# 博士論文

# 定常カルマンフィルタを用いた 管内非定常流れの推定

# Estimation of fluid transients in a pipe using a steady-state Kalman filter

# 国立大学法人 横浜国立大学大学院 工学府

小澤明 Akira Ozawa

2012年3月

# 博士論文

# 定常カルマンフィルタを用いた

# 管内非定常流れの推定

# Estimation of fluid transients in a pipe

using a steady-state Kalman filter

横浜国立大学大学院 工学府

システム統合工学専攻

09SB101 小澤 明

主查 眞田 一志 教授

2012年3月

# 目次

第1章 序論	1
1.1 研究の背景	2
1.1.1 直接計測手法	2
1.1.2 間接計測手法	
1.1.3 数值解析手法	4
1.1.4 計測融合シミュレーション	5
1.2 本手法の意義	6
1.3 基礎となる研究	
1.3.1 管内流れのシミュレーション	
1.3.2 最適化有限要素モデル	12
1.4 本論文の構成	
第2章 主な記号	
第3章 カルマンフィルタを用いた 非定常圧力・流量の推定手法	18
3.1 カルマンフィルタの構成	19
3.2 他手法と比較した本手法の利点	21
第4章 水圧管路における 非定常圧力・流量の オフライン推定	22
4.1 カルマンフィルタの基礎特性	23
4.1.1 実験装置および実験手順	23
4.2 OFEM モデルとの比較による検証	
4.3 特性曲線法による解析結果との比較	29
4.4 遠隔瞬時流量計測手法との比較	32
4.5 まとめ	33
第5章 油圧管路における 非定常流量の リアルタイム推定	34
5.1 緒言	35
5.2 カルマンフィルタを用いた推定実験	36
5.2.1 実験に用いた機器	36
5.2.2 波動伝播速度の推定	38
5.2.3 実験装置	40
5.3 定常流量のリアルタイム推定	42
5.4 リアルタイム推定の計算負荷	45
5.5 非定常流量のオフライン推定	46
5.6 非定常圧力のオフライン推定	50
5.7 時空間分布のオフライン推定	54
5.8 まとめ	57

第6章 結論	58
6.1 本研究の結論	59
6.2 現状の課題と今後の展望	60
6.2.1 現状の課題	60
6.2.2 今後の展望	60
謝辞	62
参考文献	63



## 1.1 研究の背景

近年,環境問題が指摘されるなか,油空圧業界に関しても特定特殊自動車排出ガス規制<sup>1)</sup> や不安定な中東情勢からくる原油価格の高騰など多くの問題を抱えている.これらの問題を 解決するべく提案される環境問題や省エネルギーに関する技術は日進月歩であり, 建設 機械に代表される油圧機器についても,その開発スピードの向上への要求が日々高まっ ている. 近年はパーソナルコンピュータの発達などによりシミュレーション解析の導入 が容易となったことから、設計・開発においてはシミュレーションが用いられることが 多く, 電空ハイブリッドアクチュエータのシステムモデルとその動特性解析 <sup>2)</sup>やアキシ アルピストンポンプ内のノッチから噴流に関する研究 3), 電動油圧シリンダシステムの 制御に関する研究 4など、解析を用いた研究も数多く行われている.しかし、シミュレ ーション解析を利用した油圧機器の新規設計・開発においても、基となる従来の油圧シ ステムの動特性を正確に把握しないことには要求に対して的確な開発を行うことは不 可能であり、また油圧システムの動特性を把握することは新しく開発された機器がその システムの中で正しく動作しているかといった評価にも大きな影響を与える.特に油圧 システムにおいて、油圧管路は各要素を接続する役割を果たしており、管内流れを把握 することは油圧システムの動特性を知る上で必要不可欠である.これまでにも油圧管路 の管内流れを把握するために、各種センサを用いた直接計測、間接計測や数学モデルを 用いたシミュレーションによる数値解析などさまざまな手法が提案,実用化されてきた.

#### 1.1.1 直接計測手法

圧力を直接計測するための圧力センサとしては、古くは液柱圧力計や重すい形圧力計, 一般的な Burdon 管式圧力計やカプセル式圧力計,パーソナルコンピュータと組み合わ せることが可能な電気容量式圧力センサ,拡散抵抗型半導体圧力センサ,ひずみゲージ 式圧力センサなど、多種多様な手法が挙げられる. 1989 年の新版油空圧便覧による圧 力計測器の代表的な種類とその測定範囲を表 1 に示す<sup>5</sup>.

	名称	使用範囲	精度
	U 字管式	98.1Pa~19.6kPa	0.981Pa
<b>H</b> 13 <b>F</b>	単管式	1.33kPa~267kPa	13.3Pa
视性形	傾斜管式	98.1Pa~490Pa	0.0981Pa
	水銀気圧計	大気圧	6.67Pa
ませいむ	分銅式	19.6kPa <b>~</b> 981MPa	0.1%
里りいが	てこ式	"	0.2%
	ダイアフラム(金属)	98.1Pa~196kPa	1~2%
	ダイアフラム(非金属)	9.81Pa~19.6kPa	11
	ダイアフラム(電気抵抗形)	196kPa~9.8MPa	11
でまた	ベローズ式	大気圧または 98.1~981kPa	11
7半1土	チャンバ形	98.1Pa∼29.4kPa	11
	Bourdon 管式	49.0kPa~490MPa	11
	ヘリカル形	$0.81$ Po $\sim 2.04$ kPc	1 50/
	スパイラル形	9.01Fa~2.94KFa	1.370

表 1 圧力計測器の代表的な種類と測定範囲

一方,定常流量に関しても容積流量計や,絞り流量計 <sup>67</sup>,面積流量計 <sup>8</sup>,タービン メータ,電磁流量計,超音波流量計,渦流量計,質量流量計など数多くの計測法が存在 し,絞り流量計,電磁流量計,レーザードップラー流量計などを用いれば非定常流量を 測ることも可能である.

直接計測法の利点は、トレーサビリティがある点、およびリアルタイムでデータを取 得できる点にある.特に、現場における配管の監視や管理において、リアルタイムでデ ータを取得できることは重要である.しかし油圧配管内の非定常流れの計測においては、 配管内の非定常流量の計測は非常に難しい.例えば、電磁流量計では、測定できる流体 は 20~50µS/cm 以上の導電性がなくてはならず油圧管路内の流量計測はできない.ま た、オリフィスなどの絞り流量計を用いようとすれば、管路内の抵抗となってしまうこ とが考えられる.レーザードップラー流速計はレーザー光が通るために透明な配管が必 要となり装置自体も高価である.このように、簡便かつ安価にポンプ脈動などの非定常 流量を計測することは非常に難しい.また、測定個所に流量計を挿入することがスペー ス上困難である場合や,流量計によっては取り付け方法や流量計を挿入することによっ て接続する機器の特性が変わってしまう場合,流れの状態が変化してしまう場合が考え られる.

#### 1.1.2 間接計測手法

直接計測法の計測機器を組み合わせてセンサの設置されていない箇所の物理量を間 接的に計測する手法が提案されている。特に、前述のように非定常流量を測定すること は非常に困難であるため, 配管に取り付けた圧力センサから得られた圧力値を利用して 流量を間接測定する手法が多く研究されてきた. 1984 年に中野, 横田らは, 油圧管路 の動特性を利用した遠隔瞬時流量計測手法 %-1%を提案した.この手法では、管路の任 意の断面の流量値を,他の離れた点の圧力と流量を測定することにより,その離れた2 点間を結ぶ管路の動特性を利用して求めるものである.ただ,この手法は2点のうち片 方の測定に非定常流量計を用いており入手が難しいという問題があったため,横田らに よって機能拡張され、1991年に2点間の圧力から非定常流量を測定する手法が提案さ れた. さらに 1992 年には, 2 点の圧力測定からその測定点に挟まれた任意の位置の流 量を推定する内挿手法と,測定点の外側の位置の流量を推定する外挿手法が提案されて いる. また, 1986 年には趙らが管内差圧を利用した実時間測定法 <sup>[2]- [4]</sup>を提案してい る. この手法では, 圧力勾配を入力とし管路断面上の中心流速または平均流速を出力と する近似伝達関数を利用して, 圧力勾配から流量をリアルタイムで求めることができる. この手法に関しては測定精度の検討も行われている. さらに,1987 年に鳥越らは 2 点 間の差圧から流体の加速度を検出して絞り式差圧流量計と組み合わせることで脈動流 量を測定する手法<sup>15)</sup>を提案した.これらの間接計測手法によって、2点の圧力を利用し て任意の箇所の1点の流量をリアルタイムで得ることが可能となったが,物理量を得た い箇所一つにつき伝達関数を一つ用意しなければならないなど,リアルタイムで,さら にその時空間分布まで取得しようと思うと負担が大きい面もある.

