

博士論文

すべり摩擦に現れる振動の抑制に関する基礎研究

Fundamental research on the suppression of vibrations appearing in sliding friction

2014年3月

指導教員：中野 健 准教授

国立大学法人 横浜国立大学大学院

環境情報学府

田所 千治

目次

第1章 緒論	1
1.1 研究の背景	2
1.1.1 すべり摩擦と振動	2
1.1.2 既往の研究	7
1.2 研究の目的	11
1.3 論文の構成	12
参考文献	13
第2章 すべり摩擦に現れる振動の整理	17
2.1 振動の分類	18
2.1.1 擾乱による自由振動	19
2.1.2 垂直抗力の時間変化による強制振動	22
2.1.3 動摩擦力の速度弱化による自励振動	26
2.1.4 静摩擦力と動摩擦力の差によるスティックスリップ	27
2.1.3 その他の振動	30
2.2 各振動の関係	33
2.2.1 自由振動と自励振動の関係	34
2.2.2 自由振動とスティックスリップの関係	36
2.2.3 自励振動とスティックスリップの関係	38
参考文献	39
第3章 強制振動とスティックスリップの関係	43
3.1 緒言	44
3.2 実験方法	45
3.2.1 実験装置	45
3.2.2 実験条件	47
3.3 実験結果	48
3.3.1 代表的な実験結果	48
3.3.2 駆動速度の影響	51
3.3.3 垂直荷重の影響	51
3.3.4 固有振動数の影響	51

3.4	考察	・・・	54
3.4.1	卓越成分の起源	・・・	54
3.4.2	強制振動成分とスティックスリップ成分の分離	・・・	57
3.5	結言	・・・	59
	参考文献	・・・	59
第4章 微小動荷重を利用したアクティブ制振			・・・ 61
4.1	緒言	・・・	62
4.2	理論	・・・	63
4.2.1	解析モデル	・・・	63
4.2.2	支配方程式	・・・	63
4.2.3	固有値解析	・・・	64
4.3	実験	・・・	66
4.3.1	実験装置	・・・	66
4.3.2	実験条件	・・・	69
4.3.3	実験結果	・・・	70
4.4	考察	・・・	75
4.5	結言	・・・	77
	参考文献	・・・	77
第5章 異方的な支持剛性を利用したパッシブ制振			・・・ 79
5.1	緒言	・・・	80
5.2	解析モデル	・・・	81
5.3	支配方程式	・・・	82
5.4	固有値解析	・・・	84
5.4.1	固有方程式	・・・	84
5.4.2	安定条件	・・・	87
5.5	数値シミュレーション	・・・	91
5.5.1	計算方法	・・・	91
5.5.2	計算結果	・・・	92
5.6	考察	・・・	96
5.6.1	角らのモデルとの比較	・・・	96
5.6.2	制振メカニズム	・・・	97

5.7 結言	．．． 98
参考文献	．．． 98
第6章 考察	．．． 99
6.1 1自由度系に現れる振動の抑制	．．． 100
6.2 多自由度系への拡張に関する展望	．．． 105
参考文献	．．． 111
第7章 結論	．．． 113
謝辞	．．． 117
研究業績	．．． 119

記号表

a	表面突起の平均高さ [m]	$\mathbf{K}_{\xi\eta}^*$	無次元主剛性行列
A	振幅 [m]	L	接触面長さ [m]
A_0	積分定数	m	従動体の質量 [kg]
A_1	積分定数	\mathbf{M}	質量行列
A_2	積分定数	\mathbf{R}	回転行列
A_{ss}	スティックスリップの振幅 [m]	t	時間 [s]
A_x	x 軸方向の振幅	\mathbf{v}	従動体の速度ベクトル
A_y	y 軸方向の振幅	V	下面の駆動速度 [m/s]
c	減衰係数 [Ns/m]	\mathbf{V}	駆動速度ベクトル
$c_{\text{add-A}}$	アクティブ制振法の減衰係数 [Ns/m]	V_{rel}	従動体と駆動面の相対速度 [m/s]
$c_{\text{add-P}}$	パッシブ制振法の減衰係数 [Ns/m]	\mathbf{V}_{rel}	相対速度ベクトル
c_{eff}	実効減衰係数 [Ns/m]	$\mathbf{V}_{\text{rel}}^*$	無次元相対速度ベクトル
c_{ξ}	ξ 軸方向の減衰係数 [Ns/m]	W	垂直荷重 [N]
c_{η}	η 軸方向の減衰係数 [Ns/m]	W_s	静荷重 [N]
\mathbf{C}	減衰行列	W_d	動荷重 [N]
\mathbf{C}_{eff}	実効減衰行列	W_{d0}	動荷重係数 [Ns/m]
\mathbf{C}^*	無次元減衰行列	x	x 軸方向の従動体の位置 [m]
$\mathbf{C}_{\text{eff}}^*$	無次元実効減衰行列	\mathbf{x}	位置ベクトル
$\mathbf{C}_{\xi\eta}$	主減衰行列	x_{eq}	従動体の平衡点位置 [m]
$\mathbf{C}_{\xi\eta}^*$	無次元主減衰行列	y	y 軸方向の従動体の位置 [m]
f	摩擦特性関数	α	無次元パラメータ
f_n	固有振動数 [Hz]	β	固有値
f_N	NRM 側の固有振動数 [Hz]	ε	無次元パラメータ
f_T	TNG 側の固有振動数 [Hz]	γ	無次元パラメータ
f_{ss}	スティックスリップの振動数 [Hz]	ζ	無次元パラメータ (減衰比)
F	摩擦力 [N]	ζ_{eff}	実効減衰比
\mathbf{F}	摩擦力ベクトル	η	η 軸方向の従動体の位置 [m]
F_{eq}	平衡点における摩擦力 [N]	κ	無次元パラメータ (剛性比)
F_k	動摩擦力 [N]	λ	無次元パラメータ (スティックスリップパラメータ) / 固有値
F_s	静摩擦力 [N]	λ_{ξ}	無次元パラメータ
F_{smax}	最大静摩擦力 [N]	μ	摩擦係数
k	剛性 [N/m]	μ_k	動摩擦係数
k_y	y 軸方向の剛性 [Ns/m]	μ_0	動摩擦係数 ($V_{\text{rel}} = 0$)
k_{ξ}	ξ 軸方向の剛性 [Ns/m]	$\mu_{k\infty}$	動摩擦係数 ($V_{\text{rel}} = \infty$)
k_{η}	η 軸方向の剛性 [Ns/m]	μ_s	静摩擦係数
\mathbf{K}	剛性行列	ξ	従動体の無次元位置
\mathbf{K}^*	無次元剛性行列		
$\mathbf{K}_{\xi\eta}$	主剛性行列		

ξ	無次元位置ベクトル
τ	無次元時間
φ	位相差 / ミスアライメント角
ψ	無次元摩擦力
$\boldsymbol{\psi}$	無次元摩擦力ベクトル
ω	角振動数 [rad/s]
ω_n	固有角振動数 [rad/s]
$\omega_{n\xi}$	ξ 軸方向の固有角振動数 [rad/s]
Ω	無次元パラメータ

第1章 緒論

■ 概要：

本章では本論文の導入として、本研究の背景、目的および論文の構成について述べる。

1.1 節「本研究の背景」では、すべり摩擦と振動という異なる2つの現象について、それぞれの現象の特徴に触れた後、すべり摩擦に現れる振動について概要を述べる。また、すべり摩擦に現れる振動について機械製品における既往の研究をまとめている。

1.2 節「本研究の目的」では、すべり摩擦に現れる振動の抑制について、その重要性和現状の対処方法の問題点を指摘するとともに、本研究の目的を述べる。また、本研究で対象とした低自由度系による基礎的な検討の重要性についても併せて述べる。

1.3 節「論文の構成」では、本論文を構成する7つの章の概要、および各章の位置づけについて述べる。

1.1 研究の背景

1.1.1 すべり摩擦と振動

摩擦とは、「接触する2つの物体が、外力の作用の下ですべりや転がり運動をするとき、あるいはしようとするときに、その接触面においてそれらの運動を妨げる方向に力が生ずる現象」である [1]。一方、振動とは、「ある物理量の大きさが平均値のまわりを繰り返し変動する現象」である [2]。近代機械学の祖とも言われる Franz Reuleaux によって「複数の部品から構成され、その各部が一定の相対運動を行うことによって動力源から与えられたエネルギーを有用な仕事にかえるもの」と定義 [3] された機械において、摩擦と振動という2つの現象は機械が仕事を行う際に現れることが多く、問題となる場合が少なくない。そして、それぞれの現象を対象とした学問分野が、トライボロジーと振動工学（機械力学）である。ただし、この2つの現象は完全に独立しているわけではなく、「摩擦が作用することで生じる振動」や「振動による摩擦力の変化」のように、摩擦と振動が関わりをもつ場合がある。具体的な事例については次節で述べるが、そのような場面は人の生活の中で誰しもが経験したことがあるほど身近にあり、身近であるがゆえに機械製品では問題となる場合がある。摩擦と振動が融合した現象は、1930年代初期に Jacobsen [4] や Den Hartog [5] が研究を報告しているように古くから研究されているが、トライボロジーと振動工学の融合領域（境界領域）としての体系化には未だに至っていない。ただし、論文の内容に「Friction」と「Vibration」の両単語を含む論文の件数（Google scholar による検索結果）は、2003年では7,680件に対して2013年では28,800件と約4倍に増えていることから、近年注目されつつある研究領域であると言える。本節では、まず摩擦と振動の各現象の特徴に触れた後、摩擦と振動の関わりについて述べる。

(A) すべり摩擦にみられる摩擦特性

摩擦は、接触する2つの物体の運動によって転がり摩擦とすべり摩擦に大別される。本研究では、主にすべり摩擦と振動の関係について取り上げており、以下にすべり摩擦にみられる摩擦特性について簡単に特徴を述べる。すべり摩擦において物体の運動を妨げるように働く力、すなわち摩擦力については、Amontons により発見され、Coulomb の系統的な研究によりまとめられた Amontons-Coulomb の法則 [6-7] がある。

[第1法則] 摩擦力 F は、接触する2面間に作用する垂直荷重 W に比例する

[第2法則] 摩擦力 F は、みかけの接触面積に無関係である

[第3法則] 動摩擦力 F_k は、駆動速度 V に無関係である

[第4法則] 動摩擦力 F_k は、最大静摩擦力 F_s よりも小さい

第1法則の関係から求められる摩擦力の垂直荷重に対する比例定数を摩擦係数 μ と呼ぶ。摩

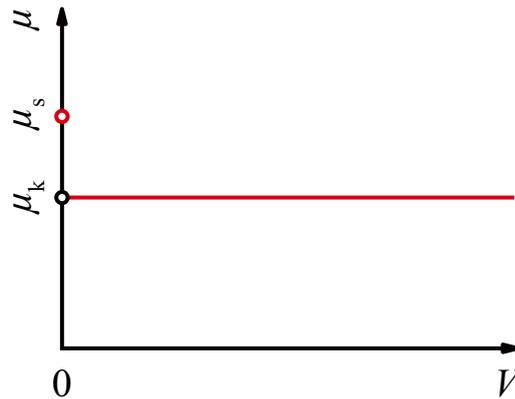


Figure 1.1 Coulomb friction.

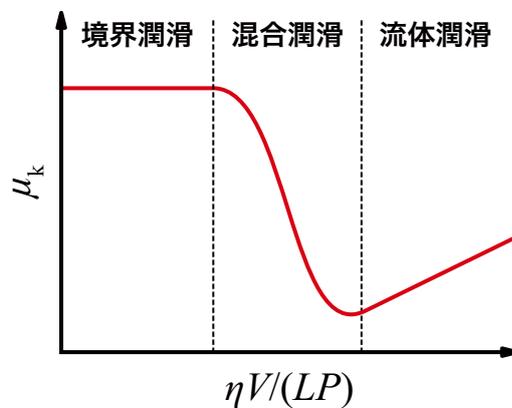


Figure 1.2 Stribeck curve.

摩擦係数には、動摩擦力 F_k に対する動摩擦係数 μ_k と、最大静摩擦力 F_{smax} に対する静摩擦係数 μ_s がある。摩擦係数は、その値が既知であれば垂直荷重に応じた摩擦力を試算できるため、機械設計に非常に都合のよい情報である。第3法則と第4法則は、Coulomb によって新たに発見された知見であり、2つの法則をまとめると Figure 1.1 に示すような摩擦特性となる。これを Coulomb 摩擦と呼ぶ。Amontons–Coulomb の法則は全てのすべり摩擦に適用できるわけではなく、摩擦力の調整や摩耗量の低減を目的として潤滑された状況では摩擦係数は Figure 1.2 に示すように運転条件に応じて変わる。この曲線を Stribeck 曲線 [7–8] と呼ぶ。粘度 η 、平均面圧 P 、駆動速度 V 、接触面の代表寸法（接触面長さ） L から成る軸受特性数と呼ばれる無次元パラメータを図の横軸にとり、図の表示は両対数とするのが一般的である。潤滑状態は、図のように3つに分かれており、摩擦係数の傾向も大きく異なる。

〔流体潤滑〕 流体膜により荷重が支持され、2面が完全に分離している状態

〔境界潤滑〕 流体膜による荷重の支持がなく、接触部によって荷重が支持される状態

〔混合潤滑〕 流体潤滑と境界潤滑の中間的な状態

機械の運転状況について考えた場合、運転時には潤滑剤の粘度や接触部の長さは決まってお
り、荷重を一定とした運転であれば、ストライベック曲線を摩擦係数に及ぼす駆動速度の影

響として見ることができる。Figure 1.2 に示したように流体潤滑領域では、駆動速度の増加にともない摩擦係数が増大している。これは、2面間に介在する流体の粘性抵抗が抵抗力（摩擦係数）として働くためである。このような摩擦特性を摩擦係数の速度強化と呼ぶ。また、境界潤滑領域では、流体膜による荷重の支持がなく、摩擦係数は接触部のせん断強度によって決まるので、摩擦係数が駆動速度によらない。つまり、境界潤滑領域では、Coulomb 摩擦となる。そして、混合潤滑領域では、駆動速度の増加にともない摩擦係数が減少しており、速度弱化の特性となっている。これは、駆動速度の増加にともない流体膜が荷重を支持する割合が増え、固体摩擦の割合が減るためである。

このような潤滑効果による摩擦特性の変化だけでなく無潤滑の場合にも、荷重を支持するアスペリティのクリープ運動と真実接触面積の時間変化の効果により、動摩擦係数が駆動速度に依存することが知られている [9-10]。

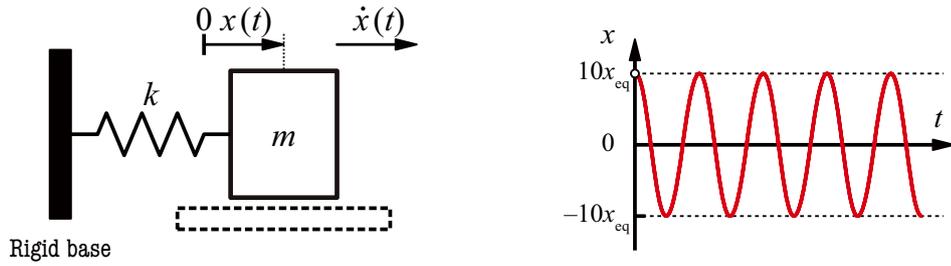
トライボロジーは、なめらかな相對運動を実現し、所望の摩擦係数を長期にわたって得るために、潤滑油の粘度や添加剤の種類、接触面の材質や表面処理、または表面形状を適切にすることを目的とした学問領域である。

(B) 振動の一般的な分類

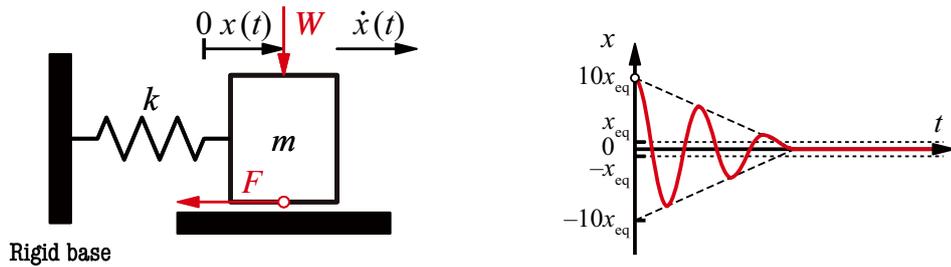
力学系における振動は、質量と剛性を備えた系（振動系）を解析モデルとして仮定し、Newton の法則の第2法則から運動方程式を導くことで、理論的・解析的にその特徴を知ることができるという点で上記の摩擦現象とは大きく異なる。一般に、振動の分類については、振動系に対して作用する外力が時間変化しない自由振動と、外力が時間変化する強制振動に大別される [11-13]。自由振動は、初期条件として力学的エネルギーが与えられることによって発生し、持続する振動である。その振動の挙動は、系自身の振動特性値である固有振動数と減衰比によって定まる。それに対して、強制振動は、外力が周期的であれば、振動系の応答も同様に周期的となることが多い。強制振動の場合、過渡的な状態では自由振動と強制振動が合わさった過渡振動が現れ、定常状態では自由振動が消失して外力の周期に応じた強制振動が定常振動として残る。また、外力の振動数が系の固有振動数に近づくと振動振幅が大きくなっていく共振現象が発生する。他の振動の分類としては、1自由度系と多自由度系、線形系と非線形系といった分類もある [11]。力学モデルの自由度については、1自由度系に振動現象全般を理解する上で基本となる概念がほとんど現れるので、不必要に自由度を増やす必要はない。

(C) すべり摩擦をともなう振動系

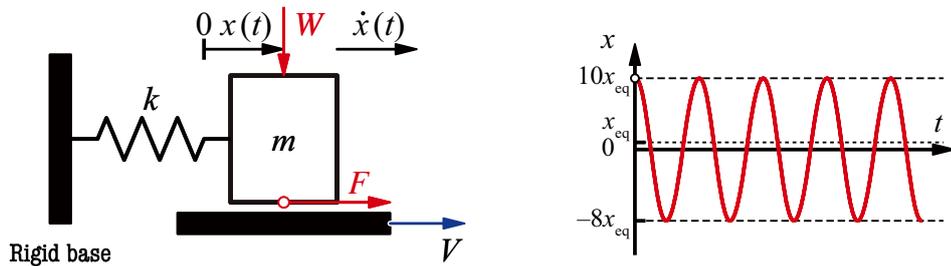
ここからは、Figure 1.3 に示す3つの1自由度振動系を比較することで、すべり摩擦と振動の関係について述べる。Figure 1.3 (a) は、質量 m の物体が剛体の基礎に剛性 k のばねを介して支持されているのみの最も単純な1自由度系 [12] であり、物体が接触する下面が存



(a) 1-DOF system without contact [12]



(b) 1-DOF system with sliding friction on static surface [13]



(c) 1-DOF system with sliding friction on driving surface [14]

Figure 1.3 Relationship between 1-DOF system and sliding friction.

在しない、もしくは荷重が作用していない状況である。Figure 1.3 (b) は、静止している下面に物体を荷重 W によって押しつけている状況であり、摩擦力は相対速度の向き、すなわち物体の速度とは逆向きに作用するので、速度の向きが変わることで摩擦力の向きも変わる [13]。Figure 1.3 (c) は、下面が駆動速度 V によって動いており、物体と下面の相対速度の向きは振動によって変わらない 1 自由度系 [14] である。それぞれの支配方程式を以下に記す。

(a) すべり摩擦をとみなさない 1 自由度系の運動方程式：

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{1.1}$$

(b) 静止した下面とのすべり摩擦が作用する 1 自由度系の支配方程式：

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx = -F & (\dot{x} > 0) \\ m\ddot{x} + kx = F & (\dot{x} < 0) \end{cases} \tag{1.2}$$

(c) 駆動速度 V で下面が動く場合にすべり摩擦をともなう 1 自由度系の運動方程式：

$$m\ddot{x} + kx = F \quad (1.3)$$

(b), (c) の運動方程式の右辺には、外力として摩擦力 F が入っている。摩擦モデルはクーロン摩擦を仮定して、物体に作用する摩擦力は一定の動摩擦力とする。Figure 1.3 の右側に示すのは、初期変位 $x_0 = 10x_{\text{cq}}$ (ただし、 $x_{\text{cq}} = F/k$: 静的平衡点) を与えて、自由振動させたときの変位の時間変化である。Figure 1.3 (a) では、ばねの自然長を振動中心とした振幅 $10x_{\text{cq}}$ の持続的な振動が生じている。それに対して、Figure 1.3 (b) では、摩擦力は常に物体の速度に対して逆向きに作用するので、物体の速度の向きによって平衡点の位置がばねの自然長を基準に反転し、振幅の包絡線が線形に減衰する振動が現れる。Figure 1.3 (c) では下面を物体が追い越すことがないので、物体に作用する摩擦力は向きを変えることがなく、平衡点の位置 ($x_{\text{cq}} = F/k$) を振動中心として持続的な振動が生じている。(a) と (c) は、すべり摩擦の有無という決定的な違いがあるにもかかわらず、振動特性には大きな違いがない。それに対して (b) は、他の 2 つの系とは振動特性が全く異なり、不減衰系にもかかわらず、摩擦力の作用によって振動が減衰している。この摩擦力による振動の減衰効果を、摩擦減衰と呼ぶ [13]。摩擦減衰の効果は、摩擦力は常に抵抗力として作用するという一般的な感覚と一致する。注意が必要なのは、動摩擦力が物体に作用するという意味では (b) と (c) は同じであるが、(c) の下面が駆動する振動系では、摩擦による減衰の効果は得られないことである。本研究では、主に (c) の振動系について扱っている。

Figure 1.3 (c) に示したすべり摩擦をともなう振動系 (すべり摩擦システム) には、上記の単調な振動だけでなく、運転条件によって変化する摩擦特性の影響を受けた振動が現れる [15–16]。その振動の分類は、既存の振動工学の自由振動と強制振動のような分類だけでは整理できず、また研究者各自の判断によって摩擦振動やスティックスリップといった単語が使われているので、混沌とした状況となっている。

1.1.2 既往の研究

機械が仕事を行う際に、その運動の本質を担う主な可動部では、2面の接触が生む垂直抗力により負荷を支持しながら、目的とする相対運動を実現している。このような状況においては、接触部の接線方向に摩擦力が作用する。その摩擦力の作用によって、可動部には様々な振動が発生する。機械製品の場合、その振動による製品性能の低下（1次性能の低下）に加えて、振動だけでなく音として伝わることによるユーザーの快適性の低下（2次性能の低下）が製品の価値を損ねる結果につながることもあるので、製品開発の段階で振動の回避や抑制について検討されている [17-18]。特に自動車業界では、この類の問題が NVH (Noise, Vibration, Harshness) の問題として認知されており、北米では年間 10 億ドルもの資金が問題解決のために投じられる [19]。このような状況を踏まえて、1次性能を向上するだけでなく、2次性能を向上しようとする意識が高まっており、振動の抑制が求められている。すべり摩擦をともなう機械要素は、自動車に注目しただけでも、動力伝達関連のクラッチ [20-33]、タイヤ [34-36] や摩擦ベルト [37-40]、また制動のブレーキ [41-56]、その他にはワイパー [57-60] があり、多岐にわたっている。このようなすべり摩擦システムに発生した振動や音は、発生原因による分類には至っておらず、Figure 1.3 に示すように振動や音の特徴による分類に留まっている [19]。以下には、各機械要素を取り上げて、問題となっている振動の特徴についてまとめる。

(A) クラッチに生じる振動

クラッチは、エンジンの動力を無駄なくタイヤに伝えるために設けられている自動変速機 (Automatic Transmission) に不可欠な機械要素であり、動力の伝達と遮断を行う。自動車に採用されている湿式クラッチでは、Figure 1.5 に示すように環状プレートの摩擦板と相手鋼板に垂直荷重を加えることで生じ

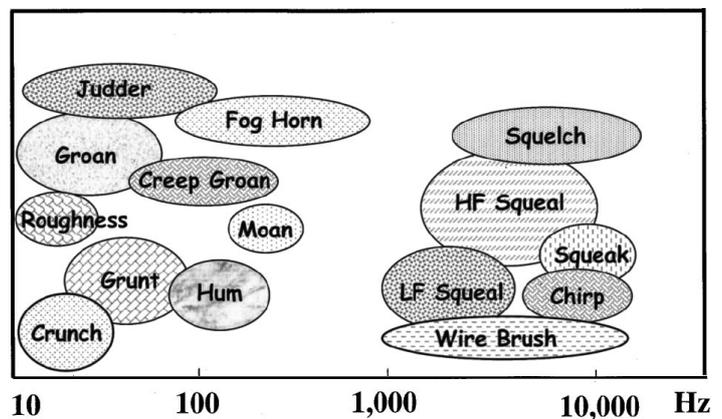


Figure 1.4 Brake noises and their spectral contents [19].

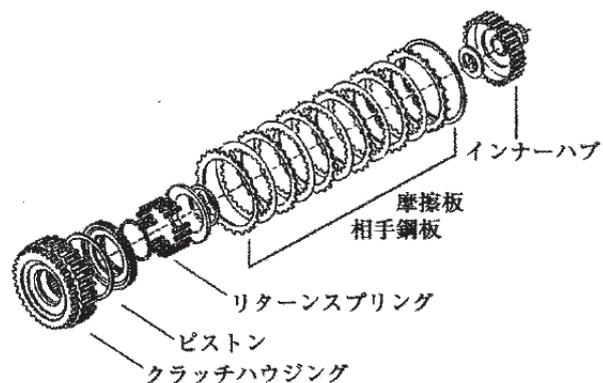


Figure 1.5 Structure of a wet clutch [20].

る摩擦力を利用している [20]. 動力の伝達を開始する契合の際, Figure 1.6 に示すように振動が発生する場合があります, その振動はジャダーと呼ばれている. ジャダーは動力を遮断するすべり状態への遷移際や定常すべり中に外乱が加わった場合にも発生することが知られている [21-22]. 湿式クラッチ内はATフルード(ATF)によって潤滑されており, 契合の際の潤滑状態は, 契合初期では流体潤滑, 荷重の増大と相対速度の低下をとめない混合潤滑となり, 契合完了間際には境界潤滑となる [23]. ジャダーの発生原因は, 混合潤滑における動摩擦係数の速度弱化 (μ - V 特性が負勾配) の特性であるとされているが, 面外振動の発生メカニズムについては未だ明らかになっていない [21-25]. 振動の発生原因とされている摩擦特性は, ペーパー摩擦材の組成, 気孔性, 材料物性, 表面性状, ATF添加剤とクラッチ摺動材との相互作用, に依存する. 振動の抑制のために, Figure 1.7 に示すように境界潤滑における摩擦係数 μ_c を低下させることで動摩擦係数の速度強化の特性を得ようと上記のインターフェースの改良が試行錯誤されている [22, 26-33]. ただし, μ_c の低下はクラッチの1次性能である動力伝達の能力の低下につながる. 動力伝達能力を高めるための高摩擦係数化と, ジャダーを抑制するための摩擦特性の適正化の両立が求められている. 高摩擦係数化する方法としては, 遠山らによってペーパー摩擦材の低弾性化や接触部の平坦化によって真実接触面積を増大させ, 境界摩擦成分の占める割合を大きくすることが有効との指針が示されている [31].

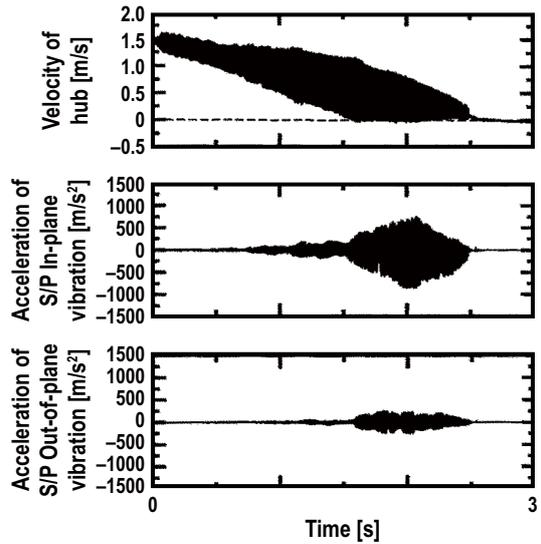
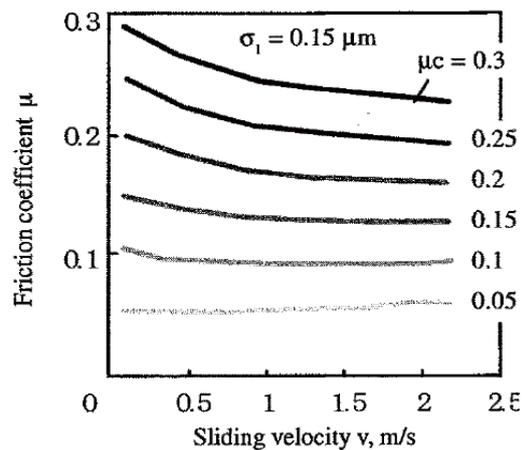
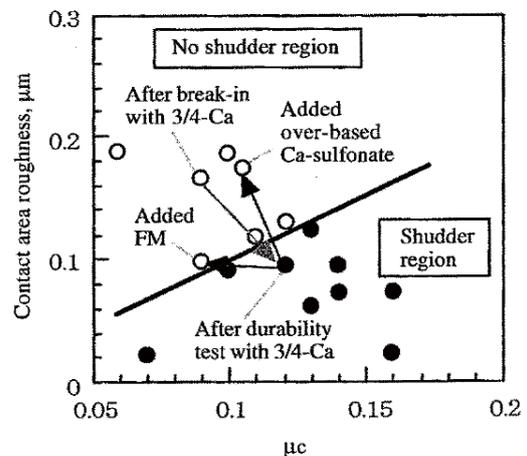


Figure 1.6 Vibrations in a wet clutch [24].



(a) Effect of μ_c on μ - V characteristics



(b) Effect of μ_c and additives on shudder

Figure 1.7 Effect of friction properties on the occurrence of shudder [27].

(B) タイヤに生じる振動

自動車のタイヤ騒音には、トレッドパターンノイズ、風切り音、スキール、弾性振動音という分類がある [34]。スキールは、自動車の急発進、急制動時や急旋回時に発生する比較的高周波数の鳴き音である。旋回時に生じる横すべり速度が高くなると摩擦面温度が上昇してトレッドゴムの摩擦係数が Figure 1.8 に示すように低くなることから、急旋回時に発生するスキールは、トレッドゴムの摩擦係数が速度弱化の特性になることにより生じた自励振動であるとされている [34-35]。また、トレッドゴムの組成によるスキール音の大きさの違いは、ゴムの組成を変えることで粘弾性と摩擦特性が変わるので、それによって振動の振幅が変わることが要因として挙げられている [36]。

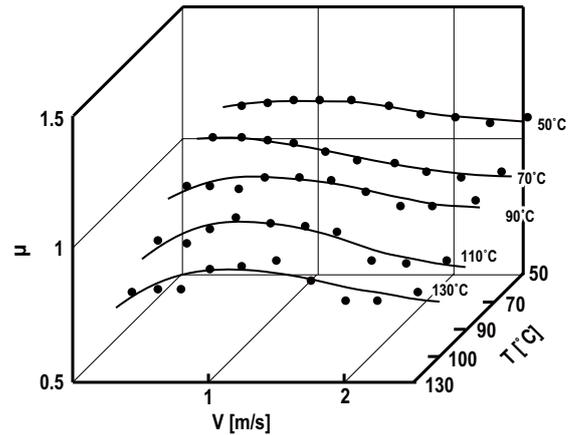
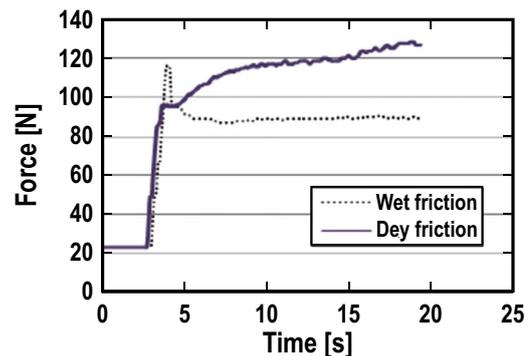


Figure 1.8 Influence of temperature on μ -V characteristics [34].

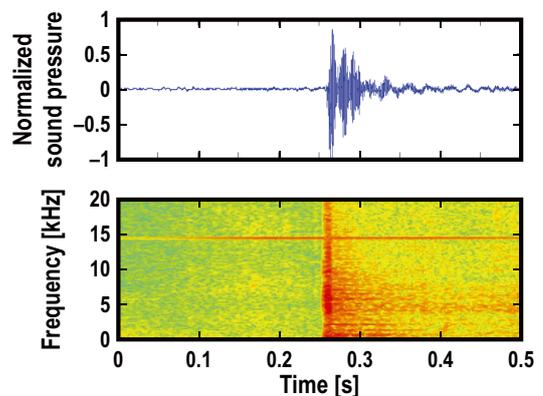
(C) 摩擦ベルト機構に生じる振動

摩擦ベルト機構は、自動車ではエンジンのクランクシャフトと同軸上のプーリと各補機類（発電機、エアコン、パワーステアリング）用のプーリに動力を伝達するために用いられている。雨天時や寒冷地では異音が発生しやすく、その発生メカニズムについて調べられている。水に濡れると Figure 1.9 に示すようにベルト-プーリ間の動摩擦力が最大静摩擦力と比較して著しく低下し、固着すべり遷移時に Max. 20kHz となる広範囲の周波数の振動が現れる [37-38]。また、低温環境では、ゴムベルトの粘弾性が変わるとともに、接触面に氷の膜が形成される場合があり、乾燥下でも特定の卓越周波数の準調和振動が現れる [39]。このように異音の発生原因は摩擦特性にあるとされているが、音の周波数との関係は明らかになっていない。

また、初期張力に対して過大な張力の変動によりベルトの弦振動系が不安定となり、係



(a) Friction properties in wet and dry conditions



(b) Waveform and spectrogram of sound pressure in wet condition

Figure 1.9 Vibrations of friction force and sound pressure appearing in a friction belt [38].

数励振型の自励振動を発生させる場合がある。この振動の対策としては、張力の変動を低減するためにベルトの剛性を下げ、初期張力を上げることが提案されている [40].

(D) ブレーキに生じる振動

ブレーキは制動のための機械要素であり、自動車に代表される輸送機械には必要不可欠である。自動車用のブレーキには、ドラムブレーキとディスクブレーキとがあるが、放熱性が優れることからディスクブレーキが主流となっている [41]. ディスクブレーキに生じる振動については、1930年代から研究が報告されており、Figure 1.4 に示したように様々な振動がこれまでに観測されている [20, 42–44]. ディスクブレーキの振動は、ロータの面内振動と面外振動に大別される。前者は主に動摩擦力の速度弱化の特性に起因した振動であり、後者はモードカップリング不安定性（構造不安定性）に起因した振動である [46]. 動摩擦力の速度弱化の特性に起因する振動に対しては、Figure 1.10 に示すように摩擦材の改良によって振動の発生原因となっている摩擦特性を改善する研究が主に取り組まれている [47–50]. また、モードカップリング不安定性に起因した振動に対しては、Figure 1.11 に示すように有限要素法等により数値的に固有値解析を行い、系の平衡点を安定化させるために必要な構造の調整を行うことで振動を抑制する研究が主に取り組まれている [46, 51–55].

(E) ワイパーに生じる振動

ワイパーは、雨天時に自動車走行中の運転視界を確保するために、ガラス窓面を払拭する際に使用される。ただし、小雨の場合には、びびり振動と呼ばれる振動や音が発生し、払拭性能を劣化させる場合がある [57]. 実験と理論から振動の発生原因が調べられており、モードカップリング不安定性が振動の原因とされている [57–60] が、水膜の影響については調べられておらず、原因が明確になっているとは言えない。

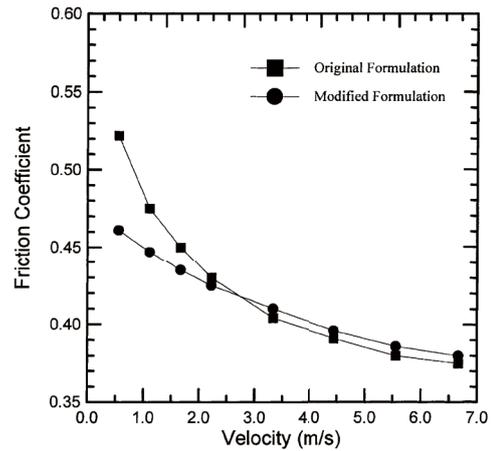
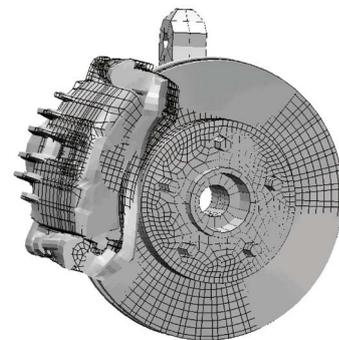
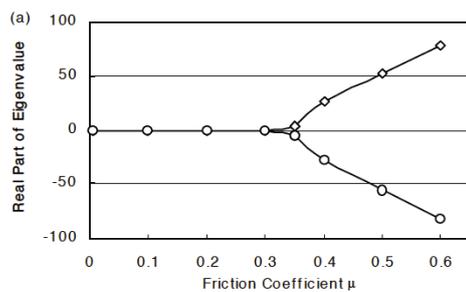


Figure 1.10 Effect of composite material on μ -V characteristics [47].



(a) Analytical model of disc brake



(b) Effect of μ on the eigenvalue

Figure 1.11 Eigenvalue analysis of automotive disc brake [51].

1.2 研究の目的

機械製品のすべり摩擦に現れる振動は、前節で事例を列挙したように古くから研究されているにもかかわらず、いまだに抜本的な解決策が得られていない問題である。また、冒頭でも紹介したように機械が人にとって身近な存在となった現代において、人に不安感や不快感を与える機械の振動や音を問題とする意識が高まっている。特に自動車業界の場合、近年普及が著しいハイブリット自動車や次世代自動車ではエンジンの振動や音がないことから、これまで陰に隠れていた振動や音が明るみに曝されている状況となり、問題解決への要求は強まる一方である。

すべり摩擦に現れる振動に対する現状の抑制方法について前節の過去の研究を俯瞰すると、振動の発生原因となる摩擦特性を摩擦材や潤滑剤といったインターフェースの変更により改善することが主流であることがわかる。他の方法には、機械システムの振動特性に注目して系の平衡点が安定となるように機械システムの設計を変更する方法もあるが、事例は多くはない。インターフェースの変更による対処に頼る要因として、①機械システムの構成を改める対処法に明確な指針がないこと、②設計の変更による構造の複雑化やコストの増大が見込まれること、③機械製品における設計の細分化と縦割りの設計フローが柔軟な設計変更を妨げていること、が挙げられる。もちろん、インターフェースの変更で対応が可能であれば問題はない。しかしながら、「振動を抑制する（機械製品の2次性能を向上する）ための摩擦特性の改善」と「機械製品の1次性能を向上するための摩擦特性の改善」は、トレードオフの関係にあることが多い。例えば、動力伝達や制動の場面では、高摩擦係数の材質は1次性能を向上させるが、 μ - V 特性が負勾配となりやすいことから敬遠されがちである。本来、機械製品の1次性能として理想とされる摩擦特性があり、それを実現することが望ましいはずである。すなわち、製品性能として、理想的な摩擦特性を実現させた上で、そこに生じる振動は機械システム（系）の構成要素を利用して抑制することが問題の解決方法として望ましいと言える。機械システムの構成要素によって振動が抑制できれば、優れた摩擦摩擦特性を示す材料を選択できるので、1次と2次の両性能を高い次元で両立した製品の実現が可能となる。

一方、前節によれば、発生する全ての振動について原因を特定できている事例はほとんどない。それは、機械製品は多自由度系なので振動現象が複雑になり、因果関係を調べるのが難しいためである。また、原因が特定されていたとしても原因がわかるような呼び名が使われているとは限らず、摩擦振動という表現の乱用が目立つ。つまり、振動の抑制につながるような振動の分類がほとんど整備されていないのが現状である。

そこで、本研究では、すべり摩擦に現れる振動現象を説明可能な必要最小限の要素で構成した力学モデルとして主に1自由度系を扱い、すべり摩擦に現れる振動を整理するとともに、本研究の中で提案する新しい2つの制振法を含めて、インターフェースの変更に頼らない振動抑制のための基本指針を提示することを目的としている。

1.3 論文の構成

本論文は、すべり摩擦に現れる振動の抑制を目的として、主に1自由度系を対象とした実験的かつ理論的アプローチによる一連の研究成果をまとめたものである。全7章から構成される本論文の構成を Figure 1.12 に示す。

本章「緒論」では、研究の背景および目的について述べ、論文の構成を示している。

第2章「すべり摩擦に現れる振動の整理」では、すべり摩擦をともなう1自由度系に現れる振動を4種類に分類した上で、各振動の関係を述べている。

第3章「強制振動とスティックスリップの関係」では、強制振動とスティックスリップが共存するすべり摩擦系を対象として、そこに発生する振動の特徴を実験的に調査して、強制振動とスティックスリップの関係を明らかにしている。

第4章「微小動荷重を利用したアクティブ制振」では、微小動荷重を利用したフィードバック制御により、系の平衡点を安定化して、動摩擦力の速度弱化による自励振動が抑制可能であることを理論的かつ実験的に明らかにしている。

第5章「異方的な支持剛性を利用したパッシブ制振」では、すべり摩擦の従動体の支持剛性に異方性を持たせ、ヨー軸まわりにミスアライメントを与えると、系の平衡点が安定化して、動摩擦力の速度弱化による自励振動が抑制可能であることを理論的に明らかにしている。

第6章「考察」では、第2章から第5章の内容を総括して、すべり摩擦に現れる振動の抑制手法についてまとめている。

第7章では、以上の検討を通して得られた本研究の結論を述べている。

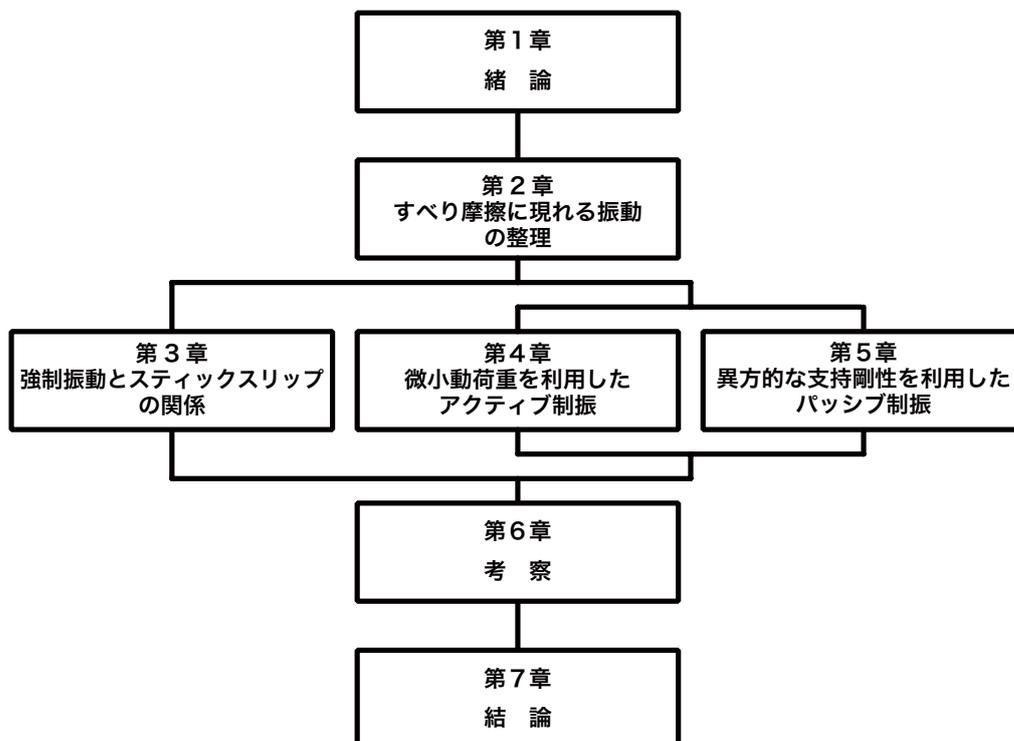


Figure 1.12 Structure of this thesis.

