

377.51
SU

博士論文

粉粒体の貯槽における力学的挙動と貯槽設計に関する研究

Research on the mechanical behavior of granular
materials in silos and the silo design

国立大学法人 横浜国立大学大学院
工学府

鈴木光夫
Mitsuo SUZUKI

2009年9月

横浜国立大学附属図書館



12258344

目 次

第1章 序 論	1
1.1 緒言	1
1.2 既往の研究	3
1.2.1 粉粒体の力学物性	3
1.2.2 粉粒体の流れ	4
1.2.3 粉体圧	6
1.2.4 貯槽設計の課題	7
1.3 本論文の構成	8
References	10
表・図	12
第2章 ホッパにおける粉粒体の流れと応力の理論解析	17
2.1 緒言	17
2.2 理論モデルの導出	19
2.2.1 基本的な仮定	19
2.2.2 基礎式	19
2.3 計算方法	24
2.3.1 境界条件	24
2.3.2 特性線の計算	25
2.3.3 差分方程式	26
2.3.4 近似式による解析解	26
2.4 計算例	27
2.4.1 速度分布	27
2.4.2 排出流量	28
2.4.3 壁面圧力分布	28
2.4.4 内部応力分布	28
2.5 結言	29
Nomenclature	30
References	31
図	33
第3章 2次元ホッパにおける流れと応力の実験と理論の検証	45
3.1 緒言	45
3.2 2次元ホッパの理論計算	45
3.2.1 基礎式	45

3.2.2 特性線と差分方程式	49
3.2.3 対称ホップの流れの解析式	49
3.2.4 片側鉛直ホップの流れの解析式	51
3.3 円柱粒子を用いた実験装置と実験方法	54
3.3.1 実験装置および使用粒子	54
3.3.2 実験方法	54
3.4 円柱粒子を用いた実験の結果と考察	55
3.4.1 粒子軌跡	55
3.4.2 速度分布	56
3.4.3 排出流量	57
3.5 珪砂を用いた実験装置と実験方法	59
3.5.1 実験装置および使用粉粒体	59
3.5.2 圧力分布の実験方法	59
3.5.3 流量の実験方法	60
3.6 珪砂を用いた実験の結果と考察	60
3.6.1 上部荷重がない場合の壁圧分布と内部応力分布	60
3.6.2 上部荷重がある場合の壁圧分布	61
3.6.3 片側鉛直ホップの壁圧分布	62
3.6.4 対称ホップの排出流量	62
3.6.5 片側鉛直ホップの排出流量	63
3.7 結言	63
Nomenclature	65
References	67
表・図	68
第4章 小型サイロと中規模サイロにおける穀物の流れ挙動と応力状態	105
4.1 緒言	105
4.2 粉体圧の理論とサイロ設計基準	105
4.2.1 粉体圧の理論	105
4.2.2 サイロ設計基準	107
4.3 小型サイロによる実験	107
4.3.1 実験装置と実験方法	107
4.3.2 平底サイロの実験結果と考察	108
4.3.3 ホップ付きサイロの実験結果と考察	108
4.4 中規模サイロの実験	109
4.4.1 実験装置と実験方法	109
4.4.2 試料	110

4.4.3 実験条件	110
4.4.4 実験結果	111
4.4.5 理論との比較	111
4.4.6 設計基準との比較	112
4.4.7 動圧算定モデル	112
4.4.8 相似性の検討	113
4.5 結言	113
Nomenclature	115
References	116
表・図	117
第5章 中規模サイロにおけるファネルフローを考慮した粉体圧	145
5.1 緒言	145
5.2 ファネルフローサイロの概要	145
5.3 理論計算	146
5.3.1 フローチャンネル形状の決定	146
5.3.2 粉体応力計算方法	150
5.3.2.1 流動領域	150
5.3.2.2 静止領域	151
5.3.3 計算手順	154
5.4 実験	154
5.4.1 実験装置	154
5.4.2 実験方法	154
5.4.3 物性試験方法	154
5.5 実験結果と計算結果	155
5.5.1 物性試験	155
5.5.2 平底サイロの応力解析	155
5.5.3 粉体圧分布	156
5.5.3.1 マイロの平底サイロ実験	156
5.5.3.2 ビートペレットの平底サイロ実験	156
5.5.3.3 マイロのホッパサイロ実験	157
5.6 結言	158
Appendix	160
Nomenclature	161
References	163
表・図	164

第6章 実機石油コークス・石炭サイロでの粉粒体の挙動	195
6.1 緒言	195
6.2 供試サイロの概要	195
6.3 計測項目と計測方法	196
6.3.1 物性試験	196
6.3.1.1 ホッパ形状検討用物性試験	196
6.3.1.2 粉体圧検討用物性試験	196
6.3.2 フローパターンの計測	196
6.3.3 粉体圧の計測	196
6.3.4 本体応力の計測	197
6.4 計測結果と解析	197
6.4.1 物性値	197
6.4.1.1 ホッパ形状検討用物性値	197
6.4.1.2 粉体圧検討用物性値	197
6.4.2 フローパターン	198
6.4.2.1 基本フローパターン	198
6.4.2.2 フローパターンの変化要因	198
6.4.3 粉体圧	198
6.4.3.1 投入・排出の状況	198
6.4.3.2 投入圧	199
6.4.3.3 マスフロー排出圧	200
6.4.3.4 ファネルフロー排出圧	202
6.4.3.5 粉体圧計算方法のまとめ	204
6.4.4 本体応力	204
6.4.4.1 ホッパ部	204
6.4.4.2 ビン部	205
6.5 結言	205
Nomenclature	206
References	207
表・図	208
第7章 結 論	227
謝 辞	229
関連論文	230

第1章 序論

1.1 緒言

粉粒体のハンドリングは、各種産業プラントにおいて広範囲に適用される操作であるが、計画どおりの機能・構造強度を実現するためには、粉粒体に特有の流れと応力の挙動を適正に予測することが必要である。粉粒体のハンドリング設備の代表的なものにはサイロやホッパ等の貯蔵・供給設備である。

著者がかつて勤務していた日本鋼管株式会社(NKK, 現 JFE エンジニアリング)は、1970～80年代当時、わが国における鋼製サイロの最大メーカーの一つであり、1965年以降1985年時点までに基数で1600基、貯蔵量にして100万トンもの鋼製サイロを建設していた。用途は主に家畜飼料または加工食品の原料となる穀物の貯蔵であり、主に港湾に大規模な群サイロとして、飼料メーカー等向けに建設された。

大型化とともに、貯蔵物の種類も多様化し、従来の流動性の高い穀物に加え、油分や水分のため付着性が強く流動性の低いばら物の貯蔵にも対応しなくなってきた。

日本より穀物のサイロ貯蔵の大型化が進展していた米国や欧州において、このころ予期しない荷重によりサイロが破壊・崩壊する事故が多発していた。このため、排出時を中心とする粉粒体の挙動に関する実験的および理論的研究が世界で多数行われるようになった。それまでの設計では古典的な Janssen 式¹⁾による静荷重に適宜の安全係数を適用していたが、サイロの大型化に伴い、充填時とは大きく異なる排出時の応力状態が壁面に過大な荷重を及ぼしていることが明らかになってきた。

NKK においては、大型サイロおよび新規の粉粒体貯蔵用のサイロの建設に進出する過程で、重大な事故こそ発生しなかったが、構造的にはサイロ筒体に軽い座屈を生じた事例があった。これは付着性の強い新規の粉粒体を貯蔵した際に、内容物の摩擦力または付着力によりサイロ壁に軸方向の荷重が想定以上にかかったものと推定された。

このように、排出時の貯槽内の流れパターンは、安定した供給という目的のためにそれ自体が貯槽の機能として重要であるが、さらに壁面圧力等貯槽への荷重に大きく影響するものである。

著者は、穀物サイロ以外を含めた粉粒体ハンドリングの技術を向上するための技術開発に取り組み、せん断試験や三軸圧縮試験等の物性試験装置を導入し、各種の穀物や食品の物性値の測定・収集を行った。また、付着性粉体の Jenike 理論²⁾を適用してのホッパの閉塞限界形状の検討、ホッパからの重力排出について流量実験式の導出、さらに、充填時・排出時の粉体圧の測定と既存理論の比較を行った。

その中で、粉粒体の力学的挙動を、物性値を基礎としてより統一的に理論的に把握する必要を感じた。そこで、排出が行われるホッパ部に着目し、粉粒体の重力排出挙動について、流れと応力を統一して把握する理論の構築を目指した。貯槽においては

通常排出用にホッパが使われ、切出し装置により排出を制御する場合もホッパからの重力流れの状態が十分に予測できることが必要であるからである。

次に、本格的な試験サイロの設置計画が進展し、サイロ本体であるビン部を含むサイロシステムの試験プラントを建設するに至った。この中規模サイロの目的は、種々のハンドリング条件の下に穀物の挙動を観察し、物性との関連を確立するとともに、新規の粉粒体の挙動を事前に把握するものである。

ちょうど、各国で行われた粉粒体の挙動に関する実験的及び理論的研究に基づき、排出時の壁圧等に対して各国ごとに設計標準が定められるようになった時期である。粉体圧の設計応力の算定については、1984年に日本建築学会で、サイロを含めた容器構造設計指針案³⁾が制定され、排出時の粉体圧は投入時の静的な粉体圧に比べ相当大きく設定された。しかしながら日本と諸外国で用いられているサイロ設計の標準や指針は互いに相違していた。したがって、実際のところは、設計者のノウハウに任されていた。また、特に排出中の応力状態に及ぼすハンドリング条件、すなわち、投入方法、排出方法、ホッパ形状等の効果についても知る必要があった。

一方で、二度にわたるオイルショック以降、エネルギー源としての石炭が見直され、わが国でも発電所等の燃料として石炭を利用する燃料転換が図られた。そして、土地の有効利用のため、石炭の大量貯蔵が可能なサイロの需要が高まった。石炭は穀物と比べて粒度範囲が広く塊状から粉状までを含み、また水分も多いので、流動性に乏しい。このため、安定した排出性を確保することが重要な課題であった。もちろん、不規則な流れはサイロに想定外の荷重を与えることがあるので、粉体圧の予測も同等に重要な課題であった。石炭のサイロ貯蔵は米国を除いて世界的に実施例が少ない中で、NKKは1981年に米国のエンジニアリング会社からコンクリート製石炭サイロの設計技術を導入し、これを鋼製サイロ向けに改良する技術開発を開始した。著者は、穀物サイロの経験を応用しつつ、物性試験方法の標準化、ホッパ形状設定方法の標準化、さらに粉体圧の設計手法の検討を行い、粉粒体内部のフローチャンネルを考慮した設計手法を進展させた。

石炭サイロは、貯蔵能力2000tの2基の受注に至り、1984年に第1号の実機プラントを建設、納入した。最初の貯蔵物は石炭に性状の類似した石油コークスであったが、このサイロを利用し、操業中の粉粒体の流れと粉体圧のデータを取得し、サイロの設計が適切に行われたかを検証する機会を得た。

石炭サイロの開発過程で考案した粉体圧計算手法は、穀物サイロに戻って応用することができた。フローチャンネルに基づく粉体圧予測手法をさらに精緻化し、投入条件によるサイロ内の粉体物性の分布と、排出口形状条件との組合せとにより、フローチャンネル形状を予測し、これにより投入・排出時の穀物の粉体圧の分布を予測する手法を開発した。この手法は、前述の中規模サイロで穀物による検証実験を行った。

1.2 既往の研究

粉粒体を貯槽に貯蔵し、また排出する場合、粉体の流れと圧力は次のような特徴のある挙動を行うことが知られている。

- (1) 粉体圧は深さとともに増加するが、ある値に漸近し飽和する。
- (2) 粉体圧には方向性がある。
- (3) 流れ状態になると壁圧が静止時の数倍にもなる。
- (4) 排出時には、粉体層全体が降下するマスフローと、排出口の上方だけが流下するファンネルフローがある。さらに、排出口径によっては全く流れない閉塞現象も起こる。
- (5) 流れのパターンと圧力が密接に関連する。
- (6) 流れと粉体圧には、内部摩擦、壁面摩擦等の物性が関与する。

以下、これらの特徴の原因となる粉粒体の物性および挙動の概要と研究課題について述べる。

1.2.1 粉粒体の力学物性

粉体（または粉粒体）は固体粒子の集合体であり、固体とも液体とも異なる力学的挙動を示す。粉体の流動性は粉体層の摩擦力と付着力により特徴付けられる。

固体の面の間と同様に、粉体層の内部または壁面との間にも摩擦力が作用する。一定垂直応力 σ のもとにせん断応力 τ を増加して行き、静止状態からすべり始める限界の状態での σ と τ の関係を求める。 σ に対する τ の勾配を内部摩擦係数と呼び、角度で表わしたものを内部摩擦角と呼ぶ。片方が壁面の場合は壁面摩擦係数および壁面摩擦角となる。すなわち、粉体層に加わる力が小さい間は内部の応力との平衡が保たれ、粉体層には変形は起こらないが、力の大きさがある限界に達すると、突然粉体層の崩壊が起こる。これを限界応力状態という。

付着性粉体の場合は、粉体層に垂直応力が作用していない状態でもせん断強度を持っており、これをせん断付着力と呼ぶ。

限界応力状態を試験する方法に、三軸圧縮試験や直接せん断試験がある。

三軸圧縮試験 (Fig. 1-1 参照) ⁴⁾ は、土の強度の標準的試験法として採用されているが、粉体の内部摩擦係数の測定法としても用いられる。粉体試料を円筒状ゴム膜に充てんし、ゴム膜の周囲から水圧をかけたうえで軸方向に圧縮応力を加え、限界応力状態で崩壊させる。軸圧縮力が最大主応力 σ_1 、周囲からの圧力が最小主応力 σ_3 である。周囲圧を変えて、それぞれの応力のモール円を書けば、これらの円に接する線を破壊包絡線と呼び、破壊包絡線の勾配角が内部摩擦角 ϕ_i である。

直接せん断試験 (Fig. 1-2 参照) ²⁾ は、円形または正方形等のセルを上下に重ねて粉体試料を充てんし、垂直応力 σ をかけた状態で上箱にせん断応力 τ を加え、限界応力状態でせん断破壊を起こさせる。垂直応力を変えて限界の σ 、 τ の関係を結んだものが破壊包絡線である。

破壊包絡線が直線 $\tau = \sigma \tan \phi_i + C$ (C :せん断付着力) で表わされるとき、これを Coulomb の式といい、この式で表わされる粉体を Coulomb 粉体という。非付着性粉体では $C=0$ になる。一般に、粗い粒子からなる粒状体は Coulomb 粉体である。

粉体が重力場で圧力を受ける限界応力状態には二つの場合がある。

- (a) 主動応力状態:粉体が重力により崩壊するのを側面で受け止めている限界応力状態で、最大主応力は鉛直方向である。
- (b) 受動応力状態:粉体層を側面から圧縮して崩壊させようとする限界応力状態で、最大主応力は水平方向である。

水平圧力と鉛直圧力の比 k を粉体圧係数と呼び、応力状態に応じて、主動粉体圧係数と受動粉体圧係数とがある。

粉体圧の算定等、貯槽の設計に必要な力学物性値は、流動性粉粒体であれば、かさ密度、内部摩擦角および壁面摩擦角であるが、付着性粉粒体の場合はこのほかに、単軸圧縮強度と有効内部摩擦角が必要になる。単軸圧縮強度は特に閉塞限界径を計算するために必要である。

なお、粒径分布については、比較的簡単に測定でき、粉粒体の特徴を把握するのに役立つので、物性値として有用である。しかし、粒子形状については、流動層や空気輸送、あるいは粉体摩耗のような、粒子の形状自体が重要な因子となる操作や現象では形状係数等の物性を検討する必要があるが、通常の貯蔵・供給の検討においては粒子形状の影響は内部摩擦角や壁面摩擦角の値に帰せられるので、粒子形状を独立の物性値として取り上げることは通常必要ない。

1.2.2 粉粒体の流れ

貯槽からの粉粒体の排出においては、粉粒体特有の物性である内部摩擦角、壁面摩擦角、付着力等の作用によりさまざまな流動形態を取り、流体のように安定した流れは必ずしも期待できない。

排出時に貯槽内の全体が流動し静止部分のない流れのパターンはマスフロー（ビン部においてはプラグフローともいう）とよび、一般的には好ましい流動パターンである。マスフローの場合は、先に投入・貯蔵した部分から順に排出されるので、貯蔵物の品質保持や貯槽容積の全利用の観点から有利である。ただし、貯蔵物が貯槽に与える荷重の面からは、特に大型貯槽の場合には壁面に対する動的圧力が問題になるので、構造設計の上で留意する必要がある。

