

1 はじめに

1.1 煙火と煙火弾道について

煙火 (**Fireworks or Pyrotechnics**) は花火とも呼ばれ、日本では夏の夜を彩る風物詩である。球形の菊花型割物花火は日本で発達し、その芸術性は世界で高く評価されてきた。球形の菊花型割物花火の代表は十号玉で、主として単発で打ち上げられ、その色、形、変化、音が観賞の対象になった。一方、近年の経済の発展に伴い、単発の煙火打ち上げより、多数の花火をストーリーを作って次々に打ち上げるスターメインが主流になりつつある。

煙火の主要な構成要素は、打揚筒 (**mortar**)、玉 (**shell**) 及び星 (**star**) である。玉および星は打揚筒から打ち上げられる。打ち上げられた玉は空気中を上昇し、頂点付近で開発 (破裂) して燃える星を放出し、空中に大輪または多数の小輪の花を咲かせる。打揚筒から直接打ち上げられた星は、燃えながら上昇し、地上に咲く火の花を表現する。

打揚筒の中には、揚薬と玉または星が装填される。揚薬に点火されると、揚薬は急速に燃焼し、ガスを発生する。このガス圧力によって、玉または星は運動を開始し、筒口より高速で空中に打ち上げられる。この間の力学を取り扱うのが筒内弾道学 (**interior ballistics**) である。銃砲弾の砲内弾道学は高度の発達を遂げているものと思われる。しかし、煙火の筒内弾道学の研究は少ない。

打揚筒から打ち上げられた玉及び星は、空気抵抗を受けながら上昇し、それぞれ頂点に達して開発したり、打ち上げられてからある時間光の軌跡を描く。この間の力学を取り扱うのが筒外弾道学 (**exterior ballistics**) である。煙火の筒外弾道学についての研究はいくつかあるが、高速度ビデオカメラが発達した現在、既存の煙火の筒外弾道学を見なおすことも意味があることと思われる。

空中に打ち上げられた玉は、頂点付近で開発 (破裂) し、燃えている星を放出して、空に火の花をさかせる。この間の力学を取り扱うのが煙火の開発弾道学である。煙火の開発弾道学についての研究も少ない。高速度ビデオカメラを使った新たな研究が期待される。

1.2 本研究の目的

本研究の目的は、(1)筒内弾道について、高速度ビデオカメラによる初速の測定、筒内圧力プロファイルの測定とそれを基にした初速の計算法の確立、及び(2)筒外弾道について、玉・星の抵抗係数とレイノルズ数の関係に近似式を導入して、軌道方程式を微分形のまま取り扱う方法の研究、にある。そして、この煙火の筒内弾道及び筒外弾道に関する課題について、実験と解析を行い、新しい知見を加え、煙火学の発

展に寄与することである。

煙火打揚において、初速(玉の筒出口速度)の測定には、煙火独特の難しさがある。ひとつに、筒口が揚薬の噴煙で覆われてしまうために、筒口で玉の直接の動きを観察できず、いろいろ工夫を必要とする。高速ビデオカメラ²⁸⁾、筒内圧力プロファイルの測定²⁹⁾、線的を用いる方法³⁰⁾、透明筒を用いた可視化³¹⁾、などが試みられている。最も一般的な方法は、高速ビデオカメラによる噴煙(筒口から5 m ~ 10m近く)から現れる玉を追跡する方法である。しかし、測定方法の差異が 10% ~ 20%ほどになるという報告がある^{28,29)}。打揚時における初速の不確かさは、その後の玉の到達高度や飛行時間、あるいは軌道そのものに影響を及ぼすことになる。

初速の測定を難しくしているもうひとつの理由は、打揚筒と玉とのクリアランスの存在である。揚薬として使用される黒色火薬とクリアランスは煙火に不可欠であるが、同時にこのクリアランスが黒色火薬の燃焼の不安定要因となっていることも否定できない。同じ筒を用いて、同じ揚薬量で、初速バラツクのは経験するところである。初速をコントロールするには、筒内での圧力発生とそれに誘起される玉の筒内での運動の把握が欠かせない。高速ビデオカメラによる初速の測定、筒内圧力プロファイルの測定とそれを基にした初速の計算法の確立、が必要である。

煙火打揚に関するもうひとつの課題は、筒外弾道における軌道方程式の研究である。既往の研究では、玉の抵抗係数を定数(レイノルズ数依存は一定)とにおいて、軌道方程式を積分して必要な諸量を計算する。あるいは、玉の軌道を高速度ビデオカメラで計測し、データを、たとえば、多項式近似をし、さらにそれを微分して速度関数を得る。そして軌道方程式を用いて抵抗係数をレイノルズ数の関数として求める方法がとられる。いずれの方法による抵抗係数もレイノルズ数の低い領域で、異常の大きい係数値をもたらす。この理由は、元々の軌道方程式が、打揚直後(筒口近傍)、や落下における終端速度のような高速領域でないと成り立たない近似であることによる。本研究では、抵抗係数とレイノルズ数の関係に近似式を導入して、軌道方程式を微分形のまま取り扱う方法を研究する。また、抵抗係数の新しい問題として、燃焼する星の抵抗係数の問題を追究する。さらに、煙火打揚時における保安上の見地から必要とされる、運動軌跡の3次元解析の結果について述べる。

1.3 煙火の歴史

最初の煙火は黒色火薬を使ったものであった。煙火の歴史は黒色火薬の歴史と重なる。黒色火薬は、硝石、硫黄及び木炭の混合物である。8世紀後半に中国唐代に発明されたと考えられている⁷⁻¹⁰⁾。

黒色火薬の最初の用途は医薬であった。10世紀には、焼夷剤として中国で軍

用に使われるようになった。12世紀には、宋代の中国で黒色火薬を使った煙火が現れた。黒色火薬を使わない竹だけを使った爆竹はそれ以前から中国に存在した。黒色火薬を使った爆竹は爆杖と呼ばれ、12世紀の宋の都（現在の開封）の様子を記した「東京夢華録」¹⁵⁾に書かれている。しかしこの爆杖は娯楽用の煙火としてではなく行事の合図をする信号として使われていた。

12世紀の宋の時代を背景とした小説「金瓶梅」¹⁶⁾には娯楽のための煙火を楽しむ記述がある。そして、いくつかの煙火の名前が記されている。この小説は後世の明の時代に書かれたものであり、正確に宋の時代に使われていた娯楽用の煙火を記述していたかどうかは不明である。

その後の12世紀の南宋の都臨安（現在の杭州）の様子を記した書籍¹⁷⁾には色々な煙火の名前が上げられている。黒色火薬を用いた娯楽用の煙火が初めて表れたのは12世紀の中国の宋の時代としてよいであろう。

黒色火薬は、13世紀にはアラブを経てヨーロッパに伝わったといわれる。ロジャー・ベーコンが黒色火薬の実験をしたことが知られている。Lancaster¹¹⁾によれば13世紀末に、イタリアのフローレンス地方で煙火が始まったとされている。そして、15から16世紀にかけて、煙火は他のヨーロッパ諸国に伝わったと伝えられている。以来欧米では、今日までイタリア人の花火師が多い。

ロシアやイギリスでは王宮の花火が盛んであった。その後、伝統的な地中海型の煙火と異なる北ヨーロッパ型の煙火も発達した。

日本では、1543年種子島に鉄砲が伝来したとき、同時に黒色火薬も伝来した。日本に伝来した鉄砲はただちに模造され、大量に製造され、一時期日本は世界の鉄砲生産国になった。織田・豊臣・徳川3家の日本統一には、鉄砲が重要な役割を果たした。日本の煙火も黒色火薬伝来によって始まった。

最初の日本の煙火は奉納花火であった。手筒花火、綱火、竜勢などが神社への奉納花火として今日まで伝わっている。享保17年（1732）江戸では疫病が流行した。疫病退散のため隅田川で施餓鬼が行われた。その翌年（1733）両国川（現在の隅田川）の両岸の水茶屋が前年にならって川施餓鬼を行った。その余興として花火が打ち揚げられた。今日の隅田川花火大会につながる両国川開きの始まりである。

徳川家康は、慶長18年（1613）8月6日に駿府城で明人の打ち揚げる煙火を楽しんだと言われる。日本における初期の煙火観賞である。1648年6月には、河口を除いて江戸での花火打ち揚げ禁止例が出た。

1658年、大和篠原の弥兵衛が江戸日本橋横山町に店を構えて、現在の乱玉に相当する花火を売り出し、人気を得た。鍵屋の誕生である。1810年鍵屋の手代

清七が玉屋として分家して、鍵屋、玉屋の時代となる。

徳川家康が天下を統一すると、砲術家の一部は火術家として火薬を使った信号（のろし）の研究をした。この結果、これらは後の観賞用の竜勢や打揚煙火の発達につながった。

江戸時代の煙火は、黒色火薬の燃焼を主体としたもので、燃焼温度は低く、明るい色や多彩な色は出せなかった。しかし 1879 年にマッチと共に塩素酸カリウムが輸入されると、打ち揚げられる煙火の色は変わった。煙火の燃焼温度が高くなり、色火剤を用いて明るいろいろな色彩を出せるようになった。

さらにアルミニウムやマグネシウムが使われるようになると、一段と輝く煙火も作られるようになった。最近ではチタンなども用いられるようになり、花雷という雷音を伴って輝く昼花火も登場している。

近年の日本の特徴的な煙火は球形煙火である。直径約 30 センチメートルの十号玉が標準的なものであるが、1891 年には新潟県片貝村で三尺玉（現在の三十号玉）が打ち揚げられた。1928 年には、日本の花火を代表する八重心菊花型花火が長野の青木儀作によって造られた。

中国は現在世界の最大煙火生産国である。現在の中国煙火は日本の球形煙火を元にして下に円錐台形の揚薬をとりつけた煙火玉が標準型となっている。これが世界各国に輸出されている。

ヨーロッパの煙火は従来円筒型であった。しかし中国品が世界に行き渡ってきたので、現在の世界の打揚煙火玉の多くは円錐台形揚薬付き球形花火となっていると思われる。

1.4 煙火弾道学と従来の研究

煙火弾道学は、煙火の玉及び星の運動を取り扱う学問である。銃砲の弾道学は既に成熟しているが、砲内弾道学、砲外弾道学及び終末弾道学（**terminal ballistics**）に分けられている。煙火弾道学もこれにならって、筒内弾道学、筒外弾道学及び開発弾道学に分ける。

砲内弾道と筒内弾道の違いの一つは、砲内弾道では砲身と砲弾が密着してガス漏れがないことである。これに対して、筒内弾道では打揚筒と打揚玉の間にはかなりの隙間があり、ガスが漏れることである。もう一つの違いは、銃砲では初速が速く、砲腔圧力も高い。これに対して、煙火では玉や星の初速は砲弾に比べて遅く、筒内圧力も低い。

銃砲弾は空気中を高速で飛行し、遠方まで到達する。現在の銃砲弾は流線型で空気抵抗を極力小さくしている。煙火の玉は球形、球形に附属品をつけたもの、

あるいは円筒形である。かなりの空気抵抗を受ける。一方、空気中の飛行速度は銃砲弾に比べると小さい。星も球形または円筒形である。星の場合は燃えながら空気中を飛翔する。

銃砲弾の終末弾道は複雑である。筆者には知識がないので言及しない。煙火玉の開発弾道は、割薬の爆燃による玉皮の破裂、星の着火と放出、および星の飛翔といろいろな形状の花の形成に分けられる。

煙火の弾道学については清水の先駆的な研究があり、初期の研究は著書にまとめられている^{1)~3)}。

煙火の筒内弾道学は二つに分けられる。一つは、打揚筒内での揚薬の燃焼とその燃焼ガスによる圧力の発生である。他の一つは、発生ガスによる玉または星の運動である。煙火の揚薬として使われている黒色火薬は銃砲弾の発射薬として長い間使われてきた。そのためかなりの研究が行われた^{12) 13)}。清水¹⁾は、砲内弾道学のパラメータを使って、煙火の筒内弾道の先駆的研究を行っている。この研究成果はRussellの著書⁴⁾に引用されている。Kosankeら⁵⁾及びMarcer⁶⁾はコンピュータを用いて筒内弾道学にアプローチしている。

煙火の筒外弾道学についても清水の先駆的研究がある。Marcer⁶⁾やKosankeら⁵⁾もコンピュータを用いたアプローチをしている。Russell⁴⁾は煙火の外部弾道学を清水の方法を用いてわかりやすく解説している。

煙火の開発弾道学についても清水^{26) 27)}の研究がある。しかし、この研究成果を実用化するのには現在のところ難しい。Russell⁴⁾の著書にも引用されていない。

1.5 本研究の概要

本研究では、煙火弾道学を筒内及び筒外弾道学に分けて研究した。

筒内弾道の研究では、玉・星の打揚実験を行い、高速度ビデオカメラによる初速の測定結果について(煙火の構成要素(打揚筒、玉・星、揚薬)を特徴づけるパラメータとして、質量比(玉・星の質量/揚薬の質量)と間隙量(筒と玉・星との隙間)があり)、初速をこの2個のパラメータで整理すると、初速は質量比の増加と反比例の関係にあること、同一の質量比に対して、間隙量が小さいほど、初速は速いという結果が得られた。また、初速に関する既存の測定結果との比較ができること、そして、質量比と間隙量が同じ程度であれば、多くの初速のデータは本実験の範囲内に整理されるという結果を得た(ただし、筒の長さの影響については初速(測定値)に含まれる)。また、底部圧力プロフィールを砲内弾道の発射公式に用いて、煙火玉・星の初速の計算を行い、高速度ビデオカメラの結果と比較した。間隙量が小さい場合(これは、多くの玉について満足されている)底部圧力プロフィールから求めた初速は、高速度ビデオカメラの解析結果と

良い一致をみた¹⁸⁾。星の場合、間隙量が増加するに伴って、筒内に圧力分布が生じ、さらに揚薬の燃焼ガスが間隙から漏れて星の前面にも圧力を加える結果、測定結果の差異は大きくなるという結果になった²¹⁾。

透明筒を用いた筒内の星の運動の可視化の結果について纏めた。間隙量が大きくなると、筒内に設置した圧力プロファイルから、筒内の玉・星の運動の軌跡を知ることが困難になる。隙間を通して起こる発生ガスの漏れが玉・星の運動の抵抗となること、そして、筒底部圧力プロファイルから玉・星に作用する正味の駆動力を評価できなくなることが分かった²⁴⁾。砲内弾道発射公式の微分方程式に境界条件を課すことにより、近似的に筒内の星の運動のモデル化を行いそのモデルの妥当性を確認した。

筒外弾道の研究では、模擬玉の空気抵抗係数の計測と解析についてのべた。まず、いくつかの模擬玉について、自由落下実験、風洞実験により、基準となる抵抗係数を求めた¹⁹⁾。ついでレイノルズ数との関係を決める最適な近似式を検討した¹⁴⁾。その結果、抵抗係数の絶対値については、今後検討の余地があるが、多くの打揚実験で使用される係数をベースとする、抵抗係数のレイノルズ数依存を取り入れた近似式を得ることができた。

星の燃焼時間の測定と軌道計算の結果をまとめ、燃える星の抵抗係数についてモデルを提出した^{20),22),23)}。星の軌道は空気抗力を考慮した放物運動式で表わした。初速が与えられれば、最高到達高度、飛行時間は星に作用する空気抗力のみ依存すると仮定した。その抗力は抵抗係数に比例して、星の直径に反比例する。星の直径の時間変化を星の線燃焼速度で表わせれば、抗力を時間に依存する抗力係数で表現できる。ここでは、抗力係数を時間の一次関数であらわし、2個の未定係数を、観測軌跡を満たすようにきめた。例外(星の異常燃焼など)はあるが、多くの打揚軌跡について未定係数を求めると、これらは一定値にまとめられることが分かった。これらを用いて燃焼星の軌道計算は可能となったが、異なる実験条件での使用には、更なる検討が必要である。

打揚時における保安上の見地から必要とされる運動軌跡の3次元解析を行った²⁵⁾。軌道の3次元データから、抵抗係数を推定し、実測軌跡に合うように、風速、風向、打揚角などのパラメータ変数を求める3次元運動のシミュレーションにより、これらのパラメータが軌道に及ぼす影響が検討可能になった。

参考文献

- 1) 清水武夫、「花火」、一ツ橋書房、1957
- 2) 清水武夫、「花火の話」、河出書房新社、1976
- 3) Takeo Shimizu, “Fireworks. The Art, Science and Technique”, Maruzen, 1981

- 4) Michael S. Russell, "The Chemistry of Fireworks", Royal Society of Chemistry, 2000
- 5) K.L. Kosanke and B.J. Kosanke, "Computer Modeling of Aerial Shell Ballistics", Pyrotechnica, XIV (1992)
- 6) J..E. Marcer, "Thermodynamics of Black Powder and Aerodynamics of Propelled Aerial Shells", J. Pyrotechnics, Issue 16, Winter 2002, p.37
- 7) 尾尾永康、「中国化学史」、朝倉書店、1995
- 8) 丁懋、「古代火薬技術簡史」、工業火薬、47(2)、111(1986)
- 9) 南坊平造、「火薬は誰が発明したか」、工業火薬協会誌、28(4)、322(1967)
- 10) Yu Song, "Pyrotechnics in Ancient China", Proceedings of the 11th Symposium on Explosives and Pyrotechnics, Philadelphia, USA (1981), 2-1
- 11) R.R.Lancaster, "Fireworks. Principle and Practice", Chemical Publishing Co., Inc., 3rd Edition, 1998
- 12) R. A. Sasse, "Black Powder", in L. Stiefell, "Gun Propulsion Technology", the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1988, Chapter 2
- 13) 柴田寛利、「ストランド試験機による燃速評価の研究」、法政大学大学院工学研究科機械工学専攻吉田研究室平成8年度修士論文(1996):長谷川隆之、柴田寛利、野島貴司、原一男、吉田忠雄、「ストランド試験機を用いたエネルギー物質の燃焼特性評価」、災害の研究、27、p.201(1995)
- 14) Sighard F.Hoerner, Fluid-Dynamic Drag, Published by Author, p3-8 (1958)
- 15) 孟元老、「東京夢華録」、1147(入矢義高、梅原郁 訳、「東京夢華録—宋代の都市と生活」、東洋文庫 598、平凡社、1996)
- 16) 笑笑生、「金瓶梅」、1610年頃(小野忍、千田丸一 訳、「金瓶梅(五)」、岩波書店、第42回、pp.31-57、1973)
- 17) 岡田要、「中国の爆竹について(その起源より現代に至るまで)(その二)」、鉄砲史研究、188号、1(1987)
- 18) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki and T. Yoshida, "Interior Pressure in Mortar and Motion of No.3 Shell in the Fireworks Shot", J. Pyrotechnics, Issue 22, pp.3-8, Winter 2005
- 19) Y. Ooki, D. Ding, Y. Nemoto and T. Yoshida, "Air Resistance of Spherical Fireworks Shells", Science and Technology of Energetic Materials, 第67

- 卷、No.1、pp.39-42、2006年1・2月
- 20) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki and T. Yoshida, "Burning and Air Resistance of Fireworks Stars", *Science and Technology of Energetic Materials*, 第67巻、No.1、pp.43-47、2006年1・2月
 - 21) D. Ding, M. Higaki, Y. Ooki and T. Yoshida, "Pressure in Mortar and Estimation of Muzzle Velocity of Expelled Stars", *J. Pyrotechnics*, Issue 22, pp.50-60、Winter 2005
 - 22) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki and T. Yoshida, "Exterior Ballistics of Firework Stars (1) Trajectory of Stars with Long Burning Time", *ibid.*, in contribution
 - 23) M. Higaki, D. Ding, Y. Ooki and T. Yoshida, "Burning Characteristics of Firework Stars and Lifting Charge", *ibid.*, in contribution
 - 24) M. Higaki, D. Ding, Y. Ooki, K. Ito and T. Yoshida, "Interior Ballistics (2) Motion of Firework Star in a Transparent Mortar", *J. Pyrotechnics*, in contribution
 - 25) D. Ding, Y. Ooki, M. Higaki and T. Yoshida, "Ballistics of a No.3 Spherical Shell with Illuminant", *J. Pyrotechnics*, Issue 23、pp.30-38、Summer 2006
 - 26) 清水武夫、「菊花型花火(割物)の設計条件について(1)」、*工業火薬協会誌*、**17**(4)、251(1956)
 - 27) 清水武夫、「菊花型花火(割物)の設計条件について(2)」、*ibid.*、**18**(1)、50(1957)
 - 28) 松永猛裕、和田有司、石田英史、伊藤 葵、畑中修二、田村昌三、小林直太、吉田忠雄、打揚煙火模擬玉の弾道式とその妥当性の検証、打揚煙火の安全の研究(第二報)、*工業火薬 Vol.50、No.6*, pp.478-485、1989
 - 29) 高野剛弘、飯田光明、畑中修二、駿河紀秀、煙火玉筒内弾道の研究(2)、*火薬学会秋季研究発表講演会講演要旨集*、pp.147-148、2006
 - 30) 高野剛弘、戸黒孝三、町田昌一、瀧塚道則、飯田光明、畑中修二、駿河紀秀、煙火玉の打揚実験(2)、*火薬学会 2005年度年会講演要旨集*、pp.67-70、2005
 - 31) M. Hosoya and H. Hosoya, *Science of Fireworks*, Tokai University Publishing Association, p.98, 1999

2 筒内弾道 (1) 筒内圧カプロフィールと初期速度

2.1 はじめに

長さ、内径の異なる三種類の打揚筒を用いて、3号玉および径と質量の異なる星の打揚実験をおこない、高速ビデオカメラによる初速測定と初速におよぼす間隙率、玉・星の質量、揚薬量、の影響について調べた。また、筒内圧カプロフィールの測定データをもとに、砲内弾道の発射公式を用いて、初速、玉・星の筒内の運動の軌跡、を求めた。

2.2 実験

2.2.1 試料

打揚火薬 (揚薬)、点火玉には、日本化薬 (株) 製の黒色小粒火薬を用いた。花火玉及び星は須永花火 (株) より購入又は提供された3号玉及び各種星を用いた。

2.2.2 装置

玉の打揚実験には Fig. 2.1 に示す3号玉用打揚筒を用いた。筒底部と中間部2箇所に圧力測定センサー (Kistler 6041A) を取り付けた。圧力センサーで検出された圧力信号は、チャージアンプ (Kistler 5011) で増幅され、デジタルオシロスコープ (Sony Tektronix TDS3012) により記録した。

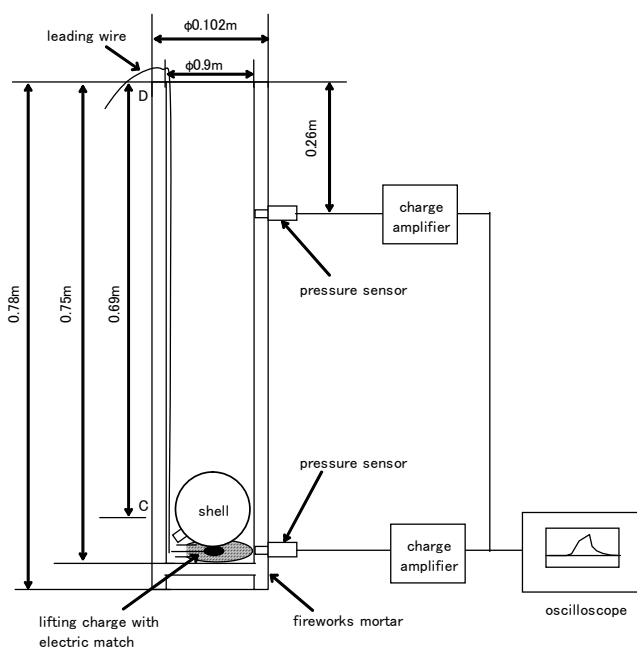


Fig.2.1 Fireworks mortar and pressure measuring system for No.3 shell

星の打揚実験には Fig. 2.2 に示す各種打揚筒を用いた。

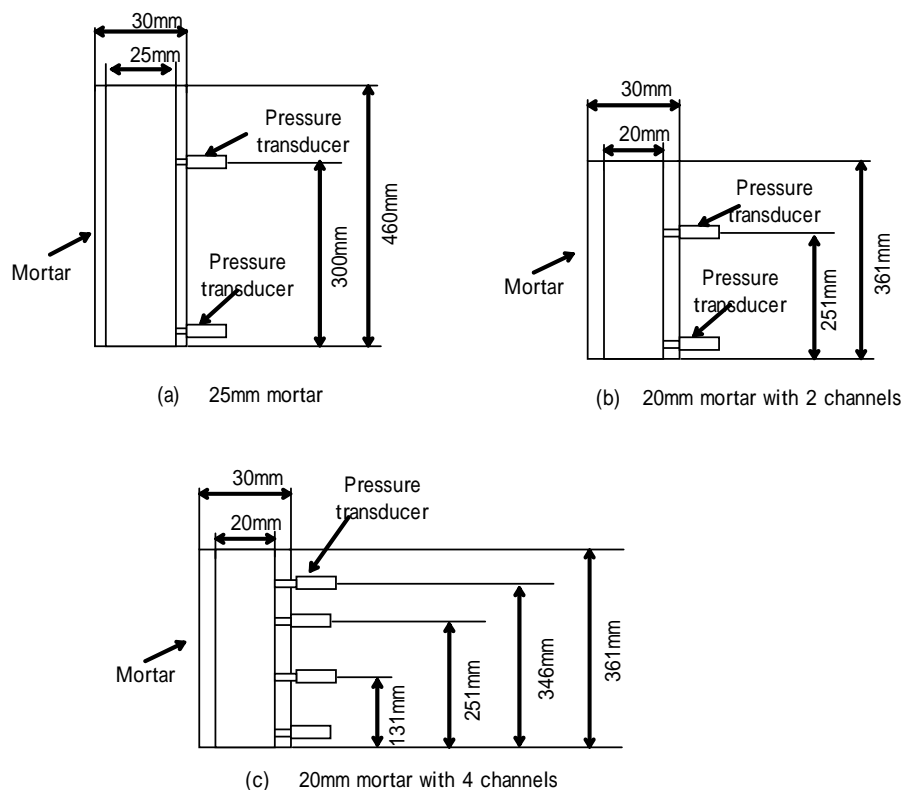


Fig.2.2 Mortars and positions of pressure transducers

2.2.3 手順

1. 点火玉を打揚筒の底に取り付け、筒を地上に垂直に立てる。秤量した揚薬を筒口から筒内に注ぎ入れる。それから玉又は星を筒内に入れる。玉の場合は紐でつるしてゆっくりと筒内におろす。
2. 点火回路を結線し、秒読みの後に回路に電流を通じて点火玉を発火させる。同時に圧力計並びに高速ビデオカメラのトリガーを作動させる。
3. 揚薬が燃焼し、圧力が発生し、玉または星は上方に移動する。圧力プロフィールをオシロスコープに記録し、玉または星の初期軌跡を高速カメラに記録する。ビデオの各コマをビデオスクリーン上に再生し玉または星の初期速度を求める。

2.3 結果と考察

以下の説明に必要な試料を特徴づけるパラメータとして、揚薬量 (LC) と間隙率 (GR) および質量比 (WR) を次ぎのように定義する。

揚薬量 : LC (Weight of Lifting Charge)

間隙率 : GR (Gap Ratio) = (筒断面積 - 玉・星の断面積) / (筒断面積)

質量比 : WR (Weight Ratio) = (玉・星の質量) / (揚薬量)

2.3.1 初速の測定

(1) 煙火玉・星の初速測定結果

揚薬量 2g 間隔 (30 g ~ 12 g) で 3 号玉を打揚、そのときの初速の測定を高速ビデオカメラを用いて行った。玉を打ち上げると筒口から炎と煙が噴出する。それから、煙の上に玉が現れる。玉の真の筒口速度は煙に隠れて測定できない。そこで、玉が煙の上に現れたところで測定された玉の位置を基点にしてそこから 5 m の高さまでの玉の位置と経過時間 (玉の軌跡) より初速を算出した。筒の内径は 0.09m、深さは 0.75m である。

結果を Table 2.1 に示す。表中、星印付実験番号は 3 号玉に追跡用発光ボクをつけたものである (このケースについて、圧力プロフィルの測定は行っていない)。