参考文献

- [1] 日本トライボロジー学会編：トライボロジー事典，養賢堂 (1995) p.250.
- [2] 末岡淳男，金光陽一，近藤孝広：機械振動学，朝倉書店 (2005) p.4.
- [3] F. Reuleaux：The kinematics of machinery: outlines of a theory of machines (1930) p.35.
- [4] L.S. Jacobsen：Steady forced vibrations as influenced by damping, *Transactions of the ASME*, **52**, 15 (1930) pp.169–181.
- [5] J.P. Den Hartog：Forced vibrations with combined viscous and coulomb damping, *Transactions of the ASME*, **53**, 15 (1931) pp.107–115.
- [6] F.P. Bowden, & D. Tabor： *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford University Press, London, (1950).
- [7] 山本雄二，兼田槇宏：トライボロジー，理工学社 (1998).
- [8] 木村好次，岡部平八郎：トライボロジー概論，養賢堂 (1982).
- [9] J.R. Rice, & A.L. Ruina：Stability of steady friction slipping, *Journal of Applied Mechanics*, **50** (1983) pp.343–349.
- [10] 松川宏：摩擦の物理，岩波書店 (2012).
- [11] 末岡淳男，金光陽一，近藤孝広：機械振動学，朝倉書店 (2005).
- [12] J.P. Den Hartog： *Mechanical Vibration* (4th ed), McGraw-Hill, New York, (1956).
- [13] 井上順吉，松下修己：機械力学 I – 線形実線振動論 –，理工学社 (2002).
- [14] K. Nakano：Two dimensionless parameters controlling the occurrence of stick-slip motion in a 1-DOF system with Coulomb friction, *Tribology Letters*, **24** (2006) pp.91–98.
- [15] F.P. Bowden, & L. Leben：The nature of sliding and the analysis of friction, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, **169**, 938 (1939) pp.371–391.
- [16] K. Nakano, & S. Maegawa：Safety-design criteria of sliding systems for preventing friction-induced vibration, *Journal of sound and vibration*, **324** (2009) pp.539–555.
- [17] 水谷嘉之：地球にやさしい車づくりとトライボロジー，豊田中央研究所 R & D ビュー，**28**, 1 (1993) 3–12.
- [18] 藤川裕之，田中俊彦：ブレーキ摩擦材の技術動向と評価方法の規格化，*トライボロジスト*，**53**, 8 (2008) 512–517.
- [19] Adnan Akay：Acoustics of friction, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **111**, 4 (2002) 1525–1548.
- [20] 顧曉明，三好達郎：湿式クラッチ摩擦材における熱問題とその対策，*トライボロジスト*，

- 50, 1 (2005) 33–38.
- [21] 加藤芳章, 赤坂量康, 山崎努: ロックアップクラッチのスリップジャダー発生機構に関する研究 (第1報) – ジャダー中の μ -V 特性測定 –, トライボロジスト, **42**, 6 (1997) pp.485–491.
- [22] 加藤芳章, 赤坂量康, 山崎努: ロックアップクラッチのスリップジャダー発生機構に関する研究 (第2報) – ジャダー中の摩擦特性と添加剤吸着作用との相関 –, トライボロジスト, **43**, 4 (1998) pp.309–316.
- [23] L.L. Ting : Engagement behavior of lubricated porous annular disks, *Wear*, **34** (1975) pp.159–182.
- [24] 三本木嗣, 渋谷隆夫, 森下信: ペーパー系摩擦材を用いた湿式摩擦機構における摩擦振動, トライボロジスト, **49**, 2 (2004) pp.163–172.
- [25] 三本木嗣, 渋谷隆夫, 森下信: ペーパー系摩擦材を用いた湿式摩擦機構におけるセパレータプレートの摩擦振動, トライボロジスト, **49**, 5 (2004) pp.430–437.
- [26] 遠山護, 大森俊英, 三田修三, 植田文雄: ATF 添加剤によるジャダー防止作用 (第1報) – 接触面粗さの形成 –, トライボロジスト, **47**, 7 (2002) pp.565–574.
- [27] 遠山護, 大森俊英, 三田修三, 植田文雄: ATF 添加剤によるジャダー防止作用 (第2報) – 境界摩擦特性および接触面粗さの影響 –, トライボロジスト, **47**, 7 (2002) pp.575–581.
- [28] 李辰宇, 高橋仁: 動力伝達クラッチの表面テクスチャ, トライボロジスト, **48**, 9 (2003) pp.703–708.
- [29] M. Eguchi, & T.Yamamoto: Shear characteristics of a boundary film for a paper-based wet friction material: friction and real contact area measurement, *Tribology International International*, **38** (2005) pp.327–335.
- [30] P. Nyman, R.Maki, R. Olsson, B. Ganemi : Influence of surface topograph on friction characteristics in wet clutch applications, *Wear*, **261** (2006) pp.46–52.
- [31] 遠山護, 村瀬篤, 高橋直子, 大森俊英: 硫黄系化合物配合 ATF による湿式クラッチの高摩擦係数化, トライボロジスト, **52**, 12 (2007) pp.904–913.
- [32] M. Ingram, H. Splikes, J. Noles, & R. Watts : Contact perperties of a wet clutch frction material, *Tribology International*, **43** (2010) pp.815–821.
- [33] H. Zhao, A. Neville, A. Morina, R. Vickerman, & J. Durham : Improved anti shudder performance of ATF’s–influence of a new friction modifier and surface chemistry, *Tribology International*, **46** (2012) pp.62–72.
- [34] 千田哲也, 中井幹雄, 横井雅之, 千葉喜一: タイヤのスキールノイズに関する研究,

- 日本機械学会論文集 (C 編), **50**, 449 (1984) pp.125–133.
- [35] 酒井秀男：タイヤのスキールノイズに関する研究, 日本ゴム協会誌, **67**, 2 (1994) pp.151–158.
- [36] N.M. Trivisonno, J.R. Beatty, & R.F. Miller : Origin of tire squeal. II. Tire squeal calculation from materials properties, *Rubber Chemistry and Technology*, **41**, 4 (1968) pp.953–976.
- [37] G. Sheng, L.D. Miller, L. Brown, & J. Otremba: Wet belt friction-induced dynamic instability and noise in Automotive Accessory Belt Drive Systems, *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, **2**, 3 (2006) pp.150–153.
- [38] G. Sheng, J.H. Lee, V. Narravula, & D. Song : Experimental characterization and analysis of wet belt friction and the vibro-acoustic behavior, *Tribology International*, **44** (2011) pp.258–265.
- [39] G. Sheng, J.H. Lee, V. Narravula, & T. Kitchin : Friction and noise of rubber belt in low temperature condition: the influence of interfacial ice film, *Cold Regions Science and Technology*, **71** (2012) pp.95–101.
- [40] 大倉清, 龍巳良彦：エンジン補機駆動ベルトの弦振動と発生音の特徴, 自動車技術会論文集, **36**, 3 (2005) pp.69–74.
- [41] 奥田敏晴：ブレーキシステムの技術動向とトライボロジー, トライボロジスト, **54**, 9 (2009) pp.592–597.
- [42] A. Papinniemi, J.C.S. Lai, J. Zhao, & L. Loader : Brake squeal: a literature review, *Applied Acoustics*, **63** (2002) pp.391–400.
- [43] N.M. Kinkaid, O.M. O'Reilly, & P. Papadopoulos: Automotive disc brake squeal, *Journal of sound and vibration*, **267** (2003) pp.105–166.
- [44] S. Oberst, & J.C.S. Lai : Chaos in brake squeal noise, *Journal of sound and vibration*, **330** (2011) pp.955–975.
- [45] 市場保昭, 長沢裕二：ブレーキ鳴きと摩擦特性, トライボロジスト, **39**, 2 (1994) pp.93–97.
- [46] 末岡淳男, 劉孝宏：自動車用ディスクブレーキにおける騒音・振動, トライボロジスト, **48**, 1 (2003) pp.36–42.
- [47] H. Jang, J.S. Lee, & J.W. Fash: Compositional effects of the brake friction material on creep groan phenomena, *Wear*, **251** (2001) pp.1477–1483.
- [48] H. Jang, K. Ko, S.J. Kim, R.H. Basch, & J.W.Fash : The effect of metal fibers on the friction performance of automotive brake friction material, *Wear*, **256** (2004) pp.406–414.
- [49] S.B. Park, K.H. Cho, S. Jung, & H. Jang : Tribological properties of brake friction materials with steel fibers, *Metals and Materials International*, **15**, 1 (2009) pp.27–32.

- [50] S.W. Yoon, M.W. Shin, W.G. Lee, & H. Jang: Effect of surface contact conditions on the stick-slip behavior of brake friction material, *Wear*, **294–295** (2012) pp.305–312.
- [51] S.W. Kung, K.B. Dunlap, & R.S. Ballinger : Complex eigenvalue analysis for reducing low frequency brake squeal, *SAE transactions*, **106**, 6 (2000) pp.559–565.
- [52] 栗田裕, 大浦靖典: ディスクブレーキの鳴きに及ぼす摩擦接触部の分布ばね特性の影響, *トライボロジスト*, **54**, 10 (2009) pp.646–651.
- [53] U.V. Wagner, D. Hochlenert, & P. Hagedorn : Minimal models for disk brake squeal, *Journal of sound and vibration*, **302** (2007) pp.527–539.
- [54] B. Herve, J.J. Sinou, H. Mahe, & L. Jezequel : Analysis of squeal noise and mode coupling instabilities including damping and gyroscopic effects, *European Journal of Mechanics A/ Solids*, **27** (2008) pp.141–160.
- [55] F. Cantone, & F. Massi : A numerical investigation into the squeal instability: effect of damping, *Mechanical System and Signal Processing*, **25** (2011) pp.1727–1737.
- [56] J. Kang : Finite element modelling for the investigation of in-plane modes and damping shims in disc brake squeal, *Journal of sound and vibration*, **331** (2012) pp.2190–2202.
- [57] 永井健一, 松村修二, 池澤龍, 山口誉夫, 石田光之: 自動車ワイパブレードの自励振動におけるモード連成の実験, *日本機械学会論文集 (C編)*, **68**, 665 (2002) pp.84–89.
- [58] Y. Fujii : Method for measuring transient friction coefficients for rubber wiper blades on glass surface, *Tribology International*, **41** (2008) pp.17–23.
- [59] I.M. Awang, A.R. Abubakar, B.A. Ghani, R.A. Rahman, & M.Z.M. Zain : Complex eigenvalue analysis of windscreen wiper chatter noise and its suppression by structural modifications, *International Journal of Vehicle Structure & Systems*, **1**, 1–3 (2009) pp.24–29.
- [60] M. Sugita, H. Yabunu, & D. Yanagisawa : Bifurcation phenomena of the reversal behavior of an automobile wiper blade, *Nonlinear Dynamics*, **69** (2012) pp.1111–1123.

第2章

すべり摩擦に現れる振動の整理

■ 概要：

本章では、摩擦振動という一言でまとめられがちなすべり摩擦に現れる振動について、主に1自由度系を中心に、「振動の発生原因」と「発生する振動」を結びつけて分類するとともに特徴をまとめ、振動の関係を整理している。

2.1節「振動の分類」では、擾乱による自由振動、垂直抗力の時間変化による強制振動、動摩擦力の速度弱化による自励振動、静摩擦力と動摩擦力の差によるスティックスリップ、その他の振動に分けて、各振動の特徴をまとめている。

2.2節「各振動の関係」では、各振動の関係を述べるとともに、「振動の発生原因」と「発生する振動」について関係図にまとめ、整理している。

2.1 振動の分類

1.2 節「過去の研究」に具体例として紹介したすべり摩擦システムを最も単純化して表現した形が、すべり摩擦をともなう1自由度振動系（1自由度のすべり摩擦システム）である。1自由度振動系は、構成要素が少ないので単純であるが、振動現象全般を理解する上で基本であり、重要な概念のほとんどが表現できる [1-4]。1自由度のすべり摩擦システムの解析モデル [5] を Figure 2.1 に示す。質量 m [kg] の物体が、剛性 k [N/m] のばねと減衰係数 c [Ns/m] の減衰器を介して静止した剛体の基礎に支持されている。また物体は速度 V [m/s] で駆動する下面と接触しており、接触面に対して垂直方向には荷重 W [N] と垂直抗力が釣り合うように作用し、接線方向の相対速度の向きに摩擦力 F [N] が作用している。駆動する下面を駆動面、物体を従動体と呼ぶこととする。ばねの自然長位置での従動体の位置を基準 0 として、物体の位置 x [m] をとると、従動体の運動方程式は次式のように書ける。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \tag{2.1}$$

ここで、 (\cdot) の表記は時間 [s] についての微分を表している。また、摩擦力 F は、摩擦係数 μ と荷重 W の積によって与えられる。（厳密には、摩擦力は垂直抗力と摩擦係数の積である。）

すべり摩擦をともなう1自由度振動系について従動体に作用する摩擦力を外力とみなせば、機械力学の教科書にもあるように、外力が時間変化しない場合に生じる振動は自由振動、外力が時間変化する場合に生じる振動は強制振動と分類される [1-4]。ただし、第1章で述べたように摩擦特性は、最大静摩擦力が動摩擦力よりも大きく、動摩擦力は相対速度に応じて変わる場合があり、そのような摩擦特性が原因となって特徴的な振動が現れる。すべり摩擦に現れる振動の抑制を目的としている本研究では、振動が発生するための必要条件となる摩擦特性で振動を分けることも重要である。そこで、Figure 2.2 に示すように「振動が発生する原因」と「結果として生じる振動」を結びつけて、擾乱による自由振動、垂直抗力の時間変化による強制振動、動摩擦力の速度弱化による自励振動、静摩擦力と動摩擦力の差によるスティックスリップに分類した。以下、各振動について概要を記す。また、1自由度系では現れない振動についても、「その他の振動」の小節にて触れる。

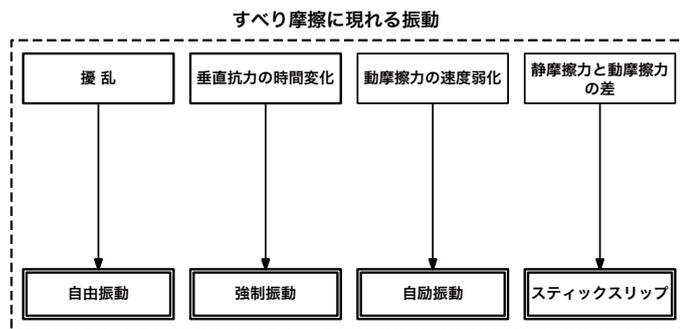
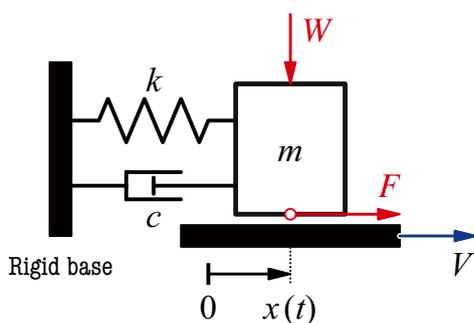


Figure 2.1 Analytical model: 1-DOF system with sliding friction [5].

Figure 2.2 Vibrations appearing in sliding friction.

2.1.1 擾乱による自由振動

Figure 2.1 に示した 1 自由度すべり摩擦システムにおいて、摩擦モデルに Coulomb 摩擦を仮定して、擾乱が比較的によく平衡点まわりに現れる自由振動について考える。従動体に作用する摩擦力は、動摩擦係数 μ_k が一定値であるので次式となる。

$$F = F_k = \mu_k W \quad (\mu_k = \text{const.}) \quad (2.2)$$

式 (2.1) の運動方程式に代入すると次式を得る。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \mu_k W \quad (2.3)$$

平衡点の位置 $x = x_{\text{eq}} = \mu_k W / k$ を基準するために、 $y = x - \mu_k W / k$ とおくと、次式のような斉次方程式が得られる。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0 \quad (2.4)$$

このまま常微分方程式を解くこともできるが、振動系の特徴を把握するために、無次元化を行いパラメータを削減する。無次元時間 τ と無次元位置 ξ を次式のようにおく。

$$\tau = \omega_n t, \quad \xi = \frac{\omega_n}{V} y, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.5)$$

ただし、 ω_n は固有角振動数である。式 (2.5) を用いて式 (2.3) を無次元化すれば、無次元運動方程式が次式のように得られる。

$$\xi'' + 2\zeta\xi' + \xi = 0 \quad (2.6)$$

ただし、 (\prime) は無次元時間 τ についての微分である。また、 ζ は減衰比である。

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (2.7)$$

式 (2.3) でパラメータが 6 つ (m, c, k, μ_k, W, V) であったのに対して、無次元化により 1 つ (ζ のみ) に減らすことができた。つまり、減衰比 ζ が振動系を特徴づける本質的なパラメータであると言える。式 (2.6) は、外力が作用していない 1 自由度振動系の運動方程式と同じ形である。つまり、すべり摩擦において摩擦力が作用したとしても、動摩擦力が一定であれば、機械力学の教科書に記述されている 1 自由度系の振動の問題と同じように扱える。したがって、式 (2.6) の常微分方程式は以下のように一般解を得ることができる。

式 (2.6) の常微分方程式の基本解として、次のような指数関数を仮定する。

$$\xi = Ae^{\lambda\tau} \quad (2.8)$$

A, λ は未定数である。式 (2.8) を式 (2.6) に代入して整理すると、以下の特性方程式が得られる。

$$\lambda^2 + 2\zeta\lambda + 1 = 0 \quad (2.9)$$

そして、 λ について解くと、

$$\lambda = -\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.10)$$

となる。特性根 λ は ζ ($\zeta \geq 0$) によって、(1) $\zeta=0$ では2つの純虚根 ($\lambda = \pm i$)、(2) $0 < \zeta < 1$ では一組の共役複素根、(3) $\zeta=1$ では負の実重根 ($\lambda = -1$)、(4) $\zeta > 1$ では異なる負の2実根、の4つの場合に分けられる。

(1) $\zeta=0$ の場合：

式(2.10)の特性根は $\lambda = \pm i$ という2つの純虚根となり、一般解は2つの基本解の線形結合により次式のようになる。

$$\xi = A_1 e^{it} + A_2 e^{-it} \quad (2.11)$$

ただし、 A_1, A_2 は積分定数である。一般解は、実数値をとることから A_1 と A_2 は互いに共役な複素数でなければならない。また、オイラーの公式を用いて変形すると、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= B_1 \cos \tau + B_2 \sin \tau = C \cos(\tau + \phi) \\ C &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2}, \quad \phi = \tan^{-1} \left(-\frac{B_2}{B_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

B_1, B_2, C, ϕ は積分定数であり、初期条件から定まる。式(2.12)は1項の三角関数で表されることから、物体の振動波形は単振動、調和振動、不減衰振動と呼ばれる。振動の周期は、 $T=2\pi$ である。

(2) $0 < \zeta < 1$ の場合：

式(2.10)の特性根は、減衰固有角振動数 ω_d を導入して次式のように書き直せる。

$$\lambda = -\zeta \pm i\omega_d / \omega_n, \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.13)$$

よって、一般解は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= e^{-\zeta\tau} \left\{ B_1 \cos \left(\frac{\omega_d}{\omega_n} \tau \right) + B_2 \sin \left(\frac{\omega_d}{\omega_n} \tau \right) \right\} = C e^{-\zeta\tau} \cos \left(\frac{\omega_d}{\omega_n} \tau + \phi \right) \\ C &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2}, \quad \phi = \tan^{-1} \left(-\frac{B_2}{B_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

式(2.14)は、時間経過とともに単調に零に漸近する指数関数と周期 T_d で調和振動する三角関数の積で表されるので、物体は振幅が徐々に小さくなりながら振動する。このような振動を減衰振動と呼ぶ。また、減衰振動が発生する減衰の状態を不足減衰と呼ぶ。

(3) $\zeta=1$ の場合：

式(2.10)の特性根は $\lambda = -1$ の負の実重根ため、一般解を構成できない。ここで、 A を無次元時間 τ の関数として、式(2.8)を次式のように仮定する。

$$\xi = A(\tau) e^{-\tau} \quad (2.15)$$

式(2.15)を式(2.6)に代入して整理すると、 $A(\tau)$ が満たすべき条件が求められる。ただし、 A_1, A_2 は積分定数である。

$$A''(\tau) = 0 \Rightarrow A(\tau) = A_1 \tau + A_0 \quad (2.16)$$

したがって、一般解は次式のようになる。

$$\xi = (A_1\tau + A_0)e^{-\tau} \tag{2.17}$$

式 (2.17) には、時間の 1 次関数が係数に現れているので、時間とともに増加するように見える。しかしながら、指数関数の方がはるかに速く減少する。(2) の場合と違い、三角関数成分がないため、無周期運動となる。

このように、 $\zeta=1$ は現象が振動的であるか否かの境界となっていることから、 $\zeta=1$ の減衰の状態を臨界減衰と呼び、臨界値を示す粘性減衰係数を臨界減衰係数 c_c と呼ぶ。

$$c_c = 2\sqrt{mk} \tag{2.18}$$

(4) $\zeta > 1$ の場合 :

式 (2.10) の特性根は 2 つの負の実根 λ_1, λ_2 である。 A_1, A_2 を積分定数とすれば、一般解は次式となる。

$$\xi = A_1e^{\lambda_1\tau} + A_2e^{\lambda_2\tau} \tag{2.19}$$

式 (2.19) は第一項、第二項ともに時間経過とともに単調に零に漸近する指数関数である。したがって、 $\zeta > 1$ の場合は、物体の運動は無周期運動となる。このような減衰の状態を過減衰と呼ぶ。

以上のように、式 (2.6) の常微分方程式は一般解を得ることができ、減衰比 ζ というひとつの無次元パラメータによって、従動体の挙動を表せる。各場合の従動体の挙動について、時間変化と位相平面を Figure 2.3 に示す。ただし、微小な擾乱を考慮して初期条件を $\xi=0, \dot{\xi}=0.1$ としている。運動方程式の一般解と図の様子が対応していることが確認できる。

以上より、擾乱による自由振動の抑制を考えた場合、 $\zeta > 0$ とすれば良いことがわかる。

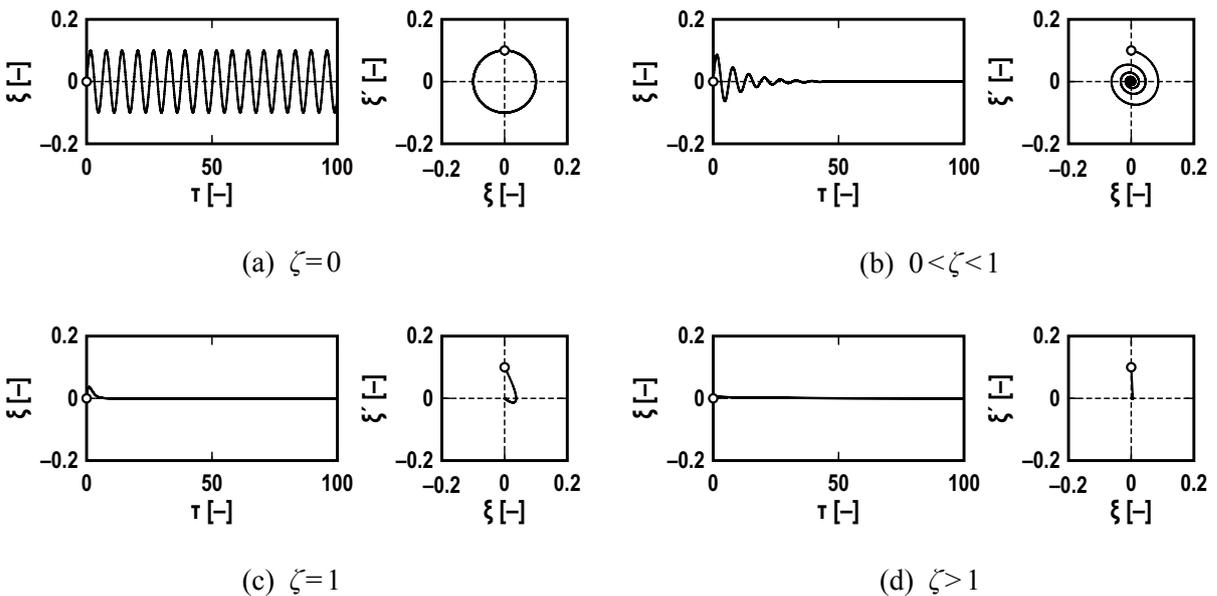


Figure 2.3 Effect of ζ on the free vibration occurring in 1-DOF system with Coulomb friction.

2.1.2 垂直抗力の時間変化による強制振動

すべり摩擦をともなう1自由度振動系の強制振動については、1930年代に Jacobsen[6] や Den Hartog[7] が、静止した下面に接した物体に対して周期外力が接線方向に作用する振動系について調べたことから始まり、これまで数多くの研究が報告されている [8-20]. その多くは、強制振動の特解を求め、振幅応答曲線に対するすべり摩擦の影響を調べた内容である. 高野ら、張ら、Hong らは、Figure 2.1 で示した下面が速度 V で駆動するすべり摩擦システムにおいて、接線方向に与えた周期外力の影響を調べている [8-16], また、高野らは、駆動する下面の速度が変動成分をもつ場合についても調べている [17-18]. Tolstoy や Sakamoto らは、法線方向に周期外力を与えた場合について調べており、法線方向に周期外力の印加により接線方向の振動が低減することを報告している [19-21].

すべり摩擦において、Figure 2.4 に示すように駆動面の表面形状に凹凸がある場合や面精度が悪い駆動面が回転運動する場合に垂直抗力の時間変化が生じる. したがって、荷重を変動させる励振器がなくとも、強制振動の状況が作られる. Figure 2.4 (a) は接線方向と法線方向の自由度の考慮した2自由度系、Figure 2.4 (b) は法線方向の自由度を拘束して接線方向の運動に注目した1自由度系、Figure 2.4 (c) は接線方向の自由度を拘束して法線方向の運動に注目した1自由度系である. ここでは、1自由度系について以下に具体的に紹介する.

従動体の接触部における接触剛性 k_y を考慮すると、従動体に作用する垂直抗力 W は、次式のように静的な垂直抗力 W_s と動的な垂直抗力 W_d の2つの成分が与えられる.

$$W = W_s + W_d \tag{2.20}$$

ここで、動的な垂直抗力は、図に示すように下面の表面形状より、

$$W_d = k_y a \sin \omega t \tag{2.21}$$

と表せる. a は下面の断面曲線における中止位置から凸の高さ, ω は角振動数である. ただし、

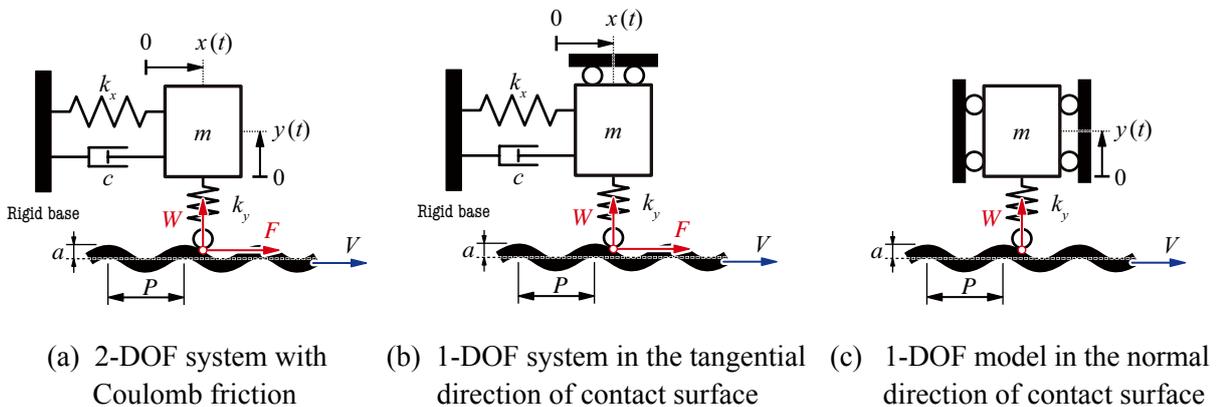


Figure 2.4 Analytical model of forced vibration occurring in sliding system.

ω は表面形状の凹凸のピッチ P と下面の駆動速度 V を用いて、

$$\omega = 2\pi f_p = 2\pi V / P \quad (2.22)$$

と表せる。そして、クーロン摩擦を仮定すると、摩擦力は次式となる。

$$F = F_k = \mu_k W = \mu_k W_s + \mu_k k_y a \sin \omega t \quad (2.23)$$

接線方向の従動体の運動に注目した Figure 2.4 (b) に示した系における従動体の運動方程式は、式 (2.1) に式 (2.23) を代入した形となる。平衡点の位置 $x = x_{eq} = \mu_k W_s / k_x$ を基準とするために $x^* = x - \mu_k W_s / k_x$ とおいて、無次元時間 $\tau (= \omega_n t)$ と無次元変位 $\xi (= k_x / \mu_k k_y a)$ を導入すれば、無次元運動方程式が次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \xi'' + 2\zeta\xi' + \xi &= \sin \Omega \tau \\ \zeta &= \frac{c}{2\sqrt{mk}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_n} \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

ζ は減衰比、 Ω は無次元角振動数である。式 (2.24) の式の形から、平衡点まわり（スティック状態にならない状況）における従動体の振動は、周期外力が加振源となる一般的な強制振動と同じ現象として見なせる。すなわち、非斉次方程式の特解を $\xi = A_x \sin(\Omega \tau + \varphi)$ とおくと、振幅 A_x と位相差 φ に対する2つのパラメータの影響を次式のように表せる [1-4]。

$$A_x = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}}, \quad \varphi = -\tan^{-1} \frac{2\zeta\Omega}{1-\Omega^2} \quad (2.25)$$

式 (2.26) により求まる振幅応答曲線と位相応答曲線を Figure 2.5 に示す。

次に、Figure 2.4 (c) に示した従動体の法線方向の運動について注目する。運動方程式は、

$$m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = W_s + k_y a \sin(\omega t) \quad (2.26)$$

と書ける。式 (2.26) は、汎用性をもたせるために解析モデルにはない減衰を考慮した式としている。平衡点の位置 $y = y_{eq} = W_s / k_y$ を基準とするために $y^* = y - W_s / k_y$ とおいて、無次元時間 $\tau (= \omega_{ny} t)$ を導入すれば、無次元運動方程式は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y^{*\prime\prime} + 2\zeta_y y^{*\prime} + y^* &= a \sin(\Omega_y \tau) \\ \zeta_y &= \frac{c_y}{2\sqrt{mk_y}}, \quad \Omega_y = \frac{\omega}{\omega_{ny}} \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

ただし、 ω_{ny} は y 軸方向の固有角振動数である。式 (2.28) は式の形から、一般的な変位が加振源となる強制振動と同じ現象であると見なせる。すなわち、非斉次方程式の特解を $y^* = A_y \sin(\Omega_y \tau + \varphi_y)$ とおくと、振幅比 A_y / a と位相差 φ_y に対する減衰比 ζ_y と無次元角振動数 Ω_y の影響を次式のように表せる [5]。

$$\frac{A_y}{a} = \frac{\Omega_y^2}{\sqrt{(1-\Omega_y^2)^2 + (2\zeta_y \Omega_y)^2}}, \quad \varphi_y = -\tan^{-1} \frac{2\zeta_y \Omega_y}{1-\Omega_y^2} \quad (2.28)$$

式 (2.28) により描かれる振幅応答曲線を Figure 2.6 に示す。

ここで、強制振動の抑制について考えてみる。Figure 2.5 と Figure 2.6 から、減衰比を大きくすることが有効であることがわかる。すなわち、減衰係数を大きく、質量は小さく、剛性は低くすることが好ましい。また、共振を避けるために、 $\Omega, \Omega_y \ll 1$ もしくは $\Omega, \Omega_y \gg 1$ とすることが有効である。すなわち、駆動速度を低く、表面形状の凹凸のピッチを長くする、もしくは、駆動速度を高く、ピッチを短くすることが好ましい。

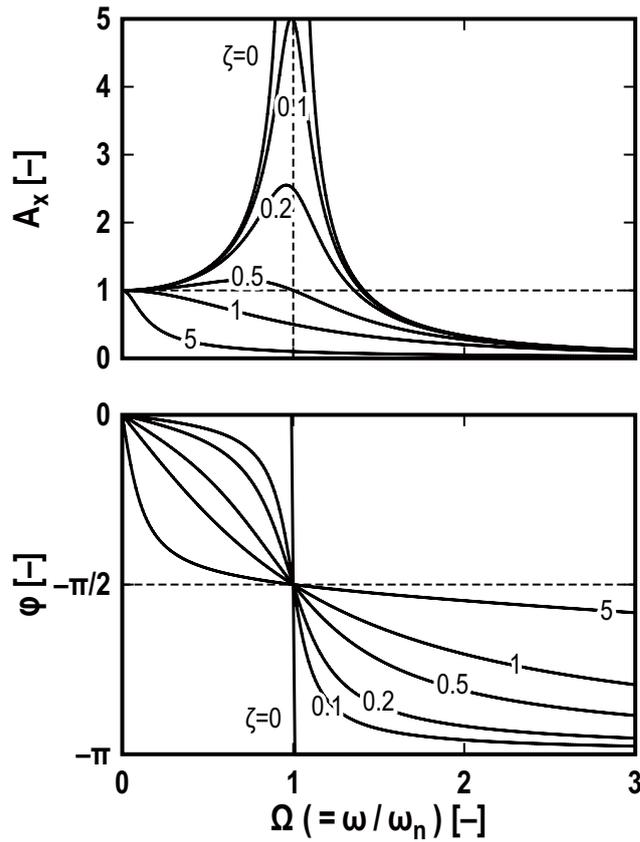


Figure 2.5 Amplitude response curves and phase response curves of forced vibration in the tangential direction of contact surface [1].

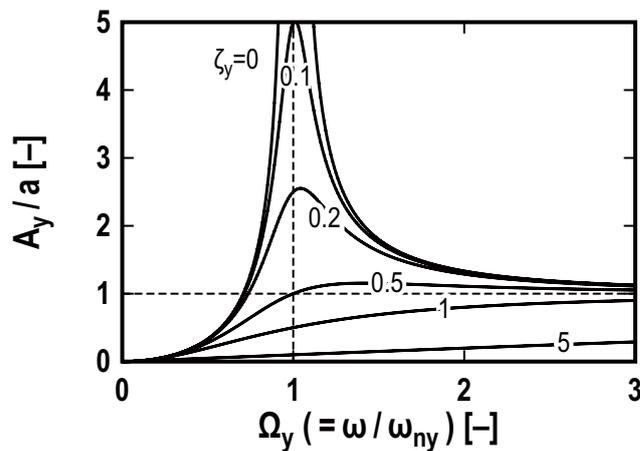


Figure 2.6 Amplitude response curves of forced vibration in the normal direction of contact surface [4].

最後に、強制振動の一般解について述べる。強制振動の一般解は、式(2.24)や式(2.27)の右辺を0とした斉次方程式の一般解と上記の特解の和で与えられる。すなわち、自由振動成分と強制振動成分の和である。一般に、自由振動成分は時間の経過により減衰して消失するので、強制振動成分のみが残る。Figure 2.7に、(a)自由振動成分（初期条件 $\xi=-1, \xi'=0$ ）、(b)強制振動成分（初期条件 $\xi=1$ ）、(c)自由振動成分と強制振動成分の合成振動（初期条件 $\xi=0, \xi'=0$ ）を示す [1]。Figure 2.7 (c)のように自由振動成分が残っている振動を過渡振動と呼ぶ。また、自由振動成分が消失し、一定となった状況の振動を定常振動と呼ぶ。ここでは、強制振動成分が定常振動となる。

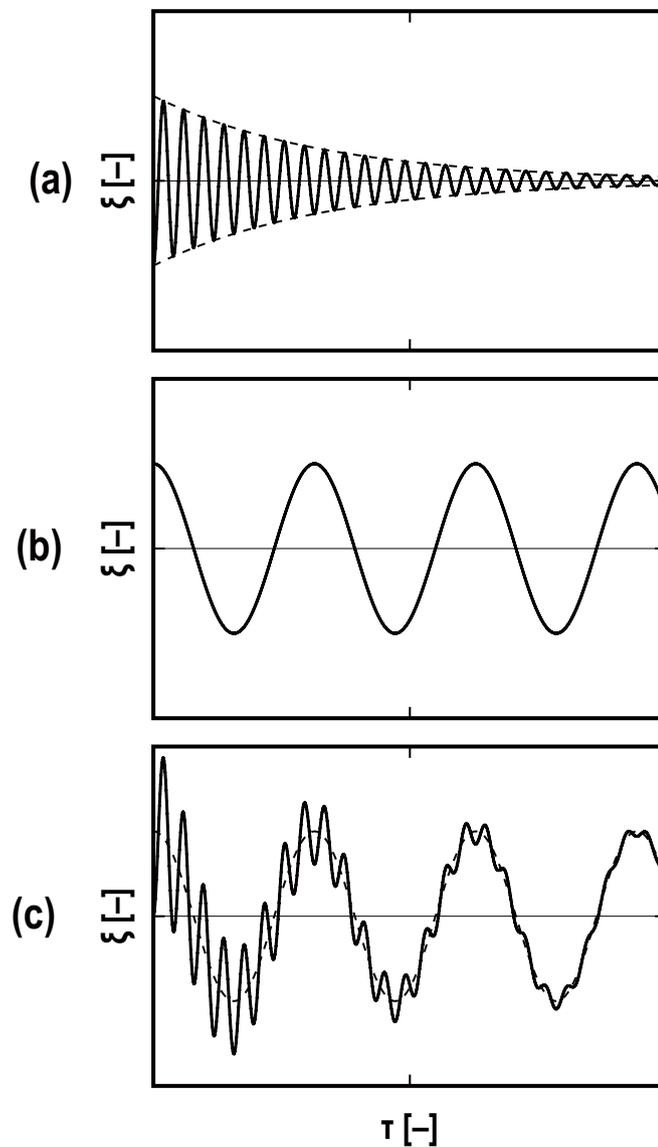


Figure 2.7 Transient vibrations (a) damped vibration, (b) forced vibration, and (c) total vibration [1].

