p.4

5から17を作る

―― 電卓を使った授業 ――

筑波大学附属小学校　坪田　耕三

（問題）

電卓の $\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{=}$ と $\boxed{5}$ のキーだけを使って、表示板に　１７　の数字を表示させましょう。

この問題のおもしろさ

電卓を使って、数感覚を磨くことをねらう。

数字のキーは５だけが使える。あとは演算のキーである。

５という数と、１７という数はいかにも結び付けにくい。一見するとできないのではないかと思うところに面白さが潜んでいる。

また、紙の上に式を書いて考えるのなら、括弧などを上手に使ってできるかもしれないが、普通の四則電卓では、キーを打った順に計算していくので、これもまた難しさを感じさせる。しかし、１７という数について、いろいろな見方をすることによってこの問題が解決する。

例えば、１５＋２で１７と考えてみる。１５は５の倍数だからすぐにできそうである。あとは２を作ればいい。また、１７を１０＋７と考えてみる。７を５の倍数で作る工夫をする。３５÷５でできそうだと考える。こんな工夫をいろいろするところに数感覚を磨く場面がある。

また、電卓のキーの打ち方の違いによって、様々な方法が考えられる。

以下「答えのいろいろ」に分類したのは、次の３つである。

Ａ：キーを素直に一度ずつ打つ方法

Ｂ：キーを連続して打つ方法

Ｃ：定数キーを使った方法

答えのいろいろ

１７という数をどのように合成・分解するかがポイントとなってくる。

Ａ：キーを素直に一度ずつ打つ方法

①$\underline{(5+5)\div 5}+5+5+5=17$
〔下線の部分で２を作っている所がポイントでキーを一度ずつ使っている〕

②$(\underline{5\times 5+5+5)\div 5}+5+5=17$
〔下線部で３５÷５＝７を作っているところがポイント〕

③$(5\times 5\times 5-5-5-5-5-5-5-5-5)\div 5=17$
〔１２５－４０＝８５で、８５が１７の５倍となることを使うところがポイント〕

Ｂ：キーを連続して打つ方法

④$\underline{(55+5)\div 5}+5=17$
〔６０÷５＝１２であることを使っている。キーを打つ回数が９回となって少ない〕

⑤$\underline{(55-5-5-5-5)\div 5}+5+5=17$
〔下線部で３５÷５＝７を作っているところがポイント〕

⑥$\underline{(555-55-55-55-55)\div 5}-5-5-5-5-5-5-5-5-5-5$
$=17$
〔３３５÷５＝６７を作り、５０をひく考え〕

⑦ $\underline{(555-5)\div 5\div 5}-5=17$
〔下線部で２２を作るところがポイント〕

C：定数キーを使った方法

⑧　５÷５＋＋＝＝＝＝・・・＝＝＝＝１７
〔電卓機能を生かして１を作り、それを累加していくため＝のキーを１６回押す〕

⑨　５５÷５＋＋＝－５＝１７
〔電卓機能を生かして、まず１１をつくり、それを２度たして、２２－５とする〕

授業を終えて

実際の授業は、６年生と４年生で実施した。
数の見方という点では、６年生の方がバラエティーに富む反応を示していた。
子どもが考えた「１７」についての見方は、次のようなものである。

①　１７＝８５÷５＝（５×１７）÷５
②　１７＝２＋１５＝（１０÷５）＋（５×３）
③　１７＝１０＋７＝（５×２）＋（３５÷５）
④　１７＝１２＋５＝（６０÷５）＋５
⑤　１７＝２２－５＝（５５÷５）×２－５
⑥　１７＝６７－１０＝（３３５÷５）－５×３
⑦　１７＝１×１７

つまり、１７を、８５÷５，２＋１５，１０＋７，１２＋５，２２－５，６７－５０，１×１７等と見られる柔軟さが様々な方法を生み出すきっかけになっている。このような見方を平素からさせておくことが大切になる。

この授業を参観した新聞記者が「毎日小学生新聞」レポートしたものが、うまく再現されているので、次頁にコピーを載せておく。

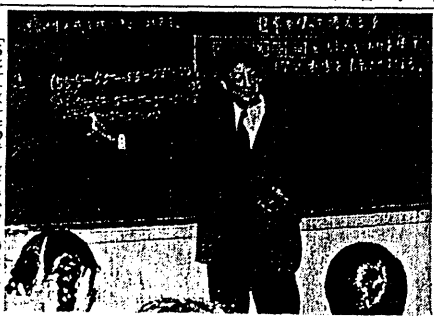
第19591号 (昭和20年11月13日第3種郵便物認可)　毎日小学生新聞(日刊)　1993年(平成5年) 1月25日(月曜日)

毎日小学生新聞
MAINICHI
毎日新聞社

計算は電卓におまかせ！

◆東京・文京区 筑波大附属小◆

「めんどうくさい計算は、電卓を使ってやっちゃおう。」――算数の授業に電卓を使っているのは、東京都文京区大塚の筑波大学附属小学校（三浦義一校長、九百四十六人）。昨年四月から五年生以上の友だちは、難しい計算は電卓を使って解いているのです。また電卓そのものを教材に使って、数の感覚を養う勉強もしています。同校六年生の〝電卓授業〟をのぞいてみました。



「5と＋－×÷＝のキーだけで、17を出してみよう」電卓を手に授業する坪田先生

「電卓で＋、－、×、÷、＝、5、のキーだけを使って、表示板に17の数字を表示させましょう。」坪田耕三先生(37)が出した問題に、友だちは電卓を手に夢中になって取り組んでいます。「簡単だよ！」「えっ、どうやるの？」などと、教室のあちこちでさまざまな声。

「問題が解けた人？」と坪田先生が聞くと、多くの友だちが手をあげました。

中野泰宏君の答えは「(55－5－5－5－5)÷5＋5＋5＝17」。坪田先生が「これはキーを17回押しているけど、もっと少なくできないかな？」と聞くと、友だちは次々に手をあげ、答えを発表。

数の感覚をみがく

頭を使って楽しく勉強

最もキーを打つ回数が少なかったのが大山和之君の答え。「(55＋5)÷5＋5＝17」で九回。また、みんなが「すごい！」と感心したのが梶原ゆいさんの答え。「5÷5＋＋」と押してから、「＝」を十六回押すと表示板には「17」が出ました。

これは、坪田先生によると「数の感覚をみがく授業」だそうです。「17という数字が12＋5や20－3などといろいろな要素で成り立っていることを知ってほしい。」友だちも「頭を使って楽しく勉強できたよ。」（平手康之君）と、授業が楽しかった様子。

教室には、友だち全員分の電卓が置いてあり、ふつうの授業でも電卓は使います。「式さえ正しければ、計算は電卓を使った方が速いし、問題数も多くこなせます。」でも電卓を使うと、計算力が落ちるのでは？

「速く正確に計算することが、計算力ではありません。なぜ計算の時はこうするのか、などと計算の原理を考え、計算を生み出す力を養うのが、本当の計算力です。」と坪田先生。「近い将来、算数の問題に電卓を使うことが、常識になります。」と断言します。

▲電卓にむかって「うーん、どうやろうかな」▼

「算数は苦手なんだ。」という友だち。大事なのは、よく考えることだよ。

（電卓によって操作がことなる場合があります）

資料の整理で

相模原市立大野南中学校　佐藤　孝彦

1．はじめに

平成３年度では、２年の一次関数導入時に「段数が増えると」という題でオープンエンドアプローチの授業を実践し、報告した。この授業のねらいは、段数が増えるにともなって変わるものを一人ひとりが見つけられるだけ見つけ出すことを通し、自らが関数関係を発見・考察することであった。また、合同・相似を学習した後、１つの図形の中に存在する辺や角、形などについて、その関係を発見し、あわせて、その関係を分類することも実践した。

さて、本年度は、２年生の「資料と整理」での単元で、その導入から展開までを含めた中で、オープンエンドアプローチの授業を試みた。なお、授業で扱う資料は、ややもすると、作られた資料を生徒に与えることになるが、本授業では、”何を調べたいか”から始め、データも生徒自身に集めさせ、実践した。そのため、そのデータがプライベートな面をもっているので、ここでの実施学級は名称を変え、また、出席番号とデータは一致させていない（実際の授業でも生徒に配布したものは一致させていない）ことを予め断っておく。

以下に示したものは、担当している４学級が調べた内容である。

単元名　「資料と整理」

　　２年Ｐ組〔腕立てと斜め懸垂の回数〕

　　２年Ｑ組〔身長（㎝）とリーチのサイズ（㎝）〕

　　２年Ｒ組〔身長（㎝）と上履きのサイズ（㎝）〕

　　２年Ｓ組〔手の大きさ（㎝）と足のサイズ（㎝）〕

ここでは、主に２年Ｑ組の授業記録を中心に述べていくことにする。

２．授業記録

１　実施日　平成５年２月８日（月）～22日（月）
２　場　所　相模原市立大野南中学校
３　対　象　相模原市立大野南中学校　２年Ｑ組　38名
４　指導者　相模原市立大野南中学校　教諭　佐藤　孝彦

（１）題　材　　身長とリーチの関係

（２）ねらい　　自分達の身近なことから、どんなことを知りたいか、調べたいかを検討し、集めたデータから自分達が予想した結果になるかどうかを分析することを通して、その資料に含まれる関係を発見・考察すること。

（３）使用した資料

身長（cm）とリーチのサイズ（cm）・・・次頁、資料を参照のこと
いずれもmmまでを生徒達で測定した。また、ここでのリーチとは、手を地面と平行になるように開き、中指の先端からもう一方の手の中指の先端までの長さとした。

（４）授業をすすめる上での留意点

この単元の全授業において、電卓を使用させた。授業開始時に係（生徒）が教卓の上に置いておき、各自が必要なときに勝手に使える状況にしておいた。

（５）実際の授業

※各授業とも５０分授業であるが、最初の２０分間は計算問題の小テストを行っている関係から、正味３０分の授業である。

２月９日（火）

Ｔ　この調査をする前にどんなことを予想しましたか？自分からどんどん発表して下さい。
P_1　４月よりもみんな伸びている。
P_2　伸びる人は伸びるだろうし、伸びない人は伸びていないだろう。
P_3　腕の長さと身長は同じくらい。
P_4　ほとんど身長はとまっちゃてると思う。
Ｔ　ここまでは予想でした。では、今から配るプリント（前時に測定したものを教師がまとめたもの）・・・・・、今度はこの表をパッとみて、深く考えないで、言えそうなこと、言えることを書いて下さい。

資料　２年Q組身長（ｃｍ）とリーチのサイズ（ｃｍ）

男　子

	４月	２月	リーチ
1	157.1	164.5	165.0
2	156.0	160.4	164.0
3	164.8	166.2	164.0
4	154.8	163.5	164.0
5	160.8	165.1	172.0
6	155.5	162.1	165.0
7	154.2	162.2	156.5
8	157.7	161.5	160.0
9	163.8	165.6	162.0
10	163.8	169.0	173.0
11	150.8	156.5	154.0
12	138.5	146.8	150.0
13	174.5	181.3	175.0
14	158.9	164.0	166.0
15	150.8	欠席	欠席
16	157.7	161.7	156.0
17	157.8	167.1	162.0
18	166.7	170.0	174.0
19	158.4	欠席	欠席
20	158.7	161.0	169.0

女　子

	４月	２月	リーチ
1	152.0	154.0	156.0
2	153.0	153.1	153.0
3	156.6	160.8	156.0
4	160.0	161.1	171.5
5	157.6	160.2	161.0
6	150.0	153.1	156.0
7	167.6	168.2	164.0
8	145.0	145.6	146.0
9	164.0	165.2	167.0
10	151.7	152.3	150.0
11	155.6	158.3	156.5
12	161.3	163.2	164.5
13	150.4	151.6	155.0
14	162.2	163.3	163.5
15	153.0	152.2	150.5
16	145.5	147.1	145.0
17	151.4	転出	転出
18	156.5	157.8	158.0
19	151.1	152.5	152.0

注．番号と出席番号は対応していない

P_5　全体？男子、女子、どっち？
T　何でもあなたに任せます。

・・

T　表から言えそうなこと、言えることを発表して下さい。
P_6　２月の身長の約８割が１６０台をキープしている。
P_7　５つあって・・・
T　５つもあるのか。じゃあ、１つしかないという人もいるかもしれないから、後で発表してくれる？

P_7　はい。
T　他の人で。
P_8　だいたいリーチの方が長い。
P_9　だいたいの人が身長が伸びている。
P_{10}　男子は急激に伸びている人がいるけれど、女子はほとんどいない。
P_{11}　２月の身長とリーチが同じくらい。
P_{12}　２月と４月の身長の伸びは、１～４cm伸びている。
P_{13}　身長が高い人も低い人もリーチはそれなり。
T　それなり、とは？
P_{13}　身長が高い人は長く、低い人は短い、という意味です。
P_{14}　男子と女子をくらべると、すべての面で男子の方が長い。
T　他にいないかな？・・・P_7 くん、発表して下さい。
P_7　２月の男子が、１６０～１６５の人が多い。女子は１５０から１５５の人が多い。リーチが身長と２～５cmの差がある。このクラスの男子の身長は１４６.８から１８１.３ の範囲にある。女子は１４５.６から１６８.２の範囲にある。
T　いま、範囲という言葉があったけど・・〔最大値、最小値、範囲について指導する〕
T　では、もう少しこの資料を詳しく調べて下さい。電卓が必要な人は取りにきて下さい。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

T　そうそうP_{15}さん、身長の平均は１６０cmぐらい、なんて書いていたよね。そういうのも発表してほしかったな～。
T　やったこと、調べたことは全部書いておいてね。グラフ用紙を取り出した人もいるね。〔各自で約１５分間調べる〕〔欠席男子２名・電卓使用者　３６人中３０人〕

2月10日（水）

〔朝の段階でワークシートを回収し、授業を開始する前に返却〕
T　今朝提出してもらったものを見ると、平均が一番多かったね。その人は手を挙げて。
P　〔２２人挙手〕
T　平均の求め方、どうやって求めたか、教えて下さい。
P_1　全員の身長とかをたして人数分でわる。
T　そういう人。
P　〔多数挙手〕
T　そうそう、さっきP_2 も手を挙げていたけど・・。
P_2　４月の場合、１５０台が多いから、１５０を基準にして、それより何cm上か下かを調べました。
T　そういうふうにやった人。
P　〔２人挙手〕
T　じゃあ、普通の平均はみんなわかっていると思うから、このP_2 のをやってみよう。P_2 君は黒板でやって下さい。４月の男子を。他の人は４月の女子でやってみよう。基準はいくつにする？
P　〔圧倒的に〕１５０。
T　じゃあ、それでやってみよう。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

T　P_2 君は黒板でやって下さい。〔P_2　１５０+８.１=１５８.１〕
T　女子の方はいくつになった？
P　１５５.０。
T　今日やった平均の出し方を、仮に１５０cmを平均とする、こういうのを仮平均といい、教科書では、１７９頁に書いてあります。復習してみて下さい。次の時間は今日やったもの以外のこともどんどん発表して下さいね。

2月12日（金）

T　〔前時の確認の後〕では、発表して下さい。
P_1　伸び、男子の４月から２月の、で、５.４cm 伸びていて。
T　５.４ ではなくて５.７ では。
P　５.７だよ。
P_1　あっそうだ。

T　伸びについては、この他には○○君、◇◇さん、□□くん、△△さん、▽▽さん、▼▼さん、▲▲くん、■■くん、◆◆くんが調べていたね。

P_2　女子の方は伸びが１.６cm で、男子の方が伸び方が激しい。

P_3　女子は、ほとんど伸びていない。

T　そういうことがいえるみたいだね。では、他に。

P_4　（円グラフを黒板に書き説明）

T　こういうふうに円グラフ、または、こういうふうに%でやった人は？

P_5　僕は帯グラフで、中身は同じです。

T　P_5 、式が書いてあるよね。割合の。それを前で説明して下さい。

P_5　その□□に含まれている人数／その測った人数全員。６０%以上は３６人中２３人だから２３／３６×１００＝６３.８８ ・・・で６３.９% っていうふうにあります。

