

# 学生実験のための光子計数実験 ～ 光子統計から見た光の量子性の導入

山本郁夫, 信田実<sup>1)</sup>

横浜国立大学大学院 教育学研究科

## Photon Counting for Undergraduate Quantum Optics Experiment

Ikuo YAMAMOTO and Minoru SHINODA<sup>1)</sup>

光子計数法の実験と光子統計に関する学生実験のための低コストな装置の開発を目的とした光子統計実験を行い、そのような安価な装置で光源の光子統計分布を測定することが可能であることを示した。また、ゲート時間を  $40\mu\text{s}$  程度にすることによって、ラッテクス粒子を分散させた溶液からの散乱光が、Bose-Einstein 分布を主成分とするカオス光からなることを明らかにした。

### 1. はじめに

近年、物理学の分野だけでなく、生物学・化学・医学などの多くの分野において光子計数法（フォトンカウンティング）による極微弱光測定が広く行われている。また、最近進展著しい量子暗号通信システムなどにおける、光子の示す非古典的確率論的な振る舞いは、量子物理への優れた入門的テーマとなりうる。

本稿では、この非常に応用範囲の広い光子計数法を用いた微弱光検出技術の修得と、光子統計分布の持つ確率統計論的な側面の理解を目的とした学生実験装置の開発について報告する。

典型的な光子計数測定では、光電子増倍管などの光電変換素子を用いて光を電子（電流）に変換して光を検出する。この際に、光電子増倍管に入射した光子は電流パルスとして計数される。入射光強度が大きい場合は、各電流パルスは重なり合い、持続した電流の流れとなり、電流の強さは入射光量に比例した物理量を与える。一方、入射光量が非常に弱くなると、個々の光子に由来する電流パルスとして光が計数され、サンプリング時間間隔内の光子計数値が光量として記録されることになる。

この様に、光は古典的には電磁波として記述されるが、その観測方法を変えることにより量子的な特性を示す粒子(光子)として観測される。また、その際に観測にかかる物理量は、光子を発生する光源の特徴を反映することが知られている。すなわち、強度が安定したコヒーレントな光では、光子計数値は Poisson 分布となるが、熱的光源からの光の光子計数値は、サンプリング時間が

---

<sup>1)</sup> 国際基督教大学高等学校

光源の時間変化を特徴付ける緩和時間よりも十分に短い場合、Bose-Einstein 分布で与えられる。このように、単に平均値の測定だけでなく、計数値の統計分布を調べることにより、光源の持つ特性が分かる。この光源の持つ特性には、例えば、直接の発光源の持つ性質だけでなく、溶液中のコロイド粒子などの散乱体の運動によって生じる密度揺らぎを反映した性質などが含まれ、光散乱を用いた物性計測の有力な手段ともなっている。

本研究では、光子計数法の実験と光子統計に関する学生実験のための低コストな装置の開発を目的とした。一般的な光子計数実験では、高速応答のパルス回路装置などの高価な装置が必要となるので、学生実験で使用することを目的とする場合、この点が大きな障害となる。これを克服するための工夫として、例えば、デジタルオシロスコープを取り入れるような試み<sup>1)</sup>もなされている。ここでは、汎用の TTL 論理素子を用いて組んだ低コストなデジタル計数回路を使った装置を開発し、それを疑似熱光源としての液体中のコロイド粒子からの散乱光に適用した実験結果について報告する。

第 2 章では、光子統計を理解するために必要な理論的背景について述べ、第 3 章では、光子計数実験について記述した。結果と議論を第 4 章において与えた。

## 2. 光子統計分布について<sup>2,3)</sup>

観測時間  $T$  の間に計数される光子数  $n$  の統計的な分布  $P_n(T)$  が光子統計分布である。入射光強度を定常的にしておいて測定された関数  $P_n(T)$  は、光源の統計的な性質についての情報を含んでいる。

この統計分布関数  $P_n(T)$  については、Mandel により<sup>4)</sup>

$$P_n(T) = \left\langle \frac{\{\zeta I(t, T)T\}^n}{n!} \exp\{-\zeta I(t, T)T\} \right\rangle \quad (1)$$