2.1.3 動摩擦力の速度弱化による自励振動

摩擦特性が Figure 2.8 に示すような摩擦係数の速度弱化（負の相対速度依存性）を示す場合に発生する振動がある。その振動は、1.1.2 節に記した事例の中だけでも多く見られ、すべり摩擦に現れる振動の代表格と言っても過言ではない。摩擦係数の速度弱化という摩擦特性は、混合潤滑において速度が高くなると流体膜が支持する割合が増えることで現れる [23]。また、無潤滑の場合であっても、速度が高いほど摩擦熱の影響により摩擦材の摩擦係数が低下する場合 [24] に現れる。作動条件の荷重を一定に保ったとしても、摩擦係数が速度弱化の特性を示す場合、当然のことながら摩擦力も速度弱化の特性となる。すなわち、従動体に作用する摩擦力は、

$$F = F_k(V - \dot{x}) = \mu_k(V - \dot{x})W \tag{2.29}$$

となる。Blok はこの摩擦特性を系の平衡点まわりで線形化することで、摩擦特性と振動系との関係を明らかにした [25]。Blok にならって、摩擦係数の相対速度依存性を線形化すると、

$$\mu_k(V - \dot{x}) \cong \mu_k(V) - \frac{d\mu_k}{dV_{rel}}(V)\dot{x} \tag{2.30}$$

運動方程式の式 (2.1) に式 (2.29)、式 (2.30) を代入し、式 (2.5) の無次元時間 τ と無次元変位 ξ を導入することで、次式のようにまとめられる。

$$\xi'' + 2\zeta_{eff}\xi' + \xi = 0 \tag{2.31}$$

$$\zeta_{eff} = \frac{1}{2\sqrt{mk}} \left(c + \frac{d\mu_k}{dV_{rel}}(V)W \right) \tag{2.32}$$

ここで、 ζ_{eff} は実効減衰比、 V_{rel} は相対速度である。式 (2.32) の基本解を次式のように仮定すれば、

$$\xi = A_0 \exp(\lambda\tau) \tag{2.33}$$

固有方程式は、次式のように導ける。

$$\det(A - \lambda I) = 0, \quad A = \begin{bmatrix} -2\zeta_{eff} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

固有方程式から求められる固有値は、

$$\lambda = -\zeta_{eff} \pm \sqrt{\zeta_{eff}^2 - 1} \tag{2.35}$$

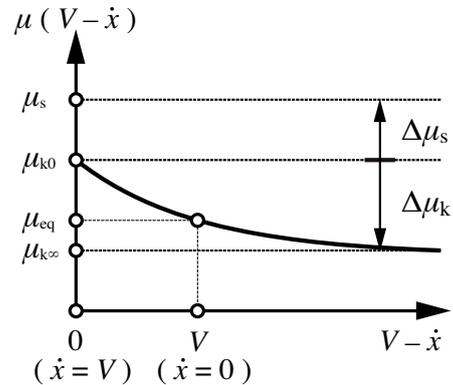


Figure 2.8 Friction model with the dependence of the kinetic friction coefficient on relative velocity [22]

となる。系の平衡点における安定性の判別については、固有値の実部が正の場合は安定、負の場合は不安定となる。したがって、 $\zeta_{\text{eff}} > 0$ の場合は安定、 $\zeta_{\text{eff}} < 0$ の場合は不安定となる。不安定となる場合、Figure 2.9 に示すように振動の振幅が指数関数的に増大する発散振動が現れる。外部から振動的な力が作用していない状況において振幅が増大することから、この振動を自励振動と呼ぶ。

この振動を抑制するためには、平衡点を安定化させる必要があり、 $\zeta_{\text{eff}} > 0$ とすれば良い。すなわち、荷重を小さくして、減衰係数を大きくするという指針が得られる。

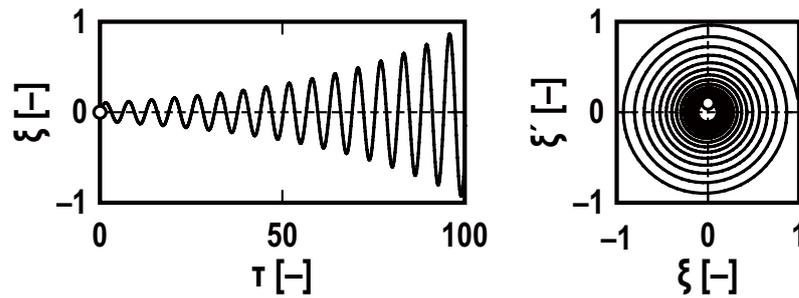


Figure 2.9 Time evolution and phase plane of self-excited vibration occurring in 1-DOF sliding system with the dependence of the kinetic friction on relative velocity.

2.1.4 静摩擦力と動摩擦力の差によるスティックスリップ

系に入力される擾乱が大きければ、従動体の速度が駆動面の速度に追いついて、スティック状態となる。そのような状況では、クーロン摩擦の動摩擦力 F_k よりも静摩擦力 F_s の方が大きいことが起因して発生する振動が現れる。この振動をスティックスリップと呼ぶ。スティックスリップについては、Bowden らが鋼-鋼の Pin-on-Plate の実験で現れた間欠運動 (intermittent motion) について静摩擦力が動摩擦力よりも大きいことが発生の原因である [26] と示してから、数多くの研究が報告されている [27-39]。その理由は、スティックスリップという振動現象が、工学に限らず、ナノ界面の相対運動 [27-28] という分子スケールから、地震のような大陸プレートの相対運動 [29] といった地球規模に至るまで、幅広いスケールにわたって現れるためである。

スティックスリップについて以下に概要を記す。Figure 2.1 に示した 1 自由度すべり摩擦システムにおいて、運動方程式は式 (2.1) となり、摩擦モデルにクーロン摩擦を仮定すれば、従動体に作用する摩擦力は従動体と駆動面の相対速度から以下の 3 つの状態がある [5]。

$$F = \begin{cases} F_s & \text{when } V - \dot{x} = 0 & : \text{ stick state} \\ F_k & \text{when } V - \dot{x} > 0 & : \text{ slip-I state} \\ -F_k & \text{when } V - \dot{x} < 0 & : \text{ slip-II state} \end{cases} \quad (2.36)$$

ただし、静摩擦力 F_s については、力のつり合いによって以下の範囲で値が変わる。

$$-\mu_s W = -F_{s\max} \leq F_s \leq F_{s\max} = \mu_s W \quad (2.37)$$

ここで、 $F_{s\max}$ は最大静摩擦力、 μ_s は静摩擦係数である。動摩擦力 F_s については、動摩擦係数 μ_k を用いて式 (2.2) のように表せる。静摩擦係数と動摩擦係数は、

$$\mu = \begin{cases} \mu_s = \text{const.} & \text{when } V - \dot{x} = 0 \\ \mu_k = \text{const.} & \text{when } V - \dot{x} \neq 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

ただし、クーロン摩擦を仮定しているので、 $\mu_s > \mu_k$ である。式 (2.1) の運動方程式について、平衡点の位置 $x = x_{\text{eq}} = \mu_k W_s / k$ を基準にとり、式 (2.5) の無次元時間 τ と無次元位置 ξ を導入すれば、支配方程式を次式のように無次元化できる。

• stick state ($\zeta' = 1$):

$$-(1+2\gamma)\lambda - 2\zeta = \xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max} = \lambda - 2\zeta \quad (2.39)$$

• slip-I state ($\zeta' < 1$):

$$\xi'' + 2\zeta\xi' + \xi = 0 \quad (2.40)$$

• slip-II state ($\zeta' > 1$):

$$\xi'' + 2\zeta\xi' + \xi = -2\gamma\lambda \quad (2.41)$$

ここで、 λ , ζ , γ は次式で定義される無次元パラメータである。

$$\lambda = \frac{(\mu_s - \mu_k)W}{V\sqrt{mk}}, \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}, \quad \gamma = \frac{\mu_k}{\mu_s - \mu_k} \quad (2.42)$$

無次元化により、パラメータが7つ ($m, c, k, \mu_k, \mu_s, W, V$) から3つ (λ, ζ, γ) に減らすことができた [5]。

不減衰 ($c=0$) の場合において、従動体が駆動面を追い越すことがなければ、系の振動は無次元パラメータ λ のみによって挙動が決まる。式 (2.42) の λ に注目すれば、右辺には減衰係数以外の全ての有次元パラメータがあることから明らかである。この無次元パラメータ λ をスティックスリップパラメータと呼ぶ。

従動体の変位と速度の時間変化を Figure 2.10 に示す。stick 状態では従動体が下面とともに移動し、ばねの復元力が最大静摩擦力を超えると slip 状態に遷移して、平衡点を中心に自由振動する。その後、従動体の速度が下面の駆動速度に追いつけば、再び stick 状態に遷移し、これを繰り返すのがスティックスリップである。Figure 2.10 (a) は駆動速度が比較的低い (λ が比較的大きい) 場合であり、鋸歯波状の振動波形を示しており、典型的なスティックスリップと認識できる。それに対して、Figure 2.10 (b) は駆動速度が比較的高い (λ が比較的小さい場合) であり、正弦波状の振動波形になっている。これは、(a) と比較してスティック状態が短くなり、自由振動の割合が増えたことによる。正弦波状のスティックスリップの場合は、もはや波形から不減衰の自由振動との区別をすることは不可能であり、区別するた

めに駆動速度を変えるなど、 λ の大きさを変えて波形の変化の有無から判断するしかない。スティックスリップの振動数・振幅に及ぼす λ の影響は、次式によって表される [19].

$$\frac{f_{ss}}{f_n} = \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} (\lambda - \tan^{-1} \lambda) \right\}^{-1} = \begin{cases} 1 & \text{for small } \lambda \\ \pi \lambda^{-1} & \text{for large } \lambda \end{cases} \quad (2.43)$$

$$\frac{A_{ss}}{A_n} = \sqrt{1 + \lambda^2} = \begin{cases} 1 & \text{for small } \lambda \\ \lambda & \text{for large } \lambda \end{cases} \quad (2.44)$$

ただし、 $f_n = \omega_n / 2\pi$ 、 $A_n = \omega_n / 2\pi$ である。上記のスティックスリップの波形、振動数、振幅は Table 2.1 のようにまとめられる。

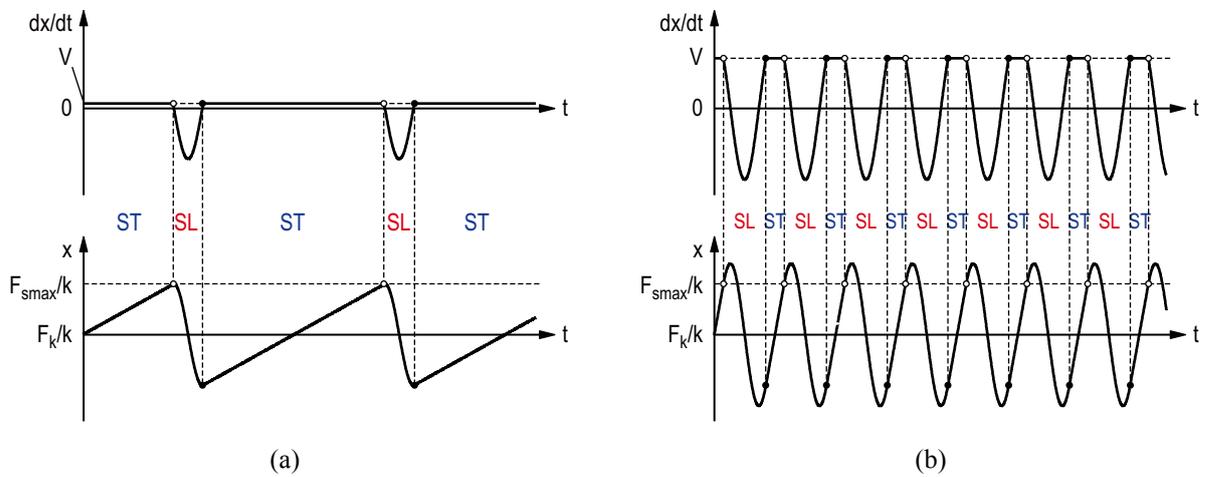


Figure 2.10 Temporal change of displacement (lower) and velocity (upper) of object in 1-DOF system with Coulomb friction when (a) $\lambda = 10$ and (b) $\lambda = 1$ [39].

Table 2.1 Effect of λ on characteristics of stick-slip [39].

$\lambda = \frac{(\mu_s - \mu_k)W}{V\sqrt{mk}}$	$\lambda \ll 1$	$\lambda \sim 1$	$\lambda \gg 1$
Waveform	Sinusoidal	Quasi-sinusoidal	Saw-tooth
Frequency	$f_{ss} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$	(see Eq. 2.43)	$f_{ss} = \frac{kV}{2(\mu_s - \mu_k)W}$
Amplitude	$A_{ss} = V\sqrt{\frac{m}{k}}$	(see Eq. 2.44)	$A_{ss} = \frac{(\mu_s - \mu_k)W}{k}$

2.1.5 その他の振動

1自由度のすべり摩擦システムに現れる振動は、摩擦モデルを複雑化させて実際の系に合わせる場合もある [32–34, 40–41] もあるが、基本的な分類としては前節までに挙げたもので全てとなる。システムの自由度を拡張することで、1自由度振動系では現れることのなかった振動が発生する場合がある。ここでは、その典型例として3種類の振動をとりあげる。1例目は法線方向の自由度を加えて2自由度系に拡張したことでクーロン摩擦でも発生する自励振動、2例目は接線方向の自由度を加えて2自由度系に拡張したことでスティック状態に現れる自由振動、3例目は1次元多自由度系に拡張することで現れるマイクロすべりの伝搬について述べる。

(A) モードカップリングによる自励振動

モードカップリングによる自励振動は、ディスクブレーキの面外振動の原因として注目されている [42]。モードカップリングが生じる最小自由度は1つの質点に対して接線方向と法線方向の自由度を考慮した2自由度であり、解析モデル [43–47] を Figure 2.11 (a) に示す。質点は、接線方向と法線方向のばねに加えて斜め方向のばねによって支持されている。質点の接線方向と上面は剛体の基礎によって支持されており、下面は一定速度で移動する剛平面と荷重 W で接し、摩擦力を受けている。ただし、摩擦モデルにはクーロン摩擦を仮定して、動摩擦力は一定とする。解析モデルの運動方程式は、次式のように書ける。

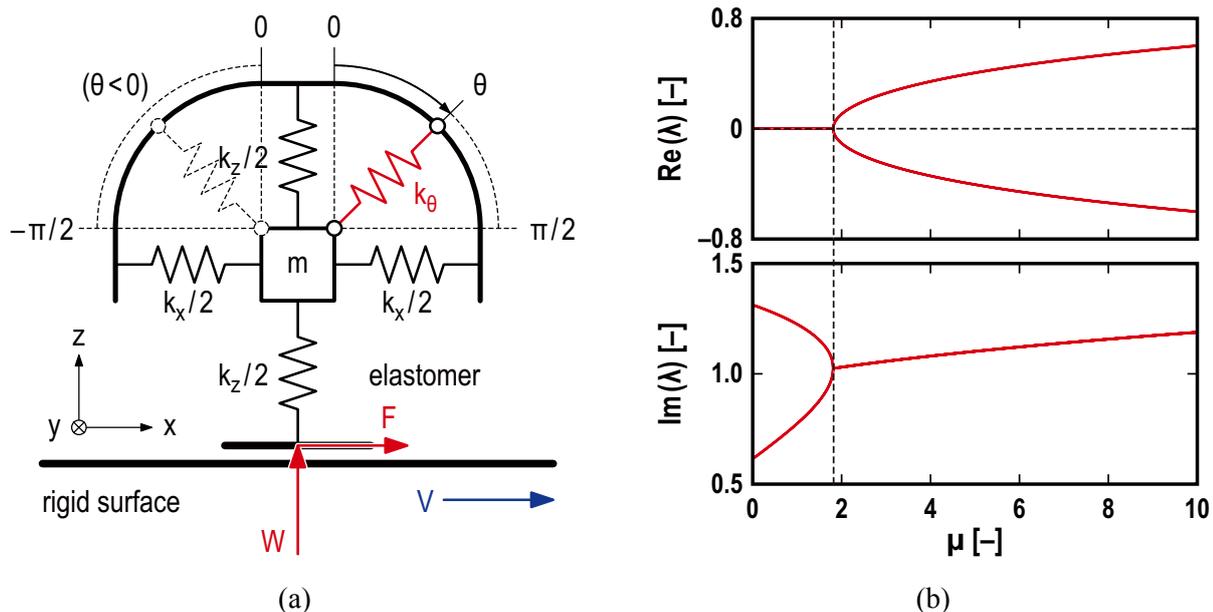


Figure 2.11 Self-excited vibration caused by mode-coupling instability (a) analytical model: 2-DOF system with Coulomb friction, and (b) effect of the kinetic friction coefficient on the real and imaginary part of the eigenvalue [47].

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \tag{2.45}$$

ただし,

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_x + k_\theta \sin^2 \theta & k_\theta \sin \theta \cos \theta + (\mu k_z / 2) \\ k_\theta \sin \theta \cos \theta & k_\theta + k_z \cos^2 \theta \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

M は質量行列, K は剛性行列を表している. 剛性行列の非対角項が互いに異符号であることが不安定化の必要条件である. また, 固有値解析によって得られる固有値に対する摩擦係数の影響について Figure 2.11 (b) に示す. 摩擦係数が小さいときには 2 つの振動モードが現れるが, 固有値の実部が 0 であるため不安定ではない. 摩擦係数の増大にともない 2 つの振動モードの周波数が近づき, 2 つのモードが一致 (モードカップリング) すると固有値の実部が正となる解が現れて, 系の平衡点が不安定となる. 系の平衡点が不安定の場合, 小さな擾乱であっても, 振幅が時間とともに成長する自励振動が発生する. このような振動をモードカップリングによる自励振動と呼ぶ.

(B) 接触部の弾性変形を考慮した 2 自由度系の自由振動

従動体の接触部が弾性体の場合, 弾性体自体がもつ接線方向の自由度によって 1 自由度系では現れなかった振動が生じる. 従動体の接触部を弾性体とする場合, 解析モデルは Figure 2.12 (a) に示すように従動体を剛体部と弾性部の 2 つに分けて 2 自由度としたモデルとなる [48–51]. 従動体の剛体部はばねを介して静止した剛体の基礎に支持されており, 従動体の弾性体部を表す質点は弾性体自体の剛性によって剛体の従動体に支持されている. 解析モデルの運動方程式は, 次式のように書ける.

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + k_1x_1 - k_2x_2 = 0 \tag{2.47}$$

$$m_2(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + c_2\dot{x}_2 + k_2x_2 = F \tag{2.48}$$

摩擦モデルはクーロン摩擦を仮定し, 摩擦力は次式のように従動体と駆動体の相対速度に

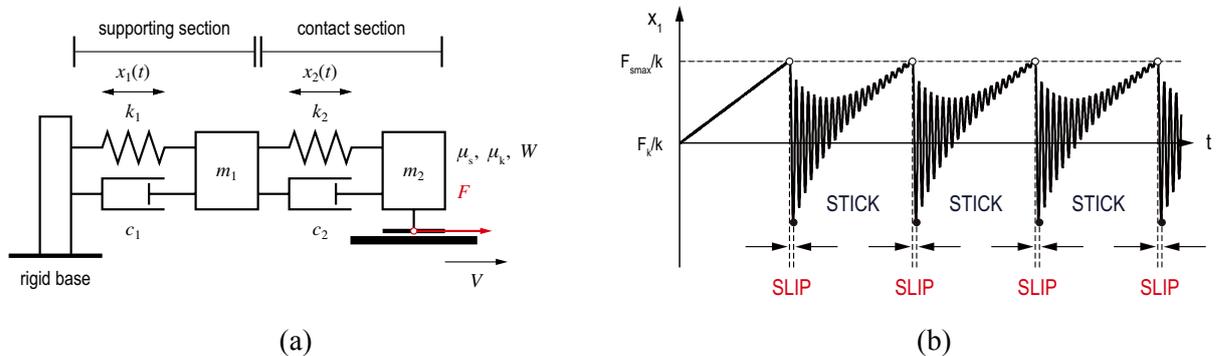


Figure 2.12 Vibrations occurring in the sliding system with tangential contact compliance (a) analytical model: 2-DOF system with Coulomb friction, and (b) vibrations occurring in static states [51].

よって3つの状態に変わる.

$$F = \begin{cases} F_s & \text{when } \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = V : \text{stick state} \\ F_k & \text{when } \dot{x}_1 + \dot{x}_2 < V : \text{slip-I state} \\ -F_k & \text{when } \dot{x}_1 + \dot{x}_2 > V : \text{slip-II state} \end{cases} \quad (2.49)$$

式 (2.47), 式 (2.48), 式 (2.49) に式 (2.37) と式 (2.38) を加えたものが支配方程式となる. 質点の挙動は, Figure 2.12 (b) に示すように弾性体の質点がスリップ状態からスティック状態に移した際に, 剛体の質点は運動をし続けられるので, 自由振動が現れる. 1 自由度系の場合, 振動として現れるのはスティックスリップのみなので, この自由振動は 2 自由度系特有の振動と言える.

(C) 多自由度系におけるマイクロすべりの伝搬

弾性体のスライダブロックを押して動かすような状況では, 接線力の印加によって局所的なすべり (マイクロすべり) が生じ, そのマイクロすべりが伝搬することによって全体的なすべりに発展する [52]. 1 自由度系のすべり摩擦システムで表現できるのは上記のマクロなすべりに当たる現象のみであり, マイクロなすべりおよびその伝搬を表現するためには, 解析モデルは Figure 2.13 (a) に示すような多自由度モデルである必要がある [53–55]. Figure 2.13 (a) の弾性体のスライダブロックを複数の質点をばねでつなぐことで表現している. ばねの剛性は, スライダブロックの剛性である. 各質点に働く摩擦力にはクーロン摩擦を仮定している. 左側のばねを一定速度で縮めることで接線力を印加したときの接線力の時間変化とすべり状態にある質点の時間変化を Figure 2.13 (b) に示す. マイクロなすべりが接線力の印加側から生じており, 全ての質点がすべり状態になると接線力に大きな減少が現れ, マクロなスリップの発生が確認できる.

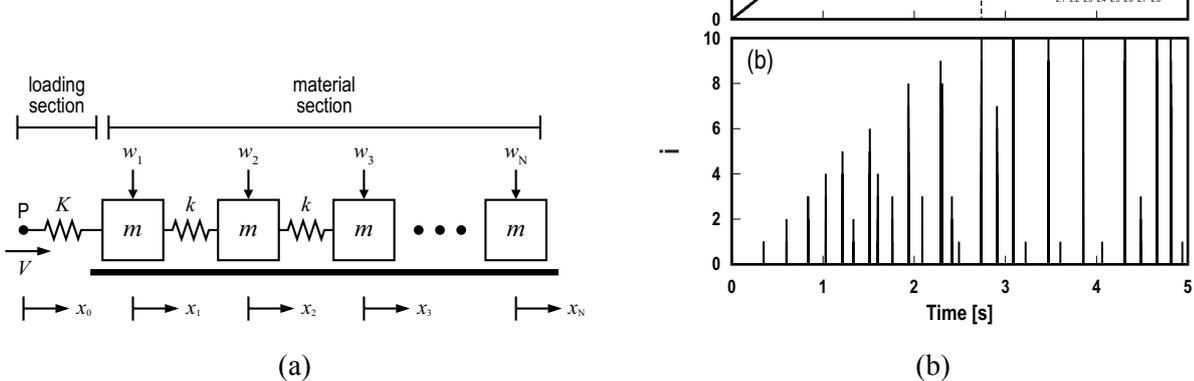


Figure 2.13 Stick-slip transition occurring in multi-DOF system (a) analytical model: multi-DOF system with Coulomb friction, and (b) time evolutions of tangential load and position of partial slip occurrence [53].

2.2 各振動の関係

前節で分類した4つの振動について、本節では関係を整理する。具体的には、「自由振動と自励振動」、「自由振動とスティックスリップ」、「自励振動とスティックスリップ」の3つの関係である。それぞれの関係は後の各小節にて記すが、ここでは整理した結果として、すべり摩擦に現れる振動とその原因の関係図を Figure 2.12 に示す。

自由振動と自励振動の関係については、系の振動に応じて変化する摩擦特性を系の構成要素として考えれば、自励振動は自由振動として整理できる。また、平衡点の安定性判別により、安定の場合には減衰振動、不安定の場合には自励振動と整理できる。

自由振動とスティックスリップの関係については、擾乱が大きい場合に従動体の速度が駆動面の速度に追いつきスティックした状態から、スリップ状態に移した後、再スティックする場合にはスティックスリップ、減衰比が大きいもしくはスティックスリップパラメータが小さい場合には再スティックしないので減衰振動、と整理できる。

自励振動とスティックスリップの関係については、自励振動により増大した従動体の速度が駆動面の速度に達して、スティック状態となる場合にはスティックスリップ、スティック状態になることがなければ、擬似調和振動に移すると整理できる。

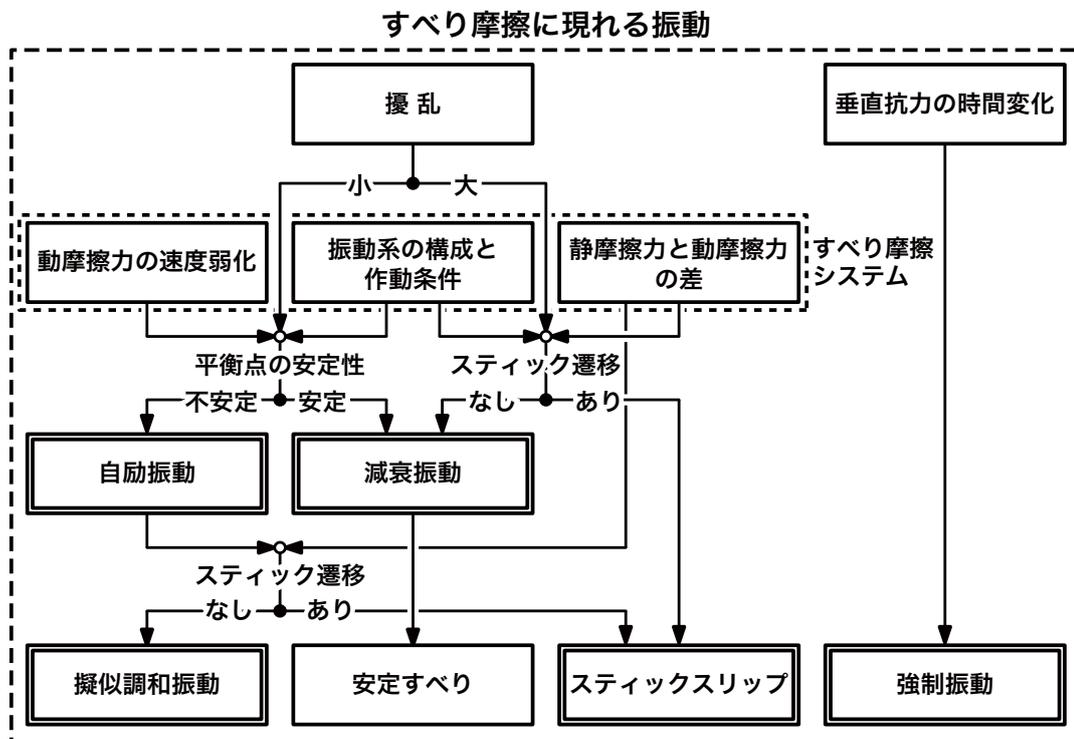


Figure 2.14 Relationship diagram between friction properties and vibrations appearing in 1-DOF sliding system.

2.2.1 自由振動と自励振動の関係

自由振動は外力が時間変化しない状況で現れる振動であり、一定の大きさの外力が作用していたとしても静的平衡点を原点にとれば、運動方程式は右辺が0の斉次方程式となる。それに対して、動摩擦力の速度弱化による自励振動の場合、系の振動に応じて従動体に作用する摩擦力が変化する。系の振動に応じて変化する摩擦力を平衡点まわりで線形化して、系の構成要素として考えれば、自由振動として扱うことができる。それが、式(2.31)の意味するところである。

運動方程式の固有値解析の結果として得られる固有値は次式となる。

$$\lambda = -\zeta_{\text{eff}} \pm \sqrt{\zeta_{\text{eff}}^2 - 1} \quad \text{再掲 (2.35)}$$

$\zeta_{\text{eff}} > 1$ の場合、固有値が2つの負の実数となるので過減衰、 $\zeta_{\text{eff}} = 1$ の場合、固有値が負の実重解となるので臨界減衰となり、振動は現れない。 $0 < \zeta_{\text{eff}} < 1$ の場合、固有値の実部が負の共役な複素数が負となるので不足減衰となり振動が現れ、その振幅の包絡線が時間の経過とともに指数関数的に減衰する。 $\zeta_{\text{eff}} = 0$ では固有値が2つの純虚数となるので不減衰となり、振幅が時間変化しない持続振動となる。ここまでは、2.1.1節に記した内容と同じであるが、摩擦係数の速度弱化の特性から実効減衰係数は負の値となる場合がある。 $-1 < \zeta_{\text{eff}} < 0$ の場合、固有値の実部が負の共役な複素数となるので、不安定でかつ振動が生じ、振幅が時間の経過とともに指数関数的に増大する。この振動を自励振動と呼び、この不安定な状態をフラッタ型不安定と呼ぶこともある[2]。 $\zeta_{\text{eff}} < -1$ の場合、固有値の実部は2つの正の実数となるので、不安定であり、振動は現れずに指数関数的に発散を続ける。この不安定状態をダイバージェンス型不安定と呼ぶこともある[2]。 $\zeta_{\text{eff}} = 0$ の場合は、固有値の実部は正の実重解となり、フラッタ型不安定とダイバージェンス不安定の臨界点である。

以上のように実効減衰比によって7つの状態が有り得る。ここでは振動として現れる状況のみに注目すれば、平衡点が安定の場合には減衰振動、不安定の場合には自励振動が現れると整理できる。

自励振動の抑制については、式(2.32)の構成に注目すれば、荷重 W を小さくすることで、負勾配の効果を弱めることができ、減衰係数 c を大きくすることで、 $\zeta_{\text{eff}} > 0$ とすることができれば振動を抑制することができることがわかる。

固有値解析によってわかるのは、系の平衡点まわりの安定性であるので、物体の運動を厳密に調べるためには、運動方程式を解く必要がある。ただし、Figure 2.7に示すように摩擦特性は線形ではないので、運動方程式は数値解析(数値シミュレーション)により数値的に解くことになる。Figure 2.7に示した摩擦特性を次式のように仮定して、

$$\mu_k = \mu_k(V_{\text{rel}}) = \mu_{k0} + \Delta\mu_k(1 - e^{-d|V_{\text{rel}}|}) \quad (2.50)$$

数値シミュレーションによって物体の運動を調べた結果を Figure 2.15 に示す。図から上記の固有値の解に対する減衰比の影響を、波形の時間発展情報から確認することができる。

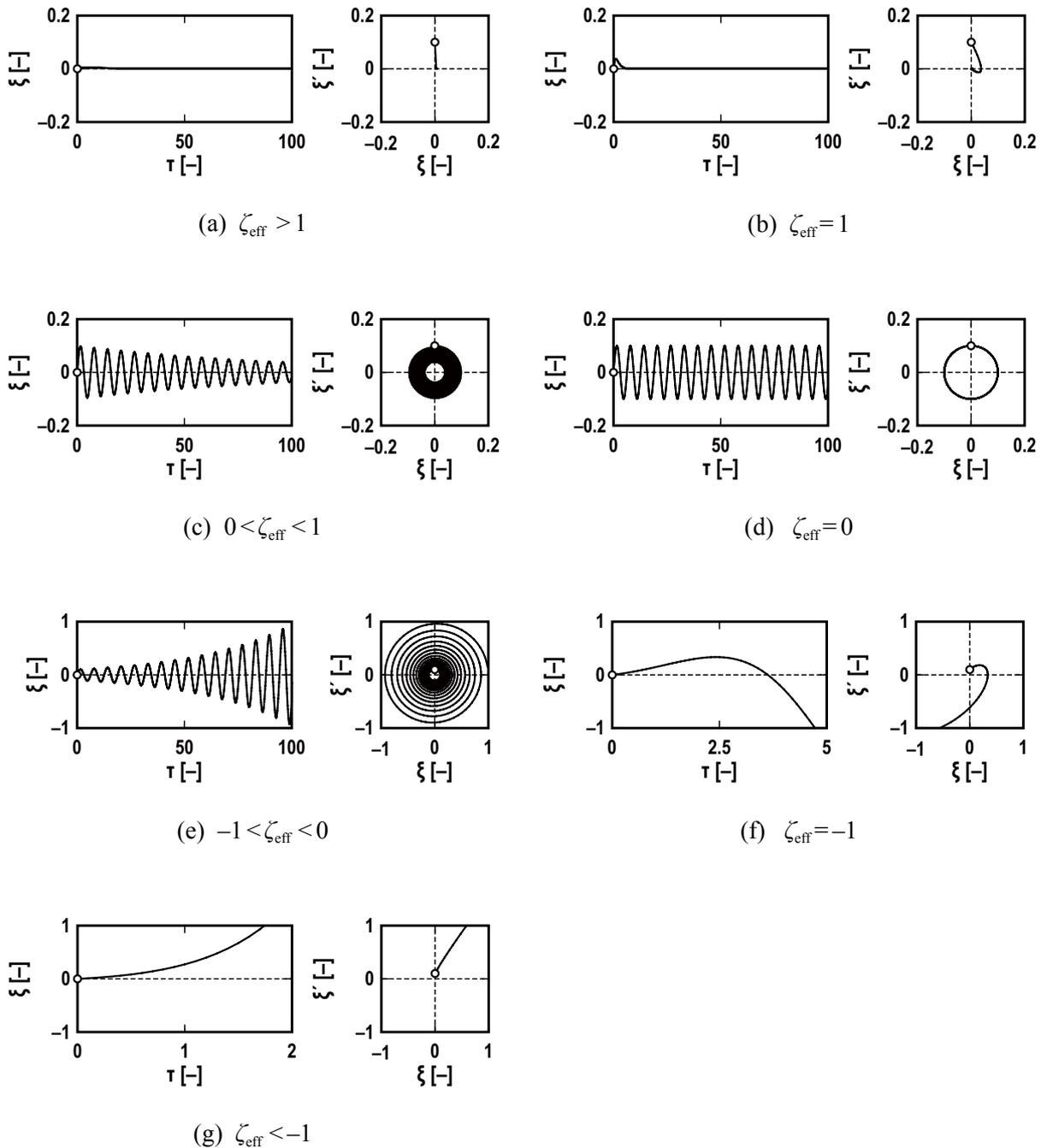


Figure 2.15 Effect of the effective damping ratio ζ_{eff} on the vibrations occurring in 1-DOF sliding system with the dependence of the kinetic friction on the relative velocity.

2.2.2 自由振動とスティックスリップの関係

自由振動とスティックスリップの異なる点は、スティック状態へ遷移の有無である。Figure 2.16 に示すように、従動体が駆動面に追いついた状況で、従動体に作用する復元力と減衰力が最大静止摩擦力よりも小さい場合（図中の Q-P）、スティック状態に遷移する。スティックスリップにおけるスリップ状態は自由振動であり、スティックスリップパラメータ λ の値が小さい場合に正弦波状になるのは、スリップ状態が支配的となり、見かけ上で自由振動が続いているような状況となるためである。

スティックスリップは、大きな擾乱によって従動体が駆動面の速度に追いつけば必ず生じるわけでない。スティック状態からスリップ状態に遷移した後、減衰器による減衰効果が大きければ、従動体の速度が駆動面の速度に追いつくことがない再スティックしない状態となるので、スリップ状態が続き、減衰振動となる。Figure 2.17 にはその具体例を示している。再スティックしない状況は、 λ が小さく、 ζ が大きい場合に現れることがわかる。

スティックスリップの発生限界については、Nakano らによって厳密解として次式が示されている [22]。

$$\ln(1-2\zeta\lambda+\lambda^2) = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left(3\pi + 2 \tan^{-1} \frac{1-\zeta\lambda}{\lambda\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \quad (2.51)$$

スティックスリップの発生限界と2つの無次元パラメータ (λ , ζ) の関係を Figure 2.18 に示す。式 (2.46) の漸近線として次式がある。

$$\zeta = \begin{cases} (4\pi)^{-1}\lambda^2 & \text{for small } \lambda \\ 1 & \text{for large } \lambda \end{cases} \quad (2.52)$$

また、式 (2.51) の近似解として次式が得られている。

$$(1-\zeta)^n \lambda^2 = 4\pi\zeta \quad (2.53)$$

Figure 2.18 に示したスティックスリップの発生限界に注目すると、 $\zeta > 1$ の場合、スティックスリップは発生しないことがわかる。また、有限の ζ があれば、 λ を小さくすることで必ずスティックスリップの発生しない状況が作れることがわかる。逆に言えば、どんなに小さな減衰比であったとしても無視できないことを意味している。

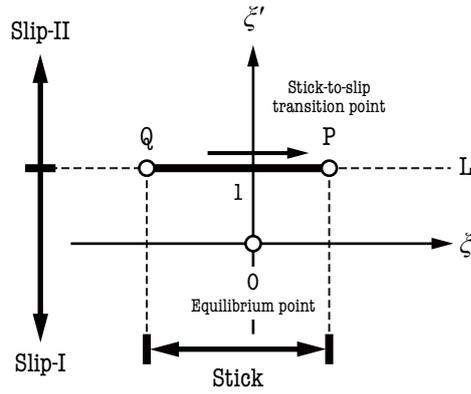
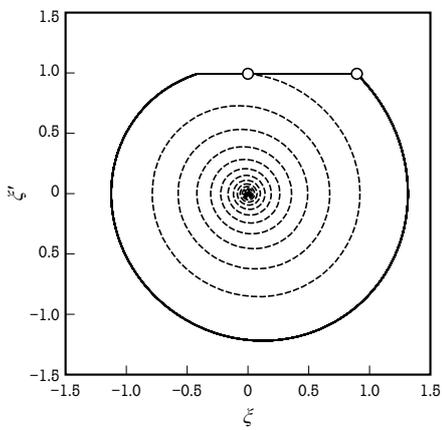
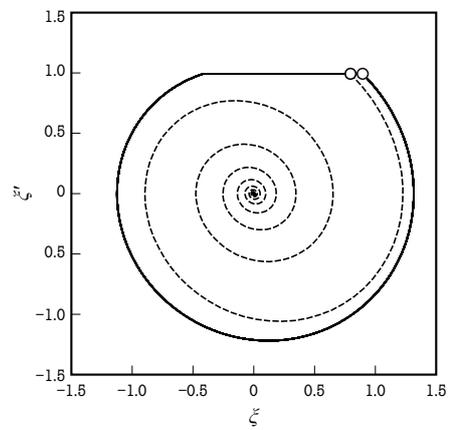


Figure 2.16 Dimensionless phase plane and three types of friction states [22].



(a) solid line: $\lambda=1, \zeta=0.05$,
broken line: $\lambda=0.1, \zeta=0.05$



(b) solid line: $\lambda=1, \zeta=0.05$,
broken line: $\lambda=1, \zeta=0.1$

Figure 2.17 Effect of stick slip parameter λ and damping ratio ζ on the occurrence of stick-slip [22].

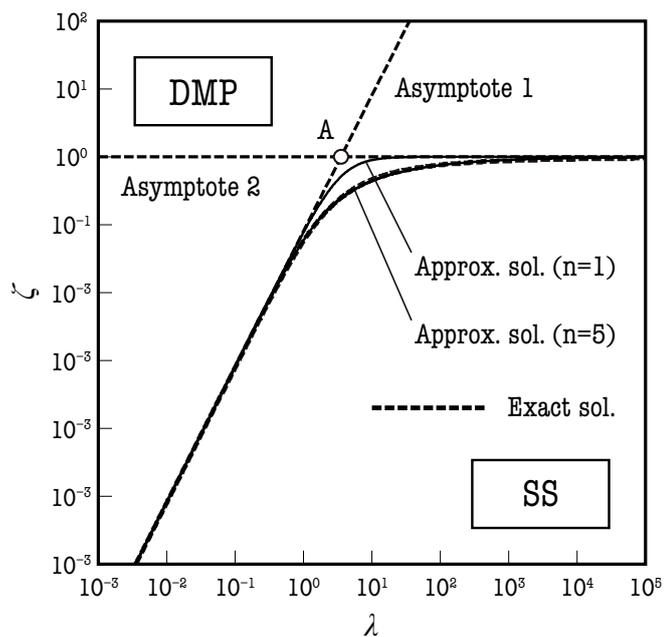


Figure 2.18 Occurrence limit of stick-slip occurring in 1-DOF system with Coulom friction [22].

2.2.3 自励振動とスティックスリップの関係

自励振動は、実効減衰比が負の場合に系の平衡点が不安定になり、振幅の包絡線が指数関数的に増大する振動である。ただし、その振幅は、Figure 2.19 に示すように成長し続けるわけではない。Figure 2.20 に振動が飽和した時点で描く3つのリミットサイクル(LC)とその発生条件を示している [56]。LC-A は、Slip-I と Stick の2つの状態を交互に遷移する。LC-B は、Slip-I - Slip-II - Stick の3つの状態を遷移する。LC-C は、Slip-I - Slip-II の2つの状態を交互に遷移する。大きく分けて Stick 遷移する場合と Stick 遷移しない場合に分けられる。前者はスティックスリップであり、後者については擬似調和振動と呼ぶこととする。Figure 2.20 (b) より LC-C は $\Delta\gamma$ の負の値が大きい場合に現れることから、擬似調和振動は動摩擦力の相対速度依存性の負勾配が大きい場合に現れると言える。

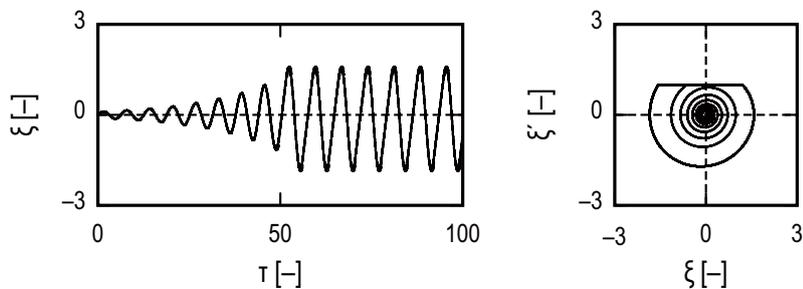


Figure 2.19 Transition from self-excited vibration to stick-slip occurring in 1-DOF sliding system with the dependence of the kinetic friction on relative velocity.