#### 1.1.3 数值解析手法

時空間分布の取得については,数学モデルを用いた数値シミュレーションによって解 析を行う手法が一般的である.特に非定常流れは空間分布をもつため,直接計測手法で はセンサの示す物理量からそれ以外の場所の物理量を読み取ることは不可能である. 1962年に Brown はラプラス変換法による管内過渡流れの解析法を提案した<sup>10</sup>.また, 1968年に Zielke は特性曲線法を用いた解析によってラプラス領域で求めた圧力損失を 時間領域へ逆変換することで層流非定常圧力損失を考慮した数値解析を可能にした<sup>17)</sup>. その他にも、3次元的にナビエストークスの式を用いた有限要素法・有限差分法や,代 数的水撃解析法,インピーダンス法など多くの手法が提案されている<sup>18)</sup>.複合管路内 における流体過渡現象のシミュレーション技術としては、モード近似モデルも提案され ている.さらには1次元の管路の有限要素モデルについて格子点配置を最適化した最適 化有限要素モデル<sup>20,21</sup>などそれらを改善した手法も提案されている.これらの手法では, 管路両端の圧力から圧力・流量の時空間分布を解析できるなど,少ない情報の入力から 多くの情報を得ることが可能である.また,パーソナルコンピュータを用いることが可 能なため,CAD 等と組み合わせることで設計・開発に活かしやすい.しかし一方で, 正確な時空間分布を取得するためにはモデルの入力や初期条件の正確さが重要となり, 入力のノイズや初期条件の設定値などが解析結果に大きく影響を与えるため,それらの 正確さをいかに工夫するかが課題となっている.

#### 1.1.4 計測融合シミュレーション

こうした背景のもと,最近では計測融合シミュレーションという新たな手法が提案されている.これは,数値解析モデルに対してオブザーバを構成し,実際のセンサの値を用いてモデルを修正することでより精度の高い時空間分布を得ようという手法である. 1997年、ZELDINらは実験計測結果と数値シミュレーション結果を融合して最適な推定値を得る方法を提案した.2006年に早瀬ら,井上ら,川嶋ら,船本らは流路における3次元流れに適用し,流れの可視化に成功している<sup>23,-27</sup>.これらは2次元,3次元空間について基礎方程式を解いているため,計算量が多い.そこで2010年,中尾らは空気 圧管路容量系を1次元流れとして扱い,分布定数系オブザーバを用いた制御<sup>28)</sup>を提案しているが,油圧管路内流れの圧力・流量の時空間分布に関する実時間推定を目的としたオブザーバの研究は存在していない.

### 1.2 本手法の意義

本研究では、この計測融合シミュレーションに着目し、(1)直接計測・間接測定など に代表される非定常流量・圧力のリアルタイム計測への要求、および(2)数値解析に代 表される時空間分布の把握に対する要求を同時に満たすため、管路の最適化有限要素モ デルを用いたカルマンフィルタによって管内非定常流れの物理量の時空間分布をリア ルタイムで推定する手法<sup>30,-38</sup>を提案する.管路の上流端、中央点、下流端の3点の管 路内壁に取り付けた圧力センサの圧力値から、その管路を流れる流体の圧力・流量の時 空間分布を推定する.

(1)直接計測手法,間接計測手法など実験的な手法としての側面から見た意義

直接計測手法では計測器の取りつけた位置に制限がある.間接計測手法では、その制限は改善されたが、計測したい箇所の数を自由に変更するには負担が残る.対して本手法では計測区間内において、計測したい箇所の数、位置を自由に決定することができる特長が期待できる.

#### (2)数値解析手法としての側面から見た意義

正確な時空間分布を取得するために、数値モデルに対する入力が正確である必要 がある.また、変数の初期条件およびモデルの境界条件も正確でなければならない が、モデル内の全ての格子点の初期流量・圧力などを正確に設定することは難しい. 対して本手法では、初期条件は定常カルマンフィルタによって初期条件が正確に設 定されなかったことによる誤差を修正することができる.この利点は、本手法を解 析手法として見ても利用価値を見出すことができる.例えば、機器のシミュレーシ ョンモデルの流入流量を用いる場合を考えるとき、実験の際に吸入ポートに流量計 を設置することで流れに影響を与えてしまう事態も考えられる.本手法を導入する 場合、圧力センサは管路の壁面と面一になるように設置すれば流れに大きな影響を 与えずに済む.その上で管路モデルを本手法のカルマンフィルタに置き換えれば、 管内流れに大きな影響を与えずに3点の圧力値から流量を推定することができ、管 路に関して初期流量や初期圧力を正確に設定することなく、流量を入力として機器 のシミュレーションを行うことが可能になると考えられる. (3)計測融合シミュレーションと比較した本手法の意義

計測融合シミュレーションも実験的な側面と解析的な側面を持つが、早瀬らの研 究ではナビエストークスの方程式を3次元的に解いており、流れの可視化という意 味合いが強い.油圧管路内では、ポンプ脈動などの数百Hzの流量変動も発生してい る.この流量変動を測定するにはサンプリング時間を短くする必要があり、早瀬ら の計測融合シミュレーションに当てはめると、計算量の多いこの手法ではPCにかか る負担が大きく、リアルタイムで数百Hzのポンプ内の流れを可視化することは難し いと考えられる.本研究では、管路の流れを1次元流れと仮定した最適化有限要素 モデルを用いてカルマンフィルタを構成することによって、計算量を少なく抑え、 リアルタイムでポンプ脈動を含む非定常流れの管内圧力・流量の推定が期待できる. この点については計測融合シミュレーションのシミュレーションモデルを単純に1 次元にしたとしても、最適化有限要素モデルには非定常圧力損失を高速高精度に計 算できる近似重み関数が用いられている<sup>29</sup>)ため、計算時間において有利であると考 えられる.

以上の意義を踏まえたうえで、図1 に管内の非定常流れを把握する分野における本 研究の位置づけを示す.縦軸に解析的な手法の側面の指標として解析・結果から得られ る情報量をとり、横軸に実験的な手法の側面の指標としてリアルタイム性を取った.ま た、円の大きさによってデータの正確さを示した.ここで、データの正確さとはトレー サビリティのある計測値からそれぞれの手法で結果を得る場合に、測定原理によって含 まれる誤差がどれほど少ないかを示している.数値解析手法は解析結果から得られる情 報量が多い一方で、計算量が多いためリアルタイム性には課題が残る.直接計測、間接 計測手法についてはリアルタイム性が高く、特に直接計測には近似誤差が含まれないた めデータの正確さが高い.しかし一方で、一つの手法の計測結果から得られる情報量は 多くない.このように、実験的手法や解析的手法がどちらかに偏っているのに対して、 計測融合シミュレーションや、本手法は両方の側面をもっている.その領域のなかでも、 計測融合シミュレーションは3次元の流れの可視化などの解析的な手法としての側面 に強い特長をもっているが、本手法は1次元に省略することで、結果から得られる情報 量は多少失われたものの、リアルタイム性を上げることで実験的側面に強い特長をもっ ことを示した.



図 1 管内の非定常流れの把握における本研究の位置づけ

# 1.3 基礎となる研究

#### 1.3.1 管内流れのシミュレーション

管内流れのシミュレーションについて説明する. Zielke は特性曲線法を用いた解析によってラプラス領域で求めた圧力損失を時間領域へ逆変換することで層流非定常圧力損失を 考慮した数値解析を可能であることを示している<sup>17)</sup>. 図 2 に層流の 2 次元流れの模式図を 示す. *r* 軸は管径方向座標を, *x* 軸は管軸方向座標を示しており, *v* は流速を示している. 管路の断面で圧力は一定であり, 管径方向への流れの動きはない. また, 管径方向でみる と速度勾配があり, せん断応力が作用している.



図2管内流れを層流とした2次元流れ

図2のように管内流れを層流とした場合の運動方程式は次のように表わされる<sup>37)</sup>.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{v} F$$
(1)

ただし, 
$$F = (1/\rho)(\partial p / \partial x)$$
 (2)

これをラプラス変換すると,

$$\frac{d^2\hat{v}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\hat{v}}{dr} - \frac{s}{v}\hat{v} = \frac{1}{v}\hat{F}$$
(3)

ただし、
$$\hat{v}(r,s) = \Lambda[v(r,t)], \quad \hat{F}(s) = \Lambda[F(t)]$$
 (4)

この式を解くと、次式のようにあらわされる.

$$\hat{v}(r,s) = \frac{\hat{F}}{s} \left\{ \frac{J_0 \left( j\sqrt{\frac{s}{\nu}}r \right)}{J_0 \left( j\sqrt{\frac{s}{\nu}}R \right)} - 1 \right\}$$
(5)

これより、平均流速 Êを次式のように表わすことができる.

$$\hat{V}(r,s) = \frac{2}{R^2} \int_0^R r \hat{v} dr = \frac{\hat{F}}{s} \left\{ \frac{2}{J_1 \left( j \sqrt{\frac{s}{v}R} \right)} - 1 \right\}$$
(6)

ただし, 
$$\hat{V}(r,s) = \Lambda[V(r,t)]$$
 (7)

また,式(5)より壁面せん断応力が求められ、単位長さ当たりの圧力損失 $\hat{p}_f$ を次式のように求めることができる.

$$\hat{p}_{f}(s) = \frac{\binom{2}{g}}{\left(j\sqrt{\frac{s}{\nu}R}\right) \cdot \frac{J_{0}\left(j\sqrt{\frac{s}{\nu}R}\right)}{J_{1}\left(j\sqrt{\frac{s}{\nu}R}\right)} - 2} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}(s)$$
(8)

ただし, 
$$\hat{p}_f(s) = \Lambda[p_f(t)]$$
 (9)

さらに、これをラプラス逆変換し整理すると、以下の式が求められる.

$$p_{f} = \frac{8\nu}{gR}V(t) + \frac{4\nu}{gR^{2}} \int_{0}^{t} \frac{\partial V}{\partial t}(u)W(t-u)du$$
(10)

右辺第一項が定常項であり, 第二項が非定常項である.