と表されることが分かっている。ただし、ここで  $I(t, T)$  は時刻  $t \sim t+T$  の間に光電陰極面に入射する光強度を時間  $T$  に渡って時間平均した量を、また、 $\zeta$  は光電管の光電子変換効率を表している。また、 $\langle \dots \rangle$  は多数の測定開始時刻  $t$  について括弧内の量の平均（統計的集団平均）をとることを意味する記号である。(1) 式については、参考文献 2 または 3 に初等的な導出方法が詳しく述べられている。

入射光強度  $I(t)$  にゆらぎが無く時刻  $t$  に依存しないとき、 $I(t, T)$  は  $t$  と  $T$  に独立な定数となり、その結果、光子計数分布関数  $P_n(T)$  は、 $\bar{n} = \zeta I(t, T)T$  を定数（時間間隔  $T$  あたりの平均光子数）とにおいて

$$P_n(T) = \frac{\bar{n}^n}{n!} \exp(-\bar{n}) \quad (2)$$

で表される Poisson 分布となる。これに相当するのは、古典的な電磁波、あるいは量子力学的コヒーレント状態にある理想的なレーザーからの光などである。また、ここで言うところの入射光強度  $I(t)$  は、実際はある有限の観測時間  $\Delta t$  内の光子計数値を表しているので、ゆらぎを持つ入射光を観測する場合でも、光源のゆらぎの特性時間  $\tau_c$ （コヒーレンス時間と呼ばれる）よりも  $\Delta t$  が十分に長い場合には、光強度  $I(t)$  は  $t$  に関係なく一定となるので、分布関数は Poisson 分布で与えられることになる。このときの分布の平均値  $\bar{n}$  のまわりの光子計数のゆらぎの大きさは、分布の分散

$$\langle (n - \bar{n})^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \bar{n})^2 P_n(T) = \bar{n}$$

で与えられる。また、入射光強度が一定でゆらぎが無いということは、光子の検出には相関が存在しないということである。すなわち、時間  $T$  内のある時間間隔  $\Delta t$  内の光子の検出はまったく偶発的な事象となり、その直前の同一時間間隔  $\Delta t$  内における光子の検出の有無と一切関係がない。

一方、熱光源のようにゆらぎを持つ入射光はカオス光と呼ばれる。カオス光の瞬間強度が  $I(t) \sim I(t) + dI(t)$  の間の大きさをとる確率は

$$p(I(t))dI(t) = \frac{1}{I} \exp\left[-\frac{I(t)}{I}\right] dI(t) \quad (3)$$

で与えられる<sup>5)</sup>ことが分かっている。古典的な電磁場の描像では光強度が電場の 2 乗で与えられることを考慮すると、この関係は要するに、その大きさがガウス分布に従うランダムな電磁場によってカオス光が構成されていることを意味している。

光子の計数時間  $T$  がゆらぎの特性時間  $\tau_c$  よりも十分に短い条件でこのカオス光を観測する場合、入射光強度  $I(t)$  は 1 つの計数時間内では事実上定数とし  $I(t, T) = I(t)$  と近似できること、および (3) 式の関係を用いると、光子計数分布関数  $P_n(T)$  は

$$\begin{aligned} P_n(T) &= \frac{1}{I} \int \exp(-I(t)/I) \frac{(\zeta I(t)T)^n}{n!} \exp(-\zeta I(t)T) dI(t) \\ &= \frac{\bar{n}^n}{(1+\bar{n})^{1+n}} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ただし、この計算では、エルゴード仮説を用いて (1) 式で用いられている時間  $t$  についての平均を、(4) 式では光強度の確率分布  $p(t)$  についての集団平均に置き換えて計算した。(4) 式で表される分布は、常に  $n=0$  となる確率が最大で、 $n$  の増加とともに  $P_n$  は単調に減少する。このことは、カオス光では強度が一定の Poisson 分布と異なり、ある時間間隔内で光子を計数すると、その前後の時間間隔内で光子を計数する確率が高くなるという傾向があることを意味する。すなわち、連続する光子計数値の間に相関が存在する。また、このことの帰結の 1 つとして、カオス光の持つ分散は Poisson 分布よりも大きくなることが言える。