T　いま、これは%を出すために１００倍しているね。これ１００倍しないものを相対○○といいます。その用語をやる前に、P_4 君とか P_6 君とかに発表してほしいことがあるんだけど。円グラフとかを書く前にしたことは。

P　〔大勢が〕表。

T　そう、表が必要だね。P_4 君、P_6 君、黒板に書いて。

〔P_4 ：２月全員、階級の幅５cm　P_6 ：２月男子、階級の幅１０cm　で度数分布表を書く。〕

T　この１４０～１５０、１５０～１６０で、１５０はどっちに入るの？

P_6　１５０～１６０。

T　普通そういうふうにするんだ。

P　以上、未満。

T　そう、以上、未満と書くよ。次に、この３とか７を度数といい、この表のことを度数分布表といいます。そして１４５～１５０、１５０～１５５のことを階級といい、その幅のことを階級の幅といいます。P_6 の方のは？　P　１０cm。

T　では、P_4 の方は？

P　５cm。

T　まだ、こういう表を書いていない人もいると思うので、各々、合計６つの表を家で書いてきて下さい。

2月17日（水）

〔P_1～P_6：度数分布表を黒板に書く〕

T　これらの度数分布表からどんなことがいえますか？

P_6　大体、どれも１５５～１６０、１６０～１６５に集中している。

P_7　１３５から１８５まで、段々度数が増え、最大のところからまた減っていく。

P_8　男子は身長にばらつきがあるが、女子は差が少ない。

T　実際、どうだ。これ、言えるかな？

P_8　男子は4月が４０、２月が４０、リーチが３０、女子は4月が２５、２月が２５、リーチが３０、になるから言える。

P_8　付け加えると、男子の階級は4月から２月で２つ変わっている。女子はほとんど変わっていない。度数そのものも。

P_9　１３５～１４０がほとんどいない。

T　他にはないですか？私は P_8 のを聞いて気付いたことがあるよ。

P　（反応無し）

T　これ、確かにアップ（男子の４月と２月の階級が２つずれていること）しているけど、単純に、これ、比較していいのかな？

P　まずい。

T　どうして。

P　人数が違う。

T　そうだね。だったら、同じ９という度数があるけど、これは、それぞれ、どういう意味があるの？それとも同じ？

P_{10}　４月の方は２０分の９で０.４５ 。２月の方は１８分の９で０.５ で、２月の方が占める割合が大きい。

T　こういうのを前回ちょっと触れたもので、相対度数といい、普通小数第３位を四捨五入して小数第２位まで求めるんです。（６つの度数分布表、各々、相対度数を求めてくることを宿題にする。）次の時間は、前にやった平均について、まだ、発表していない人もいるようなので、それについて扱います。

P_{11}　平均は２通りでやっちゃったよ。
P_{12}　自信はないけど、他の方法もあると思うよ。
T　うん、いま、平均はやっちゃったよ、という人がいたけど、確かにその通り。ただ、何人かの人はそれ以外にもやっているんだ。
T　じゃあ、P_{11}くん達には一つヒントというか、家で考えてきてほしいんだけど。この他に平均の求め方はないかな？おおざっぱでもいいから。そういうのを考えてきて下さい。

2月18日（木）

T　平均、前は普通にたして人数分でわるのと、仮平均から求めるのとをやりましたが。他にはないかな。
P_1　人のところ。
T　人？、何って言うんだっけ。
P　度数。
P_1　度数が最も大きいところの左の、階級のまん中の数を平均に。
T　4月だったら。
P_1　１５２.５。
T　2月だったら。
P_1　１５２.５。
T　リーチ。
P_1　１５７.５。　〔階級値について指導〕
T　こういうのをやった人は？
P　（反応無し）
T　他には。
P_2　１９人いれば、低い方から並べて１０人目がまん中、すなわち平均とみなす、という考えで説明します。そうすると、１５０～１５５のところに１０番目の人がいるので、4月の男子は１５２.５ 。
T　2月とリーチについても同様にして説明して。
P_2　2月の場合は１８人だから９番目と１０番目をみると、それぞれ、１５０～１５５、１５５～１６０にいるから１５５。リーチは１５５～１６０に7番目から１１番目までいるから、9、１０番目は１５５～１６０にいるから、１５７.５ 。
〔男子２０人を前に出させ、この考えで確認する。１０番目１６２.２ 、１１番目１６３.５ より平均は１６２.９ 。〕
T　他に。
P_3　例えば、男子の4月で、１４６.８～１８１.３だから、範囲は３４.５ で、これを２でわって１７.２５ 。１４６.８ に１７.２５ をたして１６４.０５ だから１６４.１ 。
T　これ、もっと簡単に出せない？
P_4　１４６.８ と１８１.３ をたして２でわる。
T　言葉で言えば。
P　最大値と最小値の平均。
T　そういえば、これも一つの平均としていいかな。
P　いい。
T　他に。そこで、こちょこちょ話しているP_5 さん、何？
P_5　自信がないんだけど。それぞれの階級、例えば女子のリーチで、上からまん中、１７２.５ 、１６７.５ 、・・・、１４７.５ に度数をかけ、合計の人数でわる。
T　いまのP_5 さんの方法、どうかな。
P　いいよ。それ。
T　では、P_5 さんの方法でやってみよう。
〔各自で約5分間調べ、残ったものは宿題にし、次時にP_5 に板書するよう指示〕

2月20日（土）

（前時のP_5 さんが女子の４月と２月を階級値×度数で平均を求めた結果を板書。それをもとに確認する。）
T　いままでやってきた平均は？
P_1　全部たして、人数でわる。

P_2　仮平均から。
T　これら２つの結果は？
P　同じ。
T　他にはやらなかったっけ。
P_3　人数の真ん中。
P_4　度数の最も大きい階級の階級値。
P_5　今日やった階級値×度数で求める方法。
T　他にはやらなかったっけ。このクラスではなかったかな。最大値とかなんとか。
P_6　やったよ。最大値＋最小値を２でわる。
T　そういうのもあったよね。では、黒板に今までやったものをまとめたいと思います。あたった人は１人２つずつ書いていって下さい。（電卓で乱数を発生させ、下２桁と出席番号を対応させ、指名）

	男４月	男２月	リーチ	女４月	女２月	リーチ
普通の平均	158.1	163.8	164.0	155.0	156.6	157.0
仮平均	158.1	163.8	164.0	155.0	156.6	157.0
人数の真ん中	157.5	162.5	162.5	152.5	155.0	157.5
度数の最も大きい階級の階級値	157.5	162.5	162.5	152.5	152.5	157.5
（最大値＋最小値）／２	156.5	164.1	162.5	156.3	156.9	158.3
階級値×度数／人数	157.8	164.4	164.4	155.9	156.9	157.8

以下、紙面の関係で詳細は省略するが、平均はいろいろあることを再確認した。その中で、「普通の平均と仮平均では結果は同じだが、求め方はどちらを好むか」を聞いたところ、出席生徒36人中、通常の平均25名、仮平均11名の結果であった。次に、平均（仮平均を含む）とそれ以外の４つとではどちらが平均として良いか」に対して、36名全員が前者を支持した。さらに、「残りの４つの中でどれが平均として良いと思うか」を聞いたところ、”（最大値＋最小値）／２”が24名、”階級値×度数／人数”は12名で、”度数の最も大きい階級の階級値”、”人数の真ん中”は０名であった。

なお、この後は、多くの生徒が書いていた”ヒストグラム、分布折れ線多角形”を取り上げ、それらからも考察させた。そして、最後に、３名の生徒が書いていた”相関図”を用いて、身長とリーチの相関関係を検討させた。

３．授業を終えて

この授業を実践する前は、測定したデータから言えることをすべて発表させ、それらを分類・整理することから授業を進めるつもりであった。しかし、ただ発表させても収拾が

つかなくなると思い、また、本県はアチーブメントテストがある関係から、時間的にも制約があり、教科書の内容も同時におさえていかなければならないということで、前述のような授業になってしまった。そのため、これがオープンエンドアプローチなる授業であろうか、と自問自答する日々であった。しかし、今となってみると、「これもオープンエンドアプローチである」と思うようになり、「このようなアプローチの仕方もオープンエンドアプローチである」と言える自信が出てきた。それは、指導内容において、以前はあったもので現在にはないもの、例えばメジアンやモード等の見方が、逆に、新たに加わったものでの相関図や相関表が、生徒から自然に出てきたからである。特に、平均は、多くの生徒が最初に電卓を用いて単純にたすことから求めたり、数名の生徒が仮平均から求めていたが、「この他に平均の求め方はないかな？おおざっぱでもいいから。」と言ったことで、いろいろな平均が出てきたことである。そのことにより、その一つひとつの長所・短所を検討しながら、通常の平均についての理解も深まったといえると思う。

４．おわりに

自らが測定し、そして、身近な、しかも生きているデータを分析するときの生徒の眼の輝き、いつもの教室より活気あふれた、こんな言葉が今回の授業を象徴する。そして、皆が１つの答えを求めるときとは異なり、それぞれの生徒が自分なりに考察していく姿は、オープンエンドアプローチならではと言っても過言ではなかろう。そのことから、教材の工夫やアプローチの工夫は、今後も続けることが大切であることをつくづく感じる。

さて、今回実践した「資料の整理」は、偶然にも小学校で夏苅氏も実践されており、共通して言えることは、教師の方が教えなくても児童・生徒はいろいろな角度からものごとを考察、発見するということである。それは、まさにオープンエンドアプローチがもたらす恵みである。同時に、現在中学校２年で扱っている内容は、小学校段階でも十二分に扱えるということでもある。つまり、カリキュラムを抜本的に見直す必要があるということである。

最後に。昨年度の最後に書いた「情報過多の今日、それをどう取捨選択して、どう判断していくかの能力を身につけさせたり、１つの表や図をみて、自らそこに潜んでいる関係等を見い出したりする活動は大きな価値がある」を締めくくりの言葉としたい。

中学校における数学的モデル化を利用したオープンエンドの問題の開発（2年次）

ー　中学3年　「人工衛星から見える範囲」　ー

東京学芸大学附属世田谷中学校　　山崎　浩二

I　研究の目的

本研究は次の2点を論拠として出発している。1つは、数学教育における数学的モデル化の問題の具体化である。これは、数学を通して育てなければならない学力が、ただ単なる無矛盾な形式的な体系を知るだけの教科だけでなく、数学的な考え方に代表されるような思考や態度を含む数学を通しての行動類型、さらには狭義には数学化であり広義には公理論的方法をも含む数学的活動や数学過程にまで言及してきている昨今、当然それらを意図した指導方法の開発と、それらに見合った評価が可能となる課題を開発すべき現状がある。（国研 1992）オープンエンドの問題を用いた指導展開はその一つの実際であり、数学的モデル化を利用した題材はその一端でもある。（拙稿 1992）もう一つは、日本の図形教育に関するカリキュラムの見直しとの関連である。国際的にみて、幾何教育のカリキュラムは多様であり、それぞれが各々の国の文化や思想を反映しているといえる。わが国の幾何カリキュラムはユークリッド幾何の系統を一番顕著に踏襲しているものといえ、ゆえに生徒の実態とかけ離れたものになりがちであるとの指摘も多い。（長崎　1992）イギリス等の国定カリキュラムや教科書に見られるような、生徒の身近な場面から図形的な見方や考え方を引き出す試みは一つの示唆といえ、そのような試みはわが国でも強調されてきた経緯はあり、その取扱いと可能性については今後とも課題となるものである。

以上の立場より、本研究では、数学的モデル化の題材を開発し、それらを取り扱う中での生徒の様相について検討するとともに、数学的モデル化過程の授業展開のあり方について考察することを目的とする。

II　研究の方法

上記の主旨のもとに、実験授業を行い、次のものをもとに分析を行うことにする。

1　ワークシートに記述された生徒の反応の分類

2　授業中の教師と生徒の発話記録

3　インタビューでの生徒の発話記録

Ⅲ　研究の実際

1　課題の設定

課題設定については、次の２つの観点を規準とした。

・生徒ができるだけ事象の幾何的表現（geometrization）によるアプローチが可能なもの。しかも、その解決過程においては、なるべく中学校の図形領域の内容を中心とした初等的な方法による解決が試みられること。

・いわゆる教科書に取り上げられているような、既に多くの仮定や条件が設定されている類の問題ではなく、生徒が自らその仮説を設定して、数学化する過程をふめるような課題設定ができるもの。

本研究では、次の課題を採用した。（島田　1990）

日本の打ち上げた静止気象衛星ひまわり４号の高さは地上35790kmである。 ここから地球上のどのくらいの範囲までが見えるであろうか。

(1) データの収集と「範囲」の決定

問題解決に際しては、各自必要なデータを収集することになる。例えば、地球の半径は、赤道半径6378.140km，極半径6356.755km（IAU楕円体 1976）、ひまわり４号の位置は140°E赤道上、軌道傾斜角0°、などである。（数値はいずれも『理科年表』参照 丸善 1991）生徒は集めたデータをもとに、影響力の少ないと思われる要素を捨てて大局的に考えたり、概算や近似式などの近似の考えを用いることになる。例えば、地球を球体と仮定したり、大気圏内の光の屈折を無視すること、あるいは弧ABと直線ABを同一視したり、$AB=\sqrt{(R+h)^2-h^2}=\sqrt{2Rh}\sqrt{1+R/2h}\fallingdotseq 6.52h$（$R\fallingdotseq 5.6h$）の近似計算などがそうである。それぞれ近似した際の値と実数値との差が地球上の実際の距離にどの程度の影響を及ぼすのか考慮することも必要となる。

さらには、生徒は見える範囲を何によって示すのか決定する。「○○から△△まで」と直線的に距離で表そうとする生徒がいれば、「○○一帯」などと面積を用いて２次元的表現をする生徒もいる。「どの程度の範囲」が「見える」のかということを、どのようにモデル化するかが問題となる。仮に、地球が丸いということから、衛星の位置から引いた接線の接点が作る弧の一部を見える意味とすることによって、例えば図１のようなモデル化などが考えられる。

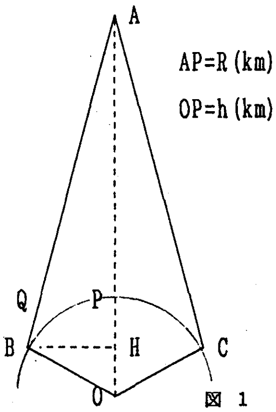


図 1

このように、範囲の設定には次のようないくつかの解釈が考えられる。

例：1)　$AB=\sqrt{(R+h)^2-h^2}\fallingdotseq 6.52h$　　$BH=6.52h\times 1/6.6\fallingdotseq 6300$ (km)

2)　$PB=\sqrt{BH^2+PH^2}\fallingdotseq\sqrt{(5.6/6.6)^2+(6.52/6.6)^2}\ h\fallingdotseq 8306$ (km)

3)　縮小図による$\angle POB\fallingdotseq 86^\circ$　　$6378\times 2\times\pi\times 86/360\fallingdotseq 9568$ (km)

この他にも、視界範囲について平面・斜影のいずれの幾何モデルを用いるかによっても近似の方法が異なり、大気の屈折率を考慮することや地球を楕円体に仮定することによっても結果が変わってくる。こうした条件や仮定を教師が与えてしまうのではなく、生徒が自分の目的に合わせて適当な仮定をつくり、学習をすすめていくことによって、正答の多様性を生かすことができ、これがオープンエンドの中での数学的モデル化の利用の立場の一つでもある。

(2) 授業計画とその実際

授業は４時間扱いとし、次のように計画実施した。

第１・２時　人工衛星から見える範囲の求め方について考える。

第３・４時　各自が考えた方法をもとに実際に見える範囲について確かめる。

それぞれ、第１時に一斉指導の中で条件設定について共通理解を図り、第２時に各自で解決し、第３時ではそれぞれの方法について討議し、第４時で実際に見える範囲を検証する、という展開とした。なお、第３時では各自の方法を少なくとも周囲の生徒と確認できるために、20分程度グループ学習を交えることにした。（表１）

実験授業は２クラスで行った。この２クラスに対して、次のような条件設定を行った。一方のクラスでは、第１時の際に解決の方法についても教室全体である程度討議を行い、方略の見通しをつけてから各自が解決したのに対し、もう一方はまったくそのような機会をもたずに各自が解決にのぞんだ。つまり、解決過程の自由度については、後者の方によりオープン性をもたせた。（以後、前者をＡクラス、後者をＢクラスとする。）