排出時に粉粒体の流路が排出口上部の限定された領域に形成され、排出口近くの壁面に接した部分は流動しない流れのパターンはファネルフローと呼ぶ（Fig. 1-3 参照）⁵⁾。ファネルフローの場合は、先に投入した部分が後れて排出されることになる。また、壁面への付着性や内部の固結性の強い粉粒体の場合は、静止部分が最後まで残り流出しない場合もある。

流れを安定化しやすい点ではマスフローホッパが有利である。すなわち、傾斜が急で壁面摩擦が小さいホッパである。

しかし、マスフローホッパは容積効率が低いので、実用上はエクспанデッドフロー型ホッパ (Fig. 1-3 参照) を用いることがある。これは、上部が勾配の緩いファネルフローホッパ、下部が勾配の急なマスフローホッパの2段になっている。流れは安定であり、かつ容積効率も高い。ファネルフロー部分の傾斜と壁面摩擦を正しく設計すればセルフクリーニング型になり、重力排出で完全に空にすることができる。貯蔵物の変質を防ぐために定期的に空にすることが必要であるが、サイロ容量が大きく、壁面摩擦も少ない経済的なサイロとなる。マスフロー部分は、小さい排出口径で安定な排出を可能にするためにある。

貯槽からの排出において最も重大な問題は閉塞である。閉塞は粉粒体が排出口においてアーチを形成するなどして排出不能になる現象であり、機械的な絡み合いによるアーチと、付着力によるアーチや排出口の真上の柱状部分だけが抜け落ちて表面まで達するラットホールのような排出障害がある。

非付着性粉粒体の機械的アーチを防止するためには、粒子径に対して一定の比以上の出口サイズが必要になる。Langmaid ら⁶⁾は、スリットおよび円形オリフィスでアーチが生ずる限界流出口径と粒子径との比を表面積形状係数と体積形状係数とを用いた式で与えている。

フローパターンは、内部摩擦角、壁面摩擦角およびホッパ傾斜角をパラメータとして、マスフローかファネルフローかにパターンが決まる。Jenike は、このマスフロー限界条件を求める方法とともに、各フローパターンにおける付着力による閉塞の限界排出口径を求める方法を理論化した²⁾。

Jenike 理論による円錐ホッパのマスフロー限界条件を示すチャートを Fig. 1-4 に示す。ホッパ半頂角と壁面摩擦角とが一定の値以下のときマスフローとなる。

閉塞限界については、ホッパ出口付近の応力状態は Fig. 1-5 のようにモデル化される。圧密応力 σ_1 によって粉体層内に単軸圧縮強度 f_c が生じ、ホッパ出口付近のアーチを支える。一方、排出時には粉体層内にアーチを崩そうとする力 $\bar{\sigma}_1$ がアーチに作用する。閉塞を避けるためには、 f_c より $\bar{\sigma}_1$ のほうが大きくなるようにホッパ形状を設定する。閉塞限界径はせん断試験により、フローファンクション (破壊包絡線) とフローファクター (σ_1/f_c) との関係から算出するようにしている。第6章の石炭サイロでは、経験のない石油コークスと石炭を貯蔵・供給するために、実際に Jenike 理論によってホッパ形状の設計を行っている。

ホッパで閉塞の障害が除かれた場合は、重力による排出流量を予測する必要がある。ホッパからの排出には通常供給装置を用いるが、その能力の選定に当たっても重力排出流量が基準となる。

排出流量にはいくつかの理論式と多くの実験式が提案されている。しかし、実験式

については、平底オリフィスに関するものが多く、円錐形ホッパに関するものは比較的少ない。また、くさび形ホッパに対する実験式は見当たらない。くさび形ホッパと円錐形ホッパに対する排出流量式の代表的なもの^{7~12)}を、無次元化した量で整理して、Table 1-1 に示す。これらの式の値は第2章の図に示す。(Savageの理論式は実験値から大きく離れているので除外した。)これらの式に共通する問題点は、粉粒体の物性値を十分に因子として含んでいないことである。例えば、Brownの理論では変数はホッパ角度のみであり、内部摩擦や壁面摩擦の効果は明示されていない。壁面摩擦の効果は、どの式にも考慮されていない。

そこで本研究では、内部摩擦角と壁面摩擦角の両方の物性値を考慮した理論を構築し、これらを因子とした実験を実施して、理論の検証を行う。

1.2.3 粉体圧

貯槽内の粉粒体が壁面に及ぼす荷重である粉体圧については、流体とは顕著な違いがある。すなわち、(1) 壁面摩擦で粉粒体の重量が支えられること、(2) 鉛直方向と水平方向で圧力が異なること、がその特徴である。

この特徴は古くから知られていて、Janssenは1895年の論文¹⁾で、筒体貯槽内の粉粒体の水平スライス要素に作用する力の釣り合いを考え、同一水平断面内では鉛直圧は一樣、水平圧と鉛直圧の比は至るところ一定、の条件のもとに粉体圧の式を導いた(Fig. 1-6 参照)¹³⁾。鉛直圧と壁圧は深さとともに指数関数に従い一定値に漸近する。この式は静置時の筒体部(ビン部)の粉体圧をよく近似することができるので、現在でも貯槽粉体圧設計の基本になっている。

しかしながら、近年になって、サイロが大型化するにつれて、排出時の動的圧力が問題になった。排出時にビン部に予想外の荷重が発生し、サイロが破損する事故が穀物サイロ貯蔵の先進国である米国や欧州で多発した。調査すると、排出時にはビン部の壁圧は静置時の2~3倍にも達することがあることがわかった。動圧の研究が各方面で精力的に行われるようになり、各種の理論が提案された。

ビン部の動圧については、Jenikeのスイッチ(受動状態から主動状態への切り替わり)理論²⁾、Waltersの受動動圧理論およびスイッチ理論¹⁴⁾などが代表的である。投入時の圧力はJanssen式のように主動応力状態で比較的よく表わすことができたが、排出時の圧力は単純に受動応力状態で表わすことができないことがわかってきた。

また、ホッパ部についても、粉体圧の理論解析が行われた。静置圧についてはビン部におけるJanssen式と同様の解析による青木の式¹⁵⁾が提案され、動圧については水平断面内の応力分布を考慮したWalkerの式(静圧にも対応)¹⁶⁾、さらに解析を精緻化し主動状態と受動状態に対応したWaltersの式¹⁷⁾などが代表的である。これらホッパ部の粉体圧の式は共通の形式を持っており、McLeanらは拡張した表現¹⁸⁾に整理している。以上の諸理論式はいずれもマスフローを前提としている。Takahashiらは、

2次元のサイロにおいて、マスフローとファネルフローの判定条件を導いた上で、各フローパターンに対する動圧の近似理論を作り、特性線の方法で計算を行っている^{19~20)}。

ビン部およびホッパ部の粉体圧の算定式については、第4~6章で用いるつど詳述する。

以上は粉粒体を連続体でモデル化した手法によるものである。

最近、個々の粒子について運動方程式を計算する離散要素法 (DEM)を用いた離散系モデルの数値解析による研究が多い^{21~25)}。しかし、DEM ではコンピュータの能力の制約上、粒子の真の物性値を用いることが困難であることが多く、現象の定性的な再現はよく行えるが、定量的な説明はまだ不十分のようである。また粒子に作用する力は静力学的釣合いに基づいているため、粒子の運動を定量的に再現することはまだ困難と考えられる。

他に、DEM と有限要素法(FEM)の併用によるもの²⁶⁾、DEM で得られた応力-ひずみ関係を利用して連続体モデルにより数値解析を行う SP 法²⁷⁾、また、DEM で得られた粒子運動の規則を利用するセルオートマトン法²⁸⁾も行われており、進展が注目される。

1.2.4 貯槽設計の課題

実際の貯槽の設計における粉粒体に関する課題は、閉塞のない円滑な排出の確保と、粉体荷重の正確な予測である。

(1) 流れ

ホッパにおける付着性粉粒体の閉塞の回避については、1.2.2 流れ で述べたとおり、Jenike の理論によるのが現在のところ最も有効な方法のようである。非付着性粉粒体の場合はこのような検討は必要なく、絡み合いによる閉塞を防止するためには Langmaid らの式⁶⁾やその他の経験則 (例えば円錐ホッパの場合、粒子径の 8 倍等 (Brown⁷⁾) による排出口径を確保すればよいので、通常問題にならない。

排出流量については、今のところ物性値の影響が不明であるので、既往の研究結果を利用しつつ安全側の設計を行っている。しかし、物性値を反映したより合理的な予測手法が必要である。これが本論文の目的の一つとなっている。

ホッパ内の粉粒体の速度分布と流量を、第2章と第3章で扱う。

(2) 粉体圧

静置時の粉体圧は、ビン部は Janssen 式、ホッパ部は青木の式または Walker の静圧式 (深さとともに線形に増加) を基本とし、物性値と水平鉛直圧力比を物性試験の結果から設定すればおおむね算定可能である。しかし、投入方法によって応力の分布に変化が生じるので、投入方法の影響を整理する必要がある。

排出時の動圧については、応力状態が流れのパターンと関連して、時間的、位置的

に複雑に変化するので、これまで提案されている諸式を単一に用いて表すことは難しく、スイッチ理論のように組合せる必要があると考えられる。流れのパターンは前述のとおりマスフローとファネルフローに分類されるが、これらのフローパターンに応じた組合せを考える必要がある。したがって、流れと粉体圧の関連を明確にし、物性値を基礎とした最適な粉体圧予測手法を提案することが、本論文のもう一つの目的である。

粉体圧の課題については、ホッパ部について第2章と第3章で扱い、ビン部を中心としたサイロ全体について第4～6章で扱う。

1.3 本論文の構成

本論文は、著者のホッパおよびサイロの研究開発の成果を取りまとめたもので、以下のように章立てを行う。(Fig. 1-7 参照。)

第1章： 序論

粉粒体の貯蔵・供給の分野における既往の研究の成果を総括し、現状の課題を明らかにして、本研究の位置づけを行う。

第2章： ホッパにおける粉粒体の応力と流れの理論解析

マスフローを行うホッパ内の粉粒体の挙動について、連続体として扱うモデル化により、速度分布と応力分布を同時に求める理論モデルを構築する。このとき、粉粒体要素に働く力は動的釣合い条件、すなわち慣性項を考慮したものである。これにより、実験定数を導入することなく、排出部下面での速度が決定され、排出流量を計算することができる。特性線の方法で数値計算を行うことにより、いくつかの事例について速度分布と応力分布の計算例を求め、比較が可能な場合は、既存の理論値および実験値と比較を行う。

第3章： 2次元ホッパにおける粉粒体の流れと応力の実験と理論の検証

第1章で導出した粉粒体の理論モデルを、2次元ホッパを用いた実験により検証する。実験は、円柱粒子を用いることにより理想的な2次元流れを可能としたホッパと、珪砂を用いたより現実的な2次元ホッパとを用いた。

円柱粒子を水平方向に軸を整列して充填し排出することにより、理想的な2次元流れを実現したホッパの排出実験を行い、粒子の運動の軌跡、速度の分布および排出流量を測定する。第1章の理論を適用して、物性値とホッパ形状を合わせた計算を行い、理論モデルの有効性の検証を行う。

通常の粉粒体である珪砂を用いた2次元ホッパの排出実験により、ホッパ壁圧分布と排出流量を測定する。ホッパ形状は対称のほか、非対称の場合として片側鉛直ホッ

パも用いる。第1章の理論を適用して、物性値とホッパ形状の条件に対応して、壁圧と排出流量を実験値と比較し、理論モデルの有効性の検証を行う。

第4章： 小型サイロと中規模サイロにおける粉粒体の流れ挙動と応力状態

小型サイロと中規模サイロを用いた穀物の投入・排出実験を行う。内径 1.4m、ビン部高さ 6.4m の中規模サイロにおいては、実機における種々の操業条件を模した条件で粉体圧測定を行い、ハンドリング条件の影響の調査し、既存の粉体圧理論値および設計基準との比較を行うとともに、実験値をよりよく近似する簡易粉体圧モデルを提案する。

東京大学との共同研究による内径 0.3m の小型サイロ実験では、粉体圧測定とサイロ内応力分布の解析を行い、充填方法との関連を調べる。

規模の異なる両サイロの間の粉体圧の相似性を検討し、大型サイロへのスケールアップ可能性を検証する。

第5章： フローチャンネルを考慮したファネルフローサイロの粉体圧

粉粒体の貯蔵・供給においては、先入れ先出しが可能マスフローホッパとすることが一般的には好ましいが、容積効率等の点から、静止領域の存在するファネルフローホッパを選択する場合もある。(この場合も、必要な時期に重力のみにより完全排出が可能なセルフクリーニング型のホッパとすることができる。) ファネルフローの場合、流れ部であるフローチャンネルがサイロ壁と交わる箇所で圧力状態の不連続が発生し、壁面圧力のピークが発生することが予測できる。そこで、物性値と排出口位置からフローチャンネル境界面を決定することにより、ピーク壁圧の位置と大きさを定量的に予測する手法を提案する。投入条件に応じた物性値の分布が形成されることから、投入条件による壁圧分布への影響も予測する。

第6章： 石油コークス・石炭サイロでの粉粒体挙動の実機確認実験

NKK のこれまでのサイロ設計手法を適用して設計した石炭サイロである 2000t 貯蔵石油コークス・石炭サイロについて、強度的および機能的に適正であることを実証するために、石油コークスの実操業中の各種測定を行う。堆積表面の測定によりビン部の流れパターンを把握するとともに、付着や閉塞などの現象の有無を観察する。投入・排出時の壁面粉体圧と本体部材応力の計測結果から、ビン部とホッパ部の適切な予測手法を確認する。

第7章： 結論

本研究の成果を総括し、今後の課題と期待を述べる。

References

- 1) Janssen, H. A.: "Experiments on Grain Pressures in silos", *Zeits. d. Vereins Deutsch Ing.*, **39**, (35) pp. 1045-1049 (in German) (1895)
- 2) Jenike, A. W.: "Storage and flow of solids", Bulletin No.123 of the Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah (1964)
- 3) Architectural Institute of Japan (AIJ), Design Recommendation for Storage Tanks and Their Supports, 1984
- 4) 三輪茂雄:「粉体工学通論」日刊工業新聞社 (1981)
- 5) 粉体工学会編:「粉体工学用語辞典 第2版」日刊工業新聞社 (2000)
- 6) Langmaid, R. N., Rose, H. E.: *J. Inst. Fuel*, **30** [195] 166-172 (1957)
- 7) Brown, R.L. and J.C. Richards: "Principles of powder mechanics", Pergamon Press (1970)
- 8) Johanson, J. R.: "Method of calculating rate of discharge from hoppers and bins", *Trans. Soc. Mining Eng.*, 69-80, (1965)
- 9) Savage, S. B.: "The mass flow of granular materials derived from coupled velocity-stress fields", *Brit. J. Appl. Phys.*, vol.**16**, 1885-1888 (1965)
- 10) Morrison, H. L. and O. Richmond: "Application of Spencer's ideal soil model to granular materials flow", *J. Appl. Mech.*, Trans. ASME, **43**, 49-53 (1976)
- 11) Deming, W. E. and A. L. Mehring, *Industr. Engng Chem.* **21**, 661-665 (1929)
- 12) 三輪茂雄:「粉粒体工学」朝倉書店 (1972)
- 13) Arnold, P. C., A. G. McLean and A.W. Roberts: "Bulk Solids: Storage, Flow and Handling", Newcastle, TUNRA Ltd., (1980)
- 14) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls", *Chem. Eng. Sci.*, **28**, pp. 13-21 (1973)
- 15) Aoki, Ryuichi: "Arch formation of powder in a hopper", *Kagaku Kogaku*, **25**, (4), 281-286 (1961)
- 16) Walker, D. M.: "An approximate theory for pressures and arching in hoppers", *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 975-997 (1966)
- 17) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers", *Chem. Eng. Sci.*, **28**, pp. 779-789 (1973)
- 18) McLean, A. G.: "Initial stress fields in converging channels", *Bulk Solids Handling*, Vol. 5, No. 2, pp.431-436 (1985)
- 19) Takahashi, H., H. Yanai and T. Tanaka: "An approximate theory for dynamic pressure of solids on mass-flow bins", *J. Chem. Eng. Japan*, vol.**12**, pp. 369-375 (1979)