参考文献 2 の 1.7 節に示されているように (4) 式は単一の振動数を持つ光子の黒体輻射の光子分布と同じであることが証明できる。このことは、黒体輻射に代表されるような一般的な熱光源からの光子統計分布は、単一モードの励起に限らず広くカオス光の統計分布に従うことを意味する。なお、高圧放電管などの熱光源のコヒーレンス時間は、普通、約  $10^{-8}$  秒のオーダーと非常に短く、このゆらぎを捕らえることは通常の計数システムでは一般的に不可能である。そこで、次の章で詳しく述べるように、実験では、擬似的な熱光源、カオス光源を使う。

### 3. 実験方法

#### a) 光源

強度が一定の光源には、出力 5mW の He-Ne レーザー（波長 633nm）を綿棒に当てて乱反射させ、強度を減少させた光を使用した。また、疑似カオス光としては、水溶液中に分散したポリスチレン（直径 220nm）からの散乱光を用いた。ラテックス試料（積水化学、試薬用ラテックス、濃度 10%）を蒸留水で 1,000 倍に希薄した溶液（濃度  $0.1\text{mg/cm}^3$ ）を円筒形のガラスセル（直径 10mm）に入れ、これにレーザー光を当て、入射光と直角な方向に散乱された光を擬似的熱光源とした。この場合の散乱光の持つゆらぎのコヒーレンス時間について知っておく必要がある。溶液

からの散乱光は溶液中のラテックス球の熱運動に起因する強度ゆらぎを示す。そのゆらぎの特性時間 $\tau_c$ は Brown 運動に関係付けることができ、溶液中の拡散係数 $D$ を使って

$$\tau_c = 1/(q^2 D)$$

と表される<sup>6)</sup>。ただし、 $q$  は散乱ベクトルと呼ばれる量で、光の波長を $\lambda$ 、水の屈折率を $n$ 、散乱角を $\theta$ とすると

$$q = \frac{4\pi n}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \quad (n = 1.33, \lambda = 633\text{nm}, \theta = 90^\circ)$$

となる<sup>7)</sup>。また、拡散係数 $D$ は Brown 運動に対する Stokes-Einstein の関係式から、粒半径 $a$ 、温度 $T$ 、水の粘性率 $\eta$ を使って

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a} \quad (T = 293\text{K}, \eta = 1.002 \times 10^{-3} \text{kg/(m}\cdot\text{s)}, a = 110\text{nm})$$

と表される<sup>8)</sup>。上式に実験に用いた値を代入すると、 $D = 1.95 \times 10^{-12} \text{m}^2/\text{s}$ 、 $q = 1.87 \times 10^7 \text{m}^{-1}$  となり、ゆらぎの特性時間 $\tau_c$ として約 1.5ms が得られる。

この他に疑似的熱光源を得る方法としては、回転する磨りガラスにレーザー光を当て、それからの散乱光を用いる方法<sup>1)</sup>がある。この方法の長所は、ゆらぎ時間を回転速度により変化させられることであるが、良好なカオス光を得るためには磨りガラスの表面の均一性が求められる。単分散ラテックス溶液からのゆらぎの均一性、すなわち均質なカオス光としての特性は、この回転磨りガラスによる方法と比較して優れていると考えられる。

#### b) 光学検出系

光学検出系の配置を図 1 に示した。レーザー光を綿棒またはラテックス溶液で散乱させ、ピンホール (径 200 $\mu\text{m}$ ) を通して、安定化高電圧電源からの約 -1,000V の負電圧を印加した光電子増倍管 (浜松フォトニクス, R647) へ入射させた。ピンホールは最適の光量が光電子増倍管に入り、迷光が光電子増倍管へ侵入するのを防ぐためであるが、その他に空間的コヒーレンス条件<sup>9)</sup>を満たす光のみを通過させるために、その大きさを選んで設置されている。光電子増倍管で生じたパルス幅が約 50ps の電流パルスは (図では省略された) プリアンプとディスクリミネーターを通過した後、自作の計数回路へ送られて、さらにコンピュータで統計処理される。