Table 2.1 Observed and calculated muzzle velocities of No.3 shell using the 90mm ϕ mortar

Run no.	No.3 Shell	Mass (g)	Diameter (mm)	Lifting charge (g)	Gap ratio	Initial velocity(m/s)	
						obs.	cal.
1		242.3	84.0	30	0.129	135	141
2		241.5	84.3	28	0.123	122	128
3		236.6	84.0	24	0.129	132	137
4		239.9	84.2	22	0.125	82	81
5		240.0	83.5	20	0.139	78	76
6		241.9	84.0	18	0.129	89	92
7		242.0	84.1	16	0.127	83	87
8		239.1	83.7	14	0.135	88	90
9		237.0	83.6	12	0.137	70	72

10*	illuminant	255.0	83.0	10	0.150	73
11*	illuminant	258.0	83.0	8	0.150	57
12*	illuminant	250.0	83.0	6	0.150	30
13*	illuminant	250.0	83.0	6	0.150	23
14*	illuminant	241.0	84.0	6	0.129	33
15*	illuminant	241.0	83.0	6	0.150	34

* No.3 Spherical Shell with Illuminant

Table 2.2 に、内径 25mm、深さ 460mm の打揚筒 (Fig. 2.2(a)) による 10 号玉用星の打揚実験の結果を示す。次いで、Table. 2.3 に、内径 20mm、深さ 361mm の打揚筒 (Fig. 2.2(b)) による 6 号、4 号、2.5 号玉用星の打揚実験の結果を示した。

Table 2.2 Observed and calculated muzzle velocities of stars using the 25mm ϕ mortar

Run no.	Star for	Mass (g)	Diameter (mm)	Lifting charge (g)	Gap ratio	Initial velocity(m/s)	
						obs.	cal.
1	no. 10 shell	9.517	22.701	0.40	0.18	27	26
2	no. 10 shell	9.065	22.318	0.70	0.20	57	56
3	no. 10 shell	8.308	22.353	1.25	0.20	77	80
4	no. 10 shell	8.846	22.626	1.50	0.18	86	92
5	no. 10 shell	8.346	21.756	1.50	0.24	103	113
6	no. 10 shell	8.924	22.410	1.50	0.20	106	111
7	no. 10 shell	8.475	22.045	1.75	0.22	91	89
8	no. 10 shell	9.244	22.166	2.00	0.21	117	121
9	no. 10 shell	8.589	22.511	2.00	0.19	117	138

Table 2.3 Observed and calculated muzzle velocities of stars using the 20mm ϕ mortar

Run no.	Star for	Mass (g)	Diameter (mm)	Lifting charge (g)	Gap ratio	Initial velocity(m/s)	
						obs.	cal.
1	no. 6 shell	3.770	16.686	1	0.30	80	86
2	no. 6 shell	3.791	17.175	2	0.26	116	
3	no. 6 shell	3.742	16.917	3	0.28	131	148

4	no. 6 shell	4.084	17.441	4	0.24	167	264
5	no. 6 shell	3.310	16.561	5	0.31	145	423
6	no. 6 shell	3.847	16.666	6	0.31	190	443
7	no. 6 shell	3.705	17.112	7	0.27	195	890
8	no. 6 shell	3.908	17.126	2	0.27	119	141
9	no. 6 shell	4.002	17.535	2	0.23	138	131
10	no. 6 shell	3.520	16.179	2	0.35	134	167
11	no. 6 shell	4.070	17.482	2	0.24	121	129
12	no. 6 shell	3.751	16.706	2	0.30	126	155
13	no. 4 shell	1.868	13.373	2	0.55	93	192
14	no. 4 shell	1.838	13.299	2	0.56	83	149
15	no. 4 shell	1.836	13.160	2	0.57	104	142
16	no. 4 shell	1.984	13.813	2	0.52	104	236
17	no. 4 shell	1.813	13.161	2	0.57	90	149
18	no. 2.5 shell	0.893	10.342	2	0.73	65	215
19	no. 2.5 shell	0.847	10.508	2	0.72	40	187
20	no. 2.5 shell	0.898	10.418	2	0.73	39	249
21	no. 2.5 shell	1.070	11.088	2	0.69	90	206
22	no. 2.5 shell	1.026	10.966	2	0.70	79	251

(2) 揚薬量・間隙率の初速におよぼす影響

Fig. 2.3は初速と揚薬量の関係を、横軸に質量比をとってまとめたものである。間隙率が小さい範囲では、初速は大きく、バラツキはあるが間隙率への依存性の傾向は明瞭である。また、揚薬量を一定(2g)にして、間隙率の異なる星について実測値を整理すると、Fig. 2.4に示すように、間隙率の減少に伴い、初速が増加する傾向が得られた。

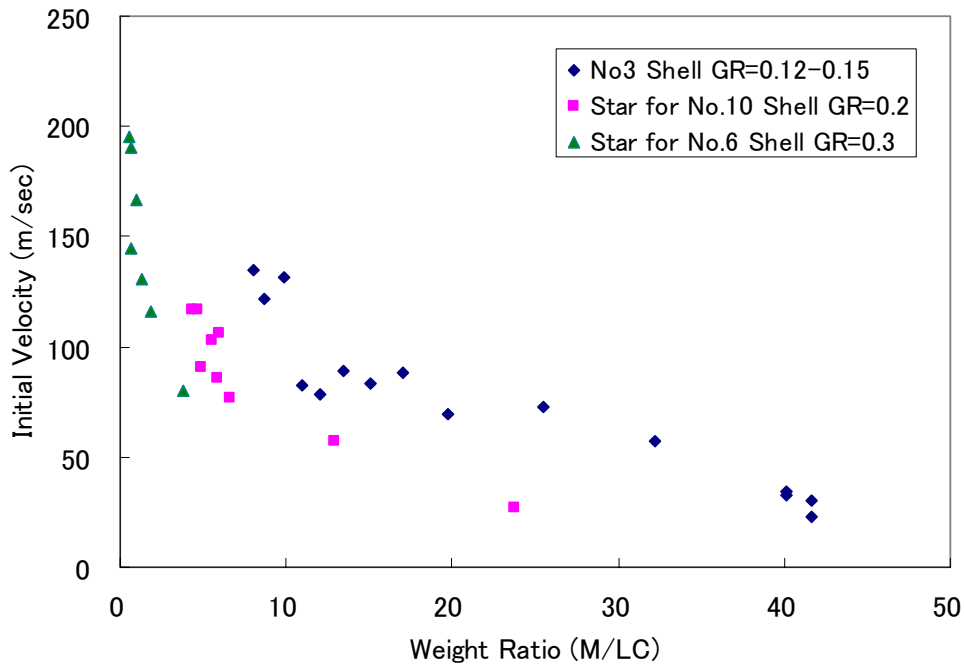


Fig. 2.3 Plot of Initial Velocity vs. Weight Ratio for Shell(No.3) and various stars

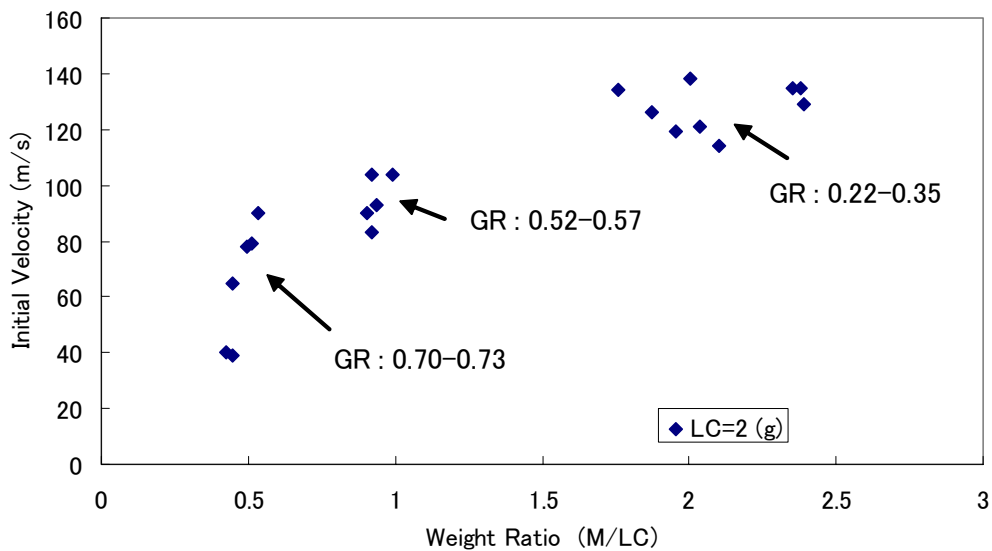


Fig. 2.4 Plot of Initial Velocity vs. Weight Ratio for various stars with different Gap Ratio. (Lifting Charge is kept constant)

Fig. 2.3 における初速と質量比の相関は、初速が筒内弾道に関するパラメー

タで決まることを示唆している。砲内弾道の発射公式¹⁾によれば、初速と揚薬量、玉・星の重さ、使用する打揚筒との関係は次式で与えられる。

$$u = \left\{ 2 \frac{GR}{WR} \frac{AL_n}{LC} [p] \right\}^{1/2} \quad (2.1)$$

$$[p] \equiv \frac{1}{L_n} \int_0^{L_n} p dZ \quad (2.2)$$

ここで、 u 、 A 、 L_n はそれぞれ玉・星の速度、筒断面積、筒の長さを表わす。また GR 、 WR 、 LC は間隙率、質量比、揚薬量である。 $\left(\frac{AL_n}{LC} \right)$ は揚薬量が筒体積に占める比容積、 $[p]$ はそのとき発生する圧力である。したがって、この積は揚薬量が燃焼して発生されるエネルギーをあらわす。ある間隙率のもとで発生する揚薬の燃焼によるエネルギーの評価は、式(2.2)を通して、初速 u に反映される。しかし、初速は高速ビデオカメラによる、いわば筒外弾道からの測定値であるので（ $[p]$ を計算していない）、Fig. 2.3に図示した初速と質量比との関係には、発生エネルギーと筒の長さとの関係は明確でない。しかし、後述するように、圧力プロフィールから求められる初速と高速度ビデオカメラによる測定値はよく一致することから、筒の長さをどのようなパラメータで表示すればよいかは別にして、その影響は初速に含まれていると考えてよい。

間隙率をパラメータに、初速を質量比で整理すると既存の打揚データとの比較が可能になる。Fig. 2.5に清水⁸⁾、Kosanke⁹⁾、の実験結果とNo. 3 Shell (3号玉)の実験結果を示した。図のデータをTable 2.4に纏めて示した。質量比と間隙率の近い多くのデータが、纏まって散布している。

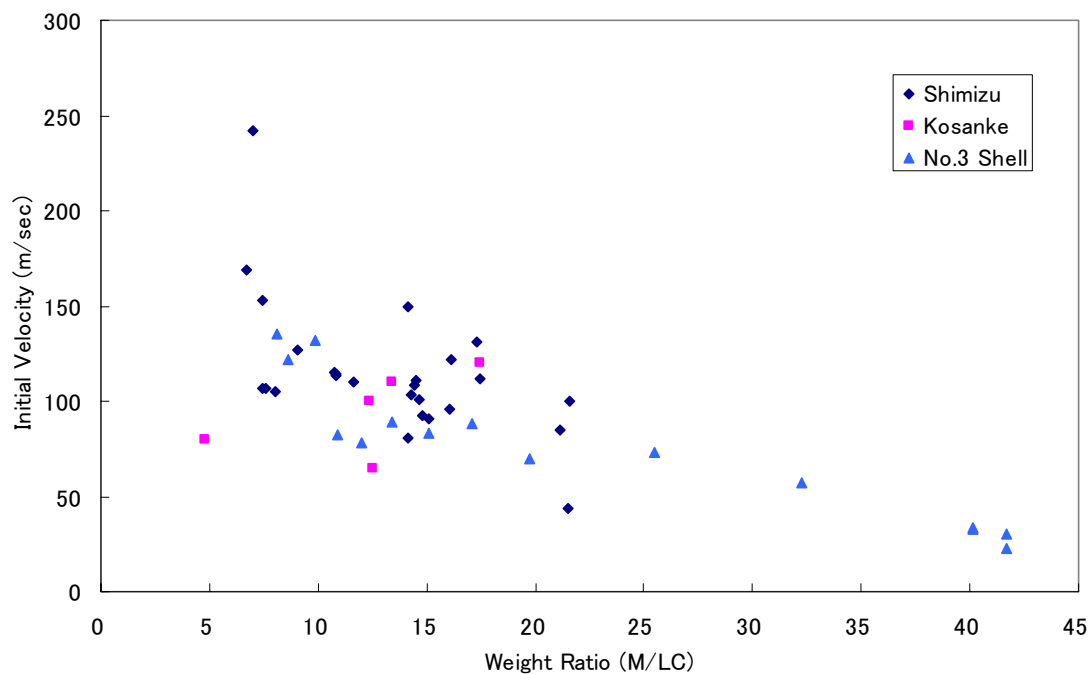


Fig. 2.5 Plot of Initial Velocity vs. Weight Ratio for various shells with different Gap Ratio.

Table 2.4 Experimental data by Kosanke, Shimizu and No. 3 Shell

No.	LC (g)	M (g)	星直径 (mm)	筒内 径 (mm)	筒長 (mm)	GR	WR	IV* (m/s)
Kosanke⁽⁹⁾								
3in_Spher	28	135	66	79	510	0.30	4.82	80
4in_Spher	28	350	95	103	610	0.15	12.50	65
5in_Spher	50	620	119	129	760	0.15	12.40	100
6in_Spher	85	1140	144	154	760	0.13	13.41	110
8in_Spher	155	2700	193	203	910	0.10	17.42	120
Shimizu⁽⁶⁾								
1	37.5	530	115	123	895	0.13	14.13	80.7
4	37.5	435	114	123	895	0.14	11.60	110.2
6	37.5	340	115	123	895	0.13	9.07	127.3

7	37.5	250	115	123	895	0.13	6.67	169.2
9	50	540	115	123	895	0.13	10.80	114.2
11	25	540	114	123	895	0.14	21.60	100.2
13	37.5	545	115	123	895	0.13	14.53	111.1
15	37.5	555	114	123	895	0.14	14.80	92.1
17	37.5	565	110	123	895	0.20	15.07	90.5
19	37.5	262	82	123	895	0.56	6.99	242.4
21	37.5	550	114	123	362	0.14	14.67	101.2
24	37.5	650	121	123	895	0.03	17.33	131.2
25	18.8	272	82	123	895	0.56	14.47	108.5
28	13.1	210	70	123	895	0.68	16.03	95.4
29	75	1310	113	123	895	0.16	17.47	112
31	75	1060	113	123	895	0.16	14.13	149.6
34	75	805	142	159	1190	0.20	10.73	114.9
35	75	560	143	159	1190	0.19	7.47	153
37	100	1080	141	159	1190	0.21	10.80	113.4
39	50	1075	139	159	1190	0.24	21.50	43.8
41	75	560	139	159	1190	0.24	7.47	107
45	75	1070	142	159	1190	0.20	14.27	103.4
47	131	2115	174	188	1190	0.14	16.15	121.9
51	75	1585	145	159	1190	0.17	21.13	84.5
53	75	570	142	159	1190	0.20	7.60	106.4
54	75	600	144	159	1190	0.18	8.00	104.8
No.3 Shell								
shot1	30	242.3	84	90.0	750.0	0.13	8.077	135.00
shot2	28	241.5	84.3	90.0	750.0	0.12	8.63	121.88
shot3	24	236.6	84	90.0	750.0	0.13	9.86	131.62
shot4	22	239.9	84.2	90.0	750.0	0.12	10.90	82.31
shot5	20	240	83.5	90.0	750.0	0.14	12.00	78.21
shot6	18	241.9	84	90.0	750.0	0.13	13.44	88.90
shot7	16	242	84.1	90.0	750.0	0.13	15.13	83.06
shot8	14	239.1	83.7	90.0	750.0	0.14	17.08	88.13
shot9	12	237	83.6	90.0	750.0	0.14	19.75	69.67

shot10	10	255	83	90.0	750.0	0.15	25.50	73.00
shot11	8	258	83	90.0	750.0	0.15	32.25	57.00
shot12	6	250	83	90.0	750.0	0.15	41.67	30.00
shot13	6	250	83	90.0	750.0	0.15	41.67	23.00
shot14	6	241	84	90.0	750.0	0.13	40.17	33.00
shot15	6	241	83	90.0	750.0	0.15	40.17	34.00

I.V.* Initial Velocity

2.3.2 打揚筒内の圧力プロフィール

(1) 煙火玉打揚の際の圧力プロフィール

揚薬量 2g 間隔 (30 g ~ 12 g) で 3 号玉を打揚、そのときの圧力プロフィールを底部圧力センサーと中間部圧力センサーで測定した。代表的な圧力プロフィールの測定結果を Fig. 2.6 に示した。

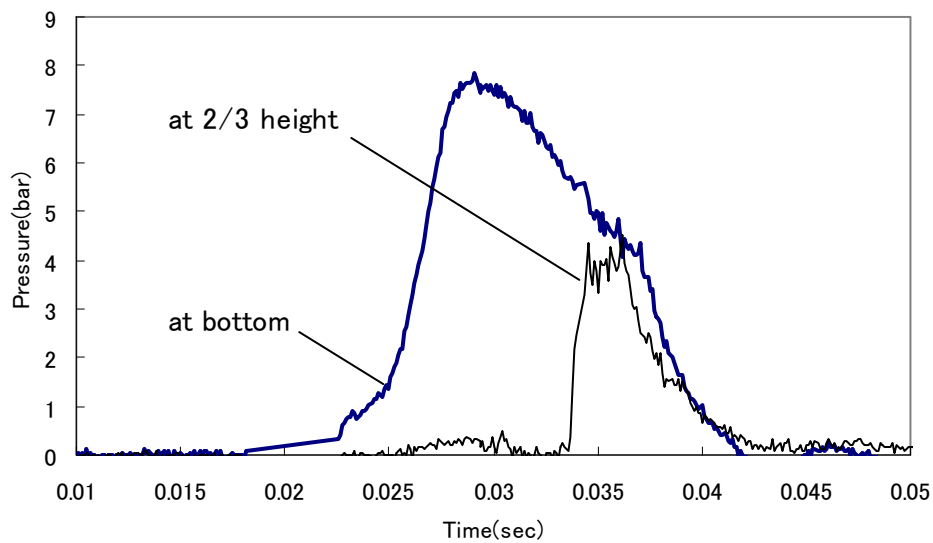


Fig.2.6 Pressure profiles at bottom and 2/3 height of the mortar.

底部センサーの圧力プロフィールは筒内の全体の圧力変化を示す。圧力は最初緩やかに上昇をはじめ、次第に加速され、変曲点を過ぎ、頂点に達する。次いで減少をはじめ、ある点で急速に減少する。これは玉が筒口を離れた事に対応する。

中間部センサーの圧力の急峻な立ち上がりは、玉がこのセンサーの位置を通過し、玉後方の圧力が中間部センサーにかかるためである。圧力が急上昇した後の

中間部センサーの圧力は底部センサーの値にまで回復している。中間部センサーの圧力も底部センサーと同様にある時間で急速に減少する。この時間は底部センサーのそれより僅かに早い。これも玉が筒口を出ることに対応する現象であるが、筒内の圧力伝播にある時間遅れがあることを示している。他の結果については、Fig. 2.7 にまとめて示した。底部圧力プロファイルにはバラツキが見られる。

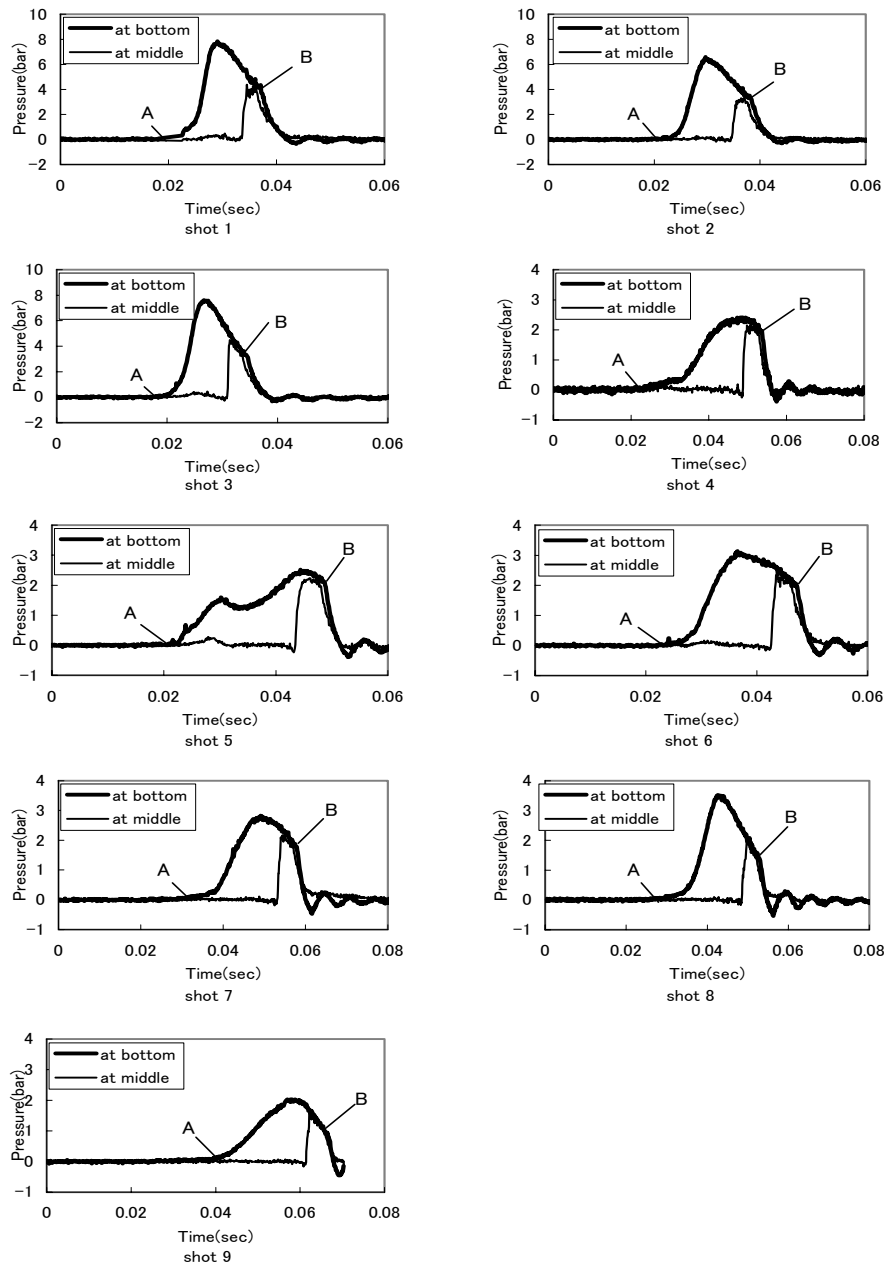
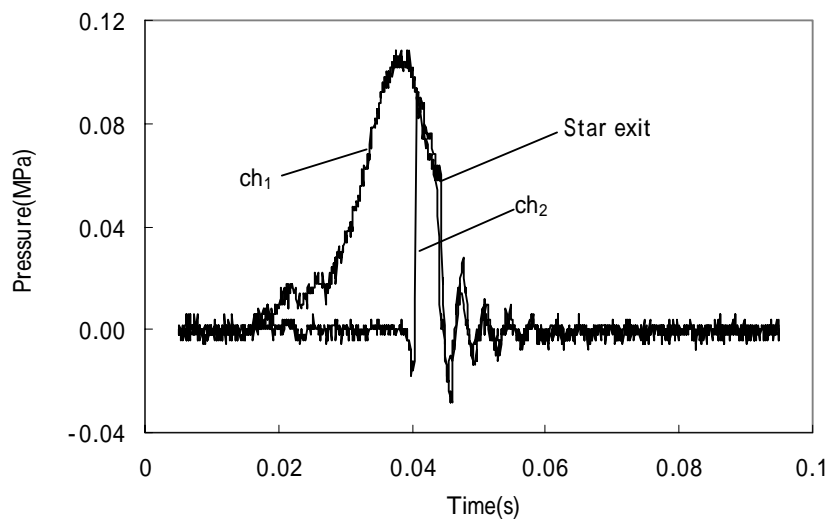


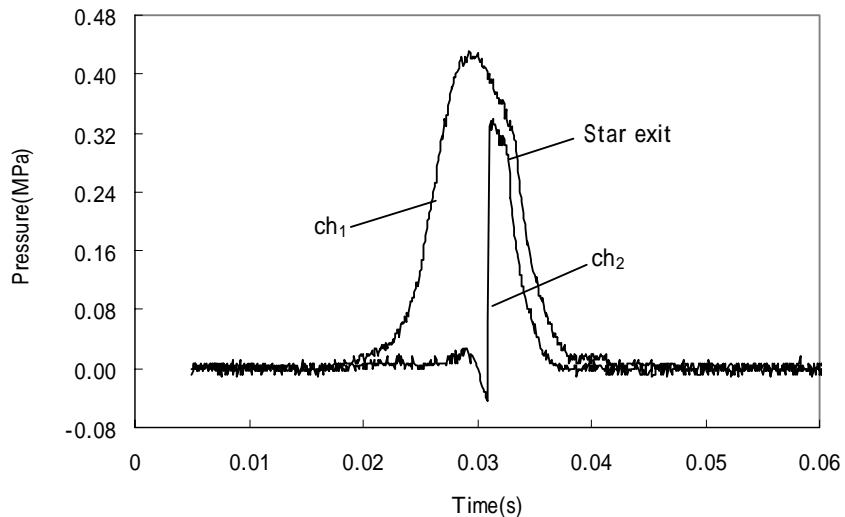
Fig.2.7 (a-i). Pressure profiles in the mortar

(2) 煙火星打揚の際の圧力プロフィール

星打ち揚げの際の打揚筒内の圧力プロフィールの例を Fig.2.8 に示す。打揚筒には Fig.2.2 に示したように、内径 20mm 深さ 361mm と内径 25mm 深さ 460mm、の鋼管を用いた。圧力センサーは筒底から 11mm (内径 20mm、25mm 共通) および 300mm (内径 25mm) と 251mm (内径 20mm) のところに取り付けた。それぞれ、ch1、ch2 と呼ぶ。Fig.2.8(a-b)は内径 25mm、Fig.2.8(c)は内径 20mm、の打揚筒による測定結果である。



(a)Lifting Charge (LC) 0.7g, Gap Ratio (GR) 0.20



(b)LC 2.0g, GR 0.19

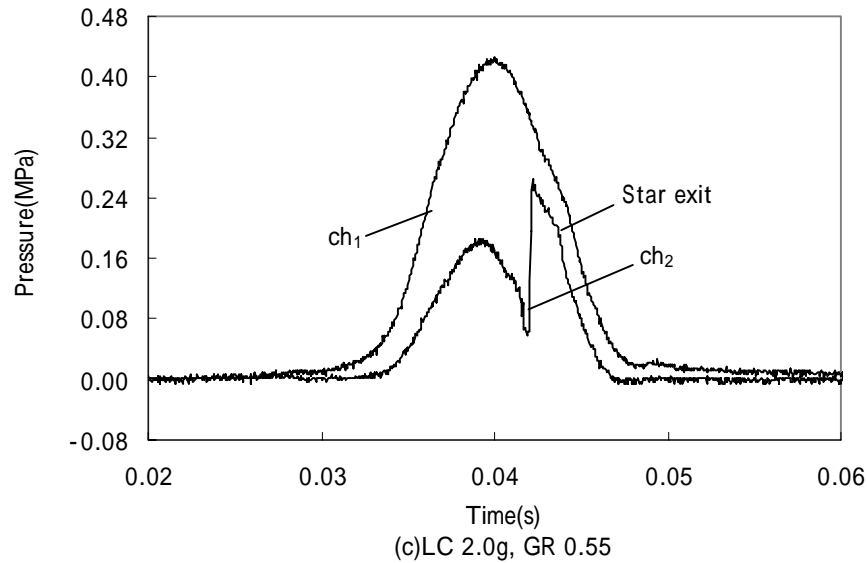


Fig.2.8 (a-c) Pressure at the bottom and middle of the mortar

星の場合の基本的な圧力プロフィールは玉の打ち揚げの場合と同じである。ただし、揚薬量が増したり、筒と星との間隙率が大きくなると（玉の場合、あまり間隙率が問題にならなかったのは、玉の号数と使用する打揚筒の寸法がある程度決められていることによる¹⁰⁾）、特に中間部センサーの圧力と底部圧力センサーの圧力の差が出てくる。揚薬量が **1.0 g** で間隙率が **0.20** のときは、中部センサーの圧力は星がセンサー位置に近づくまでは変化しない。星がセンサー位置を通過する時に圧力が一時下がる。これはその瞬間中間部センサー位置の筒内壁と星の間を高速燃焼生成ガスが通過するためである。その後圧力は急速に上昇し、その後は低部センサーの圧力とほぼ同じになる。