授業者はＡ，Ｂ両クラスとも山崎があたり、観察者は、第１・２時についてはそれぞれ１名、第３，４時についてはＡには６名，Ｂについては２名つけた。観察に際しては、授業者、観察者とも発話記録をとり、さらにはVTRを用いて授業全体の様相を記録した。その概要は次の通りである。

対象学級：　東京学芸大学附属世田谷中学校３年　Ａクラス（男子19名 女子20名）
Ｂクラス（男子20名 女子20名）

日　時：　第1·2時　Ａクラス 平成４年９月25日（金）　Ｂクラス ９月４日（金）
第3·4時　Ａクラス ９月29日（火）·10月２日（金）
Ｂクラス ９月７日（月）

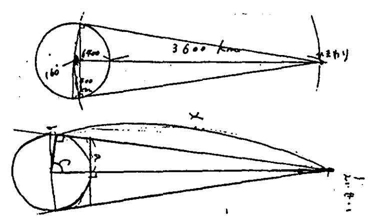
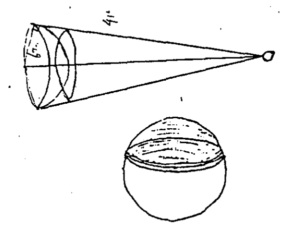
時	学　習　内　容　・　活　動	指導上の留意点
1 ・ 2	1　課題を把握する。 2　条件を設定する。（数学化の段階） モデル化に必要な条件を各自で決める。必要があればクラス全体で共通理解を図る。 3　解決する。	・必要なデータについては理科年表や資料集などを使って各自に調べさせてもよい ・電卓が必要な生徒には使用を促す。
3 ・ 4	4　グループでお互いの考え方を知らせ合いその中で最適なものを選び出す。 ・いくつかの観点のもと（厳密性、明確性、論理性など）グループの代表作を決める。 5　グループごとに発表を行う。 ・それぞれの方法の長所、短所について考える。 6　最適化を行う。 ・いちばんよいと思われる方法はどれか。 7　実際に見える位置を検証する。 ・自分たちの選んだ方法をもとに、地図や地球儀などを使って見える位置を確かめようする。	・3，4人程度のグループとなる。 ・討議運営がはかどらないときは、適宜教師が助言する ・発表者がグループの代表作を板書し説明者が説明する ・それぞれの方法についてその妥当性を検討、最適化する ・図法の違う地図や地球儀を生徒に用意させ、適当なものを選がせ、検証させる。 ・余裕があれば課題をさらに発展させる。

表1　実験授業の展開

2 考 察

(1) 生徒の反応の分類

生徒の反応については、その全員が解決過程で図的表現を用いており、その表現は平面的表現と立体的表現とに分けられた。

平面的表現	立体的表現
	

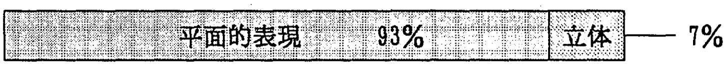


表2　生徒の反応（表現方法）

この課題においては、問題の中に幾何的な関係を見いだし、事象を幾何的な表現を用いて数学化しその中で解決を試みているといえる。そのほとんどが平面幾何の問題に置き換え、そこで成り立つ関係や法則を用いている。立体表現をした生徒の中では、最初から見える範囲を面積で表そうとしたものがほとんどであった。中には、「暗い部屋の中で地球儀に向かって懐中電灯をあてたようなもんだね」と事象から別の事象に置き換える作業を行う生徒がいたり、実際に地球と視界との模型をつくり実験をして確かめようとする生徒もいた。

生徒の反応例については、そのほとんどが１点から円（地球）に向けて接線を引くというモデルをつくり解決を試みていた。そこで求める「範囲」の表現の方法としては、「〇〇から〇〇まで」「〇km」と１次元的表現を用いたものと、「〇〇一帯」「〇km²」と２次元的表現を用いたものに分けられ、それぞれその結果から分析すると次の９つの型が見られた。

１次元的表現	
・ＢＨ-型	・９０°-型
・ＢＰ-型	・弧ＢＣ-型
・ＰＱ-型	

２次元的表現	
・ＢＣを直径とする円	・帯図型
・部分球の面積（中心角型）	・投影型
・部分球の面積（減法型）	

ＢＨ，ＢＰ，ＰＱ，弧ＢＣ-型はそれぞれ範囲として求めた部分で分類している。９０°-型は地球の直径まで作図に利用した型である。部分球の表面積（減法型）は半球の表面積から余分となる部分を引く方法。帯図型は帯のように斜線部分を範囲とした方法。投影型は球の一方に壁を立て、点光源をあてできた球の影の部分の面積を範囲とした方法。

また、幾何的な表現を用いたあと、そのあと相似を中心とした幾何的な解決や三平方の定理など用いた数式的な解決、さらには実測を交えた実験的な解決など、生徒によって様々な様相が見られた。そこで、その数学的な処理の類型についても次の３つの型に分けてあわせて分析を試みた。（表３）

① 相似と三平方の定理を用いての図と数式的処理
② 相似に実測を交えた実験的な処理
③ ①②の複合型

Ａでは８種類の反応が見られた。もっとも反応が多かったのはBH-型で、三平方の定理と相似条件を使いながら数式的な処理で求めていた。次に多かった反応は弧BC-型で、△ABOを作図して∠AOBを実際に分度器で計り取り求めた方法と、三平方の定理を使わずに作図のみで∠AOBを概測し求めた方法の２つに分かれ、さらには三角関数表を用いた生徒も２名いた。２次的表現については、「範囲」という言葉のイメージよりそのような表現を用いた生徒が多かった。部分球の表面積については、その方法がいちばん解答としてふさわしい、確実だ、との指摘もあったが、中学校の数学科の内容では処理できないことから、方法と

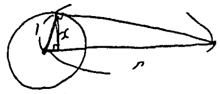
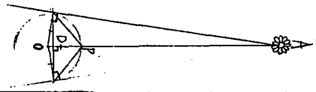
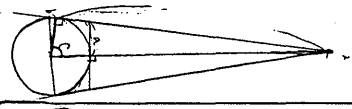
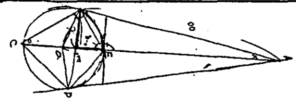
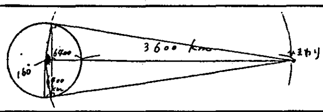
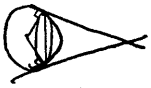
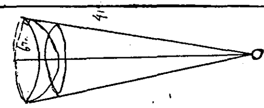
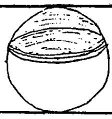
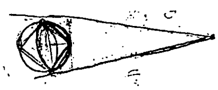
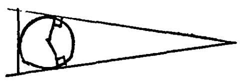
解答類型	具　体　例	学級	人数	処理類型 ①	 ②	 ③	合計
1．1次元的表現							69
BH-型		A B	26 3	26 3	— —	— —	29
BP-型		A B	3 3	2 1	— —	1 2	6
PQ-型		A B	1 4	1 4	— —	— —	5
90° -型		A B	3 1	2 1	— —	1 —	4
弧BC-型		A B	11 14	— —	6 4	5 10	25
2．2次元的表現							32
BCを直径とする円		A B	7 5	7 5	— —	— —	12
部分球の表面積 中心角型		A B	2 12	— —	1 1	1 11	14
部分球の表面積 減法型		A B	0 2	— 2	— —	— —	2
円錐の表面積		A B	1 1	1 1	— —	— —	2
帯図型		A B	0 1	— —	— —	— 1	1
投影型		A B	0 1	— 1	— —	— —	1

表3　　生徒の反応（反応別）

して選択した生徒は２名だけであった。

Ｂでは11種類の反応が見られ、もっとも反応が多かったのは弧BC-型であった。ここでは、特に「範囲」の定義について生徒が各自でどのように設定しようかとかなり悩む姿が目につき、すべての生徒が方針を決め解決実行に移るまでに16分ほどかかっている。（Ａは４分である）。やはり、２次元的表現を選択した生徒が多かったのは「見える範囲」を面としてイメージしたものが多かったからである。次いで多かったのが部分球の表面積で、その求め方は、中心角と弧の長さの関係をそのまま面積にもあてはめようとしたものが多く、方法的にはその正否に疑問をもつ生徒が多かったが、近似的にみればよいとする考えも見られた。

処理類型から見ると、Ａでは比較的式を中心にした数学的な処理が多かったのに対して、Ｂでは実測と式を交えた処理が多かったといえる。円の性質、相似関係、三平方の定理といった中学３年までの初等幾何の内容を総合的に発揮するとともに、必要に応じて実験・実測を用いた解析的なアプローチを伴っている。特に、数学では学年が進むにつれて実験的な取扱いは指導することが少なくなりがちではあるが、作図を取り入れていくことで適宜その機会を与えることは可能なのではないか。内容的な側面だけではなく方法的な側面から見ても、このような作図を伴う問題はオープンエンドの問題として活用の可能性を示唆しているともいえる。

(2) 授業中の生徒と教師の発話記録

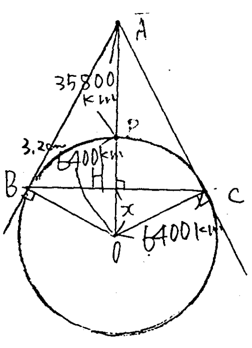
授業中の生徒と教師のやりとりについて、授業記録とVTRから明らかにした。特に、その問題把握から条件設定、数学化までの過程の中での記録について示すことにする。（ここでは紙面の都合上Ｂクラスのみの記録について記すこととする。）

<B 9/4 8:41～8:57>

T1 今日はこんな/このような/問題を考えてみようと思うんだけど。/どう/いつものように問題を解くときに/これでだいじょうぶかな。
P1 何か難しそう。/ P2 範囲って/何求めんの/ T2 どう/ P3 地球の半径がわからない。/
T3 地球の半径が必要なの。/ P4 たぶん/ P5 こりゃあ/理科だ。 T4 何で必要なの。/
P6 図かくとき/ T5 図が必要なのか。/ー/誰か知ってる。/ P7 えー/確か/6378/
P8 なんか/めんどくせえ数学だな/
T6 めんどくせえ？/ー/地球の半径が必要だっていうから/ー/6378とする/ー/kmだよね/ー/他には/
P9 人工衛星がどこにあるか/ T7 これは/ー/必要？ P10 どこに人工衛星があるかで見える位置が違うと思うし/
T8 そうか/これは知ってる人いる？/ー/いない/ P11 いるわけないよ。
T9 これは調べておいてもらおう/ー/○君/お願い/ー/他には/
P12 はい/ー/その/その/人工衛星の窓はどのぐらいの大きさか/ P13 何だそれ/
P14 え/だってー/小さい窓だと地球が見えないかもしれないし/大きいと全部見えちゃうかもしれないし/ー/
P15 かんけえねえよ/ P16 どうでもいいことじゃん/ T10 これ/決めといた方がいい？/
P17 だって/困らない？/困ると思う人/ー/じゃいいよ/
T11 もし困るんだったらそれぞれ窓の大きさによって違うことを解いている途中で書いてみてよ。
P18 何か/求めるもんが球面になりそうなんだけど。/ P19 先生/ー/ゆり２号の高さは垂直ですか。/
T12 ほう/ P20 垂直の方がいいんですけど/
T13 垂直でいい？/ー/じゃあ/ー/垂直ってどういうこと/ーー/あ/こういうことね/いい？/じゃ/ゆり２号の高さは垂直とする。/他には/ P21 範囲がよくわからない/ T14 範囲って/ P22 範囲の何を求めるのか。/
T15 ー/これはどうしようか。/ーー/ P23 たとえば/ここからここまでとか/このへんとか/いろいろある/
T16 何かいろいろありそうか/ー/じゃあとりあえず各自で範囲の求め方を決めて求めてみよう。/何か困ったことがあったらまた考えてみよう/じゃあ始めてごらん/

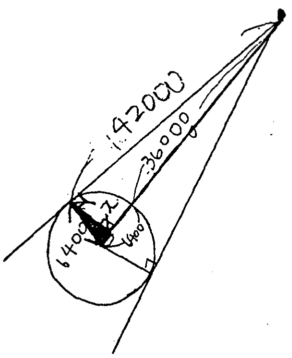
条件については、地球の半径等の数値に関するもの、視点となる位置とその状態について学級全体で定義した。生徒はこの後自ら「範囲」の定義を行っている。次に３人の生徒について、その様相について記す。

ア．生徒Kの活動



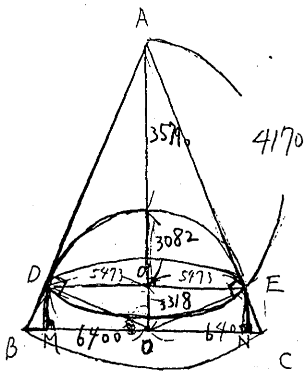
生徒Kは、何を求めてよいのかしばらく迷っていたが（２分）、右のような作図を始めた。「これ求まるか」と２度（１度はつぶやきでもう１度は隣の生徒に話しかけ）発語し、またしばらく考えていた。「ここだったら求まる」とPBを指して求めようと数式を書き出し、電卓で計算も始めた。電卓の桁数でエラーを出し何度か数値を近似させてはいたが、BHの長さを求めまたしばらく作業が止まった。ワークシートの右の方に小さく三角形を書き出し、相似の関係を確かめながら、PBの長さを求めた。すぐに３つ前に座っている生徒の所へ行き答を確認してほぼ同じことを確認してほっとしていた。

イ．生徒Ｉの活動



生徒Ｉは、周囲が一様に衛星からの地球を示す円へ接線を引き出すのを見て、「何でそんな図がかけるの」としきりに言い出した。「こう定義すればいいんだよ」といわれても納得がいかず指導者を呼んだ。「見えるってことはこうでしょ」と手を使って範囲を表現しようとし、「地球の半分全部が見えるんじゃないの」と言うと、隣の生徒が「でもすみの方がちょっと見えなくなるじゃん」と言われ「すみってどこ」「ここ」「･･･ああ、それでこんな図が書けるのか」というやり取りの後、右の図を書きだした。

ウ．生徒Tの活動



生徒Tは作業始めの指示から黙々と作図を始め数式をたてていた。観察者から「これは何をやっているの」と聞かれ、「一点から光をあてたときに後ろの壁･･･壁があるとして、そこに円ができるから、その円の面積と見える範囲の面積がだいたい等しいと思って」と答えた。「本当に等しくなるの」「これからそれも確かめてみるつもり･･･」かなり図に書き込みが見られ、複雑な計算を電卓を使って行っていたが、最後は「たぶんこれでいいと思う」と得意げであった。

Ａ，Ｂ両クラスとも、最初の条件設定から問題の解決までで第１，２時（90分）を費やし、第３時ではそれぞれの方法についてグループおりを中心に活発な意見の交換がみられた。これは、すべての生徒が解答を得られたことと、それぞれが求めた「範囲」の定義が異なることがあったためと考えられる。第４時では、実際にどこまで見えるのかを地図や地球儀等を使って検証した。得られた結果を平面の地図に照らし合わせて表現することに難しさを感じる生徒が多く、またＡクラスではＢＨの長さが地図にしても地球儀にしてもうまく近似できていないと、別の方法に修正する生徒も多かった。ここでは、あるグループの結果と生徒の記録を記すことにする。（表４）

(3) インタビュー での発話記録

授業後に数名の生徒をよんで授業全体の感想についてインタビューを行った。おもに、授業の感想を中心に質問したが、次に、そのインタビュー内容を書きとめたいくつかの回答を記すことにする。