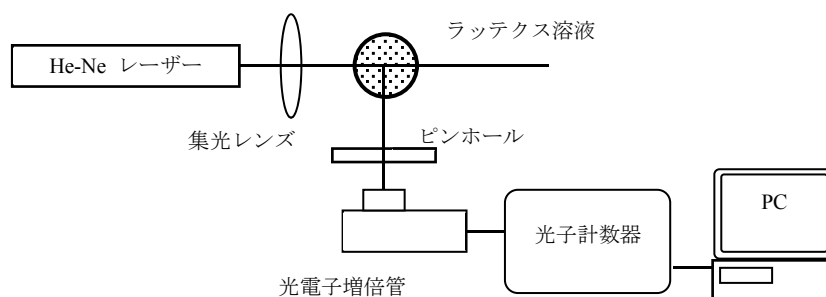


図 1 光子計数実験装置

### c) 光子計数回路

素粒子原子核実験などで使われる NIM 規格回路モジュールを用いた高価なパルス計数装置は本実験のような学生実験には向いていない。本研究では、それに代わって市販の汎用 TTL 論理素子および CMOS 素子を使った低コストで簡易な計数回路を作製した。

作製した計数回路の概念図を図 2 に示した。入力パルスは 8 ビットのバイナリーカウンター (LS197×2) に入り、定められた時間内計数した結果をラッチ回路 (LS273) で一端保持し、ついでデータは 4 ビット FIFO 素子 (40105B) を組み合わせた 64 チャンネル記憶素子からなる FIFO 回路へ送られる。連続した 64 個の計数データが得られた後、FIFO 内の全データをコンピューターへ取込み、必要な解析と結果の表示を行う。タイミング回路は、カウンター、ラッチ、FIFO 回路の同期を取るためのものである。なお、1 チャンネル当たりの最大計数値は 255 であるが、実験で用いた計数時間 ( $40\mu\text{s}\sim 10\text{ms}$ ) と、最大光子計数率 (約  $150,000\text{cps}$ ) を考慮すると、1 チャンネル当たりの平均計数値は約 3 であり、計数オーバーフローはほぼ起こらないとして良い。

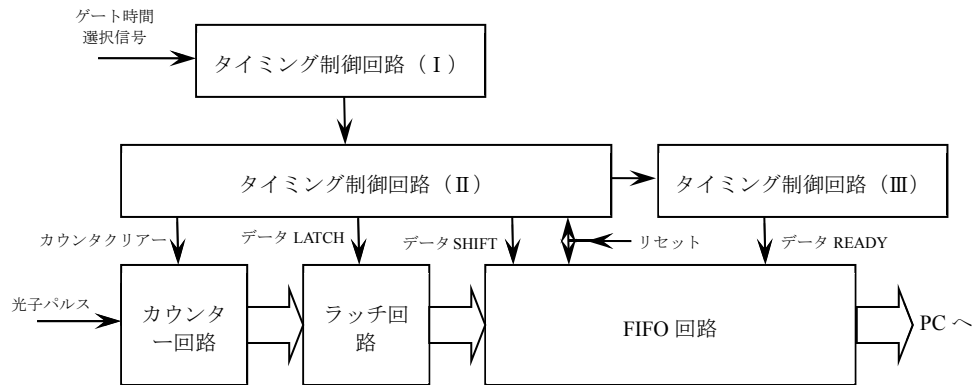


図 2 計数回路の概念図

## 4. 結果と考察

第 2 章で説明したように、本研究の目的は強度ゆらぎに関して異なる特性を持つ 2 つの光源、すなわち、(a) 強度一定のコヒーレントな光源、および、(b) 適当な緩和時間  $\tau_c$  で揺らいでいる熱光源について、それぞれの光子統計の違いを見いだすことである。

### (a) 強度一定のコヒーレントな光源

綿棒で乱反射させた He-Ne レーザーからの光を、1 チャンネル当たりの観測時間  $T$  (ゲート時間) を  $40\mu\text{s}\sim 10\text{ms}$  の間で変化させて観測した結果を図 3 (a) に示した。統計処理したデータの総数は約 10 万個である。各測定における平均光子数を約  $3.0\pm 0.1$  カウントになるように入射光量を調節した。図から、いずれのゲート時間についての観測結果も Poisson 分布に従うことが分かる。

### (b) 熱光源

データの総数や平均光子数等の実験条件を上のコヒーレント光源と同じになるようにレーザー光の入射強度を調節して、ポリスチレン・ラテックス球を分散させた溶液に照射し、散乱光を観測時間  $40\mu\text{s}\sim 10\text{ms}$  の間で変化させて観測した結果を図 3 (b) に示した。図を見ると、ゲート時間が短くなるに従って、分布のピークが徐々に計数値の小さい方へシフトして行く様子が分かる。しかし、図に示した最小ゲート時間  $40\mu\text{s}$  の場合でも、予想される完全な Bose-Einstein 分布には