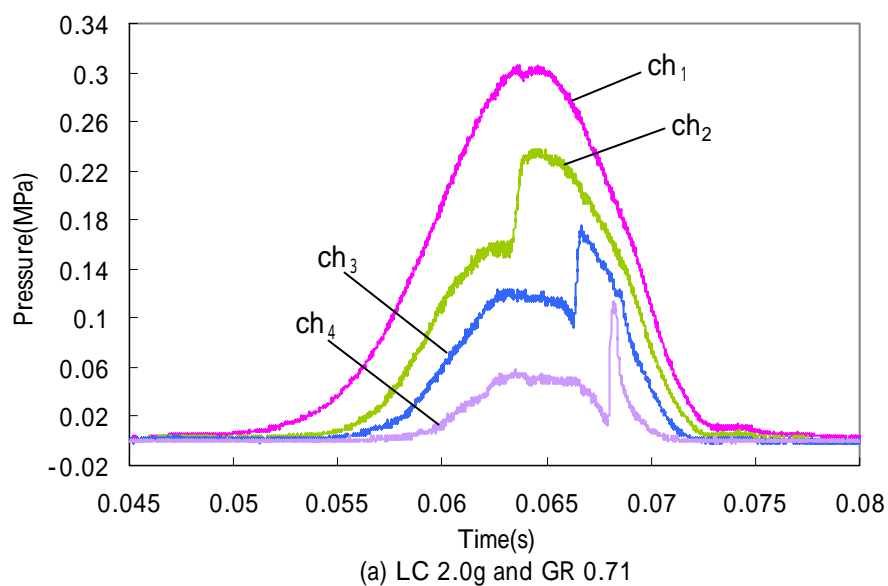
同じ間隙率で揚薬量が **2.0 g** になると、中間部センサーの最初の圧力減少の前に僅かな圧力上昇が見られる。これは筒内壁と星の間を通過した燃焼生成ガスが星の前面を僅かに加圧するためである。その後急峻な圧力上昇が起こるが、その後の圧力は底部センサーの圧力より低い。これは、筒内の圧力分布がより大きくなったためである。

揚薬量 **2.0 g** で間隙率 **0.55** の場合は、中間部センサーの圧力はかなり早い時期から上昇をはじめ、ピークを示した後減少し、その後急速な上昇に転じる。上昇後の圧力と底部センサーの圧力の差はさらに大きくなる。間隙率が大きくなると、筒内壁と星との間隙を通過するガスの量はさらに増大し、星の前面にかかる圧力はさらに大きくなる。また、筒内の圧力分布はさらに増大し、ガスの圧力伝播の遅れが増大する。

(3) 星に作用する実際の圧力プロフィール：4圧力センサー実験

筒と星の間隙率が大きくなると底部センサーと中間部センサーの圧力差が大きくなると考えられる。この傾向を確認するために圧力センサーの数を4つに増やして実験を行った。打ち揚げ筒は内径20mm、深さ361mmの鋼管を用いた。圧力センサーは、筒の底からそれぞれ11mm、131mm、251mm及び346mmのところに取りつけた。それぞれch1、ch2、ch3及びch4と呼ぶ。また、 P_i ($i=1\sim 4$)は、それぞれch1、ch2、ch3及びch4圧力センサーで記録された圧力である。

圧力プロフィールの例を Fig.2.9 に示す。



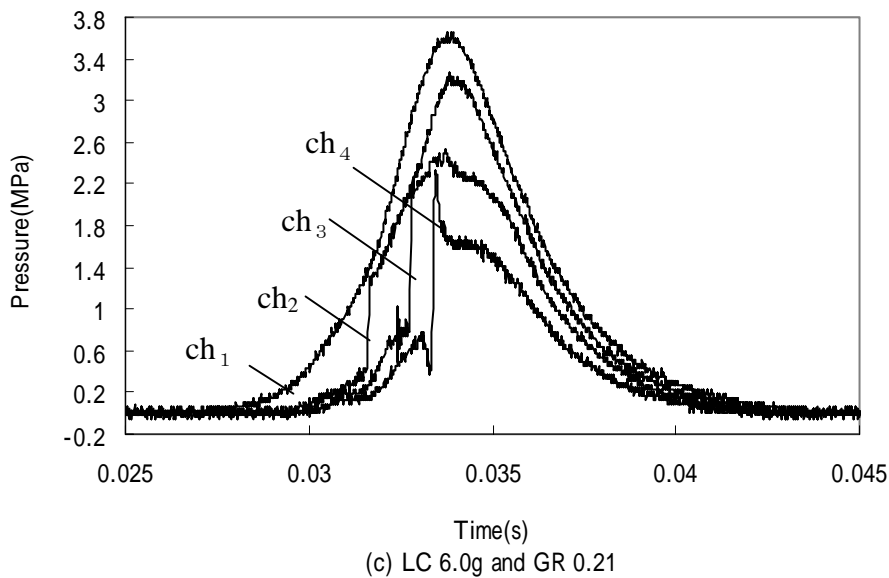
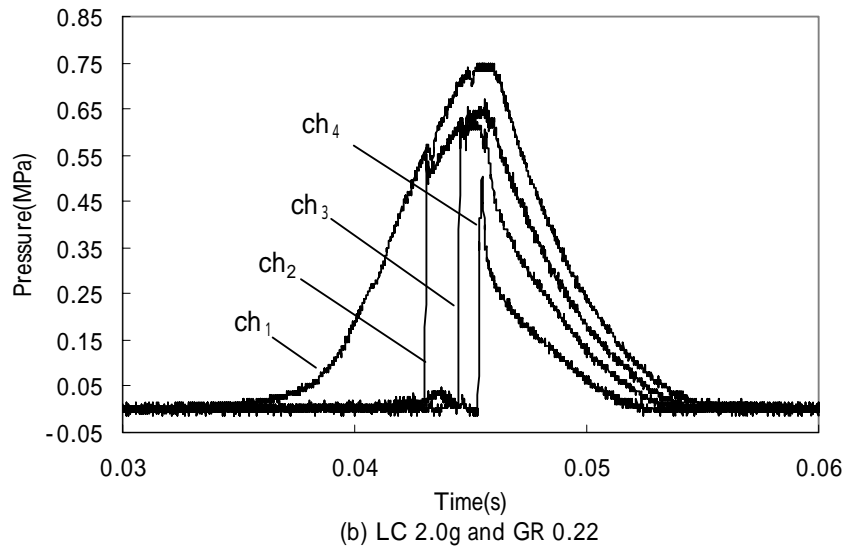


Fig.2.9 Examples of the pressure profiles observed by four pressure transducers

Fig.2.9(a)のプロファイルは次ぎのように説明される。各センサーによって記録された星の最高圧力到達時間 t_{imax} 、最高圧力 P_{imax} 、筒口到達時間 t_{imuz} 、筒口圧力 P_{imuz} とすると、ch1によって記録された P_1 は、 t_{1max} 後に P_{1max} に達し、 t_{1muz} 後に出口圧力 P_{1muz} に達する。ch2によって記録された P_2 は t_{2max} 後に P_{2max} に達し、それから P_2 はより高い圧力にジャンプし、 t_{2muz} 後に P_{2muz} に達する。ch2の圧力プロファイルはch1のそれと異なる。ch1で測定された圧力は常に星の後方のものである。ch2で測定された圧力は、最初は星の前方のものであり、後では星の後

方のものとなる。

これらの結果は、**ch1** のプロフィールは必ずしも星の後面に作用する圧力プロフィールではないことを示している。星が**ch2** を通過する時間を t_{ch2} とすると、星の後面に作用する圧力は t_{ch2} における P_1 ではなくて P_2 である。

同様に、 t_{ch3} において星の後面に作用する実際の圧力は、 P_1 または P_2 ではなく P_3 である。**ch4** においても同様である。したがって、星の後面に作用する実際の圧力プロフィールは、 $t=0$ 、 t_{ch2} 、 t_{ch3} 及び t_{ch4} における P_1 、 P_2 、 P_3 及び P_4 を結んだ曲線である。**ch2**、**ch3** 及び **ch4** で記録されたそれぞれの測点を星が通過する前の圧力上昇は、筒内壁と星との間の間隙を抜けてきた燃焼生成ガスによる星の前面の圧力に起因する。この圧力は、 $P_2 > P_3 > P_4$ の順に減少する。

星の前面に作用する実際の圧力は、各チャンネルにおける急速な圧力上昇の直前の時間における圧力である。したがって、星の前面にかかる実際の圧力プロフィールはこれらの点を結ぶ曲線である。星の実際の駆動力は上記 2 つの作用圧力の差である。

ch4 の圧力センサーは筒出口の近くに位置している。星はこのセンサーを通過した直後に筒口を出る。筒口を星が出ることによる急速な圧力低下の開始時間 t_{muz} は次の順序で減少する： $t_{1muz} > t_{2muz} > t_{3muz} > t_{4muz}$ 星が筒出口を通過する時間は t_{1muz} 、 t_{2muz} または t_{3muz} ではなくて t_{4muz} に近い値である。

2.3.3 打揚筒内における玉の運動⁽⁷⁾

(1) 打揚筒内における玉の運動の解析

砲内弾道の発射公式^{1~6)}を筒内弾道に適用すると、筒内の玉の運動方程式は次のように表せる。

$$M \frac{du}{dt} = p(t) \times A - Mg \quad (2.3)$$

$$\frac{dZ}{dt} = u \quad (2.4)$$

ここに、 M 、 u 、 t 、 $p(t)$ 、 A 及び Z は、それぞれ、玉の質量、運動速度、時間、時間 t における筒内圧力、玉の最大断面積及び移動距離である。 $p(t)$ は筒底部センサーによる測定波形をデジタル化し、圧縮したデータである。

方程式 (2.3) 及び (2.4) を数値積分して、速度 u 及び移動距離 Z を得る。実際の計算では、式(2.3)の右辺第2項は第1項に比べ十分小さいので、この項を無視してある。計算例を、それぞれ、**Fig.2.10(a)**、**(b)** に示す。

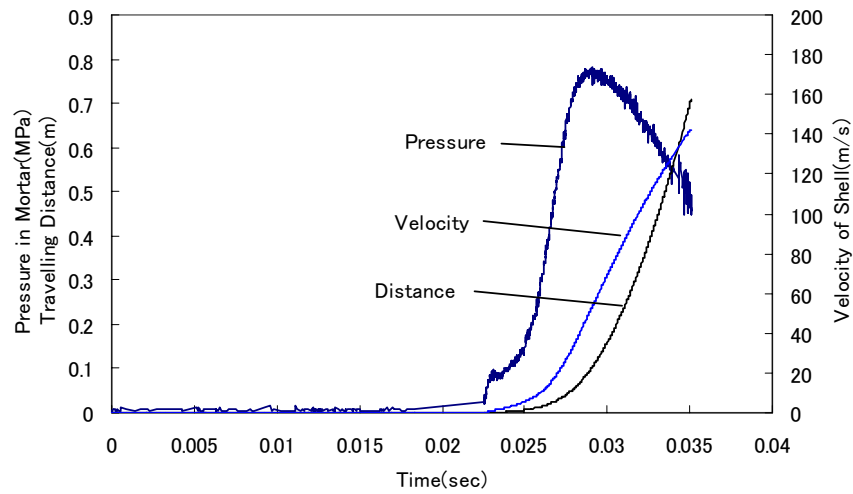


Fig.2.10(a) Profiles of pressure and calculated traveling distance of a shell for shot1

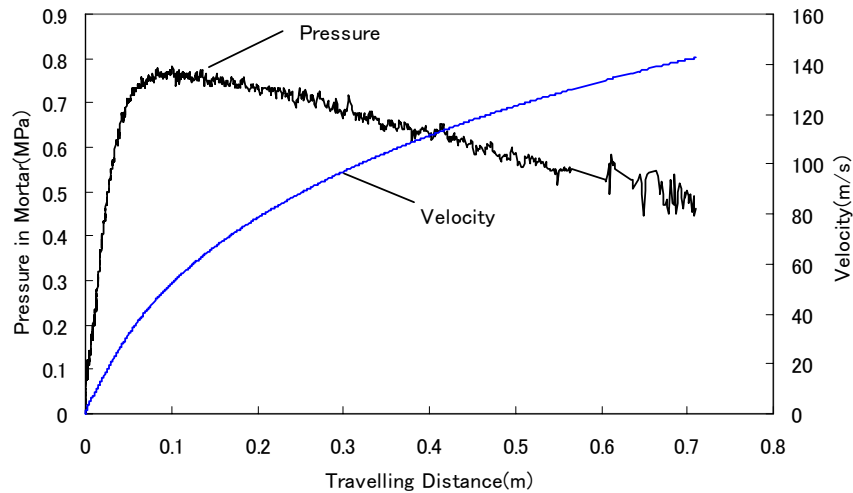


Figure 2.10(b) Profiles of pressure and calculated velocity of a shell for shot1

Fig.2.10(a)は式(2.3)、式(2.4)を積分した結果である。図中 **Distance(Z)**は玉の運動の軌跡を表わす。揚薬の着火後、玉は緩やかに筒口に向かって運動を開始して、**0.035** 秒後に筒口に到達する。筒長さ (**Z** 軸) 方向へ圧力プロファイルを見たのが、**Fig.2.10(b)**である。図中、**Velocity** とあるのは、筒内の玉の移動速度であ

る。間隙率が小さい場合、実測値に近い初速が得られる。各揚薬量について、玉の速度及び距離についての計算値と初期速度（測定値）を **Table 2.1** に記した。

(2) 玉の初期速度測定値と筒口速度計算値との相関

測定された初期速度は、**Fig.2.11** に示したように、筒内の圧力プロファイルから計算した値とよい一致を示した。

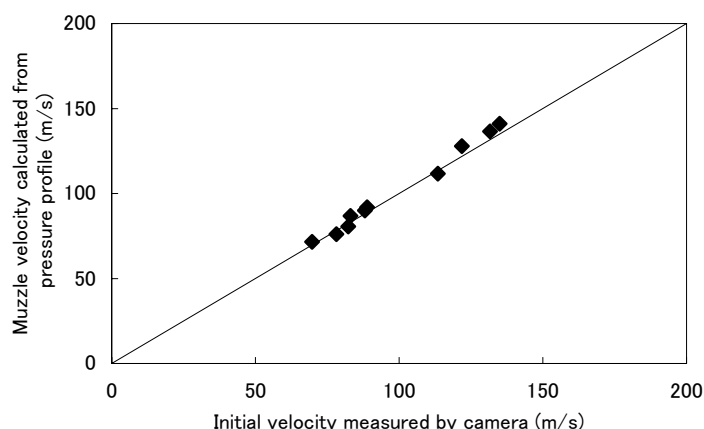


Figure 2.11 Correlation of initial velocity measured by camera and muzzle velocity calculated from pressure profile

2.3.4 打揚筒内における星の運動

(1) 打揚筒内における星の運動の解析

基礎方程式は玉の場合と同じである。しかし、星の場合、底部圧力プロファイルに間隙率 **GR** が及ぼす影響は複雑なために、これが初期速度の計算に大きく影響する。

(2) 星の初期速度測定値と筒口速度計算値との相関

Table 2.2 と **Table 2.3** に、それぞれ、内径 **25mm** 筒と **20mm** 筒を用いた場合の初期速度測定値と筒口速度計算値を記した。

Fig.2.12 及び **Fig.2.13** に、初速の実測値と計算値の相関を示した。**Fig.2.12** においては、星の筒口速度計算値と初期速度測定値はよく一致している。他方、**Fig.2.13** においては、星が小さく（間隙率が大きく）揚薬量が多い場合の筒口速度計算値は、初期速度実測値から離れている。

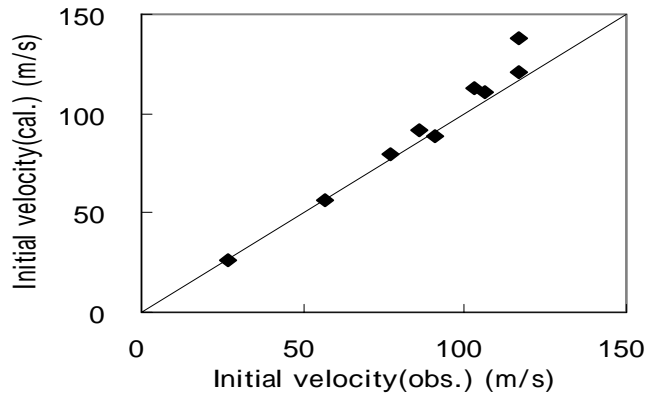


Fig.2.12. Plot of the calculated muzzle velocity vs. the observed muzzle velocity of star with the 25mm ϕ mortar

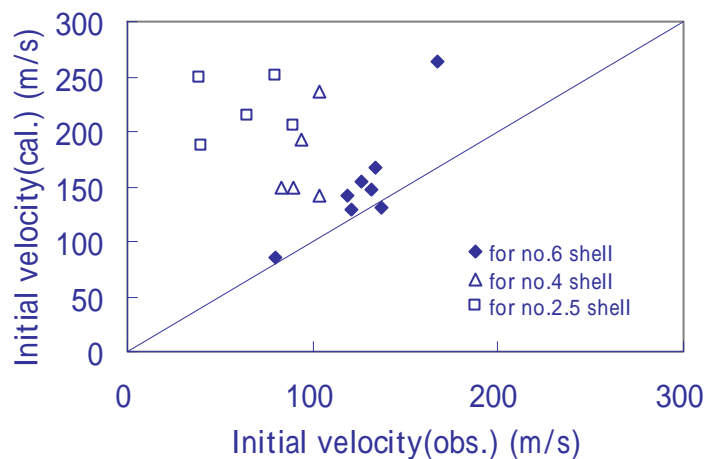


Fig.2.13. Plot of calculated muzzle velocity vs. observed initial velocity of star with 20mm ϕ mortar

(3) 筒内の圧力分布を考慮した筒口速度の推定¹¹⁾

筒内圧力分布に補正を行った場合と行わない場合の星の筒口速度計算値と初期速度測定値を Table 2.4 に記す。間隙率が大きい場合、補正した計算値は補正しない場合の値に比べて、実測値との一致がよい。

補正計算の一例として、Fig.2.10(a)に示したプロフィールについて、その方法を説明する。(この例は、Table2.4 に示した、間隙率 GR=0.71 の場合に対応している。)

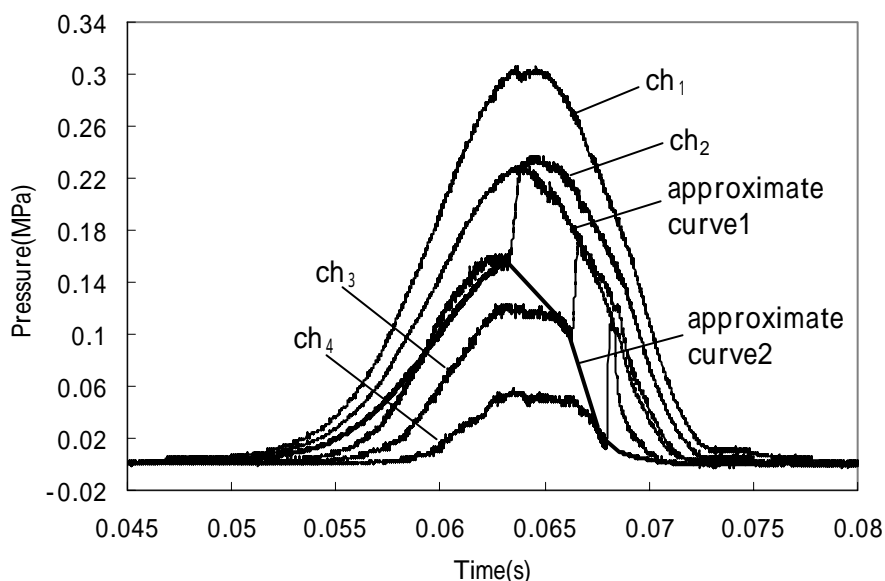


Fig.2.14 Plot of pressure profiles for large GR(0.7) and their compensation curves to calculate initial velocity.

Fig.2.14 に二つの近似圧力プロフィールを示した (approximate curve1, curve2)。近似プロフィール1は、星が各センサーを通過した直後の圧力を結んだ曲線である、これは、星後部から星に加わった圧力を近似している。近似プロフィール2は、星が各センサーを通過する直前の圧力を結んだ曲線で、星前面（星の運動方向とは逆方向）に作用する圧力を近似的に表わしている。この二つの圧力プロフィールを式(3)の右辺に適用すれば、間隙率による圧力低下と前方への漏れによる圧力抵抗を考慮できる。

間隙率が大きい場合の補正方法として、圧力プロフィールを直線で近似する方法は有効であるが、圧力プロフィールが複雑になり、合成がうまくいかない例が多い。圧力プロフィールを近似することは、星の筒内の運動の軌跡を与えるプロフィールを推定することを意味する。すなわち、星を駆動する圧力プロフィールが、発生ガスの漏れなどにより低下して、正確に計測されていないことを意味する。筒内の星の運動の軌跡と圧力プロフィールの関係を把握する必要がある。この問題については、第3章で述べる。

これまでの底部圧力プロフィールから初速を求める場合、間隙率が計算精度を左右することになる。間隙率が小さく、揚薬量が少ない場合には、計算値と測定値の差は小さく、筒内の圧力分布の影響も少ない。したがって、星の筒口速度の推定は、間隙率が小さく揚薬量が少ない場合には底部における圧力プロフィールから

正確に推定できる。

Table 2.4 Observed initial and calculated muzzle velocities of stars using the 20mm ϕ mortar with 4 pressure transducers

Stars Mass(g)	Diameter (mm)	Lifting charge (g)	Gap ratio	Calculated muzzle velocity(m/s)		Measured muzzle velocity(m/s)
				without correction	with correction	
0.986	10.682	2.0	0.71	254	66	78
4.780	17.696	2.0	0.22	146	136	129
4.757	17.696	2.0	0.22	169	154	135
4.199	17.067	2.0	0.27	145	115	114
4.699	17.553	2.0	0.23	155	134	135
4.155	17.737	6.0	0.21	414	255	233
3.916	17.420	6.0	0.24	361	227	209
3.607	17.041	6.0	0.27	422	249	213
3.644	16.737	6.0	0.30	394	219	209
3.632	16.795	6.0	0.29	388	221	200

2.4 まとめ

煙火玉・星を打揚げて、筒内弾道に関する以下の結果を得た。

- (1) 揚薬量と初期速度（筒口速度）の関係は、質量比（M/LC : Mは玉・星の質量）で整理すると、データを見通し良く整理できることが分かった。このとき、間隙率はパラメータとなり、この値が小さい範囲では、初速が大きく、バラツキはあるが間隙率への依存性の傾向は明瞭である。質量比が極端に小さい場合、間隙率が大きくても高い初速が得られた。質量比を考慮することで、星の質量のバラツキを吸収して間隙率の影響を考察できる。揚薬量を一定にして、間隙率の異なる星について整理すると、星の質量のバラツキをグループ化でき、間隙率が大きい場合、初速は小さく、間隙率の減少に伴い初速が大きくなる傾向が得られた。
- (2) 初速を質量比で整理すると、他の実験結果との比較も可能になる。清水⁽⁸⁾、KOSANKE等⁽⁹⁾による実測値は、ほぼ同じ間隙率の範囲にプロットできることが分かった。質量比と間隙率から、初速を推定することがある程度可能

となる。

- (3) 玉・星の筒口速度（初期速度）を筒底部の圧力センサーで測定された圧力プロフィールから推定した。間隙率が小さい場合、計算値と実験値はよい一致をみた。間隙率が大きい場合、計算値と実測値のずれは大きくなる。中間部圧力が底部圧力まで回復せず、筒底部圧力プロフィールと筒長さ方向の圧力分布（玉・星後面に作用する駆動圧力）に差異が生じるため、玉・星の運動方程式を満たし得なくなるためである。

参考文献

- 1) N.Kubota, “Propellants and Explosives”, pp.17-19, Wiley-VCH (2001)
- 2) エネルギー物質ハンドブック、“第2章 発射および推進”、pp.318-325, 火薬学会 (2004)
- 3) 工業火薬ハンドブック、“第3編 応用 (I) 発射および推進”、pp.435-438, 工業火薬協会 (昭和41年)
- 4) Takeo Shimizu, “Ballistics of Firework Shell”, Proceedings of the 13th International Pyrotechnics Seminar, pp.22-30, July (1988)
- 5) R. A. Sasse, “Black Powder”, in L. Stiefell, “Gun Propulsion Technology”, the American Institute of Aeronautics and Aeronautics, Inc., 1988, Chapter 2
- 6) 柴田寛利、「ストランド試験機による燃速評価の研究」、法政大学大学院工学研究科機械工学専攻吉田研究室平成8年度修士論文 (1996)；長谷川隆之、柴田寛利、野島貴司、原一男、吉田忠雄、「ストランド試験機を用いた燃焼特性評価」、災害の研究、27、207 (1995)
- 7) Y.Ooki, D.Ding, H.Higaki and T.Yoshida, “Interior Pressure in Mortar and Motion of No.3 Shell in the Fireworks Shot”, J.Pyrotechnics, Issue 22, pp.3-8, Winter 2005
- 8) 清水武夫、“煙火の打揚弾道について”、pp.14-27, 工業火薬協会誌 第18巻 第3冊、昭和32年
- 9) K.L. and B.J. Kosanke, “Peak In-Mortar Aerial Shell Acceleration”, pp.56-58, J. of Pyrotechnics, Issue 10, Winter (1999)
- 10) 清水武夫、“花火の話（復刻版）”、pp.69-74、サークル花火万華鏡、1998
- 11) D.Ding, M.Higaki, Y.Ooki and T.Yoshida, Pressure in Mortar and Estimation of Muzzle Velocity of Expelled Stars, J.Pyrotechnics, Issue 22, pp.50-60, Winter 2005

3 筒内弾道 (2) 透明筒実験¹⁾

3.1 はじめに

間隙率が大きくなると、圧力プロファイルは複雑になり、筒底部センサーによるプロファイルから求められる初速の計算値は、実測値と大きくずれてくる。特に、発生ガス前方への漏れがある様な圧力プロファイルについては(前章でも試みた様に)、揚薬が燃焼を開始して急激な圧力上昇によって星が運動を開始する過程を、運動方程式に反映させる事が必要になる。そこで、透明筒を用いて、星の筒内運動の可視化を行い、高速ビデオカメラにより、その軌跡を撮影して星の筒内での「位置-時間」のデータ解析を行う。この目的のために、煙火星を用いて、以下のような打揚実験を実施する。

- (1) 透明筒を用いて、筒内における煙火星の運動を撮影し、星の運動の軌跡を測定し、同時に筒内の圧力を測定する。
- (2) 筒内の圧力プロファイルから星の運動軌跡を計算する。
- (3) 筒内の星の運動軌跡の実測値と計算値を比較し、筒内圧力に及ぼす星と筒との隙間の影響および筒内弾道の計算条件を検討する。

透明筒を用いた煙火星の打ち揚げと星の透明筒内での運動の観測は細谷、松永らによって行われている²⁾。

3.2 実験

3.2.1 試料

煙火玉用星は須永花火株式会社製の球形煙火玉 2.5 号用紅ボタン、5 号用紅ボタン及び 6 号玉用銀冠星である。揚薬としては日本火薬株式会社製の黒色小粒火薬を用いた。

3.2.2 装置

星の打揚に用いた打揚筒はポリカーボネート製透明筒で、内径 18mm、肉厚 2mm、長さ 375mm である。筒の側面に筒底から筒口までそれぞれ 4 個の圧力センサーを取り付けて打ち揚げ実験を行った。打揚筒の寸法及び圧力センサーの取付け位置を Fig.3.1 に示す。