ここで、平均流速と非定常圧力損失を考えると管内流れを図 3 のように考えることができ、x と時間のみの1次元流れと仮定することができる.



図 3 平均流速を用いた管内流れ

以上のように、2次元流れにおける管径の影響を1次元流れに変換することができ、後述の最適化有限要素モデルにおいて、非定常層流圧力損失項を導入することによって考慮することができる.

#### 1.3.2 最適化有限要素モデル

本研究でカルマンフィルタを構成するために利用した管路モデルについて説明する. 本研究では、交互格子系を用いた有限要素モデル(最適化有限要素モデル,OFEMモデル)を利用した.交互格子系では、各格子点は圧力か流量のいずれか一つの自由度を持ち、圧力と流量の格子点は交互に配置される.管内流れの基礎式をガラーキン法によって近似してモデルを導出する.このモデルは状態空間表現ができ、可変時間刻み幅の数値積分アルゴリズムの適用も容易である.また、定常・非定常層流圧力損失だけでなく、定常乱流圧力損失も近似なしに導入することができる.さらに、モデルの固有角振動数が理論値にできるだけ一致するように格子点の配置を最適化すれば、モデルの固有角振動数の近似精度が向上するだけでなく、計算結果の波形に現れる不自然な振動が抑制される.

OFEM モデルでは、管路流れを1次元流れと仮定する.対流項を省略した管内流れの 運動方程式と連続の式を用い、図4のように相互に配置した格子系をもとに近似を行 うと以下の式を得る<sup>20</sup>).

図 4 管路モデルの交互格子系

運動方程式

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{q}}{\mathrm{d}t} + \frac{A}{\rho}\boldsymbol{B}\boldsymbol{q} + \frac{A}{\rho}\boldsymbol{F}\boldsymbol{\overline{p}} + \boldsymbol{p}_f = 0 \tag{11}$$

連続の式

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} + \frac{\rho c^2}{A} \boldsymbol{E}\boldsymbol{q} = 0 \tag{12}$$

ただし, B, E, F は形状関数より得られる係数行列であり, q, p,  $\bar{p}$ ,  $p_f$  は次式で表される.

$$\boldsymbol{q} = \left[\boldsymbol{q}_{up}, \boldsymbol{q}_{1}, \dots, \boldsymbol{q}_{N-1}, \boldsymbol{q}_{down}\right]^{T}$$
(13)

$$\boldsymbol{p} = \left[ p_1, p_2 \dots p_N \right]^T \tag{14}$$

$$\overline{\boldsymbol{p}} = \left[ \boldsymbol{p}_{up}, \boldsymbol{p}_{down} \right]^T \tag{15}$$

$$\boldsymbol{p}_{f} = \left[ p_{f}(q_{up}), p_{f}(q_{1}) \dots p_{f}(q_{N-1}), p_{f}(q_{down}) \right]^{T}$$
(16)

これを状態方程式で現し、圧力損失項などを整理すると、以下の式となる.

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{A}_{p}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{p}\overline{\boldsymbol{p}} \tag{17}$$

ここで,

$$\boldsymbol{x} = \left[ q^T, p^T \right]^T$$

ただし, 非定常圧力損失を考える場合は,

$$\boldsymbol{x} = \left[\boldsymbol{q}^{T}, \boldsymbol{p}^{T}, \boldsymbol{y}^{T}\right]^{T}$$
(18)

yは(N+I)×N<sub>us</sub>行1列の非定常項の近似のためのダミー変数ベクトルであり,N<sub>us</sub>は非定 常項の重み関数の近似項数である.香川らは,特性曲線法における非定常層流圧力損失 の高速高精度計算法の中で一般の過渡現象解析にも用いることが可能な非定常圧力損 失の近似関数を示している<sup>35)</sup>.最適化有限要素モデルでは,この近似関数を用いて非定 常圧力損失を考慮している<sup>36)</sup>.この近似関数を用いた計算では,圧力損失を定常圧力損 失とみなした場合と同程度の計算時間で行うことができる.

このモデルを用いれば、1.3.1 項で述べた管路断面での圧力が一様であることを利用 して、推定区間の両端の管壁の圧力から管内流れの推定を行うことが可能となる. 圧力 センサの先端を管壁と面一にすることで、管内流れに与える影響を最小限に抑えながら 管内の圧力・流量の時空間分布を得ることができる.本研究では、これらの圧力に加え て推定区間の中央の管壁の圧力を取得してカルマンフィルタによってモデルの状態変 数に修正を加え、管内流れを推定する.ここで得られる流量は体積流量であるが、作動 流体に非圧縮性の流体を仮定しているため、密度をかければ質量流量と考えることがで きる.そこで、第5章では質量流量計であるコリオリ式流量計と定常流量について比較 を行っている.

#### 1.4 本論文の構成

本論文は全6章から構成され、その概要は下記の通りである.

#### 第1章 序論

本論文の研究背景と目的を述べる.次に,研究背景として,管内流れを把握することの重要性を述べる.また,流体の圧力・流量を把握する手法として直接計測手法・間接 計測手法・数値解析手法・計測融合シミュレーションについて説明する.これらの手法の中で本手法の意義を述べ,本手法の基礎となる最適化有限要素モデルを説明する.

#### 第2章 主な記号

この章では、本論文で使用する主な記号の一覧を提示する.

#### 第3章 カルマンフィルタを用いた非定常圧力・流量の推定手法

本論文で提案する,カルマンフィルタを用いた管路の非定常流量・圧力の推定手法に ついて,その基礎理論を説明する.次にリアルタイムで時空間分布を取得する手続きの 観点から他手法と本手法の比較を行う.間接計測手法の代表として遠隔瞬時流量計測手 法を,数値解析手法の代表として特性曲線法を挙げ,その特徴から本手法の特色を述べ る.

#### 第4章 水圧管路における非定常圧力・流量のオフライン推定

本手法を使用して,水圧管路内に生じた流体過渡現象のオフライン推定を行い,その 結果についての考察を述べる.3点の圧力データから本手法・遠隔瞬時流量計測手法・ 特性曲線法を用いて流量をもとめ,その結果を比較する.また,本手法によって圧力・ 流量の時空間分布を得ることができ,その結果は特性曲線法の結果とよく一致すること を示す.

#### 第5章 油圧管路における非定常流量のリアルタイム推定

本手法を使用して,油圧管路内に生じる流体過渡現象についてリアルタイムで推定を 行い,定常流量の推定結果をコリオリ式流量センサの計測結果と比較する.その中で推 定された流量振動の原因を考察するため、さらにオフラインで推定を行い、特性曲線法の結果と比較する.第4章では行われなかった比較として、推定に用いられない圧力センサを一つ管路に設置し、その点での圧力を比較する.

# 第6章 結論

本研究で得られた知見を総括し、今後の課題と展望を述べる.

# 第 2 章 主な記号

A	:	管路断面積
A, B, E, F	:	係数行列
С	:	波動伝播速度
С	:	出力行列
G	:	システムノイズゲイン
Κ	:	体積弾性係数
$K_T$	:	定常カルマンゲイン
N	:	有限要素分割数
p	:	圧力
$p_0$	:	圧力の初期値
Р	:	推定誤差共分散行列
$p_f$ , $\hat{p}_f$	:	圧力水頭損失項
Q	:	プロセスノイズの共分散
q	:	流量
R	:	配管の半径 (第1章)
R	:	センサノイズの共分散
r	:	管径方向座標 (第1章)
t	:	時間
$V$ , $\hat{V}$	:	平均流速
<i>v</i> , <i>v</i>	:	流速 (第1章)
ν	:	センサノイズ
W	:	非定常圧力損失の重み関数
$W_g$	:	連続の式の重み関数
W	:	プロセスノイズ列ベクトル
x	:	管軸方向座標 (第1章)
x	:	状態変数ベクトル
V	:	動粘度
ρ	:	密度
添字		
i	:	格子点番号
Ν	:	分割数
ир	:	上流端
mid	:	中間点
down	:	下流端

# 第3章

カルマンフィルタを用いた 非定常圧力・流量の推定手法

### 3.1 カルマンフィルタの構成

本研究では状態推定に定常カルマンフィルタを用いる. OFEM モデルでは,密度,波 動伝播速度,管路断面積などのシステムパラメータは一定であり,観測時間が十分経過 した後,カルマンフィルタは定係数のフィルタに収束する. そのため,定常カルマンゲ インを求めておけばよく,実時間でリカッチ方程式を解く必要がない. OFEM モデルに 対する定常カルマンフィルタでは,状態方程式及び出力方程式は,ノイズ誤差v,およ びシステム誤差wを考慮して以下の式で表される.

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{p}}\overline{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{G}\boldsymbol{w} \tag{19}$$

$$p_{mid} = cx + v \tag{20}$$

ここで、システム誤差 w は管路モデル両端に入力する圧力の計測値に含まれるセンサ ノイズと対応させて考えれば、システム誤差 w とpは 2×1 行列となり、システムノイ ズゲイン G は  $B_p$  とおくことができる.