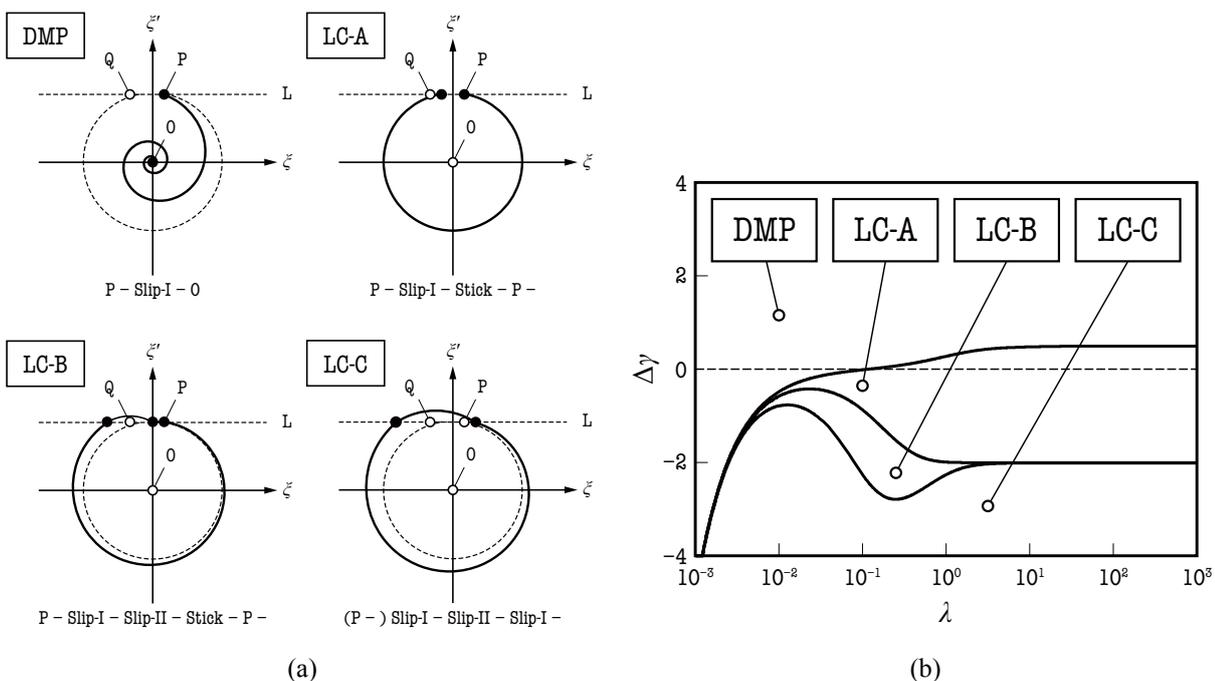


Figure 2.20 Limit cycles occurring in the sliding system (a) Typical trajectories of damped vibration (DMP) and three types of limit cycles (LC-A, LC-B, LC-C), (b) Occurrence condition of DMP and three types of limit cycles [56].

参考文献

- [1] J.P. Den Hartog : *Mechanical Vibration* (4th ed), McGraw-Hill, New York, (1956).
- [2] 末岡淳男, 金光陽一, 近藤孝広 : 機械振動学, 朝倉書店 (2005).
- [3] 井上順吉, 松下修己 : 機械力学 I – 線形実践振動論 –, 理工学社 (2002).
- [4] 三輪修三, 坂田勝 : 機械力学, コロナ社 (1984).
- [5] K. Nakano : Two dimensionless parameters controlling the occurrence of stick-slip motion in a 1-DOF system with Coulomb friction, *Tribology Letters*, **24** (2006) pp.91–98.
- [6] L.S. Jacobsen : Steady forced vibrations as influenced by damping, *Transactions of the ASME*, **52**, 15 (1930) pp.169–181.
- [7] J.P. Den Hartog : Forced vibrations with combined viscous and coulomb damping, *Transactions of the ASME*, **53**, 15 (1931) pp.107–115.
- [8] R.A. Ibrahim : Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos. Part I: mechnics of contact and friction, Part II: dynamics and modeling, *Applied Mechanics Reviews*, **47**, 7 (1994) pp.209–253.
- [9] A. Schiesinger : Vibration isolation in the presence of coulomb friction , *Journal of sound and vibration*, **63**, 2 (1979) pp.213–224.
- [10] J.E. Ruzicka : Resonance characterisitcs of unidirectional viscous and Coulomb-damped vibration isolation systems, *Jounal of Engineering for Industry*, **89** (1967) pp.729–740.
- [11] 高野英資, 張祥永 : 強制摩擦振動 (第1報) –三次の摩擦力特性における解と安定性–, *トライボロジスト*, **35**, 1 (1990) pp.39–46.
- [12] 張祥永, 高野英資, 大海毅 : 強制摩擦振動 (第2報) –リミットサイクルの発生と解の評価–, *トライボロジスト*, **35**, 1 (1990) pp.47–53.
- [13] 張祥永, 高野英資, 大海毅 : 強制摩擦振動 (第3報) –三次摩擦力特性の断片線形近似解–, *トライボロジスト*, **35**, 8 (1990) pp.562–568.
- [14] 井上順吉, 宮浦すが, 松下修己 : 振動機械の自己同期化について (第3報, 強制摩擦振動), *日本機械学会論文集*, **35**, 274 (1969) pp.1242–1248.
- [15] H.K. Hong, & C.S. Liu : Coulomb friction oscillior: modelling and responses to harmonic loads and base excitations, *Journal of Sound and Vibration*, **229**, 5 (2000) pp.1171–1192.
- [16] H.K. Hong : Non-sticking oscillation formulae for coulomb friction under harmonic loading, *Journal of Sound and Vibration*, **244**, 5 (2001) pp.883–898.
- [17] 高野英資, 磯部尚夫, 榊雅也, 倉本智, 根岸文彦 : 変動移動面速度下の強制摩擦振動 (第

- 1 報) –直線摩擦特性における平均法と解と安定性–, トライボロジスト, **36**, 10 (1991) pp.895–812.
- [18] 高野英資, 磯部尚夫, 榊雅也, 倉本智, 根岸文彦: 変動移動面速度下の強制摩擦振動 (第2報) –リミットサイクルの発生と [III] 形態第一近似解–, トライボロジスト, **36**, 10 (1991) pp.813–820.
- [19] D.M. Tolstoi : Significance of the normal degree of freedom and natural normal vibrations in contact friction, *Wear*, **10**, 3 (1967) pp.199–213.
- [20] T. Sakamoto, J. Tanii, & T. Tsukizoe : A friction apparatus for measuring the normal displacement of a sliding body, *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **13**, 9 (1980) pp.1017.
- [21] 坂本亨, 阿保政義, 格内敏: 振動荷重によるスティックスリップ振動の低減, トライボロジスト, **36**, 1 (1992) pp.57–63.
- [22] K. Nakano, & Satoru Maegawa : Occurrence limit of stick-slip: dimensionless analysis for fundamental design of robust-stable systems, *Lubrication Science*, **22** (2009) pp.1–18.
- [23] 山本雄二, 兼田楨宏: トライボロジー, 理工学社 (1998).
- [24] H. Jang, K. Ko, S.J. Kim, R.H. Basch, & J.W. Fash : The effect of metal fiber on the friction performance of automotive brake friction materials, *Wear*, **256** (2004) pp.406–414.
- [25] H. Blok : Fundamental aspect of boundary friction, *Journal of the Society of Automotive Engineers*, **46** (1940) pp.275–279.
- [26] F.P. Bowden, & D. Tabor : *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford University Press (2003) pp.389–403.
- [27] M.L. Gee, P.M. McGuiggan, J.N. Israelachvili, & A.M. Homola : Liquid to solidlike transitions of molecularly thin film under shear, *The Journal of chemical physics*, **93**, 3 (1990) pp.1895–1906.
- [28] H. Yoshizawa, & J.N. Israelachvili : Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick–Slip friction of spherical and chain molecules, *The Journal of Physical Chemistry*, **97**, 43 (1993) pp.11300–11313.
- [29] C.H. Scholz, *The Mechanics of Earthquakes and Faulting* (2nd ed), Cambridge University Press, Cambridge (2002)
- [30] J.A.C. Martins, J.T. Oden, & F.M.F Simoes : A study of static and kinetic friction, *International Journal of Engineering Science*, **28**, 1 (1990) pp.29–92.
- [31] B.N.J. Persson : *Sliding friction* (2nd ed), Springer, New York, 2000.
- [32] E. Rabinowicz : *Friction and wear of materiald* (2nd ed), Wiley, New York, 1995.

- [33] E. Rabinowicz : The Intrinsic Variables affecting the stick-slip process, *Proceedings of the Physical Society*, **71**, 4 (1958) pp.668–675.
- [34] J.R. Rice, & A.L. Ruina : Stability of steady frictional slipping, *Journal of Applied Mechanics*, **50** (1983) pp.343–349.
- [35] J.J.Thomsen, A. Fidlin : Analytical approximations for stick-slip vibration amplitude, *International Journal of Non-linear Mechanics*, **38** (2003) pp.389–403.
- [36] 中野健, 菊池康人:クーロン摩擦モデルに基づく Stick-Slip 運動の発生条件式 (第 1 報) –発生条件式の定式化と近似–, *トライボロジスト*, **51**, 2 (2006) pp.131–139.
- [37] 中野健, 菊池康人:クーロン摩擦モデルに基づく Stick-Slip 運動の発生条件式 (第 2 報) –発生条件式の検証と簡易条件式の提案–, *トライボロジスト*, **51**, 2 (2006) pp.140–146.
- [38] J. Kang, C.M. Krousgrill, F. Sadeghi : Oscillation pattern of stick-slip vibrations, *International Journal of Non-linear Mechanics*, **44** (2009) pp.820–828.
- [39] 中野健, 田所千治, 前川覚:弾性体の摩擦振動と接触面の可視化, *日本ゴム協会誌*, **85**, 10 (2012) pp.313–318.
- [40] C.A. Brockley, R. Cameron, & A.F. Potter : Friction-Induced vibration, *Journal of Lubrication Technology*, **89** (1967) pp.101–108.
- [41] C.A. Brockley, & P.L. Ko : Friction-Induced vibration, *Journal of Lubrication Technology*, **92** (1970) pp.550–556.
- [42] 末岡淳男, 劉孝宏:自動車用ディスクブレーキにおける騒音・振動, *トライボロジスト*, **48**, 1 (2003) 36–42.
- [43] N. Hoffmann, M. Fischer, R. Allgaier, & L. Gaul : A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations, *Mechanics Research Communications*, **29**, 4 (2002) pp.197–205.
- [44] N. Hoffmann, & L. Gaul : Effects of damping on mode-coupling instability in friction induced oscillations, *ZAMM-Journal of applied Mathematics and Mechanics*, **83**, 8 (2003) pp.524–534.
- [45] N. Hoffmann, S. Bieser & L. Gaul : Harmonic balance and averaging techniques for stick-slip limit-cycle determination in mode coupling friction self-excited systems, *Technische Mechanik*, **24**, 3-4 (2004) pp.185–197.
- [46] J.J. Sinou, & L. Jezequel : Mode coupling instability in friction-induced vibrations and its dependency on system parameters including damping, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, **26**, 1 (2007) pp.106–122.

- [47] 白石有, 田所千治, 高増翔, 清水明禎, 石原大雅, 和氣充幸, 中野健: 弾性体の摩擦振動とモードカップリング不安定性, トライボロジー会議 (日本トライボロジー学会), (2013-10) C3.
- [48] B.N.J. Persson : Theory of friction: the role of elasticity in boundary lubrication, *Physical Review B*, **50** (1994) pp.4771–4786.
- [49] M. de Sousa Vieira : Self-organized criticality in a deterministic mechanical model, *Physical Review A*, **46** (1992) pp.6288–6293.
- [50] N. Hinrichs, M. Oestreich, & K. Popp : On the modelling of friction oscillators, *Journal of sound and vibration*, **216**, 3 (1998) pp.435–459.
- [51] K. Nakano, & S. Maegawa : Stick-slip in sliding systems with tangential contact compliance, *Tribology International*, **42** (2009) pp.1771–1780.
- [52] S.M. Rubinstein, G. Cohen, J. Fineberg : Detachment fronts and the onset of dynamic friction, *Nature*, **430**, 7003 (2004) pp.1005–1009.
- [53] S. Maegawa, A. Suzuki, & K. Nakano : Precursors of global slip in a longitudinal line contact under non-uniform normal loading, *Tribology letters*, **38**, 3 (2010) pp.313–323.
- [54] D.S. Amundsen, J. Scheibert, K. Thøgersen, J. Trømborg, A. Malthé-Sørensen : 1D model of precursors to frictional stick-slip motion allowing for robust comparison with experiments, *Tribology letters*, **38**, 3 (2010) pp.313–323.
- [55] 前川覚, 糸魚川文広, 新吉隆利, 鈴木厚, 田所千治, 中野健: 弾性体の実効的な静摩擦係数に関する設計指針, 日本機械学会論文集 (C 編), 79, 803 (2013) pp.2622–2634.
- [56] K. Nakano, & S. Maegawa : Safety-design criteria of sliding systems for preventing friction-induced vibration, *Journal of sound and vibration*, **324** (2009) pp.539–555.

第3章

強制振動とスティックスリップの関係

■ 概要：

本章の研究では、強制振動とスティックスリップという2つの定常振動の関係を明らかにするために、2つの振動が共存するすべり摩擦系を摩擦試験機として構築し、そこに現れる振動の起源や、2つの振動の相互作用について調べた。

駆動速度、荷重、固有振動数を変えた実験の結果から、共存系に現れた振動それぞれについて、表面形状由来の強制振動成分とスティックスリップ成分であることを特定した。本来、接線方向の振動であるスティックスリップの成分を、表面形状由来の強制振動が法線方向の自由度にも伝えており、その相互作用により接線方向と法線方向の振動の位相差にも特定の関係が現れることを明らかにした。また、この関係を利用すれば、2つの振動成分は位相差に注目するだけで分離できることを見出した。

3.1 緒言

第2章のすべり摩擦に現れる振動の整理の中で、すべり摩擦システムにおける強制振動については、共振現象に注目した過去の研究 [1-8] は多くあるものの、擾乱によって発生する定常振動と外力の時間変化によって発生する定常振動（強制振動）との関係を調べた研究はほとんどみられなかった。そこで、本研究では、擾乱によって現れる定常振動としてスティックスリップに着目し、強制振動とスティックスリップが共存するすべり摩擦システムをラボ実験装置にて構築し、実験的に強制振動とスティックスリップの関係を調べた。

強制振動を生じさせるためには、付加装置により周期的な外力を作用させることが振動工学では一般的 [9-12] であるが、すべり摩擦システムの場合は駆動面に周期的な凹凸が付けられていれば、その凹凸の上をすべる従動体には周期的な垂直抗力の変化として与えられる。実際にディスクブレーキでも摩擦熱によりロータやパッドが熱変形することで生じる振動が問題となる場合 [13] がある。

本研究では、Figure 3.1 に示すように周期的な溝加工を施した試験片を用いてすべり摩擦試験を実施可能とし、摩擦面に対して接線方向と垂直方向の試験片の変位を計測可能な実験装置を用いた。実験系に現れる振動をスペクトル解析によって抽出することで、振動の起源を特定するとともに、表面形状由来の強制振動とスティックスリップの関係を調べた。

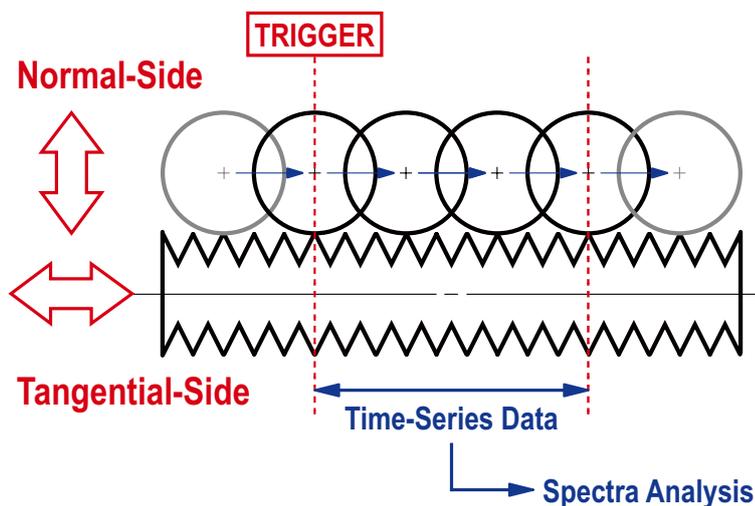


Figure 3.1 A schematic diagram of the tribo-test to examine the relationship between forced vibration and stick-slip.

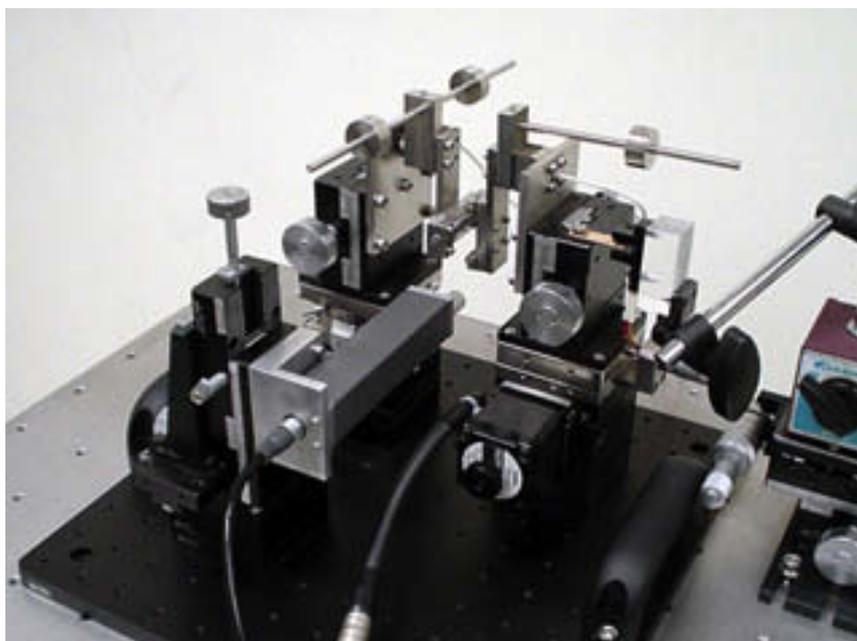
3.2 実験方法

3.2.1 実験装置

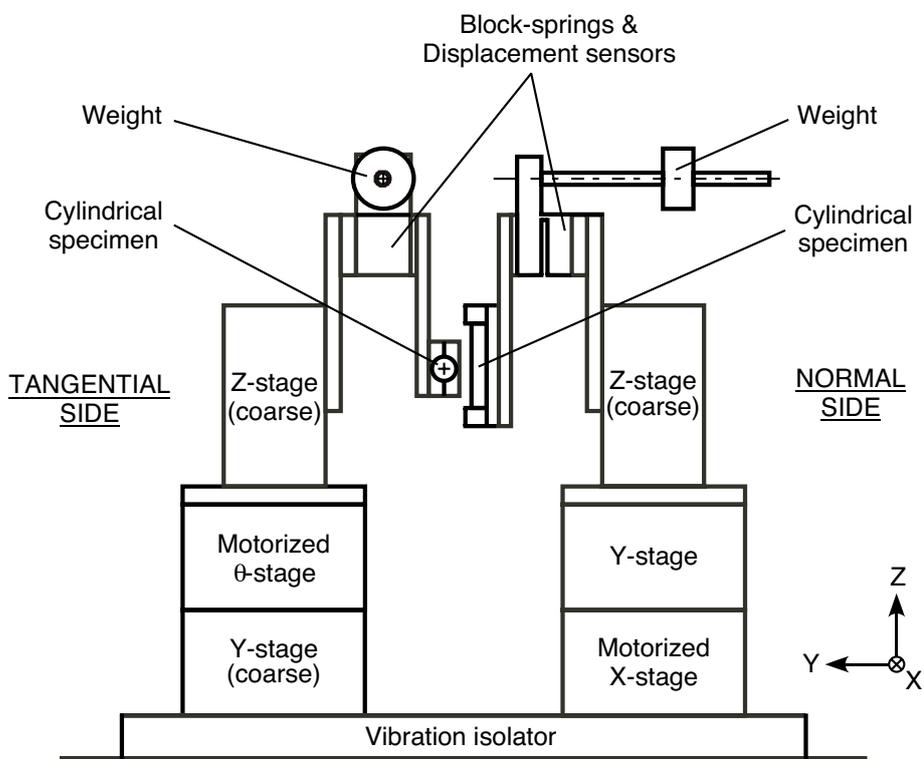
上記目的のために設計・試作した摩擦試験機の概観写真と模式図を Figure 3.2 に示す。本試験機は、直交2円柱の点接触で構成される摩擦面に対して垂直（Y 軸）方向に振動する Normal 側（NRM 側）と、接線（X 軸）方向に振動する Tangential 側（TNG 側）の、2 個の独立した振動系ユニットから成る。2 個の円柱試験片はいずれもブロック型ばねにより支持され、それぞれのブロック型ばねに埋め込まれた渦電流式変位計によって、両試験片の変位を計測する。各ユニットの固有振動数は、振動系ユニットの可動部に設置するおもりの個数と位置を変えることで、独立に設定することができる。摩擦面の垂直荷重は NRM 側のブロック型ばねの復元力によって与え、その大きさは NRM 側に設置された Y 軸直動ステージにより設定する。また、NRM 側に設置されたステッピングモータ駆動の X 軸直動ステージにより NRM 側試験片を並進運動させ、両試験片間にすべり摩擦を発生させる。TNG 側試験片の軸と駆動方向の軸合わせは、TNG 側に設置されたステッピングモータ駆動の回転ステージにより微調整できる。

さらに、本試験装置には、触針式表面粗さ計が設置されている。これにより、TNG 側試験片を試験機から取り外すことなく、その X 軸方向断面曲線を計測できるので、断面曲線の計測による試験片同士の接触位置のずれを最小限に抑えることができる。

以上の摩擦変動試験機は空気ばね式除振台の上に設置され、試験機外部からの振動の影響を遮断している。



(a) Photograph



(b) Schematic diagram

Figure 3.2 Experimental apparatus: tribo-vibrometer.

3.2.2 実験条件

試験片は、NRM側とTNG側のいずれもS45C製、直径8mmの円柱を用いた。ただし、TNG側試験片の表面には、表面形状の情報を強調するために、回転対称軸方向にピッチ0.5mmの周期的な溝加工を施した。TNG試験片の初期断面曲線をFigure 3.3（上段）に示す。

今回の実験では、摩擦変動信号に及ぼす諸パラメータの影響を明らかにするため、荷重8N、駆動速度10mm/s、1000往復（1往復30mm）のなじみ処理にて、試験片表面をあらかじめ十分ランケートさせた。なじみ処理後のTNG側試験片の断面曲線をFigure 3.3（中段）に示す。これを全試験終了後に取得した断面曲線Figure 3.3（下段）と比較すると、両者にほとんど差が認められないことから、今回施したなじみ処理が十分であったことが確認できる。

上記試験片を支持するブロック型ばねとしては、試験片接触位置における換算で、NRM側とTNG側ともにばね定数 8×10^4 N/m、減衰比 2×10^{-3} Ns/mのものを用いた。

すべての実験は無潤滑下の往復動すべり摩擦にて行い、NRM側ユニット上に設置したトリガ機構によって、NRM側試験片がX軸正方向に移動する際に、毎回同位置までの変位信号を取得した。ただし、サンプリング周波数は1kHz、データ点数は1チャンネルあたり1024点とした。

以上の条件のもと、両振動系ユニットの固有振動数、荷重、駆動速度をパラメータとして実験をおこなった。

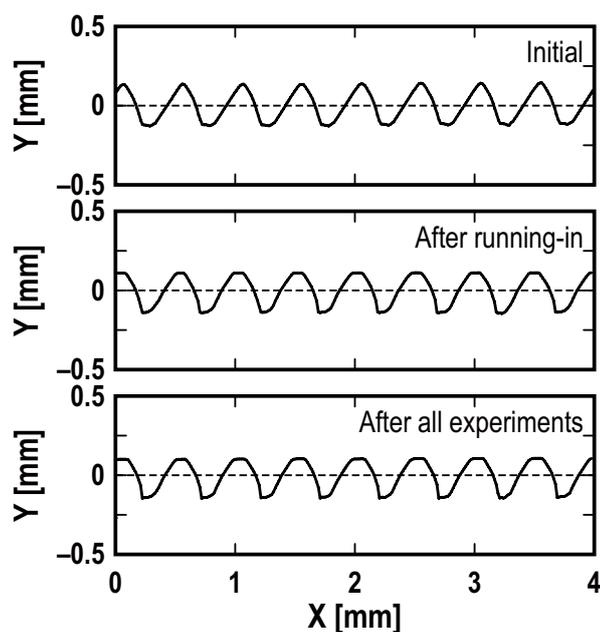


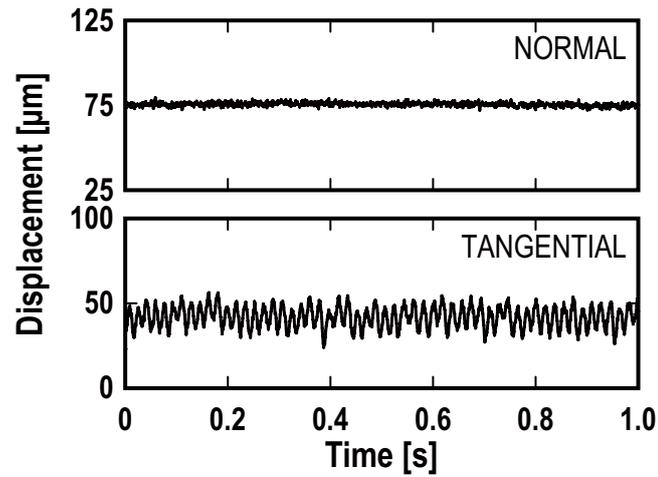
Figure 3.3 Change in the profile of tangential-side specimen.

3.3 実験結果

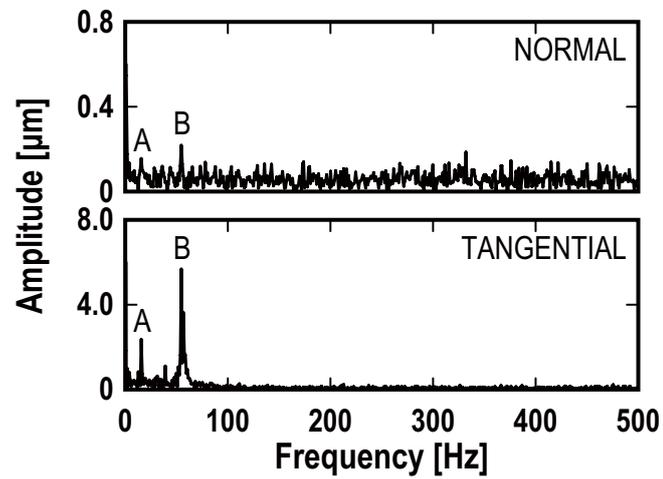
3.3.1 代表的な実験結果

代表的な実験結果の例として、NRM 側固有振動数 f_N : 60 Hz, TNG 側固有振動数 f_T : 60 Hz, 荷重 W : 6 N, 駆動速度 V : 8 mm/s の場合について実験結果を Figure 3.4 に示す。Figure 3.4 (a) は、試験片の変位の時間変化である。TNG 側の信号には振幅 10 μm 程度の振動が現れているのに対し、NRM 側の信号には明確な振動は認められない。しかし、両図をスペクトル解析 [14] し、それぞれのスペクトルを整理すると Figure 3.4 (b) が得られる。今回調べた 500 Hz までの範囲で、TNG 側だけでなく NRM 側にも、16 Hz と 55 Hz に卓越成分が存在している。これらの信号の意味の確認のために、非接触での運転時における NRM 側と TNG 側の信号のスペクトル、すなわち背景スペクトルを調べた。その結果を Figure 3.5 に示す。これと Figure 3.5(b) との比較から、16 Hz と 55 Hz の卓越成分は摩擦によって初めて発生したもので、摩擦によって NRM 側と TNG 側が連成し、2 種類の変動が現れたことがわかる。以後、前者を卓越成分 A、後者を卓越成分 B と呼ぶ。

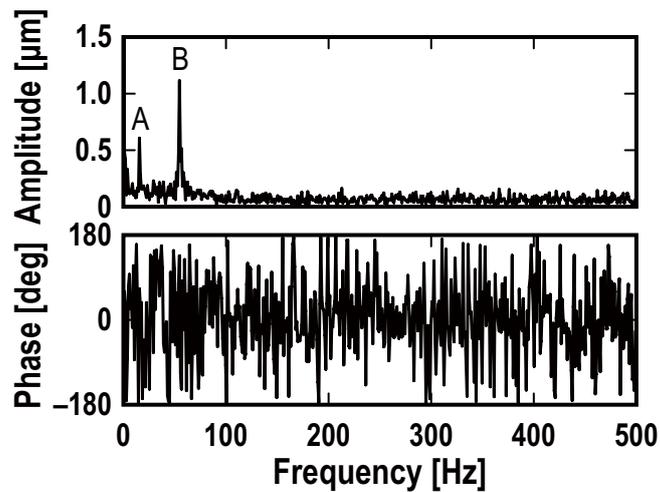
Figure 3.4 (c) は、NRM 側と TNG 側のクロススペクトルの振幅と位相を示したものである。当然のことながら、Figure 3.4 (b) と同じ 2 種類の卓越成分が認められる。以後はクロススペクトルの振幅を用いて振動を評価し、各パラメータの変化によって、2 種類の卓越成分がどのように変化するかを示す。



(a) Time evolutions



(b) Amplitude of spectra



(c) Amplitude and phase of cross spectra

Figure 3.4 Example of experimental results ($f_N = 60$ Hz, $f_T = 60$ Hz, $W = 6$ N, $V = 8$ mm/s)

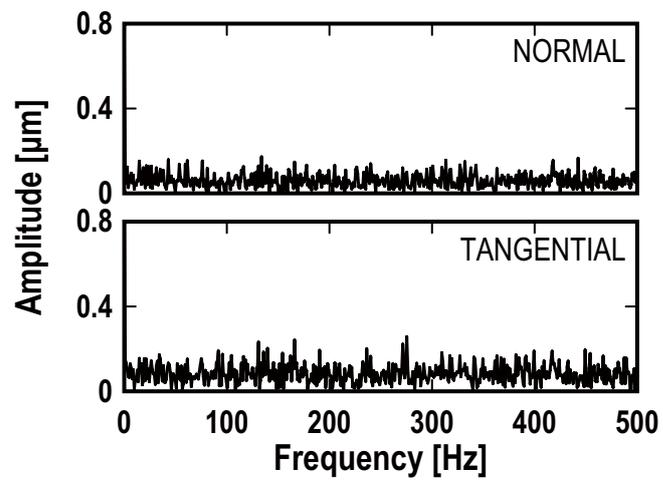


Figure 3.5 Background spectra.

3.3.2 駆動速度の影響

クロススペクトルの振幅に注目し、振動数を縦軸、パラメータを横軸、振幅を色の濃淡で示したマップ形式で、各パラメータの実験結果について整理した。駆動速度、荷重、NRM 側固有振動数、TNG 側固有振動数をパラメータとして実験を行った結果を、それぞれ Figure 3.6 から Figure 3.9 に示す。Figure 3.6 は、NRM 側固有振動数 f_N : 60 Hz, TNG 側固有振動数 f_T : 60 Hz, 荷重 W : 6 N の場合について、振動に及ぼす駆動速度の影響を示している。図中の色の濃淡がクロススペクトルの振幅の大小に対応しているため、先述の2種類の卓越成分は、本図では濃い稜線となって現れている。卓越成分 A の周波数は、速度に対して線形的に増加し、速度 0 のとき原点を通る直線となっている。一方、卓越成分 B の周波数は、駆動速度の増加とともに系の固有振動数 60Hz に漸近し、振幅が増加している。また、駆動速度が減少すると、それとともに周波数は低下、振幅は減少している。さらに、駆動速度 4mm/s 以下では、稜線のぼやけた広帯域成分となり、駆動速度の減少によって、その周波数は原点に向かって低下している。

3.3.3 垂直荷重の影響

Figure 3.7 は、振動に及ぼす荷重の影響を示している。卓越成分 A は荷重の変化に対して鈍感であり、その周波数は 12 Hz で一定である。一方、卓越成分 B については、荷重 5 N 以上でその周波数は緩やかに低下し、Figure 3.6 で示した駆動速度の減少の影響と同様、稜線のぼやけた広帯域成分に変化している。

3.3.4 固有振動数の影響

Figure 3.8 は、振動に及ぼす NRM 側固有振動数の影響を示している。卓越成分 A, B ともに NRM 側固有振動数には鈍感であり、前者は 12Hz, 後者は 55Hz でほぼ一定の周波数値をとっている。一方、NRM 側固有振動数を 60Hz 一定として TNG 側固有振動数を変化させると Figure 3.9 が得られている。卓越成分 A の周波数は Figure 3.8 と同様に 12Hz で一定であるが、卓越成分 B の周波数は TNG 側固有振動数の増加とともに上昇している。ただし、卓越成分 B の周波数は、TNG 側固有振動数を越えることはない。

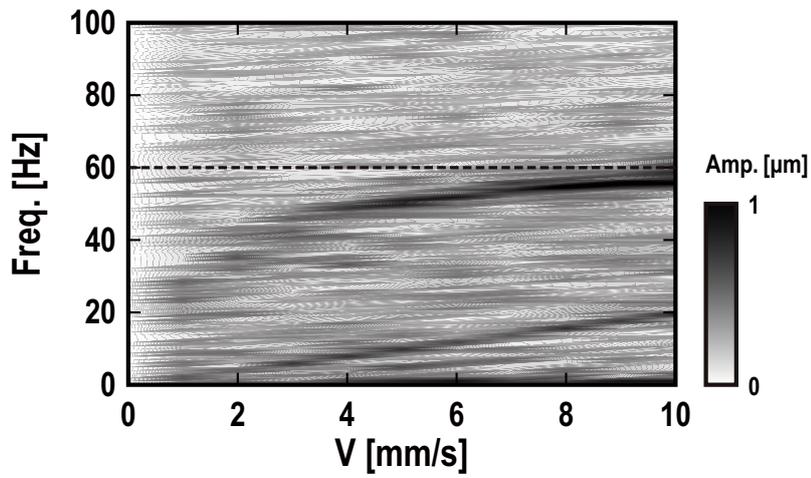


Figure 3.6 Effect of driving velocity V on the amplitude of cross spectra ($f_N = 60$ Hz, $f_T = 60$ Hz, $W = 6$ N).

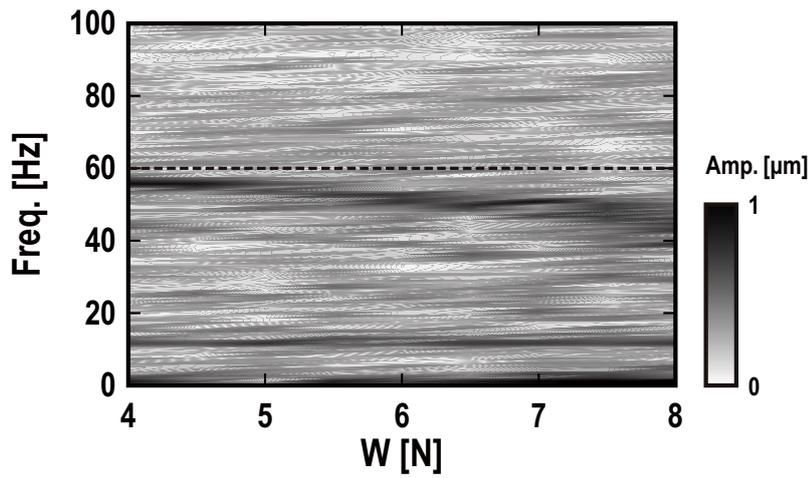


Figure 3.7 Effect of load W on the amplitude of cross spectra ($f_N = 60$ Hz, $f_T = 60$ Hz, $V = 6$ mm/s).

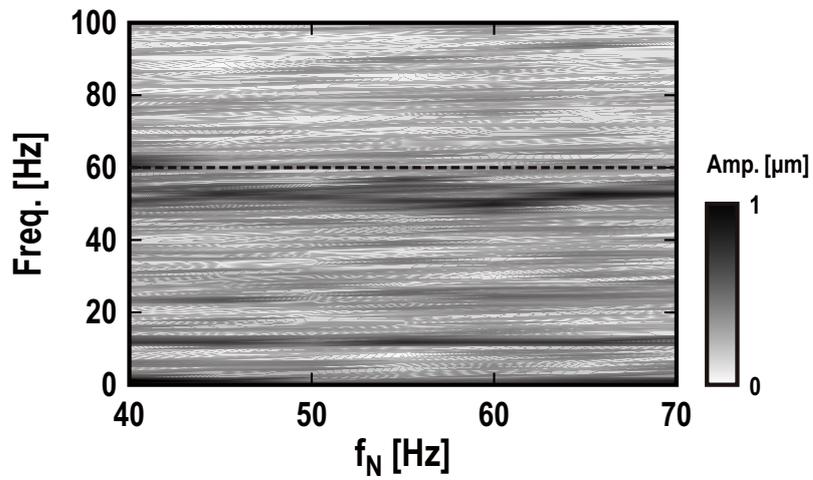


Figure 3.8 Effect of natural frequency of NRM f_N on the amplitude of cross spectra ($f_T = 60$ Hz, $W = 6$ N, $V = 6$ mm/s).

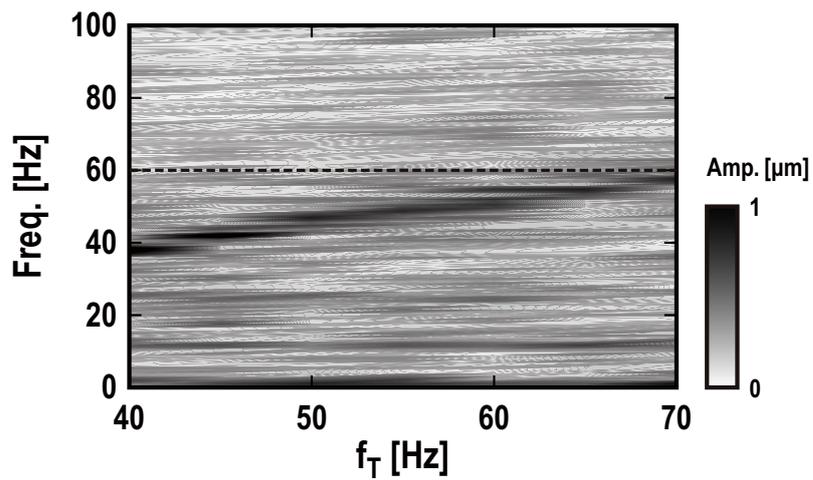


Figure 3.9 Effect of natural frequency of TNG f_T on the amplitude of cross spectra ($f_N = 60$ Hz, $W = 6$ N, $V = 6$ mm/s).