1 計算がとても大変だったから、それだけで考えているときと同じくらい時間がかかった。計算はやさしくても、よりじっくりと考えねばならない問題を出してもらいたいと思う。
2 よくわからなかったけれど楽しかった。今までの知識をすべて使って１つの問題を解くというのは楽しい。
3 使う知識も、答えもさだめず、自分の思う通りに解くというのがとても楽しい。数学は、答えよりも答えまでの過程が大切なんだという考えが一層強くなった。
4 数が大きく、電卓でも計算しにくく大変だった。各班の発表の時、いろいろな人に意見がきけておもしろかった。どうすればよいか考えるのに時間がかかった。すごい考えがたくさんあって驚いた。
5 ふだん授業はとてもこまかいものを求めるものだが、たまにはこういった大きなものもいいと思った。
6 この問題は、範囲の基準を長さにするか、面積にするかによって、答えが求められたり、求められなかったりするので、難しいと思った。文章が短いので、いろいろな場合が考えられ、難しかった。数が大きいと、誤差や計算まちがえがたくさんあって、大変だと思った。
7 久しぶりに考えさせられる数学の問題をやった気がします。Ｙ先生の入れ知恵（？）で、ようやく解けました。うれしかった。こういう問題だといろいろな解け方ができてしまうので、おもしろいですね。
8 この問題のように、問題を解く時に、２次元の考え方ですると、考えを立体的にするときに、矛盾が生じてしまって、問題を解くのが難しくなってしまった。この場合は、ゆり２号から見える距離はでても、日本からの半径で考えると、球と平面での矛盾ができてしまった。このような問題を解く方法が知りたい。

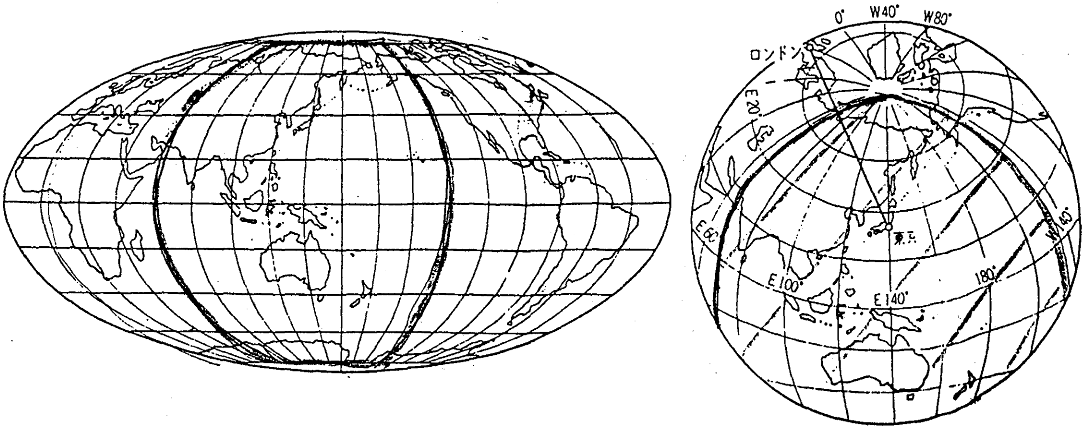


表４　生徒の反応（検証）

Ⅳ 考 察

本課題では、適当な問題場面を含んだ場面を選び、その場面の状況を適切な数学的表現で表し、研究の対象となるような問題を生徒自身に構成させ、解決の過程において今までの数学的な知識や数学的な考え方をあらためて確認、もしくは発見できるような展開を企図してきた。その意味では、生徒一人ひとりがそれぞれの能力に応じたアプローチが可能であり、しかも生徒のもっている数学の知識を総合的に生かす場が持てる機会となるのではないかと考える。数学的モデル化については、「代表の選出」の問題のような規約的なモデルとは性質が異なり、事象をどれだけ厳密に表現できるか、正確にとらえられるか、検証が可能か、などが最適化の規準となるものである。いわゆる記述的なモデル、実験的なモデルといえ、自然科学の分野では数多くみられるものである。このような問題は、生徒にとって、ある意味では活動や思考の範囲の広い問題といえる。生徒自身のもつ知識や注意深い観察を通して、適当な条件をつけ加えることによってはじめて狭義の問題が生まれてくることになる。具体的に何を必要な要因とし、何を不必要なものとして切り捨てて数学の問題と化すか、生徒の能力にゆだねられることにもなる。ただ、各自が設定し、得られた答を一つの成果として評価し、協力学習等でお互いの解答について議論し合い、さらに実際に検証しようとする展開をふむことで、生徒にとっての数学的な活動を何らかの形で刺激できると考えられる。今後とも、例えば、仮説を設定したり、実際に測定し作成したり、そのために必要な資料や情報を集めたりすることで、「事象を数学化する」「仮説を検証する」「公式を推測する」ような活動をもっと数学の授業中に組み込めていけたらと思う。

<参考文献・引用文献>

国立教育研究所；特定研究「基礎学力」調査報告書－第一次報告書（平成２年度調査），pp. 11-16，1992

山崎，池田；「代表の選出」「ピザの分け方」，小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究（研究代表者 橋本吉彦），文部省科学研究，pp. 118-135，1992

長崎 栄三；図形教育について，教科通信 第30巻 第1号，教育出版，pp. 2-4，1993

島田 茂；教師のための問題集，共立出版，p. 57，1990

オープンエンドの問題を用いた授業を見て
～　中学２年　１次関数の導入　～

横浜国立大学大学院　宇田　訓子

１．はじめに

平成３年６月、学部４年生の時の東京学芸大学附属世田谷中学校での教育実習の際、オープンエンドの問題を用いた２つの授業を参観した。２つの授業とは、ともに一緒に実習した実習生が行ったもので、私自身は授業をしていないのだが、２つとも授業からその反省までの過程に身近に関わることができた。というのも、実習中私達は、配当された学年を問わず、お互いの授業をすべて見、記録をとり、授業後の反省会も実習生全員で行ったからである。そこで、オープンエンドの問題を用いた２つの授業について、ここにまとめることにしたい。

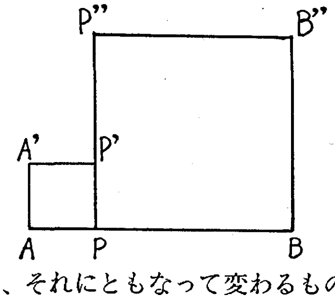
２．授業の概要

ともに１次関数の第１時からの授業で、一般式や傾きなど知識の指導ではなく、広く関数の１つの例として、１次関数をとらえさせることを意図した授業だった。

（授業Ａ）平成３年６／４（火），６／７（金），６／１２（水）　各２時間

指導者　細矢　和博

(1) 扱った問題



右の図のように、長さ10cmの線分AB上に点P をとり、AP, PB を一辺とする正方形を線分ABについて同じ側につくる。

いま、点P が線分AB上をA からB まで動くとき、それにともなって変わるものを調べてみましょう。

(2) 反応例

・ＡＰの長さ

・ＰＰ’の長さ

・ＢＰの長さ

・ＡＰを一辺とする正方形の周りの長さ

・ＢＰを一辺とする正方形の周りの長さ

・２つの正方形の周りの長さから２つの正方形が一致している部分を引く

（上図でＡＢＢ’Ｐ”Ｐ’Ａ’の長さ）

・２つの正方形の面積比

・２つの正方形の面積の和

・２つの正方形の面積の差

・ＡＰを一辺とする正方形の面積

・ＢＰを一辺とする正方形の面積

・ＡＢに対するＰＰ’の比

・Ｐ’の上がり方とＰ”の上がり方が同じ

(3) 授業の特徴

・ともなって変わる２量がどのように変化するかを班ごとに調べて、それを発表してもらった。

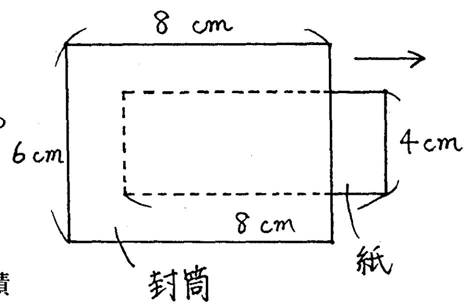
・比例、１次関数、２次関数、分数関数が出てきたが、すべてを扱った。

・班で調べた結果を、ＯＨＰを使って見せた。

（授業Ｂ）平成３年６／５（水），６／１１（火），６／１４（金）　各２時間

指導者　菊地　智美

(1) 扱った問題



封筒のなかに紙が入っています。これを引っぱってとり出します。

＜既習事項＞

・引っぱる長さと封筒の外に出ている紙の面積にはどんな関係がありますか。

＜１次関数＞

・引っぱる長さと、封筒と封筒の外に出ている面積の和ではどんな関係になりますか。

<オープンにして他の関数との比較>

・紙を引っぱっていくとそれにともなって変わるものは他にありませんか。さがしてみましょう。　…＊

(2) 反応例　（＊に関して）

・封筒の中身の紙の長さ

・封筒と外に出ている紙の合わせた周りの長さ

・封筒の中にある紙の面積

・封筒の中で紙のない部分の面積

・封筒の中で紙のない部分の周りの長さ

・封筒の外に出ている紙の部分の対角線の長さ

・封筒の外に出ている紙の部分の対角線が交わる角度

(3) 授業の特徴

・封筒と紙を提示して、実際に動かして見せた。

・最初は調べるものを指定して既習事項を確認した。その後で、同じ問題をオープンなかたちで扱った。

・＊に関して、ともなって変わる２量がどのように変わるか、列ごとに調べて発表してもらった。

・比例、１次関数、無理関数、三角関数が出てきたが、全て扱った。

・無理関数、三角関数に関してはコンピュータでグラフを見せた。

３．授業の考察

授業後の反省会で出された意見、生徒に書いてもらった授業の感想等をもとに、今回の授業について考察した。

①授業展開の考察

＊生徒は

・１次関数だけでなく色々な関数を取り出してその変化を考察し、式・表などで表現できた。

・色々な関数の中の一つとしての１次関数をとらえることができた。

・単元中の定義（変化の割合など）の定着が不十分になった。

＊１次関数の範囲での課題と単元から逸脱した内容部分の課題を扱うバランスは適当だったか。

＊多くの関数を出すのは、１次関数かそうでないかの弁別が目的なのか、あるいは事象を式化することが目的だったのか。

＊評価が達成できる授業だったか。

＊時間中で一番ウエイトを置くべき部分はどこかを考える。

＊グループで調べたよさはどこにあったか。

生徒は、１次関数以外の関数にとても興味を示してくれたのだが、そのような本来の単元の範囲外の関数（例えば２次関数などの未習の内容）の扱い方には注意する必要がある。あくまで他の関数は１次関数との比較対象であって、１次関数の単元でおさえるべき事項の取り扱いについては、本時あるいは次時以降に必ずおさえるよう配慮すべきである。

②授業Ａを実施したクラスの生徒39人の感想文からの考察

（感想文における生徒の主な意見）

＜授業に関して好意的な感想＞

＊（点p が動くことによって変わるものとして）辺の長さや面積ぐらいしか思い付かなかったが、よく考えてみると面積の比だのなんだのとたくさんあって本当にびっくりした。

＊たくさん問題をやらされるより、１つの問題を追求するのが好きなのでよかった。

＊みんなの意見をたくさん取り入れ、機械を使って（ＯＨＰ）分かりやすかった。

＊興味深かった。　　＊楽しかった。　　＊おもしろかった。

＊内容がよく分かった。

＊班に分けて問題をやったり、それを発表するのがとてもやりやすくおもしろかった。

＊作業も多くておもしろかった。　　＊教科書通りではなかったのでよかった。

＊（ふだんの授業と違ったので）ただ、ただどこが１次関数（の授業）なんだ？と最初のうち不思議だった。

＜授業に関して否定的な感想＞

＊少し生徒の意見に左右されがちだった気がする。

＊同じ問題をずっとやっていたから、途中であきてしまいがちだったから、いくつか違う問題をやったほうがいいと思った。

＊少数の意見をとりすぎてうるさかった。

＊１つ１つの部分に時間をかけすぎだった。

＊はじめに何をするか言ってもらった方がよかった。

<具体的な指導事項に触れられていた感想>

＊y=ax+bのa と(yの変化量)/(xの変化量) ［言葉を忘れてしまいました］が、なぜ同じ数値になるのかわからなかったので教えてもらいたかった。

＊変化の割合が全て、どこをとっても２になったのには、何かだまされているのではと疑った。

＊y=ax+bのグラフがかけた理由は、結局「y=axにb をたしたものだからy=axに+bしたところに点を打てばいい」でいいのか。

オープンエンドを扱ったこの授業は、おおむね好評だった。他人の考えをきき、新しい見方が分かったことがよかったという感想も多かった。また、ふだんの授業との違いや、１次関数以外の知らない関数が出てきてどうしたらいいか、と不安になった生徒もいたようだ。

③まとめとして

・教科書にないような導入問題を扱ったことが生徒にとって新鮮だったようである。また、課題に熱心に取り組んでくれ、活発な授業だった。

・問題がオープンに設定してあったことは、広く関数の１つとして１次関数をとらえさせたいという授業の目的にあっていた。また、他の関数との比較によって、より１次関数の性質を明確にすることができた。

・オープンエンドの問題であったために、自分が答えた以外にも関数が出てくるのを他の人の意見から気付くというような相互作用が活発であった。

・１つの問題を、１つの単元の導入にしてはかなり時間をかけて扱ったが、その間前時とうまくつなげること、生徒の興味・関心をずっと持続させることが難しかった。

・単元中の定義の定着が不十分になった。

・出てきた関数１つ１つに時間をかけ過ぎないよう注意する必要がある。

④今後の課題として

・ふだんの授業の中で、無理なくオープンエンドの問題を扱う時間を設けてくようにする。

・今回の授業においては、色々な関数が出てきたが、そのような単元の範囲以外の事項を生徒の理解の妨げとならないよう考慮する。

4．おわりに

オープンエンドの問題を用いた２つの授業はとても興味深かった。答えが１つではない数学の問題が私には新鮮であったし、また生徒の様々な考えに感心させられた。答えが１つではない点が、生徒が主体的に問題に取り組む１つの動機付けになると思うが、主体的な学習のために、なげかける課題が、生徒にとってより必然性のあるものにすることも考えなくてはならないと思う。

また、私自身オープンエンドの問題を用いた授業を受けた経験がなく、実際に授業をしたら、生徒からの様々な意見をどのようにうけとめたらいいのかなど、戸惑ってしまうことも多いかもしれないと感じた。

図形領域の一事例

横浜国立大学大学院　保田美由紀

1．はじめに

課題を扱う学習場面としては，単元の導入部，展開部，まとめ，あるいは独立したトピック的な場面がある。それぞれにおけるオープンエンドの課題の価値は，それぞれに異なるであろう。そのような意味を何も考えずにオープンエンドの課題を用いたグループ学習をテーマとした卒業論文を作成していた。そこで，もう一度卒業論文作成の際の授業を，導入場面の一事例として見直してみたい。

オープンエンドアプローチの指導法は，多くの研究者によって十分に研究され，オープンエンドの課題は導入部やまとめ，トピック的な場面で有効であるといわれている。しかし実際の授業においては，適切に位置付けられて，多くの先生方に実行されているとは言い切れない。それは，まだまだオープンエンドアプローチの授業が“特別な”授業だと思われているからかもしれないし，事例がまだ足りないためかもしれない。そこで，オープンエンドアプローチの“普通”の授業を考えてみようと考えた。

2．実践授業

①日時　平成3年11月12日(火)5･6，7･8校時，　28日（木）2･3校時

②場所　東京学芸大学付属世田谷中学校，　湘南白百合学園中・高等学校

③対象　2年C，D組　2年梅・百合組

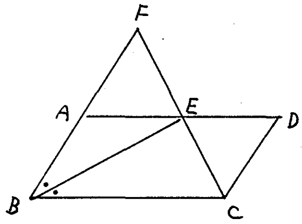
④指導者　山崎浩二先生　石河由美先生

⑤単元名　三角形・四角形　（三角形が終わり，平行四辺形の導入）

⑥ねらい
・既習事項を使って，平行四辺形の性質等新しい性質を見つけ出すことができる。
・簡単なことや知っていることの組み合わせで，難しいと思われていたことが見つけられたり，自分で数学を構築できたりする楽しさに触れることができる。

⑦展開　　ⅰ問題提示

ＡＢ＝1/2ＢＣとなる平行四辺形ＡＢＣＤがある。∠ＡＢＣの二等分線と辺ＡＤとの交点をＥとする。辺ＢＡの延長とＣＥの延長との交点をＦとする。こうしてできた図において，辺や角，三角形等について，いろいろな関係があるが，それをできるだけたくさん見つけなさい。