- 20) Takahashi, H., H. Yanai and T. Tanaka: "An approximate theory for dynamic pressure of solids on funnel-flow bins", *J. Chem. Eng. Japan*, vol. 12, pp. 376-382 (1979)
- 21) Hidaka, Jusuke, Junya Kano and Atsuko Shimosaka: "Flow Mechanism of Granular Materials Discharging from Bin-Hopper System", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, 20, (3), 397-404 (1994)
- 22) Goda, Tibor J. and Fritz Ebert: "Three-dimensional discrete element simulations in hoppers and silos", *Powder Technology*, 158, 58-68 (2005)
- 23) Zhu, Huaning, Morteza M. Mehrabadi and Mehrdad Massoudi: "The frictional flow of a dense granular material based on the dilatant double shearing model", *Computers and Mathematics with Applications*, 53, 244-259 (2007)
- 24) Balevičius, Robertas, Rimantas Kačianauskas, Zenon Mróz and Irena Sielamowicz: "Discrete-particle investigation of friction effect in filling and unsteady/steady discharge in three-dimensional wedge-shaped hopper", *Powder Technology* 187, 159-174 (2008)
- 25) Jun Yoshida: "An Analytical Study of Pulsation Phenomena of Granular Materials in Silos during Discharge", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, 30, 166-172 (1993)
- 26) Jofriet, J. C., S. C. Negi and Z. Lu: "A Numerical Model for Flow of Granular Materials in Silos. Part 3: Parametric Study", *J. agric. Engng Res.* 68, 237-246 (1997)
- 27) Yuu, Shinichi, Masahiro Waki, Akira Iwamasa and Toshihiko Umekage: "The Numerical Simulation of the Velocity and Stress Fields for a Flowing Powder Using the Smoothed Particle (S. P.) Method and Experimental Verification", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, 35, 174-182 (1998)
- 28) Hidaka, Jusuke and Norichika Katsura: "Development of Large Scale Simulation Method for Flow Behavior of Granular Materials Using Cellular Automaton", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, 44, 162-172 (2007)

Table 1-1 Equations for discharge flow rate of hopper

形状	著者	発表年	流量の式 (無次元表示)	備考
くさび形	Brown ⁷⁾	1961	$Q^* = \frac{2 \int_0^\beta \sqrt{\cos \theta} d\theta}{(2 \sin \beta)^{1.5}}$	最小エネルギー理論
	Johanson ⁸⁾	1965	$Q^* = \frac{1}{\sqrt{2 \tan \beta}} \sqrt{1 - \frac{ff}{ffa}}$ ff : アーチングに対する臨界フローファクター ffa : 粉粒体の実際のフローファクター, 非付着性粉粒体では $ff/ffa=0$	動的アーチモデル
	Savage ⁹⁾	1965	$Q^* = \left\{ \frac{1+k}{2(k-2) \sin \beta} \right\}^{1/2}, \quad k = \frac{1 + \sin \delta}{1 - \sin \delta}$	運動方程式による解析
	Morrison & Richmond ¹⁰⁾	1976	$Q^* = \left(\frac{R}{2} \right)^{3/2} \left\{ \left(\frac{1-R^{n-1}}{R^{2+n}-1} \right) \left(\frac{2 \cot \beta}{1-3 \sin \delta} \right) \right\}^{1/2}$ $n = \frac{2 \sin \delta}{1 - \sin \delta}, \quad R = \text{絞り比 (=上部幅/出口幅)}$	運動方程式による解析
円錐形	Deming ¹¹⁾	1929	$Q^* = \frac{16.8}{\tan \delta [34.6 + (67.4 + 444 \sin \beta)(D_p/D_o + 0.130 - 0.161 \tan \delta)]}$	$\beta = 10 \sim 55^\circ$ に適用, $D_o = 1 \sim 73\text{mm}$, $D_p = 0.131 \sim 13.5\text{mm}$ で実験
	田中 ¹²⁾	1956	$Q^* = 0.180 \left(\frac{D_o}{D_p} \right)^{0.2} (\tan \delta \tan \beta)^{-0.32}, \quad 10 < \frac{D_o}{D_p}$ $Q^* = 0.0983 \left(\frac{D_o}{D_p} \right)^{0.5} (\tan \delta \tan \beta)^{-0.32}, \quad 4.35 < \frac{D_o}{D_p} < 10$	$D_p = 0.15 \sim 2\text{mm}$ で実験
	Tsiborovskii ¹²⁾	1963	$Q^* = \frac{1.106}{\{78.45 \sin(\beta/2) - 2.93\} \{D_p/D_o + 0.0115\} + 1.61}$	$D_o = 1.5 \sim 5.0\text{mm}$, $D_p = 0.125 \sim 0.8\text{mm}$ で実験
	Brown ⁷⁾	1961	$Q^* = \frac{2(1 - \cos^{3/2} \beta) \cdot \pi}{3 \sin^{5/2} \beta \cdot 4}$	最小エネルギー理論
	Johanson ⁸⁾	1965	$Q^* = \frac{1}{2\sqrt{\tan \beta}} \sqrt{1 - \frac{ff}{ffa}} \cdot \frac{\pi}{4}$ 記号はくさび形ホッパと同じ	動的アーチモデル
	Savage ⁹⁾	1965	$Q^* = \left\{ \frac{1+k}{2(2k-3) \sin \beta} \right\}^{1/2} \cdot \frac{\pi}{4}, \quad k = \frac{1 + \sin \delta}{1 - \sin \delta}$	運動方程式による解析

注1. 無次元流量の定義: くさび形: $Q^* = \frac{M}{\rho \sqrt{g} S^{1.5} L}$, 円錐形: $Q^* = \frac{M}{\rho \sqrt{g} D_o^{2.5}}$,

M : 質量流量, ρ : かさ密度, g : 重力の加速度, S : 出口幅, L : 出口長さ, D_o : 出口径

2. β : ホッパ半頂角, θ : 角座標, δ : 内部摩擦角, D_p : 粒子径

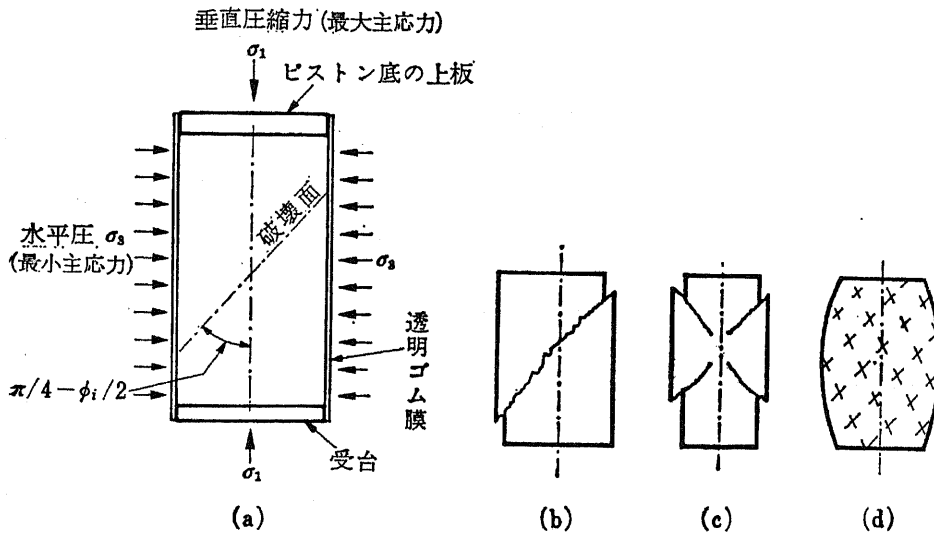
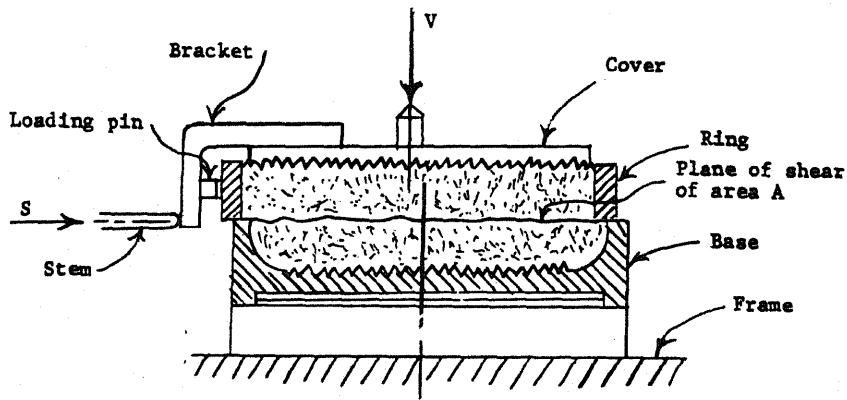
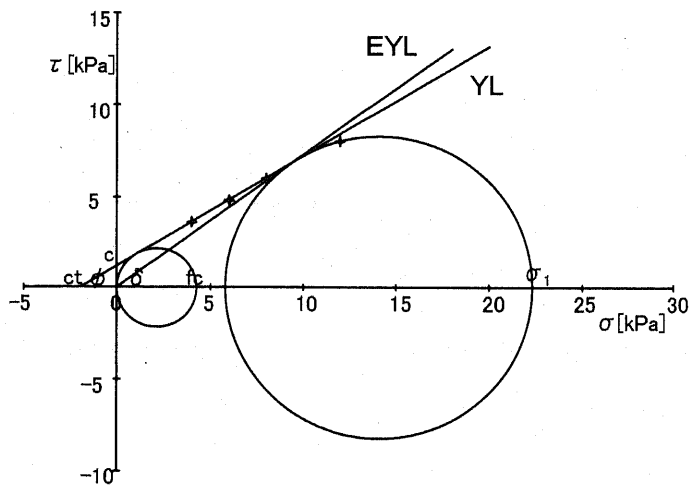


Fig. 1-1 Triaxial compression test and the way test pieces collapse



(a) Jenike shear cell



- σ : 垂直応力
- τ : せん断応力
- σ_1 : 最大主応力
- f_c : 単軸圧縮強度
- c_t : 引張付着力
- c : せん断付着力
- δ : 有効内部摩擦角
- ϕ : 内部摩擦角
- EYL : 有効破壊包絡線
- YL : 破壊包絡線

(b) Plot of shear test results of a cohesive powder

Fig. 1-2 Direct shear test

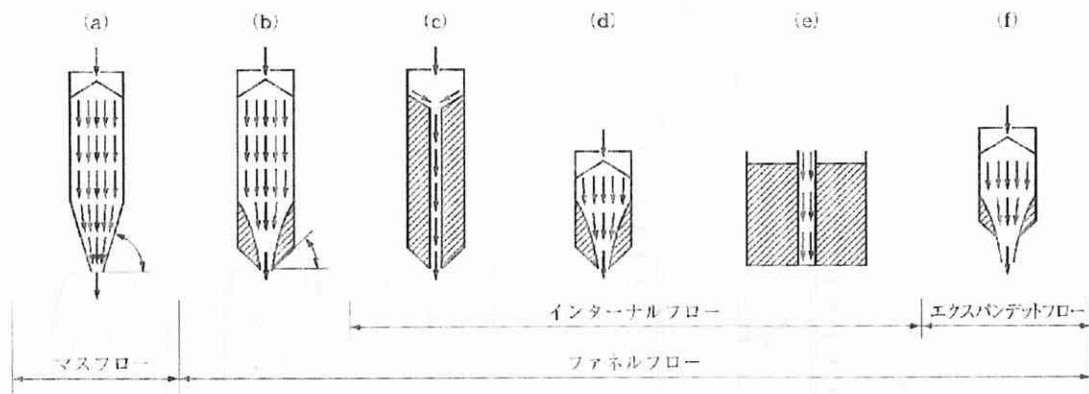


Fig. 1-3 Flow patterns

(Classification by ISO 11697: Bases for design of structure – Loads due to bulk materials)

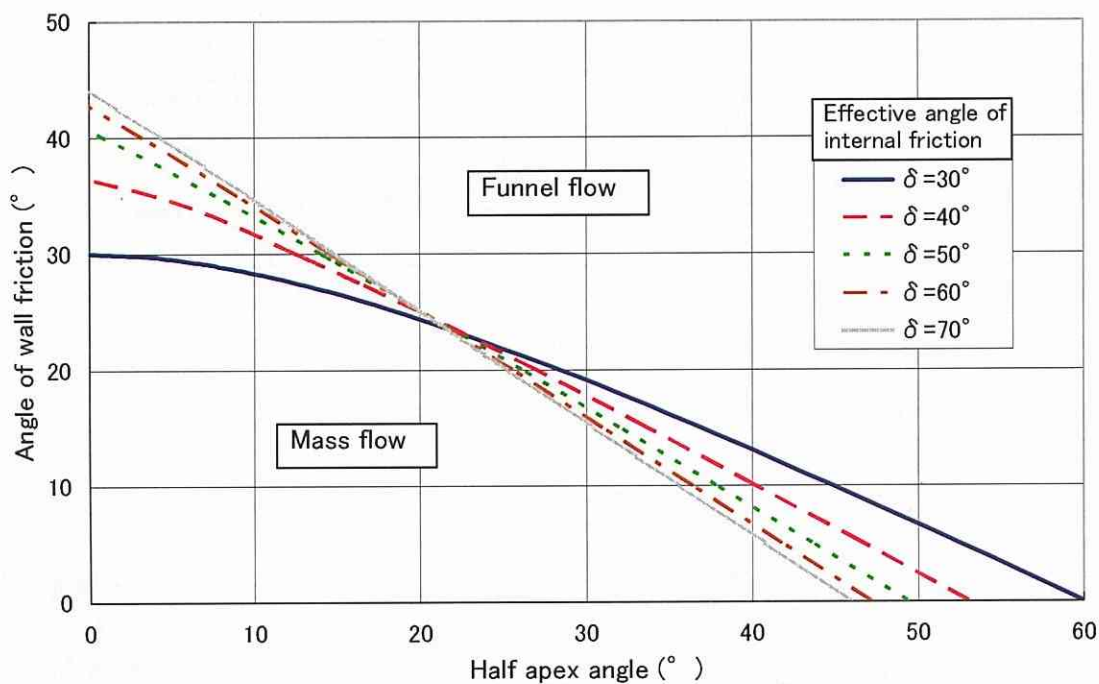
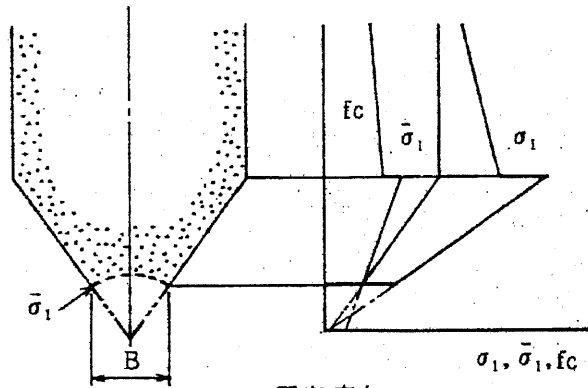
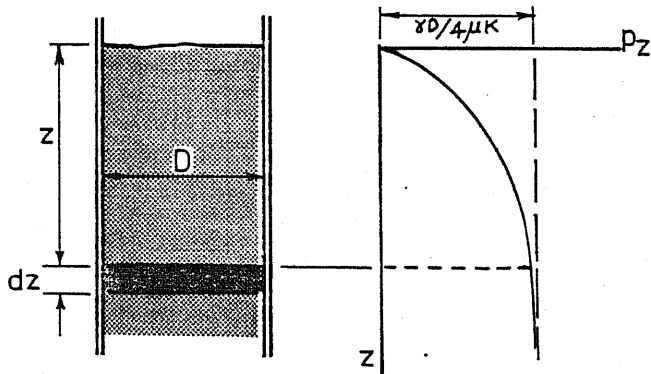


Fig. 1-4 Mass flow/funnel flow limits for conical hopper

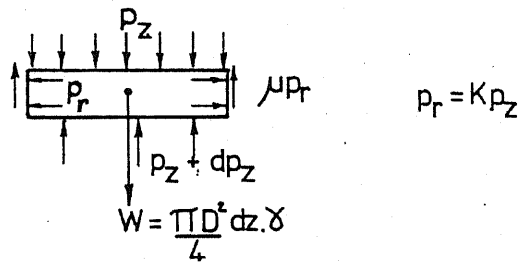


σ_1 : 圧密応力
 $\bar{\sigma}_1$: アーチに作用する圧縮応力
 f_c : 単軸圧縮強度

Fig. 1-5 Arch at hopper outlet



(a) Column of Material (c) Pressure Distribution



(b) Equilibrium of Element

- $\gamma = \rho g$: specific weight of bulk material
- μ : coefficient of friction at wall
- k : ratio of lateral pressure to vertical pressure
- D : cylinder diameter