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{B}_{p} \tag{21}$$

このとき,離散時間における定常カルマンフィルタは以下の式で与えられる<sup>37</sup>. フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = A(\mathbf{I} - \mathbf{K}_T \mathbf{C})\hat{\mathbf{x}}[n-1] + A\mathbf{K}_T p_{mid} + B\overline{\mathbf{p}}$$
(22)

定常カルマンゲイン

$$\boldsymbol{K}_{T} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{C}^{T} \left( \boldsymbol{R} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{P}\boldsymbol{C}^{T} \right)^{-1}$$
(23)

ただし Pは以下の代数リカッチ方程式の解である.

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{C}^{T}[\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}\boldsymbol{C}^{T} + \boldsymbol{R}]^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{P})\boldsymbol{A}^{T} + \boldsymbol{G}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{G}^{T}$$
(24)

ここで Q, R は以下の式で表わされる.

$$\boldsymbol{Q} = \mathbf{E}(\boldsymbol{w}[n]\boldsymbol{w}[n]^T) \tag{25}$$

$$R = \mathcal{E}(v[n]^2) \tag{26}$$

OFEM モデルを用いて解析をおこなう場合,各格子点の圧力と流量の初期値を設定す る必要があるが,全格子点の初期値を正確に設定することは難しい.しかし,カルマン フィルタでは,状態変数の初期値の誤差は時間の経過と共に修正されることを利用し, 各格子点の圧力と流量の初期値をゼロと仮定して推定を行った.図 5 にカルマンフィ ルタの概要をブロック線図で示す.まず推定をおこなう管路の上流端,中央点,下流端 にセンサを取り付け,圧力信号を取得する.このうち上流端圧力 *pup*および下流端圧力 *pdown* を OFEM モデルの入力として,各状態変数を得る.OFEM モデルから中央点の圧 カ*pmid*を出力し,これとセンサより得られた圧力信号 *pmid* との偏差をカルマンフィルタ にフィードバックすることで,OFEM モデルの状態変数が圧力と流量の推定値として利 用することができる.このとき,カルマンフィルタにおいて,中央点に設置した圧力セ ンサの測定誤差を計測ノイズッとして,両端に設置した圧力センサの測定誤差を w とみ なすことができる.



図 5 カルマンフィルタを用いた推定の概要

## 3.2 他手法と比較した本手法の利点

リアルタイムで時空間分布を取得する際に必要な手続きについて,本手法と他手法を 比較する. センサが設置されていない箇所の値を推定する手法には間接測定法や数値解 析がある.間接測定法の代表として遠隔瞬時流量計測手法<sup>1)-3)</sup>を挙げると、この手法は 2点の圧力値や流量値からセンサが設置されていない箇所の流量値をリアルタイムで間 接測定するものである.機能拡張により、任意の箇所の値を測定することができるが、 一つの伝達関数で一箇所の流量値を求める手法である<sup>9)-11)</sup>.時空間分布を知るために は多数の伝達関数を用意する必要があるため計算負荷が大きい.これに対して、本手法 では出力行列の設定によって推定値を取得する位置とその個数を簡単に変更すること ができる.一方,管内流れの代表的な数値解析手法である特性曲線法では,簡単に時空 間分布を得ることができる. 本研究においても推定結果の検討には特性曲線法を用いて いる.しかし固定刻みのサンプリング時間で計算を行う場合,"時間刻み×波動伝播速 度=管路の分割幅"の関係があるため、時間刻みが先に決められていると管路の分割幅 が決まってしまう.管路長さは分割幅に分割数を乗じた値しか取ることができないため. 実際の管路長さと一致しなくなる.また,実際の管路長さと解析する管路長さを同じに する場合,管路の分割幅が決まる.このとき,時間刻みは分割幅を波動伝播速度で割っ た値になるため、実際のサンプリング時間と一致しない、これに対して、本手法では OFEMモデルを用いており,管路の分割幅とサンプリング時間は互いに独立であるため、 管路長さもサンプリング時間も自由に決めることができる.この点はリアルタイムで時 空間分布の推定や短い管路で高い周波数の非定常流れを推定する場合に適用しやすい 特長であると考えられる.本研究で比較検討に用いた特性曲線法によるオフラインシミ ュレーションでは、時間刻みとサンプリング時間のずれを線形補間によって補った.

# 第4章

# 水圧管路における 非定常圧力・流量の オフライン推定

### 4.1 カルマンフィルタの基礎特性

前章で提案したカルマンフィルタの基礎特性を確認するため,実験データを用いたオ フライン推定を行い,推定値とシミュレーション値を比較する.また,OFEM モデルの みを用いたシミュレーション,特性曲線法によるシミュレーション,遠隔瞬時流量計測 手法によるオフライン計測も行い,本手法の推定値と比較した.

#### 4.1.1 実験装置および実験手順

カルマンフィルタで使用する圧力信号 *pup*, *pmid*, *pdown* として既存の実験データを使用 する<sup>21</sup>).実験装置を図 6 に示す. 左から加圧タンク,ボール弁(1),スプール弁,計測 管路,ボール弁(2),リザーバタンクの順に接続されている.計測管路の上流端,中央 点,下流端に圧力センサを取り付け,アンプ,A/D 変換ボードを通して信号を PC に取 り込んでいる.実験の諸元は表 2 のとおりである.



図 6 水圧管路に生じる流体過渡現象の推定実験装置

表 2 推定およびシミュレーションに用いた諸元

Wave speed	1310 m/s
Tank pressure	0.2 MPa
Length of pipe	36 m
Number of elements	5
Diameter of pipe	10 mm
Kinematic viscosity	1.05 cSt
Density	999 kg/m <sup>3</sup>
Sampling time	2 ms

実験手順は,まずボール弁(2)を開け,スプール弁を閉じて管路の圧力をリザーバタ ンク圧で一定にする.次に,下流端のボール弁(2)を閉じて管路を閉鎖端とした後,ス プール弁を開き,加圧タンクの圧力を上流端に加えることで管路内に流体過渡現象を発 生させた.

圧力の実験結果を図 7 に示す.上から,管路の上流端圧力 *pup*,中央点圧力 *pmid*,下 流端圧力 *pdown* を示している.管路上流端のスプール弁が開かれることにより,上流端 圧力 *pup* が加圧タンクの圧力である 0.2 MPa まで急激に増加し,その圧力波が管路に沿 って伝播することで中央点圧力 *pmid* と下流端圧力 *pdown* も増加している.下流端で反射し た圧力波は上流側に伝播し,以降反射と伝播を繰り返している.本論文では,図 7 に 示した上流端圧力 *pup*,中央点圧力 *pmid*,下流端圧力 *pdown* を,カルマンフィルタに加え る信号として用いた.



図 7 実験で得られた3点の圧力値

# 4.2 OFEM モデルとの比較による検証

提案したカルマンフィルタによる推定結果と, OFEM モデルのシミュレーション結果 を比較することで,有効性を検証した. OFEM モデルのシミュレーションでは,各格子 点の初期圧力値に圧力の初期計測値を設定することで初期条件を考慮した.図8に中 間点の圧力 *p<sub>mid</sub>*について,実験での計測値,OFEM モデルのみのシミュレーション値, カルマンフィルタを用いた推定値を示す.緑線で示す OFEM モデルによるシミュレー ション値と赤線の計測値がよく一致していることから,OFEM モデルが管内流れを良く 再現できるモデルであり,カルマンフィルタに利用するモデルとして適切であることが 確認できた.青線で示すカルマンフィルタによる推定値は計測値(赤線)によく一致し ている.



図 8 中央点圧力の推定値・計測値・シミュレーション値

ここで、初期圧力値の誤差に対するカルマンフィルタの効果について検討を行う.図9に、 中間点圧力 *pmid*のカルマンフィルタ推定値と実験結果の差(推定誤差)を赤線で示し、格子 点における初期圧力をゼロとした場合のカルマンフィルタの推定値と実験結果との差を青 線で示す.0.13s以前は圧力が立ち上がる前であるため、定常状態とみなすことができる. この部分を比較すると、赤線はカルマンフィルタのOFEMモデルの格子点の初期条件を実 験データをもとに設定しており、誤差はほとんど見られないことが確認できる.一方、初 期圧力をゼロとした青線の場合は、初期から誤差が存在するが、短時間のうちに減衰して いる.このことから、カルマンフィルタでは初期値を正確に設定できなかったことによる 誤差をすばやく修正できることが確認できる.0.13s以降は上流端から圧力が伝播し始める. 流体過渡現象が発生しているため、0.13s以前のような比較はできなかった.



図 9 中央点圧力の推定値誤差

カルマンフィルタではプロセスノイズおよびセンサノイズの共分散を設定することができる. 加圧タンクの圧力が 0.2MPa であったので,センサノイズをその 1%と仮定し,2×10<sup>3</sup> Pa とした.よって,センサノイズの共分散 *R* は以下の値とする.

$$R = E(v[n]^2) = (2 \times 10^3)^2$$
(27)

ここで、プロセスノイズの共分散 Q を変化させた場合の本カルマンフィルタの推定 誤差を図 10 に示す.本研究では、OFEM モデルの入力である  $p_{up} \ge p_{down}$  にもセンサの 圧力信号を用いているため、プロセスノイズ w にはモデルの近似誤差だけでなくセン サのノイズも入ってくることになると考えられる.ここで、センサのノイズのみを考慮 して $Q = (2 \times 10^3)^2 I$  とした場合も図 10 に示した.その場合の推定誤差は Q = Iの場合と 比べ低減していることが確認できる.OFEM モデルの近似誤差も考慮すると、プロセス ノイズの共分散 Q の値は計測ノイズの共分散 R よりも大きいと考えられる.具体的な R $\ge Q$ の決定手法に関しては実験を行いさらに検討を行う必要がある.