ⅱ個人活動

証明は省き，関係を挙げるだけにさせる。

ⅲグループ活動

それぞれに見つけた関係を説明しあう。後で，グループで発表させるものを選ばせておく。

ⅳグループごとに発表

ここでは，説明・証明を省く。

ⅴ発表した内容を説明する

⑧授業の実際

ⅰ問題把握・個人活動について

世田谷中学校では，両組とも既にオープンエンドの問題に慣れ親しんでいるので，即座に問題を解こうとしていた。個人活動においても，やはり問題に慣れているので，対頂角や錯角が等しい等の解答を多く挙げることに留まる生徒はいなかった。

一方，湘南白百合学園の方では，「何をやるのか分かりません」という質問が出，石河先生に具体例を出して説明して頂いた。例の中には錯覚が等しいというものも含まれていたため，最初のうちは錯覚・同位角・対頂角の関係や平行四辺形の辺の平行の関係などを挙げることが多かったが，後でグループ活動をするので「友人にこんな簡単なものばかりを見せられない」と複雑な関係を見つけようとするようになっていった。

ⅱグループ活動について

どちらの学校でも，ほとんど解答を分かっていることから連鎖的に見つけようとするのではなく，図を見て直観で見つけたものを一つずつ証明していた。また，

未習事項と既習事項の区別がつかず，本来見つけて欲しい新しい性質である平行四辺形の性質を当たり前のことで片付けてしまうグループも少なくなかった。これに関しては，両先生がうまく配慮して下さり，説明のときに確認して下さった。

世田谷中学校では，他のグループには見つけられない関係を探そうという意欲が強く，自分たちで辺を延長し，問題の中にあった図だけにおさまらなかった。

ⅲ発表・説明について

世田谷中学校では，時間短縮のため問題の図をかいた模造紙を用意して，それに書き込みながら発表させた。湘南白百合学園では，黒板の図を使って発表させた。そのため，一度書き込んだものを消す等，能率的とはいえなかったが，同じ図を使うことによって，今証明されたものを使って証明しようとする態度が，世田谷中学校よりも多く見られた。このような発表により，今証明されたことからまた新しいことが分かるということをより強く印象づけられたようである。

このことから，実践授業での説明する順番は班の順番であったが，説明の順番は決めずに，これからしようとする証明に，今証明されたものを使う班から発表させるという方法も考えられる。このことについては，今後の課題としたい。

３．考察

本来ならば様々な点について考察するべきであるが，ここでは，課題を中心に考察していくこととする。

課題設定の理由は以下のとおりである。

ⅰ　三角形等，既習事項の確認ができる。

ⅱ　平行四辺形の性質を既習事項を用いて見つけることができる。

ⅲ　既習の知識・技能・考え方をいろいろに組み合わせて新しいことが発見できる楽しさを感じることができる。

ⅳ　証明問題の苦手な生徒でもたくさんの性質を探そうとすることによって，論理的な思考や直観力の育成に役立つ。

ⅴ　ⅰ～ⅳを通して，数学をする楽しさを感じることができる。

このような理由で課題を設定したのだが，平行四辺形の導入として，果たしてこの課題が適切であるのであろうか。

まず第一に，この課題は考えられる関係が多すぎる。図形を拡張しないで，問題の図の中で辺，角，三角形の関係だけで，40近くもの関係が見いだせる。あまりにも見つけられ

る関係が多過ぎて生徒にとって，今，自分は何をしているのか分からなくなってしまいやすい。

この授業案のねらいは，「既習事項を確認し，それを使って新しい性質を見つける」ことである。そのため，導入場面で扱うことが望ましいと考えたが，そのことの徹底ができず，実践授業では既習事項と未習事項をはっきりと区別しなかったために，未習のことを既習事項として扱っていた。上でも述べたが，このことは，両先生の配慮により事無きを得たが，改善すべき点である。しかし，このことから，この授業案は導入場面以外でも扱うことが可能ではないか。逆に，導入場面で扱うべきではなかったのではないかという見方もでてきた。

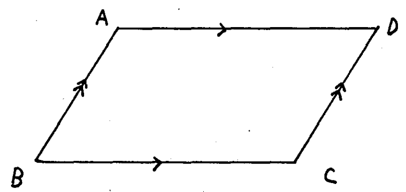
次に，辺，角，三角形の関係を見つける中で，平行四辺形の性質を見つけていると考えられるのかという問題点がある。数学を自分で構築するために既習事項を多様に扱わせることは大事であるが，このような課題提示では，新しい関係を見つけているとは考えられない。ましてや，三角形の関係をなぜ平行四辺形の中に見つけなければならないのか。ここで見つけられた関係をいくつか挙げて，後の授業で「これが実は平行四辺形の性質だったのです。」としても，この授業が導入であったということをこじつけているような感があることも否めない。そこで，課題として次のようなものを考えた。

課題

平行四辺形とは，２組の向かい合う辺が，それぞれ平行である四角形である。
すなわち，

AB∥CD　かつ　AD∥BC

である。これをもとにして，平行四辺形になる条件を探してみよう。



これをそのまま生徒に与えてしまうのは乱暴であるが，実践授業の課題より平行四辺形の性質ということを意識でき，また自分たちの学ぶ目標をはっきりさせられるのではないだろうか。この課題に関しては，まだ思いつきのものであるので，今後，より深めていくつもりである。

以上のことを考えると単元の導入部，展開部，まとめと，単元の目標を踏まえてどのような課題を与えるべきであるか，一つの授業の課題としてだけでなく，単元内を通しての課題の在り方を今後は考えていかなければならないと思う。

中学校数学科における「逆」の問題づくりに関する研究

－オープンエンドアプローチを取り入れた指導を通して－

横浜国立大学大学院　　鈴木　誠

1．研究の動機

平成5年度より中学校では新学習指導要領に沿った指導が行われることになる。その学習指導要領での強調点の1つとして自己教育力の育成をあげることができる。自己教育力を育てるには与えられた問題だけを解決するのでははなく，自ら問いを生み学んで行けるようにすることが重要であると考えた。これを数学の授業で考えれば，与えられた問題を解決するだけではなく，自分自身で数学をつくることと考えられる。そこで本研究では数学的に新しいものを生み出す1つの方法である逆を考えることに焦点をあて，これを授業に取り入れるにはどのような方法があるかを考えたいと思い本研究を行うことにした。

2．研究の目的

本研究の目的は次の3つのことを達成することにある。

(1) 中学校数学の問題で逆の問題を考えることの意義を明らかにすること。

(2) 逆の問題をつくる活動にオープンエンドアプローチを取り入れることのよさと問題点を明らかにすること。

(3) 問題を解決したあとで，子供が自分自身で逆の問題をつくっていく指導の留意点と問題点を明らかにすること。

3．研究の方法

目的(1)に対しては，「数学教育の目標と逆」，「図形での論証と逆」，「数学に対する態度と逆」の3つの観点から文献を考察することにより逆の問題を考えることの意義を明らかにすることにした。

目的(2)に対しては，逆に関する先行研究を考察することにより逆の問題づくりを授業に取り入れる際のよさと問題点をまとめ，オープンエンドアプローチに関して島田茂らの研究をもとにしてまとめる。これら2つの考察から，逆の問題をつくる活動にオープンエ

ンドアプローチを取り入れることのよさと問題点をまとめる。そして，このまとめたことについて２つの実践授業により確めるという方法により研究を進めることにした。

目的(３)に対しては，先行研究から考察し明らかにされた問題点を踏まえたうえで実践授業１を計画し実施する。実施した授業をＶＴＲやワークシートなどから分析することにより子供たちが逆の問題をつくる活動を取り入れた授業での留意点と問題点を明らかにする。実践授業１で明らかになった留意点と問題点を勘案して同一の問題を用いた実践授業２を計画し実施する。これら２つの実践授業を通して子供が自分自身で逆の問題をつくる活動を取り入れた指導の留意点と問題点について明らかにすることにした。

４．逆の問題づくりの定義

本研究で取り扱う逆の問題づくりは清宮俊雄（1988）が述べているような命題の逆をつくることとして定義した。ここでいう命題には，仮定と結論が１つずつのものだけではなく，仮定と結論が複数あるような命題について含めて考えることとした。

５．逆の問題を考えることの意義

(1) 数学教育の目標と逆

昭和26年（試案）から昭和52年告示の学習指導要領での逆の取り扱いを調べたところ昭和44年告示の学習指導要領を除いては逆についての記述は見られなかった。しかし，各年代の教科書では逆についての記述が見られた。そこでの指導内容は，逆の意味と逆は必ずしも真ではないことであった。平成元年告示の学習指導要領においても26年（試案）から52年告示の学習指導要領と同じく逆についての記述は見られなかった。しかし平成５年度から使用される教科書では逆についての記述がされている。そこでの指導内容は今まで使用されてきた教科書におけるものと同じであった。そこで，平成元年告示の学習指導要領において強調されている点のいくつかと逆の問題をつくる活動との関係を考察し意義を明らかにした。そこで明らかにされた意義は次のようなものである。

① 逆の問題をつくる活動により，論理的な思考力を育てる場を与えることができる。

② 逆の問題をつくる活動により，自分自身で数学を発展させることのよさを感じさせることができる。

③ 逆の問題をつくる活動により，思考実験を行う場面を子供たちにとって自然な形で与えることができる。

(2) 図形による論証と逆

中学校で証明問題としてよく扱われる問題だけを与え続けることの問題点として次の３つをあげることができる。

① 仮定から正確に図を作図することで結論が視覚的に明らかになってしまう。

② 証明する問題の場面と結論が証明をする子供たちではなく子供以外の第三者により与えられる。

③ 仮定と結論を明確にすることの必要性を感じない。

これに対して次の問題で逆の問題をつくる活動について考えてみることにする（図１）。

＜図１＞

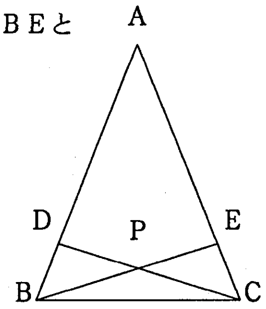
△ＡＢＣで辺ＡＢ，ＡＣ上にそれぞれ点Ｄ，Ｅを取りＢＥとＣＤの交点をＰとする。この図で

ＡＢ＝ＡＣ，ＢＥ⊥ＡＣ，ＣＤ⊥ＡＢ

である場合に

∠ＰＢＤ＝∠ＰＣＥ

であることを証明しなさい。



この問題からつくられる逆の問題の１つとして次のようなものがある（図２）。

＜図２：逆の問題＞

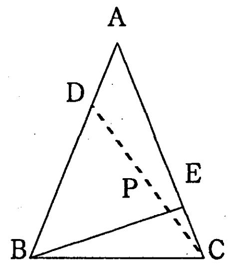
△ＡＢＣで辺ＡＢ，ＡＣ上にそれぞれ点Ｄ，Ｅを取り

ＡＢ＝ＡＣ，ＢＥ⊥ＡＣ，∠ＰＢＤ＝∠ＰＣＥ

である場合に

ＣＤ⊥ＡＢ

であることを証明しなさい。



この逆の問題とはじめにあげた問題点①〜③とを対比させて考えると次のようなことがいえるであろう。

まず，問題点①に対して逆の問題では仮定からコンパスと定規を用いて直接作図をすることが難しいような場面をつくることができる。例えば，図２の逆の問題では二等辺三角形ＡＢＣを描き，ＢＥ⊥ＡＣとなるように点Ｅを辺ＡＣ上に取るところまでは容易に作図

することができるが，∠ＰＢＤ＝∠ＰＣＥとなる点Ｄを辺ＡＢ上に取ることは難しい。このような場面であるために結論であるＣＤ⊥ＡＢが視覚的に得ることが難しくなり，本当にＣＤ⊥ＡＢであるかを確かめる必要が子供たちに出てくると考える。

問題点②に対して逆の問題でははじめの問題から仮定と結論を子供自身が入れ換えて問題をつくるので証明する問題の場面と結論を設定しているのは子供以外の第三者ではなく証明を行う子供自身になっている。このようなことから自分が設定した問題について証明してみようとする意欲を持たせることができるものと考える。

論理的に考える際に重要なことの１つとして，何がその問題の仮定であり，何が結論であるのかを明確にすることがあげられる。しかし，仮定を明確にしたり仮定を結論から区別することは困難なことだといわれている（Dreyfus&Hadas,1987;古藤・澤田，1989）。そこである問題を与えてその問題の仮定と結論を区別する活動を子供たちに行わせたとする。しかし，この活動は問題点③であげたように子供たちにとって仮定と結論を明確にする必要性がないためにあまり意味のない活動になってしまう。逆の問題をつくる際には，はじめの問題の仮定と結論が明確にされていなければつくることができないので，逆の問題をつくる活動の中で仮定と結論を明確にする活動を行うことができる。すなわち，仮定と結論を明確にする活動を子供自身にとって意味のある活動の中で行わせることができると考える。以上，述べてきたことからここでは次のような意義が明らかにされた。

① つくった問題について証明する意欲とその必要感を子供たちに持たせることができる。
② 自然な形で，子供たちが命題を仮定と結論にわける活動をする必要性を持たせることができる。

(3) 数学に対する態度と逆

① 数学的な態度と逆

片桐重男（1988）は数学的な態度の１つとして「よりよいものを求めようとする」をあげている。この態度は統合的な考え方や発展的な考え方（下線，筆者）を支えるものである。逆の問題をつくることは１つの問題から新しい問題をつくる活動であり，発展的な考え方のうちの１つとみることができる。逆の問題をつくることのよさを子供たちが感得できる授業展開にすることが必要ではあるが，このような逆の問題づくりを繰り返すことにより，ある問題を解決したらその解決だけでは満足せずに逆の問題を考えることにより新しいものを生み出そうとする態度が養われると考える。

② ＩＥＡのＳＩＭＳでの態度と逆

ＩＥＡのＳＩＭＳでの態度とは，国際教育到達度評価学会（ＩＥＡ）により行われた第２回国際数学教育調査（ＳＩＭＳ）における態度質問紙での態度である。この態度質問紙の領域の１つとして「数学とは何か」があり，この中で15個の質問がされている。この15個の質問の中で逆の問題をつくる活動と関係がありそうなものとして次のものをあげることができる（国立教育研究所，1982）。

１．数学は，自分で新しいことを考えていこうとする人にとって適した学問です。

２．数学では，たえず新発見がおこなわれている。

３．数学の勉強は，ほとんど暗記ばかりです。

４．数学の問題は，あるきまりきったやり方にしたがえば必ず解けるものです。

５．長い間，数学には新しい発見がありません。

６．数学は規則の集まりです。　（数字は筆者）

これらの質問に対する望ましい反応についての反応率は表１のようにまとめられる（国立教育研究所，1991）。

表１　（％）

項目	1	2	3	4	5	6
日本	47	37	46	11	24	17
国際値	51	47	30	12	38	22
/20か国(地域)	14	15	2	12	17	15

この表からもわかるように日本の子供たちは数学を発展性のないものと考える傾向がある。既に述べたように逆の問題をつくりその問題の正否について調べることは子供たちにとって数学的に新しいことを発見する活動である。子供たち自身が逆の問題をつくる活動に主体的に取り組み，そのよさを感じることができれば，また，このようなことを繰り返せば表１での質問項目１，２，３，５，６に対する否定的な反応は少なくなると考えられる。質問項目４について否定的な反応が多かった（62％）ことは，数学の授業では一般的に解ける問題が与えられる場合が多く，図形の証明問題でいえば結論が成り立つものばかりで成り立たないものが扱われることが少ないことが影響していると思われる。これに対して逆の問題をつくると成り立たないものが出てくることがしばしばある。すなわち，自然な形で成り立たない問題がつくられることになるのである。このように成り立つものも

成り立たないものもつくられる逆の問題についてその正否を調べる活動を行うことにより証明問題では結論が成り立つことを示すものばかりでなく，成り立たないものもあることに子供たちが自然に気づくことができると思われる。すなわち，質問項目４のような好ましくない子供たちの信念を変えることができるものと考える。以上，述べてきたことを意義としてまとめると次のようになる。