3.4 考察

3.4.1 卓越成分の起源

本実験系において発生した振動の成分には、2種類の卓越成分 A と B が存在する。両者に及ぼす諸パラメータの影響は、Figure 3.6 から Figure 3.9 にまとめたとおりである。

(i) 卓越成分 A の起源

卓越成分 A に注目すると、その周波数に影響を及ぼすパラメータは駆動速度のみである。卓越成分 A の周波数を f_A 、TNG 側試験片の周期的な溝のピッチを P とすると、すべての実験結果について、 $f_A = V/P$ の関係を満たしており、周波数 f_A は NRM 側試験片が 1 秒間に通過する溝の数に一致する。すなわち、卓越成分 A は、表面形状に起因する摩擦変動成分であることがわかる。このことを裏づけるために、NRM 側と TNG 側ともに溝なし試験片を用いた同様の実験を行った。その結果、Figure 3.6 から Figure 3.9 において、卓越成分 B はほぼそのままに、卓越成分 A のみが消滅することがわかった。その一例として、Figure 3.6 に対応する溝なし試験片を用いた実験結果を Figure 3.10 に示す。

(ii) 卓越成分 B の起源

卓越成分 A が表面形状由来の強制振動なので、卓越成分 B は擾乱によって生じた定常振動であると考えられる。Figure 3.6, Figure 3.7, Figure 3.10 より駆動速度の増加、荷重の低下にともない、卓越成分 B の周波数が高くなっている傾向が得られており、この傾向はスティックスリップの周波数に対する λ の影響を示した次式 [15–16] と定性的に一致している。

$$\frac{f_{ss}}{f_n} = \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} (\lambda - \tan^{-1} \lambda) \right\}^{-1} = \begin{cases} 1 & \text{for small } \lambda \\ \pi \lambda^{-1} & \text{for large } \lambda \end{cases} \quad (3.1)$$

ただし、 f_n は固有振動数であり、ここでは $f_n = f_T$ である。また λ は、スティックスリップを特徴付ける無次元パラメータ [15–16] であり、次式によって表される。

$$\lambda = \frac{(\mu_s - \mu_k)W}{V\sqrt{mk}} \quad (3.2)$$

溝なし試験片を用いた結果の一例として、NRM 側固有振動数 f_N : 60 Hz, TNG 側固有振動数 f_T : 60 Hz, 荷重 W : 6 N, 駆動速度 V : 1 mm/s における TNG 側時系列信号を Figure 3.11 に示す。鋸歯波状の典型的なスティックスリップが認められる。Figure 3.6 と Figure 3.7 において、低速度域および高荷重域では卓越成分 B の稜線が明瞭でないのは、スティックスリップの周波数が最大静摩擦力の関数となり、スティック状態からスリップ状態に遷移する際の最大静摩擦力が必ずしも常に一定とならないことに起因していると考えられる。

溝なし試験片を用いた場合の結果について、NRM 側と TNG 側それぞれについて時系列信号の時間平均をとり、それらの値から求めた摩擦係数を Figure 3.12 に示す。摩擦係数は、

駆動速度に対して負勾配を示していることがわかる。同図に示す摩擦振動は、変動信号の平均値から算出される値であり、いわゆる動摩擦係数と必ずしも一致しない。しかし、摩擦をともなう1自由度振動系モデルに基づけば、摩擦係数の速度依存性が負の勾配を示す場合、動摩擦係数もまた負の勾配を示すことが保証される。よって、低荷重・高速度条件における卓越成分Bの起源は、この負勾配性に基づく自励振動が生じて振動が成長し、飽和した状態のスティックスリップであると考えられる。このことは、TNG側固有振動数の影響をまとめたFigure 3.9において、卓越成分Bの周波数が右肩上がりに増加していることから裏づけられている。

Figure 3.6に示した溝付き試験片の結果とFigure 3.10に示した溝なし試験片の結果を比較すると、スティックスリップを表している卓越成分Bの振幅の大きさが溝なし試験片の結果の方が小さいことがわかる。スティックスリップは、TNG側に生じる振動であるため、溝なし試験片の結果に振幅が小さく現れているのは、NRM側に振動していないためである。したがって、Figure 3.6の卓越成分Bの振幅が大きいという結果は、溝付き試験片を用いたことで、TNG側に生じたスティックスリップが強制振動との相互作用によりNRM側に伝わったことを意味している。

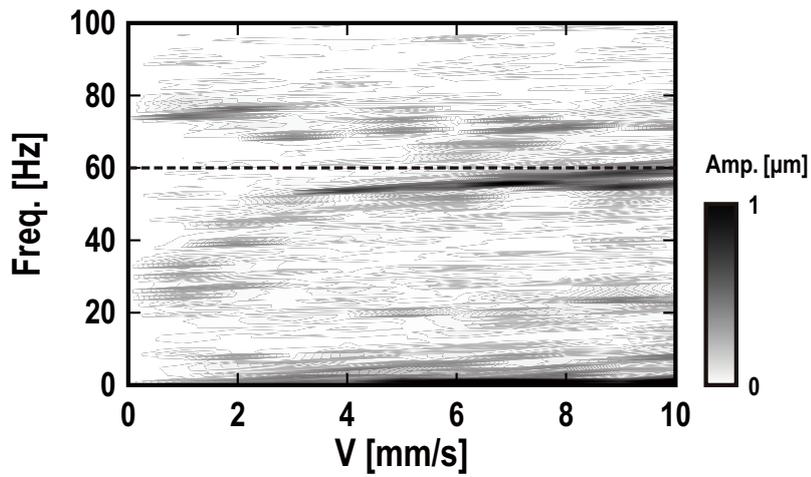


Figure 3.10 Effect of driving velocity V on the amplitude of cross spectra with non-grooved specimens ($f_N = 60$ Hz, $f_T = 60$ Hz, $W = 6$ N).

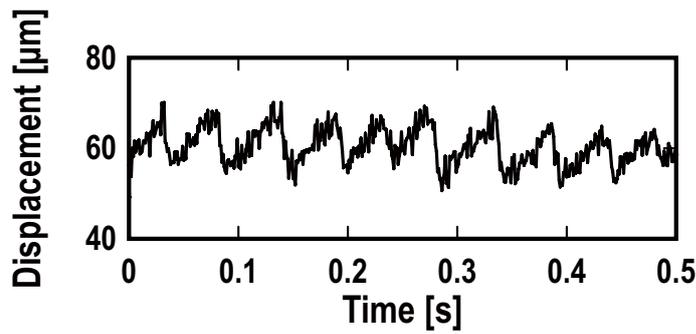


Figure 3.11 Stick-slip motion of TNG with non-grooved specimens ($f_N = 60$ Hz, $f_T = 60$ Hz, $W = 6$ N, $V = 1$ mm/s).

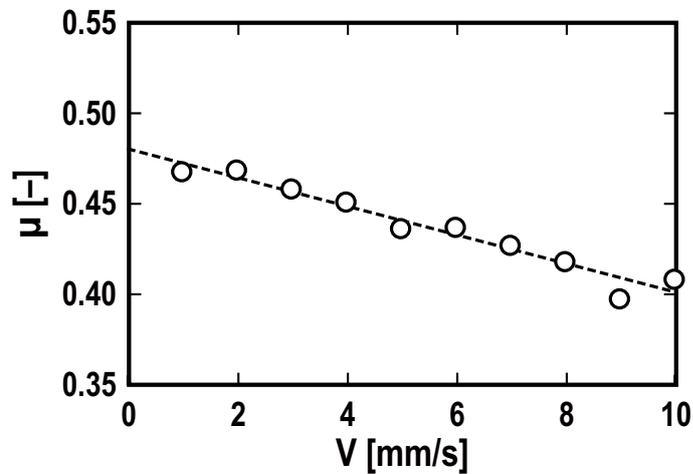


Figure 3.12 Friction coefficient with non-grooved specimens ($f_N = 60$ Hz, $f_T = 60$ Hz, $W = 6$ N).

3.4.2 強制振動成分とスティックスリップ成分の分離

クロススペクトルの位相, すなわち垂直変動と接線変動の位相差に着目した整理を行った。NRM 側固有振動数 f_N : 60 Hz, TNG 側固有振動数 f_T : 60 Hz, 荷重 W : 6 N において, 各駆動速度条件におけるクロススペクトルの 2 乗振幅 (エネルギー) と位相の関係を Figure 3.13 に示した。ただし, 位相の符号は, NRM 側 (垂直変動) に対して TNG 側 (接線変動) の位相が進んでいる場合を正とした。卓越成分 A の位相は, 0~90°, 卓越成分 B を含むその他の成分は主として 90~180° に分布していることがわかる。すなわち, 位相に着目することで, 表面形状情報を抽出できる可能性がある。しかし, 位相と振幅の間には, 明確な相関が認められない。

そこで, 2 系列の信号間の規格化された相関強度を表すコヒーレンス [14] を用いて整理を行った。2 乗コヒーレンスを半径軸, 位相を円周軸にとり, NRM 固有振動数, TNG 側固有振動数, 荷重の条件について, 全駆動速度の結果をまとめたものが Figure 3.14 である。ただし, 今回の整理では, 取得した時系列信号 (1024 点) を 4 分割し, それぞれに求めた自己相関と相互相関を平均化して, 2 乗コヒーレンスを算出した。同図より, 卓越成分 A は第 1 象限の外側 (概ね 2 乗コヒーレンス 0.5 以上) に分布し, 卓越成分 B は第 2 象限に分布していることがわかる。卓越成分 A は, 表面形状に基づく垂直荷重変動 (NRM 側変動) の結果として, 位相差の分布に偏りが現れることは想像に難くない。卓越成分 B は, 本来, TNG 側の振動であるが, 強制振動成分との相互作用によって NRM 側にも振動が現れるので, それにともない位相差の分布にも偏りが現れたと考えられる。

これまでの実験結果のように, 既知の表面形状の試料を用いた摩擦条件下では, 諸パラメータの影響を調べることにより, 発生する振動の性質と意味を理解することができる。もちろん上述の結果は, ある特定のシステムにおけるものであるが, これらの知見を用いれば, 未知のシステムを対象とした場合にも, 諸パラメータに対する振幅や周波数の変化から, 表面形状由来の強制振動成分と擾乱によって生じたスティックスリップ成分を分離することができる。しかし, 位相差に着目した上記の整理は, より一般的に, 諸パラメータの値が不明であったり, パラメータの変化をともしない場合にも, その変動成分がどのような起源に基づくものなのか判別できる可能性があることを示唆している。

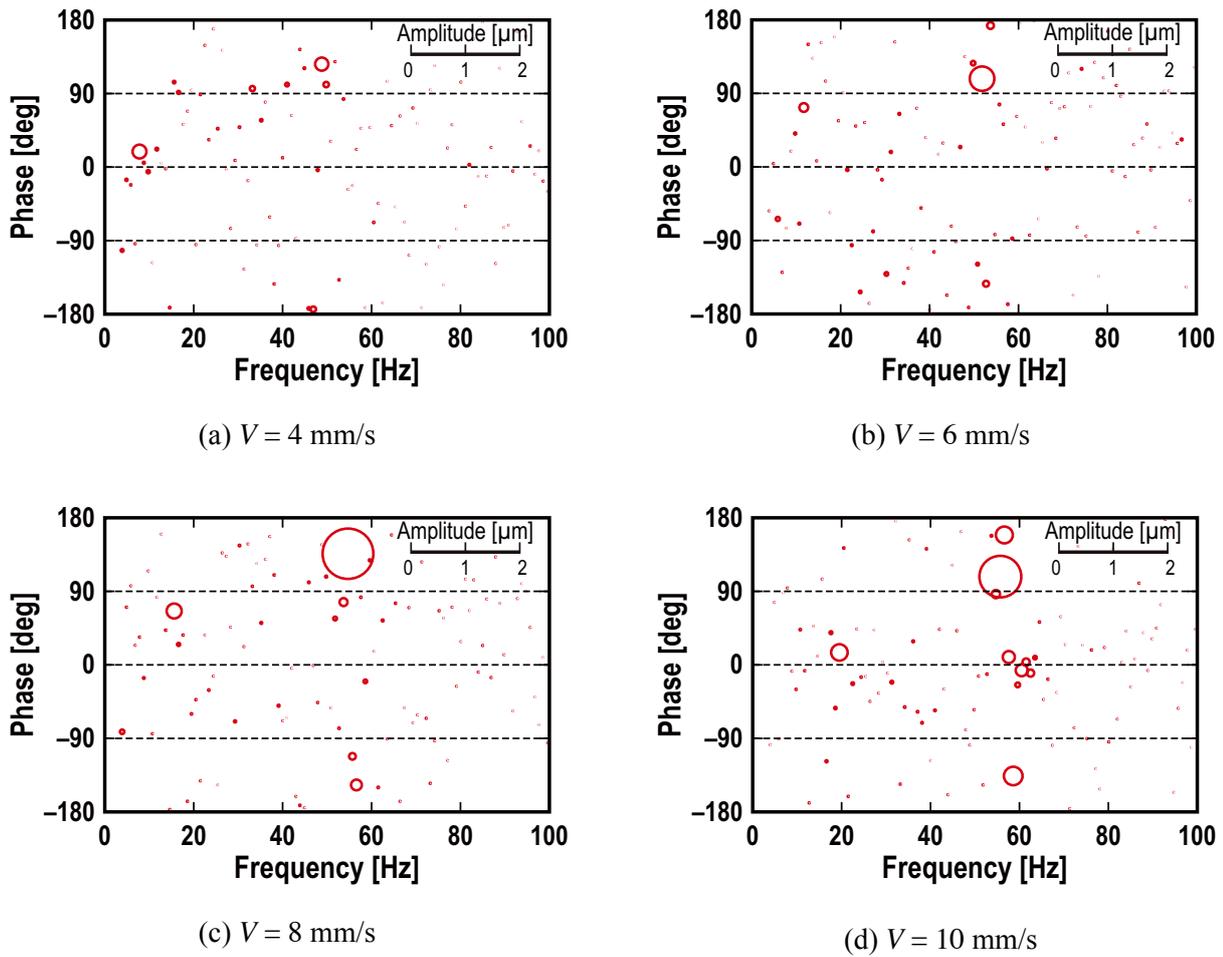


Figure 3.13 Change in the phase of cross spectra ($f_N = 60 \text{ Hz}$, $f_T = 60 \text{ Hz}$, $W = 6 \text{ N}$).

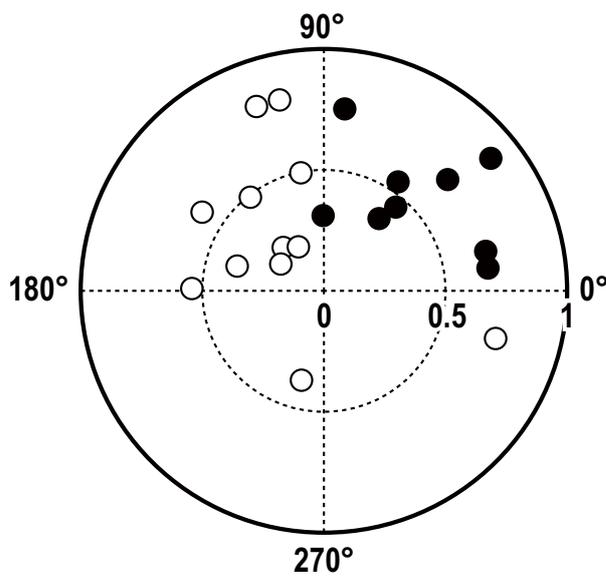


Figure 3.14 Coherence squared and phase: solid circle; component A, open circles: component B ($f_N = 60 \text{ Hz}$, $f_T = 60 \text{ Hz}$, $W = 6 \text{ N}$).

3.5 結言

強制振動とスティックスリップの関係について、両振動が共存するすべり摩擦系により実験的に調べた結果、表面形状由来の強制振動がTNG方向のスティックスリップをNRM方向に伝えており、その相互作用によりTNG方向とNRM方向の振動の位相差にも関係が現れることを明らかにした。また、その関係を利用すれば、両振動成分を分離することができるので、表面形状の情報を抽出する方法としての利用に展開できることを見出した。

参考文献

- [1] J.P. Den Hartog : Forced vibrations with combined viscous and coulomb damping, *Transactions of the ASME*, **53**, 15 (1931) pp.107–115.
- [2] R.A. Ibrahim : Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos. Part I: mechanics of contact and friction, Part II: dynamics and modeling, *Applied Mechanics Reviews*, **47**, 7 (1994) pp.209–253.
- [3] J.E. Ruzicka : Resonance characteristics of unidirectional viscous and Coulomb-damped vibration isolation systems, *Journal of Engineering for Industry*, **89** (1967) pp.729–740.
- [4] 高野英資, 張祥永 : 強制摩擦振動 (第1報) –三次の摩擦力特性における解と安定性–, *トライボロジスト*, **35**, 1 (1990) pp.39–46.
- [5] 井上順吉, 宮浦すが, 松下修己 : 振動機械の自己同期化について (第3報, 強制摩擦振動), *日本機械学会論文集*, **35**, 274 (1969) pp.1242–1248.
- [6] 高野英資, 磯部尚夫, 榊雅也, 倉本智, 根岸文彦 : 変動移動面速度下の強制摩擦振動 (第1報) –直線摩擦特性における平均法と解と安定性–, *トライボロジスト*, **36**, 10 (1991) pp.895–812.
- [7] D.M. Tolstoi : Significance of the normal degree of freedom and natural normal vibrations in contact friction, *Wear*, **10**, 3 (1967) pp.199–213.
- [8] T. Sakamoto, J. Tanii, & T. Tsukizoe : A friction apparatus for measuring the normal displacement of a sliding body, *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **13**, 9 (1980) pp.1017.
- [9] J.P. Den Hartog : *Mechanical Vibration* (4th ed), McGraw-Hill, New York, (1956).
- [10] 末岡淳男, 金光陽一, 近藤孝広 : 機械振動学, 朝倉書店 (2005).

- [11] 井上順吉, 松下修己: 機械力学I – 線形実践振動論 –, 理工学社 (2002).
- [12] 三輪修三, 坂田勝: 機械力学, コロナ社 (1984).
- [13] A.A. Yevtushenko, & P. Grzes : The FEM-modeling of the frictional heating phenomenon in the pad/disc tribosystem (a review), *Numerical heat transfer, Part A*, **58** (2010) pp.207–226.
- [14] 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店 (1977) 63.
- [15] K. Nakano : Two dimensionless parameters controlling the occurrence of stick-slip motion in a 1-DOF system with Coulomb friction, *Tribology Letters*, **24** (2006) pp.91–98.
- [16] K. Nakano, & Satoru Maegawa : Occurrence limit of stick-slip: dimensionless analysis for fundamental design of robust-stable systems, *Lubrication Science*, **22** (2009) pp.1–18.

第4章

微小動荷重を利用した アクティブ制振

■ 概要：

摩擦力は、摩擦係数と荷重の積によって与えられる。動摩擦係数が速度弱化の特性を示す場合、荷重が一定であれば、動摩擦力の速度弱化による自励振動が発生する。ただし、荷重を従動体の速度に応じて変えることができれば、見掛けの上で動摩擦力を速度強化の特性にできるはずである。

本章では、上記の発想に基づき、作動条件として印加する一定荷重を静荷重、変動する荷重を動荷重と呼び、動荷重を従動体の速度に対してフィードバック制御することで、動摩擦力の速度弱化による自励振動を抑制するアクティブ制振法を提案している。

理論的な検証として固有値解析を行い、動荷重の利用により系に粘性減衰効果が与えられ、動摩擦係数が速度弱化の特性であっても系の平衡点を安定化できることを見出した。また、実験的な検証を併せて実施し、微小な動荷重を作用させることで自励振動の抑制が可能であることを見出した。

4.1 緒言

一般に摩擦力が「摩擦係数と荷重の積」で与えられるように、摩擦力を支配する要因は、摩擦係数を決定づける摩擦面（設計・材料・潤滑剤）と、その作動条件（荷重・速度等）とに大別できる。技術としてのトライボロジーがある特定の機械システムを対象とする場合には、対象とするシステムによって作動条件は規定されることが多いため、その作動条件のもとで最適な摩擦係数を得るために、摩擦面に関する様々な研究・開発がなされる [1-11]。しかし、作動条件を自由に設定できる場合には、例えば荷重を制御することで、その場面に最適な摩擦力を比較的容易に得ることができる。汎用的なブレーキシステムや、アンチロックブレーキシステムがその好例である [12]。

つまり、上述の論理に従えば、たとえ摩擦係数の速度弱化の特性を示す場合であっても、作動条件の制御によって、Figure 4.1 に示すように見掛けの上で摩擦力を速度強化にすることができれば、自励振動の発生を防止することができると考えられる。本手法を利用する場合には、機械システムそのものに対して設計変更を要求することになるが、もし本手法を利用可能であれば、摩擦面特性の経時変化（劣化）による自励振動の発生に対しても、ひとつの抜本的な解決方法を与えることができる。

そこで、本研究では、微小動荷重を利用した自励振動の抑制法の可能性について、理論的かつ実験的に検証を行った。系を安定化するために、フィードバック制御を利用して、発生する振動に応じた動荷重を印加し、結果として自励振動を抑制するアクティブ制振法について検討した。本論文では、機械システムの摩擦面に要求される荷重を静荷重と表現し、機械システムの機能そのものを損なわない程度の微小な荷重の変動を付加することにより、自励振動が抑制可能であることを示す。

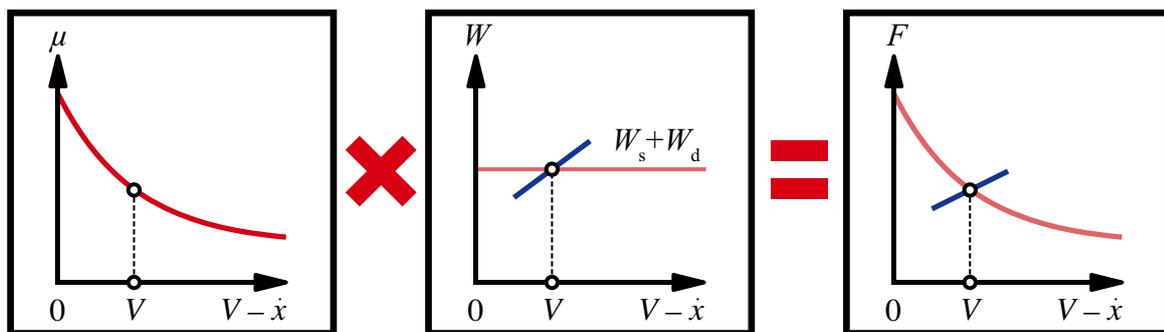


Figure 4.1 Concept of a method for suppression of self-excited vibration occurring in sliding system using feedback control of small dynamic load.

4.2 理論

本節では、微小動荷重を利用したアクティブ制振法について、理論的な検証を行った。仮定した解析モデルを元に支配方程式を導出し、固有値解析を行った結果、動荷重の付加により系の平衡点を安定化できることを見出した。

4.2.1 解析モデル

検討に用いた解析モデルを Figure 4.2 に示す。解析モデルは、すべり摩擦をともなう 1 自由度振動系である [12]。1 自由度系は、剛体の基板に固定されたばねと減衰を介して質量 m の物体が取り付けられている。また、その物体は駆動速度 V で右方に運動している下面と接触し、垂直荷重 W が作用している。物体には摩擦力 F が接線方向に作用する。物体の速度は、下面の駆動速度に追いつくことはないとは仮定すれば、摩擦力は動摩擦力のみを考えればよく、その向きは相対速度の向きなので常に右方である。

4.2.2 支配方程式

解析モデルであるすべり摩擦をともなう 1 自由度系の運動方程式は次式となる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \tag{4.1}$$

上記のように物体の速度が下面に追いつくことがないと仮定すれば、摩擦力 F は動摩擦力 F_k のみを考えればよく、動摩擦係数 μ_k と垂直荷重 W の積で与えられる。

$$F = F_k = \mu_k W \tag{4.2}$$

ただし、動摩擦係数は相対速度依存性を有するものとする。また、垂直荷重は、作動条件で与える静荷重 W_s に、物体の速度に対して制御される動荷重 W_d の成分が加えられており、物体の速度に対する比例定数を動荷重係数 W_{d0} とする。

$$\mu_k = \mu_k(V_{rel}) = \mu_k(V - \dot{x}) \tag{4.3}$$

$$W = W_s + W_d = W_s - W_{d0}\dot{x} \tag{4.4}$$

以上が、微小動荷重制御を考慮した解析モデルの支配方程式である。

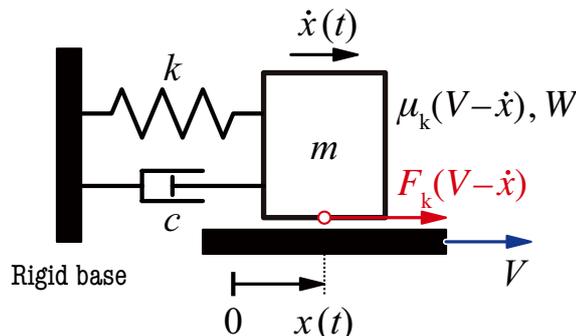


Figure 4.2 Analytical model: 1-DOF system with sliding friction [12].

4.2.3 固有値解析

解析モデルから導出した支配方程式をもとに、系の平衡点の安定条件を固有値解析によって求め、微小動荷重の利用により平衡点が安定化できるかを調べる。まず、固有方程式を求めるために、摩擦係数について平衡点まわりの線形化を行う。具体的には、次式のようにテイラー展開の1次の項までをとる。

$$\mu_k(V_{\text{rel}}) = \mu_k(V - \dot{x}) \cong \mu_k(V) - \frac{d\mu_k}{dV_{\text{rel}}}(V)\dot{x} \quad (4.5)$$

式(4.2), (4.4), (4.5)を式(4.1)に代入し、整理すると運動方程式は以下のようになる。

$$m\ddot{x} + c_{\text{eff}}\dot{x} + kx = \mu_k(V)W_s \quad (4.6)$$

$$c_{\text{eff}} = c + \frac{d\mu_k}{dV_{\text{rel}}}(V)W_s + c_{\text{add}} \quad \text{where } c_{\text{add}} = \mu_k(V)W_{d0} - \frac{d\mu_k}{dV_{\text{rel}}}(V)W_{d0}\dot{x} \quad (4.7)$$

ただし、 c_{eff} は実効減衰係数、 c_{add} は動荷重によって生じる減衰係数である。ここで、 $y = x - \mu_k(V)W_s/k$ とする平衡点を基準とした変数変換を行い、無次元変位 ξ と無次元時間 τ を

$$\xi = \frac{\omega_n}{V}y, \quad \tau = \omega_n t, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.8)$$

として導入すれば、無次元運動方程式として式(4.9)が得られる。

$$\xi'' + 2\zeta_{\text{eff}}\xi' + \xi = 0 \quad (4.9)$$

ここで、 (\cdot) は相対速度の微分を表している。また、 ζ_{eff} は実効減衰比である。

$$\zeta_{\text{eff}} = \frac{c_{\text{eff}}}{2\sqrt{mk}} \quad (4.10)$$

無次元運動方程式の基本解を $\xi = A_0 \exp(\lambda\tau)$ とすれば、固有方程式は次式となる。

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad \text{where } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2\zeta_{\text{eff}} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

よって、2次方程式を解けば、固有値 λ が次式のように得られる。

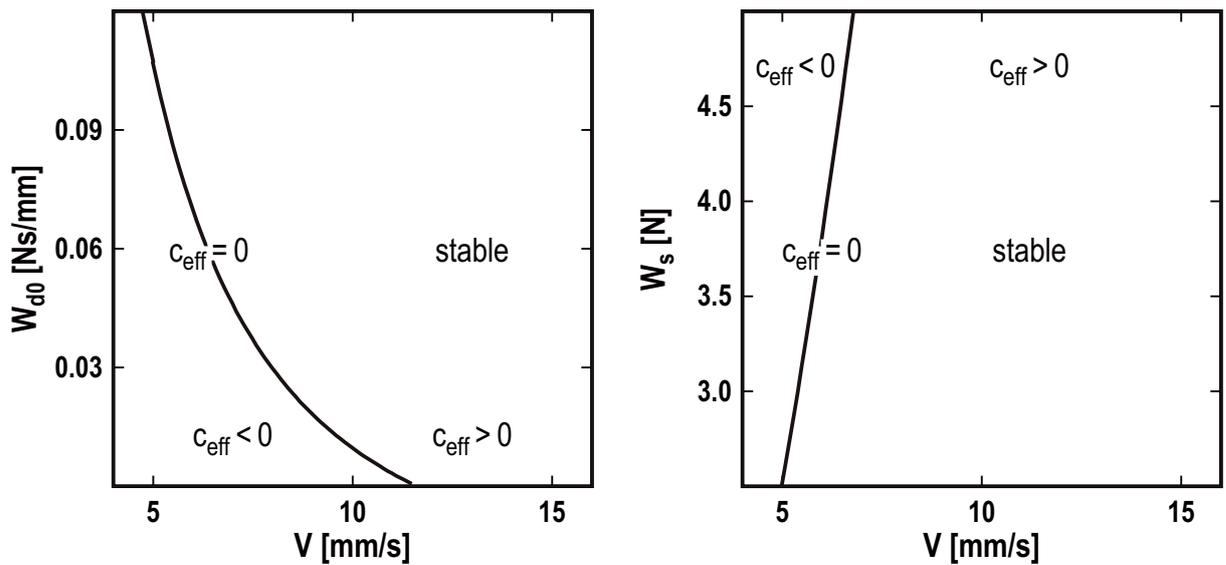
$$\lambda = -\zeta_{\text{eff}} \pm \sqrt{\zeta_{\text{eff}}^2 - 1} \quad (4.12)$$

系の平衡点の安定性については、固有値 λ の実部が、負の場合は安定、正の場合に不安定となる。すなわち、実効減衰係数 c_{eff} が正であれば安定である。平衡点まわりでは、

$$c_{\text{eff}} = c + \frac{d\mu_k}{dV_{\text{rel}}}(V)W_s + \mu_k(V)W_{d0} \quad (4.13)$$

となり、次式を満たす動荷重係数 W_{d0} を設定すれば、系の平衡点を安定化することができる。

$$W_{d0} > -\left(c + \frac{d\mu_k}{dV_{\text{rel}}}(V)W_s\right) / \mu_k(V) \quad (4.14)$$



(a) Effect of driving speed V and dynamic load coefficient W_{d0}

(b) Effect of driving speed V and static load W_s

Figure 4.3 Effect of the test conditions (V, W_{d0}, W_s) on the stability limit.

後述する実験条件を加味して、系の平衡点の安定性に対する作動条件の影響を調べた。その結果を Figure 4.3 に示す。図の実線は、 $c_{eff}=0$ を示す安定限界曲線である。

Figure 4.3 (a) では、安定限界に対する駆動速度と動荷重係数の影響を示している。駆動速度一定として、動荷重係数を大きくすると安定領域が広がることがわかる。これは、式 (5.13) で動荷重係数が動摩擦係数との積として実効減衰係数に寄与していることから明らかである。つまり、さらに安定領域を拡大するためには、動摩擦係数の大きい材質に変更することが有効である。次に動荷重係数を一定として駆動速度の影響に注目すると、駆動速度が高いほど安定であることがわかる。これは、実験結果として後に示される摩擦特性が低速度では負の傾きが大きく、高速度では負の傾きが小さいことに起因している。

Figure 4.3(b) は、安定限界に対する駆動速度と静荷重の影響について示している。駆動速度については上記の通りである。駆動速度を一定として静荷重の影響に注目すると、静荷重が大きいほど安定領域が狭くなっていることがわかる。これは、式 (5.13) において静荷重が摩擦係数の相対速度特性の勾配との積として実効減衰係数に寄与しており、摩擦係数の相対速度依存性が負勾配であれば、静荷重を大きくすることで、その効果が増幅されることになる。

したがって、作動条件としては駆動速度を高く、動荷重係数を大きく、静荷重を低くすることで、系の平衡点を安定化できれば、自励振動の発生を抑制することができる。

4.3 実験

本節では、微小動荷重を利用したアクティブ制振法について、実験的な検証を行った。動荷重を付加する機構を備えた摩擦試験装置を作成し、従動体の速度に応じて動荷重をフィードバック制御できるシステムを構築した。実験を行った結果、動荷重の付加により振動を抑制できることを明らかにした。

4.3.1 実験装置

緒言で述べた微小動荷重を利用したアクティブ制振を実証するために試作した実験装置の概観写真と模式図を Figure 4.4 に示す。本摩擦試験機は、直交2円柱の点接触で構成される摩擦面に対して、垂直(Y軸)方向に荷重を印加する Normal 側(NRM側)と、接線(X軸)方向の振動変位を計測する Tangential 側(TNG側)からなる。NRM側では、てこ機構により垂直荷重(静荷重)を試験片に印加し、ステッピングモータ駆動の直動ステージにより、NRM側試験片をX軸方向に速度Vで直進運動させ、両試験片をすべり摩擦させる。また、動荷重発生機構として、PZTユニットが設置されている。ここで、PZTユニットとは、積層型PZTの上端部におもりを取りつけたものを指している。てこ機構には、回転軸まわりの可動部の慣性モーメントと、試験片間の接触剛性で決まる固有振動数が存在する。ここで、PZTがおもりを持ち上げると、おもりの慣性によって反作用力が生じ、それがてこ機構を介して荷重が変化する。すなわち、PZTがおもりを加振することにより、試験片に対する動荷重の印加が可能となる。なお、後述する実験条件において、てこ機構が有する固有振動数は、TNG側の固有振動数に依存する摩擦振動の振動数よりも十分高いため、動荷重は位相遅れなしに試験片に印加される。TNG側では、X軸方向に変位を許容するブロックばね(ばね定数： 8×10^4 N/m)によりTNG側試験片を支持し、それに内蔵された渦電流式変位計により、TNG側試験片の変位 x を測定する。TNG側の固有振動数は、可動部に取り付けられたおもりの位置と個数を変えることにより設定できる。また、TNG側試験片の振動変位の測定位置のずれを最小限に抑えるために、トリガ機構を設置している。以上の実験装置は、空気ばね式除振台の上に設置し、外部からの振動の影響を遮断している。

■ 動荷重制御システム

動荷重制御システムは、摩擦力の相対速度依存性を見掛けの上で正勾配にするために、フィードバック制御を利用して、発生する振動に応じた動荷重を印加するシステムである。システムの構成を Figure 4.6(a) に示す。TNG側試験片の変位を渦電流式変位計により測定し、電圧信号として得る。その電圧をアンプにより20倍に増幅し、バンドパスフィルタ(通

過周波数：30~100 Hz), さらに AD コンバータを経て, 入力信号として PC に取り込む. PC では, 後述の制御アルゴリズムに従って, 出力信号を計算する. その信号は, DA コンバータを経て電圧信号 (0~10 V) として出力され, アンプにより 10 倍に増幅された後, PZT に印加される. 以上により, 振動に対応して PZT を伸縮させ, 摩擦面に印加する動荷重を制御することができる.

■ 動荷重の設定

本実験で用いた制御アルゴリズムの制御手順を Figure 4.6(b) に示す. サンプル周期を dT とするとき, 最新の入力信号 $x(n)$ と $20dT$ 前に取得した入力信号 $x(n-20)$ を用いて, TNG 側試験片の速度を算出した後, 制御目標値 $x=0$ との差を誤差とし, 誤差に対して比例定数 K を乗じ, 出力信号とした. 本アルゴリズムにより, 摩擦面に印加される動摩擦は, 正弦的な振動と振動数が一致し, かつ位相が $\pi/2$ 送れるので, 相対速度の依存性に対する摩擦力勾配を増加させることができる.

上述の動荷重制御システムにより, 摩擦面に印加される荷重 W は時間の関数となる. すなわち,

$$W(t) = W_s + W_d(t) \tag{4.15}$$

ここで, 右辺第 1 項は, 静荷重 W_s , 第 2 項は動荷重 W_d を表す. 制御対象とする TNG 側試験片の振動変位が近似的に

$$x = x_0 + A_T \sin \omega t \tag{4.16}$$

で表されるとき, 印加する動荷重 W_d は, 次式で表すことができる.

$$W_d = W_{dmax} \sin(\omega t - \pi/2) \tag{4.17}$$

ここで, 最大動荷重 W_{dmax} は PZT ユニットの機構によって決まる. すなわち,

$$W_{dmax} = am_p A_p \omega^2 \tag{4.18}$$

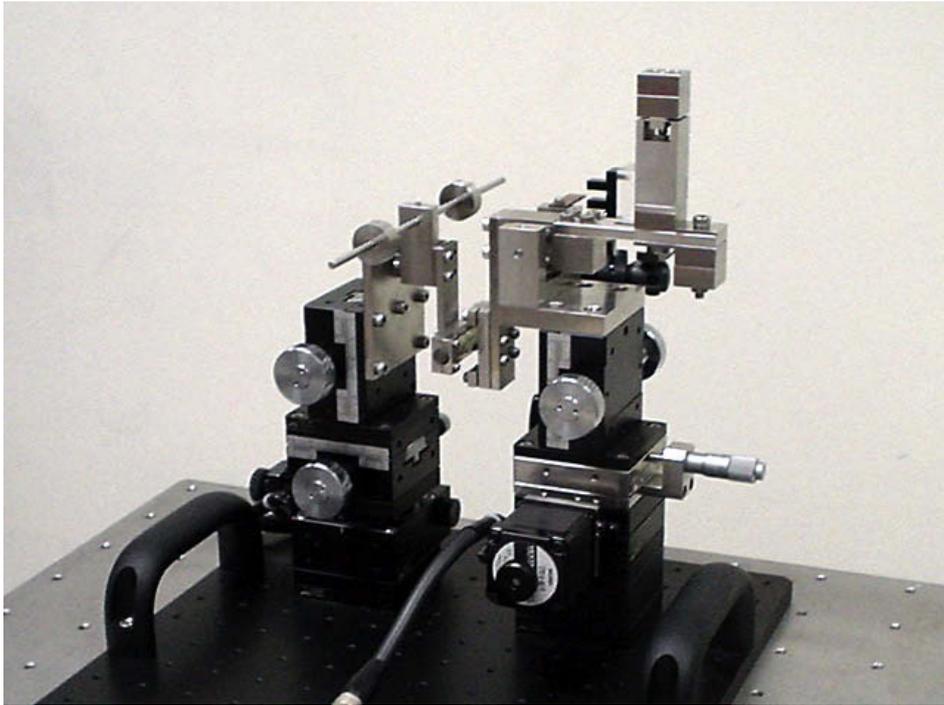
式 (9)~(11) を整理することにより, 本システムに印加する動荷重として次式が得られる.

$$W_d(t) = -W_{d0} \dot{x} \tag{4.19}$$

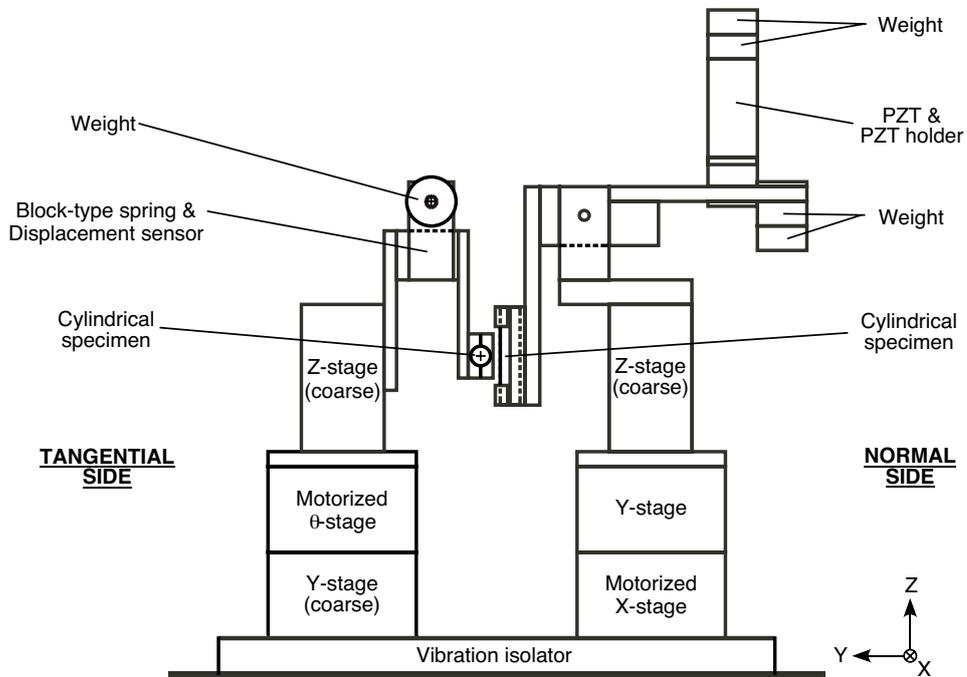
ただし,

$$W_{d0} = am_p \omega (A_p / A_T) \tag{4.20}$$

以後, 本論文では比例定数 W_{d0} を動荷重係数と呼び, 制御性能に影響を及ぼすパラメータとして扱う. 式 (6) に現れるてこ比 a は 1.4, また振幅比 A_p / A_T は, 制御の比例定数 K , アンプ増幅率, PZT 特性, バンドパスフィルタの電圧損失により決定される定数である. 本実験では, $A_p / A_T = 2$ となるように K の値を調整した上で, PZT ユニットのおもりの質量 m_p を変えることにより, 動荷重係数 W_{d0} の値を設定した.



(a) Photograph

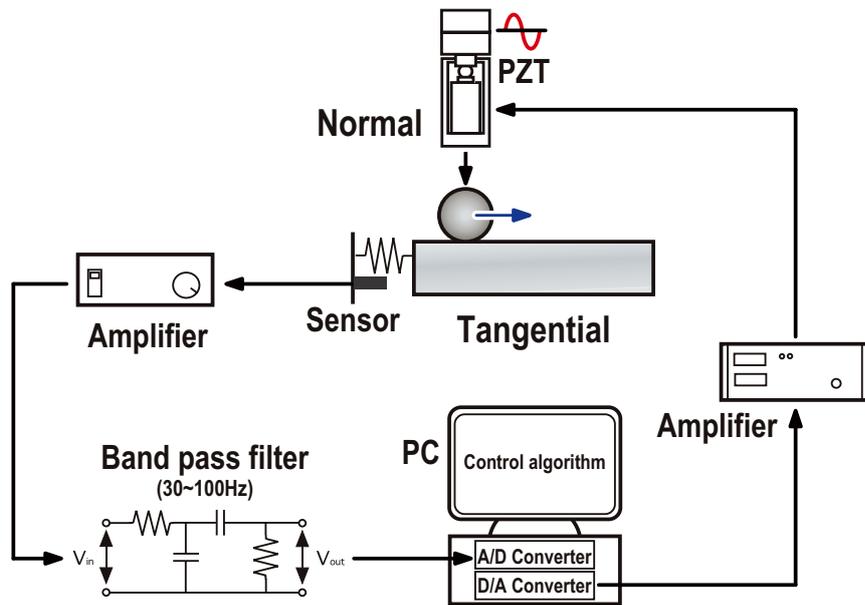


(b) Schematic diagram

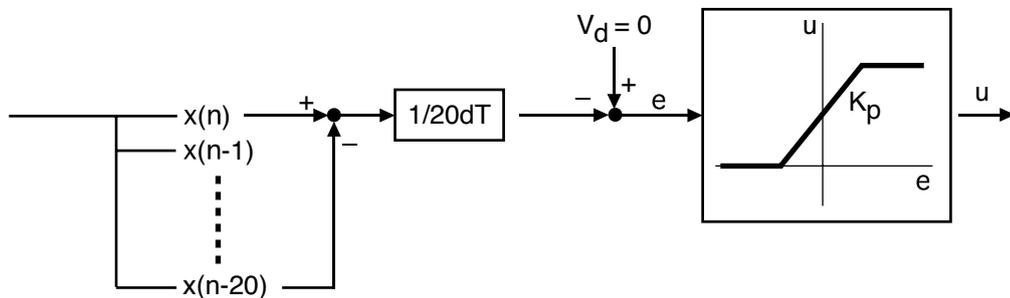
Figure 4.4 Experimental apparatus.