## 4.3 特性曲線法による解析結果との比較

カルマンフィルタによる圧力と流量の時空間分布の推定結果を確認するため,特性曲線法による解析結果と比較した.特性曲線法では,上流端と下流端の圧力の実験結果を 境界条件として入力し,分割数は36とした.図11にその結果を示す.図の上段から 上流端圧力,上流端から1/4の位置での圧力,中間点の圧力,上流端から3/4の位置の 圧力,および下流端の圧力を示す.青線がカルマンフィルタの推定値を示す,赤線が特 性曲線法の解析結果を示している.各位置においてカルマンフィルタの推定値と特性曲 線法の解析結果がよく一致している.

特に,上流端から 1/4 の位置の圧力 p<sub>2</sub> と 3/4 の位置の圧力 p<sub>4</sub> は圧力センサのない部分 になるが,カルマンフィルタによって精度良く推定が可能である.また,図 12 に 4 分 割点での流量を示す.流量についても同様に,各点でカルマンフィルタの推定値と特性 曲線法の解析結果が良く一致している.カルマンフィルタによる閉鎖端の流量がほとん ど0 l/min を示しており,閉鎖端の条件を良く推定できている.このように,特性曲線 法の解析結果と本カルマンフィルタの推定結果が良く一致したことから,本カルマンフ ィルタによって特性曲線法と同様に圧力と流量の時空間分布を得ることができると言 える.



図 11 管内を4分割した各分割点での圧力の時刻歴



図 12 管内を4分割した各分割点での流量の時刻歴

## 4.4 遠隔瞬時流量計測手法との比較

遠隔瞬時流量計測手法の一種である 2 点の圧力測定による瞬時流量計測手法 (PPFM)<sup>9-11)</sup>を用いて流量の推定結果を求め、本カルマンフィルタによる推定結果の検証 を行った.一例として中間点の圧力 *p<sub>mid</sub>と下流端の圧力 p<sub>down</sub>を用い、中間点の流量 Q<sub>mid</sub> を求めた.図 13に比較結果を示す.青線が本カルマンフィルタの推定結果、赤線が特 性曲線法のシミュレーション結果、緑線が PPFM の間接測定結果である.波形の一部で わずかに相違があるものの、良く一致しており、PPFM と比較しても本カルマンフィル タによって良好な推定結果が得られることが確認できた.非定常流量の実測データが得 られないため精度の高さについての断言はできないが、いずれの手法を用いても流量の 脈動が極大や極小になる時わずかに差異がみられるのみで、全体的にはほぼ同じ値を示 したことから、本手法も十分な精度を有すると考えられる.* 



図 13 カルマンフィルタ・PPFM・特性曲線法で求めた中央点での流量

### 4.5 まとめ

本章では、管路の最適化有限要素モデルを用いたカルマンフィルタの構成法を提案し、 管路における流体過渡現象を推定する手法を示した.提案したカルマンフィルタによる 推定では、カルマンフィルタの特徴により初期圧力の誤差が自動的に減衰し、良好な精 度で流体過渡現象の推定が行えることを示した.実験値を用いたオフライン推定では、 本手法の推定値とOFEMモデルのみを用いた場合のシミュレーション値との比較から、 カルマンフィルタでは、本手法によれば、管路における圧力と流量の時空間分布を推定 できることが示された.特性曲線法による解析結果や遠隔瞬時流量計測手法の一つであ る PPFM と比較しても、良好な精度で推定結果が得られた.

# 第5章

# 油圧管路における 非定常流量の

リアルタイム推定

## 5.1 緒言

第4章では水圧管路にサージ圧を発生させ、その流体過渡現象について本手法による 推定を行った.しかし、第3章の実験では、以下の課題が残っていた.

1.管路長が 32m と長い

32m では,流体過渡現象を測定するにあたってサンプリング時間刻みが短い必要がない.本手法の特長の一つは,計算負荷が少ないために短い時間刻み内で計算を終了でき,サンプリング時間刻みを短くできる点であるのに対し,有効性を示すことができなかった.

2.水圧管路を用いた実験

前章では水圧管路での実験データを用いて流体過渡現象の推定を行った.水圧管路の 推定においては、加圧タンクの性能から 0.2MPa の圧力脈動を計測したため、圧力セン サの測定範囲も低くて良く、精度も高圧の計測時と比較して高い.本研究では、電磁流 量計を用いることができない油圧管路の使用も想定しているため、もっと高い圧力範囲 のセンサを用いた実験が必要と考えられる.

3.リアルタイムではなくオフラインでの推定

既存の実験結果を利用したため、オンラインで推定することができなかった. 配管の 管理・監視等に用いるためには、リアルタイムでオンライン推定を行うことは重要であ り、実験データを用いた検証だけでなく実際のオンライン推定による検証が必要と考え られる.

4.流量センサ・圧力センサなど直接計測手法との比較できていない

前章では中央点における圧力の比較を行った.カルマンフィルタは中央点での圧力偏 差を無くすようにモデルを修正するため,圧力センサの値に対して差を生じにくい.

など、カルマンフィルタの効果については検証できたが、実際の油圧管路に適用する 場合に検証不十分な点が存在した.そこで、油圧ポンプユニットを用いて管路を構成し、 リアルタイムで検証を行う.

# 5.2 カルマンフィルタを用いた推定実験

#### 5.2.1 実験に用いた機器

油圧ポンプユニット

油研工業:YA22-C10-7.5-42

表	3	YA22-C10-7.5-42	の主な諸元
~ `		0 _ 0 _ 0 _ 0	

ピストン本数	9
ポンプ回転数	1435rpm
最高使用圧力	16MPa
圧力調整範囲	2.0 <b>~</b> 16MPa
最大流量	34 l/min

ポンプユニット内のポンプはアキシャルピストンポンプで、ピストン数は9本であり、 定格回転数は 1435rpm であるから、ポンピング周波数は 215Hz となる.

高速サーボ弁:油研工業 LSVG-03-10-10

リリーフ弁:油研工業 BG-03-32

流量制御弁:油研工業 SRT-06-50

使用作動油:出光興産 ダフニー スーパーハイドロ 32A

ISO 粘度グレード: VG32

コリオリ式流量センサ:KEYENCE 製:FD-SS20A

定格流量範囲	0 <b>~</b> 20 l/min
用可能流量範囲	0~40 l/min

丰	1	FD-8890A	の主た謎テ
衣	4	FD-9920A	の土な商工

使用可能流量範囲	0 <b>~</b> 40 l/min
使用圧力範囲	5MPa 以下
直線性	±4% of Rdg
時定数	50ms

#### 圧力センサ:共和電業 PGM-100KD

表 5 PGM-100KD の主な諸元

定格容量	10MPa
固有振動数	113kHz
非直線性	≦0.5%RO
ヒステリシス	≦0.5%RO
温度の補償範囲	0 <b>~</b> 60° <b>C</b>

動ひずみ増幅器: 共和電業 DPM-911B

表 6	DPM-911B の主な諸元
-----	----------------

応答周波数範囲	DC~2.5kHz
SN 比	60dBp-p
出力	±10V
非直線性	0.1%FS

パーソナルコンピュータ: DELL PRECISION 390

CPU: 2.66GHz

メモリ:3GB

オペレーティングシステム:Windows Xp

A/D 変換ボード: National Instruments 製 PCI-6024E

表 7 PCI-6024Eの諸元

チャンネル数	16
分解能	12bit
サンプリングレート	200ks/s
最大電圧範囲	-10V/10V

ソフトウェア

MATLAB/Simulink Real Time Windows Target

#### 5.2.2 波動伝播速度の推定

本手法を用いて推定する場合,作動流体の動粘度,波動伝播速度を求めておく必要がある.本研究では,波動伝播速度の測定に ISO/CD15086-2 に規定されている三圧力変換器法<sup>40</sup>/<sup>41</sup>)を用いてポンプ配管の波動伝播速度を測定した.

#### (1) 三圧力変換器法

三圧力変換器法について説明する.