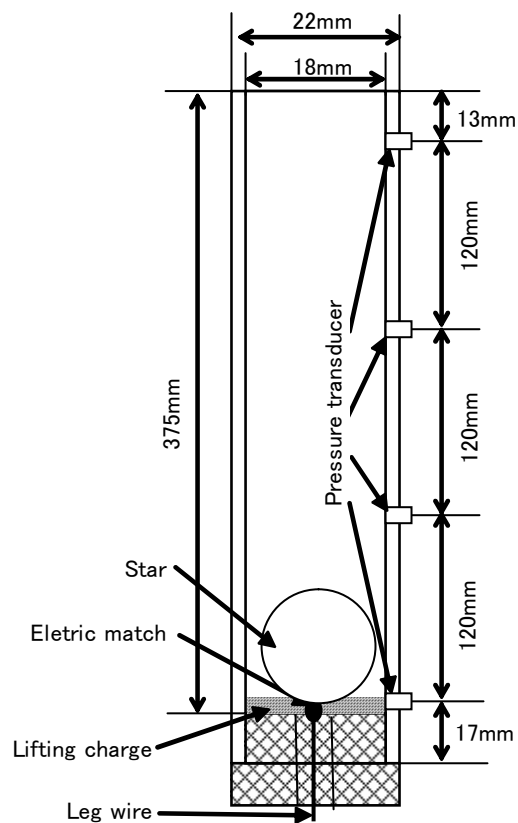


Fig.3.1 Mortar and positions of pressure transducers

3.2.3 手順

打揚実験の概略図を Fig.3.2 に示す。

星の運動を 2 台の高速カメラにより追跡する。1 台のカメラは打揚筒から約 5m 離れたところに設置し、望遠レンズにより、筒内部を狙って撮影する。もう 1 台のカメラは打揚筒から約 8m 離れたところに設置し、打揚筒から出た星の運動軌跡を撮影する。

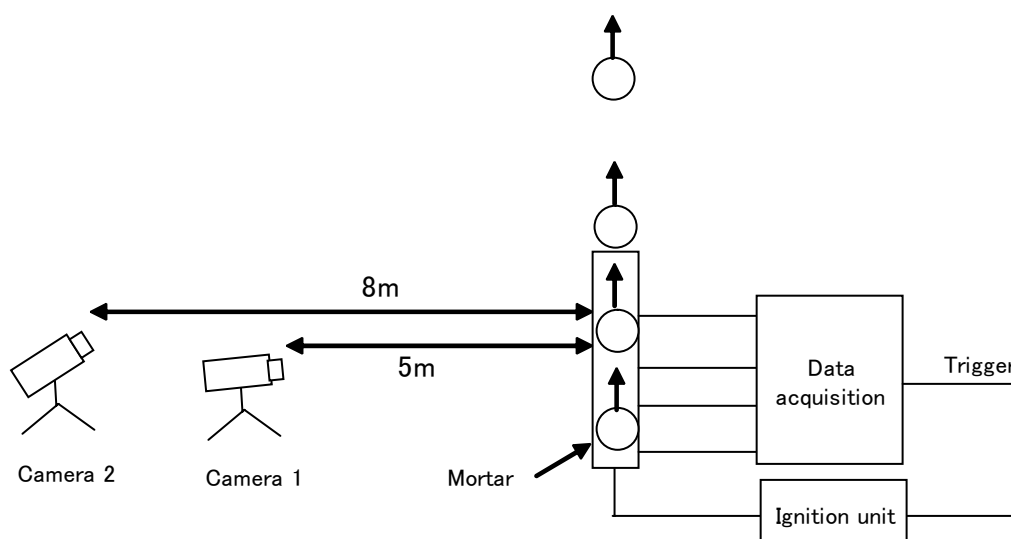


Fig.3.2 Setup of the pressure and motion measuring system

点火玉を打揚筒の底にセットし、点火玉の脚線を打揚筒の外に引き出し、垂直に立てた打揚筒の筒口から秤量した揚薬を流し込んだ。打揚筒を軽く叩いて、揚薬の形状を整えた。揚薬の点火は 12v バッテリーからの電流を点火玉に通電して行った。通電と同時に、圧力測定装置のトリガーを作動させた。同時に、2 台の高速度ビデオカメラのトリガーも同時に作動する

4 個のKistler製の歪ゲージ式圧力センサー (6041A) をそれぞれ打揚筒の下部と上部の 4 箇所に取り付けた。圧力センサーからの電気信号を横河製デジタルオシロスコープ (DL1460、4 チャンネル) へ入力し、記録した。圧力測定にサンプリング速度は 10^5s^{-1} であった。

3.3 実験データの解析方法

3.3.1 高速ビデオカメラの測定データの解析

高速度ビデオカメラにより撮影した画像を再生し、各時刻における煙火玉の座標を読み取った。この座標を実物の既知の高さで換算し、星の実際の座標を求めた。運動速度の平均値を筒出口に近い星の座標から計算した。

3.4 結果と考察

3.4.1 打揚筒内における星の運動

高速ビデオカメラにより撮影した筒内の星の運動様子の一部を例として Fig.3.3(a)と Fig3.3(b)に示す。

Fig.3.3(a)と Fig.3.3(b)の写真はそれぞれ打揚筒内における 2.5 号玉用紅ボタン

星及び 6 号玉用銀冠星の運動の様子である。写真にある矢印は星の位置を示す。
揚薬量はいずれも 0.5g である。

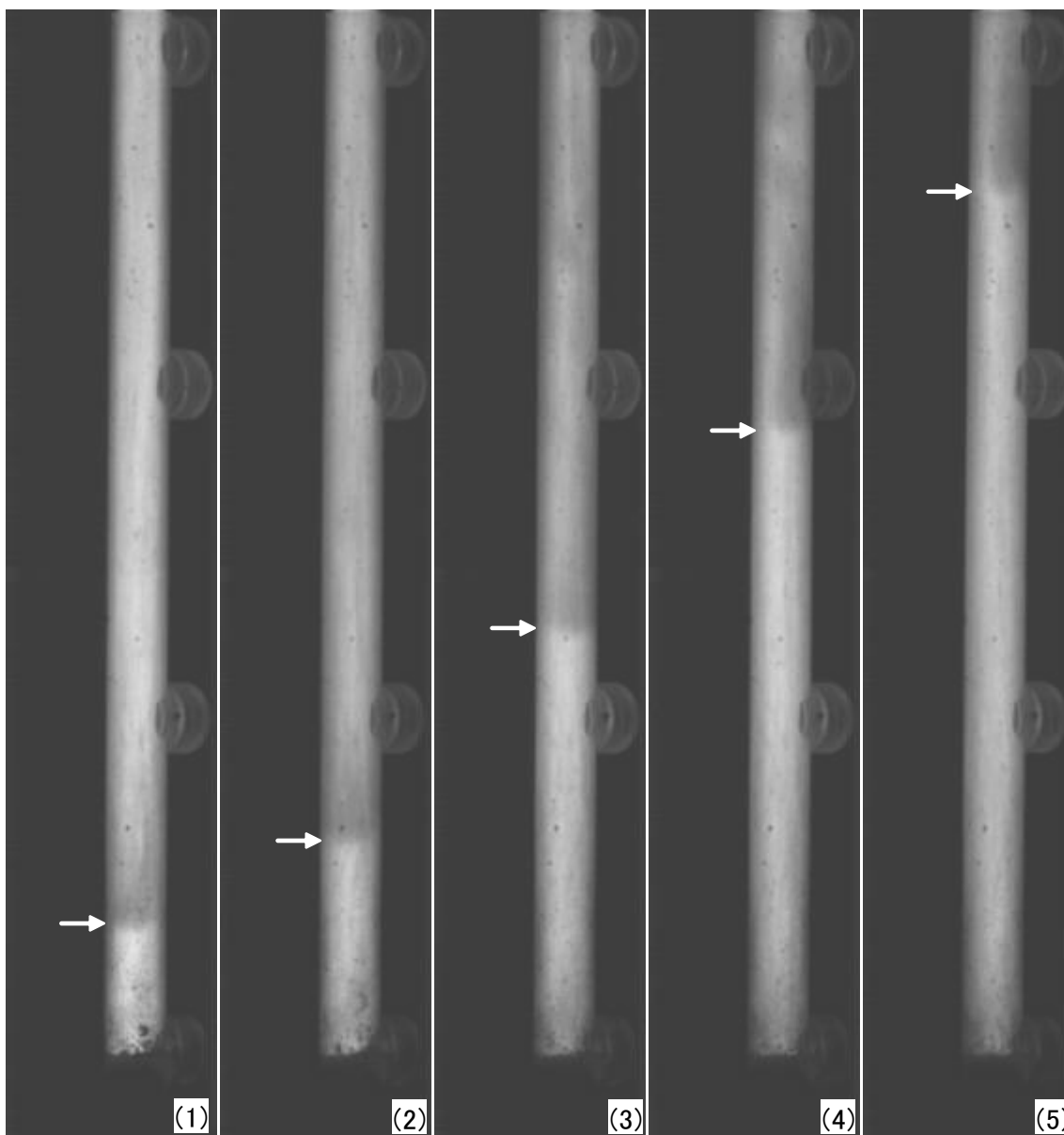


Fig.3.3 (a) Motion of a red peony star for No.2.5 shell in the transparent mortar with 0.5g LC

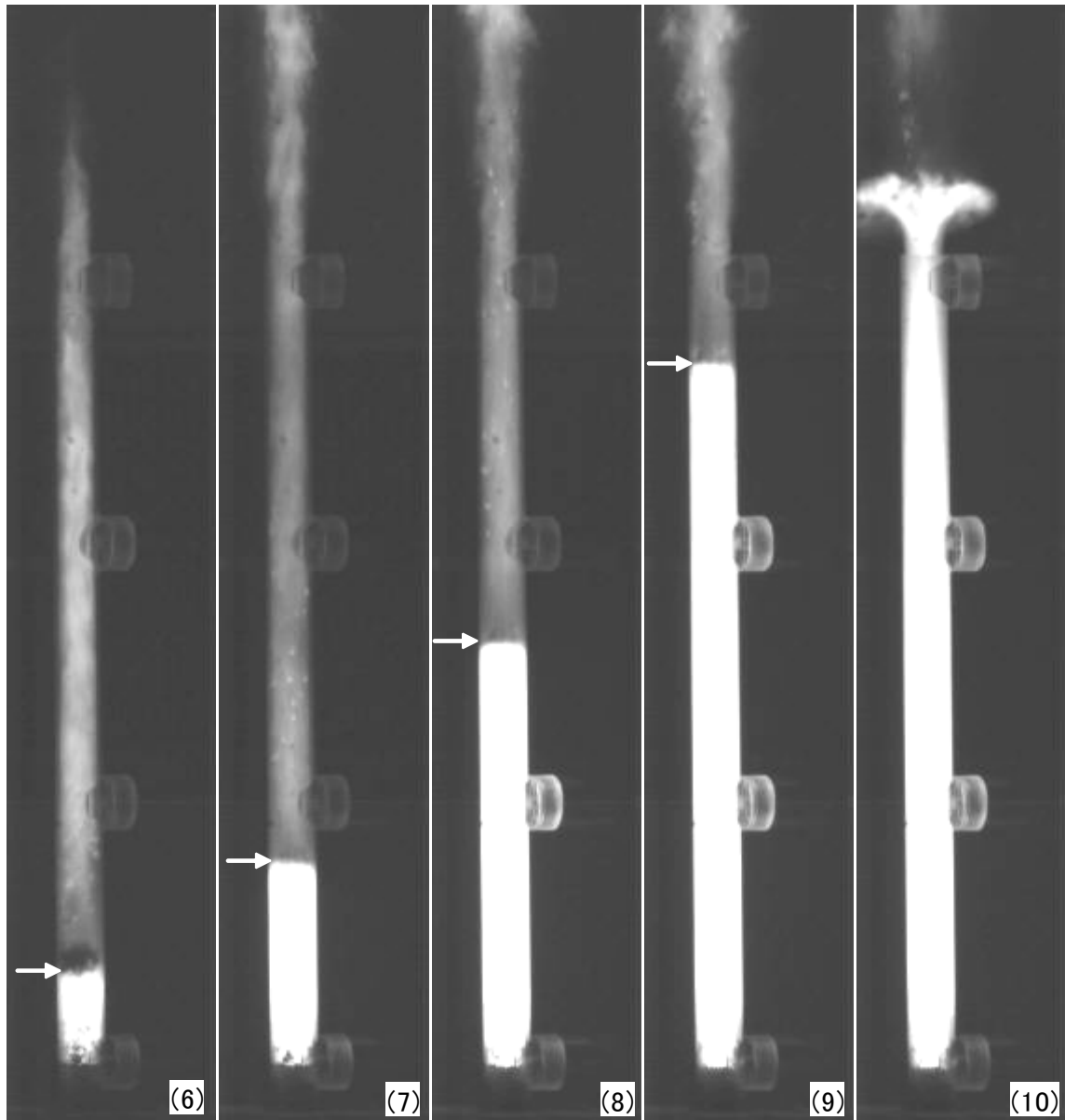


Fig.3.3 (b) Motion of a silver crown star for No.6 shell in the transparent mortar with 0.5g LC

2.5号星の場合、星の直径が小さく、星と筒との隙間が大きい為、隙間から漏れている煙やガス量が多く、星の前にも煙が多くあることが Fig.3.3(a)の写真からはっきり写っている。これに対して、6号玉用星が大きい為、筒との隙間が小さく、漏れたガスや煙が少なく、Fig.3.3(b)から星の動きが鮮明に写されたこともわかった。

Fig.3.3(b)の写真(10)は星が筒から出た瞬間の様子である。

今回の透明筒実験では、筒内の星の運動状況がはっきり観察できた。点火後、

揚薬が燃え始めてから、暫くすると星が立ち上がり、その後急速に加速される。これは、火薬の燃焼生成ガスの膨張による圧力が星に作用する結果である。

高速ビデオカメラにより撮影した画像から、各時刻における星の座標を求めた。各星の筒内圧力プロフィールと運動の軌跡を Fig. 3.4(a-g) に示した。図では圧力プロフィールを加速度に換算して表示している。図中の Z-exp は星の運動の軌跡の実測値である。

Fig.3.4 の星の運動の軌跡を観察すると、間隙率が大きい場合（例えば、Fig.3.4(a~b)）では、加速運動が底部圧力プロフィールがピークを超えた付近で始まっていることが分かる。間隙率が 0.3 程度では、Fig.3.4(c~e) が示す様に加速開始時間は圧力のピーク手前で、さらに間隙率が小さくなると、揚薬の燃焼開始直後から、加速運動が始まる (Fig.3.4(f~g))。発生ガスの漏れによって、星後方の圧力は、底部圧力に比べ、低下が顕著になると考えられる。

Table 3.1 Results of the experiment with transparent mortar

Star	Run	Star mass (g)	Star diameter (mm)	GR	LC (g)	OMV1* (m/s)	OMV2** (m/s)	Fig.3.4
Red peony for No.2.5 shell	1	1.083	11.079	0.62	1	27	25	a
	2	1.100	11.064	0.62	1	25	22	b
	3	1.114	10.984	0.63	1	28	31	
	4	1.033	10.635	0.65	1	30	27	
	5	1.102	11.026	0.62	1	27	23	
Mean		1.086	10.958	0.63				
Red peony for No.5 shell	6	2.722	15.035	0.30	0.5	39	36	c
	7	2.643	14.894	0.32	0.5	28	27	d
	8	2.836	15.324	0.28	0.5	34	29	
	9	2.899	14.914	0.31	0.5	42	38	
	10	2.802	14.692	0.33	0.5	30	29	
Mean		2.780	14.972	0.31				
Red peony for	11	2.921	15.079	0.30	1	80	79	
	12	2.911	15.019	0.30	1	88	90	
	13	2.705	15.223	0.28	1	75	78	e

No.5 shell	14	3.003	15.053	0.30	1	89	94	
	15	3.201	15.815	0.23	1	87	96	
Mean		2.948	15.238	0.28				
Silver crown for No.5 shell	16	3.612	16.921	0.12	0.5	70	77	f
	17	3.518	16.424	0.17	0.5	67	72	g
	18	3.714	17.161	0.09	0.5	74	79	
	19	3.912	17.292	0.08	0.5	84	95	
	20	3.578	16.291	0.18	0.5	67	79	
Mean		3.667	16.818	0.13				
Silver crown for No.5 shell	21	3.74	16.826	0.13	1	90	107	
	22	3.964	17.037	0.10	1	96	115	
	23	4.092	17.48	0.06	1	108	132	
	24	3.71	16.804	0.13	1	101	125	
	25	3.317	16.509	0.16	1	83	99	
Mean		3.765	16.931	0.11				

* Observed muzzle velocity by camera1

** Observed initial velocity by camera2

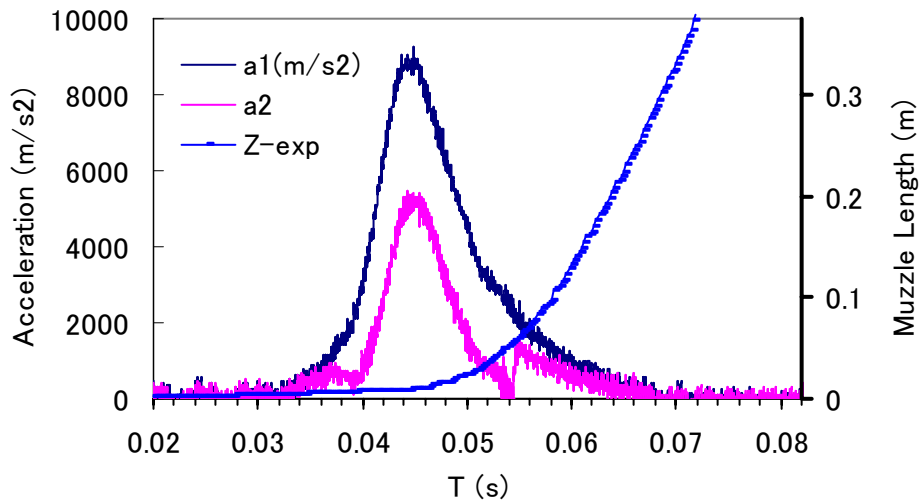


Fig.3.4(a) LC=1g GR=0.62

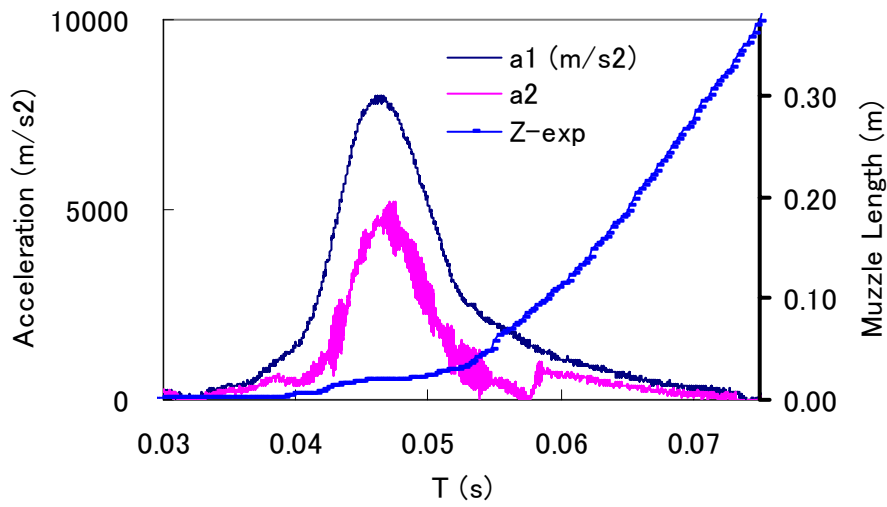


Fig.3.4(b) LC=1 g GR=0.62

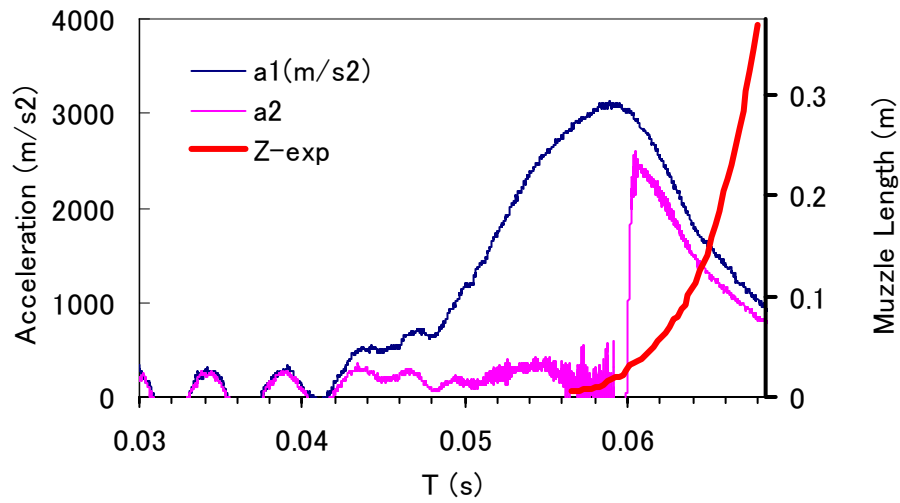


Fig.3.4(c) LC=0.5 g GR=0.3

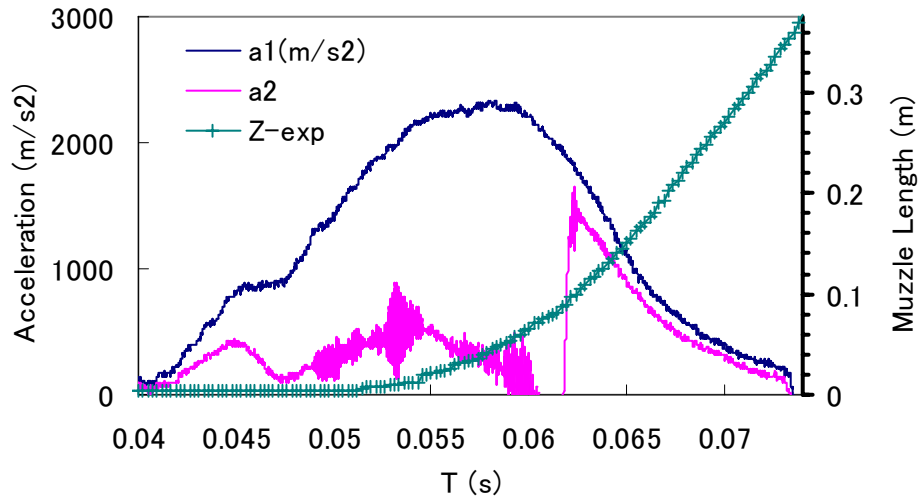


Fig.3.4(d) LC=0.5 g GR=0.32

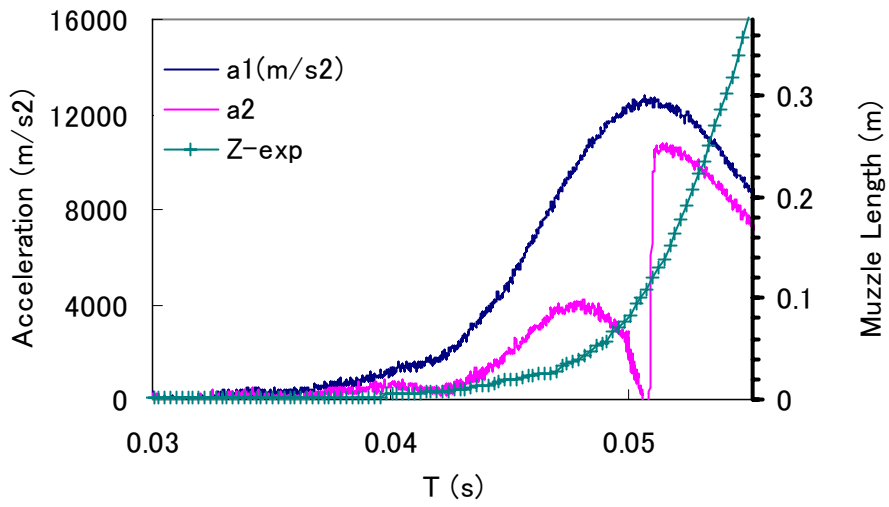


Fig.3.4(e) LC=1 g GR=0.28

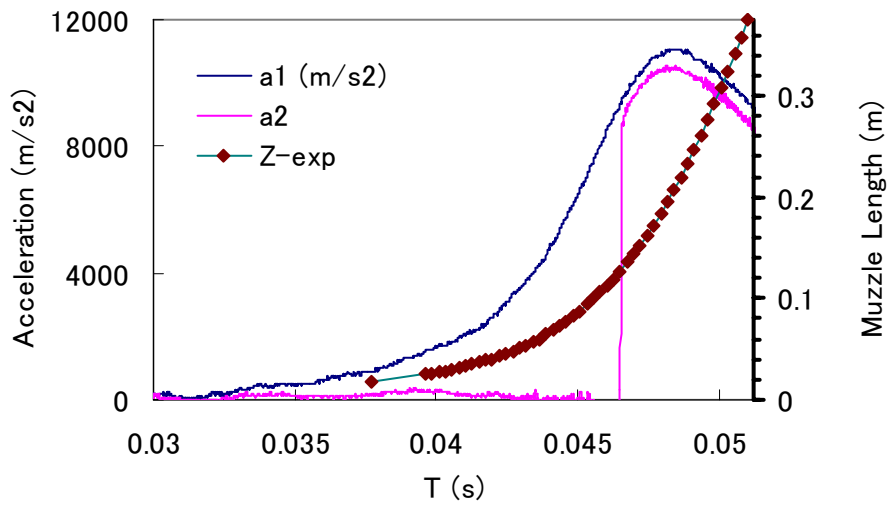


Fig.3.4(f) LC=0.5 g GR=0.12

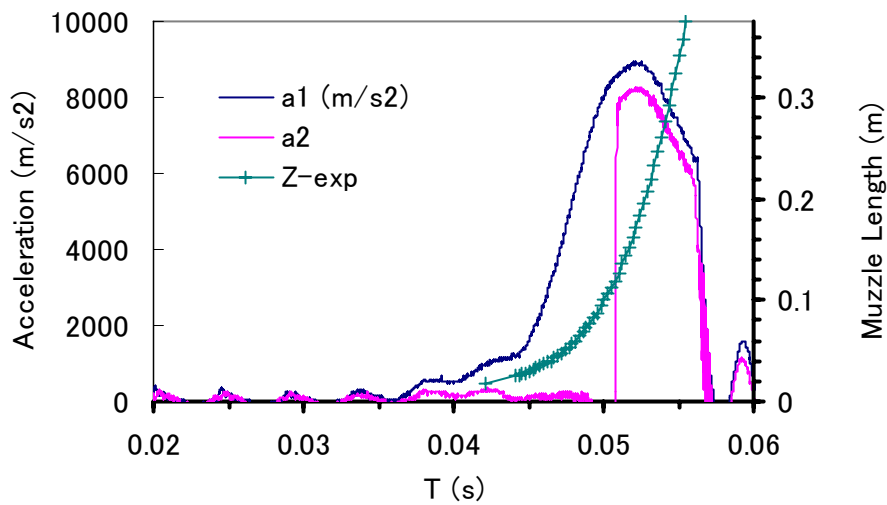


Fig.3.4(g) LC=0.5 g GR=0.17

Fig.3.4.(a-g) Examples of pressure profiles and traveling distance of the star in the mortar

Fig. 3. 5 に星の筒内の運動の軌跡から求めた出口速度 (OMV1 : Table3. 1) と質量比の関係をプロットしたグラフを示した。パラメータは間隙率である。図中の

記号は次のとおり。RPはRed Peony、SCはSilver Crownを意味する。その後の数字は玉を表わす。したがって、RP5は「Red Peony for No.5 shell」を意味する。

このグラフと Fig. 3.4 を対比させると、例えば、GR=0.62 の RP2.5 (2.5号用星 Red peony) (Fig. 3.4(a)) の場合、発生圧力のほとんどが星の加速に寄与していない様子が推察される。