① 逆の問題をつくる活動は，「よりよいものを求めようとする」数学的な態度を育てるために意義のある活動である。

② 逆の問題をつくる活動は，子供たちの「数学は発展性のない学問である」という見方を変え得る活動である。

6．逆の問題をつくる活動をオープンエンドアプローチを取り入れて行うことのよさと問題点

(1) 逆の問題づくりの観点からのよさ

例えば，逆の問題をつくる活動ではじめの問題として次のようなタイプの問題を扱ったとする（図3）。この問題からは図４に示すような３つの逆の問題をつくることができる。ここで逆の問題をつくらせる際にはじめの問題の結論であるＥ＝Ｆを結論として導くことができない子供がいたとする。このような子供に「逆の問題をつくりなさい」と指示し逆の問題をつくらせたとしてもそこでの活動の意味を理解することはできないであろう。その結果，逆の問題をつくる活動にも積極的に取り組むことができなくなると考えられる。そこで，はじめの問題としてどの子供も自分なりの解答，すなわち結論を得ることができるといわれているオープンエンドの問題を用いることにした（島田，1977）。授業展開の工夫は必要ではあるが，このようにどの子供も結論を得ることができるオープンエンドの問題を用いることで逆の問題をつくる活動に主体的に取り組ませることができると考える。

＜図３＞

Ａ＝Ｂ → Ｅ＝Ｆ
Ｃ＝Ｄ
はじめの問題

＜図４＞

逆の問題１	逆の問題２	逆の問題３
Ｅ＝Ｆ → Ａ＝Ｂ Ｃ＝Ｄ	Ｅ＝Ｆ → Ａ＝Ｂ Ｃ＝Ｄ	Ａ＝Ｂ → Ｃ＝Ｄ Ｅ＝Ｆ

(2) オープンエンドアプローチの観点からのよさ

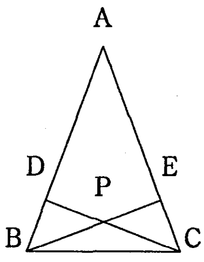
オープンエンドアプローチの問題点の１つとして「数学的に意味のない答えが多くなったりすること」があげられる（島田，1977）。これについて例えば次のようなオープンエンドの問題について考えてみることにする（図5）。

＜図５＞

△ＡＢＣで辺ＡＢ，ＡＣ上にそれぞれ点Ｄ，Ｅを取りＢＥとＣＤの交点をＰとする。このとき

ＡＢ＝ＡＣ，ＢＥ⊥ＡＣ，ＣＤ⊥ＡＢ

である場合に辺，角などについて成り立つ関係を見つけなさい。



この問題から予想される解答としては次のようなものをあげることができる（図6）。

＜図６＞

ＡＤ＝ＡＥ，ＰＢ＝ＰＣ，ＤＣ＝ＥＢ，ＰＤ＝ＰＥ，∠ＤＢＥ＝∠ＥＣＤ，
∠ＤＰＢ＝∠ＥＰＣ（対頂角）　など

この解答の中で∠ＤＰＢ＝∠ＥＰＣ（対頂角）を結論に選び逆の問題をつくると次のような逆の問題ができる（図7）。この逆の問題は明らかに成り立たないものであることがわかる（反例については省略）。

＜図７：逆の問題＞

<u>仮定</u>		<u>結論</u>
ＡＢ＝ＡＣ	⟶	ＣＤ⊥ＡＢ
ＢＥ⊥ＡＣ		
∠ＤＰＢ＝∠ＥＰＣ		

ここでなぜつくった逆の問題が成り立たなかったのかを考えると，逆の問題をつくる際に選んだ結論，∠ＤＰＢ＝∠ＥＰＣが対頂角の関係であり，はじめの問題の仮定から直接的に導かれていないことが原因していることがわかる。このように逆の問題が成り立たない場合にはなぜ成り立たなかったのかを子供たちに考えさせたり，成り立った場合にもどうして成り立ったのかを考えさせることにより始めのオープンエンドの問題から得られた解答に対して子供たち自身が価値づけを行うことができると考える。

以上，２つの観点からよさについて述べたがこれらのよさははじめのオープンエンドの解答をｎ個の命題にわけることができることを前提としている。問題点としては，はじめ

の問題としてオープンエンドの問題を用いているためにこのような活動を行うことが必要となり，これが子供たちにとって困難となるかもしれないことがあげられる。

オープンエンドアプローチを取り入れて逆の問題づくりを行うことのよさと問題点について述べてきたが，これらについては実践授業で確かめることが必要である。

7．実践授業１・２

実践授業１・２ともに図５のオープンエンドの問題を用いて授業を行った。ただし，実践授業１では問題の指示の部分を「辺，角」ではなく「辺，角，三角形」として授業を行った。ここでは紙面の都合上，実践授業１・２での第２時の導入部分に絞って述べる。

(1) 実践授業１での逆の問題づくりの導入

実践授業１の導入は具体例をあげることによって行った。そこでの具体例は，図８のような問題の逆としては仮定の１つと結論を入れ換えることにより図９のような逆の問題がつくられるとして，黒板により示した。このような導入を行った結果，子供たちは機械的

＜図８＞

仮定		結論
ＡＢ＝ＡＣ	⟶	ＡＤ＝ＡＥ
ＢＥ⊥ＡＣ		
ＣＤ⊥ＡＢ		

はじめの問題

＜図９＞

仮定		結論
ＡＤ＝ＡＥ	⟶	ＡＢ＝ＡＣ
ＢＥ⊥ＡＣ		
ＣＤ⊥ＡＢ		

逆 の 問 題

に問題をつくるだけでつくった逆の問題について成り立つかどうかを調べるような活動は行わなかった。そこで，実践授業２では先行研究により逆の問題づくりの導入で子供たち動機づけを持たせる上で有効そうであることが示唆された作図の順序を入れ換えることによる導入（坂井，1988）を行うことにした。

(2) 実践授業２での逆の問題づくりの導入

実践授業２では次のような作図の順序を入れ換えることにより導入を行った。まず，オープンエンドの問題の解答からＡＤ＝ＡＥを選ぶと図10のような問題をつくることができる。この問題の仮定であるＣＤ⊥ＡＢを取り除き，取り除かれた部分にはじめの問題の結論であるＡＤ＝ＡＥを入れると仮定がＡＢ＝ＡＣ，ＢＥ⊥ＡＣ，ＡＤ＝ＡＥとなる。この

仮定を満たすように図を描くと図11のようになる。このような図でＣとＤを結び，子供た

＜図10＞

仮定

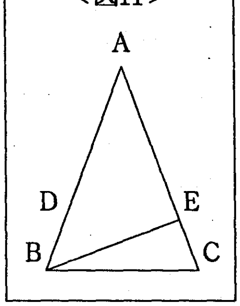
ＡＢ＝ＡＣ → ＡＤ＝ＡＥ

ＢＥ⊥ＡＣ

ＣＤ⊥ＡＢ

はじめの問題

＜図11＞



ちに「∠ＣＤＢは何度ですか」という発問を行った。この発問に対してほとんどの子供たちは「∠ＣＤＢは90°」と答えていた。そして，ＡＤ＝ＡＥ以外の解答を選んだときに今と同じように∠ＣＤＢが90°になるか調べてみましょうという方法で導入を行った。その結果，実践授業１とは異なり，ほとんどの子供たちが逆の問題をつくりその問題について成り立つかを調べている活動がワークシートや授業記録から観察された。このような結果から考えると，作図の順序を入れ換える逆の扱いは逆の問題づくりに有効そうである。

８．主な知見と今後の課題

(1) 主な知見

主な知見として次のようなものをあげることができる。

① 逆の問題をつくる活動を行うことがはじめての子供に仮定と結論が複数あるような命題を用いる際には，入れ換える仮定がどれであるかを指定する必要がある。

② 本研究でのオープンエンドアプローチを取り入れた逆の問題づくりの導入では，作図の順序を入れ換えることによる逆の扱いが子供たちに逆の問題づくりの目的意識を与える上で有効であった。

③ 意図的に逆の問題づくりをさせることにより，はじめのオープンエンドの問題の解答について子供自身により価値づけをさせることができる。

④ はじめの問題としてオープンエンドの問題を用いることにより主体的に逆の問題をつくる活動に取り組むことができる。

⑤ 本研究で用いたオープンエンド問題の解答のうち三角形の関係から逆の問題をつくると簡単に成り立つことがわかってしまうものがつくられることになるため第１時での問題提示の際には「辺，角，三角形」ではなく「辺，角」とすることが必要である。

(2) 今後の課題

今後の課題とし次のようなことについて今後研究を行う必要がある。

① 本研究ではつくった逆の問題が成り立たない場合，その扱いは，反例をあげる程度に止めている。しかし，このような成り立たない逆の問題を授業においてどう生かしていくかについては考える必要がある。

② 本研究では図形領域での証明問題について扱ったが他のタイプの問題について逆の問題をつくることをどのようにして扱っていくか考える必要がある。

③ 本研究で扱った命題は仮定と結論が複数あるようなものであった。しかし，逆の問題のつくらせ方としては仮定と結論１つずつを入れ換えたものしか扱わなかった。そこで，今後，仮定と結論を複数入れ換えた逆をどのようにして扱うか考える必要がある。

④ 実践授業１・２ともに第２時でつくった逆の問題の発表とその発表されたものについての話し合いの時間を持つことがほとんどできなかった。今後，どのようにして逆の問題を発表させ，またどのように話し合わせるかについて考えることが必要がある。

＜参考文献＞

片桐重男：数学的な考え方・態度とその指導２　問題解決過程と発問分析，明治図書，pp. 59-103，1988.

国立教育研究所：中学・高校生の数学成績と諸条件－第２回国際数学教育調査国内報告書－，第一法規，pp. 41-46，1982.

国立教育研究所：数学教育の国際比較，－第２回国際数学教育調査最終報告－，第一法規，pp. 170-175，1991.

古藤　怜，澤田利夫ほか16名：新訂　中学校学習指導要領の解説と展開　数学編，教育出版，p. 61，1989.

坂井　裕：「図形の性質の発展的な指導について－作図の順序を変えることによる「逆」の扱い－」学芸大数学教育研究　第１号，東京学芸大学数学教育学科，1989.

清宮俊雄：モノグラフ26　幾何学－発見的研究法－改訂版，科学新興社，pp. 26-28，1988.

島田　茂（編）：算数・数学科のオープンエンドアプローチ－授業改善への新しい提案－，みずうみ書房，1977.

Tommy Dreyfus and Nurit Hadas: “Euclid May Stay-and Even Be Taught” LEARNING AND TEACHING GEOMETRY, K-12 NCTM(Year Book), pp. 47-58, 1987.

教育実習生のオープンエンドに対する意識調査

東京学芸大学附属世田谷中学校　　山崎　浩二　矢嶋　昭雄

I　調査目的

オープンエンドの指導を体系化する際には、それを指導する教師の考えや意識が一つの大切な要因となりうる。数学教育においては、オープンエンドの指導は有効なものであると強調されてきたが、最近行われた調査結果が示すように、数学科の教師は、数学の授業の中でのオープンエンドの問題の取扱いは必ずしも積極的とはいえない。（澤田他，1991）これには、オープンエンドに対して教師の否定的な意志がはたらいてのものなのか、あるいはオープンエンドの考え方そのものを知らないがゆえのものなのか、またはまったく別の要因からなのかが定かではない。少なくとも教師側に、そのような考えが、いつ形成されるかは、はっきりしていない。

そこで、本研究では、将来数学の教師として数学教育に携わると思われる、中学校数学科の教育実習生を対象に、数学教育におけるオープンエンドの取扱いについての考えを明らかにすることにした。その結果、１年次では、少なくとも教育実習生はオープンエンドの考えやその問題についてはむしろ好意的で、積極的に実施したい意向もあるようであることがわかった。（拙稿　1992）本稿はそれらをふまえ、次の２点について調査研究をすすめたものである。

調査１　教育実習生のオープンエンドに対する考えについて、さらにその一般的な傾向を知ること。

調査２　教育実習生の中で実際に教職についた者に対して、オープンエンドに対する意識についての追調査を行うこと。

II　調査対象

調査対象は、東京学芸大学教育学部数学科の学生で、教育実習生（東京学芸大学では教育実地研究生と呼んでいる。ただし教育実習生の方が一般に使われることが多いと考えられるので、本調査でもそのように扱うことにする）が本校（東京学芸大附世田谷中）に配

当された者の集団とする。学生は、小学校教員養成課程の者と、中学校教員養成課程の者との両方を対象とし、前者をA類学生、後者をB類学生と呼ぶことにする。本校の場合、教育実習は、原則として年間3回を予定しており、A類学生が6月と10月（それぞれ2週間　学年は4年生対象）、B類学生が9月（3週間　学年は3年生対象）にそれぞれ実施される。標本数については、表1の通りである。

	3年度	4年度
A類学生	15	13
B類学生	3	4

計　35名

表1　標本対象数

Ⅲ　調査時期・方法

調査1については、調査時期は、A類学生については、平成3，4年6月中旬と10月中旬の2期とし、B類学生については、平成3，4年9月下旬の1期とすることにした。いずれも実地研究終了後に調査を実施した。

調査方法については、主として次の2点について、いずれも質問紙形式で実施し、必要に応じて面接調査を実施した。

調査1

1　オープンエンドの問題に対する意識・考え方

2　オープンエンドの授業を見学したあとの意識の変容

調査2については、実際に教職についた学生に対して、主としてインタビューを中心に実施した。

Ⅳ　調査内容

1　教育実習生のオープンエンドの問題に対する意識・考え方

1つは、オープンエンドに対する意識とその取扱いについて、次の2点について調査問題を設定し、分析することにした。

(1) オープンエンドの3つの観点（how to find, classify, measure）を含んだ問題に関する知識・経験、興味・関心、有効性、実施意欲

オープンエンドの3つの観点については、調査問題にそれぞれ次のような定義を与え、この定義のもとに、それぞれの問題の具体例を載せ、問題の趣意を汲んでもらうことにし

た。定義と問題については、次の通りである。

how to find　　関係や法則を発見する

いろいろな観点からきまりや法則を見つけることによって、多くの解を考えることが可能な問題。

（調査問題「九九表から関係や法則を見つける問題」）

how to classify　　観点にしたがって分類する

分類の観点の決め方によって、いろいろと違った組合せが考えられ、多くの解を考えることが可能な問題

（調査問題「立体図形を分類する問題」）

how to measure　　数値化する

ある観点を決めることによって、その数値化または数量化の方法がいろいろ考えられ、多くの解を考えることが可能な問題

（調査問題「おはじきのちらばり具合を数値化する問題」）

反応に関しては、知識・経験についてはいずれも（1　はい　　2　いいえ）の2項目を選択させることとし、興味・関心、有効性、実施意欲についてはいずれも（1　思う　2　少し思う　　3どちらともいえない　　4　あまり思わない　　5　思わない）の5項目を選択させることにする。その際には、各問題についての簡単な感想を書いてもらうことにもした。

(2) オープンエンドに対する自身の考え方

(1)で与えた調査問題をもとに、オープンエンドに対する自身の考え方については、自由記述形式として、各自の考えを自由に書いてもらった。

2　オープンエンドの授業を見学した後の意識の変容

実際にオープンエンドの問題を取り扱ったモデル授業を見学したあとの学生の反応について、質問紙による調査と、必要に応じて面接調査を実施して、具体例を通してのオープンエンドへの意識の変容について分析することにした。

3　教職についた学生に対する追調査

平成3年度卒業生の中で、実際に教職についた者6名について、電話でのインタビューを行い、オープンエンドの問題を使った授業の実施状況とその理由、および勤務状況と就職後の感想について聞くことにした。

Ⅴ　調査結果

以下にその概要を述べることにする。

1　オープンエンドに対する知識・授業経験

表１より、数学教育の中にオープンエンドの考え方があることを知っていた学生は、その程度の差はあれ、３分の１弱であった。その多くは、数学教育に関する大学の講義や教育書からによるものと、初等理科教育法の講義の中で知ったものであった。ちなみに、後者の学生はいずれも数学教育の中でのオープンエンドの存在については知らなかった。また、Ｂ類学生である大学３年生で知っていたものは一人もいなかった。数学教育におけるオープンエンドの考え方や問題については学生にはあまり知られていないようである。