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(L_1) & A_{12}(L_1) \\ A_{21}(L_1) & A_{22}(L_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$
(28)

$$\begin{bmatrix} Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(L_2) & A_{12}(L_2) \\ A_{21}(L_2) & A_{22}(L_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$
(29)

このとき,(28)式と(29)式から供試管路の途中の流量脈動  $Q_2$ がそれぞれ  $P_1 \ge P_2$ およ び $P_2 \ge P_3$ の関数で表わされるため,これを等置すると

$$A_{21}(L_1)P_1 + A_{22}(L_1)P_2 = A_{11}(L_2)P_2 + A_{12}(L_2)P_3$$
(30)

左辺に移項し, 整理すると,

$$\frac{P_1}{P_2} A_{21}(L_1) - \frac{P_3}{P_2} A_{12}(L_2) + A_{22}(L_1) - A_{11}(L_2) = 0$$
(31)

理論的には波動伝播速度 c が正しければ上式は脈動周波数にかかわらず成り立つ.しかし、式中の圧力伝達関数  $\frac{P_1}{P_2}$  および  $\frac{P_3}{P_2}$  に実測値を用いる場合には波動伝播速度 c が正しい値であっても誤差 c が生じるので、式は以下のようになる.

$$\frac{P_1}{P_2}\sin\left[\frac{\xi(\omega)\omega}{c}L_2\right] + \frac{P_3}{P_2}\sin\left[\frac{\xi(\omega)\omega}{c}L_1\right] - \sin\left[\frac{\xi(\omega)\omega}{c}(L_1 + L_2)\right] = \varepsilon$$
(32)

この式より求められる誤差εの二乗総和が最小となる波動伝播速度を探索する手法である.表8に三圧力変換器法によって求めた波動伝播速度とその標準偏差を示す.

Mean Pressure	Flow rate (l/min)	0	15	30
4) (D-	Average(m/s)	1341	1329	1335
41117a	Standard deviation	24	4	41
2MD <sub>2</sub>	Average(m/s)	1335	1324	1314
ZiviPa	Standard deviation	34	6	2
1MDa	Average(m/s)	1339	1313	1318
INIPa	Standard deviation	6	10	26

表 8 三圧力変換器法による探索結果

(2) 波動伝播速度の計算式

また、波動伝播速度は次式によって求めることもできる.

$$c = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + (KD/E\varepsilon)}}$$
(33)

SUS316L(管材)のヤング率	193GPa
管内径	21mm
管肉厚	2.1mm
作動油密度	867kg/m <sup>3</sup>
作動油の体積弾性係数	1.6GPa

表 9 配管,作動油の物性値

より

c = 1307 m/s

本研究では,以上の三圧力変換器法より求めた値と理論式より求めた値から波動伝播 速度を1310m/sとした.

#### 5.2.3 実験装置

カルマンフィルタで使用する圧力信号について上流端圧力を *pup*, 中央点圧力を *pmid*, 下流端圧力を *pdown* とする.実験装置を図 14 に示す. 左から(1)油圧ポンプ,計測管路, (2)流量制御弁,(3)コリオリ式流量計の順に接続されている.(4)高速サーボ弁は計測管 路の上流部から分岐して接続している.油圧ポンプの斜板角と流量制御弁の絞りによっ て流量を調整でき,高速サーボ弁で流量変動を発生させることができる.計測管路の(5) 上流端,(6)中央点,(7)下流端に1.6m間隔で圧力センサを取り付け,アンプ,A/D 変換 ボードを通して信号を(9)PC に取り込んだ.この実験装置では,上流端から推定区間長 の 3/4 の位置にもう一台(8)圧力センサを設置し,圧力の推定結果の確認に用いた.コリ オリ式流量センサのアナログ信号も(9)PC に取り込み推定流量と流量センサの流量を比 較する.推定に用いた諸元は表 10 のとおりである.



図 14 実験に使用した油圧管路の回路図



図 15 実験装置外観

表	10	推定に用いた各パラメータ	
11	τU		

Wave speed	1310 m/s			
Length of pipe	3.2 m			
Number of elements	5			
Diameter of pipe	20 mm			
Kinematic viscosity	50 cSt			
Density	850 kg/m <sup>3</sup>			
Sampling time	1 ms (real time)			
	0.1 ms (offline)			

## 5.3 定常流量のリアルタイム推定

提案したカルマンフィルタによるリアルタイム推定結果と、コリオリ式流量計の計測 結果を比較することで、定常流量のリアルタイム推定結果の妥当性を検討した. リアル タイム推定には MATLAB/Simulink の Realtime-Windows Target を使用した. リアルタイ ム推定では、データのインポートなどにかかる計算負荷や、1min の実験中のデータを 保存するために必要なメモリ容量との兼ね合いからサンプリング時間を 1ms とした. 流量制御弁を全閉状態から流量が 30 l/min にまでなるまでゆっくりと開き,再び全閉状 態にし, その時の推定値とコリオリ式流量センサの計測値を比較した. この実験での推 定値の時刻歴を図 16 に示し、コリオリ式流量センサを用いた測定値の時刻歴を図 17 に示す.図 18はこの時のコリオリ式流量センサの計測値とカルマンフィルタの推定値 との関係を示している.流量センサの値もカルマンフィルタの推定値も振動しており, 両者の振動は一致しているわけではない.しかし、その振動の中心をみると両者の間に は顕著な線形関係が見られ、定常流量についてはリアルタイムでも推定できることが確 認できた.一方で前述の振動については,図 16 と図 17 を比較するとわかるように, カルマンフィルタのリアルタイム推定値は流量センサの計測値より振動が大きい.しか し、より詳細に検討しようとしても図 19 に示した拡大図からわかるように 1ms ではサ ンプリング時間刻みが長すぎて検討を行うにはサンプリングが十分でないことが分か る.

1msより小さい値では、リアルタイム推定ができなかったため、以降では 0.1ms のサン プリング刻みでデータを取得し、オフライン推定によって検討を行った.

42







図 17 コリオリ式流量センサを用いた流量の計測結果



# 5.4 リアルタイム推定の計算負荷

流量のリアルタイム推定のサンプリング時間刻みについて検討する.本研究では、リ アルタイム推定のソフトウェアに MATLAB/Simulink のツールボックス Real-Time Windows Target を用いている. 表 11 にサンプリング時間を変えた場合の推定時の PC の挙動を示す.サンプリング時間刻み 0.1ms の時は推定途中でプログラムが止まって しまう現象が確認された.オフライン推定においては、15sのデータをおよそ 5.0s で 計算できたためプログラム本体の計算負荷としてはまだ余裕があると考えられ, 実験装 置によっては同じ性能のコンピュータでも 0.1ms のサンプリング時間刻みでの計測が 可能であると思われる.

サンプリング時間刻み	リアルタイム推定の安定性
1ms	0
0.5ms	0
0.2ms	0
0.15ms	Δ
0.1ms	×

表 11 サンプリング時間刻みによるリアルタイム推定の安定性

○ :エラーもでず,安定的に推定に成功

△ : Simulink のエラーが出るが推定には成功

× : OS のフリーズなどで1度も成功せず

一方,計測融合シミュレーションでの解析の実施例を表 12 に示す. 格子点の数を減 らし 1ms のサンプリング時間刻みでリアルタイム推定を行っている例があり,格子点 を減らすことによって計算負荷を減らすことができ、リアルタイム推定に効果的である ことがわかる.

サンプリング	格子点数(次元)	備考

表 12 計測融合シミュレーションでの実施例 17)18)40)

実施例	サンプリング 時間刻み	格子点数(次元)		備考
角柱交流に発生する カルマン渦の解析	1ms	60×21	(2 次元)	リアルタイム推定
直円管内層流の解析	10ms~	42×42×160	(3 次元)	リアルタイム推定 超音波計測との融合
オリフィス流れの解析	不明	300 万点	(3 次元)	3sの非定常解析に28min

# 5.5 非定常流量のオフライン推定

非定常流量について、サンプリング時間 0.1ms でオフライン推定を行った.流量が 30 l/min になるよう流量制御弁を開いた状態から、サーボ弁に正弦波信号を加えて流量 脈動を発生させた.サーボ弁の駆動周波数が 100Hz の時の管内に発生した圧力の測定 結果を図 20 に示す.上段に示した上流端圧力 *pup*,中段に示した中央点圧力 *pmid*,下 段に示した下流端圧力 *pdown* を、カルマンフィルタに加える信号として用いた.



図 20 圧力測定値の一例

このときの非定常流量について特性曲線法との比較を行った. 特性曲線法のモデルに は上流端圧力 pup と下流端圧力 pdown を境界条件として入力し,管路長さを 3.2m,分割数 は 32 とした. 図 21 にカルマンフィルタの推定値, 特性曲線法のシミュレーション値, コリオリ式流量センサによる計測値を示す.カルマンフィルタによる推定値を青線,特 性曲線法によるシミュレーション値を緑線,コリオリ式流量計による計測値を赤線で示 した. サーボ弁の駆動周波数は 100Hz であるため流量センサが計測可能な周波数の範 囲から外れている.また,流量センサの前に流量制御弁が存在しており,脈動が伝わり にくくなっていることから、コリオリ式流量センサの計測値はカルマンフィルタの推定 値の振動の平均値付近の値をとっている. カルマンフィルタの推定結果と特性曲線法の シミュレーション結果はほぼ一致しており,特性曲線法と比較しても良好な推定結果を 得ることができた. 推定された非定常流量の波形は, 正弦波からゆがんでいるようにみ えるが、これは油圧ポンプのポンピング周波数の成分(215Hz)がかさなっているためと 考えられる. 高速サーボ弁の駆動周波数を 100Hz から 10Hz まで変化させた時の流量推 定値の FFT 結果を図 22 に示す.上から順にサーボ弁駆動周波数が 100Hz, 75Hz, 50Hz, 25Hz, 10Hz の場合である.いずれの図についても駆動周波数以外に, 215Hz の周波数 付近に同じ大きさのスペクトルを持つ流量の振動があり、ポンピング周波数と一致する. このことから、図 19にみられた流量脈動もポンピング脈動であると考えられる.