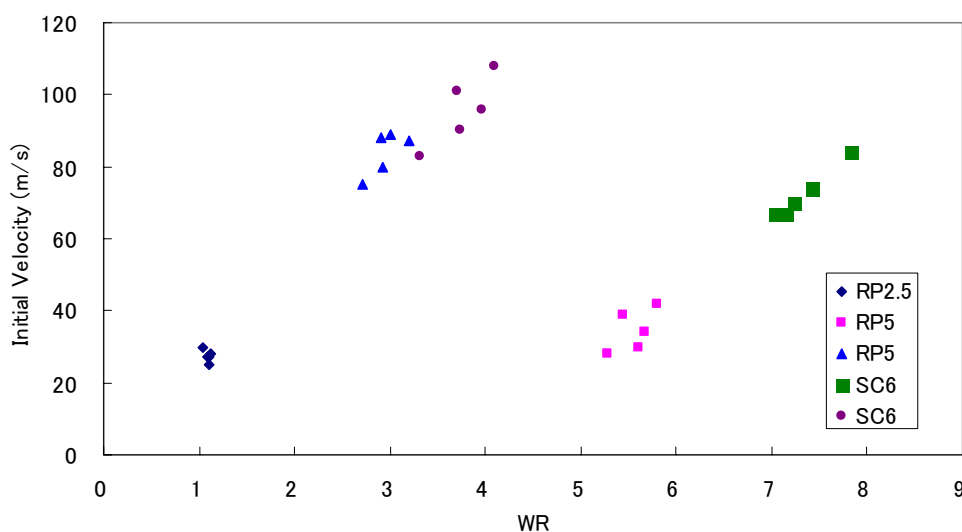


Fig. 3.5 Plot of Initial Velocity vs. Weight Ratio

3.4.2 星の運動軌跡と圧力プロファイルとの関係

Fig. 3.4 の圧力プロファイルと星の運動の軌跡をみると、筒内における星の運動は、二つ分けて考えることができる。一つは筒内圧力がピーク値に達するまでの区間で、他の一つは、圧力がピークに達した後、星が筒先端へガスの膨張により加速される過程である。Fig. 3.4 に示した様に、間隙率の増加に伴い、揚薬の燃焼開始時点から星が筒口に到達する軌跡は比較的緩慢になる。特に底部圧力がピークに達しても星は緩慢な動きをする傾向にある。

Fig. 3.6(a) に、Fig. 3.4(e) に示したデータ (筒の長さ、筒口速度) を基に得られた二種類の運動の軌跡 (Z_1, Z_2) を示した。trajectory は可視化実験により得られた曲線である。 Z_1 曲線は時刻 t^* から筒口で初速を満たす解曲線、 Z_2 は底部圧力プロファイルの全時間区間 (燃焼開始時間から、星が筒口に到達する) での解曲線である。trajectory 曲線は中間にあって、 Z_2 曲線と Z_1 曲線を滑らかに結ぶ運動の軌跡となっている。

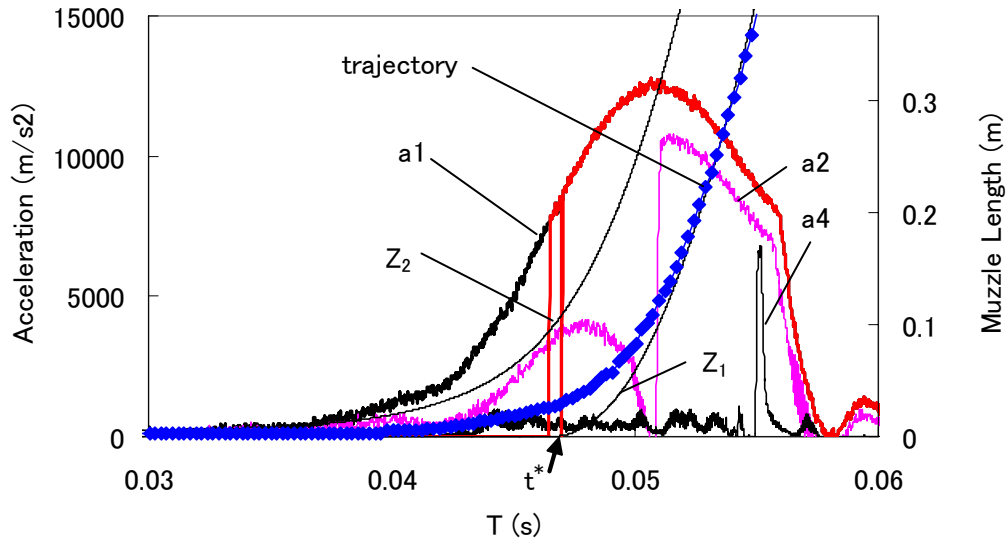


Fig. 3.6(a) Typical trajectories Z_1 , Z_2 and **trajectory** of the star in the mortar.

Z_1 曲線は、時刻 t^* から加速運動を開始し、筒口に到る軌跡である。加速開始時刻までの時間区間では、**trajectory**の状態から明らかな様に、星は緩慢に運動をしていると考えられる。したがって、揚薬の燃焼開始から加速運動開始時刻までの時間区間では、星に作用する駆動力は近似的に無視し得ると考えて良い。この考察をもとに、初速を与える運動方程式を再考しよう。

星の運動方程式は

$$M \frac{du}{dt} = p(t) \times A \quad (3.1)$$

$$\frac{dZ}{dt} = u \quad (3.2)$$

で表すことができる。ここで、 A は星の投影面積である。 M 、 u 、 Z はそれぞれ星の質量、運動速度、および移動距離である。

星の運動の軌跡を近似的に得るには、式(3.1)～(3.2)に筒口で何らかの境界条件を与えて解く必要がある。透明筒の場合、星の軌跡が既に得られていたから、星の筒口到達時刻が底部圧力プロファイルから読み取れなくても(筒口到達時刻は4番目の圧力プロファイルのピーク値 (Fig. 3.6(a) a4 プロファイル) 近傍の時間座標)、実験において確実に分っているデータとして、筒の長さ (Z_1) と初速 (V_{out} : 測定値) を筒出口条件として適用できる。

筒出口で初速になるように式(3.1)～(3.2)を積分することを考える。揚薬の燃

焼開始時間から積分すると、筒出口で指定した初速（実測値）は得られない。この理由は、燃焼開始時間からピーク圧に達するまでに、式(3.1)の右辺を大きく見積もりすぎて、式(3.2)より得られる筒の長さは実際の長さを超えてしまうからである (Fig. 3.6(a) Z_2 曲線)。そこで、積分開始時間を調整する必要がある。すなわち、積分条件は、実際に星を加速するのに必要なエネルギー（初速）を与える圧力プロファイルを決定する条件とすることができる。

積分開始時間を与える力学の方程式は、非常に複雑であるが、可視化実験の結果から、時刻 t^* までは、 $p(t) = 0$ と看做せるほど $p(t)$ の寄与は小さいとして、以下の条件を課した。

$$p(t) = 0 \quad 0 < t < t^* \quad (t^* : \text{加速運動開始時間}) \quad (3.3)$$

$$V = V_0 \quad (\text{初速 測定値}) \quad Z = Z_L \quad (3.4)$$

これにより、問題は、初速（測定値）、筒の長さを与えて、加速運動開始時間 t^* と加速区間での星の軌跡および筒先端到達時間 t_{out} を求める問題に帰着される。条件(3.3)は、ガスの発生と玉・星の運動開始、圧力の上昇など、燃焼開始初期での、間隙率、揚薬量によって最も影響を受ける区間での複雑な力学を単純化したものである。Fig. 3.6(a)に示したように、可視化実験における星の軌跡と比較してみると、加速運動区間での、星の軌跡を良い近似で計算できると考えられる (Fig. 3.6(b~d))。

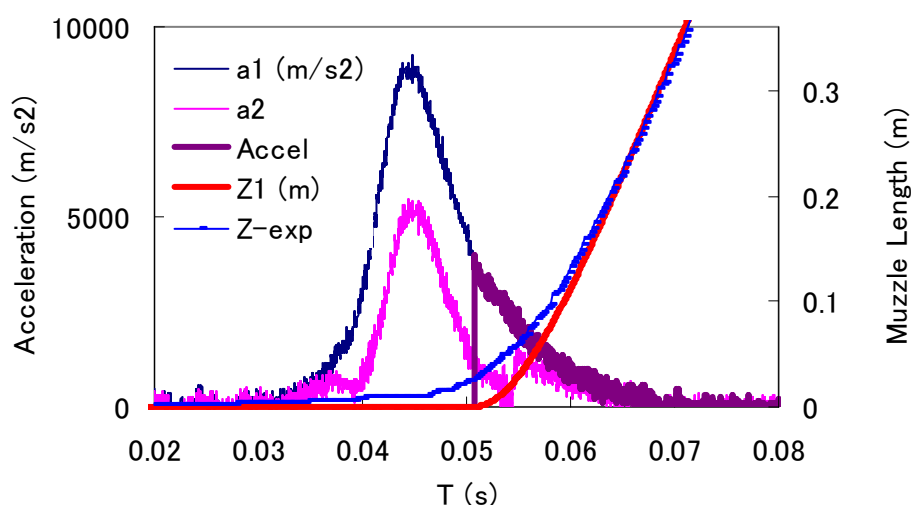


Fig. 3.6(b) LC=1g GR=0.62

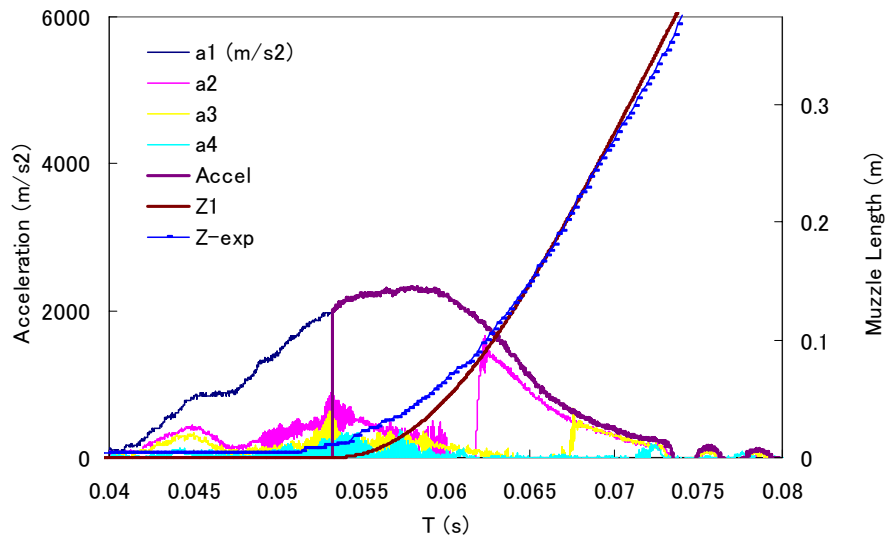


Fig. 3.6(c) LC=0.5 g GR=0.32

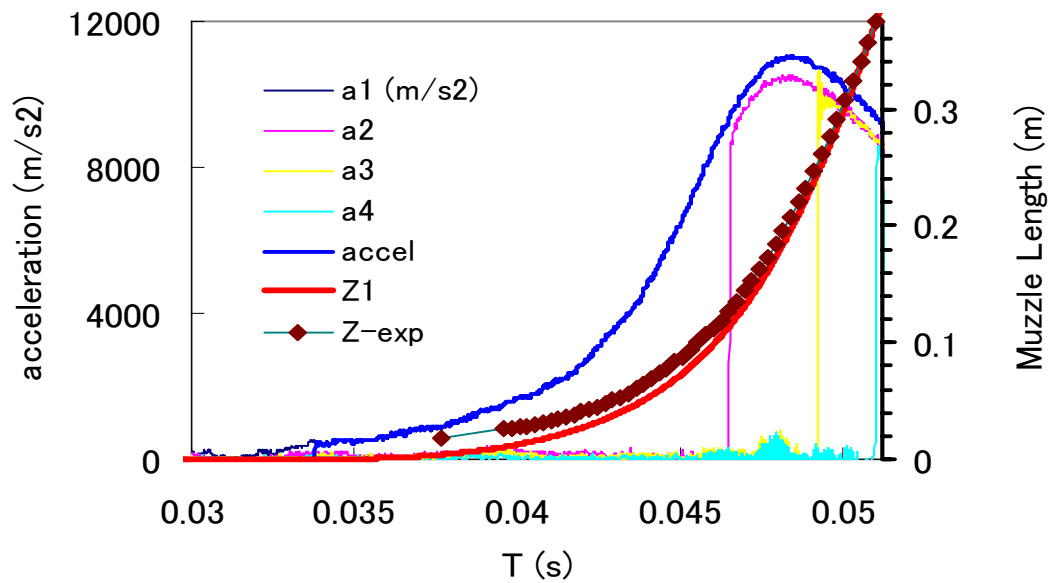


Fig. 3.6(d) LC=0.5 g GR=0.12

Fig. 3.6(e, f)に示したように、間隙率が大きい場合、星の筒口到達時刻を底部圧力プロファイルから読み取ることは困難になる。この様な場合、筒の長さは既知であるから、時間の代わりに高速度ビデオカメラによる初速を使用して、内部の星の運動の様子を推察可能である。

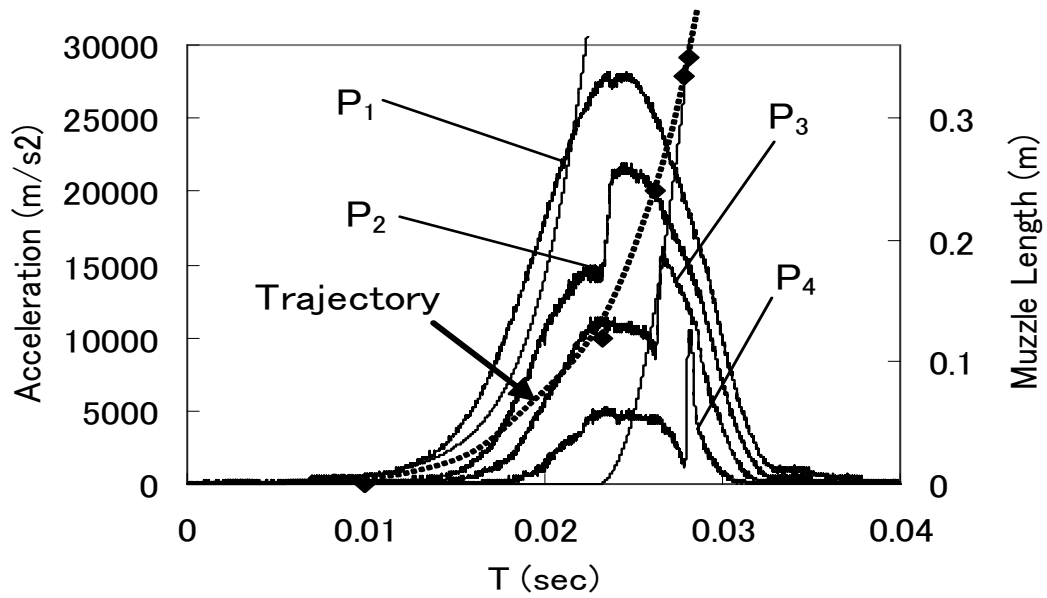


Fig. 3.6(e) Estimated Trajectory of the star. (ref. Fig2.9(a))

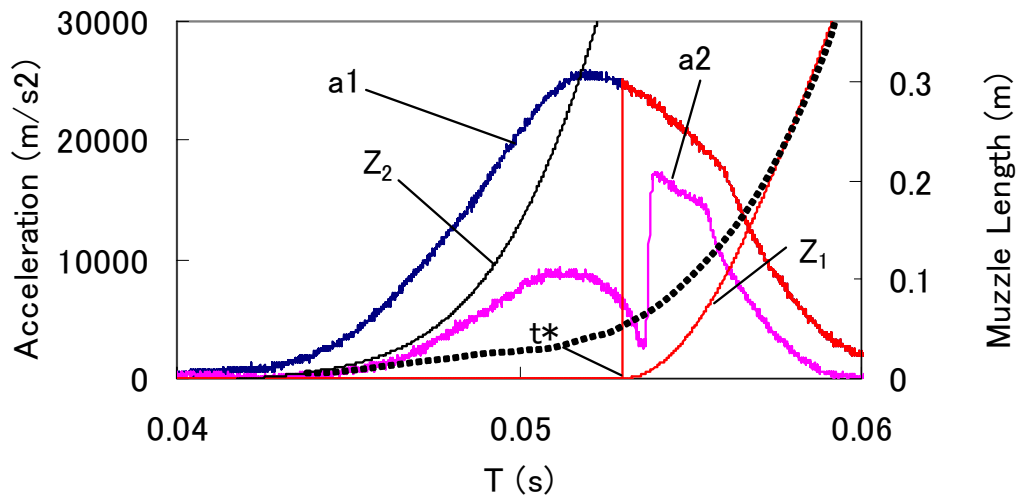


Fig. 3.6(f) Estimated trajectory of the star (dotted line). This is obtained from the data shown in the Fig, 2.8(c).

Shot Energy Efficiency^{4,5)} (SEE) に関する結果について以下にのべる。
 燃焼開始時間 $t = 0$ から底部プロフィールを t_{out} まで積分して得られた速度 (V_{all}) は、開始時間から発生した圧力が全て玉・星に作用した場合の速度である。した

がって、 $(V_o/V_{all})^2$ は、全体の発生圧力のうち玉・星を打ち揚げるのに要したエネルギーの割合を示す。Fig. 3.7 に結果を示す。間隙率が 0.7 では、この値は 10%以下になる。

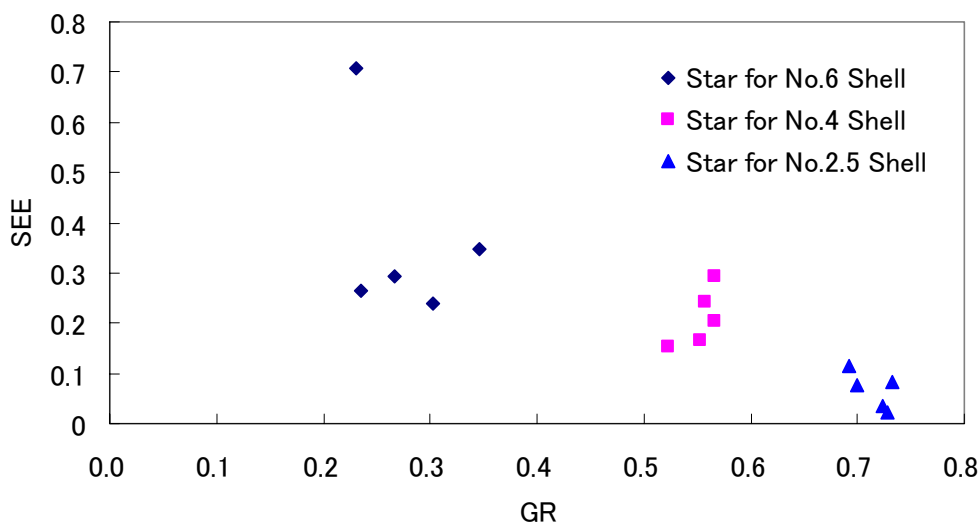


Fig. 3.7 Plot of Shot Energy Efficiency (SEE) of stars vs. GR

底部圧力プロファイルから筒口到達時間が得られる場合、式(3.4)の変わりに、次式を条件にすれば、初速の計算および測定値との比較が可能になる。

$$Z = Z_L, \text{ at } t = t_{out} \quad (3.5)$$

3号玉の打揚実験を再度取り上げる³⁾。間隙率が小さい場合、式(3.5)を与えると、初速を精度よく計算できる例をFig. 3.8 に示した。この場合、筒口到達時間 ($t_{out} = 0.043$ (sec)) で、玉は筒口 ($L_n = 0.75$ (m)) に到達する。このようにして得られた初速をTable. 3.2 に示した。初速の計算精度は向上し、高速度ビデオカメラによる測定値との比較・検討がより精度よく実行できることが分かった。

筒内弾道による初速の計算精度を高めるために、筒底部圧力分布の計測に加えて、筒口到達時間の計測方法の工夫が必要である。

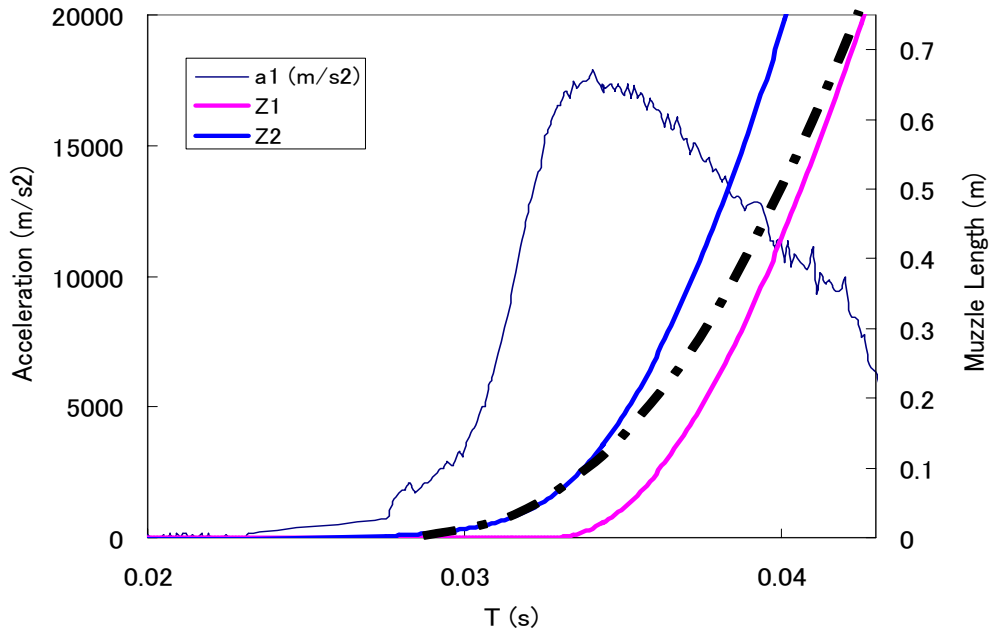


Fig. 3.8 Estimated traveling distance (dotted line) and calculated trajectories Z_1 and Z_2 .

Table 3.2 Calculated and observed muzzle velocities

Run	LC (g)	Observed(m/s)	Calculated*(m/s)	Calculated**(m/s)
shot 1	30	135	141	135.5
shot 2	28	122	128	122.7
shot 3	24	132	137	130.8
shot 4	22	82	81	82.2
shot 5	20	78	76	78.0
shot 6	18	89	92	88.9
shot 7	16	83	87	83.3
shot 8	14	88	90	88.3
shot 9	12	70	72	69.6

Calculated* Eq. (2.3) and Eq. (2.4)

Calculated** Eq. (3.1) and Eq. (3.2) with Cond. (3.3) and Cond. (3.5)

3.5 まとめ

透明筒を用いた可視化実験と解析によって次の結果を得た。

(1) 筒内の星の運動は、間隙率の値によって次の二つのケースに分類される。

(1.1) 間隙率が 0.12、0.17 (Fig. 3.4(f, g)) の場合、圧力プロファイルには星前方への発生ガスの漏れによる圧力変化が殆ど見られない。この場合、星は燃焼開始後すぐに立ち上がり、急速に運動を開始することが「位置-時間」のデータから得られ、可視化による星の運動の観察とも一致する。各センサーでの圧力の不連続的な立ち上がりは、星がそのセンサー位置を通過直後に星後方に作用する圧力によるもので、星の通過時刻における星の位置とセンサー位置はよく一致している。初速は、星の運動の軌跡の筒出口付近での平均勾配より求められ、この値は2台目の高速ビデオカメラによる星の運動の軌跡から得られる筒口速度の値とほぼ一致している。

(1.2) 間隙率が 0.3、0.32 (Fig. 3.4(c, d)) の場合、星の運動は底部圧力プロファイルのピーク圧到達時間付近で開始され、筒出口に到達する時間も長くなる。この結果、筒出口付近での平均勾配から得られる筒口速度は低い値になる。間隙率が 0.28 (Fig. (3.4(e))) の場合、圧力プロファイルから、星前方への発生ガスの漏れが起こっていることが分かる。燃焼開始から星は殆ど運動せず、発生ガスが間隙を通過していく様子が考察される。発生ガスの漏れにより、発生圧力の相当部分が星の運動に寄与していない結果が初速の低下の原因になっている。この傾向は間隙率が 0.62 (Fig. 3.4(a, b)) の場合、いっそう顕著になる。

(2) 可視化実験から導かれる玉・星の筒内運動モデル。

(2.1) 星は間隙率の値によって二つの運動状態に分けて考えることが可視化実験により可能となった。間隙率が小さい場合、星は燃焼開始後直ちに運動を開始する。発生圧力の運動への寄与は、燃焼開始から筒出口までの圧力プロファイルによってなされる。一方、間隙率が大きい場合、底部圧力がピーク値付近に達するまで、星は殆ど運動しない。そこで、燃焼開始時間から星が運動を開始するまでの時間（加速運動開始時間 t^* ）区間では圧力プロファイルをゼロとおき、不連続的に立ち上がる圧力プロファイルを星に作用する圧力と見なした。この様にして得られた運動方程式を、筒出口で、初速（実験値）を満たすように積分した。こ

のモデルによる計算結果はFig. 3.6(a)における軌跡（計算）で示した曲線である。間隙率の大きいケースでも、実験値と良い一致がみられる。間隙率が小さく、玉・星の筒口到達時間を、底部圧力プロファイルから読み取れる場合、筒口でこの時間を条件として、運動方程式を積分すると、初速の計算精度は向上する。

参考文献

- 1) M.Higaki, D.Ding, Y.Ooki K.Ito and T.Yoshida, "Interior Ballistics (2) Motion of Firework Star in a Transparent Motar", J.Pyrotechnics, in contribution.
- 2) a) M. Hosoya and H. Hosoya, "Science of Fireworks", Tokai University Publishing Association, 1999, p.98; b) T. Matunaga, private communication, 2005
- 3) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki and T. Yoshida, "Interior Pressure in the Mortar of a No.3 Shell in a Firework Shot", J. Pyrotechnics, Issue 22, pp.3-8, Winter 2005
- 4) J.E.Rose, IHTR433, "Properties of Black Powder and Charcoal", US Naval Ordnance Station, Indean Head, Md; 1979
- 5) M.Higaki, D.Ding, Y.Ooki and T.Yoshida, "Ballistics of an Iron Bar Shot from a Mortar", J. Pyrotechnics, Issue 23, pp.21-29, Summer 2006

4 筒外弾道 (1) 模擬煙火玉の空気抵抗¹⁾

4.1 はじめに

煙火玉の空気抵抗は玉の空中軌跡を考察する上で重要な要素である³⁾。球を含む物体の空気抵抗は風洞実験により研究されている²⁾。この結果が煙火の空中軌跡に適用されている。しかし、実験の結果は確定的な空気抵抗係数は得られがたいのが現実である。

本研究では、煙火玉の模擬玉を用いて煙火の空気抵抗の性質について検討することを目的とした。

4.2 実験

4.2.1 試料

煙火空模擬玉は須永花火(株)より入手した。用いた模擬玉の諸元を Table 4.1 に記す。

Table 4.1 Diameter and mass of empty shells

Number of shell	Diameter (m)	Mass (kg)
2	0.057	0.024
2.5	0.069	0.044
3	0.084	0.070
4	0.112	0.141
5	0.142	0.209
7	0.197	0.477
10	0.272	0.920

4.2.2 装置

足利工業大学本館の廊下及び非常階段塔で模擬玉の自由落下実験を行った。落下中の玉の位置及び時間は高速度ビデオカメラ (FOR. A VFC-100 SB 及び PHOTRON FASTCAM-Rabbit) を用いて測定した。

模擬 5 号玉の空気抵抗係数は開放型風洞を用いて測定した。風洞の開放面は 1.05m×1.05m で、風速は 1m/s ~20m/s の範囲で変えられる。風洞と空気抵抗測定系を Fig. 4.1 に示す。