4.3.2 実験条件

両試験片には、直径 8mm の金属円柱にポリエチレンフィルムを接着したものを使用した。本研究のコンセプト成立の可否と、その限界を調べるために、固有振動数 f_n (40~70 Hz)、静荷重 W_s (1~5 N)、動荷重係数 W_{d0} (0.03~0.09 Ns/mm)、駆動速度 V (1~15 mm/s) をパラメータとして実験を行った。



(a) Schematic diagram of feedback control system



(b) Control algorithm

Figure 4.5 Feedback control system of dynamic load

4.3.3 実験結果

(A) 対象とする振動の性質

抑制対象とする振動の性質を把握するため、荷重として静荷重のみを印加した場合の実験結果について述べる。まず、実験結果の代表的な例として、固有振動数 f_n : 60 Hz, 静荷重 W_s : 3 N, すべり速度 V : 10 mm/s の場合について変位の時系列信号を Figure 4.6 に示す。NRM 側試験片が運動を開始した時刻 0 s 直後から、振動が発生・成長している。そして、約 0.5 s 後に振幅が約 7 μm に達すると、振動の成長は止まり、飽和状態と成っている。飽和状態にある摩擦振動の時間変化を Figure 4.7 (a) に示すように 1 秒間取得し、それを離散フーリエ変換によってスペクトル解析した結果を Figure 4.7 (b) に示す。ただし、サンプリング周期は 0.5 ms, 解析に使用したデータ点数は 2048 点, 解析のための時間窓としては方形波窓関数を用いた。これにより、飽和状態における摩擦振動の振動数と振幅の情報を抽出できる。この場合の振動数は 59 Hz であり、振幅は 6.8 μm であることがわかる。以下、諸パラメータの影響について述べる。

・振動に対する駆動速度の影響

固有振動数: 60 Hz, 静荷重: 3 N の場合について、振動に及ぼすすべり速度の影響を Figure 4.8 (a) に示す。本図は各駆動速度条件においてスペクトルを求め、摩擦振動の情報を抽出し、縦軸を振動数、横軸を駆動速度、円の直径を振幅として整理したものである。駆動速度の増加にともない、摩擦振動の振幅は増大し、振動数は固有振動数に漸近していることがわかる。また、振動状態にある時系列信号を平均して平均変位を求め、ばね定数を乗じて静荷重で除すことにより、摩擦係数を算出した。摩擦係数の速度特性を Figure 4.10 (b) に示す。摩擦係数は、低すべり速度域では負の急勾配を示しているが、すべり速度の増加に

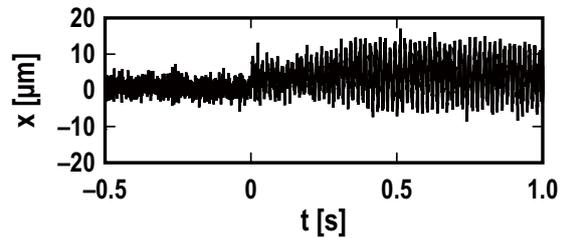
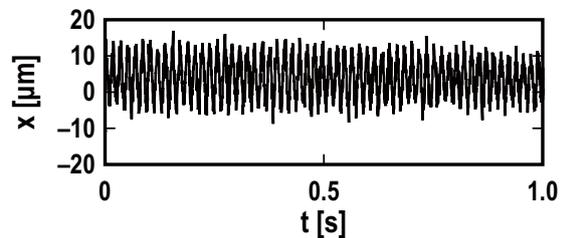
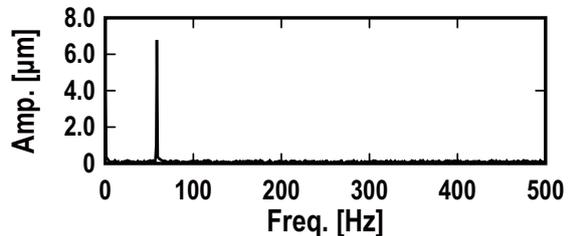


Figure 4.6 Typical result without dynamic load ($f_n = 60$ Hz, $W_s = 3$ N, $V = 10$ mm/s).



(a) Time evaluation of displacement x



(b) Spectrum of displacement x

Figure 4.7 Typical result of spectral analysis ($f_n = 60$ Hz, $W_s = 3$ N, $V = 10$ mm/s).

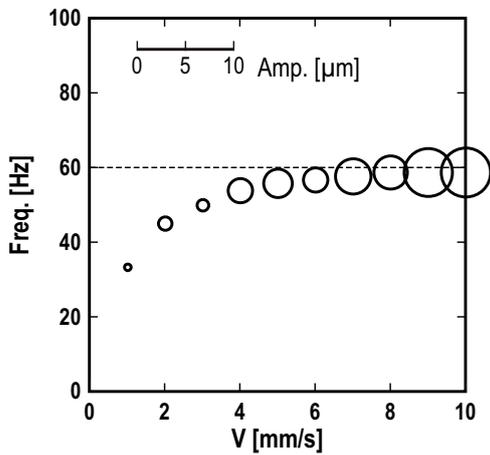
ともない、勾配は緩やかになっていることがわかる。

• 振動に対する静荷重の影響

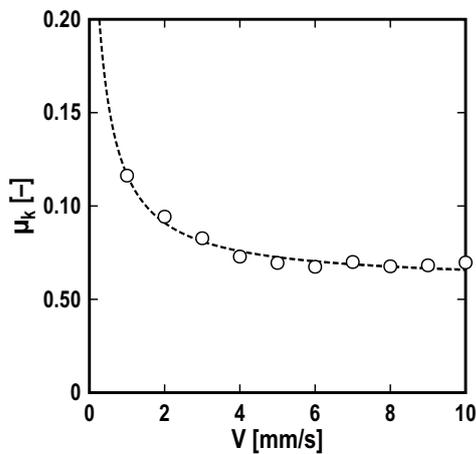
固有振動数：60 Hz，すべり速度：10 mm/s の場合について，振動に及ぼす静荷重の影響を Figure 4.11 に示す．本実験範囲においては，発生する振動の振動数は，固有振動数よりやや低い値をとり，振動の振幅と振動数に及ぼす静荷重の影響は，ほとんど観察されなかった。

• 振動に対する固有振動数の影響

静荷重：3 N，すべり速度：10 mm/s の場合について，振動に及ぼす固有振動数の影響を Figure 4.12 に示す．固有振動数の増加にともない，振動の振動数は，固有振動数よりもやや低い値をとって増加し，高周波側では両者の差が増大し，振幅は減少していることがわかる。



(a) Amplitude and frequency of vibration



(b) Friction coefficient (symbols: experimental results, dashed line : fitting curve)

Figure 4.8 Effect of driving speed ($f_n = 60$ Hz, $W_s = 3$ N).

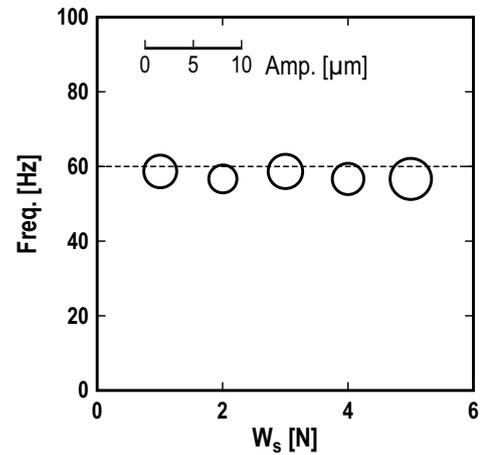


Figure 4.9 Effect of static load on amplitude and frequency of vibration ($f_n = 60$ Hz, $V = 10$ mm/s).

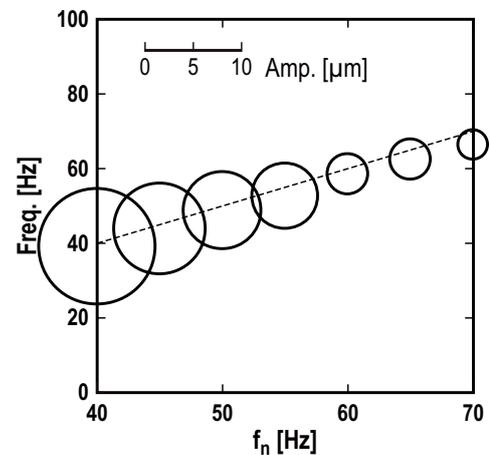


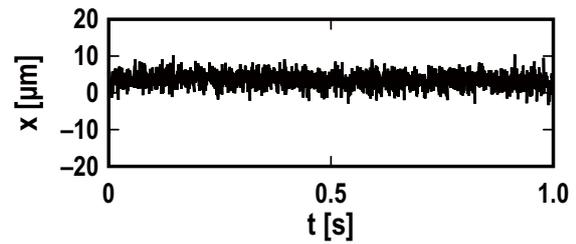
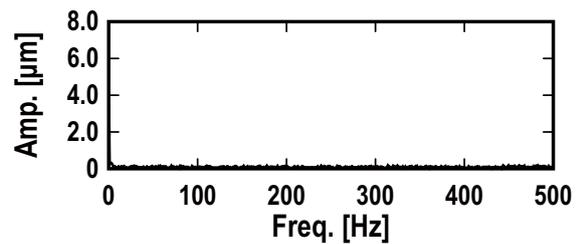
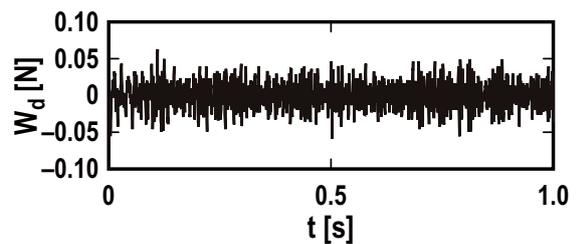
Figure 4.10 Effect of natural frequency on amplitude and frequency of vibration ($W_s = 3$ N, $V = 10$ mm/s).

(B) 微小動荷重制御の効果

上記のような性質を持つ振動を対象として、動荷重制御による振動の抑制効果について述べる。固有振動数：60 Hz，静荷重：3 N，動荷重係数：0.09 Ns/mm，駆動速度：10 mm/s の場合について、微小動荷重制御により振動を抑制した代表例を Figure 4.13 に示す。上記実験条件は動荷重を印加したこと以外は Figure 4.9 に示した非制御の場合と同じである。Figure 4.9(a) と Figure 4.13(a) に示した変位の時系列信号を比較すると、非制御時の時系列信号は 59 Hz の振動が明確に現れているが、制御時の時系列信号では振動は消滅し、ノイズのみが認められる。Figure 4.9(b) と Figure 4.13(b) を比較すると、制御時には振動成分が完全に消滅していることがわかる。また、Figure 4.14 は PZT に印加された電圧から換算して求めた動荷重の時系列信号である。静荷重が 3 N に対して、最大でもその 1/50 程度の微小な動荷重によって、振動を抑制できていることがわかる。

(C) 振動抑制の評価基準

微小動荷重制御の効果についてパラメータの影響を評価するために、制御可否の評価基準を明確にする必要がある。そこで、本論文では、評価基準として非制御時の振幅が 1/10 以下に抑制できた場合、抑制可能と評価することとした。

(a) Time evolution of displacement x (b) Spectrum of displacement x 

(c) Time evolution of dynamic load

Figure 4.11 Effect of dynamic load control
 $(f_n = 60 \text{ Hz}, W_s = 3 \text{ N}, W_{d0} = 0.09 \text{ Ns/mm}, V = 10 \text{ mm/s})$.

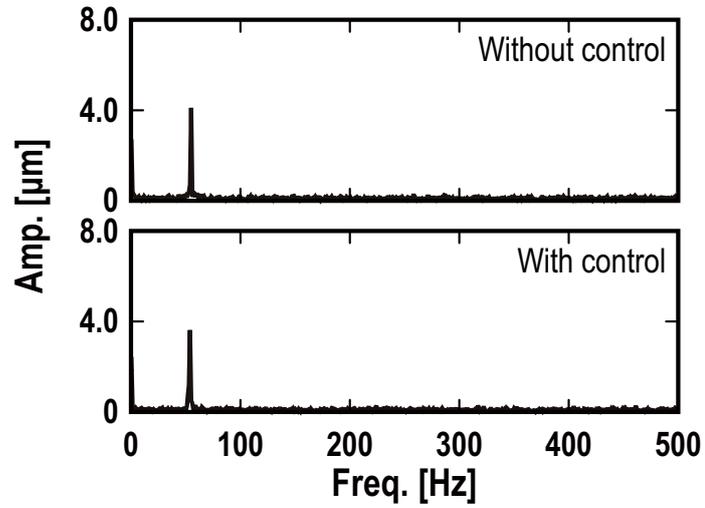


Figure 4.12 Example of unsuppressible case ($f_n = 60$ Hz, $W_s = 3$ N, $W_{d0} = 0.09$ Ns/mm, $V = 5$ mm/s).

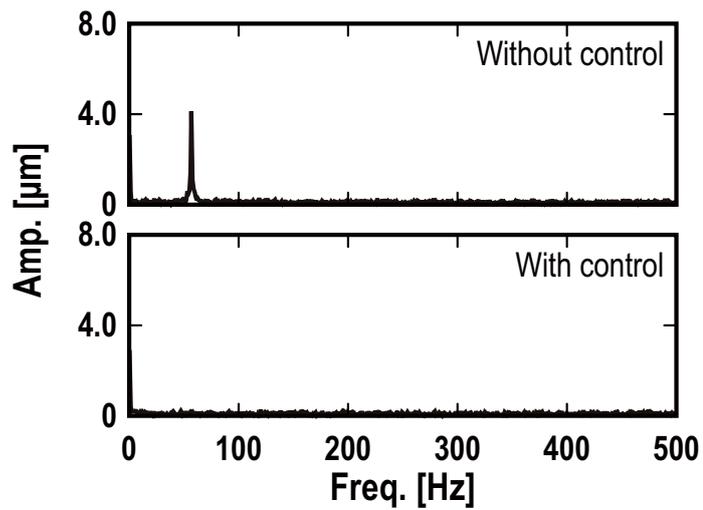


Figure 4.13 Example of suppressible case ($f_n = 60$ Hz, $W_s = 3$ N, $W_{d0} = 0.09$ Ns/mm, $V = 6$ mm/s).

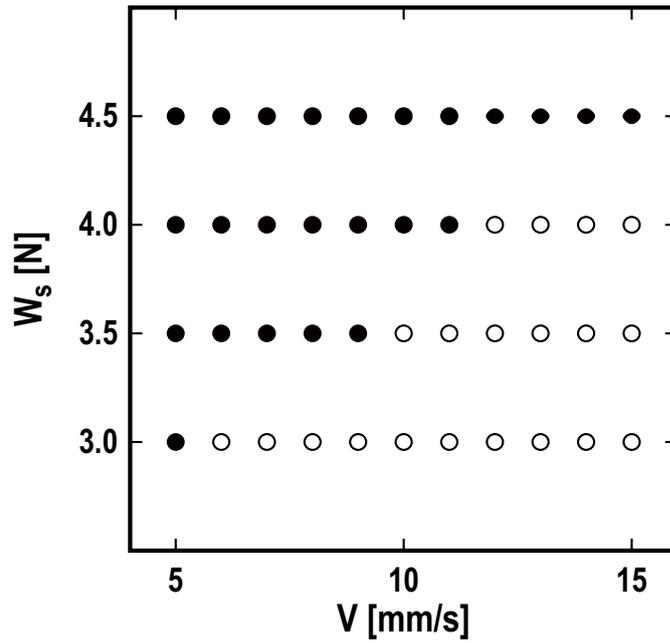


Figure 4.14 Effect of static load and driving speed; open circle :experimentally suppressible, solid circle: experimentally unsuppressible ($f_n = 60$ Hz, $W_{d0} = 0.09$ Ns/mm).

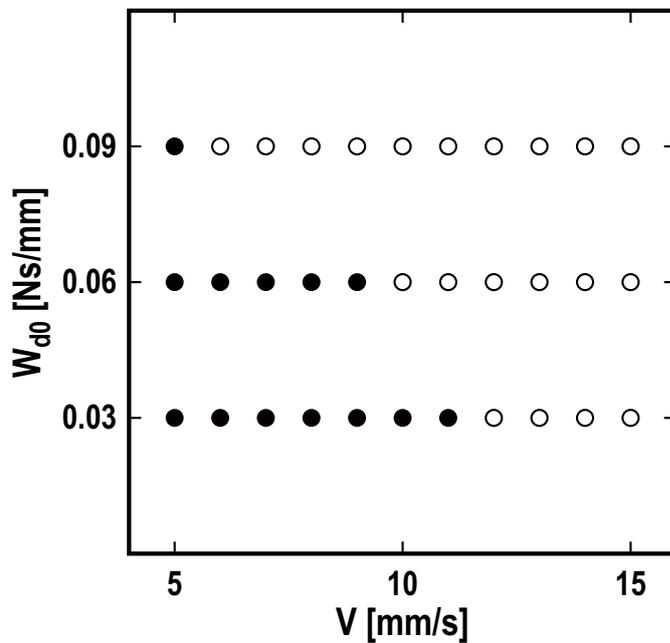


Figure 4.15 Effect of dynamic load coefficient and driving speed; open circle :experimentally suppressible, solid circle: experimentally unsuppressible ($f_n = 60$ Hz, $W_s = 3$ N).

4.4 考察

これまで、微小動荷重を利用したアクティブ制振について、理論的かつ実験的な検証を行ってきた。本節では、理論的な検証で得られた結果と実験的に得られた結果を比較し、本手法の妥当性を検討する。Figure 4.3 に示した固有値解析によって求めた安定限界曲線を Figure 4.14 と Figure 4.15 に示した実験結果を重ねて表示した図を Figure 4.16 と Figure 4.17 に示す。

Figure 4.3 (a) では、安定限界に対する駆動速度と動荷重係数の影響を示している。駆動速度一定として、動荷重係数を大きくすると安定領域が広がることがわかる。これは、式 (5.13) で動荷重係数が動摩擦係数との積として実効減衰係数に寄与していることから明らかである。つまり、さらに安定領域を拡大するためには、動摩擦係数の大きい材質に変更することが有効である。次に動荷重係数を一定として駆動速度の影響に注目すると、駆動速度が高いほど安定であることがわかる。これは、実験結果として後に示される摩擦特性が低速度では負の傾きが大きく、高速度では負の傾きが小さいことに起因している。

Figure 4.3(b) は、安定限界に対する駆動速度と静荷重の影響について示している。駆動速度については上記の通りである。駆動速度を一定として静荷重の影響に注目すると、静荷重が大きいほど安定領域が狭くなっていることがわかる。これは、式 (5.13) において静荷重が摩擦係数の相対速度特性の勾配との積として実効減衰係数に寄与しており、摩擦係数の相対速度依存性が負勾配であれば、静荷重を大きくすることで、その効果が増幅されることになる。

したがって、作動条件としては駆動速度を高く、動荷重係数を大きく、静荷重を低くすることで、系の平衡点を安定化できれば、自励振動の発生を抑制することができる。

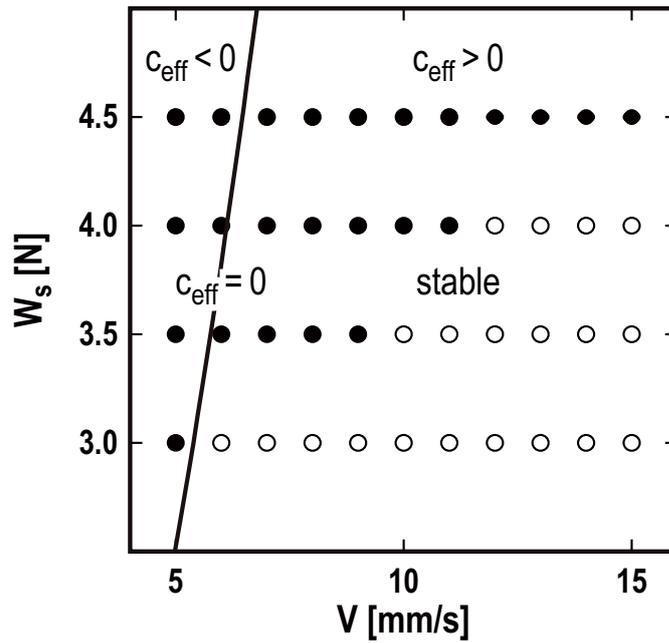


Figure 4.16 Effect of static load and driving speed; open circle: experimentally suppressible, solid circle: experimentally unsuppressible, line: stability limit calculated by eigenvalue analysis ($f_n = 60$ Hz, $W_{d0} = 0.09$ Ns/mm).

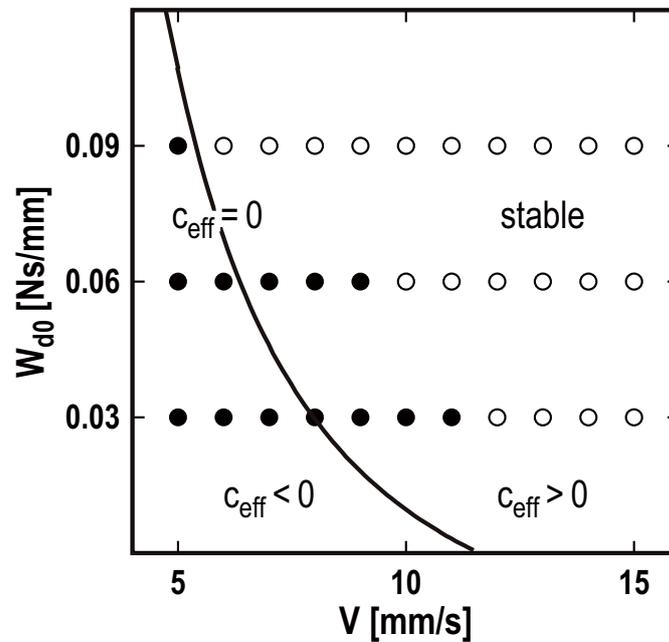


Figure 4.17 Effect of dynamic load coefficient and driving speed; open circle :experimentally suppressible, solid circle: experimentally unsuppressible, line: stability limit calculated by eigenvalue analysis ($f_n = 60$ Hz, $W_s = 3$ N).

4.5 結言

本章では、動摩擦力の速度弱化による自励振動を対象とした新しい制振方法として、微小動荷重を利用したアクティブ制振法を提案した。本制振法は、フィードバック制御によって従動体の速度に応じて動荷重を微小に変動させることで、系に粘性減衰効果を与えることができることを理論的に明らかにした。これを利用すれば、インターフェースの摩擦特性が動摩擦係数の速度弱化の特性を示す状況であっても、系の平衡点を安定化させることができ、動摩擦力の速度弱化による自励振動が抑制可能であることを理論的かつ実験的に明らかにした。

また、自励振動の抑制に必要な動荷重の大きさは、作動条件によっても異なるが、代表的な実験では静荷重の1/50という微小な変動量であり、摩擦力に対する変動も小さいことから、動力伝達や制動の場面で性能を劣化させることはないと考えられる。

参考文献

- [1] H. Jang, J.S. Lee, & J.W. Fash: Compositional effects of the brake friction material on creep groan phenomena, *Wear*, **251** (2001) pp.1477–1483.
- [2] 遠山護, 大森俊英, 三田修三, 植田文雄: ATF添加剤によるジャダー防止作用 (第1報) – 接触面粗さの形成 –, *トライボロジスト*, **47**, 7 (2002) pp.565–574.
- [3] 遠山護, 大森俊英, 三田修三, 植田文雄: ATF添加剤によるジャダー防止作用 (第2報) – 境界摩擦特性および接触面粗さの影響 –, *トライボロジスト*, **47**, 7 (2002) pp.575–581.
- [4] 李辰宇, 高橋仁: 動力伝達クラッチの表面テクスチャ, *トライボロジスト*, **48**, 9 (2003) pp.703–708.
- [5] H. Jang, K. Ko, S.J. Kim, R.H. Basch, & J.W. Fash: The effect of metal fibers on the friction performance of automotive brake friction material, *Wear*, **256** (2004) pp.406–414.
- [6] M. Eguchi, & T. Yamamoto: Shear characteristics of a boundary film for a paper-based wet friction material: friction and real contact area measurement, *Tribology International*, **38** (2005) pp.327–335.
- [7] P. Nyman, R. Maki, R. Olsson, & B. Ganemi: Influence of surface topograph on friction characteristics in wet clutch applications, *Wear*, **261** (2006) pp.46–52.
- [8] S.B. Park, K.H. Cho, S. Jung, & H. Jang: Tribological properties of brake friction materials with steel fibers, *Metals and Materials International*, **15**, 1 (2009) pp.27–32.

- [9] M. Ingram, H. Splikes, J. Noles, & R. Watts : Contact properties of a wet clutch friction material, *Tribology International*, **43** (2010) pp.815–821.
- [10] H. Zhao, A. Neville, A. Morina, R. Vickerman, & J. Durham : Improved anti shudder performance of ATFs–influence of a new friction modifier and surface chemistry, *Tribology International*, **46** (2012) pp.62–72.
- [11] S.W. Yoon, M.W. Shin, W.G. Lee, & H. Jang : Effect of surface contact conditions on the stick-slip behavior of brake friction material, *Wear*, **294–295** (2012) pp.305–312.
- [12] 奥田敏晴：ブレーキシステムの技術動向とトライボロジー，*トライボロジスト*，**54**, 9 (2009) pp.592–597.
- [13] 末岡淳男，金光陽一，近藤孝広：機械振動学，朝倉書店 (2005).
- [14] 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店 (1977) 63.

第 5 章

異方的な支持剛性を利用した パッシブ制振

■ 概要：

本章では、動摩擦力の速度弱化による自励振動を対象とした新しい制振方法として、異方的な支持剛性を利用したパッシブ制振法を提案している。

従動体の支持剛性に異方性を持たせ、剛性の主軸方向と駆動方向の間にヨー軸まわりのミスアライメントを与えることで、系に粘性減衰効果を与えることができることを理論的に明らかにした。この方法を利用すれば、摩擦特性が動摩擦力の速度弱化を示す状況であっても、系の平衡点が安定化して、自励振動が抑制可能であることを理論的に明らかにした。また、系に粘性減衰効果を与えるためには、支持剛性の異方性とミスアライメントの両方が必要であり、ミスアライメント角度は 45 度が適当であることを見出した。

5.1 緒言

機械製品が発する振動の絶縁や抑制のために、一般的にはばね要素と減衰要素からなる制振装置が用いられる。減衰要素には様々な種類があり、制振特性だけでなくサイズやコストの観点でも適当なものが選ばれている [1]。ただし、クラッチやディスクブレーキを代表とするすべり摩擦システムには、空間的・構造的に減衰要素を付け加えることが難しい場合が多い。減衰要素を用いずに振動を抑制する方法として、動吸振器の適用 [2-3] が挙げられるが、すべり摩擦システムへの適用は容易ではない。

一方、角らは、付加装置を必要としない制振法として、すべり摩擦をともなう1自由度振動系において、従動体の自由度の方向に対してヨー軸まわりのミスアライメントを与えて下面を駆動させることを提案している [4]。また、ミスアライメントを与えることにより系に粘性減衰効果が与えられていることを理論的に導くとともに、摩擦係数が速度弱化の特性であっても系の平衡点が安定となる条件が示されている。その安定条件は、ミスアライメントの角度 ϕ (ミスアライメント角) を摩擦特性から決まる臨界角度以上に与えることであり、実験的にも妥当であることが示されている。

ただし、角らの1自由度系の解析モデルは、摩擦力が作用しても自由度のない方向には従動体は動かないので、実際の系(機械製品)から離れた理想化された系であると言わざるを得ない。そこで、本研究では、実際の系への適用に向けて、より一般的な2自由度系への拡張を行った。2自由度系のすべり摩擦システムには、従動体を支持する剛性に異方性を与え、下面の駆動方向に対してヨー軸まわりのミスアライメントを剛性の主軸方向に与えたモデルを仮定し、理論的な検討を行った。その結果、摩擦力の速度弱化による自励振動の抑制には必ず支持剛性に異方性が必要であること、ミスアライメント角度は45度が適当であることを見出した。

5.2 解析モデル

Figure 4.2 に解析モデルを示す。質量 m の従動体は、主剛性 k_ξ と k_η により柔軟に支持されている。従動体は、 xy 平面内を速度 $\mathbf{V} = [V, 0]^T$ で移動する下面と接し、摩擦力 $\mathbf{F} = [f_x, f_y]^T$ を受けている。支持剛性の主軸からなる $\xi\eta$ 座標系は、 xy 座標系と平行で、ヨー軸まわりに角度 φ (これをミスアライメント角と呼ぶ) だけずれている。摩擦力が作用する方向は、従動体と下面の相対速度によって決まる。ただし、駆動方向とのなす角度は、ミスアライメント角とは一致しない。

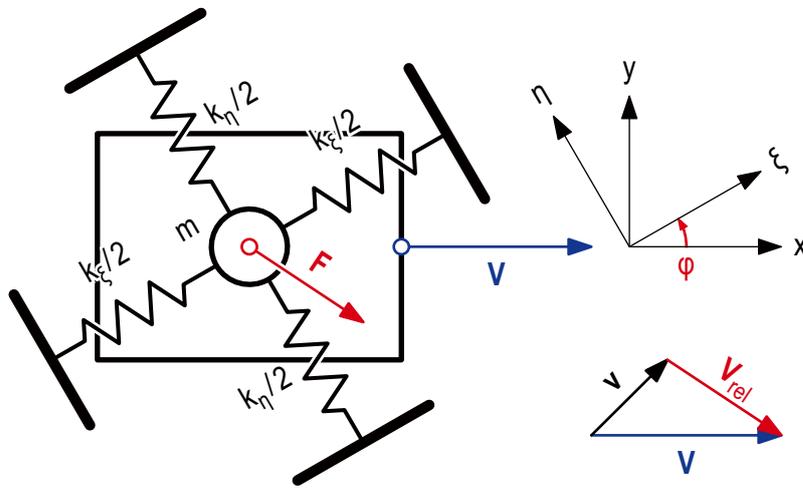


Figure 5.1 Analytical model: 2-DOF sliding system with angular misalignment.

5.3 支配方程式

Figure 5.1 に示した解析モデルについて、主剛性が自然長となる従動体の位置を原点にとり、任意の時刻 t における従動体の位置を $\mathbf{x}(t)=[x(t), y(t)]^T$ とすると、従動体の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (5.1)$$

と書ける。ただし、 (\cdot) は t に関する微分、 \mathbf{M} は質量行列、 \mathbf{C} は減衰行列、 \mathbf{K} は剛性行列、 \mathbf{F} は摩擦力ベクトルを表す。

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{R}\mathbf{C}_{\xi\eta}\mathbf{R}^T, \quad \mathbf{K} = \mathbf{R}\mathbf{K}_{\xi\eta}\mathbf{R}^T, \quad \mathbf{F} = F(\|\mathbf{V}_{\text{rel}}\|) \frac{\mathbf{V}_{\text{rel}}}{\|\mathbf{V}_{\text{rel}}\|}, \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{\xi\eta} = \begin{bmatrix} c_{\xi} & 0 \\ 0 & c_{\eta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{\xi\eta} = \begin{bmatrix} k_{\xi} & 0 \\ 0 & k_{\eta} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{V}_{\text{rel}} = \mathbf{V} - \mathbf{v}, \quad \mathbf{v} &= \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (5.2)$$

ただし、 \mathbf{R} は回転行列、 $\mathbf{C}_{\xi\eta}$ は主減衰行列、 $\mathbf{K}_{\xi\eta}$ は主剛性行列である。また、 \mathbf{v} は物体の速度、 \mathbf{V}_{rel} は相対速度である。

摩擦特性 $F(\|\mathbf{V}_{\text{rel}}\|)$ として、

$$F(\|\mathbf{V}_{\text{rel}}\|) = \left(\mu_0 + \Delta\mu \left(1 - \exp\left(-\frac{\|\mathbf{V}_{\text{rel}}\|}{V_f} \right) \right) \right) W \quad (5.3)$$

を仮定する。ただし、摩擦係数を相対速度の関数として $\mu(\|\mathbf{V}_{\text{rel}}\|)$ と書くとき、 $\mu_0 = \mu(0)$ 、 $\Delta\mu = \mu(\infty) - \mu(0)$ 、 V_f は速度定数、 W は垂直荷重を表す。すなわち、 $\Delta\mu < 0$ のとき、動摩擦力の速度弱化的特性 (μ - V 特性が負勾配) となる。

■支配方程式の無次元化

パラメータは、11 個 ($m, c_\xi, c_\eta, k_\xi, k_\eta, V, \varphi, W, \mu_0, \Delta\mu, V_f$) にも及ぶため、無次元化によるパラメータの削減を行う。式 (5.2) の静的平衡点の位置 $\mathbf{x}_{\text{eq}} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}^*$ (ただし、 $\mathbf{F}^* = \mathbf{F}(\mathbf{V})$) を基準とするために $\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}^*$ とおき、次式の無次元時間 τ と無次元変位 ξ を導入すれば、

$$\tau = \omega_{n\xi} t, \quad \xi = \begin{bmatrix} x^* \\ y^* \end{bmatrix} = \frac{\omega_{n\xi}}{V} \mathbf{y}, \quad \omega_{n\xi} = \sqrt{\frac{k_\xi}{m}} \quad (5.4)$$

無次元運動方程式が次式のように得られる。

$$\xi'' + 2\zeta_\xi C^* \xi' + K^* \xi = \psi(\mathbf{V}_{\text{rel}}^*) - \psi(\mathbf{V}^*) \quad (5.5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \zeta_\xi &= \frac{c_\xi}{2\sqrt{mk_\xi}}, \quad C^* = \mathbf{R}C_{\xi\eta}^* \mathbf{R}^T, \quad K^* = \mathbf{R}K_{\xi\eta}^* \mathbf{R}^T, \quad \psi(\mathbf{V}_{\text{rel}}^*) = \psi\left(\|\mathbf{V}_{\text{rel}}^*\| \frac{\mathbf{V}_{\text{rel}}^*}{\|\mathbf{V}_{\text{rel}}^*\|}\right), \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}, \quad C_{\xi\eta}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{bmatrix}, \quad K_{\xi\eta}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \kappa \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \frac{c_\eta}{c_\xi}, \quad \kappa = \frac{k_\eta}{k_\xi}, \\ \psi(\|\mathbf{V}_{\text{rel}}^*\|) &= \lambda \left(1 + \gamma \left(1 - \exp(-\alpha \|\mathbf{V}_{\text{rel}}^*\|)\right)\right), \\ \lambda_\xi &= \frac{\mu_0 W}{V\sqrt{mk_\xi}}, \quad \gamma = \frac{\Delta\mu}{\mu_0}, \quad \alpha = \frac{V}{V_f}, \\ \mathbf{V}_{\text{rel}}^* &= \mathbf{V}^* - \mathbf{v}^*, \quad \mathbf{v}^* = \begin{bmatrix} v_{x^*}^* \\ v_{y^*}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{*\prime} \\ y^{*\prime} \end{bmatrix} = \xi', \quad \mathbf{V}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.6)$$

以上の無次元化により、パラメータは 7 個 ($\zeta_\xi, \lambda_\xi, \varepsilon, \kappa, \varphi, \gamma, \alpha$) に減らすことができた。

5.4 固有値解析

5.4.1 固有方程式

式 (5.1) の運動方程式について固有方程式を導いた後、式 (5.5) の無次元運動方程式についても同様に固有方程式を別途を示す。式 (5.1) において、すべての力がつりあう静的平衡点では、

$$\mathbf{K}\mathbf{x}_{\text{eq}} = \mathbf{F}^* \quad \text{where } \mathbf{F}^* = \frac{F(V)}{V}\mathbf{V} \quad (5.7)$$

となる。ここで、静的平衡点まわりの変分

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{eq}} + \tilde{\mathbf{x}}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}^* + \tilde{\mathbf{F}} \quad (5.8)$$

を考えて、変分の挙動から系の安定性を判別する。式 (5.7) を式 (5.1) に代入すると、

$$\mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}\mathbf{x}_{\text{eq}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{F}^* + \tilde{\mathbf{F}} \quad (5.9)$$

従って、次式を得る。

$$\mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (5.10)$$

摩擦力の変分は、

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}} &= \mathbf{F} - \mathbf{F}^* = \frac{F(V_{\text{rel}})}{V_{\text{rel}}}\mathbf{V}_{\text{rel}} - \frac{F(V)}{V}\mathbf{V} = \frac{F(\|\mathbf{V} - \mathbf{v}\|)}{\|\mathbf{V} - \mathbf{v}\|}(\mathbf{V} - \mathbf{v}) - \frac{F(V)}{V}\mathbf{V} \\ &= -\frac{F(\|\mathbf{v} - \mathbf{V}\|)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{V}\|}(\mathbf{v} - \mathbf{V}) - \frac{F(V)}{V}\mathbf{V} \end{aligned} \quad (5.11)$$

ここで改めて

$$\mathbf{f}(\mathbf{v}) = \frac{F(\|\mathbf{v} - \mathbf{V}\|)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{V}\|}(\mathbf{v} - \mathbf{V}) = \begin{bmatrix} f_x(v_x, v_y) \\ f_y(v_x, v_y) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

とおき、式 (5.12) を式 (5.11) に代入すれば、

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}} &= -\mathbf{f}(\mathbf{v}) + \mathbf{f}(\mathbf{0}) = -(\mathbf{f}(\mathbf{v}) - \mathbf{f}(\mathbf{0})) \\ &= -\begin{bmatrix} \partial f_x / \partial v_x & \partial f_x / \partial v_y \\ \partial f_y / \partial v_x & \partial f_y / \partial v_y \end{bmatrix}_{(v_x=0, v_y=0)} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.13)$$

ここで、ヤコビ行列を

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} \partial f_x / \partial v_x & \partial f_x / \partial v_y \\ \partial f_y / \partial v_x & \partial f_y / \partial v_y \end{bmatrix}_{(v_x=0, v_y=0)} \quad (5.14)$$

とおくと、摩擦力の変分は、

$$\tilde{\mathbf{F}} = -\mathbf{C}_f\mathbf{v} = -\mathbf{C}_f\dot{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (5.15)$$

となり、静的平衡点まわりで線形化できた。ここで、摩擦特性として式 (5.3) を用いて、相対速度は、

$$\|\mathbf{V}_{\text{rel}}\| = \sqrt{(V - v_x)^2 + v_y^2} \quad (5.16)$$

であることから，式 (5.14) について偏微分を具体的に計算すると，

$$C_f = \begin{bmatrix} \frac{dF}{dV_{rel}}(V) & 0 \\ 0 & F(V)/V \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

ただし，(′) は相対速度 V_{rel} に関する微分である．

以上より，静的平衡点まわりで線形化した変分方程式として

$$M\ddot{\tilde{x}} + C_{eff}\dot{\tilde{x}} + K\tilde{x} = \mathbf{0} \quad (5.18)$$

が得られる．ただし，

$$C_{eff} = RC_{\zeta\eta}R^T + C_f \quad (5.19)$$

ここで，左から乗じると

$$\ddot{\tilde{x}} + M^{-1}C_{eff}\dot{\tilde{x}} + M^{-1}K\tilde{x} = \mathbf{0} \quad (5.20)$$

となり，さらに

$$\tilde{y} = \dot{\tilde{x}} \quad (5.21)$$

を用いると，

$$\dot{\tilde{y}} = -M^{-1}C_{eff}\tilde{y} - M^{-1}K\tilde{x} \quad (5.22)$$

式 (5.21) と式 (5.22) をまとめれば，

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{y}} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}C_{eff} & -M^{-1}K \\ I & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y} \\ \tilde{x} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

ここで，

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{y} \\ \tilde{x} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -M^{-1}C_{eff} & -M^{-1}K \\ I & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

とすれば，式 (5.23) は，

$$\dot{X} = AX \quad (5.25)$$

したがって，式 (5.17) の基本解を

$$x = A_0 e^{\beta t} \quad (5.26)$$

として，このときの固有値を決める固有方程式は次式のように得られる．

$$\det(A - \beta I) = 0 \quad (5.27)$$

■無次元支配方程式の固有方程式

式(5.5)と式(5.6)の無次元支配方程式について固有方程式を導く。まず、無次元化した摩擦力の関数を、改めて次式のようにおき、

$$f^*(v^*) = \psi(v^* - V^*) \frac{v^* - V^*}{\|v^* - V^*\|} = \begin{bmatrix} f_{x^*}^*(v_{x^*}^*, v_{y^*}^*) \\ f_{y^*}^*(v_{x^*}^*, v_{y^*}^*) \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

式(5.5)の右辺について、平衡点まわりで線形化すると、

$$\begin{aligned} \psi(V_{\text{rel}}^*) - \psi(V^*) &= -(f^*(v^*) - f^*(\mathbf{0})) \\ &= - \begin{bmatrix} \partial f_{x^*}^* / \partial v_{x^*}^* & \partial f_{x^*}^* / \partial v_{y^*}^* \\ \partial f_{y^*}^* / \partial v_{x^*}^* & \partial f_{y^*}^* / \partial v_{y^*}^* \end{bmatrix}_{(v_{x^*}^*=0, v_{y^*}^*=0)} \begin{bmatrix} v_{x^*}^* \\ v_{y^*}^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.29)$$

ここで、

$$C_f^* = \begin{bmatrix} \partial f_{x^*}^* / \partial v_{x^*}^* & \partial f_{x^*}^* / \partial v_{y^*}^* \\ \partial f_{y^*}^* / \partial v_{x^*}^* & \partial f_{y^*}^* / \partial v_{y^*}^* \end{bmatrix}_{(v_{x^*}^*=0, v_{y^*}^*=0)} \quad (5.30)$$

とおき、式(5.6)から具体的に計算すれば、

$$C_f^* = \begin{bmatrix} \frac{d\psi}{dV_{\text{rel}}^*}(V^*) & 0 \\ 0 & \psi(V^*) \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

となるので、式(5.5)は、

$$\xi'' + C_{\text{eff}}^* \xi' + K^* \xi = \mathbf{0} \quad (5.32)$$

ただし、

$$C_{\text{eff}}^* = 2\zeta_{\xi} C_{\xi}^* + C_f^* \quad (5.33)$$

以上が、平衡点まわりにおいて線形化した無次元運動方程式である。ここで、 $\eta = \xi'$ として、

$$\eta' = -C_{\text{eff}}^* \eta - K^* \xi \quad (5.34)$$

これをまとめれば、

$$\begin{bmatrix} \eta' \\ \xi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_{\text{eff}}^* & -K^* \\ I & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

ここで、

$$X^* = \begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix}, \quad A^* = \begin{bmatrix} -C_{\text{eff}}^* & -K^* \\ I & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

として、式(5.32)の基本解を $\xi = A_0^* e^{\beta^* \tau}$ とすれば、このときの固有値を決める固有方程式は次式となる。

$$\det(A^* - \beta^* I) = 0 \quad (5.37)$$

5.4.2 安定条件

上記の固有方程式は 4 次方程式であり、4 つの固有値が解として得られる。その全ての固有値について、実部が正であれば平衡点において系が不安定であり、実部が負であれば安定である。つまり、安定条件は、全ての固有値の実部が負となる条件と言える。

(A) 不減衰系の安定条件

前節の運動方程式の無次元化によって、現象を支配するパラメータが 7 個 ($\kappa, \varphi, \zeta_\xi, \varepsilon, \lambda_\xi, \gamma, \alpha$) であることがわかった。ここで、単純化のために不減衰系として扱い、5 個のパラメータの影響 ($\kappa, \varphi, \lambda_\xi, \gamma, \alpha$) を調べる。5 個のパラメータの内、3 個 ($\lambda_\xi, \gamma, \alpha$) は無次元摩擦力に関するパラメータである。

無次元化した摩擦力に対する λ_ξ の影響は線形であり、 γ と α に関しては Figure 5.2 に示す。図は有次元の F-V 特性に相当し、 γ の負の値が大きく、 α が小さい場合には、無次元摩擦力の負勾配が急になることがわかる。固有値解析によって得られた固有値 β^* の実部に対する α の影響を Figure 5.3 に示す。図より $\alpha > 3$ では、固有値の全ての解の実部が負となるので、安定領域であることがわかる。平衡点の安定性に対する剛性比 κ とミスアライメント角 φ の影響を調べた結果を Figure 5.4 に示す。固有値解析の結果、1 つでも実部が正となる固有値がある場合には、そこを不安定領域とし、安定領域・不安定領域の境界を実線で記している。図より、等方な剛性 ($\kappa = 1$) では、ミスアライメント角度 φ によらず、不安定となることがわかる。また、ミスアライメント角度については、 $\varphi = 0^\circ$ を対称軸とした対称性が認められる。 $\varphi = 0^\circ$ 付近や $\varphi = 90^\circ$ 付近は不安定領域であり、 $\varphi = 45^\circ$ 付近に安定領域があることがわかる。さらに、Figure 5.4 には、安定領域に対する λ の影響を示している。 λ が大きくなると安定領域が縮小されるが、安定となる角度範囲はあまり変わらない。剛性比が小さい安定領域は λ が大きくなると消滅してしまうが、剛性比が大きい安定領域では縮小するが消滅することはない。安定領域に対する α と γ の影響を Figure 5.5 に示す。 α が大きく、 γ が負の値が小さいほど、同じ剛性比でも安定となる角度範囲が広がることがわかる。

以上より、剛性比 κ は大きく、ミスアライメント角度 φ は 45 度とする系の構成が、効果的に振動を抑制できる構成であることがわかった。

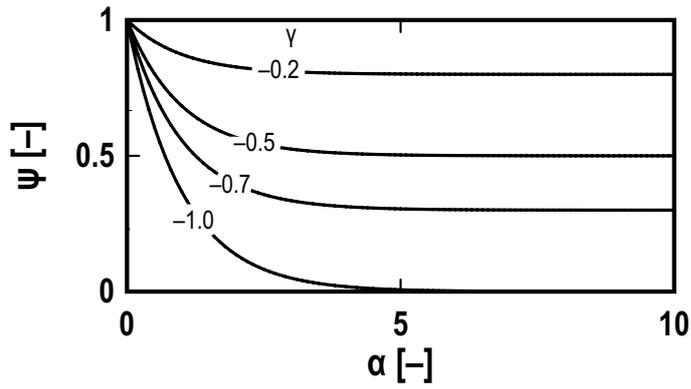


Figure 5.2 Effect of α and γ on the dimensionless friction force ($\lambda_\xi = 1$).