なっていない。この原因として、 $40\mu\text{s}$  の観測時間  $T$  が緩和時間  $\tau_c$  に比較してまだ長すぎるということが考えられるが、この実験で使用したラテックス球を分散させた溶液からの散乱光の揺らぎ時間は約  $1.5\text{ms}$  であり、 $T/\tau_c \approx 0.027$  となることを考慮すると、この観測された Bose-Einstein 分布へ漸近しないことを  $T$  の大きさに帰することはできない<sup>10)</sup>。このことは、ゲート時間が  $40\mu\text{s}$  と  $200\mu\text{s}$  の場合の光子統計分布にほとんど差が見られないことから確認できる。

つぎに考えられる有力な原因として、溶液からの純粋な散乱光（熱光源）に加えて、Poisson 分布に従う光源となりうる、溶液を入れたガラスセル壁面などからの散乱光（コヒーレント光）、および、光電子増倍管の暗電流（ダークカウント）が混じっている可能性が挙げられる。

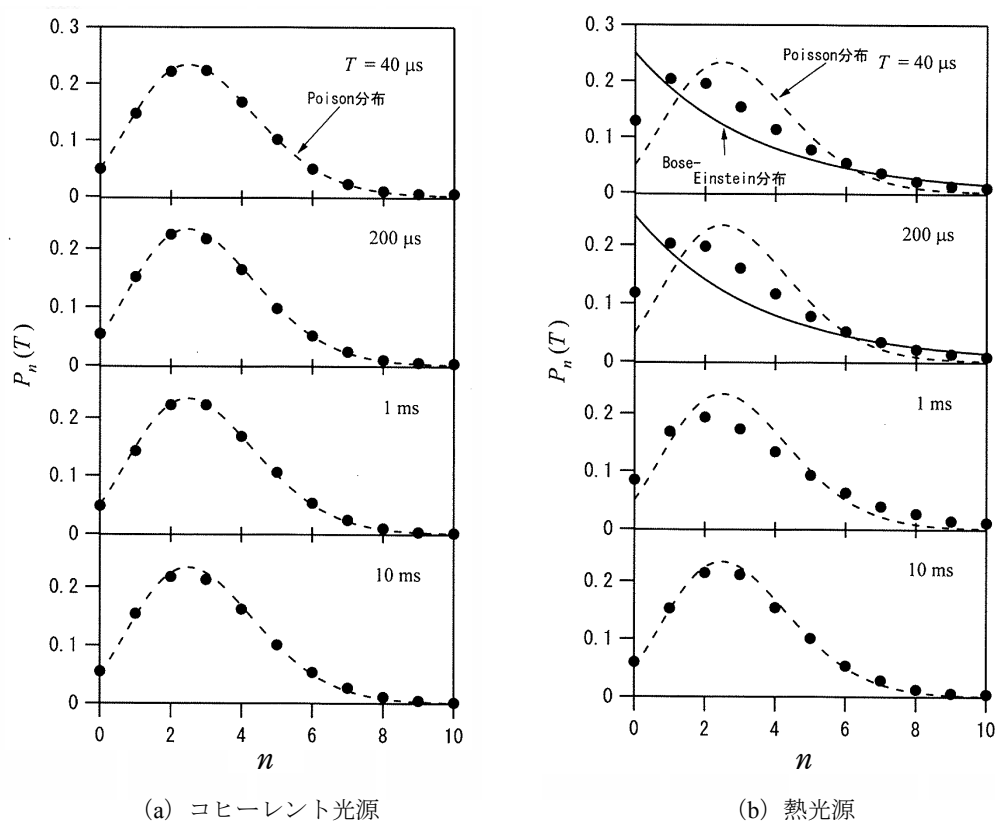


図3 光子統計分布の観測結果

そこで、ゲート時間  $T=40\mu\text{s}$  のデータ（平均光子数 2.99）を、Poisson 分布と Bose-Einstein 分布の成分の和として表し、それぞれの成分比と平均光子数を調節パラメータとした最適フィッティングを行った。その結果によると、観測された分布は、全体の 86% が平均光子数 2.56 の Bose-Einstein 分布で、残りの 14% が平均光子数 3.18 の Poisson 分布によって最も良く近似できることが分かった。この解析から得られた  $T=40\mu\text{s}$  のデータ中の Bose-Einstein 分布成分を図4に示した。図から、 $n \geq 2$  のデータは Bose-Einstein 分布曲線によって良く近似できることが分かる。 $n = 0$ , および 1 のデータが Bose-Einstein 分布曲線からずれるのは、暗電流（ダークカウント）による影響と統計誤差が大きいことが考えられる。この影響を減らすためには、光電子増倍管を冷却するか、あるいはダークカウントの少ない高価な光電子増倍管を使用することが可能であるが、学生実験における使用を目的とする場合は、このような対策はあまり望めない。

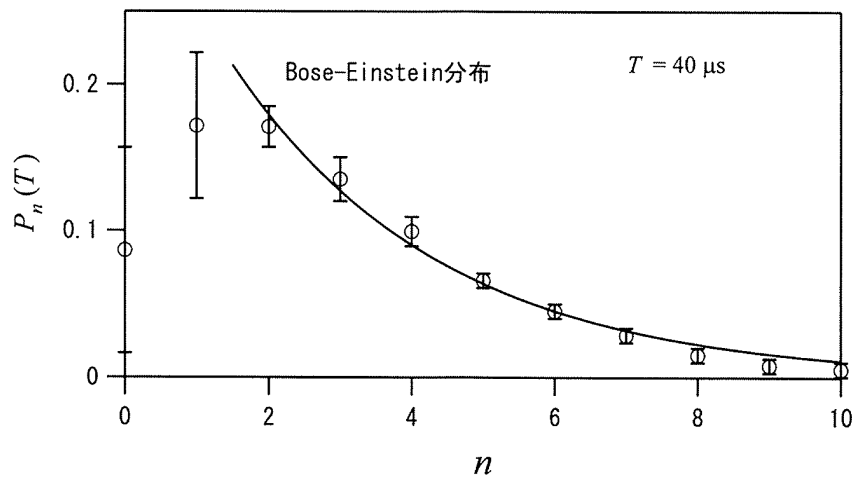