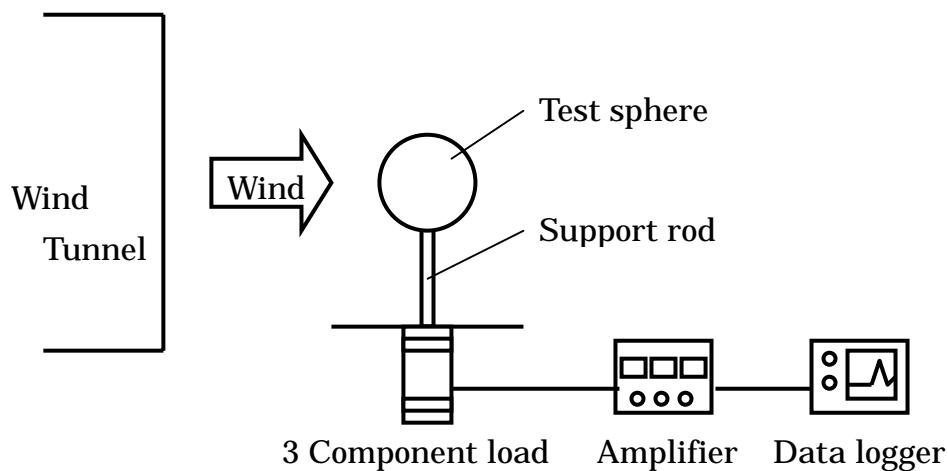


Fig. 4.1 Wind tunnel and drag coefficient measuring system

4.2.3 短距離での模擬玉の自由落下実験

自由落下実験における落下開始直後の運動状態を調べるために、模擬煙火玉の短距離自由落下実験を本館の廊下で行った。自由落下問題では、落下直後の状態は、初期条件として方程式に影響するために、必要な実験である。使用した高速度ビデオカメラはFOR. A VFC-100SBで、直立標尺を用いて位置決めをした。

4.2.4 塔内での自由落下実験

実験を行った非常階段塔は約30mの高さで、途中の4箇所に高速度ビデオカメラを設置し、そこを通過する模擬玉の時間を測定した。4台のカメラはトリガーを用いて同時に始動した。

4.2.5 風洞実験

試験される模擬玉を風洞の支持棒に取りつける。最初に試験玉と支持棒の抵抗 D_{S+R} を各風速で3-成分ロードセル（日章エレクトロニックLMC-3502）を用いて測定する。支持棒の空気抵抗 D_R を同様に測定し、試料の空気抵抗 D_S を D_{S+R} から D_R を引いて求める。試験玉の空気抵抗係数 C_D は、次式（4.1）を用いて求められる。

$$C_D = \frac{D_S}{\frac{1}{2} \rho \frac{1}{4} \pi d^2 U_\infty^2} \quad (4.1)$$

4.3 結果と考察

4.3.1 短落下距離における玉に対する空気抵抗の影響

球の空気抵抗がレイノルズ数に依存しないとすると、垂直落下運動は式（4.2）

で表される。

$$\frac{du}{dt} = g - \frac{3\rho_f}{4\rho D} C_D \cdot u^2 \quad (4.2)$$

ここに、 u 、 t 、 g 、 ρ_f 、 ρ 、 D 及び C_D は、それぞれ、球の速度、時間、重力加速度、空気密度、球の密度、球の直径及び球の空気抵抗係数である。

C_D は一定であると仮定すると、落下時間 t と落下距離 h は、それぞれ、式 (4.3) と式 (4.4) で表される。

$$t = \frac{1}{2ab} \ln \left(\frac{a+bu}{a-bu} \right) \quad (4.3)$$

$$h = -\frac{1}{2b^2} \ln \left(\frac{a^2 - b^2 u^2}{a^2} \right) \quad (4.4)$$

ここに、 $a^2 = g$ および $b^2 = \frac{3\rho_f}{4\rho D} C_D$ である。

模擬 2 号玉の落下時間に対する落下距離を計算すると Fig. 4.3 のようになる。

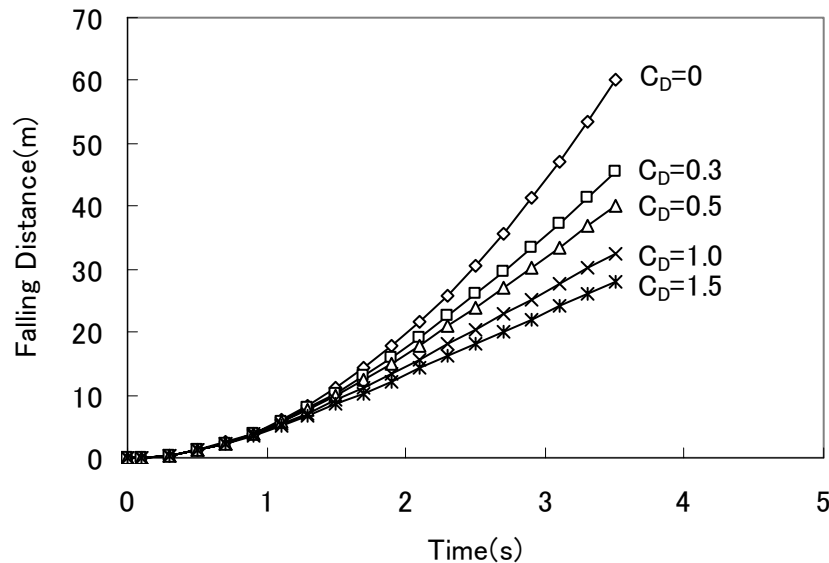


Fig. 4.2 Plot of calculated falling distance vs. time for No.2 empty shell

自由落下の開始時間を測定することは困難である。煙火模擬玉の自由落下開始時間を、短距離自由落下実験と空気抵抗の影響しない時間—距離の関係から求めた。実験においては、模擬玉はクリップから離して落下させた。同時にトリガー信号をビデオカメラに送った。そしてカメラをスタートさせた。カメラは、スタートポイントから一定の距離を落下する球を記録した。

玉の落下開始時間は必ずしも正確ではない。落下開始時間はスタートポイントより 0.2m 下で測定された時間と空気抵抗を無視した模擬玉の自由落下運動方程式で補正した。模擬 2 号玉の補正した落下時間を Table 4.2 に記した。

Table 4.2 Falling height (H) and time (t) for No.2 empty shell

H(m)	corrected t_{obs} (s)				Average at same H	t_{calc}
	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4		
0.0	0	0	0	0	0	0
0.2	0.202	0.202	0.202	0.202	0.202	0.202
0.4	0.282	0.286	0.290	0.294	0.288	0.286
0.6	0.346	0.350	0.354	0.354	0.351	0.350
0.8	0.406	0.402	0.410	0.414	0.408	0.404
1.0	0.450	0.450	0.454	0.458	0.453	0.452
1.2	0.494	0.494	0.498	0.502	0.497	0.495
1.4	0.534	0.534	0.538	0.542	0.537	0.535
1.6	0.574	0.570	0.578	0.582	0.576	0.571
1.8	0.610	0.606	0.610	0.618	0.611	0.606

4.3.2 塔内での自由落下実験

球の空気抵抗係数 C_D はFig. 4.3 に示したようにReynolds数の関数である。低 Reynolds数に対しては、 C_D はReと共に減少し、それから臨界点に達するまでは殆ど一定となる。臨界点では、 C_D はより小さな値まで急速に下がり、それ以降はほぼ一定値を保つ。

2号、4号及び5号の模擬玉を用いた自由落下実験を塔内で行った。落下時間はスタートポイントから 4.3m - 22.4mの数カ所で同時に 4 地点での時間測定を行った。いくつかの C_D を仮定して対応する落下時間と測定値と計算値の差の標準偏差を計算した。その例をTable 4.3 に記す。

Table 4.3 Observed and calculated falling times (T_{calc} and T_{obs}), and

standard deviation (Std) for No.2 empty shell when $C_D=0.7$

H(m)	T_{obs} (s)	T_{calc} (s)
4.30	0.994	0.967
4.40	1.006	0.979
7.90	1.367	1.346
8.00	1.375	1.355
11.50	1.673	1.666
11.60	1.681	1.675
11.70	1.690	1.683
15.24	1.954	1.970
15.33	1.969	1.977
22.40	2.456	2.507
Std		0.024

Air density = 1.205kg/m^3 ; viscosity coefficient of air = $1.81 \times 10^{-5}\text{Pa} \cdot \text{s}$

kinematical viscosity coefficient of air = $1.50 \times 10^{-5}\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Shell no.2: mass = 0.024kg, diameter = 0.057m, density = 247.5kg/m^3

2号、4号及び5号模擬玉の落下時間測定値と計算値の差の標準偏差をTable 4.4に記す。標準偏差は、2号、4号及び5号模擬玉に対してそれぞれ C_D が0.7、0.7及び0.8のとき最小であった。

Table 4.4 Assumed C_D and calculated Std

No.	C_D								
	0	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
2	0.172	0.096	0.072	0.048	0.028	0.024	0.042	0.066	0.091
4	0.119	0.072	0.056	0.041	0.027	0.020	0.024	0.037	0.051
5	0.146	0.094	0.077	0.059	0.043	0.027	0.017	0.023	0.037

4.3.3 レイノルズ数依存性を考慮した煙火玉の抵抗係数

空気抵抗を考慮した煙火玉の空中軌跡は次の現象論的な運動方程式によって与えられる。

$$m \frac{d v}{d t} = - m g - m F$$

$$\frac{d z}{d t} = v$$
(4.5)

ここで、 z は鉛直上向き方向を正とする座標、 m 、 g 、 v はそれぞれ、玉の質量、重力加速度、玉の上昇／下降速度である。 F は玉に働く空気抵抗力である。符号 m は上昇／下降に対応する。 F は次式で与えられる。

$$F = \frac{1}{2} \rho_{air} A C_D v^2$$
(4.6)

ここで、 ρ_{air} 、 A 、 C_D は空気密度、玉断面積、空気抵抗係数である。さらに C_D はレイノルズ数 Re の関数として与えられる。Fig. 4.3 に示した様に、(4.6) 式の C_D は低レイノルズ数 ($Re < 1$) にたいするストークスの理論解からレイノルズ数の増加とともに高レイノルズ数における $C_D=0.4$ へ遷移する。全領域の特性を示す式として次の式が頻用されるが、

$$C_D = 0.4 + \frac{24}{R_E}$$
(4.7)

遷移域 ($1 < R_E < 1000$) での実験値との一致に問題がある。遷移域を含む $R_E < 1000$ の領域で実験値と良い一致を示す式として Schiller・Naumann (1933) の近似式がある⁴⁾。Fig. 4.3 に、 R_E 数に対する(4.7)式及び(4.8)式を図示した²⁾。

$$C_D = \frac{24}{R_E} (1 + 0.15 R_E^{0.687})$$
(4.8)

ここでは、煙火玉の模擬玉を用いた自由落下実験より得られた $Z-t$ 線図に合う様に C_D を(4.7~8)式により求めた。ただし、計算では、(4.7)式の 0.4 は調整量として、 C_{D_BASE} とおいて可変にした (これがベースとなる抵抗係数)。4.3.2 の方法に比べて、低い抵抗係数値がえられた。

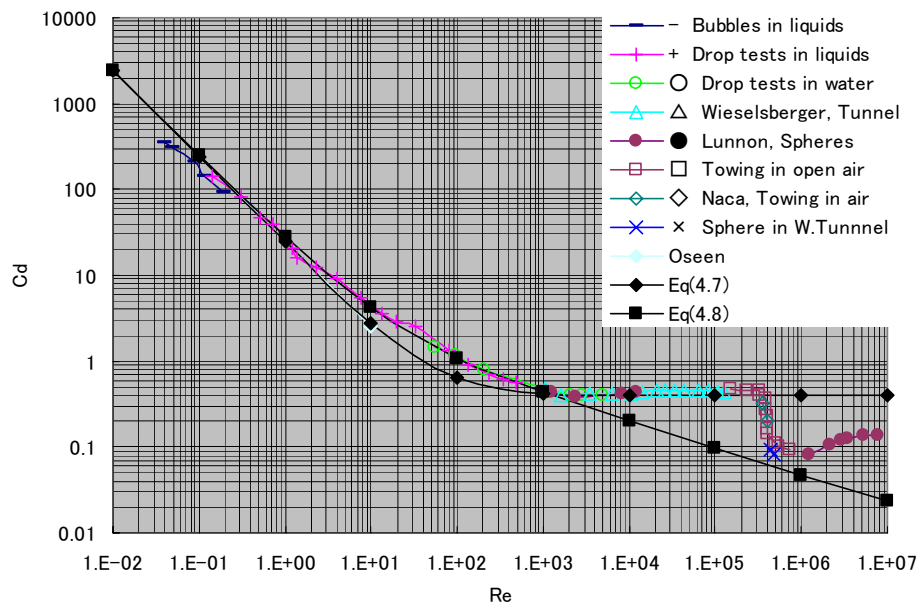


Fig.4.3 C_D - Re plot

4.3.4 風洞実験

風洞実験によって測定された5号模擬玉の C_D は0.4であった。この値は自由落下実験で得られた0.8より小さい。

以上、いくつかの方法で求められた煙火玉の抵抗係数を Fig. 4.4 にまとめた。図中の FreeFall のデータは、(4.2)式による結果、“2号～5号”は(4.5)式～(4.8)式を用いた結果である。

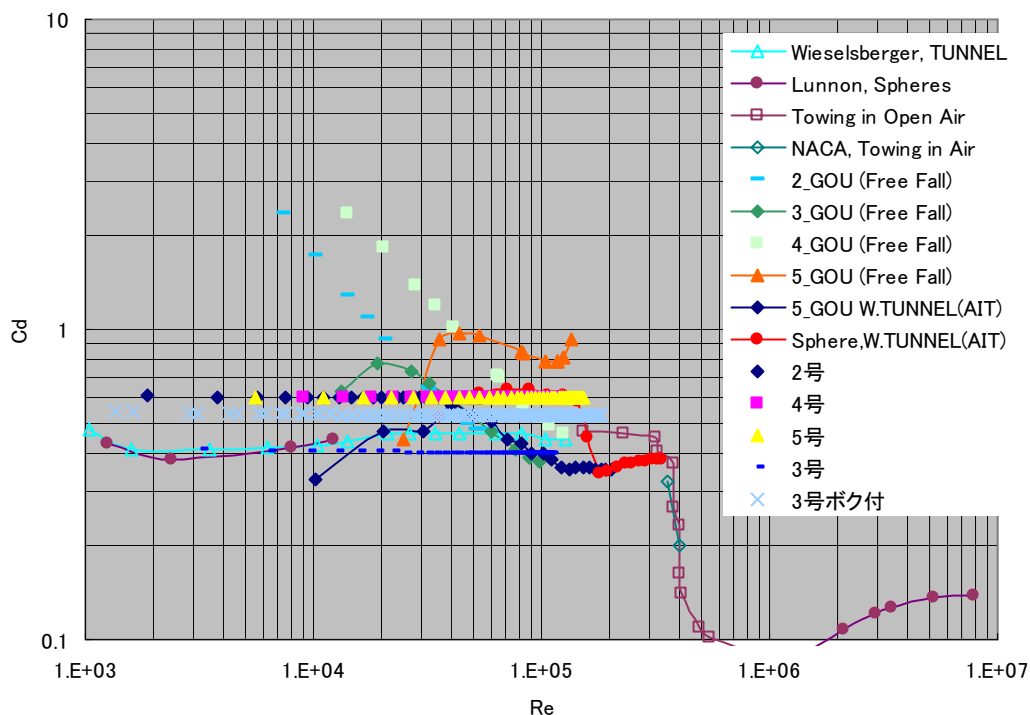


Fig. 4.4 Cd vs Re

4.4 まとめ

煙火玉の空気抵抗を求めるために、模擬空煙火玉の短距離落下実験、ビル塔内での落下実験及び風洞実験を行った。レイノルズ数依存を用いた方法の結果が既存の抵抗係数値とよい相関を示した。ただし、係数の絶対値³⁾については、さらに検討の余地がある。

参考文献

- 1) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki, Y. Nemoto and T. Yoshida, Air Resistance of Spherical Fireworks Shells, Science and Technology of Energetic Materials, 第 67 巻、No.1, pp.39-42, 2006 年 1・2 月
- 2) Sighard F. Hoerner, Fluid-Dynamic Drag, p3-8, Published by the Author 1958
- 3) 松永猛裕、和田有司、石田英史、伊藤 葵、畑中修二、田村昌三、小林直太、吉田忠雄、打揚煙火模擬玉の弾道式とその妥当性の検証、打揚煙火の安全の研究 (第二報)、工業火薬 Vol.50、No.6, pp.478-485、1989
- 4) 後藤仁志、数値流砂水理学、pp. 41-45 森北出版 2004

5 筒外弾道（2）打ち揚げられた星の軌跡

5.1 はじめに

星を打揚、燃焼星の軌跡より、燃える星の抵抗係数を求めることを試みる。これまで、燃焼星の運動の軌跡について、例えば、清水^{1) 2)}による破裂玉から放出された燃焼星の弾道についての研究、K.L. Kosanke 及びB.J. Kosanke³⁾による放出された星の部分燃焼についての報告、Kosankeら⁴⁾及びJ.M. Mercer⁵⁾による打揚煙火玉の外部弾道のモデル化、などが試みられているが、燃焼星の抵抗係数について言及した報告は少ない。

5.2 実験

5.2.1 試料

実験に用いた星は須永花火（株）から提供された。揚薬及び点火玉は日本化薬（株）製のものである。揚薬の諸元は2章で述べた。

5.2.2 装置

星の定常燃焼時間、空中飛行燃焼時間、初期速度及び空中軌跡は、高速度ビデオカメラ（FOR. A VFC-100SB または Phantom VR-V4.2）を用いて測定した。測定対象物の大きさに応じて3種のレンズを用いた。

5.2.3 手順

開放空気中での星の静置燃焼は化学実験室のドラフトチャンバー内で行った。耐熱板上に星を置き、ガストーチで点火した。点火と同時に高速度カメラを起動させ、燃焼時間を記録した。

星の打揚実験は次のように行った。打揚筒の底部に点火玉を装着し、筒を垂直に固定する。筒口から揚薬を流し込み、その上に星を落とす。点火玉の脚線を点火回路に結線する。秒読み後に点火スイッチを入れ同時に高速度カメラを始動させる。

5.3 結果と考察

5.3.1 星の開放空气中静止燃焼時間と飛行燃焼時間

2号、2.5号、3号、4号、5号及び6号玉用のピンクぼたん、紅ぼたん、銀冠、紫ぼたん、及び銀ぼたん星の静止燃焼実験結果を Table 5.1 に記す。

Table 5.1 Mean and standard deviation of the dimension of stars and the stationary burning time

Star name	shell no	numb. of exp.	mass(g)		diameter(mm)		burning time(s)	
			Mean	std	mean	std	mean	std
Pink peony	2	4	0.975	0.028	9.98	0.230	1.201	0.245
red peony	2.5	5	1.148	0.021	10.69	0.170	1.005	0.067
silver crown	3	4	1.716	0.036	11.84	0.130	1.602	0.069
red peony	4	5	2.192	0.243	13.41	0.230	1.462	0.099
violet peony	5	4	2.493	0.493	14.30	0.040	2.365	0.054
silver peony	2	5	0.830	0.032	10.18	0.128	0.780	0.050
silver peony	2.5	5	0.965	0.097	10.78	0.350	0.874	0.076
silver crown	3	5	1.743	0.079	12.27	0.187	1.677	0.078
silver peony	4	5	1.940	0.057	13.47	0.085	1.149	0.018
silver peony	5	5	2.753	0.139	15.19	0.308	1.309	0.045
silver peony	6	5	3.840	0.073	16.88	0.242	1.473	0.022
Blue peony	2	5	1.012	0.099	10.34	0.413	1.470	0.168
Blue peony	2.5	5	1.183	0.109	10.72	0.310	1.578	0.044
Blue peony	3	5	1.679	0.089	12.16	0.115	1.831	0.115

(1) 星の燃焼時間と線燃焼速度に及ぼす直径の影響

Fig. 5.1 は銀ぼたん星の平均直径に対する平均燃焼時間と平均線燃焼速度のプロットである。

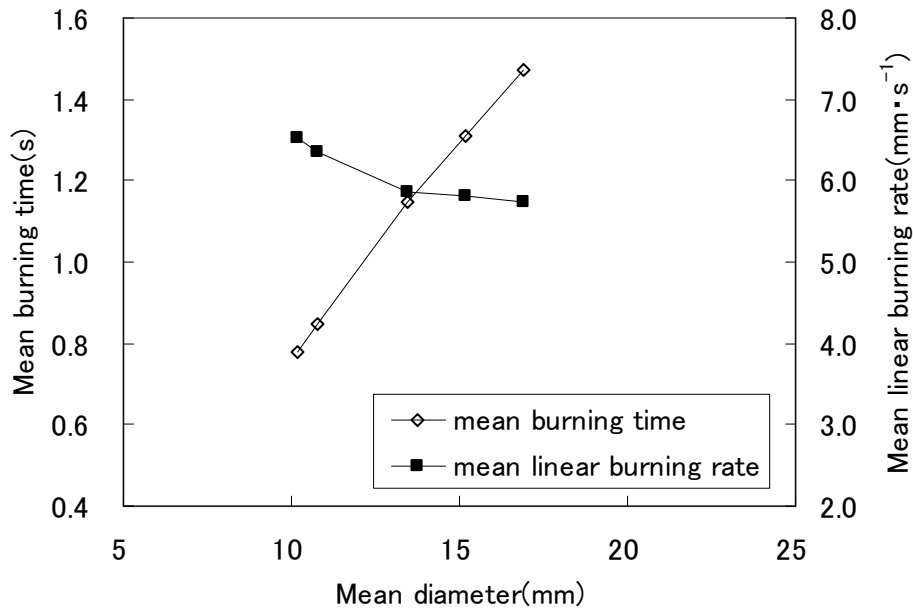


Fig. 5.1 Plots of mean burning time and linear burning rate vs. mean diameter of silver peony stars.

銀ぼたん星の燃焼時間はほぼ星の直径と比例する。線燃焼速度は一定ではなく、直径の増加と共に減少する。

(2) 星の種類と平均線燃焼速度

星の種類と対応する星の平均線燃焼速度を Table 5.2 に記す。星の線燃焼速度は星の種類によって変化する。

Table 5.2 Kind of star and mean linear burning rate

Kind of star	mean linear burning rate (mm·s ⁻¹)
Blue peony	3.4
Pink peony	4.0
Red peony	5.0
Violet peony	3.0
Silver peony	6.0
Silver crown	3.7

(3) 測定データのバラツキ

星の質量、直径及び静置燃焼時間の相対標準偏差を、測定データのバラツキを相互に比較するために計算した。結果は Table 5.3 に記した。

Table 5.3 Relative standard deviations (std./mean) of mass (m), diameter (d) and stationary burning time

	Star	std. (m)/m _{mean}	std. (d)/d _{mean}	std. (t)/t _{mean}
Blue peony	For no. 2 shell	0.098	0.040	0.114
	For no. 2.5 shell	0.092	0.029	0.028
	For no. 3 shell	0.053	0.018	0.063
Pink peony	For no. 2 shell	0.029	0.023	0.201
Red peony	For no. 2.5 shell	0.018	0.015	0.067
	For no. 4 shell	0.030	0.017	0.068
Violet peony	For no. 5 shell	0.014	0.003	0.023
Silver crown	For no. 3 shell	0.021	0.011	0.043
	For no. 3 shell	0.049	0.015	0.047
Silver peony	For no. 2 shell	0.039	0.013	0.064
	For no. 2.5 shell	0.097	0.032	0.087
	For no. 4 shell	0.029	0.006	0.016
	For no. 5 shell	0.050	0.020	0.034
	For no. 6 shell	0.019	0.014	0.015
Mean		0.053	0.018	0.051

星の質量は直径の3乗に比例する。したがって、質量の標準偏差は直径のその3倍である。星の質量の平均相対標準偏差は0.053、で直径のその0.018の2.9倍であった。燃焼時間のバラツキは、星の直径のそれと他の因子に分けられよう。燃焼時間の平均相対標準偏差は0.051で、直径のそれは0.018であった。この差は0.033であり、これは燃焼現象と時間測定の双方のバラツキに帰せられよう。

(4) 飛行中の星の燃焼時間

空中飛行中の星と静止燃焼中の星の燃焼時間を Table 5.4 に示す。

Table 5.4 Frying and stationary burning times of stars

name	shell no	burning time (s)	
		flying	stationary
Blue peony	for 2.5	2.272	1.578
Blue peony	for 3	2.932	1.831
Silver peony	for 2	1.260	0.780
Silver peony	for 2.5	1.468	0.874
Silver peony	for 4	1.932	1.149
Silver peony	for 5	1.900	1.309
Silver peony	for 6	2.420	1.473
Silver crown	for 3	2.944	1.677

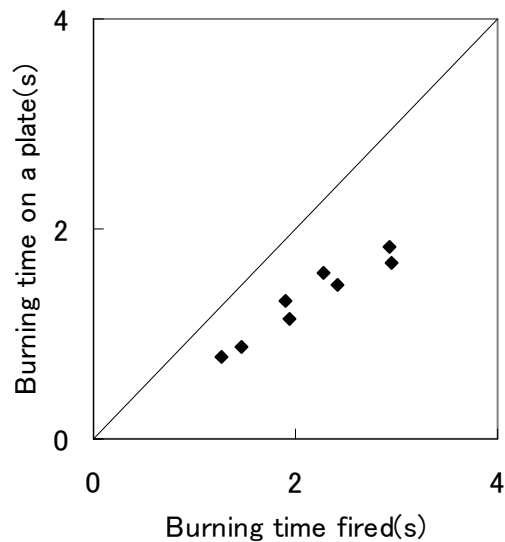


Fig. 5.2 Flying and stationary burning time of star

空に打ち揚げられた星の燃焼時間は本実験では静止燃焼時間より長かった。これは、空気流が星の火炎温度を下げるためと考えられる。Kosanke³⁾らは、上空に打ち揚げられた星が破裂した際に、放出された星の一部が燃えないで表面が露出している写真を撮っている。高速飛翔する燃焼中の星は空気流によって炎が一部吹き飛ばされる現象があることを示した。

5.3.2 大気中の燃焼星の運動と軌跡

(1) 空気中における星の運動の解析

空気中に燃焼しながら垂直に打ち揚げられた星の運動方程式は次式 (5.1) で表される。

$$\frac{du}{dt} = -g - \frac{3\rho_{air}}{4\rho_{star}} \cdot \frac{C_D}{D_{star}} \cdot |u| \cdot u \quad (5.1)$$

または

$$\frac{du}{dt} = -g - k \cdot |u| \cdot u \quad (5.2)$$

ここに、 u , t , g , ρ_{air} , ρ_{star} , D_{star} 及び C_D は、それぞれ、星の速度、飛行時間、重力加速度、空気密度、星の密度、星の直径、及び星の空気抵抗係数である。速度 u は星が上方に運動するとき正である。そして

$$k = \frac{3\rho_{air}}{4\rho_{star}} \cdot \frac{C_D}{D_{star}} = \frac{3\rho_{air}}{4\rho_{star}} \cdot K \quad (5.3)$$

星の質量と断面積は時間とともに変化するが、星の密度は飛行中変化しないと仮定した。したがって、空気抵抗に対する式 (5.1) の右辺の2項は、空気抵抗係数 C_D に比例し、星の直径に反比例する。結局、この項は $K (=C_D/D_{star})$ に比例する。 K は、計算された星の軌跡を観測された軌跡に当てはめることによって得られる。星の直径 D_{star} は星の飛行時間の関数であり、星の平均燃焼時間から計算される。それから、 C_D は、 K と D_{star} から式 (5.3) を用いて計算した。

(2) K の適合性

計算された星の軌跡を観測された軌跡に当てはめることによって得られた K は32回の打ち上げ中25の場合に計算値と実測値が良い一致を見た。しかし適合性の悪い場合が7回あった。1回はデータが得られなかった。一致性の良い場合と悪い場合の例を Fig. 5.3 に示す。