Fig. 1-6 Force analysis of column of bulk material

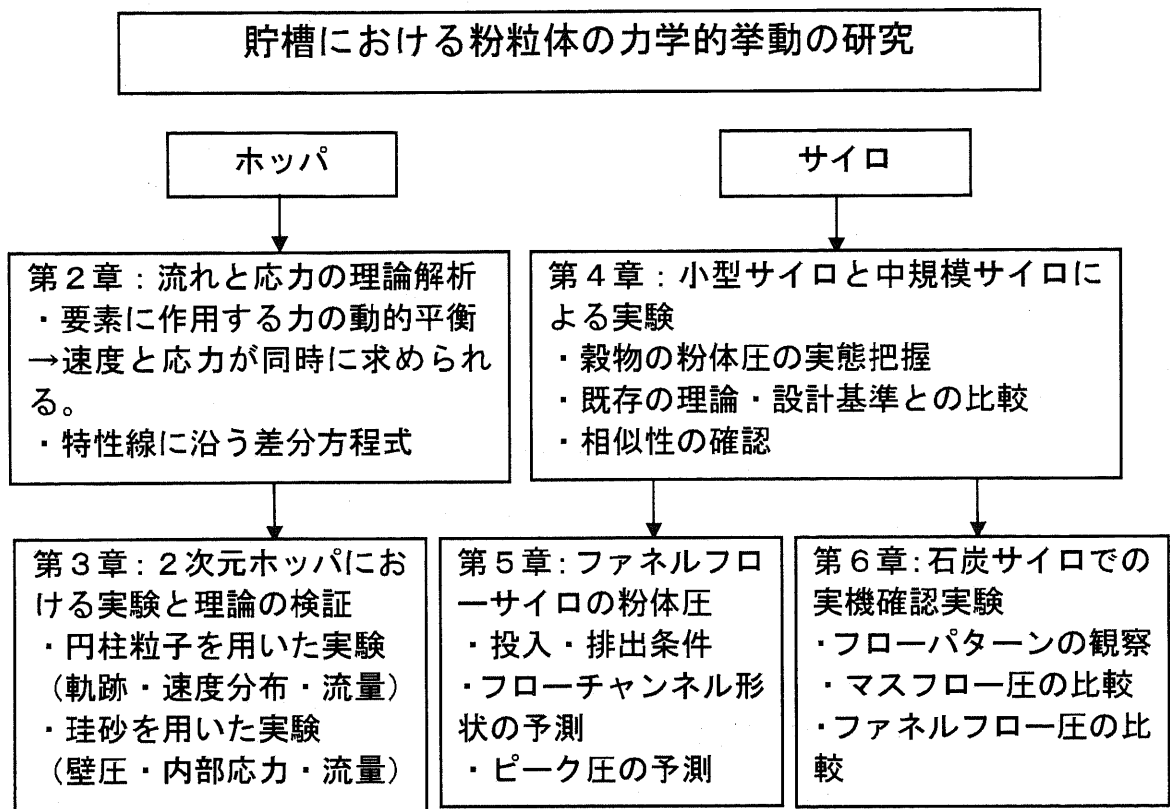


Fig. 1-7 Structure and detailed chapters of this thesis

第2章 ホッパにおける粉粒体の流れと応力の理論解析

2.1 緒言

粉粒体を貯蔵・供給するサイロシステムにおける重要な要件は、粉粒体の安定なハンドリングと粉粒体からの荷重に対する構造強度である。サイロは、貯蔵機能を受け持つビン部と主に排出機能を受け持つホッパ部からなる。ホッパの形状や摩擦条件から決まる流れパターンは、それ自体が粉粒体の供給様式（先入れ先出しになるか、排出されないデッドストックが生じないか、等）として重要であり、さらに、サイロ全体の粉粒体の流れのパターン（マスフローかファネルフローか、等）を決定することを通して粉粒体の応力挙動に影響し、サイロ全体の荷重条件を決定することになる。この意味でホッパにおける粉粒体の挙動を把握することが重要であり、本研究においてはホッパ部における粉粒体の挙動に着目する。

ホッパから粉粒体を排出するためには重力が利用されるが、切出し装置により排出を制御する場合もホッパからの重力流れの状態が十分に予測できることが必要である。ホッパの設計のためには通常、粉粒体の排出流量、速度分布、および圧力分布を予測することが必要である。

排出流量については、これまで数多くの実験的及び理論的研究が行われている。Brown ら^{1, 2)} は最小エネルギー定理の理論解析により、オリフィス及びホッパの重力流量の式を求めているが、内部摩擦や壁面摩擦は因子として考慮していない。Brown ら^{1, 2)} は排出口端において空隙幅、すなわち粒子が通過しない部分の存在を示し、さらに、空隙幅はホッパ角度、壁面粗さ、粒子径、粒子形状等に依存し、オリフィスにおいては排出口の大きさ自身と形状（円かスロットか）には依存しないことを示している。Laforge ら³⁾ は各種の植物の種子についてホッパ角とホッパ壁面粗さの効果を示しているが、粉粒体の内部摩擦角や壁面摩擦角の値を示していない。Davidson ら⁴⁾ は滑らかな壁の円錐ホッパからの非付着性粒体の重力流量の式を算出したが、壁面摩擦を考慮しておらず、理論式は実験結果の約 2 倍の値となり、壁面のせん断応力による速度分布が原因であろうとしている。Johanson⁵⁾ は粉粒体の内部摩擦や壁面摩擦を含む各種物性値とホッパ形状を考慮した付着性粉体のアーチ理論（Jenike 理論⁶⁾）に基づき、付着性粉粒体のホッパ排出流量の最大限度を与える式を導いた。ただし、予測値そのものを与えるものではない。Morrison ら⁷⁾ は従来の土質力学モデル（Spencer⁸⁾）に対して重力項と加速度項を新たに取り入れた運動方程式と、水力学における流線の式に類似した式とを組み合わせ、粉粒体の 1 次元流れの近似式を導いた。壁面摩擦を無視しているため最大流量を与えるとしており、実験値との比較は行っていない。Savage⁹⁾ は円錐ホッパ内を流れる粉粒体の微小要素の動的釣合いを考え、半径流れ等の仮定の下に排出流量の近似解を求めているが、壁面摩擦角がごく小さい範囲以外では実験に反する結果となる。Williams¹⁰⁾ は内部摩擦と壁面摩擦を考慮し、粉

粒体要素の静的釣合いの式に基づき円錐ホップの重力排出流量について、上限及び下限をそれぞれ与える式の組合せとして導いている。

また、ホップ内における速度分布の研究は以下のものである。Bosley ら¹¹⁾は二次元ホップの動画の記録から角度位置に関する速度分布を求めており、Brown ら^{1, 2)}の理論式と比べホップ壁に近づくにつれ速度がかなり小さくなることを示している。Blair-Fish ら¹²⁾の実験的研究はX線による透過画像解析により、また日高ら¹³⁾は前面観察面の画像の解析によりフローパターンを求めている。ともにすべり線の存在と流れの不連続性を確認しているが、速度分布の定量的モデル化は行っていない。

ホップ内の応力の理論的研究は、1980年以前は連続体モデルに属するものが主体であった。Sokolovskii¹⁴⁾は、主に地盤を対象としているが、粉粒体の静力学問題について特性線の方法による数値解法を展開している。青木¹⁵⁾は、円筒部におけるJanssen式の考え方と同様にホップ内の粉粒体のスライス要素に作用する力の静的釣合いを考え、水平断面内の応力分布を一様と見なして、壁面圧力の解析式を導いた。Walker¹⁶⁾はホップ内のスライス要素(円柱要素)に作用する力の釣合いにおいて、鉛直圧力の水平断面内分布を考慮して壁面圧力の解析式を導いた。青木ら¹⁷⁾はホップの投入時および排出時の壁面圧力を青木の式¹⁵⁾およびWalkerの式¹⁶⁾と比較しているが、排出口近傍では圧力分布形状がかなり異なっている。Walters¹⁸⁾はホップ内のスライス要素(Walkerと異なり円錐台要素)に作用する力の釣合いにおいて、鉛直圧力の水平断面内分布を考慮して壁面圧力の解析式を導いた。

ホップ内の応力の実験としては、Lakshman Rao ら¹⁹⁾は無線圧力センサ(ラジオピル)を粉粒体内部に埋め込むことにより排出中の粉粒体の内部応力を測定している。

連続体モデルにおいては、粉粒体を塑性体のような連続体と見なしており、通常、静力学的釣合いに基づいて応力や流れを解析している。動学的に慣性項を考慮して運動方程式を解析した例はMorrison ら⁷⁾やSavage⁹⁾の流量の研究等ごく少数のようである。

最近是个々の粒子について運動方程式を計算する離散要素法(DEM)を用いた離散系モデルの数値解析による研究が多い^{13, 20, 21, 22, 23)}。しかし、DEMではコンピュータの能力の制約上、粒子の真の物性値を用いることが困難であることが多く、現象の定性的な再現はよく行えるが、定量的な説明はまだ不十分のようである。また粒子に作用する力は静力学的釣合いに基づいているため、粒子の運動を定量的に再現することはまだ困難と考えられる。

他に、DEMと有限要素法(FEM)の併用によるもの²⁴⁾、DEMで得られた応力一ひずみ関係を利用して連続体モデルにより数値解析を行うSP法²⁵⁾、また、DEMで得られた粒子運動の規則を利用するセルオートマトン法²⁶⁾も行われており、進展が注目される。

本研究では、連続体モデルに立脚し、従来考慮されることの少なかった慣性項を考

慮した動力学を適用して応力と速度の両方の式を導き、数値計算を行うことにより、ホップ内を重力により流れる粉粒体の速度分布と応力分布を同時に定量的に解析する²⁷⁾。

本章は、理論解析として2次元および軸対称のモデルを作成する。そして、速度分布の解析解を利用する方法と特性線の方法により数値計算を行う方法を示す。また、平面および軸対称の速度分布と応力分布の計算例を示す。

2.2 理論モデルの導出

2.2.1 基本的な仮定

理論計算は速度分布と応力分布を同時に扱う。

重力により定常状態で自由排出を行うホップ内の粉粒体の挙動を連続体として解析する。座標系は、2次元では **Fig.2-1** に示す極座標系 (r, θ) を、軸対称では球面座標系 (r, θ, ϕ) を用いる。

解析に当たって、次の仮定を設けた。

- 1) かさ密度は一定である。
- 2) 非付着性である。
- 3) Coulomb の降伏条件¹⁶⁾に従う。
- 4) Spencer の速度方程式¹⁰⁾に従う。
- 5) 半径方向流れとする。(すなわち θ 方向速度成分=0。)
- 6) 主応力方向は θ のみの関数とし r によらないとする。

4)については、任意の点の変形は降伏状態にある2方向の面上の剪断の結果であるという仮定から導かれている。

2.2.2 基礎式

(1) 運動方程式

Fig.2-1 の粉粒体の微小要素に働く力の釣合いから、

2次元：

$$r \text{ 方向} : \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) + \rho g \cos \theta + \rho \alpha_r = 0 \quad (2-1a)$$

$$\theta \text{ 方向} : \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (2\tau_{r\theta}) - \rho g \sin \theta = 0 \quad (2-2a)$$

軸対称

$$r \text{ 方向} : \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \{ \sigma_r - \sigma_\theta + \sigma_r - \sigma_\phi + \tau_{r\theta} \cot \theta \} + \rho g \cos \theta + \rho \alpha_r = 0 \quad (2-1b)$$

$$\theta \text{ 方向} : \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \{ (\sigma_\theta - \sigma_\phi) \cot \theta + 3\tau_{r\theta} \} - \rho g \sin \theta = 0 \quad (2-2b)$$

式(2-1a) , (2-1b)の最後の項は r 方向の慣性力を示す。

垂直応力成分は圧縮応力を正にとり、剪断応力成分もそれに応じて符号を定める。

なお、ホッパ内の重力流れであるから、2次元の場合は z 方向（奥行き方向）の運動はなく、また、軸対称の場合は ϕ 方向の運動（旋回運動）はない。

(2) 降伏条件

2次元の場合は、 $r-\theta$ 面内の主応力を σ_1, σ_3 ($\sigma_1 > \sigma_3$) とすると、 $r-\theta$ 面に垂直な応力 σ_ϕ もまた主応力である。(3)で述べるように、 $\sigma_3 \leq \sigma_\phi \leq \sigma_1$ (σ_ϕ は中間主応力) であり、 σ_ϕ は降伏に関係しないので考える必要はない。軸対称の場合も同様に考える。

したがって、降伏条件における破壊包絡線とモール円は **Fig.2-2** のようになり、降伏条件は、

$$\frac{1}{4}(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \tau_{r\theta}^2 = \frac{\sin^2 \delta}{4}(\sigma_r + \sigma_\theta)^2 \quad (2-3)$$

(3) 変数変換

Fig.5 から

$$\sigma_c = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (2-4)$$

とおけば、

$$\sigma_r = \sigma_c (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \quad (2-5)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_c (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \quad (2-6)$$

$$\tau_{r\theta} = \sigma_c \sin \delta \sin 2\psi \quad (2-7)$$

$$\sigma_z \text{ または } \sigma_\phi = \sigma_c (1 + n \sin \delta) \quad (-1 \leq n \leq 1) \quad (2-8)$$

平面ひずみの場合は $n = 0$ であり、軸対称の場合は Haar-Karman の仮定 ($\sigma_\phi = \sigma_1$ または $\sigma_\phi = \sigma_3$) に従い、かつ収縮流れであるから、 $n = 1$ とする。したがって、

$$2 \text{次元: } \sigma_z = \sigma_c \quad (2-9a)$$

$$\text{軸対称: } \sigma_\phi = \sigma_c (1 + \sin \delta) \quad (2-9b)$$

さらに仮定 1) を用いて、次のように変換する。

$$\sigma_c(r, \theta) = \rho g s(r, \theta) \quad (2-10)$$

また仮定 6) から、主応力方向の角度 ψ (**Fig.2-3** 参照) は、

$$\psi = \psi(\theta) \quad (\theta \text{ だけの関数}) \quad (2-11)$$

(4) 連続の式

連続の条件は、

$$2 \text{次元: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u_\theta) = 0 \quad (2-12a)$$

軸対称：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^2 u_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho \sin \theta u_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho u_\phi) = 0 \quad (2-12b)$$

ここで、定常の条件 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

非圧縮の条件 $\rho = \text{const.}$

半径方向流れ $u_\theta = 0$

を用いることにより、それぞれ式(2-12a)，(2-12b)から

$$2 \text{次元：} \quad \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) = 0 \quad (2-13a)$$

$$\text{軸対称：} \quad \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) = 0 \quad (2-13b)$$

ゆえに、 r 方向速度 u_r は θ のみの関数 $V(\theta)$ を用いて、

$$2 \text{次元：} \quad u_r = -\frac{V(\theta)}{r} \quad (\text{ただし } V(\theta) > 0) \quad (2-14a)$$

$$\text{軸対称：} \quad u_r = -\frac{V(\theta)}{r^2} \quad (\text{ただし } V(\theta) > 0) \quad (2-14b)$$

加速度は速度の物質導関数であるから、

$$2 \text{次元：} \quad \alpha_r = \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} \quad (2-15a)$$

$$\text{軸対称：} \quad \alpha_r = \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{u_\theta^2 + u_\phi^2}{r} \quad (2-15b)$$

上述の条件(2-14a)，(2-14b)から、

$$2 \text{次元：} \quad \alpha_r = -\frac{V(\theta)^2}{r^3} \quad (2-16a)$$

$$\text{軸対称：} \quad \alpha_r = -\frac{2V(\theta)^2}{r^5} \quad (2-16b)$$

(5) 速度方程式

速度成分の間の関係について、Spencer は平面ひずみの場合に直角座標系について速度方程式を求めている¹⁰⁾。平面極座標系の場合の $r-\theta$ 面における速度方程式、または、球面座標系の場合の子午面 ($r-\theta$ 面) における速度方程式は、著者の変換により次のように表される。

$$\sin 2\psi \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) - \cos 2\psi \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) - \sin \delta \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - 2 \frac{D\psi}{Dt} \right) = 0 \quad (2-17)$$