実際にオープンエンドの問題をつかった授業を受けたことのある学生は１名だけであった。この学生の受けた授業は、中学校１年の時に、数表をつかってきまりを見つけそれを文字式をつかって証明していくものであった。ちなみに、この学生は国立大学附属中学校出身であった。その他の学生は、公立小・中学校出身27名、私立中学校出身7名であったがそのような授業を受けた経験はなかった。ほとんどの学生が教科書や問題集の問題を中心にその答を１つ考えるといった授業しか経験してきていない。

教育実習期間中にオープンエンドの問題や考え方を使って授業を行ってみた学生は６名いた。指導展開を試みた学生のうち３名は、いずれも中学２年の１次関数の導入時にhow to findの問題を実施した。取り上げた問題は、封筒の中から紙を１枚引き出す事象を見せて「紙を引っ張っていくとそれに伴って変わるものは他にありませんか。さがしてみましょう。」というように、いずれも図形等を移動させ伴って変わるものを数多く見つけるというものであった。授業後の反省として、生徒どうしの活動が活発であったこと、用語や性質を構成的に定義できたこと、授業展開に多くの時間がかかったこと、などをあげていた。また残りの３名は、小学校実習時に小学６年に対して「立体のなかま分け」としてhow to classifyの問題を実施した。授業時の感想については、「多くの考え方が出てきてまとめるのが大変だった」「予想外の反応が出てきてどうしてよいのかわからなくなってしまった」など戸惑いはあったようではあるが、生徒の活動状況や授業後の感想を見て、実施してよかったという意見が多かった。ただ、全体的には実施の試みはされていない。多様な解き方を引き出す展開は見られても、解答そのものの多様性を授業の中で生かすことについては消極的であった。

オープンエンドはまだ学生にあまり知られいるとはいえず、既有経験もほとんどないといってよい。よって、授業での試みも少なく、少数の意欲的な学生のみが関心をもっているだけのようである。

項目（知識・経験） ＼ 反応	問題の分類	反応数（人）(%) 1 はい	2 いいえ	備考（人）
以前から知っていた	find classify measure	10 (29) 6 (17) 0 (0)	25 (71) 29 (83) 35 (100)	大学講義で (4) 教育書で (3) 理科教育で (3)
授業を受けたことがある	find classify measure	1 (3) 1 (3) 0 (0)	34 (97) 34 (97) 35 (100)	中学の時 (1)
授業を実施したことがある（実地研究中）	find classify measure	3 (9) 3 (9) 0 (0)	33 (91) 32 (91) 35 (100)	単元導入時 (2)

表2　今までのオープンエンドに関する知識・経験

2　オープンエンドの問題に対する興味関心・有効性・実施意欲についての意識

オープンエンドの３タイプの問題を見てもらい、それぞれについて、自身がそのようなタイプの問題に興味関心をもったか、算数・数学の学習をすすめていく上で児童・生徒に何らかの有効性があるか、さらには、自身が教職についたときにそのような問題を取り上げての授業をしてみたいか、以上３つの観点から調査した。

表３より、オープンエンドの考え方にもとづいた各問題について、教育実習生はいずれも、問題に対して興味関心をよせており、好意的といえる。またそれらが概ね算数・数学の学習に何らかのの役に立つのではないかという見方の方が強い。また実施意欲については、決して消極的とはいえず、むしろどちらかといえば意欲的といえそうである。ただ、具体的な展開方法については、自身の既有経験がないために、どのように展開していけばよいのかわからず不安はあるようである。特に、「散らばりの問題」については、「本当の答えが自分でもわからない」「子どもの反応の予想が難しい」「どうまとめてよいのかわからない」などの理由から、実施の不安を記述する学生が数名いた。

問題の観点別の差異については、特にその有意差は認められなかった。

2　オープンエンドに対する自身の考え（自由記述の回答）

教育実習生のオープンエンドに対する自由記述では、主に「賛成」「条件つき賛成」「どちらともいえない」の３つに分析できた。内訳は次の通りである。

賛成；１９名　　条件つき賛成；１２名　　どちらともいえない；４名

それぞれの考えの主な理由としては、「賛成」は、生徒が自由に考えられる場面となりうる、進んでいる子遅れている子すべてが自分なりの答えが出せる、興味・関心をもたせ

項目	反応 / 問題	反応数（人）カッコ内は% 1 ある	2 少しある	3 どちらともいえない	4 あまりない	5 ない	平均	SD
興味・関心	find	19(54)	15(43)	1(3)	0	0	1.49	0.307
	classify	18(51)	16(46)	1(3)	0	0	1.51	0.307
	measure	19(54)	12(34)	3(9)	1(3)	0	1.60	0.583
有効性	find	20(58)	11(31)	4(11)	0	0	1.54	0.477
	classify	17(49)	15(43)	3(9)	0	0	1.60	0.411
	measure	16(46)	14(40)	5(14)	0	0	1.69	0.501
実施意欲	find	14(40)	18(51)	3(9)	0	0	1.68	0.387
	classify	17(49)	14(40)	4(11)	0	0	1.63	0.462
	measure	14(40)	14(40)	6(17)	1(3)	0	1.83	0.656

表3　オープンエンドの問題に対する興味・有効性・実施意欲

られる、答えが常に一つであるといった数学に対する見方を変えうる機会となる、数学とは本来答えが自由な学問であるべき、などがあげられた。また、「条件つき」については、授業展開やまとめ方について明確にした上で、年間計画での位置づけを考慮した上で、自由にものが言える学級の雰囲気が必要、教師の指導力がある程度必要であるが上で、などがあげられた。「どちらともいえない」については、学習意欲を損ねることはないか、評価方法がはっきりしない、すべての子がみんな興味をもてるのかは疑問であるなど、である。

全体として、自由記述を見ても、概ねオープンエンドの問題が、数学的、教育的の両面から有効なものとなりうると考えているようである。しかし、いざ自身がその実施となると、必ずしもその指導法や評価方法に不安はないとは言い切れないようである。

以下、回答の中から、一部を取り出してあげることにする。（アルファベットは学生を表す。学生は平成４年度のものに限る。平成３年度のものについては昨年度冊子を参照。）

＜A（男子）＞　〔賛成〕

理科教育で、オープンエンドという言葉を知りましたが、今一つ理解ができずにいましたが、このプリントでその意がつかめました。一般の問題は、その知識の使われ方が限定されてしまって、暗にその知識の有用性を狭くしているように思う。それが、このオープンエンドでは、本当の意味での問題の数学的処理を養うものと考えられると思います。た

だ欲を言えば、数学的処理に限定はさせたくないです。ここに挙げられた問題は、いかにも数学だぞと言わんばかりの印象が感じられます。問題も例えば「何故いろいろな年代の人間が同一の空間に存在していると考えますか」とか、とっぴょーしもないような課題でもよいように思います。

＜B（女子）＞　〔賛成〕
オープンエンドに関して、殆ど知りませんでしたが、発想を豊かにしたり、数学のよさがわかるために生かせそうだと思いました。また、学習遅滞の子供も取り組みやすそうですし、進んだ生徒も次々と考えを続けられるのではないかと思います。私は「関係や法則を発見する」ような問題に興味を持ちました。このような問題を、実際の学習場面で用いるには、単元を通して扱うことは少々難しいかもしれませんが、導入時等で効力を発揮するのではないかと思います。是非用いてみたいと思います。

＜C（女子）＞　〔賛成〕
算数はどこまで扱うかが難しいと思う。内容を発展させていけば、中学、高校へとつながる単元もある中で、どこまで扱うかは、教科書に標準となるものは示されているが、児童の求めに応じて発展させていけばよいと考える。その時に、オープンエンドの問題は答えをどこまでも追究することができるので適していると思う。附属世田谷小学校での実習で②のようなことを行ったが、教科書では扱っていない「斜角錐も錐体だよ」という意見が出て、錐体であるとした。これでよかったかはわからないのだが、児童の求めに応じて取り扱うことができるという点で、オープンエンドの問題は意義があると私は思います。

＜D（女子）＞　〔条件つき賛成〕
子どもたちの可能性を引き出すためには良い方法だと思った。しかし、指導者側となった場合、バラバラに出てきた生徒の意見をどの様にまとめていくのかが大変難しい点で、現在は全く見当をつけることができない。生徒の反応の予想をどこまで立てられるかであろう。「数学」という枠にこだわらないようにするためには取り上げたい方法であると感じている。学級全体で討議し合える様な状況であれば、有効な手だてとなりそうだ。

＜E（男子）＞　〔条件つき賛成〕
オープンエンドの良いところは、やはり答えが一つでなく、あらゆる考えを出させること、その考えを発表するなどにより、計算のみの知識ではつくりだすことのできない数学的な考え方が身につくと思うのである。だからこそ、教える側がしっかりと反応を予想し、それに対する対処の仕方、オープンエンドの良さを児童・生徒にうまく知らせることができなければいけないと思う。様々な観点の予想、一人ひとりの児童・生徒の算数・数学に対する考え、意識などを十分に把握した上で指導しなければいけないと思う。

＜F（女子）＞　〔どちらともいえない〕
②の発問に似ている授業を附属小学校で行ってみた経験があります。その時は、２つに分けようといったわく組の中で行いました。自分の教材研究が不十分だったこともあって失敗してしまったのですが、とても難しいと感じています。問題に対していろいろな考えがあって面白いということだけをねらいとしているのなら closed end でもできる場合もあると思います。そこでオープンエンドがでてきたのは、考えることの楽しさ、論理的思考自体をねらいとおいているのではないでしょうか。その点でオープンエンドは面白いと思います。でもオープンエンドに知識を教えなければいけないという項目があるとすると（②の発問で柱体とすい体の名前を教える）ねらいがいろいろあり難しくなってくると思います。

<G（男子）>　〔どちらともいえない〕
考え方はとても面白いと思う。一般的な授業の感じとは違い、生徒が楽しめそうな題材のような気がする。ただ、はたして全員が興味をもてるかというところは疑問である。しかし、このオープンエンドの考え方は、どの問題にしても「自分の頭で考える」というところに目標があるのだと思う。そういった意味で、オープンエンドの問題は必要だと思うし、こういう問題を取り組むことで子どもたちが柔軟に考えていける姿勢というものができてくると思う。ただ、個人的な感想を述べると、①②は正解がたくさん出てくるのに対して、③は正解がない（どの方法にも欠点、矛盾がある）ので、すっきりしない印象をもった。ただとてもおもしろいと思うし、今後、自分でも考えていきたい。

3　オープンエンドの授業の観察後の感想

Ａ類の学生７名に対して、オープンエンドの問題を取り扱った実際の授業を観察してもらい、その展開方法や児童の具体的な活動及びその評価について、観察後に簡単な討議機会をもち、さらに自由に感想を記述してもらった。

モデルとなった授業は、筑波大学附属小学校の坪田耕三教諭が、小学６年生を対象に、「ちらばりの問題」を扱った授業ビデオを使用した（坪田　1989）。

自由記述の回答は次の通りである。

賛成；４名　　条件つき賛成；１名　　どちらともいえない；２名

感想としては、賛成には、一人ひとりの児童の考え方が活きる、児童が議論できる機会となるなど、どちらともいえないには、やはり教師の力量が必要である、すべての子どもの反応が把握しきれない、まとめが難しい、などがあげられた。また、７人全員が、授業を見ることで具体的な展開方法がよくわかったとする感想が多く、ビデオによる授業の具体化が効果的だったようである。

全体的には、オープンエンドの授業を行うことで、概ね子どもたちが自ら考える場や手だてとなること、授業展開が活発になると見ている。ただし、そのためには、教師側の指導が重要な役割をもつことを感じている。自分自身ではこのような授業をやってみたい願望は見受けられるが、指導経験が少ないことから実際には難しいと感じているようでもある。特に授業を見ることで意識に何らかの大きな変容が見られたとまでは言い難いが、具体的な展開を見ることはオープンエンドに対する意識を高めるきっかけとなり、効果的であったといえる。

以下、その感想の主な部分を示すことにする。

<A（男子）>　〔賛成〕
正直言ってあんなに画期的な授業になるとは思わなかった。オープンエンドの授業というのを見るのははじめてだったので、僕が今まで頭に描いてきた授業とのギャップに驚かされた。でも、子どもによって行われ、子どもによって話し合われ、先生は問題提示をす

るだけの脇役になるという、僕の理想の授業になっている。答えというものが１つに定まらないせいか、僕には漠然としたとらえられたのだが、子どもがあのように活動し、参加できる授業は是非とも必要なものである。ところで、あのような授業は続きがあるのだろうか。（中略）あと、時々盛り込むと言っていたが、突然行うのであろうか。それとも、学校の単元、または数学の単元の中で、オープンエンドという単元を作ってやるのか、そのへんが疑問である。

＜B（男子）＞　〔賛成〕
多様な考え方が可能なため、様々なアイディアを考え出すことができる授業だったと思う。いろいろな答えが可能なことで、多くの子どもが自分独自の考えを発表できるチャンスができることで授業が活発になったと思う。また、それぞれのアイディアの欠点を見つけだすことで、その考えの矛盾を見つけ、訂正し、より正しいものにするということを学級全体で行えることに大変驚いた。こういったことは、証明の考えで、論理的に物事をとらえるということを自然にやっているのは素晴らしいことである。この授業では、子どもたちが考えることに熱中して活動していた。僕たちの授業のように手を動かす作業に熱中するのではないところに素晴らしさがあったと思う。

＜C（女子）＞　〔条件つき賛成〕
今までの知識をいかに活用し、生かせるのかと子ども自身が考え、問題をあらゆる方向から見つめていくという点でとてもおもしろい授業だなと思いました。（中略）ただ、視点によってどのやり方にも良い点と悪い点があり、変わってくるということはもちろん認めていくべきことなのですが、問題に適さないような意見が出たとき、どう扱っていくのかということはオープンエンドの難しいところだと感じました。

＜D（女子）＞　〔どちらともいえない〕
子どもの思考力、考え方を広くみるという点では大変すぐれていると思った。しかし、果たして学級の全生徒がその授業展開についていけるかどうかという疑問が残った。授業の中では、尽きない議論がなされていた。力のある子どもたちは次々に他者の意見を取り入れて、自分の考えを更に深いものにしていた様子はうかがえた。けれど、表に出てこなかった子どもたちが、どこまで考え、授業の流れに乗っていたのかがわからなかった。全体としては活気のある授業ではあったが、広い見方を求めるために果てしなく続いてしまうところは一長一短だと感じた。（中略）そこで大切なのはやはり教師の力量だろう。

＜E（男子）＞　〔どちらともいえない〕
大変興味深くみさせていただいた。普段、授業でやるような問題とは違い、生徒がいろいろと考えている様子が見れて、おもしろかった。ただ、今までこのような授業をしたことはもちろん、受けたこともないので、どうもすっきりしない感じがある。自分たちは答えが１つに決まるものばかりやってきているので、答えがたくさんあるというと、すっきりしない感じを持ってしまうのだろう。また、アンケートの方の①②だと、どの方法（解答）も欠点や矛盾があり、正解という感じがしない。どうも先に進まない議論をしているようで、本当にすっきりしない感じがした。

４　オープンエンドに対する意識の追調査

教育実習時に考えていたオープンエンドに対する意識が、就職後にどのように反映しているのかをしるために、平成３年度卒業生の中で実際に教職についた者６名を対象に追調

査を行った。調査項目は次の３点である。

(1) 勤務状況（担当学年・担当時数・勤務時間・学級担任の有無）

(2) オープンエンド授業の実施状況（有無とその理由）

(3) 就職後の感想

教　職	８名
一般企業	５名
進　学	２名

表４　卒業後の就職状況

調査時期は、就職後ほぼ１年後にあたる平成４年１月下旬から２月中旬までとした。また調査方法については、電話によるインタビュー形式を採用した。ちなみに、平成３年度本校教育実習生の就職状況は次の通りである。以下、その概要について述べることとする。