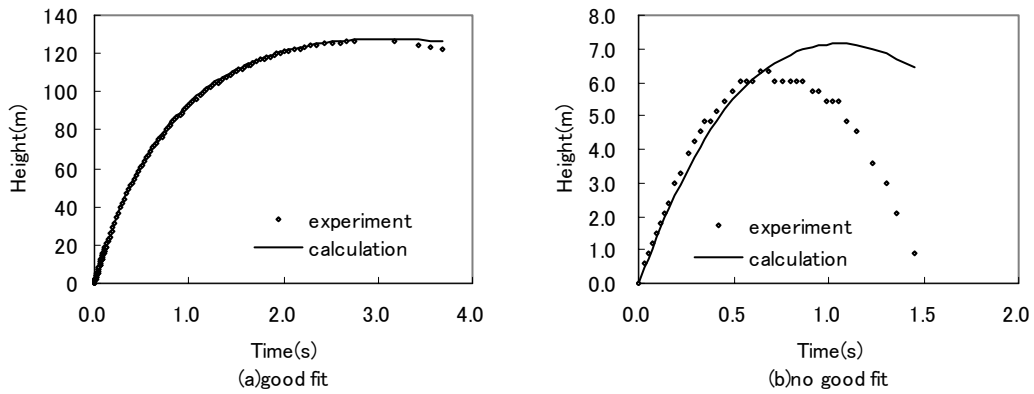


Fig. 5.3 Examples of plot of flying height vs. flying time of star

現在のところ、適合性の悪い場合は初期速度が低く、燃焼中の星が地上に落ちた場合である。

本研究において、2.0g の揚薬を用いた 5 号玉用の星の多くは完全に燃え尽きるまで燃焼できず、飛行中に燃焼が中断した。この燃焼の中断は、燃焼中の星の周りの高速空気流及び星と打揚筒の間隙が狭く星の全面着火ができなかったことによると考えられるが、確認されていない。他の場合では、星の火炎がいったん消え、それから再び飛行途中で火炎が現れた。

Fig. 5.4 は整合性の良い場合の時間に対する C_D のプロットの例を示す。

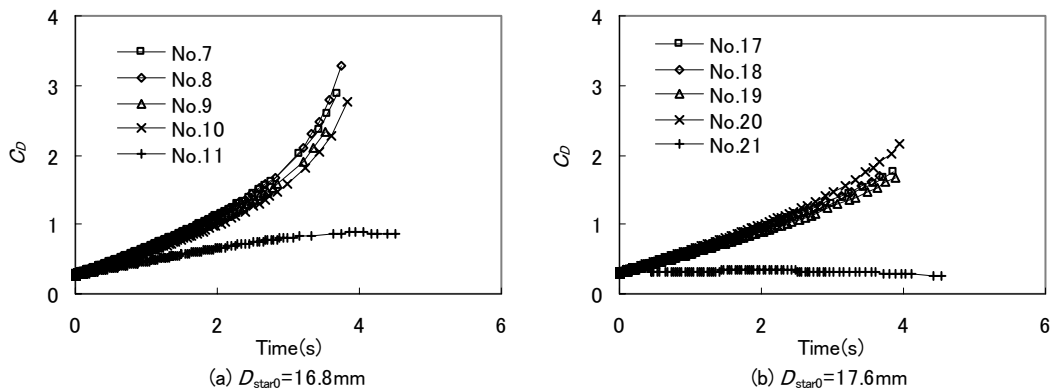


Fig. 5.4 Plot of calculated C_D vs. time. LC = 1.0g

これらの C_D を用いた全ての計算された軌跡は観測値と良い一致を見た。しかし、時間の後半では C_D はバラツキが大きくなった。また 2 つの以上 C_D 値が得られた (run11 と 21)。

(3) 打ち揚げられた星の運動のモデル化⁶⁾

垂直に打ち揚げられた星の空気中における軌跡は次の手順でモデル化された。

- ① 実測星飛行軌跡の逐次当てはめによって K を時間の関数として求める。この K が適用できるかどうか確認する (Fig. 5.5 (a))。

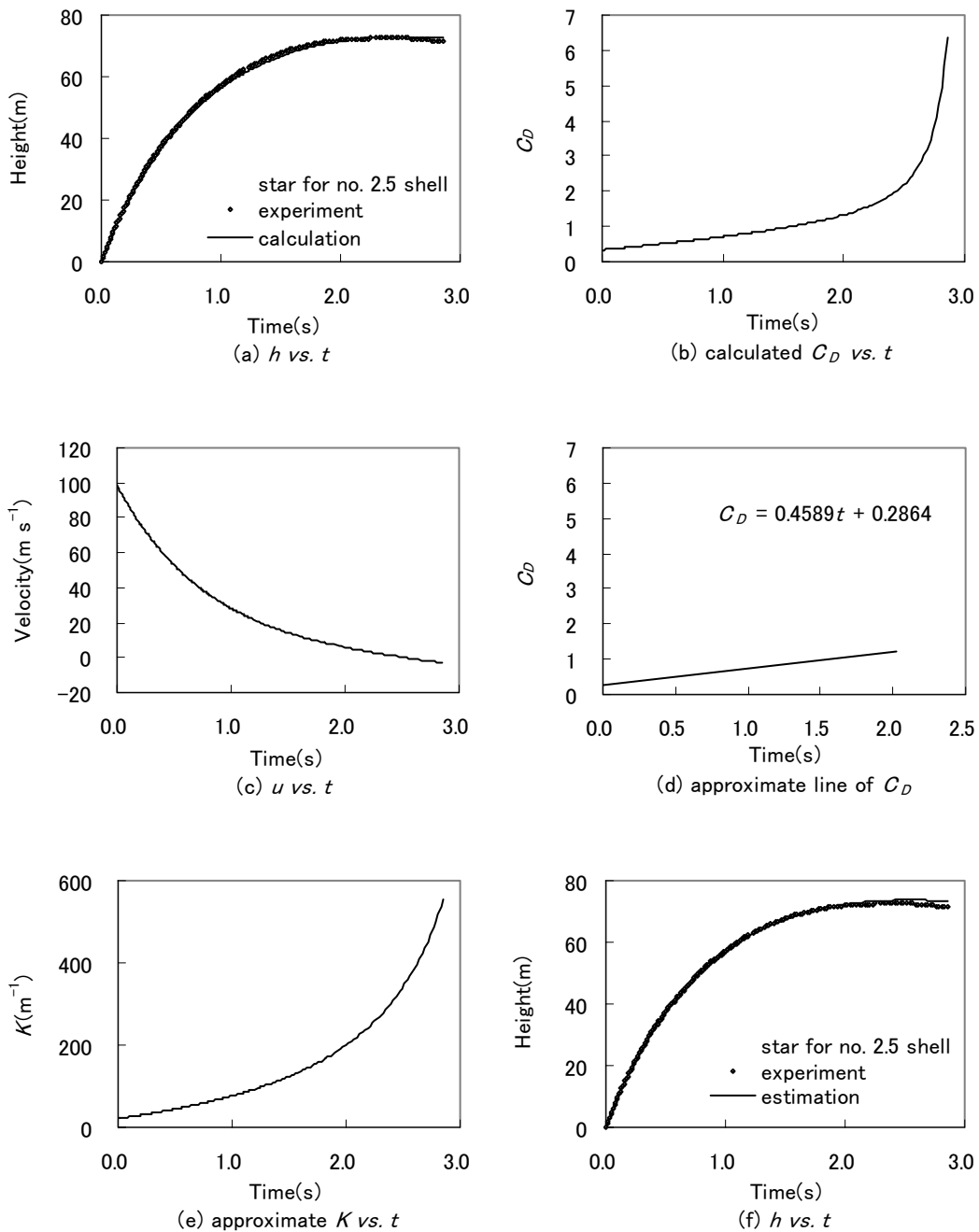


Fig. 5.5 Model of the motion of a star in the air

- ② 式 (5.2) と式 (5.3) を用いて K と D_{star} から C_D を時間の関数として求める (Fig. 5.5(b)).

$$D_{\text{star}} = D_{\text{star0}} - 2 \cdot r_{\text{star}} \cdot t \quad (5.4)$$

この場合 C_D は最初時間に比例して増加するが、時間がたつとバラツキが大きくなる。

- ③ C_D は飛行速度が小さいと空気抵抗に対する影響が小さい事が知られている。星が上昇するだけの場合は時間がたつと速度が小さくなるので、 C_D を時間の 1 次関数で近似する (Fig. 5.5 (d)).
- ④ C_D の近似直線から K の近似曲線を求め (Fig. 5.5 (e))、これから星の近似軌跡を求める (Fig. 5.5 (f)).

Table 5.5 Experimental conditions and results

No.	D_{star0} (mm)	LC (g)	u_0 (m s ⁻¹)	Dia. of mortar	fit to K	$C_D=at+b$		h_{max} (m)		t_{max} (s)	
						a	b	obs.	cal.	obs.	cal.
1	13.4	1.00	98	15mm	yes	0.4589	0.2864	72.5	73.7	2.490	2.529
2	13.8	1.00	15	15mm	no						
3	14.2	1.00	31	15mm	no						
4	14.0	1.00	218	15mm	yes	0.0574	0.3032	162.7	160.7	3.792	3.702
5	14.0	1.00	36	15mm	no						
6	13.8	2.00		15mm			no data				
7	16.8	1.00	168	20mm	yes	0.4267	0.2546	126.3	126.8	2.760	2.964
8	16.4	1.00	168	20mm	yes	0.4143	0.2599	125.7	127.4	2.807	3.002
9	16.8	1.00	156	20mm	yes	0.3782	0.2619	121.5	123.3	2.782	3.024
10	17.0	1.00	144	20mm	yes	0.36	0.2592	121.5	118.0	2.975	3.109
11	16.9	1.00	168	20mm	yes	0.1909	0.2688	145.9	145.3	3.313	3.469
12	17.3	2.00	217	20mm	yes	0.2805	0.2374	163.6	165.1	3.185	3.390
13	17.0	2.00	217	20mm	yes	0.1896	0.3047	159.1	158.5	3.393	3.505
14	16.7	2.00	241	20mm	yes	0.1044	0.3066	170.8 ^①	185.1	2.357	3.782
15	16.8	2.00	205	20mm	yes	0.1069	0.3494	155.2	155.5	3.410	3.571

16	16.7	2.00	265	20mm	no						
17	17.3	1.00	165	20mm	yes	0.3442	0.2699	130.8	131.6	2.972	3.208
18	17.3	1.00	158	20mm	yes	0.3485	0.2845	126.9	127.6	3.124	3.190
19	17.6	1.00	165	20mm	yes	0.321	0.2823	135.6	134.4	3.228	3.278
20	17.6	1.00	180	20mm	yes	0.396	0.2632	135.9	137.6	3.176	3.254
21	17.9	1.00	165	20mm	yes	0.0208	0.3017	171.4 ^①	172.2	4.104	4.266
22	17.5	2.00	256	20mm	yes	0	0.15	22.3 ^②	365.6	0.092	5.980
23	18.0	2.00	263	20mm	yes	0	0.15	21.7 ^②	364.9	0.088	6.016
24	17.6	2.00	218	20mm	yes	0	0.15	20.5 ^②	332.8	0.100	5.900
25	17.6	2.00	256	20mm	yes	0.0822	0.3242	170.2	192.9	1.956	3.876
26	17.6	2.00	271	20mm	yes	0	0.15	20.2 ^②	365.7	0.080	5.840
27	17.9	0.25	60	20mm	no						
28	17.3	0.50	90	20mm	no						
29	17.8	0.75	135	20mm	yes	0.4597	0.2359	115.2	113.5	2.896	3.024
30	17.6	1.25	180	20mm	yes	0.244	0.2836	149.5	148.9	3.540	3.378
31	17.8	1.50	226	20mm	yes	0.0097	0.3193	171.1 ^①	201.9	2.112	4.312
32	17.5	1.75	248	20mm	yes	0.0125	0.3788	170.8 ^①	189.0	2.488	4.056

Note: The data with underline are not really the maximum height and the time to maximum height of a star because ① it went out from the sight of the camera before it arrived at maximum height ② its burn interrupted and the rest trajectory could not be recorded by the camera.

実験 7, 8, 9, 10, 17, 18, 19 及び 20 に対する星の初期直径 $D_{\text{star}0}$, 線燃焼速度 r_{star} 及び揚薬量 LC をTable 5.6 記した。これらの平均パラメータを使った、星の最高到達高度及び最高高度到達時間もTable 5.6 に記した。これらの結果は、Table 5.5 に記した観測値と比較することができる。計算された平均軌跡と実測軌跡との比較をFig. 5.6 に示す。

空気抵抗係数 C_D の計算値は時間とともに増加し、その初期値に例外はあるが約 0.26 であった。現在のところ、この現象の理由は明らかでない。

Table 5.6 Experimental conditions, mean calculated parameters, and calculated and observed trajectories of the burning stars

No.	D_{star0} (mm)	r (mm s ⁻¹)	u_0 (m s ⁻¹)	LC (g)	$C_D=at+b$		h_{max} (m) cal	t_{max} (s) cal
					a	b		
run 7 -10	16.8	1.49	159	1.0	0.395	0.259	129.1	3.163
run 17 -20	17.5	1.32	167	2.0	0.352	0.275	137.4	3.167

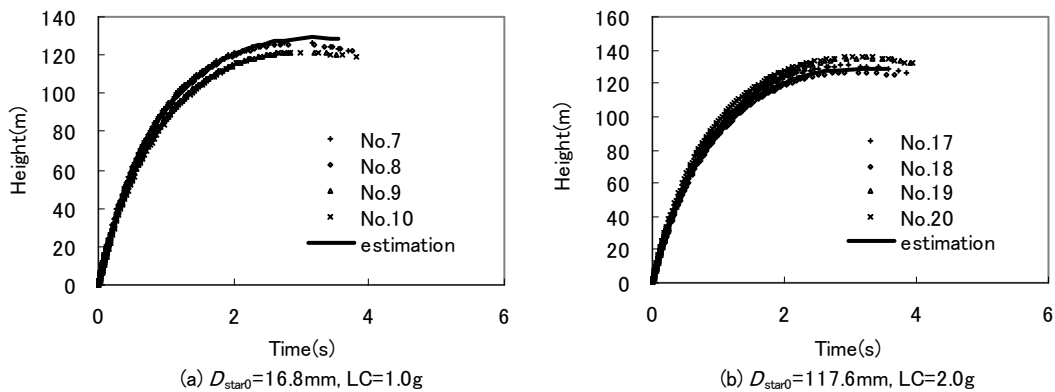


Fig. 5.6 Calculated mean trajectory and observed trajectories of burning stars with (a) $D_{star0} = 16.8\text{mm}$ and $LC = 1.0\text{g}$, (b) $D_{star0} = 17.6\text{mm}$ and $LC = 2.0\text{g}$

5.3.3 異常軌跡と燃焼中断軌跡

時に燃焼星の異常軌跡が観測された。たとえば、実験 11 及び 21 の軌跡は同じ初期条件の他のグループから異なった軌跡となった。式 $C_D = at + b$ において、 a の値が他のグループと異なる。一方 b の値は他のグループと類似である。実際に異常飛行は時々起こる。異常軌跡の他の特徴は、到達高度が高いことと最高高度到達時間が長いことである。これらの現象は異常軌跡の星の燃焼速度が正常軌跡の星に比べて遅いことに帰せられよう。

燃焼の中断が大きな星 (5 号玉用星、揚薬量 2.0 g) で起こった。破裂玉から放出された星の炎が時に部分的に消えることが知られている。われわれの場合は、星の炎は完全に吹き消えた。この吹き消えの場合は、 C_D 方程式の a 及び b は共に正常飛行の場合の値より小さい。燃焼中断の場合の燃焼星の炎の形は正常燃焼星の炎の形と異なった可能性がある。

5.3.4 軌跡に及ぼす揚薬量の影響

揚薬量はパラメータ a 及び b に影響する。揚薬量の増加と共に a は減少し、 b

は増加する。5号玉用の星の場合には、星の燃焼は揚薬量 2.0g で中断した。このときの a の値は正常の場合の値よりずっと小さかった。

5.4 まとめ

- (1) 飛行燃焼時間は多くの場合静止燃焼時間より長くなった。これは、飛行中は星の周りの空気流が炎を冷却することによると考察される。
- (2) 空気中を燃焼しながら飛行する星の軌跡を、星の線燃焼速度は一定で、抵抗係数は飛行時間の一次関数 ($C_D = at + b$) と仮定してモデル化した。この方法は上昇軌跡には有効であるが、下降軌跡には適合しなかった。
- (3) 高初期速度、大きな星に対しては燃焼星の異常軌跡と飛行中の燃焼の中断が時々観測された。

参考文献

- 1) T. Shimizu, "Conditions for Designing Japanese Fire-Display-Shells of Chrysanthemum Type (1)", J. Industrial Explosives Society, Japan, 17 (4), 251 (1956)
- 2) T. Shimizu, "Conditions for Designing Japanese Fire-Display-Shells of Chrysanthemum Type (2)", J. Industrial Explosive Society, Japan, 18 (1), 50 (1957)
- 3) K.L. and B.J. Kosanke, "Stars Blown Blind", Selected Pyrotechnic Publications of K.L. and B.J. Kosanke, Part 4, page 1 (1999): Originally appeared in American Fireworks News, No. 160, 1995
- 4) K.L. Kosanke and B.J. Kosanke, "Computer Modeling of Aerial Shell Ballistics", Pyrotechnica, XIV (1992)
- 5) J.E. Mercer, "Thermodynamics of Black Powder and Aerodynamics of Propelled Aerial Shells", J. Pyrotechnics, Issue 16, 37, Winter 2002.
- 6) Y.Ooki, D.Ding, M.Higaki and T.Yoshida, Burning and Air Resistance of Fireworks Stars, Sci.Tech. Energetic Materials, vol.67, No.1, pp.43-47, 2006

6 筒外弾道(3) ぼく付き 3号玉の筒外弾道の3次元解析

6.1 はじめに

煙火玉の設計や煙火玉の打揚の安全確保に対して、基本的な筒外弾道を調査することは重要である。飯田ら¹⁾は煙火玉の外部弾道の実験的研究を報告しているが、3次元解析は行っていない。また、清水武夫²⁾、K. L. KosankeとB. J. Kosanke³⁾による煙火玉の筒外弾道の理論計算の報告もある。ここでは、打揚筒から出た煙火玉の筒外弾道が、風向、風速、空気抵抗、発射角度、揚薬量などの種々の要因の影響を受けて変化する様子の3次元シミュレーションを行う。このために、以下の実験と解析を行う。

- (1) 3号煙火玉を3号玉用打揚筒（内径90mm、長さ750mm）で打ち揚げ、筒外弾道を2台の高速度ビデオカメラで異なる角度から撮影し、3次元解析を行う。
- (2) 筒外弾道の3次元理論モデルを設け、理論計算を行い、風向、風速、空気抵抗、発射角度等の影響を検討する。

6.2 実験

6.2.1 試料

煙火玉は須永花火株式会社製の球形の3号割り物玉に追跡用発光ボクをつけたものを用いた。揚薬としては日本火薬株式会社製の黒色小粒火薬を用いた。本実験に用いた3号煙火玉の質量、直径及び揚薬量をTable 6.1に示す。

Table 6.1 Mass and diameter of shell, mass of lifting charge, and initial velocity

Run no.	Mass (kg)	Diameter (m)	Lifting charge (g)	Initial velocity (ms ⁻¹)
1	0.255	0.083	10	73
2	0.258	0.083	8	57
3	0.250	0.083	6	30
4	0.250	0.083	6	23
5	0.241	0.084	6	33
6	0.241	0.083	6	34

6.2.2 打揚筒

3号煙火玉用打揚筒は鋼管で、寸法を Fig. 6.1 に示す。

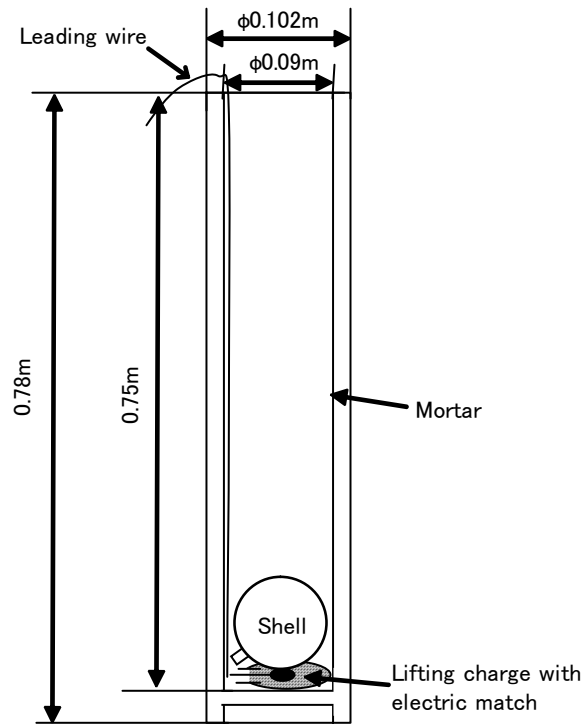


Fig. 6.1 Dimension of mortar for No. 3 shell

6.2.3 実験方法

揚薬は、秤量後点火玉とともに薄紙で包んだ後、打揚筒の底にセットし、点火玉の脚線を打揚筒の外に引き出した。揚薬の点火は 12v バッテリーからの電流を点火玉に通電して行った。通電と同時に、圧力測定装置のトリガーを作動させた。

2台の高速ビデオカメラを Fig. 6.2 のように異なる角度で設置し、点火玉の通電と同時に、高速ビデオカメラのトリガーも作動し、打揚筒から出た玉の運動軌跡を撮影した。使用した高速ビデオカメラは Phantom VR-V4. 2、撮影速度は 150 コマ/秒であった。

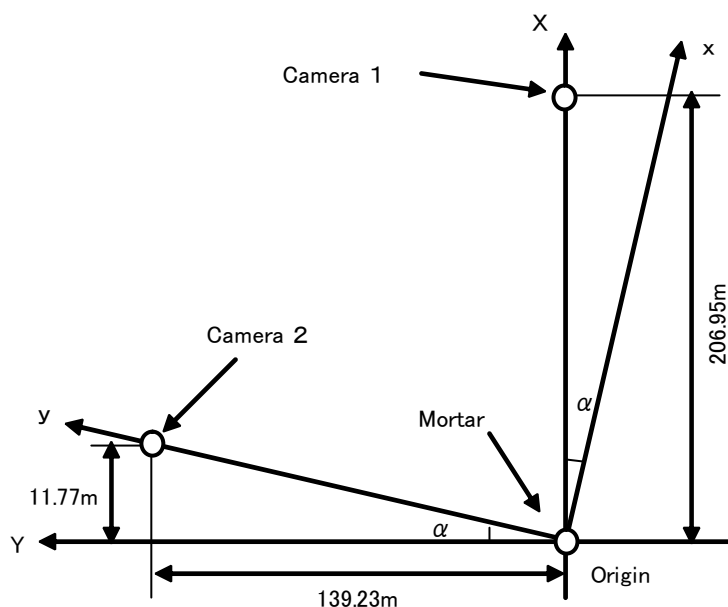


Fig. 6.2 Locations of two high-speed cameras

6.3 実験データの3次元解析方法

Fig. 6.2のように設置された2台のカメラにより、空中で飛行する煙火玉の位置を解析する。そのために、2つの3次元の垂直座標を設ける。2台のカメラはともに打揚筒の出口を座標の原点とする。また、いずれも鉛直の方向を座標のz軸とする。水平面での座標をそれぞれX-Yおよびx-yとし、Fig. 6.2のようにX-Y座標のX軸がカメラ1を、x-y座標のy軸がカメラ2を通す。2台のカメラが同時に煙火玉の運動軌跡を撮影する結果、座標X-Yにおける煙火玉のY座標をカメラ1から読み取る。座標x-yにおける煙火玉のx座標をカメラ2から読み取る。2つの座標の関係は

$$x = X \cos \alpha - Y \sin \alpha \quad (6.1)$$

$$y = X \sin \alpha + Y \cos \alpha \quad (6.2)$$

となる。

式(6.1)と(6.2)を用い、角度 α および読み取ったxとYによって、座標yを計算する。従って、直交座標における煙火玉の空間位置(x, y, z)が得られる。これらの座標を実物の既知の高さで換算し、各時刻における煙火玉の実際の空間位置を求めた。

6.4 空気中を飛行する煙火玉の3次元運動モデル

6.4.1 運動方程式

打揚筒から出た球形の煙火玉を質点として取り扱う。煙火玉の位置、速度、加速度及び煙火玉に作用する力を直角座標で表す (Fig. 6.3)。

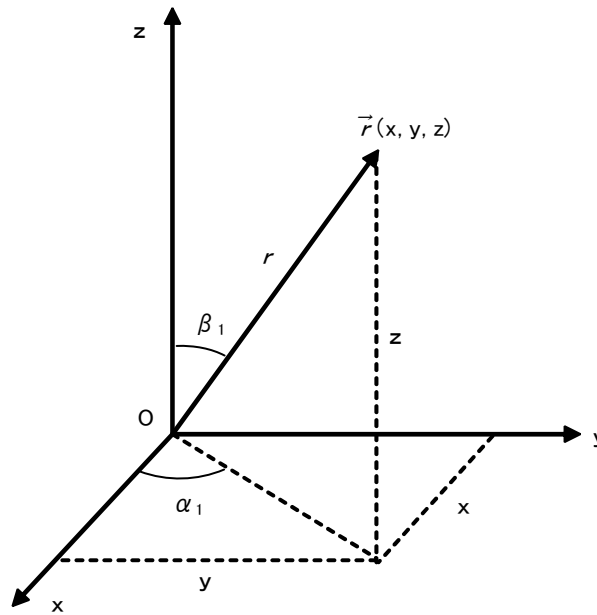


Fig. 6.3 Three dimensional coordinates of position vector

運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{dv^i}{dt} = mg^i + F_D^i + F_s^i \quad (6.3)$$

$$\frac{dz^i}{dt} = v^i \quad (6.4)$$

ここで、 g^i, v^i, F_D^i, F_s^i (添字 $i=1, 2, 3$ は x, y, z 軸を表す) はそれぞれ、重力加速度ベクトル、玉の速度ベクトル、空気抵抗ベクトルおよび浮力ベクトルを表す。また、 m は玉の質量を表す。

風の色度 w^i 、玉と風との相対速度 u^i とすると、

$$u^i = v^i - w^i \quad (6.5)$$

したがって、風のなかを運動する煙火玉の運動方程式は次式で表される。

$$\frac{dv^i}{dt} = \left(1 - \frac{r}{r_p}\right)g^i - k|v^i - w^i|(v^i - w^i) \quad (6.6)$$

$$k = rAC_D/2m \quad (6.7)$$

ここで、 ρ 、 ρ_p 、 A 、 C_D はそれぞれ空気の密度、玉の密度、玉の投影面積及び空気の抵抗係数である。式(6.6)と式(6.4)が玉の軌道を決める方程式である。なお、風の色度は一定として取り扱う。

6.5 結果と考察

6.5.1 実測軌跡の3次元解析結果

異なる角度に設置された2台のカメラからそれぞれ撮った煙火玉の空中運動の映像を解析し、3次元直交座標における煙火玉の位置を式(6.1)と式(6.2)で換算し、空中飛行の軌跡を求めた。その結果を Fig. 6.4~Fig. 6.9 に示す。

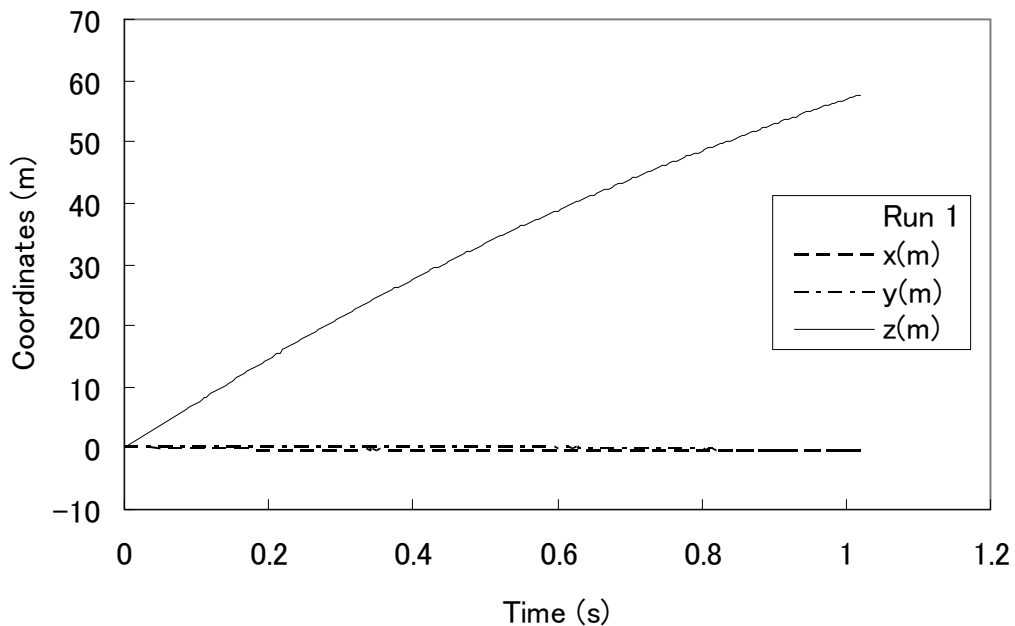


Fig. 6.4 Trajectory of flying shell (Run 1)