なお、定常条件と軸対称性から、 $\theta-\phi$ 面および $\phi-r$ 面における式は常に成り立つ。

式(2-17)は、主応力方向とひずみ速度及び回転速度を関連付けており、固体や流体の構成方程式に相当する。

式(2-17)は条件 $u_\theta = 0, \partial\psi/\partial t = 0$ により簡単になり、

$$\sin 2\psi \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) - (\cos 2\psi - \sin \delta) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0 \quad (2-18)$$

ここで式(2-14a), (2-14b)を代入すれば、

$$2 \text{次元} : \frac{dV}{d\theta} = \frac{2 \sin 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi} \cdot V \quad (2-19a)$$

$$\text{軸対称} : \frac{dV}{d\theta} = \frac{3 \sin 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi} \cdot V \quad (2-19b)$$

(6) 自由落下アーチの式

排出口において、自由落下アーチより下部では応力は存在せず、粉粒体は重力により自由に落下するという概念⁴⁾を用いる。しかし、自由落下アーチの形状を応力状態の考察から式で表した例は見当たらない。

ここでは、自由落下アーチ面では圧縮破壊が起こるとし、自由落下アーチは排出口端を通る最大主応力線に一致すると考える (Fig.2-3 (a)参照)。任意の最大主応力線を $r=f(\theta)$ で表すと、幾何学的に

$$\frac{f d\theta}{df} = \tan \psi \quad \text{すなわち} \quad \frac{df}{d\theta} = f \cot \psi \quad (2-20)$$

自由落下アーチの形状は排出口端の境界条件で決まる。

(7) 流量

2次元の場合は、面積流量 (単位奥行き当りの体積流量) を Q で表せば、

$$Q = \int_{\beta_1}^{\beta_2} (-u_r) \cdot r d\theta = \int_{\beta_1}^{\beta_2} V d\theta \quad (2-21a)$$

ただし、 β_1, β_2 はそれぞれ右側, 左側のホッパ角 (符合を含む) であり、 $-\pi/2 < \beta_2 < \beta_1 < \pi/2$ である。対称ホッパでは $-\beta_1 = \beta_2 = \beta$, 右側鉛直ホッパでは $\beta_1 = 0$ となる。

軸対称の場合は、体積流量を Q_v で表せば、

$$Q_v = 2\pi \int_{\beta_1}^{\beta_2} (-u_r) \cdot r \sin \theta \cdot r d\theta = 2\pi \int_{\beta_1}^{\beta_2} V \sin \theta d\theta \quad (2-21b)$$

ただし、 β_1, β_2 はそれぞれ内壁, 外壁のホッパ角であり、 $0 \leq \beta_1 < \beta_2 < \pi/2$ である。これは中空ホッパを意味するが、通常は中実で、 $\beta_1 = 0$ を対象とする。

(8) 運動方程式の書き換え

運動方程式(2-1), (2-2) に応力成分の式(2-5)~(2-7)及び(2-9) と加速度の式(2-14)を代入すれば, 次式が得られる。

2次元:

$$r \text{ 方向: } (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial \sigma_c}{\partial r} + \frac{1}{r} \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2\sigma_c \sin \delta \cos 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) + \rho g \cos \theta - \rho \frac{v^2}{r^3} = 0 \quad (2-22a)$$

$$\theta \text{ 方向: } \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial \sigma_c}{\partial r} + \frac{1}{r} (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2\sigma_c \sin \delta \sin 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) - \rho g \sin \theta = 0 \quad (2-23a)$$

軸対称:

$$\begin{aligned} r \text{ 方向: } & (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial \sigma_c}{\partial r} + \frac{1}{r} \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2\sigma_c \sin \delta \cos 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) \\ & + \frac{1}{r} \sigma_c \sin \delta (\cos 2\psi - 1 + \sin 2\psi \cot \theta) + \rho g \cos \theta - 2\rho \frac{v^2}{r^3} = 0 \end{aligned} \quad (2-22b)$$

$$\begin{aligned} \theta \text{ 方向: } & \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial \sigma_c}{\partial r} + \frac{1}{r} (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2\sigma_c \sin \delta \sin 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) \\ & - \frac{1}{r} \sigma_c \sin \delta \{ (\cos 2\psi + 1) \cot \theta - \sin 2\psi \} - \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (2-23b)$$

さらに, 式(2-10)を代入すれば, 正規化した次式が得られる。

2次元:

$$r \text{ 方向: } (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{r} \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial s}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2s \sin \delta \cos 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) + \cos \theta - \frac{1}{g} \frac{v^2}{r^3} = 0 \quad (2-24a)$$

$$\theta \text{ 方向: } \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{r} (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial s}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2s \sin \delta \sin 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) - \sin \theta = 0 \quad (2-25a)$$

軸対称:

$$\begin{aligned} r \text{ 方向: } & (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{r} \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial s}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2s \sin \delta \cos 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) \\ & + \frac{1}{r} s \sin \delta (\cos 2\psi - 1 + \sin 2\psi \cot \theta) + \cos \theta - \frac{2}{g} \frac{v^2}{r^3} = 0 \end{aligned} \quad (2-24b)$$

$$\begin{aligned} \theta \text{ 方向: } & \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{r} (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial s}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2s \sin \delta \sin 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) \\ & - \frac{1}{r} s \sin \delta \{ (\cos 2\psi + 1) \cot \theta - \sin 2\psi \} - \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (2-25b)$$

式(2-24a)と(2-25a), または式(2-24b)と(2-25b)は, 2つの関数 s, ψ (独立変数 r, θ) に関する1次偏微分方程式系であり, この系は双曲線型である。

2.3 計算方法

2.3.1 境界条件

一般的なケースとして、2次元は非対象ホップを、軸対称は2次元非対称ホップに対応するものとして、中空ホップを考える。

境界値は次のように4辺で与えられる。ただし、運動方程式(2-24)、(2-25)は1階微分方程式であるから、 θ に関する条件は(i)か(ii)のいずれか、 r に関する条件は(iii)か(iv)のいずれかとなる。

$$(i) \text{ 右壁または内側壁 } \theta = \beta_1 \text{ で } \psi = \psi_{-w}, f = f_{-w} \quad (2-26)$$

$$(ii) \text{ 左壁または外側壁 } \theta = \beta_2 \text{ で } \psi = \psi_{+w}, f = f_{+w} \quad (2-27)$$

$$(iii) \text{ 自由落下アーチ上 } r = f \text{ で } s = 0 \quad (2-28)$$

$$(iv) \text{ 上部境界 } r = r_t \text{ で } s = s_t \quad (2-29)$$

ここで、壁面における主応力方向は、 $\tan \phi_w = \tau_{r,\theta} / \sigma_\theta$ の関係から Fig.2-4 を参照し、

$$\psi_{-w} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \left(\phi_w + \sin^{-1} \frac{\sin \phi_w}{\sin \delta} \right) \quad (2-30)$$

$$\psi_{+w} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \left(\phi_w + \sin^{-1} \frac{\sin \phi_w}{\sin \delta} \right) \quad (2-31)$$

自由落下アーチにおいて、仮定

$$\left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)_{\substack{r=f \\ \theta=\beta_1}} = 0 \quad (2-32)$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)_{\substack{r=f \\ \theta=\beta_2}} = 0 \quad (2-33)$$

を設けて、境界条件(iii)とともに運動方程式(2-24)、(2-25)に代入すれば、壁面の速度関数の境界値は次のように定まる。

2次元：

$$V_{-w}^2 = g f_{-w}^3 \cdot \frac{\cos \beta_1 - \sin \delta \cos(\beta_1 + 2\psi_{-w})}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_{-w}} \quad (2-34a)$$

$$V_{+w}^2 = g f_{+w}^3 \cdot \frac{\cos \beta_2 - \sin \delta \cos(\beta_2 + 2\psi_{+w})}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_{+w}} \quad (2-35a)$$

軸対称：

$$V_{-w}^2 = \frac{g f_{-w}^5}{2} \cdot \frac{\cos \beta_1 - \sin \delta \cos(\beta_1 + 2\psi_{-w})}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_{-w}} \quad (2-34b)$$

$$V_{+w}^2 = \frac{g f_{+w}^5}{2} \cdot \frac{\cos \beta_2 - \sin \delta \cos(\beta_2 + 2\psi_{+w})}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_{+w}} \quad (2-35b)$$

特殊な場合として、片側（右側とする）鉛直ホッパの場合は、 $\beta_1=0$ とする。

また、2次元対称ホッパおよび軸対称中実ホッパの場合は、 $\theta \geq 0$ の領域を考えればよい。境界条件(i)の代わりに、

$$(i)' \quad \theta=0 \text{ で } \psi = \psi_0 = \pi/2 \quad (2-36)$$

このときは、

$$\left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)_{\substack{r=f \\ \theta=0}} = 0 \quad (2-37)$$

を仮定して、中心軸における速度の境界値は次のようになる。

$$2 \text{次元} : V_{\theta=0} = g \cdot f_{\theta=0}^3 \quad (2-38a)$$

$$\text{軸対称} : V_{\theta=0} = \frac{g}{2} \cdot f_{\theta=0}^5 \quad (2-38b)$$

2.3.2 特性線の計算

式(2-19), (2-20)と式(2-24), (2-25)の微分方程式の組を所定の境界条件の下に解けば、速度分布と応力分布が得られる。式(2-24), (2-25)の系は双曲線型であるので、この2式を2群 (a, b とする) の特性線を表す常微分方程式と、各群の特性線に沿って成り立つ関係式とに変換することができる²⁷⁾。Fig.2-2 において、モール円と上下のYL(破壊包絡線)との接点がすべり線の法線方向に相当するので、

$$2\varepsilon = \pi/2 - \delta \quad (2-39)$$

式(2-26)を用いて、式(2-19), (2-20)と式(2-24), (2-25)から特性線の関係式を導けば、次の特性線を表す式(2-40)と特性線に沿って成り立つ応力成分と速度成分の式(2-41)が得られる。

$$\frac{dr}{d\theta} = r \cot(\psi \mp \varepsilon) \quad (\text{復号は a, b 各特性線に対応する。}) \quad (2-40)$$

$$2 \text{次元} : ds \mp 2s \tan \delta (d\psi + d\theta) = - \left[\frac{\cos(\theta \mp \delta)}{\cos \delta} - \frac{v^2}{gr^3} \right] dr + \left[\frac{r \sin(\theta \mp \delta)}{\cos \delta} \pm \tan \delta \frac{v^2}{gr^2} \right] d\theta \quad (2-41a)$$

$$\begin{aligned} \text{軸対称} : ds \mp 2s \tan \delta (d\psi + d\theta) = & - \left[\frac{\cos(\theta \mp \delta)}{\cos \delta} - \frac{2V^2}{gr^5} \pm \frac{1}{r} s \tan \delta \{ (1 + \sin \delta) \cot \theta \mp \cos \delta \} \right] dr \\ & + \left[\frac{r \sin(\theta \mp \delta)}{\cos \delta} \pm 2 \tan \delta \frac{v^2}{gr^5} \pm s \tan \delta \{ 1 + \sin \delta \pm \cos \delta \cot \theta \} \right] d\theta \end{aligned} \quad (2-41b)$$

式(2-40)から、特性線の傾きは r 方向から $\psi \mp \varepsilon$ であり、すべり線に一致することがわかる。この関係を Fig.2-3 (b)に示す。

2.3.3 差分方程式

常微分方程式の系である式(2-17), (2-18), (2-25)及び(2-26)を, a 及び b 特性線に沿った差分方程式に変換した上で, 境界条件で与えた節点の位置(r, θ)及び関数値(v, f, ϕ 及び s)から特性線に沿って順次, 次の節点の位置及び関数値を計算して行くことができる (Fig.2-5 参照)。

速度関数 V と自由落下アーチ径 f を例にとって差分方程式を示すと, 関数

$$coe(\psi, \delta, m) = \frac{(m+2) \sin 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi} \quad (\text{ただし, 2次元: } m=0, \text{ 軸対称: } m=1) \quad (2-42)$$

を定義すれば, 式(2-19)から,

$$V_{i,j} - V_{i-1,j} = coe\left(\frac{\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{2}, \delta, m\right) \cdot \frac{1}{2}(V_{i,j} + V_{i-1,j})(\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}) \quad (2-43a)$$

$$V_{i,j} - V_{i,j-1} = coe\left(\frac{\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{2}, \delta, m\right) \cdot \frac{1}{2}(V_{i,j} + V_{i,j-1})(\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}) \quad (2-43b)$$

また, 式(2-20)から

$$f_{i,j} - f_{i-1,j} = \frac{1}{2}(f_{i,j} + f_{i-1,j}) \cot\left(\frac{\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{2}\right)(\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}) \quad (2-44a)$$

$$f_{i,j} - f_{i,j-1} = \frac{1}{2}(f_{i,j} + f_{i,j-1}) \cot\left(\frac{\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{2}\right)(\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}) \quad (2-44b)$$

ここで, i は a 特性線に沿って変化する節点番号, j は b 特性線に沿って変化する節点番号である。他の変数についても同様である。

この計算をコンピュータにより行う時のフローチャートを Fig.2-6 に示す。

2.3.4 近似式による解析解

ここまで主応力方向に仮定を設けずに計算を実行する方法を示した。ここで, 主応力方向 ψ を θ の 1 次関数と見なすことは, 無理のない近似である。

以下, 2次元対称ホップの場合を取り上げると, 次のように仮定する。

$$\psi = \psi_0 + (\psi_\beta - \psi_0) \cdot \theta / \beta \quad (2-45)$$

この場合, 速度関数を解析的に求めることができる。

中心線の境界条件から決まる無次元速度分布 V_{cn} は, 中心線上の V を V_0 とすれば, 式(2-17)から,

$$V_{0n} = \frac{V_0}{g^{0.5} S^{1.5}} = \frac{1}{(2 \sin \beta)^{1.5}} \cdot \left\{ \frac{1}{\cos(\psi_\beta - \pi/2)} \right\}^{\left(\frac{1.5\beta}{\psi_\beta - \pi/2}\right)} \quad (2-46)$$

$$V_{cn} = \frac{V_c}{g^{0.5} S^{1.5}} = V_{0n} \cdot \left[\frac{\sin \delta + \cos\{(2\psi_\beta - \pi)\theta / \beta\}}{\sin \delta + 1} \right]^{\left(\frac{\beta}{\psi_\beta - \pi/2}\right)} \quad (2-47)$$

また、壁面の境界条件から決まる無次元速度分布 V_{wn} は、壁面上の V を V_β とすれば、式(2-17)から、

$$V_{\beta n} = \frac{V_\beta}{g^{0.5} S^{1.5}} = \frac{1}{(2 \sin \beta)^{1.5}} \left\{ \frac{\cos \beta - \sin \delta \cos(\beta + 2\psi_\beta)}{1 - \sin \delta \cos(2\psi_\beta)} \right\}^{0.5} \quad (2-48)$$

$$V_{wn} = \frac{V_w}{g^{0.5} S^{1.5}} = V_{\beta n} \left[\frac{\sin \delta + \cos\{(2\psi_\beta - \pi)\theta / \beta\}}{\sin \delta + \cos(2\psi_\beta - \pi)} \right]^{\left(\frac{\beta}{\psi_\beta - \pi/2}\right)} \quad (2-49)$$

求める無次元速度分布 V_n は、 V_{cn} と V_{wn} の加重平均を取り、次式とする。

$$V_n = V_{cn}(1 - \theta / \beta) + V_{wn}(\theta / \beta) \quad (2-50)$$

さらに、無次元の流量 Q_n は、式(21a)から、

$$Q_n = \frac{Q}{g^{0.5} S^{1.5}} = 2 \int_0^\beta V_n d\theta \quad (2-51)$$

式(51)は Simpson の方法などにより数値積分を行う。

また、自由落下アーチの形状は、式(2-20)から、

$$f = \frac{S}{2 \sin \beta} \left[\frac{\cos\{(\psi_\beta - \pi/2) \cdot \theta / \beta\}}{\cos(\psi_\beta - \pi/2)} \right]^{\left(\frac{\beta}{\psi_\beta - \pi/2}\right)} \quad (2-52)$$