図 22 各駆動周波数における流量の推定値の FFT 解析結果

# 5.6 非定常圧力のオフライン推定

圧力センサを用いた計測結果および特性曲線法の解析結果とカルマンフィルタによる非定常圧力の推定結果を比較した.上流端から計測区間の長さの3/4の位置の圧力について,図23にカルマンフィルタの推定結果と圧力センサの計測結果の比較を示し,図24には特性曲線法のシミュレーション結果と圧力センサの計測結果の比較を示した. 圧力センサの計測結果は赤線,カルマンフィルタの推定結果および特性曲線法のシミュレーション結果は青線で示した.図24に示す特性曲線法のシミュレーション結果については,非定常の圧力を良く再現しているものの,特性曲線法のシミュレーション結果 に現れている細かな圧力振幅はセンサのノイズに起因する.一方,図23に示したカルマンフィルタの推定結果も圧力センサの計測結果とよく一致しており,しかも圧力センサのノイズと思われる圧力振動は抑制されて推定されていることが確認できた.



図 23 3/4 位置の圧力の本手法の推定値とコリオリ式流量センサの計測値



図 24 3/4 位置の圧力の本手法の推定値と特性曲線法のシミュレーション値

本研究では、*Q*は管路両端の圧力センサに生じる計測ノイズによる共分散に対応していると考えることができ、2×2行列である.また、*R*は中央点の圧力センサに生じるノイズに対応した誤差の共分散である.

本研究では、3 つのセンサとも出力電圧のノイズ振幅はほぼ同じ  $0.01V_{pp}$ 程度であった。圧力に換算すると 0.01MPa であったので、Q と R は以下の値とした。

$$\boldsymbol{Q} = E(\boldsymbol{w}[n]^2) = (1 \times 10^4)^2 \boldsymbol{I}$$
(34)

 $R = E(v[n]^2) = (1 \times 10^4)^2 \tag{35}$ 

誤差の共分散が推定値へ与える影響を検討するため、システムノイズの共分散行列*Q*およびセンサノイズの共分散*R*を変えて推定を行った.

3/4 の位置における推定値と計測値の誤差  $p_{error}$  を図 25 に示す. 初期条件の設定によ る誤差と定常誤差を調べるため,計測開始から 5s までの推定誤差を調べた. 最上段と 中段のグラフと比較すると,最上段のグラフでは初期の推定誤差が極端に大きくなって いる. カルマンフィルタでは,初期値を正確に設定できなかったことによる誤差は推定 値と中央点の計測値との偏差によって修正される. 両端で許容される誤差が小さく,中 央点の想定される誤差が大きいため,修正にかかる時間が長くなったと考えられる. 次 に,中段と最下段のグラフを比較すると,最下段のグラフは推定開始から 5s まで全域 にわたって誤差が大きい. 中段のグラフから Q と R を適切に設定した場合に最も推定 誤差が小さいことが確認できる.



図 25 誤差の共分散を変えた時の 3/4 位置の推定誤差

# 5.7 時空間分布のオフライン推定

時空間分布の推定を行った.管路の上流端,上流端から 1/4 の位置,中央点,上流端 から 3/4 の位置,下流端における圧力と流量をカルマンフィルタと特性曲線法によって 求めた.図 26 に流量,図 27 に圧力の時空間分布を示す.青線がカルマンフィルタの 推定値,赤線が特性曲線法のシミュレーション値である.特性曲線法のシミュレーショ ン結果に 5.3, 5.4 で述べたような振動成分がみられるが,良く一致した結果を得ること ができた.特性曲線法ではこの振動成分は通常圧力信号にローパスフィルタを通すなど することによって除去するが,カットオフ周波数の設定によっては本来存在する振動も 除去してしまう可能性がある.しかし,カルマンフィルタではカットオフ周波数を決め る必要がなく,センサのノイズを考慮することができるため,このような計測等におい て優位性を持つと考えられる.また,時空間分布を把握する場合においても,特性曲線 法では格子点の位置と時間刻みは独立ではないため,任意に決めることができず,どち らかは補間を行う必要がある.一方で,本手法では,サンプリング時間を自由に決める ことができる.



図 26 管内を4分割した各分割点での流量の時刻歴



図 27 管内を4分割した各分割点での圧力の時刻歴

### 5.8 まとめ

本章では、著者らが提案する管路の最適化有限要素モデルを用いたカルマンフィルタ の推定について、油圧管路を用いてリアルタイム推定の実験を行い、その効果を検討し た.カルマンフィルタによるリアルタイム推定では、定常流量について良好な推定結果 を示した.この結果の確認のためにより短いサンプリング時間でオフライン推定を行い、 非定常流量・圧力ともに良好な推定結果が得られた.ポンプの圧力脈動を含むような非 定常流量測定においても特性曲線法と同等の精度で推定が行い得ることが確認された. さらに、ノイズを含んだセンサの信号からローパスフィルタをかけることなくノイズを 除去した場合と同等の良好な推定結果を得ることができた.特性曲線法との比較では、 非定常の推定において同等の精度を有し、圧力と流量の時空間分布を求められる本手法 の特色を示した.



## 6.1 本研究の結論

本研究では、カルマンフィルタを用いた管内の圧力・流量の時空間分布を推定する手 法を提案した.本手法は、管路の上流端、中央点、下流端の3点に設置された圧力セン サの圧力値から任意の点の圧力・流量をリアルタイムで推定することができ、それらの 時空間分布も取得することが可能である.圧力センサは管壁に取り付けることができる ため、流体の流れに影響を与えにくい.また本手法と用いた場合、一般に正確なシミュ レーションに必須とされる初期条件や境界条件の細かな設定を行うことなく同等の精 度で推定を行うことができる.さらに、従来困難を伴うとされてきた、非定常流量など の非定常流れの推定もこれまでの手法に比べ比較的簡単に行うことができる.本研究で 提案された手法を用いて、水圧管路における実験データを用いたオフライン推定、およ び油圧管路内の圧力・流量の時空間分布についてリアルタイムオンライン推定を行い、 他手法との比較等の考察を加えた結果、以下の知見を得た.

- 本手法を用いて推定された水圧管路内の圧力・流量は、特性曲線法・遠隔瞬時流 量計測手法の推定結果とよく一致し、本手法による推定が、他手法と同等の精度を 持つことが確認できた。
- 2. 油圧管路の定常流量について、本手法を用いてリアルタイムオンライン推定を行った結果、推定結果と流量センサが示す計測値の間に顕著な比例関係が見られた.
- 3. 油圧管路内の非定常流量のオフライン推定を行った結果,リアルタイム推定で見 られた振動がポンプ脈動であることが確認され,本手法によって約200Hzのポンプ 脈動も推定できることが示された.

### 6.2 現状の課題と今後の展望

#### 6.2.1 現状の課題

- (1) 本手法では、圧力値のみから流量を求めている.このとき求められる流量は粘度 に大きく依存するが、本研究で提案した定常カルマンフィルタでは粘度は定数とし て扱っている.そのため、温度が変動し粘度が変動したとしても、粘度が一定と仮 定して計算されているため正確な流量を推定できない.粘度は最適化有限要素モデ ルで設定を行うので、温度の変動を考慮し、例えば数秒おきに自動的にモデルを作 成し直し、そのモデルを元にカルマンフィルタの再構成を行うようにするなどの対 策が必要となる.
- (2) 本研究では推定対象に非圧縮性流体を想定したため,(11)式の運動方程式と(12)式の 連続の式を元に管内の非定常流れを推定している.そのため,エネルギー保存の式 が組み込まれておらず,現在のモデルでは空気のような圧縮性流体の推定を行うこ とはできないと考えられる.

#### 6.2.2 今後の展望

- (1) 本研究では、波動伝播測定手法に3圧力変換器法を用いた.3圧力変換器法では、 センサの配置が決まっており、センサの設置する箇所を自由に指定できない.本研 究では本手法で用いた箇所とは別にセンサの設置点を用意した.波動伝播速度測定 手法については、3圧力変換器法の他にも、管路における波動伝ば速度の推定手法 に関する研究<sup>40,43</sup>が提案されている.この研究では管路の最適化有限要素モデルを 利用し、時間領域で管路圧力の測定値から波動伝播速度を推定している.この手法 を取り入れることができれば、測定区間の長さ、センサ位置を自由に指定できるこ とに加え、同じモデルと圧力センサを利用しながら、圧力・流量の時空間分布に加 えて波動伝播速度も求めることができる.
- (2) 本研究では時空間分布の表現として、等分割した分割点の圧力・流量の時刻歴を 並べた.計測融合シミュレーションでは、等高線図を用いて圧力の可視化や粒子表 現によって流れの可視化を行っている.可視化については、1次元的には本手法に

おいても可能であることから、この点を工夫することによって、より管内の非定常 流れを把握しやすくなると考えられる.例としては、1次元の圧力分布を等高線図 で示すことなどが考えられる.

(3) 香川らは空気圧管路の過渡応答の特性曲線法による高速高精度計算法<sup>44)</sup>において、エネルギー保存則を含めた連続の式を示している.

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{a^2 \rho_0} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + g(t) = 0$$
(36)

$$g(t) = \frac{4(\kappa - 1)\nu_0}{\kappa P_0 \sigma_0 R^2} \int_0^t \frac{\partial P}{\partial t}(u) W_g(t - u) du$$
(37)

(12)式を(37)式に変更することでエネルギー保存則を考慮することができる. W<sub>g</sub> は重み関数であり,近似関数によって計算時間を短縮できるため,圧縮性流体も推 定可能になると考えられる.