(1)　勤務状況

回答は６名の先生からいただけた。回答者のほとんどが（６人中５人）小学校教諭だったため、多くが算数以外の教科も受け持ち、しかも学級担任を任されている。担当時間数は、それぞれ25時間を越えており、週時程のほとんどの授業を受け持っている状況である。感想にも述べられているように、初任ということで、一つひとつの仕事にかける時間も多く、勤務時間も10時間を越えている。回答者全員が、勤務状況については忙しさを感じているようである。

(2)　オープンエンドの授業の実施状況と感想

オープンエンドの授業については、実際に実施した先生は１名だけであった。内容は、朝自習の時間を使って課題として与えた。例えば「９を４つ使って、四則演算を用いて、１から10までの数をつくりなさい。」というようなものであった。このような授業に対する感想として次のような回答があった。好意的な感想として、子どもたちがのってくれる、ふだんの授業で静かな子や算数の苦手な子も自分で考えたりグループで考えるようになった、ひらめきが出てくる、算数が好きな子も出てくる、家に帰ってお母さんに学校でやった問題を出して上げる、である。否定的な感想としては、飽きやすい子が多いので難しい問題を出すと投げ出す子が多い、ということであった。

その他の先生方は、いずれも実施する機会がまだなかった。機会があればやってみたいという意欲的な意見は３名から聞かれた。ただ、全体としては、その多くが教材研究のための時間がない、教科書を扱う以外の時間的な余裕がない、具体的なオープンエンドの活用の仕方がわからない、などの理由から、オープンエンドの授業に対しては消極的のようである。オープンエンドに対して否定的な考えは見られないが、オープンエンドのよさを認めながらも教育現場に出てから実施されていないという背景には、このような時間的及び精神的な余裕のなさが何らかの障害となっているようである。加えて、教育実習生の授

対象	性別	担当学年	担当時数	勤務時間	担任有無	オープンエンド実施状況及び就職後の感想
A	女子	小2	26 算5	10	有	2．実施していない ・特に意識して考えたことがない。 ・教材研究が足らない。 3．こんな事までもやらなくても、と思うような授業以外の仕事が多いので、学校に行くと落ちつける時間がない。もっと授業の事だけを考えてできると思っていたので、就職前に自分の想像していたのと違った。
B	男子	小2	26 算5	10	有	2．実施していない。 ・オープンエンドのことを忘れていた。 ・授業の進度が遅れていたため、教科書の範囲を終わらせようと焦っていた。機会があればやってみたい。 3．算数の勉強不足を感じた。
C	女子	小5	26 算5	11	有	2．実施した。 ・実施の回数は記録していない。 ・朝自習の時間を利用して実施した。 3．1年で何もわからず、要領が悪いのかもしれないがとにかく忙しい。いつも疲れている。教育実習中は、子どもは可愛いし、わりと素直だったが、実際に就職してみると、逆に子どもの悪い面も見えてくる。
D	女子	小4	30 算5	10	有	2．実施していない。 ・時間的な余裕がない。 ・どの単元でどのように扱うとオープンエンドが効果があるのか分からない。各学年ごとのオープンエンドの事例を載せた本があれば、それを参考にして自分の授業でも扱ってみたい。 3．社会の中で働くのは大変だと思った。就職前は忙しいけれど楽しいと思ったが、実際には楽しいこともないし、思うようにいかないことが多く辛かった。（授業や生徒の指導など）。2学期に入ってから、慣れてきて楽しさを感じるようになってきた。
E	女子	小1	25 算4	10	有	2．実施していない。 ・オープンエンドの授業を積極的に実施しようと思ったことはない。 ・他の教科の教材研究に時間がかかるため、算数の教材研究の時間が少ない。 3．とにかく忙しい。学校まで遠いので通勤が大変。 年齢の近い人がいないので、本音が言えない。（自分の両親ぐらいの年齢の人が多く、仕事ができなくても大目に見てもらえるということもある。
F	女子	中1・3	17	12	無	2．実施していない。 やりたいとは思っているが、教科書を教える以外に時間的余裕がない。行事などで授業がなくなることが多いので、カリキュラムを消化するのに追われてしまう 3．とにかく忙しい。（行事や研究授業が多いため） 教材研究よりも他の仕事に時間がとられた。

※担当時数・勤務時間の単位は時間。担当時間の「算5」とは担当時間中算数の時間数が5時間ということ。
「オープンエンド実施状況及び就職後の感想」欄では、2がオープンエンドを実施したかとその理由、3が就職後の感想、をそれぞれ意味する。

表5　就職後の実習生の状況

業は、教科書中心の指導の考え方が強く、これは日本の数学教師の特徴ともあてはまる。どちらかといえばオープンエンドの授業は、その教科書の内容を教えてから、というように二次的に捉えている様子がうかがえる。

Ⅵ 知見と課題

教育実習生は、オープンエンドの考えやその問題については、好意的で、積極的に実施したい意向もある。少なくとも教職につく以前の段階では、学生は、オープンエンドへの関心や有効性については肯定的のようである。またその実践ついては、就職前の段階では消極的というよりはむしろ意欲的であり、実際にその展開を観察することで、その意識はより具体的に高まるようでもある。しかし就職後は、その多くが時間的な障害を理由に、積極的な実施が見られない。これは、オープンエンドに対して否定的な考え方になるというよりは、むしろ、教科書の中のいわゆる標準的な内容を中心とした算数・数学の授業や指導のあり方が、少なくとも一つの原因となっているようである。

教育実習生がオープンエンドをより有効なものと感得していくためには、研究者や教師が、よりよい課題とその実践を、さらに具体的に示していくことが大切であると考えられる。同時に、教師教育とりわけ就職前教育の段階で、オープンエンドの考えの存在を示していくこととともに、算数・数学の授業のあり方についてももっと論じられる必要があるといえる。具体的には、これは教科教育のカリキュラムの問題や、ひいては数学教育の目標論とも関連すべきことである。

なお本研究の調査収集にあたっては、東京学芸大学大学院細矢和博君に協力していただいた。ここに感謝する。

＜参考文献＞
澤田利夫代表；算数・数学科におけるカリキュラムの関連性に関する研究（第８集最終報告書），国立教育研究所科学教育研究センター，pp.68-69, 1991
山崎，矢嶋；オープンエンドに関する教育実習生の考え，小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究（研究代表者橋本吉彦），文部省科学研究，pp.28-38，1992

モデル授業は次の映像を使用した。
坪田耕三；オープン・エンド　アプローチの授業ー算数科６年単元「散らばり方をどう表すか」ー，図書文化社，1989

算数・数学科における
オープンエンドの問題に関する調査

東京学芸大附属世田谷中学校　　山崎　浩二　　矢嶋　昭雄

お　願　い

この調査は、算数・数学科のオープンエンドアプローチに対する考え方とその指導に関して、主として、将来、数学の教師として数学教育に携わると思われる大学生の方々を中心に、広く意見を集め、それらを分析し、今後の学校数学の内容に資することを目的としています。

この調査は、上記の目的に則した質問項目について、主として選択肢によってお答えいただくものです。なお、調査は文部省より平成３、４年度科学研究費補助金を受けた「小５から中２までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究」（一般研究Ｃ　研究代表者　橋本吉彦）の一部をなすものです。

ご多忙のおり誠に恐縮に存じますが、よろしくご協力のほどお願いいたします。

ご回答いただいた方の

お名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　第＿＿学年

専　攻＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

お答えをいただく方のお名前等のご記入をお願いいたしましたが、本調査の質問に対する皆様方の個々の回答については、一切、公表いたしません。

この調査についてのお問い合わせは、下記にお願いいたします。

〒158 世田谷区深沢4-3-1
東京学芸大学附属世田谷中学校　数学科研究室
Tel.03-3701-1510　（内線　21）
山崎　浩二　　矢嶋　昭雄

<オープンエンドについて>

算数・数学の授業で取り上げられる問題は、多くの場合、正しい答えがただ一通りに決まっているものがほとんどです。

これに対して、「正答がいく通りにも可能になるように条件づけた問題」のことをオープンエンドの問題と呼んでいます。また、そのような問題を取り扱って、児童生徒のそれぞれの反応を評価していく授業展開を、オープンエンドの授業といいます。

1　次に、オープンエンドの問題例を３つあげることにします。それぞれの問題においてその内容や興味・関心について、あなたの考えにもっとも近いものを１つ選び、その番号を○で囲んでください。また、その理由についてもお考えがありましたら、カッコ内にお書きください。

<関係や法則を発見する>

いろいろな観点からきまりや法則を見つけることによって、多くの解を考えることが可能な問題。

①　右に示すものは、ある規則でつくった表の一部です。この表の数のならび方をよく調べて、表のもついろいろなきまりや性質をできるだけたくさん見つけなさい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

(1)　このようなオープンエンドの問題があることを以前から知っていた。
　1　はい　　2　いいえ

(2)　このようなオープンエンドの授業を以前に受けたことがある。
　1　はい　　2　いいえ　　いつ（　　　　）

(3)　このようなオープンエンドの授業を教育実習の授業でやったことがある。
　1　はい　　2　いいえ

(4)　このようなオープンエンドの問題はおもしろいと思う。
　1　思う　　2　少し思う　　3　はっきりしない　　4　あまり思わない
　5　思わない　　その理由（　　　　）

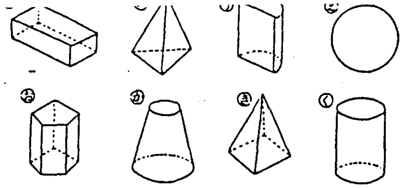
(5)　このようなオープンエンドの問題は役に立つと思う。
　1　思う　　2　少し思う　　3　はっきりしない　　4　あまり思わない
　5　思わない　　その理由（　　　　）

(6)　このようなオープンエンドの授業をやってみたいと思う。
　1　思う　　2　少し思う　　3　はっきりしない　　4　あまり思わない
　5　思わない　　その理由（　　　　）

<観点にしたがって分類する>

分類の観点の決め方によって、いろいろと違った組合せが考えられ、多くの解を考えることが可能な問題。

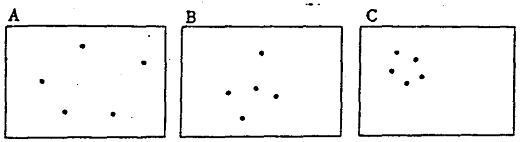
②　次の図のような立体があります。イの立体のもつ特徴と同じ特徴をもつ立体をあげ、その特徴もいいなさい。



(1) このようなオープンエンドの問題があることを以前から知っていた。
　　1　はい　　　　　　2　いいえ
(2) このようなオープンエンドの授業を以前に受けたことがある。
　　1　はい　　　　　　2　いいえ　　　　　いつ（　　　　　　　　）
(3) このようなオープンエンドの授業を教育実習の授業でやったことがある。
　　1　はい　　　　　　2　いいえ
(4) このようなオープンエンドの問題はおもしろいと思う。
　　1　思う　2　少し思う　3　はっきりしない　4　あまり思わない
　　5　思わない　　その理由（　　　　　　　　　　　　　　　　　）
(5) このようなオープンエンドの問題は役に立つと思う。
　　1　思う　2　少し思う　3　はっきりしない　4　あまり思わない
　　5　思わない　　その理由（　　　　　　　　　　　　　　　　　）
(6) このようなオープンエンドの授業をやってみたいと思う。
　　1　思う　2　少し思う　3　はっきりしない　4　あまり思わない
　　5　思わない　　その理由（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

<数値化する>
ある観点を決めることによって、その数値化または数量化の方法がいろいろ考えられ多くの解を考えることが可能な問題。

③　A．B．Cの3人でおはじき遊びをしたら、下の図のようになりました。この遊びでは、落としたおはじきのちらばりの小さい方が勝ちとなります。



上の例では、「おはじきのちらばりの程度は、A．B．Cの順にだんだん小さくなっている」といえそうです。
このような場合、ちらばりの程度を数で表す方法を何通りも考えてください。

(1) このようなオープンエンドの問題があることを以前から知っていた。
　　1　はい　　　　　　2　いいえ
(2) このようなオープンエンドの授業を以前に受けたことがある。
　　1　はい　　　　　　2　いいえ　　　　　いつ（　　　　　　　　）
(3) このようなオープンエンドの授業を教育実習の授業でやったことがある。
　　1　はい　　　　　　2　いいえ
(4) このようなオープンエンドの問題はおもしろいと思う。
　　1　思う　2　少し思う　3　はっきりしない　4　あまり思わない
　　5　思わない　　その理由（　　　　　　　　　　　　　　　　　）
(5) このようなオープンエンドの問題は役に立つと思う。
　　1　思う　2　少し思う　3　はっきりしない　4　あまり思わない
　　5　思わない　　その理由（　　　　　　　　　　　　　　　　　）
(6) このようなオープンエンドの授業をやってみたいと思う。
　　1　思う　2　少し思う　3　はっきりしない　4　あまり思わない
　　5　思わない　　その理由（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

2　ここでは、オープンエンドの説明とその問題例をあげましたが、あなたはその内容から、どのようなことを考えますか。
　それについて、具体的にお書きください。（オープンエンドの考え方、問題の内容、実際の指導法など、考えたことを自由に書いてください。）

ご協力ありがとうございました。

「部屋わりの問題」の答え = 58通り

1:	5	5	5	5	5	5	1	0	0
2:	5	5	5	5	5	4	2	0	0
3:	5	5	5	5	5	4	1	1	0
4:	5	5	5	5	5	3	3	0	0
5:	5	5	5	5	5	3	2	1	0
6:	5	5	5	5	5	3	1	1	1
7:	5	5	5	5	5	2	2	2	0
8:	5	5	5	5	5	2	2	1	1
9:	5	5	5	5	4	4	3	0	0
10:	5	5	5	5	4	4	2	1	0
11:	5	5	5	5	4	4	1	1	1
12:	5	5	5	5	4	3	3	1	0
13:	5	5	5	5	4	3	2	2	0
14:	5	5	5	5	4	3	2	1	1
15:	5	5	5	5	4	2	2	2	1
16:	5	5	5	5	3	3	3	2	0
17:	5	5	5	5	3	3	3	1	1
18:	5	5	5	5	3	3	2	2	1
19:	5	5	5	5	3	2	2	2	2
20:	5	5	5	4	4	4	4	0	0
21:	5	5	5	4	4	4	3	1	0
22:	5	5	5	4	4	4	2	2	0
23:	5	5	5	4	4	4	2	1	1
24:	5	5	5	4	4	3	3	2	0
25:	5	5	5	4	4	3	3	1	1
26:	5	5	5	4	4	3	2	2	1
27:	5	5	5	4	4	2	2	2	2
28:	5	5	5	4	3	3	3	3	0
29:	5	5	5	4	3	3	3	2	1
30:	5	5	5	4	3	3	2	2	2
31:	5	5	5	3	3	3	3	3	1
32:	5	5	5	3	3	3	3	2	2
33:	5	5	4	4	4	4	4	1	0
34:	5	5	4	4	4	4	3	2	0
35:	5	5	4	4	4	4	3	1	1
36:	5	5	4	4	4	4	2	2	1
37:	5	5	4	4	4	3	3	3	0
38:	5	5	4	4	4	3	3	2	1
39:	5	5	4	4	4	3	2	2	2
40:	5	5	4	4	3	3	3	3	1
41:	5	5	4	4	3	3	3	2	2
42:	5	5	4	3	3	3	3	3	2
43:	5	5	3	3	3	3	3	3	3
44:	5	4	4	4	4	4	4	2	0
45:	5	4	4	4	4	4	4	1	1
46:	5	4	4	4	4	4	3	3	0
47:	5	4	4	4	4	4	3	2	1
48:	5	4	4	4	4	4	2	2	2
49:	5	4	4	4	4	3	3	3	1
50:	5	4	4	4	4	3	3	2	2
51:	5	4	4	4	3	3	3	3	2
52:	5	4	4	3	3	3	3	3	3
53:	4	4	4	4	4	4	4	3	0
54:	4	4	4	4	4	4	4	2	1
55:	4	4	4	4	4	4	3	3	1
56:	4	4	4	4	4	4	3	2	2
57:	4	4	4	4	4	3	3	3	2
58:	4	4	4	4	3	3	3	3	3

(橋本, 930209)