2.4 計算例

2.4.1 速度分布

本解析で計算した速度分布の例を、2次元対称ホップ（くさび形ホップ）について **Figs.2-7~8** に、軸対称ホップ（円錐形ホップ）について **Figs.2-9~10** に、それぞれ示す。粉粒体の層高は頂点から排出口端の半径の10倍に設定し、上部荷重は存在しない条件である。縦軸の速度と横軸の θ 座標はともに無次元で表示してある。

くさび形ホップでは、本解析の結果は実線で示し、比較のため Brown らの解析^{1,2)} による結果を破線で示した。また、**Fig. 2-7** の◇、○と **Fig. 2-8** の◆、●は著者が行った実験の結果であるが、これについては第3章で詳しく述べる。 θ 座標による速度分布の変化は本解析のほうが大きく、実験値とよりよく一致していることがわかる。

円錐形ホップの場合も、本解析の結果を実線で、Brown らの解析結果を破線で示した。ここでも本解析のほうで θ 座標による変化がより大きいことがわかる。

なお、本解析の速度分布は、くさび型ホップ (**Fig. 2-7**, **Fig. 2-8**) の例は近似式による解析解を示し、円錐形ホップの例 (**Fig. 2-9**, **Fig. 2-10**) は差分法による計算結果を示す。差分法の場合の計算結果は離散点として算出されるが、これらの図では滑らかな曲線で結んである。

2.4.2 排出流量

本解析の差分法で計算した排出流量の例を、くさび形を **Fig.2-11** に、円錐形を **Fig.2-12** に、それぞれ示す。縦軸の排出流量は無次元量で表示し、横軸はホップ半頂角である。層高と上部荷重の計算条件は速度分布の計算と同じである。

くさび形ホップ(**Fig.2-11**)では、本解析の結果を実線で示し、比較のために Brown らほかの既往の理論解析^{1,2,5,7)}の結果を他の線で示した。また、著者が行った実験の結果を○と△で表示してあるが、これについては第3章で詳しく述べる。本解析値は各理論値の中で実験値に最も近いことがわかる。

円錐形ホップでも、本解析の結果を実線で示し、Brown らの理論値^{1,2,5)}を破線で示した。

これらのうち、Brown らと Johanson の式は理論解析による式であり、Tanaka, Deming および Tsiborovskii の式は実験に基づく式である。この物性値の例では、ホップ半頂角が 40° 以上になると本解析の計算は不安定であった。本解析はくさび形と同様に、Brown や Johanson の理論値より高めの値を与える。

2.4.3 壁面圧力分布

本解析の差分法で計算した壁圧分布の例を、上部荷重がない場合について、**Figs.2-13** ~ **14** (くさび形ホップ) と **Figs.2-15** ~ **16** (円錐形ホップ) に示す。本解析は実線で示し、同一の物性値による Walker の動圧の式¹⁶⁾ および青木の静圧の式¹⁵⁾ を比較して破線等で示した。壁圧、深さとも、ホップ頂点から粉粒体表面までの高さ H を用いて無次元化した量で表示してある。なお、くさび形ホップで青木の式として表示したのは、円錐形ホップに対する青木の方法を用いて著者がくさび形用に算出した式によっている。

本解析の壁圧は Walker の動圧や青木の静圧と比べて、高い位置に最大値が現れる傾向がある。本モデルでは、式(2-28)の境界条件に示すように、排出口で応力の大きさがゼロになる。また、式(2-32)、(2-33)の境界条件により排出口端で応力の r 方向勾配がゼロ (したがって高さ方向勾配がゼロ) になる仮定を設けている。これに対し、他の理論式では仮想頂点で応力がゼロとなり、また応力の高さ方向勾配はゼロではない。このため、本モデルの圧力分布は他の理論式と比べて高い位置に最大値が分布する。

2.4.4 内部応力分布

前項の壁圧の計算と同時に得られた粉粒体内部の応力分布を **Figs.2-17** ~ **18** (くさび形ホップ) と **Figs.2-19** ~ **20** (円錐形ホップ) に示す。図の領域はホップ断面を表し、円錐形ホップの場合は中心軸を通る断面を表示してある。ここでは諸応力成分のうち θ 方向の応力 σ_θ を表示した。壁面における σ_θ は、前項の壁圧である。図中の・点と数値は計算位置とその点の応力値 (無次元量) を表し、曲線はこれら離散点を補間し

た等高線を表す。

σ_{θ} は、同じ高さでは内部より壁面に近いほうが高い圧力を示しているが、これは Lakshman Rao らのラジオピルによる水平圧の測定結果¹⁹⁾と傾向が似ている。

2.5 結言

ホッパ内を重力により流れる粉粒体の挙動について、連続体によりモデル化し、従来考慮されることの少なかった慣性項を考慮した動力学を適用して、特別な実験定数を用いることなく、ホッパ内の速度分布と応力分布を同時に求めるモデルを作成した。

2次元および軸対称のホッパに対して、特性線の方法で差分方程式を数値計算することにより、速度分布、排出流量、壁圧分布及び内部応力分布を計算し、比較可能な場合は既存の理論計算値および実験値と比較を行った。

その結果、本理論計算値は、ホッパ内の流れ状態の粉粒体の挙動を既存の理論よりよく近似できることがわかった。

Nomenclature

d	: particle diameter	(m)
f	: radius of free fall arch	(m)
f_0	: radius of free fall arch at center	(m)
f_β	: radius of free fall arch at outlet edge	(m)
g	: acceleration of gravity	$(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$
k	: empty space	(m)
Q	: volume discharge flow rate per unit depth	$(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
Q_n	: dimensionless discharge flow rate normalized by S	(-)
Q_{ne}	: dimensionless discharge flow rate normalized by $S \cdot k$	(-)
Q_{nth}	: dimensionless discharge flow rate normalized by S_{th}	(-)
r	: radial coordinate	(m)
S	: outlet width	(m)
S_{th}	: theoretical outlet width	(m)
s	: normalized stress	(m)
u_r	: radial velocity	$(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
V	: radial velocity function	$(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
V_0	: radial velocity function at center	$(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
V_β	: radial velocity function at wall	$(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
V_c	: radial velocity function derived by center boundary condition	$(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
V_w	: radial velocity function derived by wall boundary condition	$(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
V_n	: dimensionless radial velocity normalized by S	(-)
V_{ne}	: dimensionless radial velocity normalized by $S \cdot k$	(-)
V_{nth}	: dimensionless radial velocity normalized by S_{th}	(-)
α_r	: radial acceleration	$(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$
β	: hopper half apex angle	($^\circ$)
δ	: angle of internal friction	($^\circ$)
ε	: angle between major principal stress direction and sliding lines	($^\circ$)
θ	: angular coordinate	($^\circ$)
ρ	: bulk density	$(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
σ_1	: major principal stress	(Pa)
σ_3	: minor principal stress	(Pa)
σ_c	: mean of major and minor principal stresses	(Pa)
σ_r	: normal stress in radial direction	(Pa)
σ_θ	: normal stress in circumferential direction	(Pa)
$\tau_{r\theta}$: shear stress	(Pa)
ϕ_w	: angle of wall friction	($^\circ$)
ψ	: direction of major principal stress	($^\circ$)
ψ_0	: direction of major principal stress at center	($^\circ$)
ψ_β	: direction of major principal stress at wall	($^\circ$)

References

- 1) Brown, R. L.: "Minimum energy theorem for flows of dry granules through apertures", *Nature*, **191**, 458-461 (1961)
- 2) Brown, R.L. and J.C. Richards: "Principles of powder mechanics", Pergamon Press (1970)
- 3) Laforge, R. M. and B. K. Boruff: "Profiling flow of particles through hopper openings", *Ind. Eng. Chem.*, **56**, 42-46 (1964)
- 4) Davidson, J. F. and R. M. Nedderman: "The hourglass theory of hopper flow", *Trans. Instn Chem. Engrs*, **51**, 29-35 (1973)
- 5) Johanson, J. R.: "Method of calculating rate of discharge from hoppers and bins", *Trans. Soc. Mining Eng.*, 69-80, (1965)
- 6) Jenike, A. W.: "Storage and flow of solids", Bulletin No.123 of the Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah (1964)
- 7) Morrison, H. L. and O. Richmond: "Application of Spencer's ideal soil model to granular materials flow", *J. Appl. Mech.*, Trans. ASME, **43**, 49-53 (1976)
- 8) Spencer, A. J. M.: "A theory of the kinematics of ideal solids under plane strain conditions", *J. Mech. Phys. Solids*, **12**, 337-351 (1964)
- 9) Savage, S. B.: "Gravity flow of a cohesionless bulk solid in a converging conical channel", *Int. J. Mech. Sci.*, **9**, 651-659 (1967)
- 10) Williams, J. C.: "The rate of discharge of coarse granular materials from conical mass flow hoppers", *Chem. Eng. Sci.*, **32**, 247-255 (1977)
- 11) Bosley, J., C. Schofield and C. A. Shook: "An experimental study of granule discharge from model hoppers", *Trans. Instn Chem. Engrs*, **47**, T147-T153 (1969)
- 12) Blair-Fish, P. M. and P. L. Bransby: "Flow patterns and wall stresses in a mass-flow bunker", *J. Eng. Ind., Trans. ASME*, **95**, 17-26 (1973)
- 13) Hidaka, Jusuke, Junya Kano and Atsuko Shimosaka: "Flow Mechanism of Granular Materials Discharging from Bin-Hopper System", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **20**, (3), 397-404 (1994)
- 14) Sokolovskii, V. V.: "Statics of granular media", Pergamon Press (1965)
- 15) Aoki, Ryuichi: "Arch formation of powder in a hopper", *Kagaku Kogaku*, **25**, (4), 281-286 (1961)
- 16) Walker, D. M.: "An approximate theory for pressures and arching in hoppers", *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 975-997 (1966)
- 17) Aoki, Ryuichi and Hiroshi Tsunakawa: "The pressure in a granular material at the wall of bins and hoppers", *J. Chem. Eng. Japan*, **2**, 126-129 (1969)

- 18) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers", *Chem. Eng. Sci.*, **28**, 779-789 (1973)
- 19) Lakshman Rao, V. and D. Venkateswarlu: "Internal pressures in flowing granular materials from mass flow hoppers", *Powder Technology*, **11**, 133-146 (1975)
- 20) Goda, Tibor J. and Fritz Ebert: "Three-dimensional discrete element simulations in hoppers and silos", *Powder Technology*, **158**, 58-68 (2005)
- 21) Zhu, Huaning, Morteza M. Mehrabadi and Mehrdad Massoudi: "The frictional flow of a dense granular material based on the dilatant double shearing model", *Computers and Mathematics with Applications*, **53**, 244-259 (2007)
- 22) Balevičius, Robertas, Rimantas Kačianauskas, Zenon Mróz and Irena Sielamowicz: "Discrete-particle investigation of friction effect in filling and unsteady/ steady discharge in three-dimensional wedge-shaped hopper", *Powder Technology* **187**, 159-174 (2008)
- 23) Jun Yoshida: "An Analytical Study of Pulsation Phenomena of Granular Materials in Silos during Discharge", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **30**, 166-172 (1993)
- 24) Jofriet, J. C., S. C. Negi and Z. Lu: "A Numerical Model for Flow of Granular Materials in Silos. Part 3: Parametric Study", *J. agric. Engng Res.* **68**, 237-246 (1997)
- 25) Yuu, Shinichi, Masahiro Waki, Akira Iwamasa and Toshihiko Umekage: "The Numerical Simulation of the Velocity and Stress Fields for a Flowing Powder Using the Smoothed Particle (S. P.) Method and Experimental Verification", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **35**, 174-182 (1998)
- 26) Hidaka, Jusuke and Norichika Katsura: "Development of Large Scale Simulation Method for Flow Behavior of Granular Materials Using Cellular Automaton", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **44**, 162-172 (2007)
- 27) Suzuki, Mitsuo and Kanji Matsumoto: "Gravitational flow behavior of granular materials in mass-flow hoppers", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **46**, 738-749 (2009) (in press)
- 28) Smith, G. D.: "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", Oxford University Press (1978)

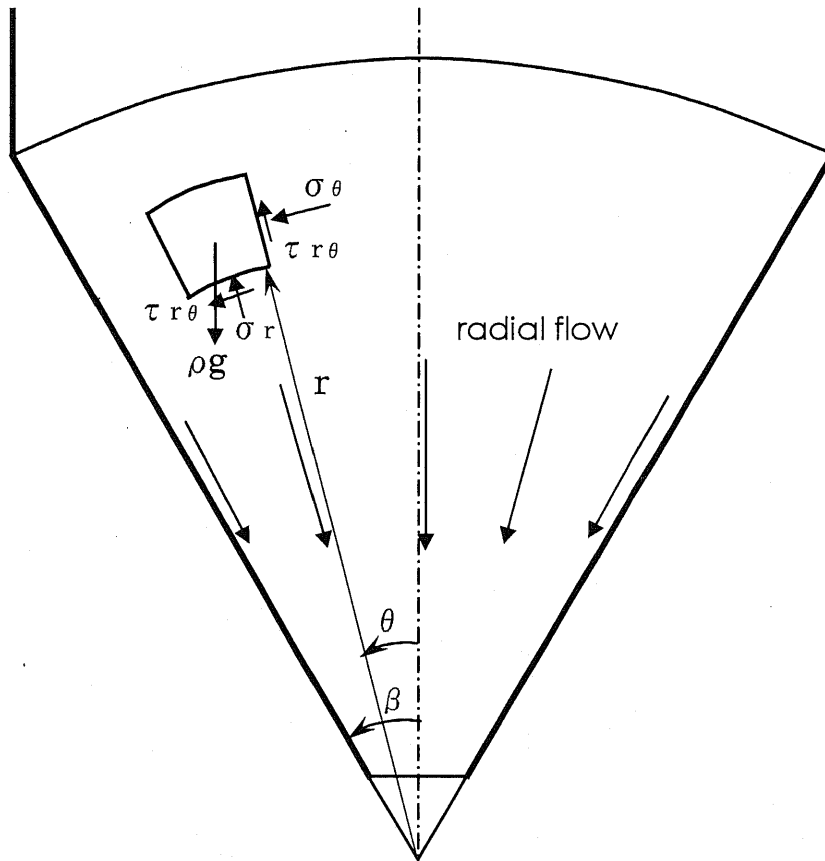
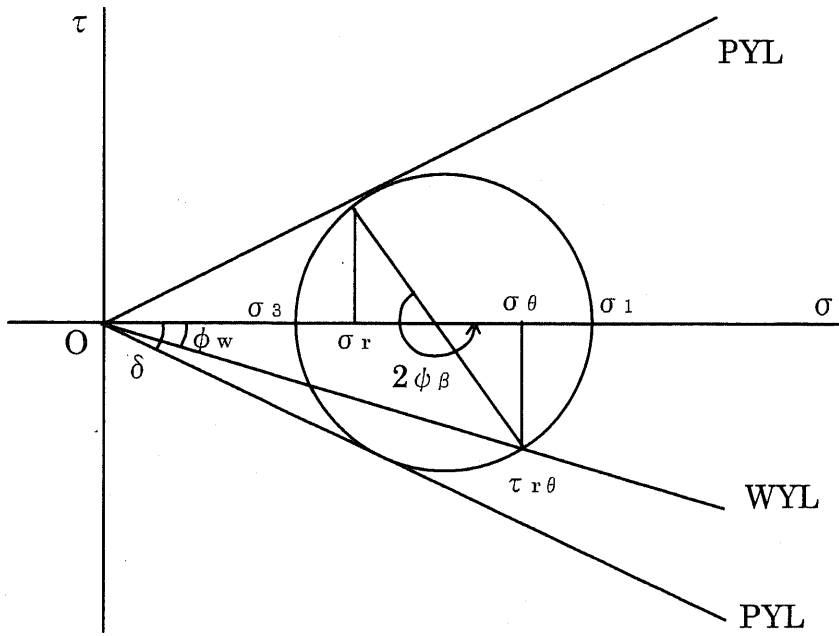


Fig. 2-1 Coordinates used, forces acting on element and flow in a hopper



The figure shows the stress state at the left wall.