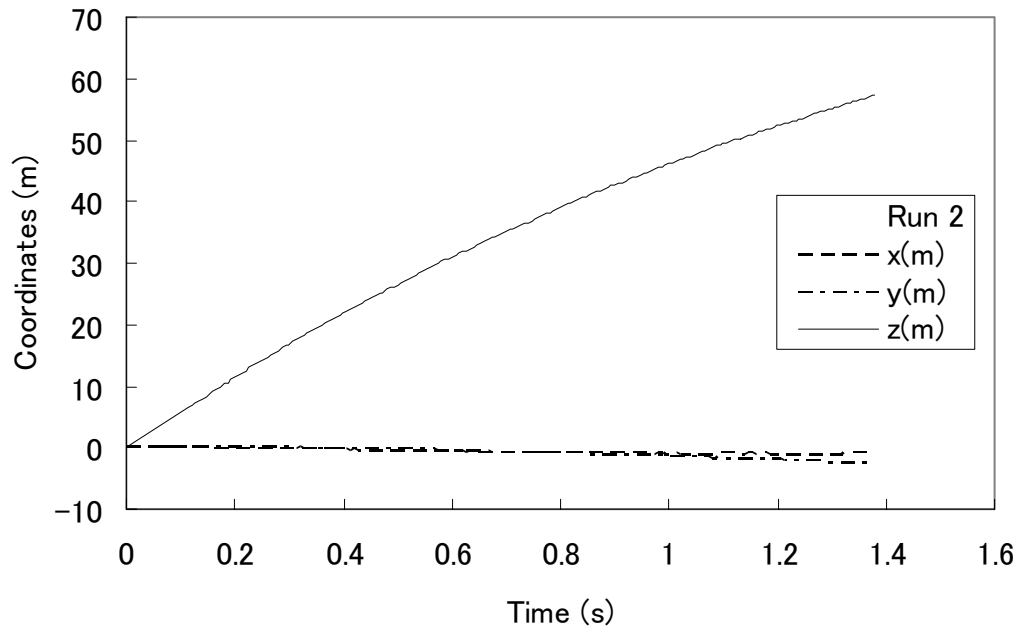


Fig. 6.5 Trajectory of flying shell (Run 2)

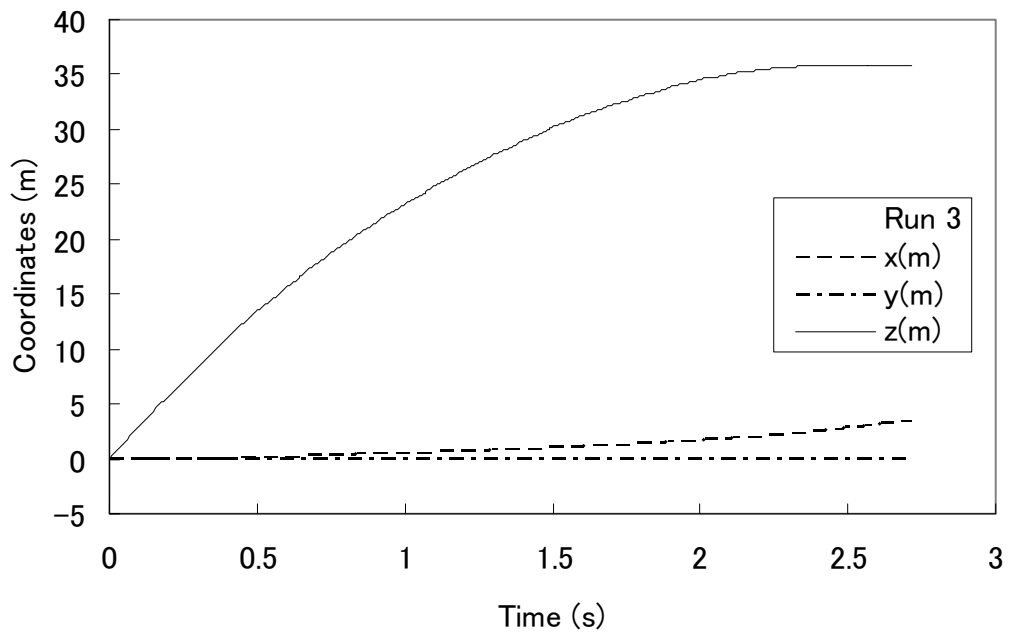


Fig. 6.6 Trajectory of flying shell (Run 3)

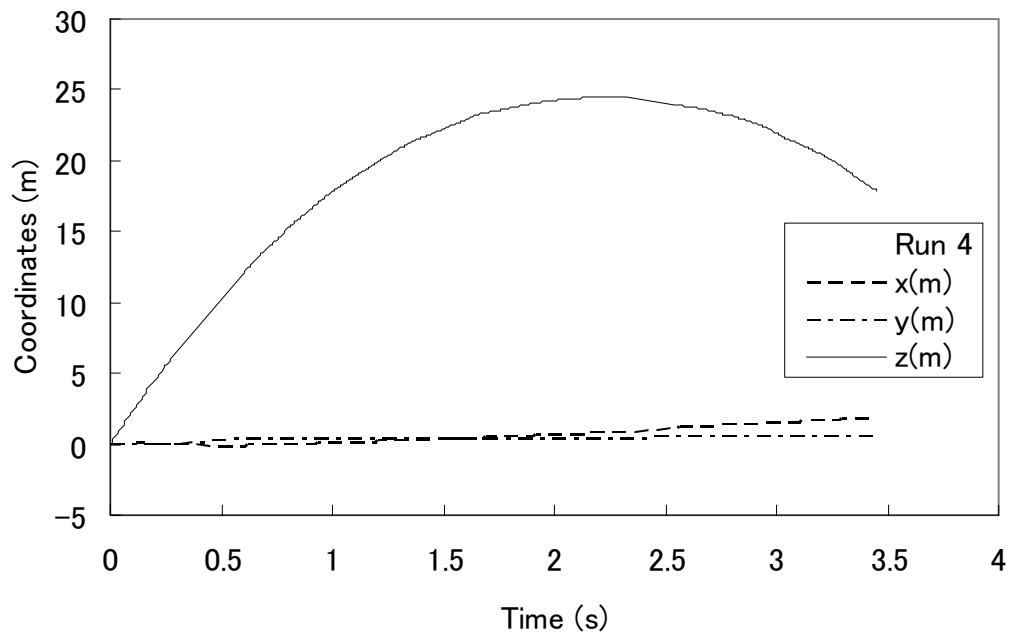


Fig. 6.7 Trajectory of flying shell (Run 4)

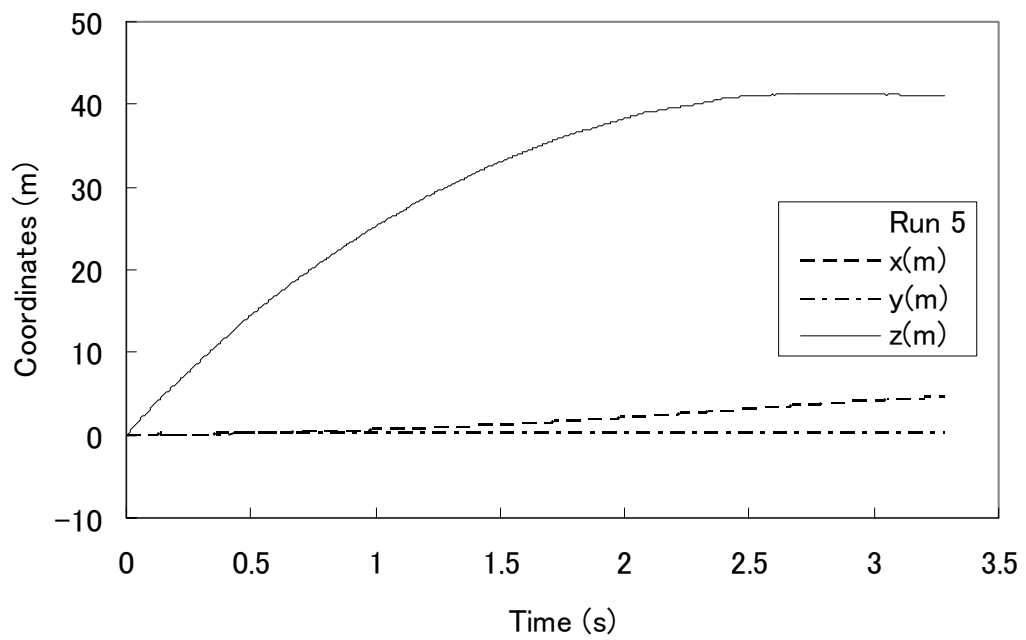


Fig. 6.8 Trajectory of flying shell (Run 5)

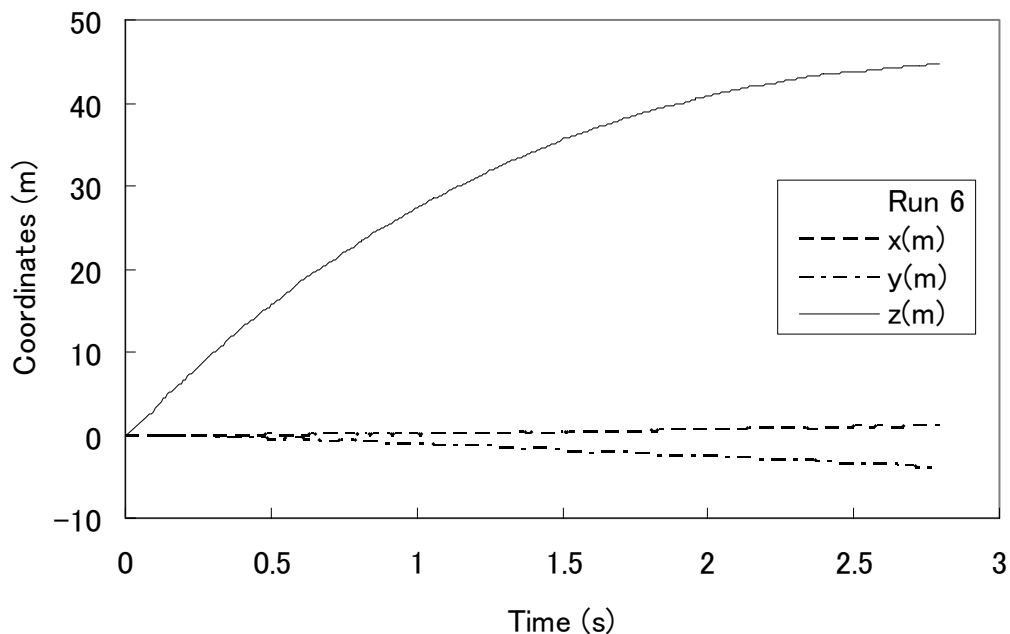


Fig. 6.9 Trajectory of flying shell (Run 6)

Fig. 6.4～Fig. 6.9 の実験データの解析結果によれば、煙火玉がほぼ鉛直で発射されたが、煙火玉が高くなるほど、水平方向へ少しずつずれている。これは風の影響であると考えられる。

煙火玉の飛行軌跡から初期速度を求めた。これを Table 6.1 の右列に記す。

6.5.2 理論計算結果⁴⁾

ここでは、ルンゲ・クッタ法を用いて、打ち揚げられた煙火玉の空中運動方程式 (6.4)、式 (6.6) を数値計算した。

(1) 空気抵抗係数の推定

実測された煙火玉の空中飛行軌跡に合うように、空気抵抗係数、風速及び風向を変えて、試行錯誤計算を行い、煙火玉の実測軌跡に合うような空気抵抗係数、風速、風向を求めた。計算結果を Fig. 6.10～Fig. 6.16 に示す。推測した空気抵抗係数、風速、風向を Table 6.2 に記す。

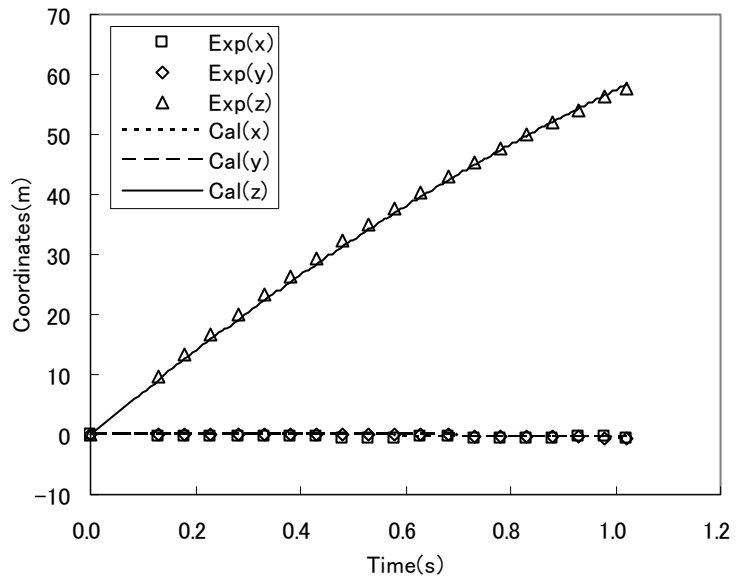


Fig. 6.10 Observed and calculated trajectories of flying No.3 shell (run 1)

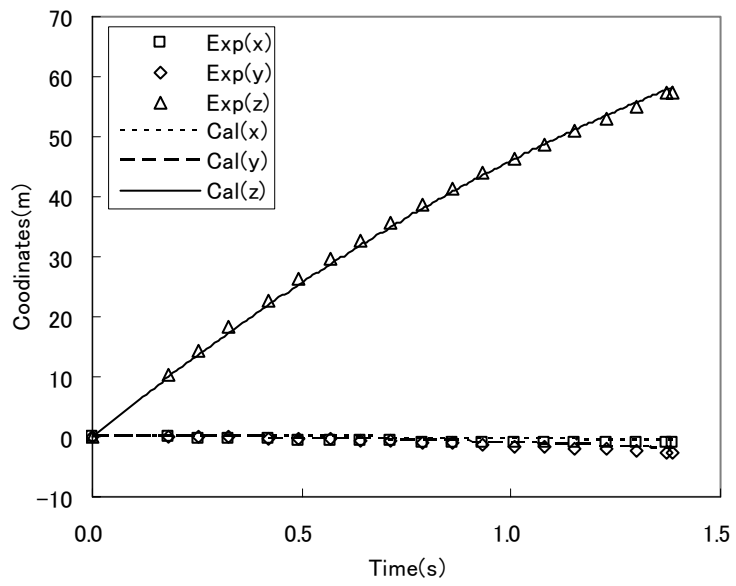


Fig. 6.11 Observed and calculated trajectories of flying No.3 shell (run 2)

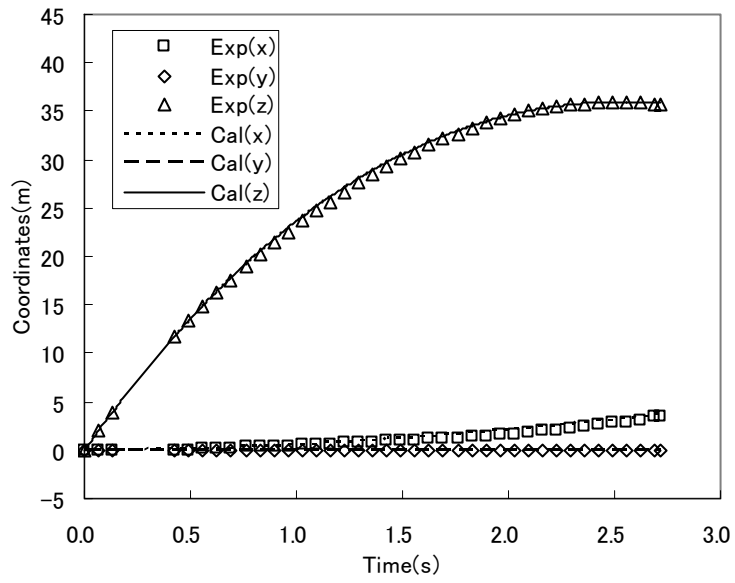


Fig.6.12 Observed and calculated trajectories of flying No.3 shell (run 3)

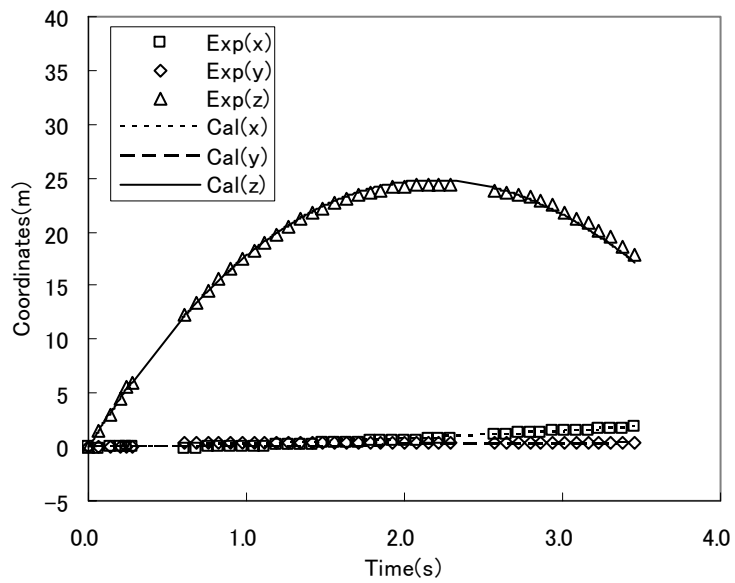


Fig.6.13 Observed and calculated trajectories of flying No.3 shell (run 4)

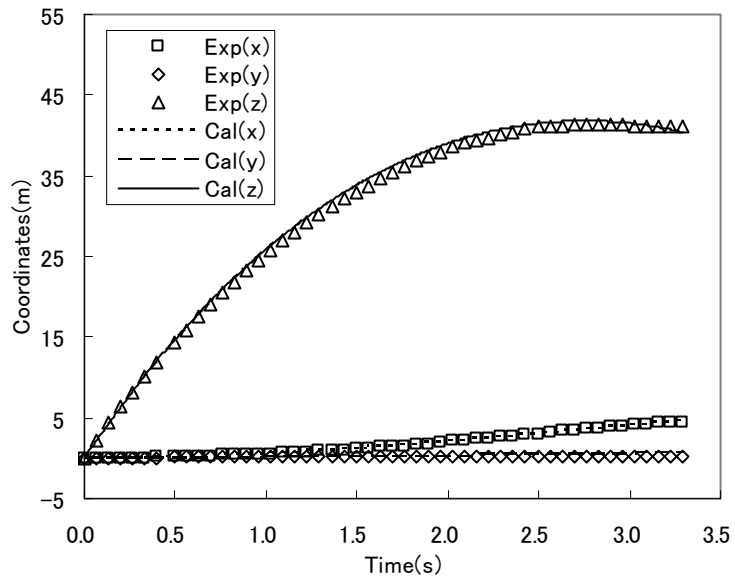


Fig. 6.14 Observed and calculated trajectories of flying No.3 shell (run 5)

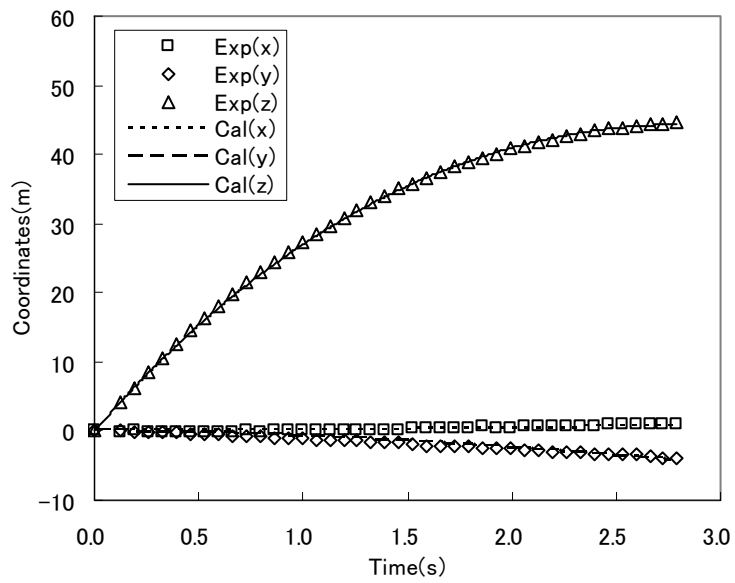


Fig. 6.15 Observed and calculated trajectories of flying No.3 shell (run 6)

Table 6.2 Muzzle velocity and drag coefficient of the shell, wind speed and wind direction

Run.	Muzzle velocity (m/s)	Drag coefficient C_D	Wind speed (m/s)	Angle between directions of wind and coordinate x
1	73	0.53	5	225°
2	57	0.53	10	-110°
3	30	0.99	7	0°
4	23	0.71	4	10°
5	33	0.67	7	8°
6	34	0.63	8	-80°

6.6 まとめ

煙火玉の打揚実験および3次元軌道計算を行って、以下の結論を得た。

- (1) 2台の高速度ビデオカメラを用い、異なる角度から打揚煙火玉を追跡し、撮った映像を3次元解析し、煙火玉の空中飛行軌跡を求めることができた。
- (2) さらに、3次元軌道計算により、煙火玉の実測軌跡に合う空気抵抗係数、風速、風向を求めることができた。

参考文献

- 1) 飯田 光明、畑中 修二、駿河 紀秀、“煙火玉の打揚実験(1)”、2005年度春季研究発表講演要旨集、p.65-66、2005年5月
- 2) 清水 武夫、“煙火の打揚弾道について”、工業火薬協会誌、第18巻、第3冊、p.14-27、1959年
- 3) K.L.Kosanke and B.J.Kosanke, “Computer Modeling of Aerial Shell Ballistics”, Pyrotechnica XIV, p.46-57(1992).
- 4) D. Ding, M. Higaki, Y. Ooki and T. Yoshida, "Computer Modeling of Flying Star Ballistics, J. Pyrotechnics, Issue 23, pp.1-9, Summer 2006

7. 結 論

煙火の玉・星の打揚実験を行い、筒内および筒外弾道に関して以下の知見を得た。

(1) 煙火の主要な構成要素は、打揚筒、玉・星、および揚薬である。そして、これらの構成要素を特徴付けるパラメータが間隙率 $(1 - (\text{玉・星の断面積}) / (\text{筒断面積}))$ と質量比 (玉・星の質量/揚薬量) の2個の無次元パラメータである。玉・星の筒口速度 (初速) をこれらのパラメータで整理すると、同じ質量比に対して、初速に対する間隙率のパラメータ表示が可能となる。初速は質量比が小さいほど、また間隙率が小さいほど、大きいという見通しのよい結果が得られた。また、間隙率が小さい場合、圧力プロファイルから得られる初速は、測定値と良く一致した。

(2) 筒内の星の運動を可視化した実験により、間隙率と発生圧力の関係を定量的に把握できた。すなわち、間隙率が大きい場合、発生ガスの星前方への漏れによる圧力降下により、ガス圧力の星の駆動への寄与は低下する。この時、星の運動はピーク圧近傍で、殆んど静止状態にある。間隙率が極端に大きい場合、星を駆動する実効的な圧力値はピーク圧をはるかに下回るという結果が得られた。

(3) (2) の実験結果に基づき、星が加速度運動を開始するまで、静止状態 (圧力値は零) を保ち、打揚筒出口で初速 (測定値) を満たすという星の運動モデルを提出した。これにより、実測軌跡と良く一致する軌跡の計算結果を得ることができた。間隙率が大きい場合の星に作用する実効的な圧力プロファイルの評価や、そのプロファイルによる初速の計算が可能になった。

(4) 煙火玉の空気抵抗係数を、自由落下実験、および風洞試験により求めた。自由落下実験では、玉の運動状態は臨界レイノルズ数以下の領域にあり、抵抗係数 C_D は0(1)程度であった。風洞試験では係数値は0.4程度であった。自由落下の場合、球の抵抗係数は、係数値の絶対値については今後更なる検討が必要であるが、レイノルズ数の広い範囲で、既存測定結果と良い相関が得られた。

(5) 燃焼する星の抵抗係数を、星の打揚実験により求めた。星の断面積の燃焼による減少量を、星の線燃焼速度を用いて評価し、燃焼星の抵抗係数を飛行時間の一次関数で近似した。各係数を星の運動軌跡から求め、燃える星の抵抗係数の時系列データを得た。異なる星について、この結果を適用するには、更に係数の一般化が必要である。

(6) 打揚時における保安上の見地から、打揚の3次元計測を行い、風向・風速と玉の飛行軌跡の推定計算を行い、実測軌跡との比較を行った。そして、風向・風速による運動軌跡の3次元効果の推定が可能であるという結果を得た。

謝 辞

本論文を作るにあたり多大のご協力を頂いた足利工業大学の共同研究者：吉田忠雄学長、檜垣守正教授及び丁大玉助教授の各氏に深甚なる謝意を表します。実験に協力いただいた檜垣研究室の卒業論文生：柏、有賀、有馬、深沢、青柳及び諸岡の諸君に感謝します。

煙火玉、星、揚薬及び点火玉の提供、並びに玉の打揚にご協力いただいた須永花火株式会社の須永幸彦副社長以下社員の皆様に厚く御礼申しあげます。実験器材の調達や実験の実施に協力を頂いた昭和理化学周藤澄男社長に御礼申しあげます。高速度ビデオカメラの活用にご貢献いただいた（株）ノビテック小西社長以下社員の皆様に謝意を表します。

List of published and submitting papers

- (1) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki, Y. Nemoto, and T. Yoshida, Air Resistance of Spherical Fireworks Shells, Science and Technology of Energetic Materials, Vol.67, No.1, pp.39-42, 2006.2
- (2) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki, and T. Yoshida, Burning and Air Resistance of Fireworks Stars, Science and Technology of Energetic Materials, Vol.67, No.1, pp.43-47, 2006.2
- (3) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki and T. Yoshida, Interior Pressure in Mortar and Motion of No.3 Shell in the Fireworks Shot, Journal of Pyrotechnics, Issue 22, pp.3- 8 Winter 2005.
- (4) D. Ding, M. Higaki, Y. Ooki and T. Yoshida, Pressure in Mortar and Estimation of Muzzle Velocity of Expelled Stars, Journal of Pyrotechnics, Issue 22, pp.50- 60 Winter 2005.
- (5) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki and T. Yoshida, Burning and air resistance of fireworks stars, Sci. Tech. Energetic Materials, vol.67, No.1, pp.43-47, 2006
- (6) M. Higaki, D. Ding, Y. Ooki, and T. Yoshida, Burning Characteristics of Firework Stars and Lifting Charge, Submitted for Journal of Pyrotechnics.
- (7) D. Ding, M. Higaki, Y. Ooki, and T. Yoshida, Computer Modeling of Flying Star Ballistics, J. Pyrotechnics, Issue 23, pp.3-9, Summer 2006.
- (8) D. Ding, Y. Ooki, M. Higaki and T. Yoshida, Ballistics of a No.3 Spherical Shell with Illuminant, J. Pyrotechnics, Issue 23, pp.30-38, Summer
- (9) M. Higaki, D. Ding, Y. Ooki and T. Yoshida, Interior Ballistics (2) Motion of Firework Star in a Transparent Mortar, Submitted for Journal of Pyrotechnics.
- (10) M. Higaki, D. Ding, Y. Ooki and T. Yoshida, Ballistics of an Iron Bar Shot from a Mortar, J. Pyrotechnics, Issue 23, pp.21-29, Summer 2006.