また,油中のボイド率は波動伝播速度と相関があるため,ボイド率が低く非圧縮性 流体と仮定できる範囲においては,波動伝播速度から推定が可能であると考えられ る.それよりもボイド率が高くなってしまった場合や,層状流や波状流などになっ てしまった場合に関しては今後の課題として検討が必要である.

## 謝辞

本研究を終えるにあたり,終始多大なるご教授ご鞭撻を賜りました横浜国立大学の眞 田一志教授に深甚なる謝意を表します.

また,本論文のまとめに際して貴重なご意見を賜りました田中裕久教授, 薮田哲郎教 授,佐藤恭一准教授,前田雄介准教授に心より御礼申し上げます.

最後に,実験装置の製作などで手伝ってくださった長谷川清一君をはじめ,発表等の 準備をしていただいた眞田研究室の皆様にこの場を借りて御礼申し上げます.

#### 参考文献

1) 特定特殊自動車排出ガスの規制等に関する法律

- 肥後寛,桜井康雄,田中和博,中田 毅:電空ハイブリッドアクチュエータのシステムモデルとその動特性解析,日本フルードパワーシステム学会論文集,Vol.39, No.6, p.103-109 (2008)
- 3) 築地徹浩, 佐倉青蔵, 永田精一, 野口恵伸: アキシアルピストンポンプ内のノッチから噴流に関する研究, 日本フルードパワーシステム学会論文集, Vol.38, No.4, p.60-64 (2007)
- 4) 小澤明, 眞田一志, 平工賢二, 瀬戸信治: 電動油圧シリンダシステムの制御に関す る研究, 平成21年度春季フルードパワーシステム講演会講演論文集, p.56-58(2009)
- 5)(社)油空圧学会編:新版油空圧便覧,オーム社, p.117-130(1989)
- 6) JIS Z 8762 絞り機構による流量測定方法
- 7) JIS Z 8763 ベンチュリ管による流量測定方法
- 8) JIS Z 8761 フロート型面積流量計による流量測定方法
- 9) 中野和夫, 横田眞一, 植山幹夫: 円管内瞬時流量計測手法, 計測自動制御学会論文 集, Vol.20, No.5, p.421-426 (1984)
- 10) 横田眞一,金道泰,中野和夫:管路の圧力流量間の動特性を利用した非定常流量計 測手法,日本機械学会論文集 C 編, Vol.57, No.541, p.2872-2876 (1991)
- 11) 横田眞一,金道泰,中野和夫:油圧管路の動特性を利用した遠隔瞬時流量計測手法, 油圧と空気圧, Vol.21, No.2, p.680-685 (1995)
- 12) 趙彤,北川能,香川利治,竹中俊夫:管内流れにおける非定常諸変量間の伝達関数 の近似表示,日本機械学会論文集 B 編, Vol.51, No.472, p.4132-4138 (1985)
- 13) 趙彤:管内流れにおける非定常変量の変換演算,日本機械学会論文集 B 編, Vol.51, No.472, p.4139-4145 (1985)
- 14) 趙形,北川能,香川利治,竹中俊夫:管内差圧を利用した非定常流量および流速の
   実時間測定法,日本機械学会論文集 B 編, Vol.52, No.480, p.2851-2859 (1986)
- 15) 鳥越一平:流れの加速度の検出法と脈動流量測定, 計測自動制御学会論文集, Vol.23, No.8, p.794-799 (1987)

- 16) F.T.Brown, The Transient Response of Fluid Lines, Trans. ASME, ser.D, Vol.84, No.4, p.547-553(1962)
- 17) Zielke, W., Frequency-dependent friction in transient pipe flow, Trans. ASME, Ser.D, Vol.90, No.1, p.109-115(1968)
- 18) (社)油空圧学会編:新版 油空圧便覧,オーム社, p.29-31 (1989)
- 19) Yalg,W.C,Tobler,The Dissipative modal approximation of fluid transmission lines using linear friction model, Trans.ASME, ser.J, Vol.113, No.4, p.152-162(1991)
- 20) 真田一志,北川能:最適化交互格子系を用いた管路動特性の有限要素モデル,日本
   機械学会論文集 C 編, Vol.60, No.578, p.3314-3321 (1994)
- 21) 眞田一志:最適化有限要素モデルによる管路の流体過渡現象のシミュレーション、 日本フルードパワーシステム学会論文集, Vol.31, No.1, p.1-6(2000)
- 22) B. A. ZELDIN, A. J. Meade Jr., Integrating experimental data and mathematical models in simulation of physical systems, AIAA Journal 35, 1787-1790 (1997)
- 23) 早瀬敏幸:超音波計測融合血流シミュレーション、日本フルードパワーシステム学 会論文集, Vol.37, No.5, p.302-305 (2006)
- 24) 早瀬敏幸:計測融合シミュレーションによる流れ解析,フルードパワーシステム, Vol.39, No.4, p.220-224 (2008)
- 25) 井上慎太郎,川嶋健嗣,舩木達也,香川利治:計測融合シミュレーションを用いた
   非定常管内流れ場のモニタリング,計測自動制御学会論文集, Vol.42, No.7, p.832-837
   (2006)
- 26) 川嶋健嗣, 中尾光博: 乱流オリフィス流れの計測融合シミュレーション, 日本機械 学会流体工学部門講演会講演論文集, WS204 (2010)
- 27) 船本健一, 劉磊, 早瀬敏幸: 超音波計測融合シミュレーションにおける直円管内層流の解析(非軸対称フィードバック則による3次元解析), 日本機械学会第20回バイオ エンジニアリング講演論文集,p.271-272(2008)
- 28) 中尾光博,岡本悠,川嶋健嗣,香川利春:分布定数系オブザーバを用いた空気圧管路容量系の制御,2010年度計測自動制御学会産業応用部門大会講演論文集,p.35-40 (2010)
- 29) 香川利治, 李一永, 北川能, 竹中利夫: 特性曲線法における非定常層流圧力損失の 高速高精度計算法, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.49, No.447, p.2638-2644(1983)

- 30) 小澤明, 眞田一志: 管路動特性の最適化有限要素モデルを用いたカルマンフィルタ に関する研究, 日本フルードパワーシステム学会論文集, Vol.42, No.5, p.89-94 (2010)
- 31) AkiraOZAWA, Kazushi SANADA"AN INDIRECT MEASUREMENT METHOD OF TRANSIENT PRESSURE AND FLOW RATE IN A PIPE USING STEADY STATE KALMAN FILTER" Proceedings of the 8th JFPS International Symposium on Fluid Power OKINAWA 2011, p.104-109(2011)
- 32) 小澤明, 眞田一志:最適化有限要素モデルを用いた管路の状態推定に関する研究, 日本機械学会山梨講演会講演論文集, p.56(2010)
- 33)小澤明,眞田一志:最適化有限要素モデルとカルマンフィルタを利用した管内流れの圧力・流量計測手法,計測自動制御学会 2010 年度産業応用部門大会講演論文集, p.97(2010)
- 34)小澤明,眞田一志:管路における流体過渡現象のカルマンフィルタを用いた推定に 関する研究,日本フルードパワーシステム学会平成21年秋季フルードパワーシステ ム講演会講演論文集, p.85-87(2009)
- 35) Akira OZAWA, Bingzhao Gao, Kazushi SANADA "Estimation of Fluid Transients in a Pipe using Kalman Filter based on Optimized Finite Element Model" Proceedings of SICE Annual Conference 2010, FA10.01(2010)
- 36) Akira Ozawa, Kazushi Sanada : A Kalman Filter for estimating transient pressure and flow rate in a pipe, Proceedings of SICE Annual Conference 2011, FrA02-01(2011)
- 37)小澤明,眞田一志:カルマンフィルタによる管路の状態推定に関する研究,日本機 械学会山梨講演会講演論文集,p.48-49(2011)
- 38) 小澤明,眞田一志:油圧管路内の流量と圧力のカルマンフィルタによる推定,計測 自動制御学会 2011 年度産業応用部門大会講演論文集, p.64-67(2011)
- 39) 片山徹:新版 応用カルマンフィルタ,朝倉書店, p.86-93 (2000)
- 40) ISO/CD15086-2 : Hydraulic fluid power-determination of the fluid borne noise characteristics of components and system, Part1:measurement of the speed of sound in a fluid
- 41)小嶋,一柳: ISO/CD15086 に決める「剛体管路内流体中の音速の測定法」の精度に 関する実験的検討,日本油空圧学会論文集,Vol.31, No.2, p.50-57(2000)

- 42) 王盛,眞田一志:管路における波動伝播速度の推定に関する研究,油空圧学会論文 集, Vol.32, No.3, p.56-70(2001)
- 43) 王盛, 眞田一志:管路における波動伝播速度の推定条件に関する研究, 日本フルードパワーシステム学会論文集, Vol.33, No.6, p.117-123(2002)
- 44) 香川利治,北川能,竹中利夫:空気圧管路の過渡応答の特性曲線法による高速高精 度計算法,計測自動制御学会論文集,Vol.20,No.7, p.648-653(1984)