Fig.2-4 Stress state at wall

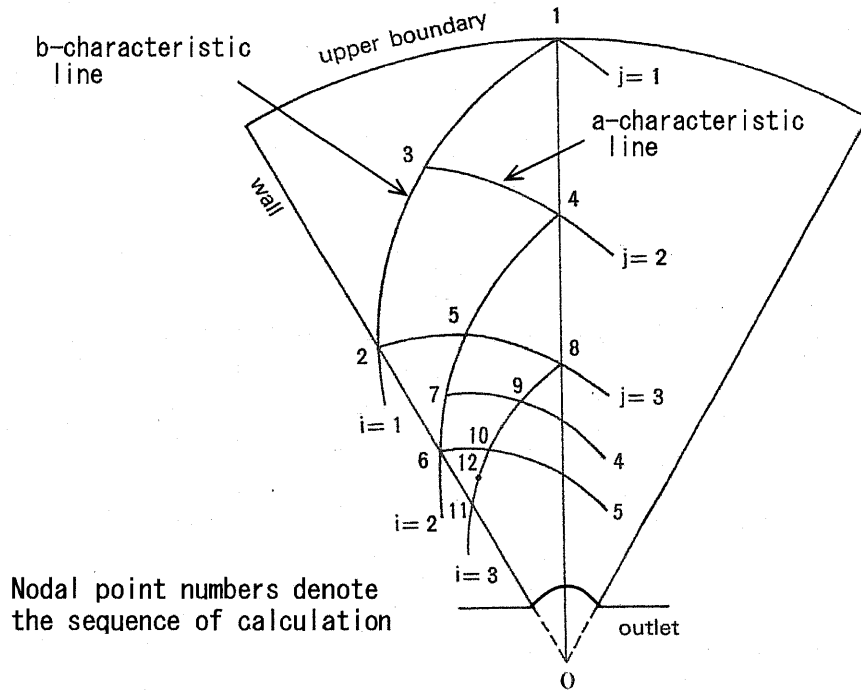


Fig. 2-5 Characteristic lines and sequence of calculation

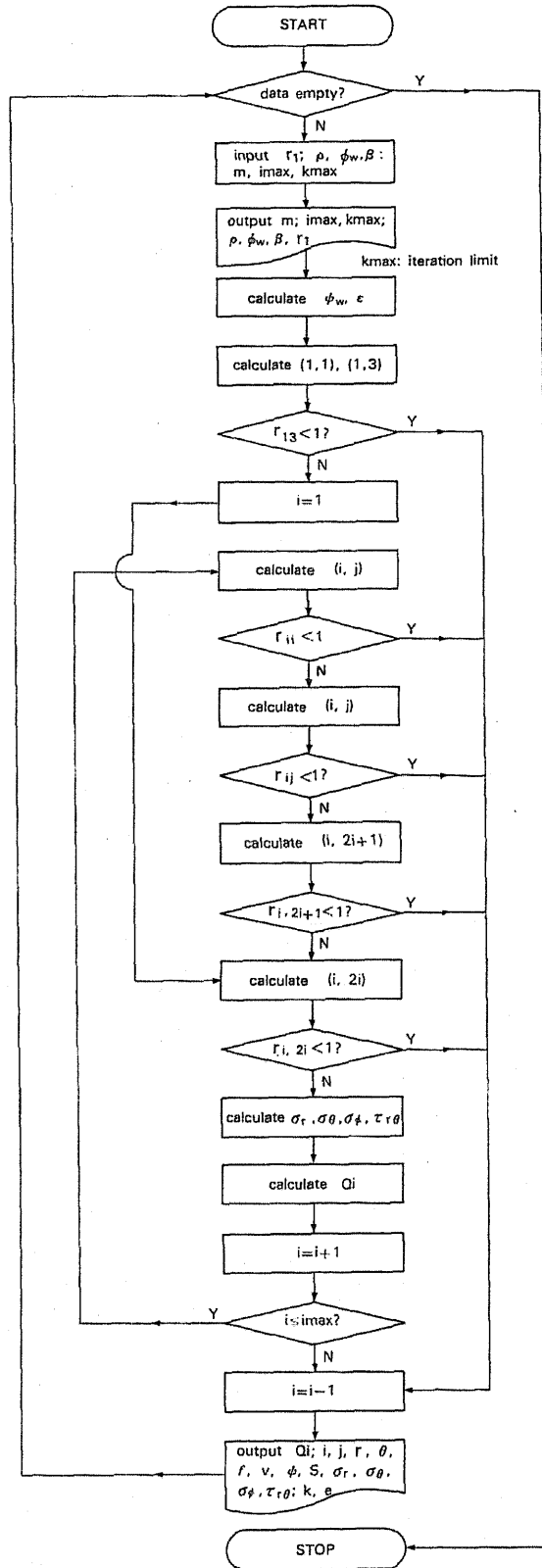


Fig. 2-6 Flow chart of calculation

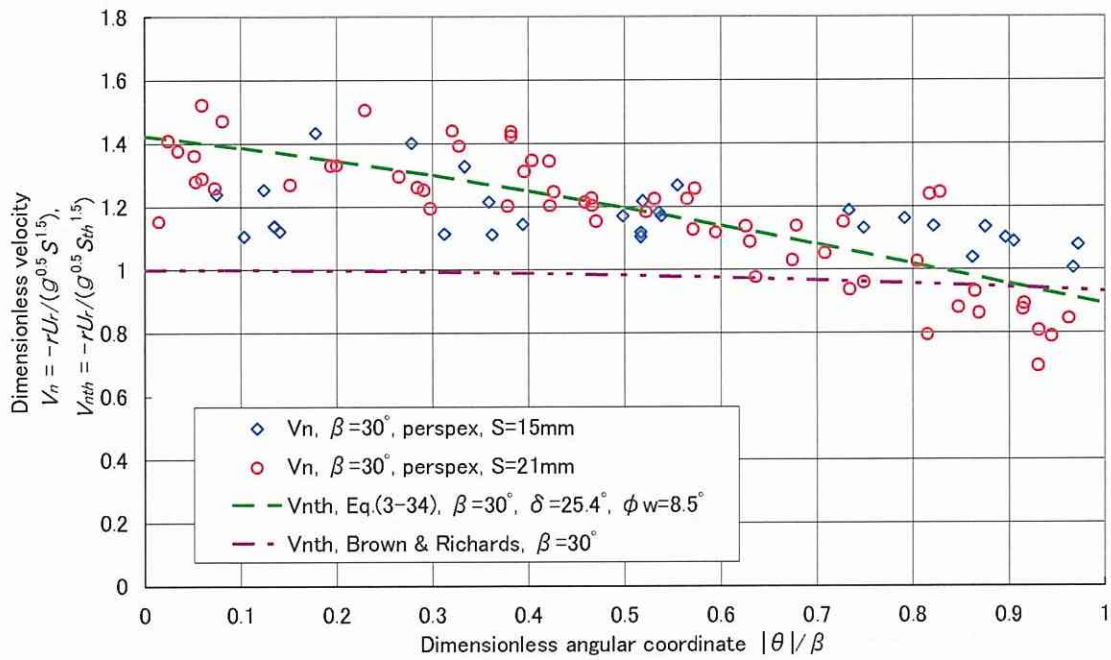


Fig. 2-7 Example of distribution of radial velocity
(wedge-shaped hopper, $\beta = 30^\circ$, perspex wall)

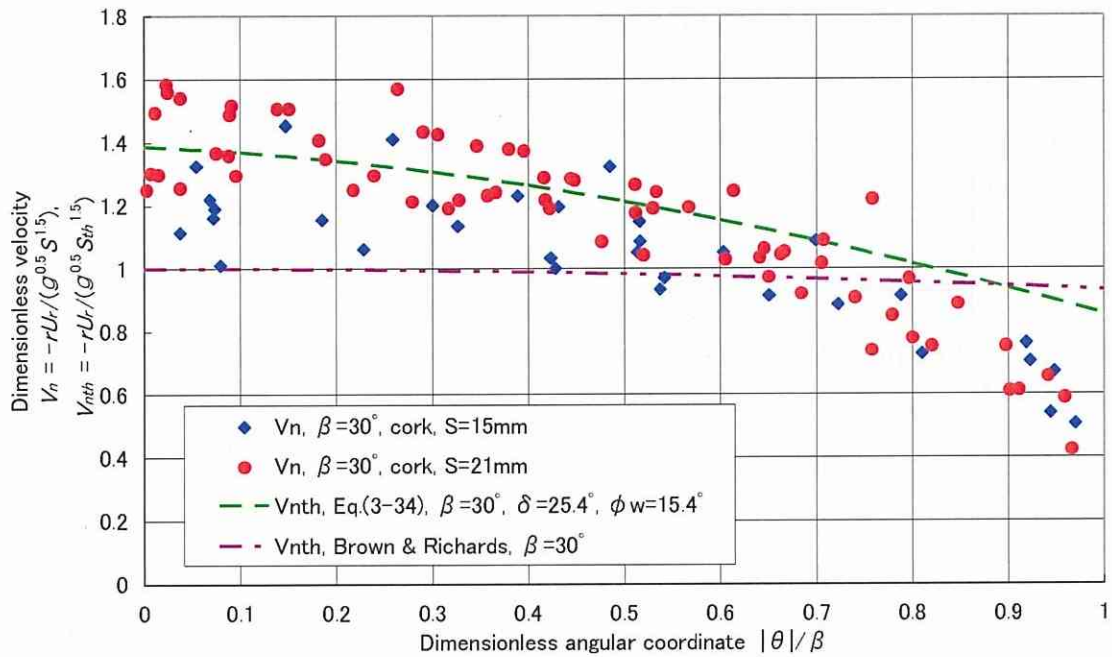


Fig. 2-8 Example of distribution of radial velocity
(wedge-shaped hopper, $\beta = 30^\circ$, cork wall)

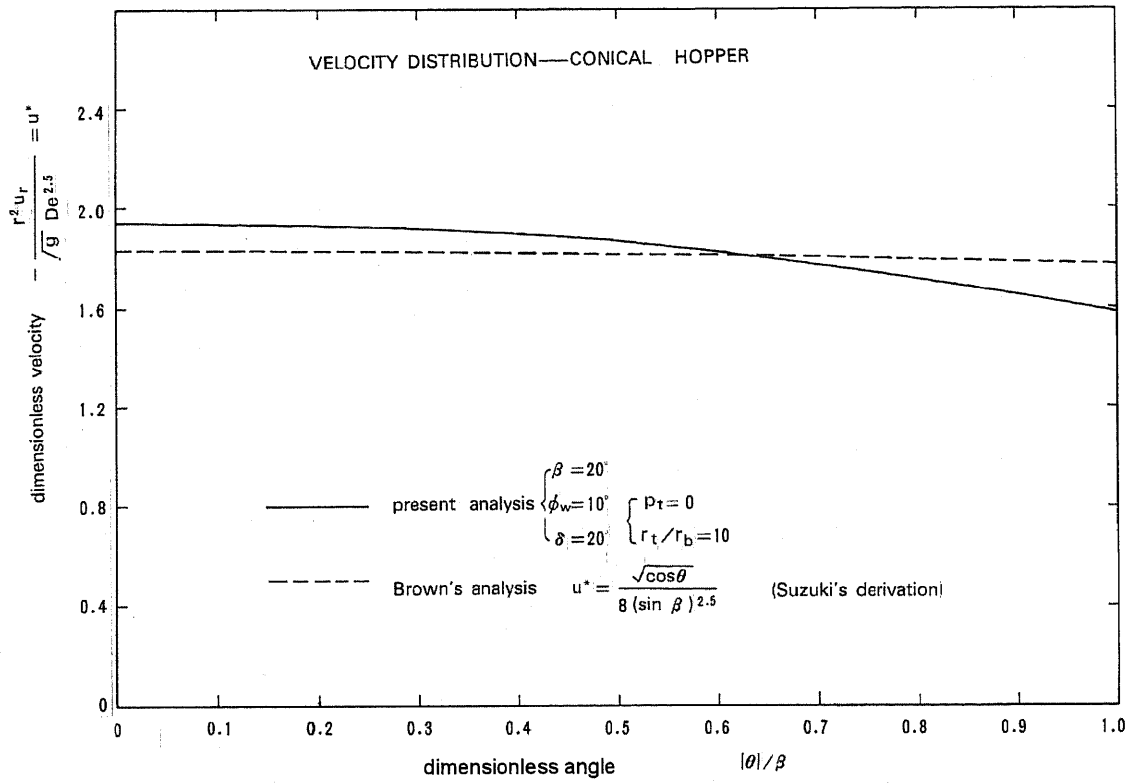


Fig.2-9 Example of distribution of radial velocity
(conical hopper, $\beta = 20^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

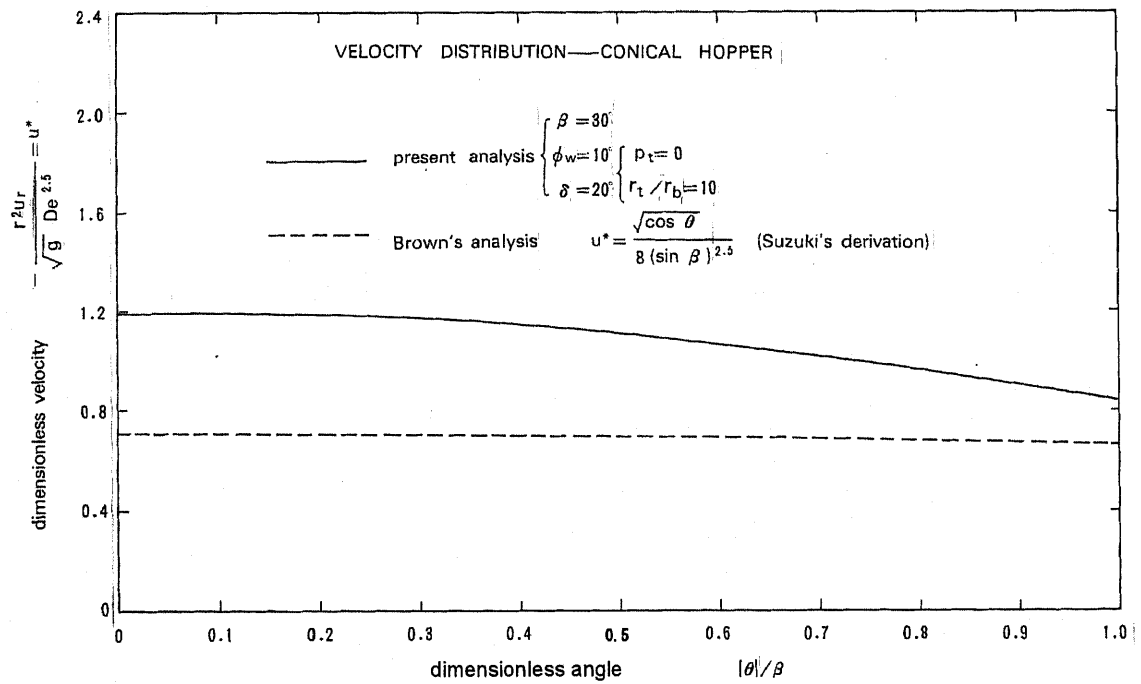


Fig.2-10 Example of distribution of radial velocity
(conical hopper, $\beta = 30^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

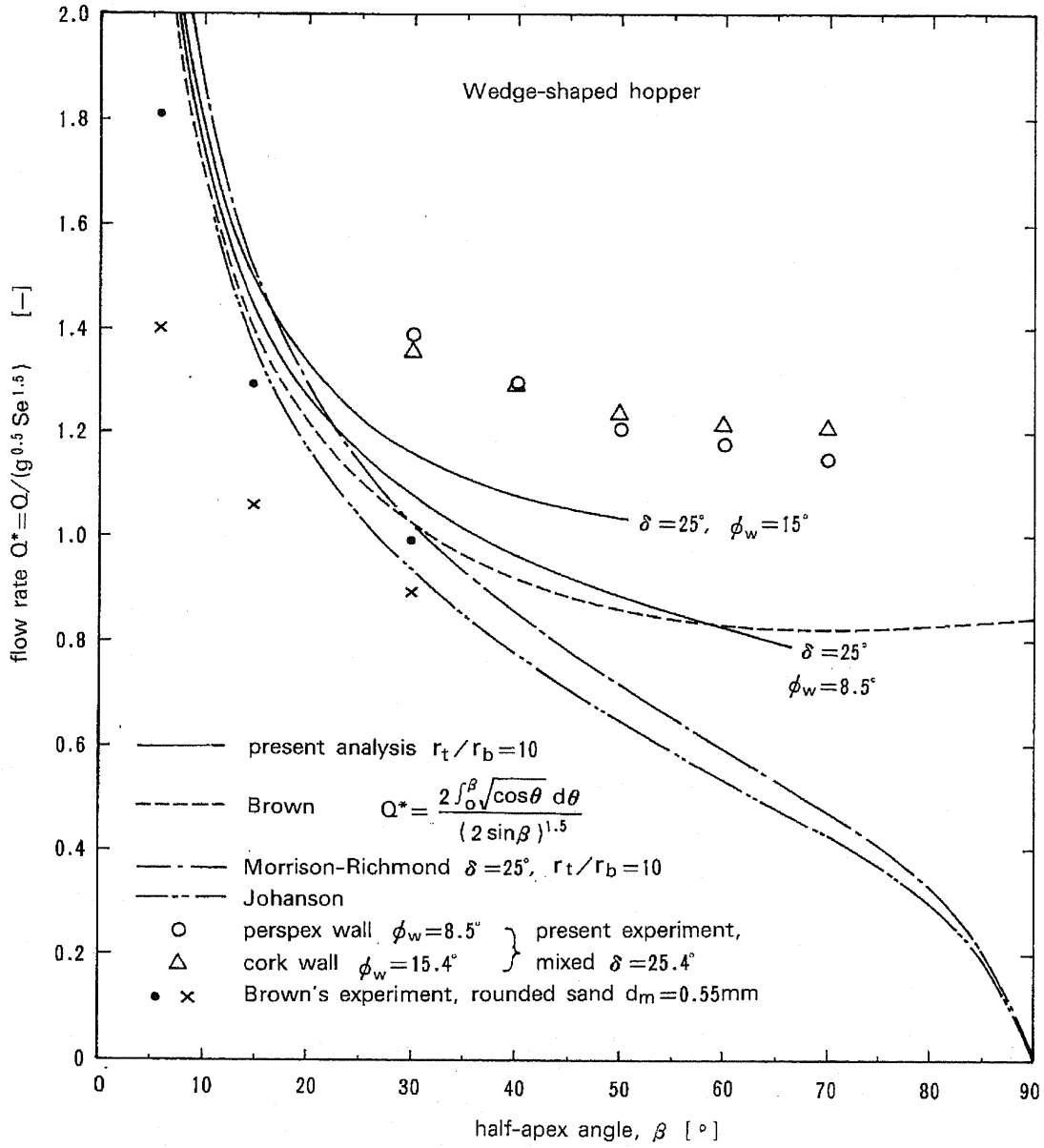


Fig.2-11 Relation between normalized discharge flow rate and half apex angle in wedge-shaped hopper
 (Present analysis is improved later in Chapter 3.)