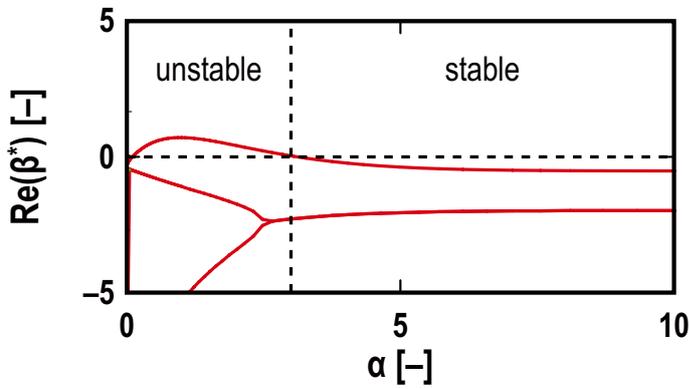


Figure 5.3 Effect of α on the real part of eigenvalue ($\kappa = 10$, $\varphi = 35^\circ$, $\lambda_\xi = 10$, $\gamma = -0.5$).

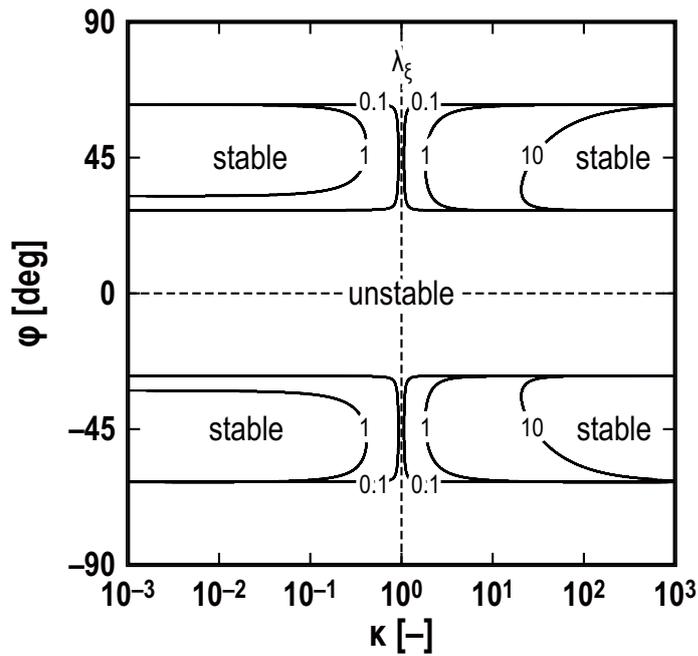
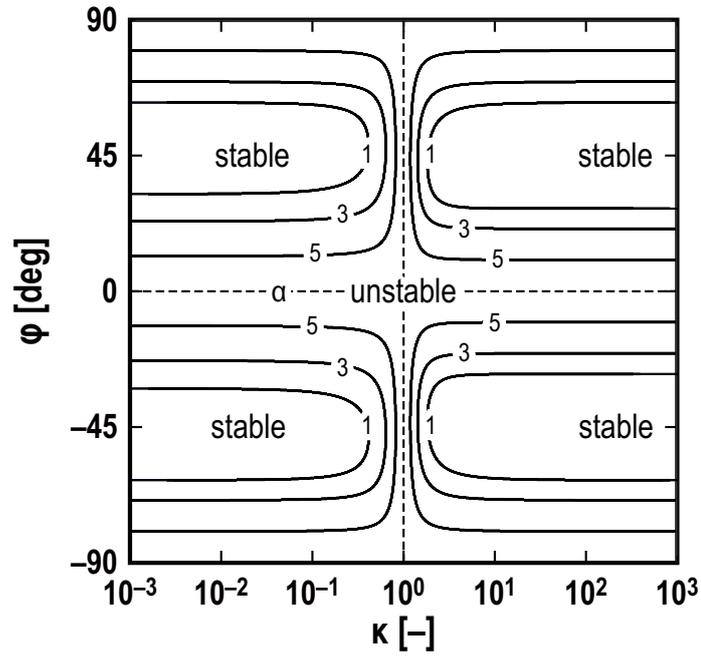
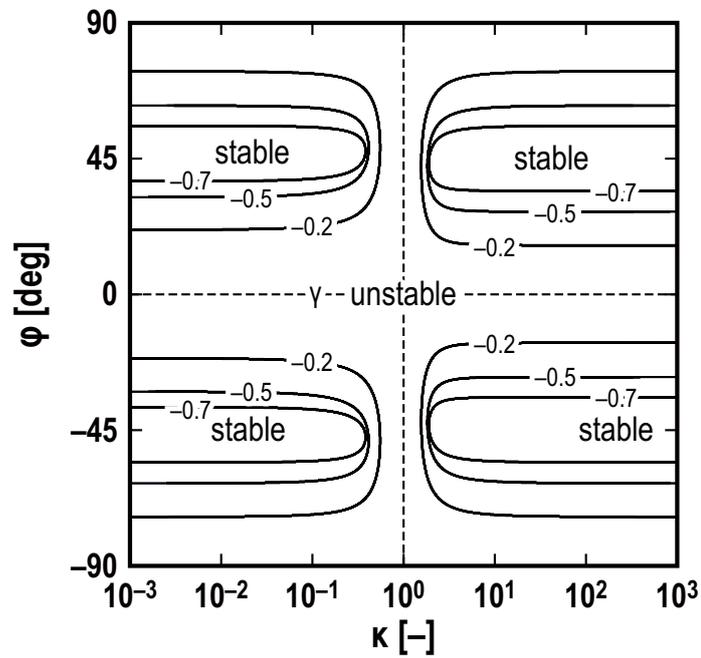


Figure 5.4 Effect of κ , φ and λ_ξ on the stability limit ($\gamma = -0.5$, $\alpha = 1$).



(a) Effect of α ($\lambda_\xi = 1, \gamma = -0.5$)

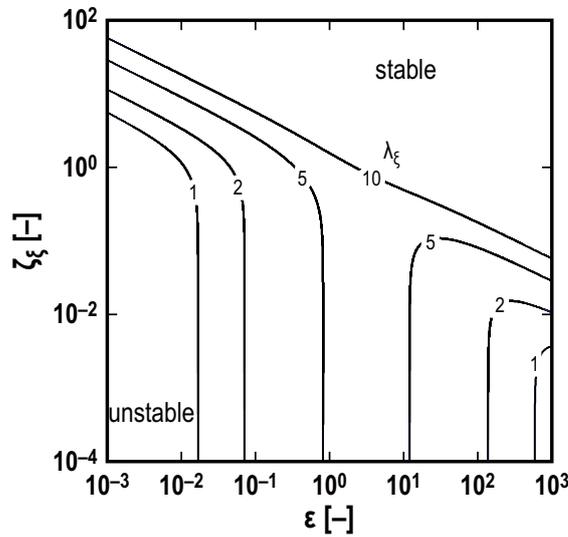


(b) Effect of γ ($\lambda_\xi = 1, \alpha = 1$)

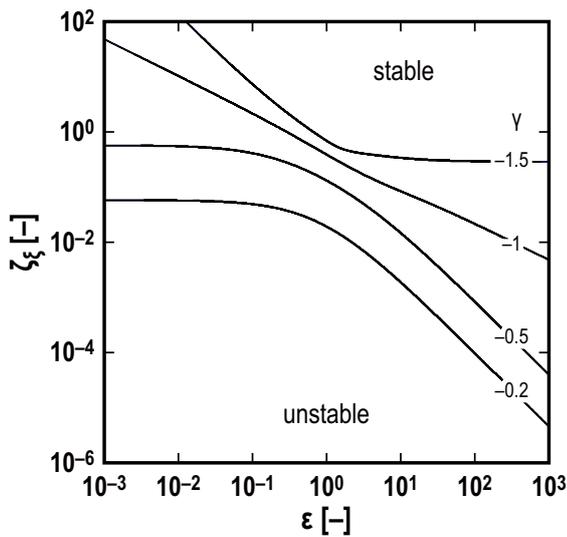
Figure 5.5 Effect of α and γ on the stability limit.

(B) 減衰を考慮した系の安定条件

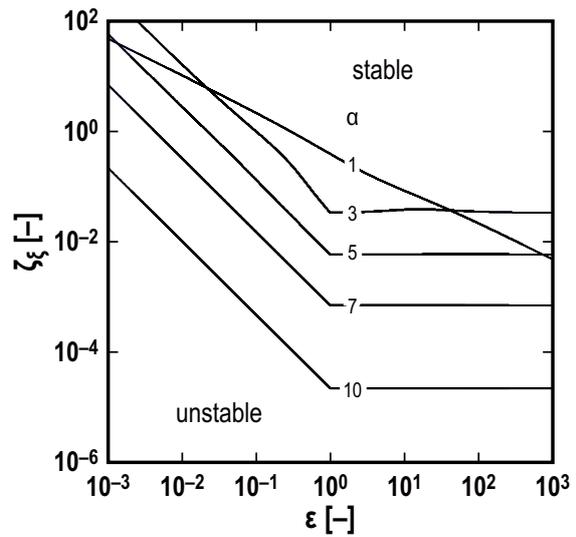
系の減衰を考慮して、安定限界に対する無次元パラメータ ζ_ξ , ε の影響を調べた結果を Figure 5.6 に示す。各図中の実線は固有値の実部が 0 となる場合であり、図中上方が実部が負となり安定な領域である。Figure 5.6 (a) に注目すると、 λ_ξ が小さい場合には比較的小さな減衰で安定化できることがわかる。ただし、減衰係数の比について、 $\varepsilon \gg 1$ や $\varepsilon \ll 1$ の場合に不安定となることから、減衰係数に偏りがある場合には制振効果がないことを意味している。ただし、Figure 5.6 (b) と (c) からは、減衰係数に偏りがある場合でも制振効果がある条件があることがわかる。



(a) Effect of λ_ξ ($\alpha = 1, \gamma = -1$)



(b) Effect of γ ($\lambda_\xi = 10, \alpha = 1$)



(c) Effect of α ($\lambda_\xi = 10, \gamma = -1$)

Figure 5.6 Effect of ζ_ξ and ε on the stability limit ($\kappa = 10, \varphi = 45^\circ$).

5.5 数値シミュレーション

前節で実施した固有値解析では平衡点の安定性を調べることができるが、過渡時や定常時の従動体の挙動を調べることはできない。本節では、従動体の挙動を調べるために実施した数値シミュレーションについて述べる。

5.5.1 計算方法

数値シミュレーションの解法には陽解法と陰解法がある。陽解法は既知の物理量から次のステップの物理量を代入操作のみによって得る方法であり、陰解法は代入操作と反復計算によって次のステップの物理量を得る方法である。陰解法は精度が良いが、計算量が多いという特徴があり、一方、陽解法は計算量は少ないが、数値的不安定性が発生する場合がある [5]。本研究では、計算手順が容易かつ比較的精度が良い陽解法の Runge–Kutta 法を用いた。以下に計算方法 [6] を記す。

式 (5.1) の運動方程式について、以下のように 1 階化すると、

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{C}\mathbf{y} - \mathbf{K}\mathbf{x}) \end{cases} \quad (5.38)$$

式 (5.38) をもとに、Runge–Kutta 法では以下の順番で計算する。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &\equiv \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{y}_0 &\equiv \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{d}_{x1} &= \Delta t \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{d}_{y1} &= \Delta t \mathbf{M}^{-1} \{ \mathbf{F}(t) - \mathbf{C}\mathbf{y}_0 - \mathbf{K}\mathbf{x}_0 \} \\ \mathbf{x}_1 &= \mathbf{x}_0 + (1/2) \mathbf{d}_{x1} \\ \mathbf{y}_1 &= \mathbf{y}_0 + (1/2) \mathbf{d}_{y1} \\ \mathbf{d}_{x2} &= \Delta t \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{d}_{y2} &= \Delta t \mathbf{M}^{-1} \{ \mathbf{F}(t + \Delta t / 2) - \mathbf{C}\mathbf{y}_1 - \mathbf{K}\mathbf{x}_1 \} \\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{x}_0 + (1/2) \mathbf{d}_{x2} \\ \mathbf{y}_2 &= \mathbf{y}_0 + (1/2) \mathbf{d}_{y2} \\ \mathbf{d}_{x3} &= \Delta t \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{d}_{y3} &= \Delta t \mathbf{M}^{-1} \{ \mathbf{F}(t + \Delta t / 2) - \mathbf{C}\mathbf{y}_2 - \mathbf{K}\mathbf{x}_2 \} \\ \mathbf{x}_3 &= \mathbf{x}_0 + \mathbf{d}_{x3} \\ \mathbf{y}_3 &= \mathbf{y}_0 + \mathbf{d}_{y3} \\ \mathbf{d}_{x4} &= \Delta t \mathbf{y}_3 \\ \mathbf{d}_{y4} &= \Delta t \mathbf{M}^{-1} \{ \mathbf{F}(t + \Delta t) - \mathbf{C}\mathbf{y}_3 - \mathbf{K}\mathbf{x}_3 \} \\ \mathbf{x}(t + \Delta t) &= \mathbf{x}(t) + (1/6)(\mathbf{d}_{x1} + 2\mathbf{d}_{x2} + 2\mathbf{d}_{x3} + \mathbf{d}_{x4}) \\ \dot{\mathbf{x}}(t + \Delta t) &= \dot{\mathbf{x}}(t) + (1/6)(\mathbf{d}_{y1} + 2\mathbf{d}_{y2} + 2\mathbf{d}_{y3} + \mathbf{d}_{y4}) \end{aligned} \quad (5.39)$$

5.5.2 計算結果

(A) 固有値解析の結果に対する確認

無次元パラメータを $\lambda_\xi = 1$, $\alpha = 1$, $\gamma = -0.5$ とし、初期条件は初期位置を静的平衡点位置、初期速度 $v_x^* = 1$, $v_y^* = 1$ をとして、 xy 座標系における物体の無次元変位 (x^*, y^*) の時間変化（時間は無次元時間 τ ）に対する支持剛性の剛性比とミスアライメント角の影響を数値シミュレーションにより調べた。数値シミュレーションの結果を Figure 5.6 に示す。前節の固有値解析により不安定領域とされた条件では、振幅が時間の経過とともに成長しており、自励振動が生じていることがわかる。また、その振動の成長は、ある振幅に到達すると定常状態となっている。一方、安定領域の条件では、初期擾乱によって生じた振動は減衰し、静的平衡点に瞬時に収束していることがわかる。各結果を比較することにより、振動を抑制するためには、固有値解析の結果と同様に、支持剛性に異方性を与え、ミスアライメント角度を 45 度程度とする必要があることが確認できる。

(B) 定常状態のトラジェクトリ形状の比較

Figure 5.6 に示した物体の変位の情報からトラジェクトリを作成した。各条件のトラジェクトリを Figure 5.7 に示す。不安定領域の条件に現れる振動の振幅は、駆動方向に近い剛性の主軸方向に最も大きくなっていることがわかる。ただし、 $\kappa = 1$ の場合、支持剛性が等方であるためミスアライメント角によらず、 x 方向に振動が現れ、 y 軸方向には振動しない状況となっている。剛性が高く、その剛性の主軸方向と駆動方向が近いほど、振幅が比較的小さく抑えられることがわかる。

(C) 振幅に対する剛性比とミスアライメント角の影響

振幅の大きさを定量的に比較する場合、絶対座標系の各軸（ x 軸、 y 軸）に対してそれぞれ振幅を求め、その二乗平均をとれば、剛性比に関係なく比較することができる。Figure 5.7 に示した条件を含めて、振幅に及ぼす剛性比とミスアライメント角の影響を Figure 5.8 に示す。図は、横軸に剛性比、縦軸にミスアライメント角をとり、赤色の濃淡で振幅の大きさを示している。図内の実線は、固有値解析で求めた固有値の実部が 0 となる線であり、安定と不安定の境界線である。安定領域内で、振幅が現れているのは、Figure 5.8 の分解能が低いためである。 $\kappa = 1$ の場合の振幅を基準として他の条件を比較すると、剛性の異方性の与え方として、一方の剛性を低くするのではなく、剛性を高くする方が、安定領域から外れた場合に現れる振動の振幅は小さく、比較的に好ましい状況と言える。ただし、安定領域外では振幅が小さくとも、振動が発生しているので、加振源となることに注意が必要である。

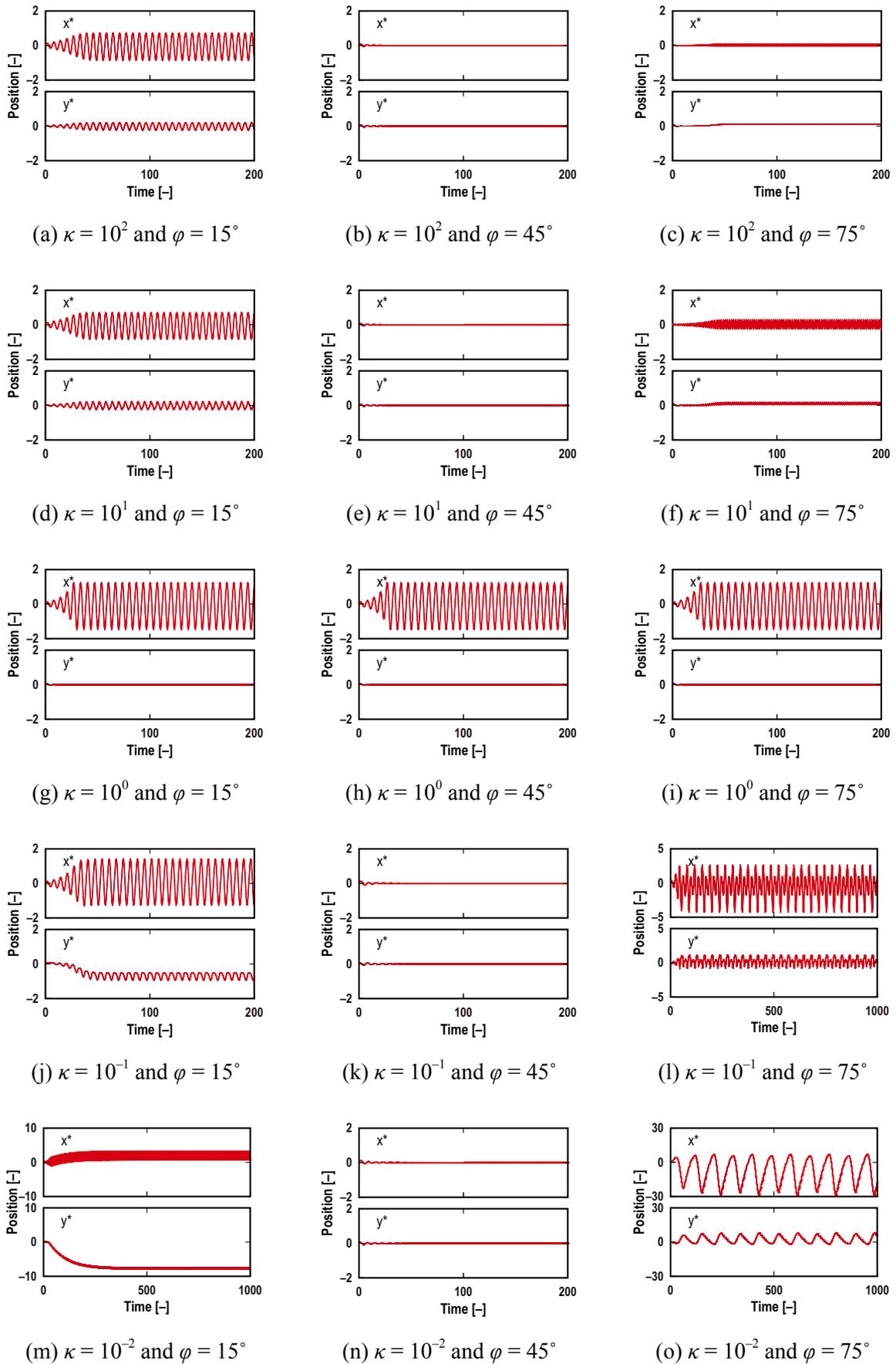


Figure 5.7 Effect of κ and φ on the vibration ($\lambda_\xi = 1$, $\gamma = -0.5$, $\alpha = 1$).

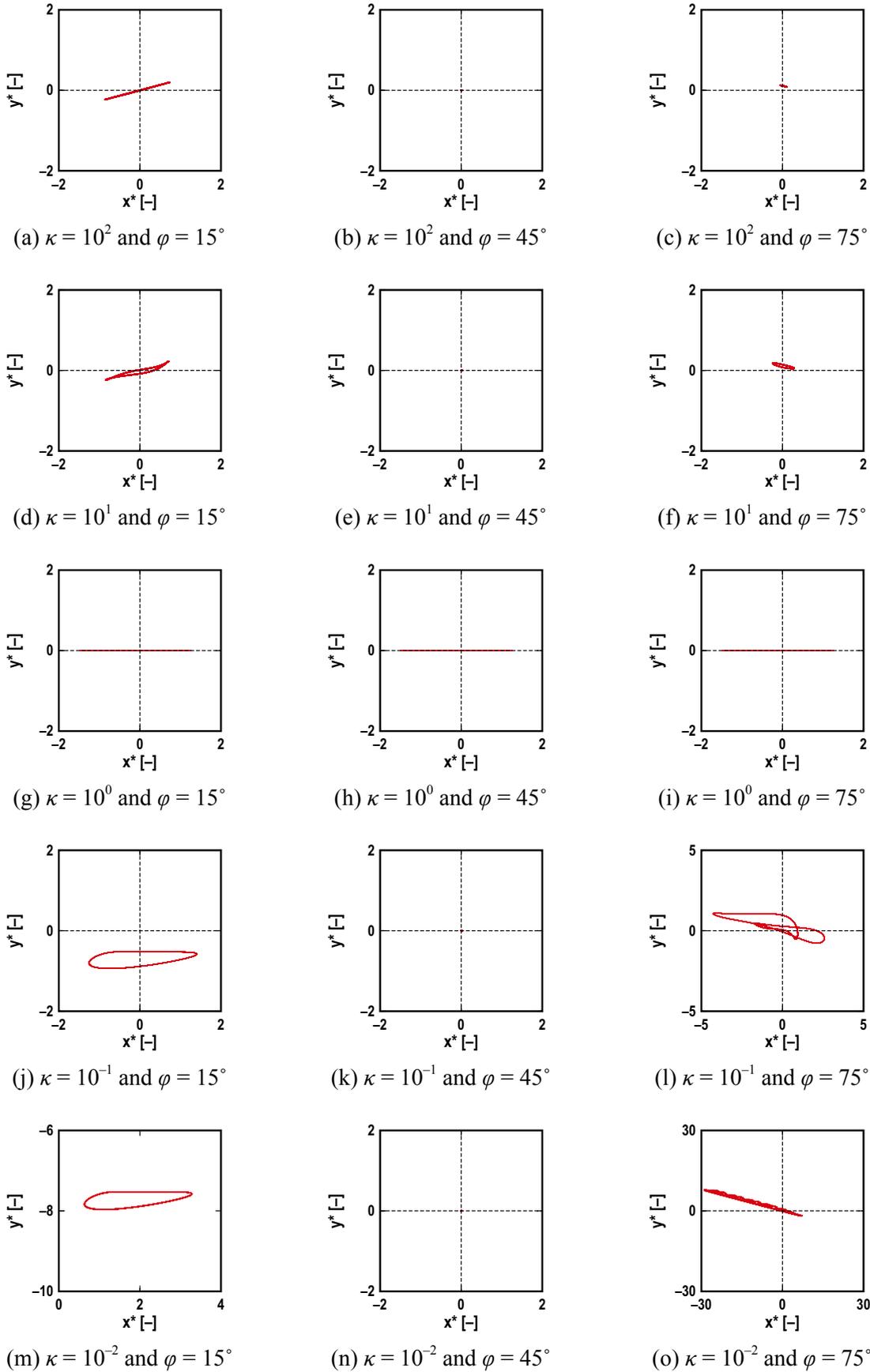


Figure 5.8 Effect of κ and φ on the trajectory ($\lambda_\xi = 1, \gamma = -0.5, \alpha = 1$).

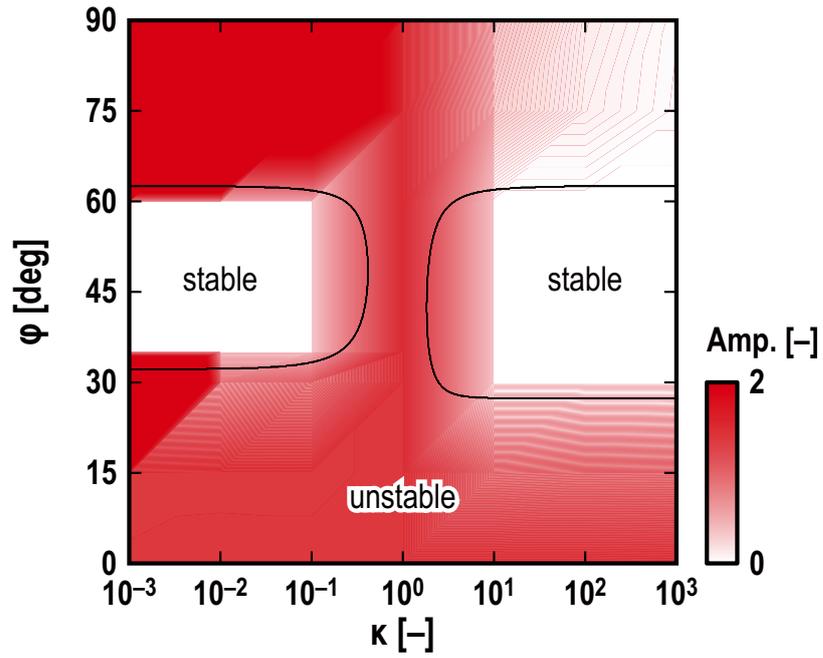


Figure 5.9 Effect of κ and ϕ on the amplitude of vibration and the stability limit of the sliding system ($\lambda_{\xi} = 1, \gamma = -0.5, \alpha = 1$).

5.6 考察

5.6.1 角らのモデルとの比較

角らによって提案された1自由度系のモデルでは、次式のように安定条件が得られている。

$$\tan^2 \varphi > -\frac{d\mu}{dV_{\text{rel}}}(V) \frac{V}{\mu(V)} \quad (5.40)$$

この式は、不等号が成り立つある角度以上では安定となること、さらに、安定条件は荷重に無関係であることを意味している。

2自由度に拡張したモデルでは、ミスアライメント角度は45度付近が安定であり、式(5.40)では得られないミスアライメント角度が大きい場合でも不安定となる状況が現れた。また、荷重の影響が認められたことも2自由度の特徴と言える。

不減衰系について、Hurwitzの安定判別法[3]における「固有方程式の係数が全て正」という条件から安定条件式の導くことができる。次式にその内の1つを示す。

$$\left(\frac{d\mu}{dV_{\text{rel}}}(V) + \kappa \frac{V}{\mu(V)} \right) \tan^2 \varphi > - \left(\frac{V}{\mu(V)} + \kappa \frac{d\mu}{dV_{\text{rel}}}(V) \right) \quad (5.41)$$

上式には安定条件に対する剛性比の影響が含まれているので、式(5.40)の拡張した形といえるが、安定領域は前節の固有値解析結果の一部しか表現できない。

2自由度系においてミスアライメント角度が90度付近で平衡点が不安定となるのは、駆動方向に対する剛性の主軸方向のミスアライメントが与えられていない状況となり、ミスアライメント角が0度の場合と変わらないためである。ただし、主軸の剛性が変わるため0度と90度では現れる振動の振幅は異なる。角らのモデルは1自由度系であり、ミスアライメント角度が90となる場合、下面の駆動方向に従動体の自由度はないので、式(5.40)の安定条件となることは理論的には間違いではない。ただし、実際の系（機械製品では）では、力が作用する方向に全く変形しない材質は存在しないので、力が作用する方向の自由度を無視することはできない。剛性が大きい場合には、振幅が小さくなるのが数値シミュレーションの結果からわかったが、振幅がいかにも小さくとも振動が生じているので、従動体が加振源となり駆動体の系と共振する可能性があることに注意が必要である。

したがって、実際の系に適用する際に、剛性に極端な異方性があったとしても、1自由度に簡略化することなく、2自由度系の解析モデルにて導かれた安定条件を満たすような条件を選定することが重要であると言える。

5.6.2 制振メカニズム

支持剛性の異方性とミスアライメントを与えることで、系に粘性減衰効果が加わり、自励振動を抑制することが可能であることは、固有値解析および数値シミュレーションによって明らかとなった。ただし、支持剛性の異方性とミスアライメントを与えることが、どのようにして、系に粘性減衰をもたらしているのかについては、不明確なままである。本節では、解析モデルに立ち返り、粘性減衰効果の起源について考察する。

Figure 5.1 に示した解析モデルにおいて、従動体が速度 v で動くとき、動摩擦力 F の方向は相対速度の向きとなるので Figure 5.10 (a) に示す関係となる。Figure 5.10 (a) には、従動体の速度と動摩擦力の成分も表示している。y 軸方向の成分に注目すると、速度の向きに対して、摩擦力が逆向きに作用していることがわかる。また、摩擦力の y 成分の大きさは、速度の y 成分に比例して大きくなることから、相対速度との関係からわかる。つまり、Figure 5.10 (b) に示すように摩擦力の y 成分が速度の y 成分に対して負の比例関係を示しており、これが粘性減衰効果の起源と言える。また、動摩擦力を線形化した式 (5.17) や式 (5.31) の y 軸方向に減衰が現れていることから確認できる。

次に、ミスアライメント角度は 45 度が適当である理由について考察する。y 軸方向の減衰によって x 軸方向の振動を効果的に抑制するには、剛性行列の対角項の絶対値が最大となる条件にすれば良い。式 (5.3) の剛性行列を具体的に計算すれば、

$$K = RK_{\xi\eta}R^T = \begin{bmatrix} k_{\xi} \cos^2 \varphi + k_{\eta} \sin^2 \varphi & (k_{\xi} - k_{\eta}) \sin 2\varphi \\ (k_{\xi} - k_{\eta}) \sin 2\varphi & k_{\xi} \sin^2 \varphi + k_{\eta} \cos^2 \varphi \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

となり、対角項の絶対値が最大となるのは、ミスアライメント角が 45 度であることがわかる。

以上より、支持剛性の異方性とミスアライメントによって得られた粘性減衰効果は、y 軸方向の摩擦減衰であり、ミスアライメント角が 45 度の場合にその効果が最大となるのは、x 軸方向の振動を y 軸方向に伝える剛性行列の対角項の絶対値が最大となるためである。

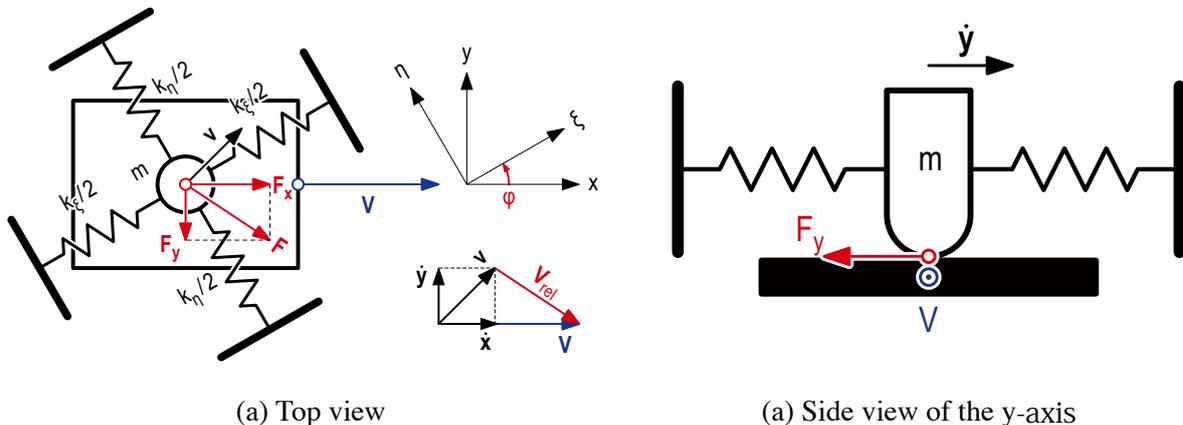


Figure 5.10 Direction of friction force and velocity in sliding system.

5.7 結言

本章では、角らによって提案された1自由度系にミスアライメントを与えるという解析モデルが多自由度系である実際の機械製品の解析モデルとして適さないことから、より一般的な2自由度系への拡張を行った。解析モデルは、従動体の支持剛性に異方性を持たせ、その剛性の主軸方向を駆動方向に対してヨー軸まわりにミスアラインメントを与えた2自由度系とした。提案する制振法の効果を理論的に検証するために、解析モデルから支配方程式を導出して固有値解析を行い、支持剛性の異方性とミスアライメントの効果について調べた。

その結果、本手法により系に粘性減衰効果が与えられ、系の平衡点が安定化するまで、自励振動を抑制できることを明らかにした。また、振動の抑制には必ず剛性に異方性が必要であり、ミスアライメント角度は45度が適当であることを見出した。この結果は、ミスアライメント角度を臨界角度以上に設定すれば安定化できるとする角らが提案する安定条件と異なっており、実際の系に適用する際には剛性に極端な異方性がある場合であっても、1自由度に簡略化することなく、2自由度として考える必要があることがわかった。

参考文献

- [1] 日本機械学会：機械工学便覧 α ．基礎編，丸善 (2007)．
- [2] J.P. Den Hartog： *Mechanical Vibration* (4th ed), McGraw-Hill, New York, (1956)．
- [3] 末岡淳男，金光陽一，近藤孝広：機械振動学，朝倉書店 (2005)．
- [4] 末岡 淳男，劉孝宏，藤山征人，吉武裕：回転円板の動吸振器による摩擦振動の制振，日本機械学会論文集 (C 編)，59，561 (1993) pp.1335–1342．
- [5] 角直広，田所千治，中野健：摩擦振動が生む動摩擦係数の計測誤差，日本機械学会論文集 (C 編)，79，803 (2013) pp.2635–2643．
- [6] 森下信，松本裕昭，松井純，石塚辰美，中野健：コンピュータの基礎と数値計算，丸善株式会社 (2004)
- [7] 戸川隼人：振動解析，サイエンス社 (1975)．

第 6 章 考察

6.1 1 自由度系に現れる振動の抑制

(1) すべり摩擦システムの設計指針

第2章で整理した1自由度系に現れる振動の関係を，振動の抑制という観点で分岐条件を明示した形に修正し，Figure 6.1 に改めて示す．定常状態で安定すべりの状態を得るためには，過渡的な状態で減衰振動となるように振動系の構成要素，作動条件，摩擦特性を決めればよく，それが振動を抑制するためのすべり摩擦システムの設計指針となる．

動摩擦力の速度弱化の影響が大きい場合は，系の平衡点を安定化させるために，実効減衰比 ζ_{eff} を正とする必要がある．したがって，具体的な対策として，振動の発生原因となる動摩擦力の相対速度依存性の負勾配を正勾配にすることは自明であるが，たとえ負勾配であっても振動系の構成要素である減衰係数 c を大きくすることや作動条件の荷重 W を小さくすることで振動を抑制することが可能である．

擾乱が大きい場合に生じるスティックスリップを抑制するためには，スリップ状態からスティック状態に遷移しないように減衰比 ζ を大きくすることやスティックスリップパラメータの λ を小さくすることが必要である．静摩擦係数を低く，動摩擦係数を高くして，静摩擦係数と動摩擦係数の差を小さくすることは有効であるが，系の構成要素の変更でも同様の効果を得られる．具体的には，減衰比 ζ を大きくするために減衰係数 c を大きく，質量 m は小さく，剛性 k を低くすることが有効であり，また λ を小さくするために質量 m は大きく，剛性 k は高く，荷重 W は低く，駆動速度 V は高くすることが有効である．また，質量 m と剛性 k は， ζ と λ とで傾向が逆転するので， $\zeta > 1$ とできる場合には ζ を大きくするように決め，それ以外では λ が小さくなるように決めることが好ましい．

振動の抑制を目的とした場合，上記のような定常振動の抑制だけでなく，減衰振動においてより短時間で振動を減衰させることや，強制振動における振動振幅をより小さく抑えることも当てはまる．それらをまとめて，振動を抑制するためのすべり摩擦システムの設計指針としてTable 6.1 にまとめて示す．自由振動，自励振動，スティックスリップ，強制振動に共通して振動抑制の効果をもたらすのは，減衰係数を大きくすることと，動摩擦力の相対速度依存性が大きな正勾配となる場合であることがわかる．ただし，正勾配となる相対速度依存性という摩擦特性は，系に対して減衰効果として作用するので，振動の抑制手法としては，すべり摩擦システムに十分な減衰を付与することに集約される．

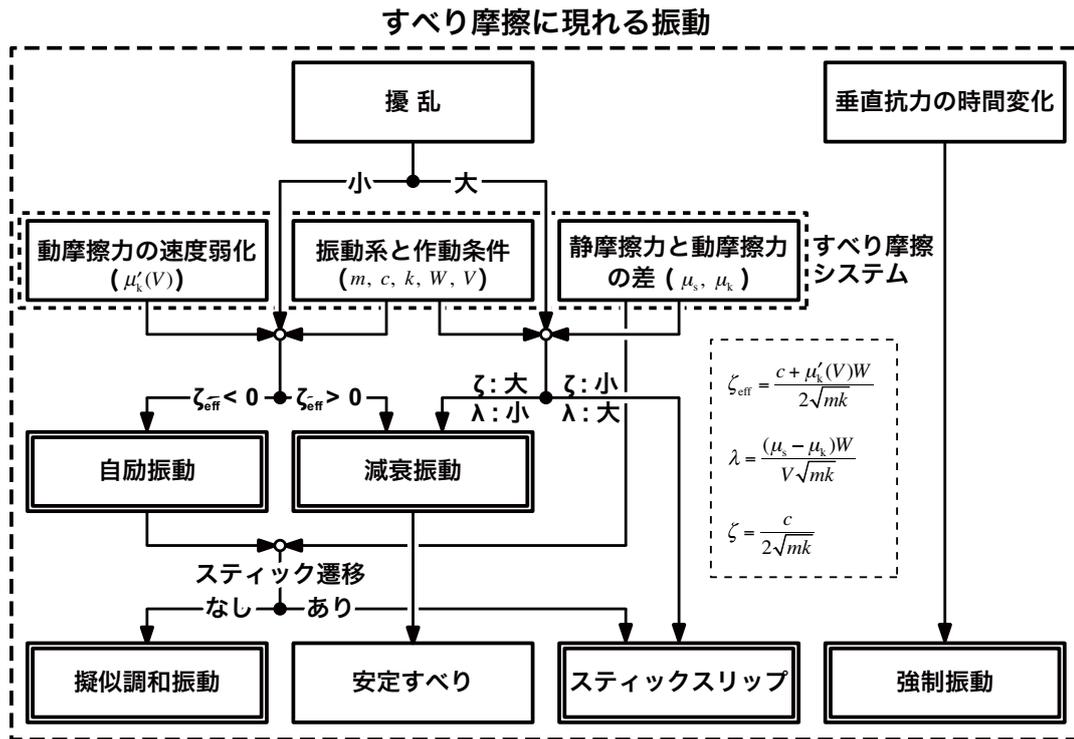


Figure 6.1 Relationship diagram between the vibrations appearing in 1-DOF sliding system and their suppression.