図4 ゲート時間 40 $\mu$ s の光子統計分布 (Poisson 分布を除いたデータ)

## 5. まとめ

光子計数法の実験と光子統計に関する学生実験のための低コストな装置の開発を目的とした光子計数実験を行い、光源の光子統計分布を測定することが可能であることを示した。また、ゲート時間を 40 $\mu$ s 程度に小さくすることによって、ポリスチレン・ラテックス粒子を分散させた溶液からの散乱光が、Bose-Einstein 分布を主成分とする光子からなることを明らかにした。今後の改良点として、暗電流の少ない光電子増倍管の使用、および、迷光を極力減らすような光学セルの工夫などが挙げられる。

## 参考文献

- 1) M. L. Martínez Ricci, J. Mazzaferri, A. V. Bragas, and O. E. Martínez: "Photon counting statistics using a digital oscilloscope," Am. J. Phys. **75** (2007) 707.
- 2) R. ラウドン: 光の量子論 (内田老鶴圃, 1973 年), p. 250.
- 3) 花村栄一: 量子光学 (岩波講座, 現代の物理学, 第 8 巻) (岩波書店, 1992 年), p. 72.
- 4) L. Mandel: "Fluctuations of photon beams: The distribution of the photoelectrons," Proc. Phys. Soc. London **74** (1959) 233.
- 5) ref. 2, p. 112.
- 6) B. J. Berne and R. Pecora: *Dynamic Light Scattering*, (Dover Pub., New York, 1976), p. 60.
- 7) ref. 6, p. 26.
- 8) P. W. アトキンス: 物理化学 (下), 第 4 版 (東京化学同人, 1993 年), p. 1045.
- 9) 日本化学会編: 新実験化学講座, 第 4 巻, 基礎技術 3 光 (II) (丸善, 1976 年), p. 732.
- 10) E. Jakeman and E. R. Pike: "The intensity-fluctuation distribution of Gaussian light," J. Phys. A **1**(1968)128.