Table 6.1 Design guidelines of 1-DOF sliding system for the vibration suppression.

	減衰振動	自励振動	Stick-Slip	強制振動
m	小	小	小 大	小
k	低	低	ζ: 大 λ: 小 低 高	低
c	大	大	大	大
W		低	低	
V			高	共振の回避 低 高
μ_s			低	
μ_k			高	
μ'_k(V)	正 & 大	正 & 大	正 & 大	正 & 大

(2) 1 自由度系に現れる振動に対する新しい制振法の効果

第4章と第5章で提案した2つの新しい制振法は、両制振法ともに適用することで振動系に粘性減衰効果を与えることが自励振動を対象とした検証により明らかになっている。新しい制振法はともに、Figure 6.2に示すように振動系の構成に新たな減衰器(減衰係数： c_{add})が加わると考えて良い。ただし、新しい制振法によって生み出される粘性減衰効果には、すべり摩擦システムの構成要素が大きく関わっている。そのため、Table 6.1に示した振動を抑制するための設計指針を、高い減衰効果を得るための設計指針と併せてTable 6.2のようにまとめた。荷重の影響について注目すると、異方的な剛性の利用における減衰効果を高めるには荷重を高くすることが好ましいのに対して、自励振動の抑制には荷重を低くすることが好ましい。このように競合する場合は、減衰効果を大きくする変更が必ずしも振動の抑制につながらないことを意味している。ただし、それ以外の項目では競合していないので、第4章でも示したように自励振動は抑制可能である。自励振動以外の振動については、新しい制振法による減衰係数を高める設計指針と競合していないので、新しい制振法の適用が振動の抑制に有効であると判断できる。また、動摩擦係数を高めることが、どちらの制振法においても減衰効果を向上させており、動力伝達や制動に関わる機械製品への応用が有効であると言える。なお、異方的な支持剛性を利用する場合は、常にスリップした状態となるので、スティックスリップは発生しない。

第3章の強制振動とスティックスリップの共存系においても、新しい制振法の適用により、定常振動として現れるスティックスリップ成分を消失させることは可能であり、強制振動成分についても粘性減衰効果が働くので接線方向の振幅が低減される。

新しい制振法は、結果として系に減衰効果を与えるという点では同じであるが、減衰効果を発現させるメカニズムや構成は大きく異なる。そこで、アクティブ制振とパッシブ制振について特徴の比較を行い、Table 6.3にまとめた。どちらの手法でもインターフェースの変更を必要しない制振法であるが、アクティブ制振法は付加装置や制御するためのシステムが必要となるため費用がかさむだけでなく、構造の設計変更も多いことから、実際の系(機械製品)への適用は容易ではないと言わざるを得ない。ただし、動荷重の大きさは設計可能であり、減衰効果はソフトウェアの改良によって必要最小限抑えたり、経時変化への対応するような学習機能を付加することも可能である。それに対して、パッシブ制振法は、付加装置が必要ない分、コストも比較的安く抑えられ、支持剛性に異方性とミスアライメントを加える設計変更は必要であるが、比較的軽度と言える。ただし、すべり摩擦システムに与えられる減衰効果は、支持剛性の異方性が大きく、ミスアライメント角が 45° のときが最大であり、上限となる。以上を総合して考えると、異方的な支持剛性を利用したパッシブ制振法の方が、一般的な機械製品への適用性可能性が高いと評価でき、適用が推奨される。

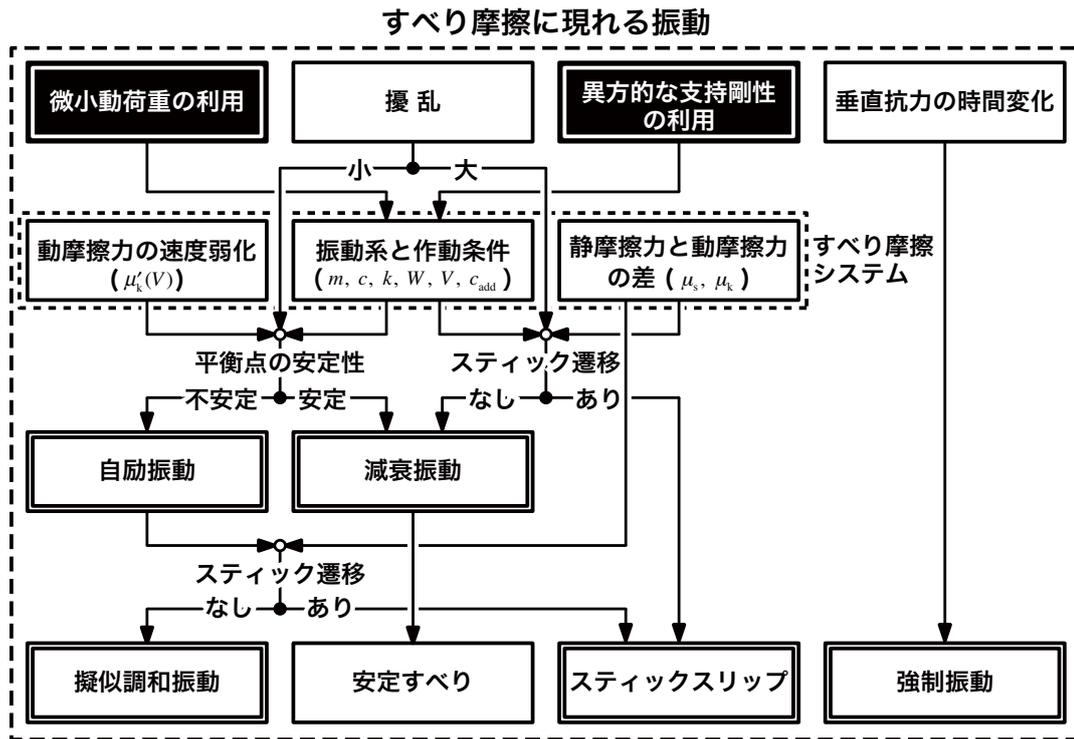


Figure 6.2 Relationship daigram between the new suppression methods and the vibrations appearing in sliding friction.

Table 6.2 Design guidelines of 1-DOF sliding system for the vibration suppression and the addtion of the damping effects using the proposed techniques.

	振動を抑制するための指針				減衰効果をもるための指針	
	減衰振動	自励振動	Stick-Slip	強制振動	微小動荷重の利用	異方的な剛性の利用
m	小	小	小	小		
$k (=k_{\xi})$	低	低	低	低		
c	大	大	大	大		
W_s		低	低			高※
V			高	共振の回避 低		低※
μ_s			低			
μ_k			高		高	高
$\mu'_k(V)$	正 & 大	正 & 大	正 & 大	正 & 大		
W_{d0}					高	
$\kappa (=k_{\eta}/k_{\xi})$						大
φ						45°

※ 異方的な支持剛性を利用する場合、Stick-Slip は生じないので、Stick-Slip 抑制の指針とは競合しない

Table 6.2 Comparison between active and passive methods on the applicability to mechanical products.

	微小動荷重の利用 (アクティブ制振法)	異方的な支持剛性の利用 (パッシブ制振法)
摩擦材の変更：不要	○	○
付加装置：不要	×	○
設計変更：少	×	○
適用コスト：低	×	○
減衰効果：上限無	○	×
経時変化：対応可	○	×
適用可能性：高	×	○

6.2 多自由度系への拡張に関する展望

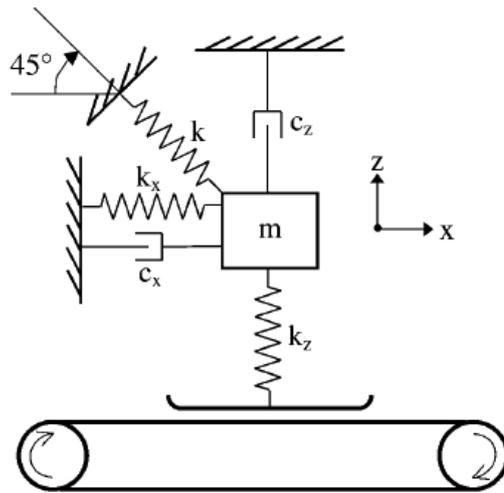
本節では、多自由度系に現れる振動に対する第4章と第5章で提案した2つの制振法の効果を考察する。提案した2つ制振法は、いずれも系に対して減衰効果の付加する働きをするので、振動に対する減衰係数の影響を調べた過去の研究の情報を参照して考察を行う。対象とする振動は、第2章のすべり摩擦に現れる振動の整理の中で触れた「モードカップリングによる自励振動」と「接触部の弾性変形を考慮した2自由度系のスティックスリップ」である。さらに、これまでの知見をもとに、多自由度系である実際の機械製品への適応可能性についても考察を行う。

(1) モードカップリングによる自励振動に対する制振効果

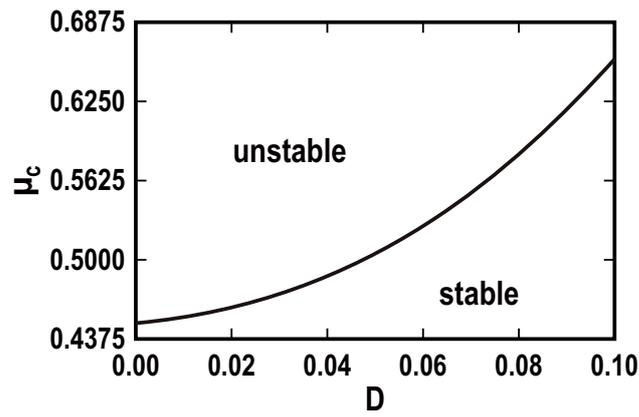
モードカップリングによる自励振動は、Figure 6.3 (a) に示すように質点を x 方向（接線方向）と z 方向（垂直方向）の剛性と斜め方向の剛性によって支持した2自由度系に現れる振動である [1-2]。Figure 6.3 (a) に示した2自由度系の運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_x + k/2 & -k/2 + \mu k_z \\ -k/2 & k_z + k/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = 0 \quad (6.1)$$

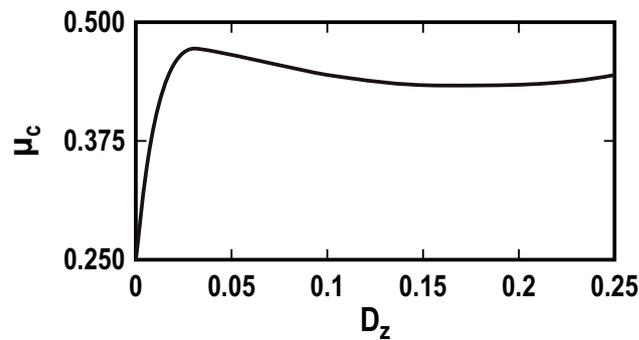
動摩擦力が作用することで、運動方程式の剛性行列の非対角項が異符号になると、摩擦特性がクーロン摩擦であったとしても系の平衡点が不安定となって自励振動が発生する [2]。動摩擦係数の増大によって不安定化する傾向があり、安定と不安定の臨界点における摩擦係数を臨界摩擦係数 μ_c と呼ぶ。Figure 6.3 (b) に臨界摩擦係数 μ_c に対する減衰定数 $D (= D_x = 1.25D_z)$ 、ただし、 $D_x = c_x / (2\omega_n m)$ の影響を示している。 x 軸方向と z 軸方向に粘性減衰を与えることで、系の平衡点を安定かすることは可能であり、 D を大きくすれば臨界摩擦係数が大きくなり、安定領域が拡大することがわかる [2]。ただし、Figure 6.3 (c) に示すように、垂直方向 (z 軸方向) の減衰係数 D_z を一方的に大きくしても、 $D_z = 0$ から D_x と同程度の $D_z = 0.035$ までは臨界摩擦係数 μ_c が単調に大きくなるが、それ以上では μ_c が減少する状況になっている。したがって、垂直方向 (z 軸方向) の減衰係数が十分に大きい場合には、接線方向 (x 軸方向) には粘性減衰の効果をもたらす本制振法による制振が可能であると考えられる。



(a) Analytical model: 2-DOF system with Coulomb friction



(b) Effect of damping coefficient D on the stability ($D = D_z = 1.25D_x$)

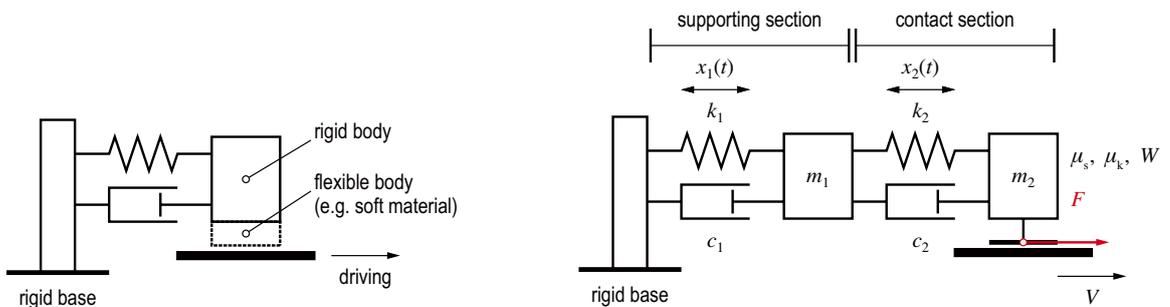


(c) Effect of damping coefficient D_z on the stability ($D_x = 0.036$)

Figure 6.3 Effect of the dampings on the mode-coupling instability ($D_i = c_i / (2\omega_i m)$) [2].

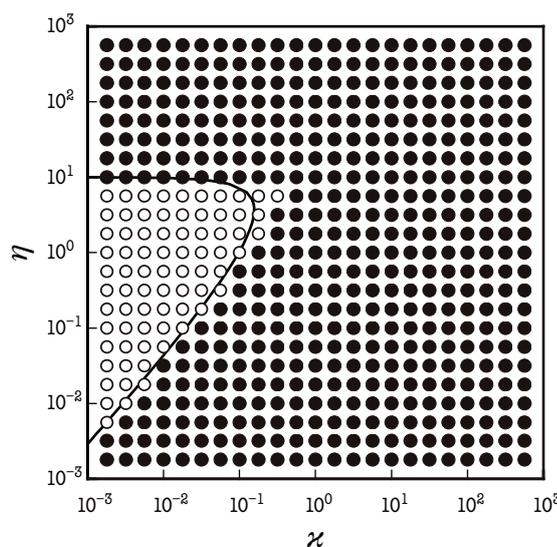
(2) 接触部の弾性変形を考慮した2自由度系のスティックスリップに対する制振効果

従動体における接触部が Figure 6.4 (a) に示すようにゴムのような弾性体の場合、摩擦力の作用によって接触部は大きく弾性変形することが考えられる。このような弾性変形を考慮した系は、Figure 6.4 (b) に示すような2つの質点を直列につなげて、接触部を模擬している質点のみに摩擦力が作用する2自由度の解析モデルで表される [3-4]。この2自由度系におけるスティックスリップの発生・非発生に対する剛性比 $\kappa (= k_2/k_1)$ と減衰係数の比 $\eta (= c_2/c_1)$ の影響を Figure 6.4 (c) に示す [4]。図より、減衰係数の比 η が大きすぎても小さすぎても振動を抑制できていないことから、異方的な支持剛性の利用によって支持部の減衰効果を大きくしても振動を抑制に効果がない場合があることがわかる。ただし、異方的な支持剛性の利用では、剛性の主軸方向と駆動方向の間にミスアライメントを与えるので、支持剛性の異方性が大きい場合には常にスリップ状態となり、スティックスリップの発生を抑制することができると考えられる。



(a) Schematic diagram of sliding system with tangential contact compliance

(b) Analytical model: 2-DOF system with Coulomb friction



(c) Effect of damping ratio η on the occurrence limit of stick-slip

Figure 6.4 Effect of the dampings on the occurrence limit of stick-slip in 2-DOF sliding system [4].

(3) 機械製品への適用可能性

最後に、本制振法の機械製品への適用可能性について、振動の発生原因が概ね特定されている自動車の湿式クラッチ、ディスクブレーキ、タイヤを挙げて以下に述べる。

湿式クラッチには、主に混合潤滑域での摩擦力の速度弱化が原因となってジャダと呼ばれる自励振動が生じる [5-6]。速度弱化による自励振動は、十分な減衰を与えることで系の平衡点を安定化させて、振動の発生を抑制できる。ただし、減衰を摩擦面に対して接線方向に与えることを考えた場合に、一般的な減衰要素を付加することは不可能である。支持剛性に異方性を利用した制振法の適用については、摩擦材やセパレータプレートの周方向の剛性に異方性を与えるためにスリット構造を加えることが考えられる。ただし、動力伝達能力や製品寿命といった1次性能に対するスリット構造の影響は不明であるので、適用にはより実機レベルでの評価が必要となる。

ディスクブレーキにおける振動は、面内振動と面外振動に大別され、面内振動は動摩擦力の速度弱化による自励振動、面外振動はモードカップリンの自励振動とされている [7]。面内振動については、支持剛性の異方性の利用による制振の考え方を適用可能であり、ブレーキパッドを支持する構造の剛性に異方性と摺動方向に対するミスアライメントを与えることで振動の抑制効果が期待できる。面外振動に関しては、上記(1)で述べたように、接線方向に減衰効果を与える本制振法のみでは対応できないが、ブレーキパッド背面に粘弾性体を入れることによる垂直方向の減衰効果の付与と併用することで振動の抑制が期待できる。

タイヤについては、急旋回時に発生するスキールは、トレッドゴムの摩擦係数が速度弱化の特性になることにより生じた自励振動であるとされている [8-9]。タイヤのトレッドの剛性を支持剛性とみなして、剛性に異方性を持たせる形状にすることで粘性減衰効を付加することは可能である。ただし、タイヤのトレッドパターンは、雨天時のグリップ性能の低下を抑制する目的でデザインされているので、水の排出性能と剛性の異方性を兼ね備えたデザインである必要がある。

以上のように、本制振法は現機械製品に対して即座に適用できる状況ではない。しかしながら、機械製品に要求される1次性能と2次性能の高い次元での両立という課題に対して、本制振法は実現の可能性を秘めた新しい方向性を示している。

(4) 機械製品の静音対策指針

すべり摩擦に現れる振動の抑制について述べてきたが、実際の機械製品では十分に制振できない可能性がある。振動の抑制は重要であるが、ユーザの快適性を損ねない程度の振動は、問題にならないことを認識しておく必要がある。ここでは、騒音の問題を解決するための手順について整理する。

静音対策の概要を Figure 6.5 に示す。発生した「振動」が空気という「媒体」を介して音として「人」に伝わり、人の耳で検知された振動がある閾値以上の場合に脳が不快感を示すように働きかけることで音が騒音として認識される。大きく分けて「振動源・音源」、「媒体」、「人」という3つに分けて整理すると以下のようにまとめられる。

【A. 振動源や音源における対応】

- A-1 振動の抑制による静音化
- A-2 振動数の調整による静音化
- A-3 振幅を抑える防振による静音化
- A-4 振動や音を外部に伝えない隔離による静音化

【B. 媒体における対応】

- B-1 空間の減衰効果による静音化
- B-2 吸音材による吸収による静音化
- B-3 遮蔽や反射を利用した経路変更による静音化

【C. 人への対応】

- C-1 異音のマスクングによる静音化
- C-2 人の隔離による静音化

Figure 6.5 に示すように振動源に近い対処法は、人との間にあるその他の対処法を考慮する必要がなくなるため、根本的な対処法と言える。ただし、根本的な対象法を実施するためには、

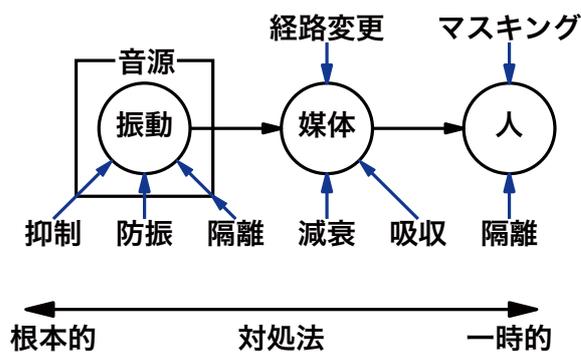


Figure 6.5 Noise reduction techniques.

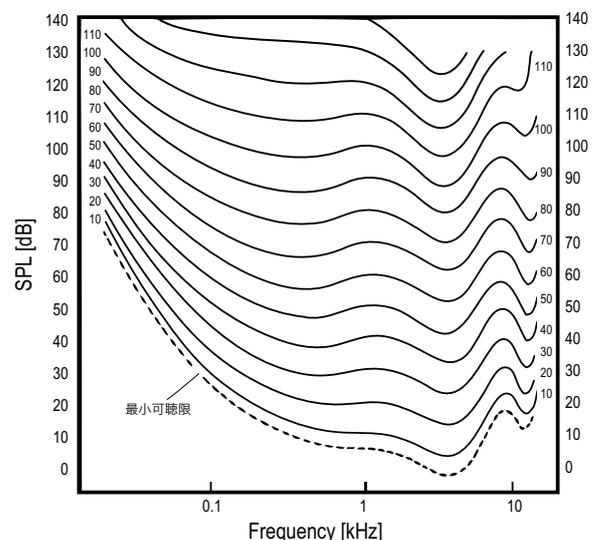


Figure 6.6 Acoustic sensitivity curve [10].

振動源や音源の特定が必要となるので、状況に応じた対処法を選択することになる。根本的な解決を目指すのであれば、A-1 や A-2 による対処が有効である。A-1 は、これまで述べてきたように系に十分な粘性減衰効果を適切に与えることが対処法となる。A-2 は、人の聴覚が Figure 6.6 に示すように音の振動数によって感度が異なるという特性 [10] をもつことを利用して、比較的低い振動数になるよう設計を変更することである。振動数を低くするには、質量を大きくして、剛性を低くすれば良い。ただし、そのような変更を行うことで振幅が大きくなり、振動として問題となることが懸念される。A-1, A-2 以外の対処法はすべり摩擦システムの外の対処法となり一般的な騒音問題の対処と同様 [11-12] であり、対処法を A から C へと検討することが無駄のない静音対策の手順である。

参考文献

- [1] N. Hoffmann, M. Fischer, R. Allgaier, & L. Gaul : A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations, *Mechanics Research Communications*, **29**, 4 (2002) pp.197–205.
- [2] N. Hoffmann, & L. Gaul : Effects of damping on mode-coupling instability in friction induced oscillations, *ZAMM-Journal of applied Mathematics and Mechanics*, **83**, 8 (2003) pp.524–534.
- [3] B.N.J. Persson : Theory of friction: the role of elasticity in boundary lubrication, *Physical Review B*, **50** (1994) pp.4771–4786.
- [4] K. Nakano, & S. Maegawa : Stick-slip in sliding systems with tangential contact compliance, *Tribology International*, **42** (2009) pp.1771–1780.
- [5] L.L. Ting : Engagement behavior of lubricated porous annular disks, *Wear*, **34** (1975) pp.159–182.
- [6] 加藤芳章, 赤坂量康, 山崎努 : ロックアップクラッチのスリップジャダー発生機構に関する研究 (第1報) – ジャダー中の μ -V 特性測定 –, *トライボロジスト*, **42**, 6 (1997) pp.485–491.
- [7] 末岡淳男, 劉孝宏 : 自動車用ディスクブレーキにおける騒音・振動, *トライボロジスト*, **48**, 1 (2003) 36–42.
- [8] 千田哲也, 中井幹雄, 横井雅之, 千葉喜一 : タイヤのスキールノイズに関する研究, *日本機械学会論文集 (C編)*, **50**, 449 (1984) pp.125–133.
- [9] 酒井秀男 : タイヤのスキールノイズに関する研究, *日本ゴム協会誌*, **67**, 2 (1994) pp.151–158.
- [10] D.W. Robinson, & R.S. Dadson : Threshold of hearing and equal-loudness relation for pure tones and loudness function, *J. Acoust. Soc. Am.*, **29** (1957) pp.1284–1288.
- [11] 安田仁彦 : 機械音響学, コロナ社 (2004)
- [12] 一宮亮一 : わかりやすい静音化技術, 森北出版 (2011)

第7章 結論

第1章「緒論」では、本研究の背景および目的について述べた。すべり摩擦に現れる振動について具体的な機械製品の例を挙げて俯瞰し、振動を抑制することの重要性を述べるとともに、抑制方法として摩擦材や潤滑剤の改良といったインターフェースの変更が現状の主流となっており、必ずしも製品性能として理想的な摩擦特性を実現できていないことを指摘した。また、本研究によって、振動を抑制するための機械システムの構成要素のあり方を調べることの意義と、それを行うために低自由度系を対象とした基礎的な検討の必要性について述べた。

第2章「すべり摩擦に現れる振動の整理」では、摩擦振動という言葉でまとめられがちなすべり摩擦に現れる振動について、主に1自由度系を中心に、「振動が発生する原因」と「結果として生じる振動」を結びつけて分類し、振動の特徴をまとめるとともに、各振動の関係を関係図として整理した。

第3章「強制振動とスティックスリップの関係」では、表面形状由来の強制振動と静摩擦力と動摩擦力の差によるスティックスリップという2つの定常振動の関係について、2つの振動が共存するすべり摩擦系を対象として実験的に調べた。その結果、以下の結論を得た。

- (1) 表面形状由来の強制振動が、接線方向の振動であるスティックスリップを法線方向に伝える。
- (2) それにより、各振動成分における接線方向と法線方向の振動の位相差に関係が現れる。
- (3) この関係を利用すれば、両振動は位相差に注目するだけで分離することができるので、表面形状の情報を含む強制振動性成分の抽出方法（すなわち、表面モニタリング方法）として展開が可能である。

第4章「微小動荷重を利用したアクティブ制振」では、動摩擦力の速度弱化による自励振動を対象とした新しい制振方法として、微小動荷重を利用したアクティブ制振法を提案した。また、本制振法について理論的かつ実験的に検証を行った。その結果、以下の結論を得た。

- (1) 微小動荷重を利用したアクティブ制振法は、フィードバック制御によって従動体の速度に応じて動荷重を微小に変動させることで、系に粘性減衰効果を与えることができる。
- (2) これを利用すれば、動摩擦係数が速度弱化の摩擦特性となる場合でも、系の平衡点を安定化させ、動摩擦力の速度弱化による自励振動を抑制できる。
- (3) 静荷重と比較して微小な動荷重の変動によって、振動を抑制できる。

第5章「異方的な支持剛性を利用したパッシブ制振」では、動摩擦力の速度弱化による自励振動を対象とした新しい制振方法として、異方的な支持剛性を利用したパッシブ制振法を提案した。また、本制振法について理論的に検証を行った。その結果、以下の結論を得た。

- (1) 従動体の支持剛性に異方性を持たせ、剛性の主軸方向と駆動方向の間にヨー軸まわりのミスアライメントを与えることで、系に粘性減衰効果を与えることができる。
- (2) これを利用すれば、動摩擦係数が速度弱化の摩擦特性となる場合でも、系の平衡点を安定化させ、動摩擦力の速度弱化による自励振動を抑制できる。
- (3) 系に粘性減衰効果を与えるためには、支持剛性の異方性とミスアライメントの両方が必要であり、ミスアライメント角度は45度が適当である。

第6章「考察」では、第2章から第5章の内容を総括して、各章における研究で得られた知見を元に、すべり摩擦に現れる振動の抑制に対する基本指針について考察した。

- (1) 第2章にて整理した振動の関係図をもとに、1自由度のすべり摩擦システムに現れる振動を抑制するための系の構成パラメータのあり方をまとめ、減衰係数を大きくすることが全ての振動に対して有効であることを示した。
- (2) 第4章と第5章にて提案した2つの新しい制振法は、どちらも系に粘性減衰効果を与えるので、第3章にて調べた強制振動とスティックスリップの共存系を含む1自由度のすべり摩擦システムに現れる振動全てに有効である。
- (3) 第4章で提案したアクティブ制振法と第5章したパッシブ制振法の長所と短所を比較するとともに、多自由度系への拡張に関する展望を示した。

以上から得られる本研究の結論を以下に述べる。

振動を発生させうる摩擦特性であっても、機械システムに十分な粘性減衰効果を適切に与えれば、すべり摩擦に現れる振動は抑制可能である。粘性減衰効果を与える方法としては、本研究で提案した異方的な支持剛性を利用した制振法が、比較的適用が容易であり推奨される。本制振法を適用することができれば、個々のインターフェースの優れた摩擦摩耗特性（例えばブレーキパッドなら高摩擦かつ低摩耗な材料）をそのまま利用できるのも、対象とする機械システムに応じた高性能なトライボシステム（例えば、理想的な性能と優れた快適性の両立したシステム）の発展につながる。

謝辞

本研究を行うにあたり、ご指導いただきました横浜国立大学 准教授 中野 健 先生に心から感謝いたします。中野 先生は、今から 10 年前にもなる学生時代の指導教官であり、大学 4 年生から修士課程前期までの 3 年間、多くのディスカッションを通して、研究の基本となる技術だけでなく考え方についてもご指導いただきました。その 3 年間の研究生活の中で、好奇心を満たす喜びを感じ、研究に楽しさを見出したことで、研究者という職を自身の道として見つけることができました。また現在も中野 先生には、2012 年 1 月から横浜国立大学の産学連携研究員として研究を行う場と、本研究をまとめる機会をご提供いただくとともに、小生の未熟な部分を多々ご指導いただきました。ここに感謝の意を記すだけでは表現しつくせないこの謝意は、今後の研究活動を通して具体的に表現していくつもりです。

また、本論文の審査員を務めてくださった横浜国立大学 教授 森下 信 先生、教授 山田 貴博 先生、准教授 白石 俊彦 先生、准教授 松井 和己 先生に心から感謝いたします。本論文の予備審査会にて貴重なご意見を賜り、本論文をまとめるにあたり大変参考になりました。また森下 先生には、進路についても気にかけていただきました。「浮き草になるな」とのお言葉を忘れず、今後も精進して参ります。

産学連携研究員という現職は、文部科学省のグリーン・ネットワーク・オブ・エクセレンス (GRENE) 事業「グリーントライボ・イノベーション・ネットワーク」のプロジェクトの資金によるものであり、国費によって研究の場を提供していただいたことを深く感謝いたします。また、GRENE の学際的なネットワークでは、東北大学 教授 栗原 和枝 先生、准教授 水上 雅史 先生、准教授 田邊 匡生 先生、岩手大学 教授 森 誠之 先生、物質・材料研究機構 土佐 正弘 様、山形大学 教授 古川 英光 先生、特任助教 宮 瑾 先生、和田 真人 様、東北大学 准教授 中嶋 健 先生、助教 藤波 想 先生、京都大学 教授 辻井 敬亘 先生、同志社大学 准教授 平山 朋子 先生、鶴岡工業高等専門学校 教授 佐藤 貴哉 先生、准教授 森永 隆志 先生、講師 上條 利夫 先生、その他の多くの先生方との交流を通して様々な刺激をうけたことが、本論文を執筆するにあたり糧となったことは間違いありません。ここにお礼申し上げます。

そして、これまでの研究生活をご支援いただいた多くの方々に心から感謝いたします。横浜国立大学 准教授 尾崎 伸吾 先生や青山学院大学 教授 松川 宏 先生には、他の研究にてご支援いただくとともに、異なる観点からの有意義な刺激を多くいただきました。また、中野研究室の皆様とは卒業してからも学会を通して親しくしていただき、山本 浩司 さん (現 京都大学 特定准教授)、秋山 陽 さん (現 三菱重工業株式会社 主任研究員)、野上 武史 君 (パレス化学株式会社)、眞鍋 和幹 君 (現 トヨタ自動車株式会社)、前川 覚 君 (現 名古屋工業

大学 特任助教), 小西 正三郎 さん (JX 日鉱日石エネルギー株式会社), 仁平 貴大 君, 角直広 君, その他の歴代の研究室メンバーおよび現メンバーの皆様には, 様々な形でお世話になりました. 秘書の吉武 知美 様には, 細かな気配りで研究に集中できる環境を作ってくださいました. そして, 現職に就いてこのように本論文をまとめられたのは, 前職での成長があったからこそであり, 在籍時にお世話になりました株式会社 東芝 研究開発センター 機械・システムラボラトリー トライボロジーグループの服部 仁志 様, 吉井 保夫 様, 福島 春信 様, 伊藤 安孝 様に感謝したいと思います.

最後に, これまでの研究生活を支えてくれた家族に心から感謝します. 自身の職もありながら家事と育児を一手に引き受け, いつも支えとなってくれた妻には, いくら感謝しても感謝しきれません. 育児に関しては, 妻のご両親に多大なるご支援をいただきました. また, 前職を退職したことで, 父母や2人の姉にも心労をかけることになり申し訳なく思っていますが, 何も言わず信じてくれていることに感謝しています.

私を支えてくれている人を裏切ることがないように, 今後の研究活動も真摯に取り組むことをここに誓い, この謝辞を終えることにします.

2014年 2月

田所 千治

研究業績リスト

(A) 研究論文 (学術誌・査読付)

- [1] Ken Nakano, Chiharu Tadokoro, Naohiro Kado, "Yawing angular misalignment provides positive damping to suppress frictional vibration: basic applicability to disc brake systems", SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems, Vol.6, No.3 (2013) 1493-1498.
- [2] 角 直広, 田所 千治, 中野 健, "摩擦振動が生む動摩擦係数の計測誤差", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.803 (2013/07) pp.2635-2643.
- [3] 前川 寛, 糸魚川 文広, 新吉 隆利, 鈴木 厚, 田所 千治, 中野 健, "弾性体の実効的な静摩擦係数に関する設計指針", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.803 (2013/07) pp.2622-2634.
- [4] 津久井 祐徳, 尾崎 伸吾, 眞鍋 和幹, 田所 千治, 中野 健, "球衝突による潤滑平面の塑性圧痕形成プロセスの ALE 有限要素解析", 日本機械学会論文集 A 編, Vol.79, No.800 (2013/04) pp.477-488.
- [5] Chiharu Tadokoro, Yasuo Yoshii, Hitoshi Hattori, Daisuke Nishino, "Friction and wear properties of PTFE sliding seals: influence of surface conditions of seal gland on friction properties", Tribology Online, Vol.5, No.6 (2010/11) pp.266-270.
- [6] 田所 千治, 中野 健, "微小動荷重制御による摩擦振動抑制法", トライボロジスト, Vol.50, No.11 (2005/11) pp.799-807.
- [7] 中野 健, 田所 千治, 早川 純平, 山本 浩司, "摩擦変動スペクトルに基づく接触面情報の抽出", トライボロジスト, Vol.50, No.11 (2005/11) pp.799-807.

(B) 研究論文 (国際会議論文・査読付)

- [1] Chiharu Tadokoro, Ken Nakano, "Spontaneous change in effective viscosity of a liquid crystal by surface anchoring in an EHD contact", Proceedings of the ASME/STLE 2012 International Joint Tribology Conference (2012/10) IJTC2012-61195.
- [2] Ken Nakano, Chiharu Tadokoro, Naohiro Kado, "Anti-vibration tribometer using viscous damping effect generated by lateral slip", Proceedings of the ASME/STLE 2012 International Joint Tribology Conference (2012/10) IJTC2012-61194.

(C) 研究論文 (学術会議論文・査読無)

- [1] 田所 千治, 辻井 敬亘, 中野 健, "液晶 EHL 膜の自律的な粘度変化に及ぼす境界膜の影響", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (福岡 2013-10) D23.
- [2] 田所 千治, 竹島 一帆, 東福寺 智子, 中野 健, "摩擦ベルト伝動面における固着すべり遷移の高速度光弾性観察:水膜の影響", トライボロジー会議予稿集(日本トライボロジー学会) (福岡 2013-10) C2.
- [3] Chiharu Tadokoro & Ken Nakano, "Self-controlled viscosity using interaction between liquid crystals and boundary films", World tribology Congress 2013 (2013/09) 782.
- [4] 田所 千治, 角 直広, 星 啓太, 中野 健, "摩擦ベルト伝動面における固着すべり遷移の高速度光弾性観察", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (東京 2013-5) B32.
- [5] 田所 千治, 中野 健, "表面アンカリングが誘起する液晶 EHL 膜の自発的な粘度変化", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (室蘭 2012-9) pp.431-432.
- [6] 田所 千治, 中野 健, "異方的な支持剛性を利用した摩擦振動の抑制", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (東京 2012-5) pp.59-60.
- [7] Chiharu Tadokoro, Yasuo Yoshii, Hitoshi Hattori & Daisuke Nishino, "Friction and wear properties of PTFE sliding seals", Proceedings of the 4th International Tribology Congress (ASIATRIB 2010) ID:1073.
- [8] Chiharu Tadokoro, Yasuo Yoshii, Hitoshi Hattori & Daisuke Nishino, "Friction and wear properties of PTFE sliding seals", World tribology Congress 2009 (2009/09) P.605.
- [9] 田所 千治, 吉井 保夫, 服部 仁志, 西野 大助, "高速高精度駆動用シール機構の開発", 日本機械学会 2008 年度年次大会講演論文集 Vol.4 (2008) pp.127-128.
- [10] 田所 千治, 吉井 保夫, 服部 仁志, 西野 大助, "揺動運動シールの摩擦摩耗特性 (揺動運動シールの密封性と耐久性)", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (佐賀 2007-9) pp.207-208.
- [11] 田所 千治, 吉井 保夫, 服部 仁志, 西野 大助, "揺動運動シールの摩擦摩耗特性 (駆動制御に適した摩擦特性を示す条件)", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (東京 2007-5) pp.137-138.
- [12] Ken Nakano, Chiharu Tadokoro & Junpei Hayakawa, "A control system of friction-induced vibration by using normal load fluctuation", Synopses of the International Tribology Conference, Kobe 2005 (2005/05) P.373.

- [13] 中野 健, 田所 千治, 片山 義則, " 垂直荷重変動による摩擦振動制御 (第 2 報) ", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (鳥取 2004-11) pp.275-276.
- [14] 中野 健, 田所 千治, 早川 純平, " 摩擦変動スペクトルを用いた接触面モニタリング ", 機械力学・計測制御部門講演会講演論文集 No.04-5 (日本機械学会) (鳥取 2004) pp.269.
- [15] 中野 健, 田所 千治, 山本 浩司, " 摩擦変動成分に含まれる接触面情報 (第 4 報) ", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (東京 2004-5) pp.323-324.
- [16] 中野 健, 田所 千治, " 垂直荷重変動による摩擦振動制御 (第 1 報) ", トライボロジー会議予稿集 (日本トライボロジー学会) (新潟 2003-11) pp.395-396.