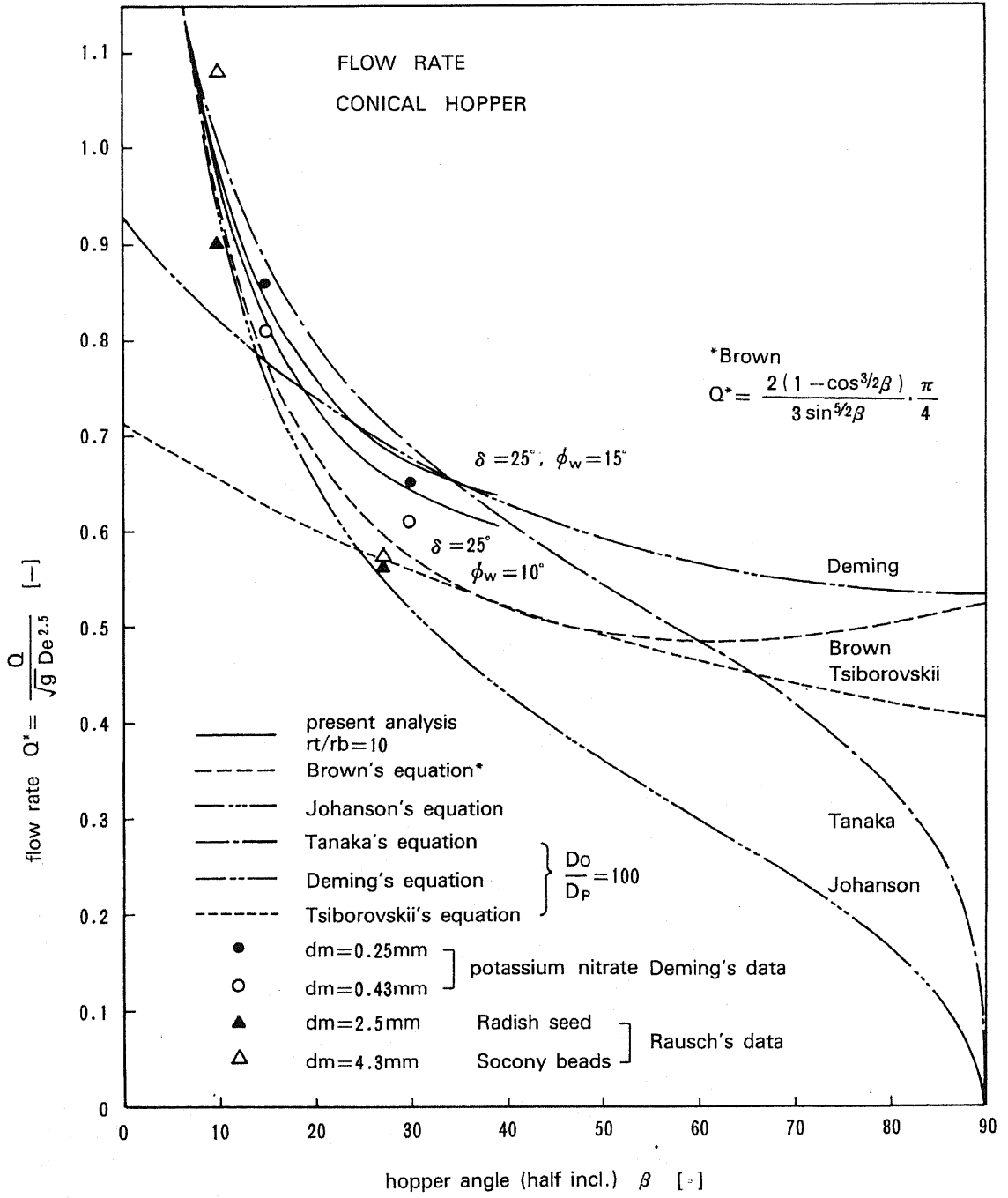


Fig. 2-12 Relation between normalized discharge flow rate and half apex angle in conical hopper

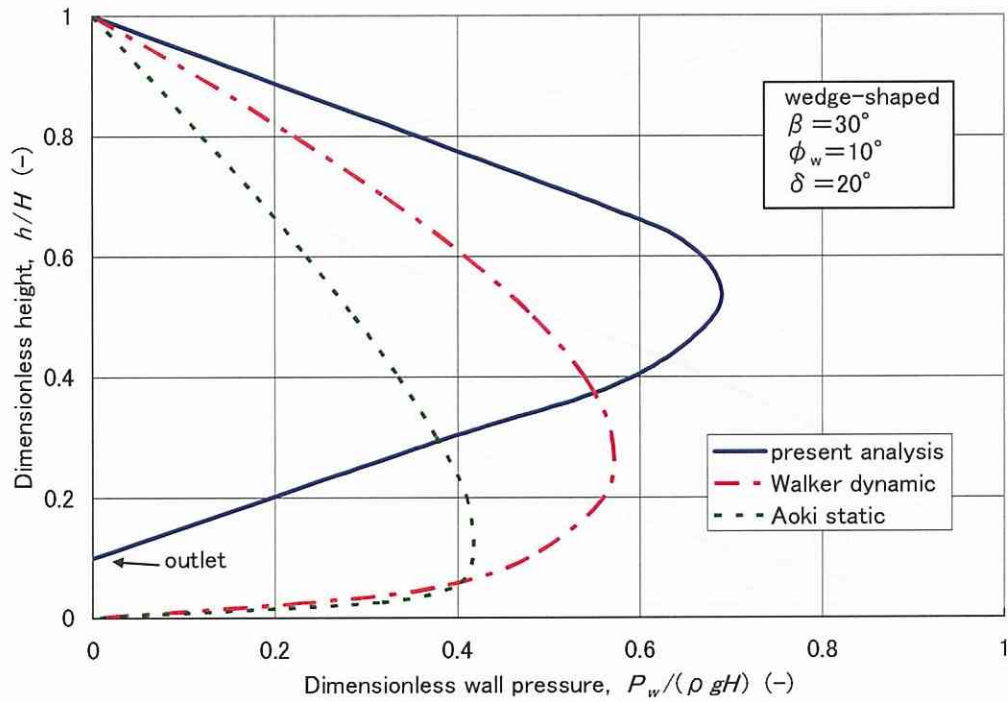


Fig.2-13 Relation between normalized wall pressure and normalized height from apex (wedge-shaped hopper, $\beta = 30^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

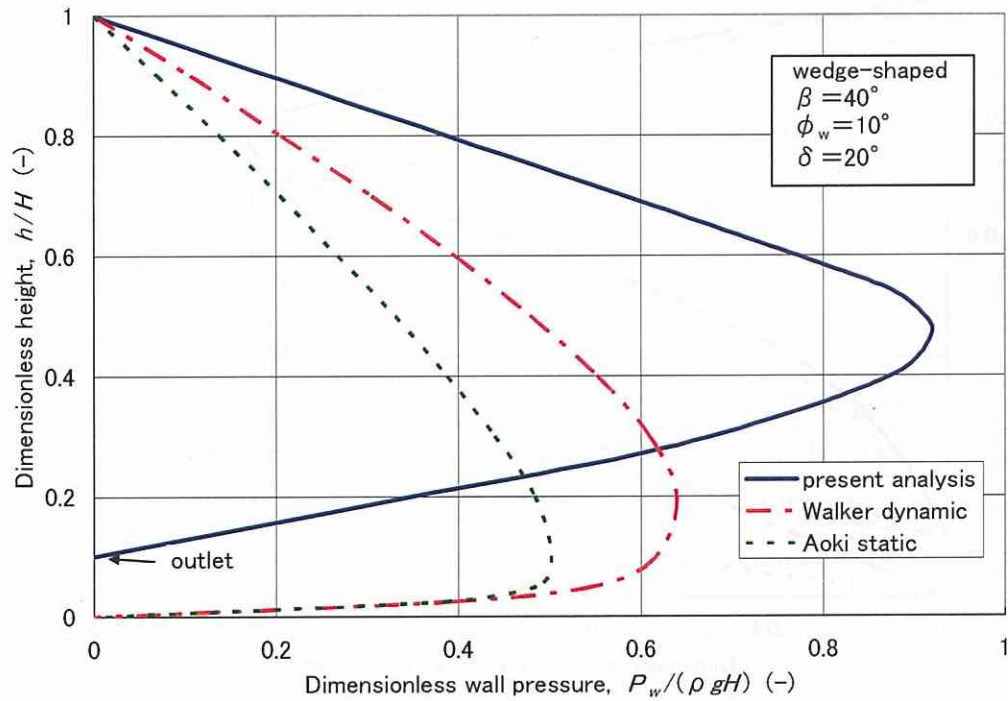


Fig.2-14 Relation between normalized wall pressure and normalized height from apex (wedge-shaped hopper, $\beta = 40^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

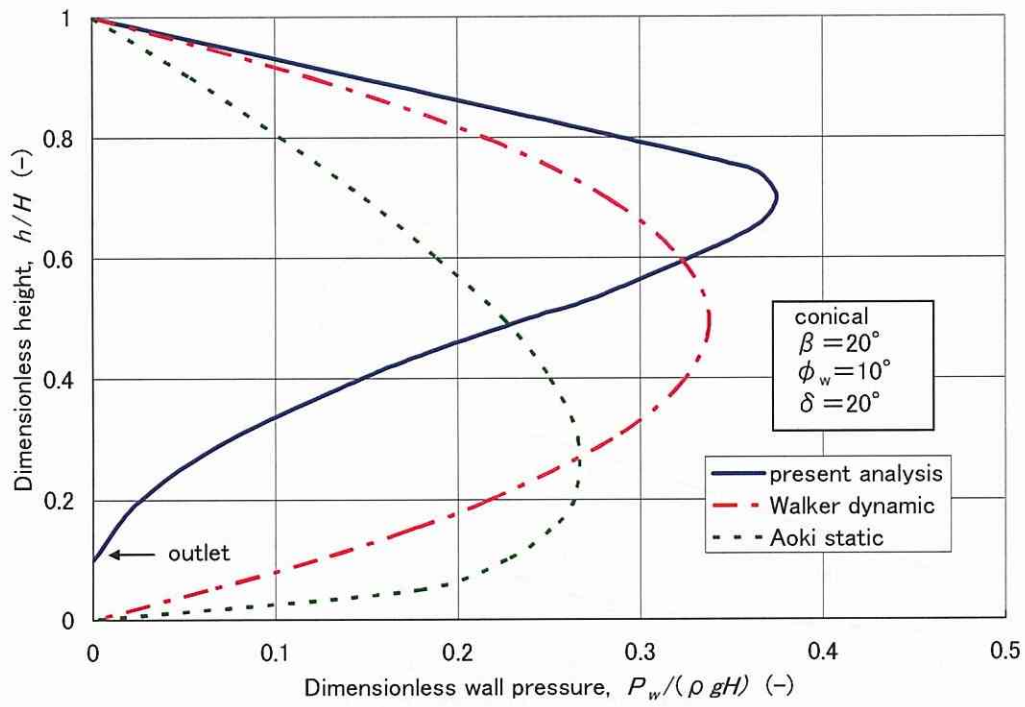


Fig.2-15 Relation between normalized wall pressure and normalized height from apex (conical hopper, $\beta = 20^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

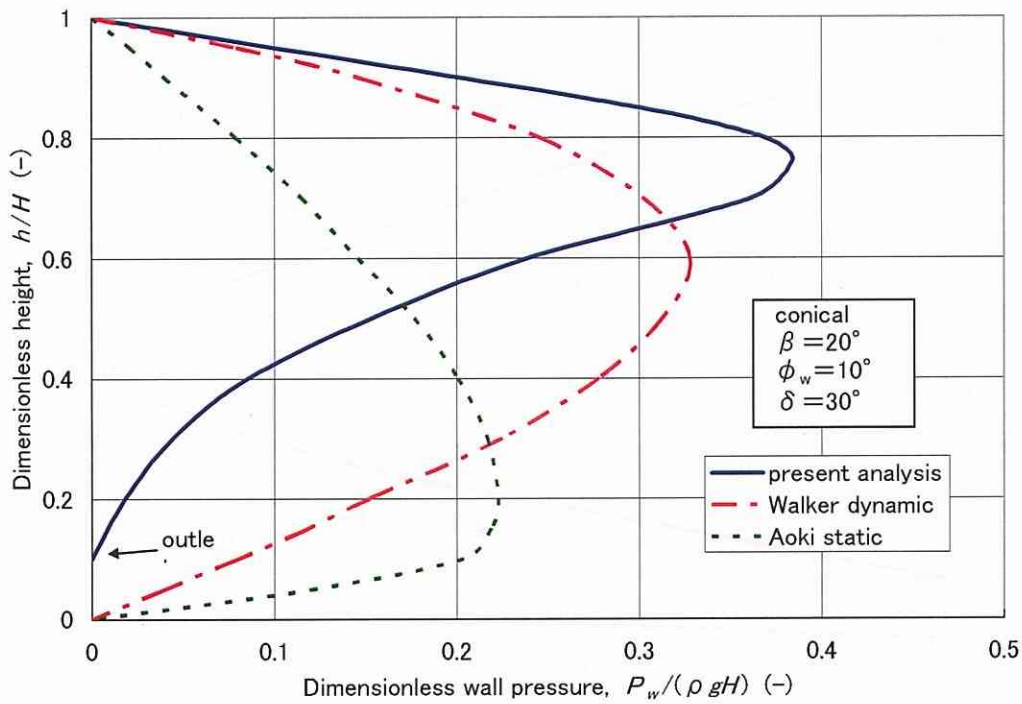


Fig.2-16 Relation between normalized wall pressure and normalized height from apex (conical hopper, $\beta = 20^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 30^\circ$)

第3章 2次元ホッパーにおける粉粒体の流れと応力の実験と理論の検証

3.1 緒言

第2章と第3章で、粉粒体の流動について、連続体モデルの要素の運動を記述する手法を構築している。すなわち、質量保存則、運動方程式、エネルギー保存則を導き、数値計算を行う。この際、慣性項を考慮することには注意が必要である。これは、速度が十分に小さい場合、慣性項を考慮することには注意が必要である。この場合、速度が十分に小さい場合、慣性項を考慮することには注意が必要である。

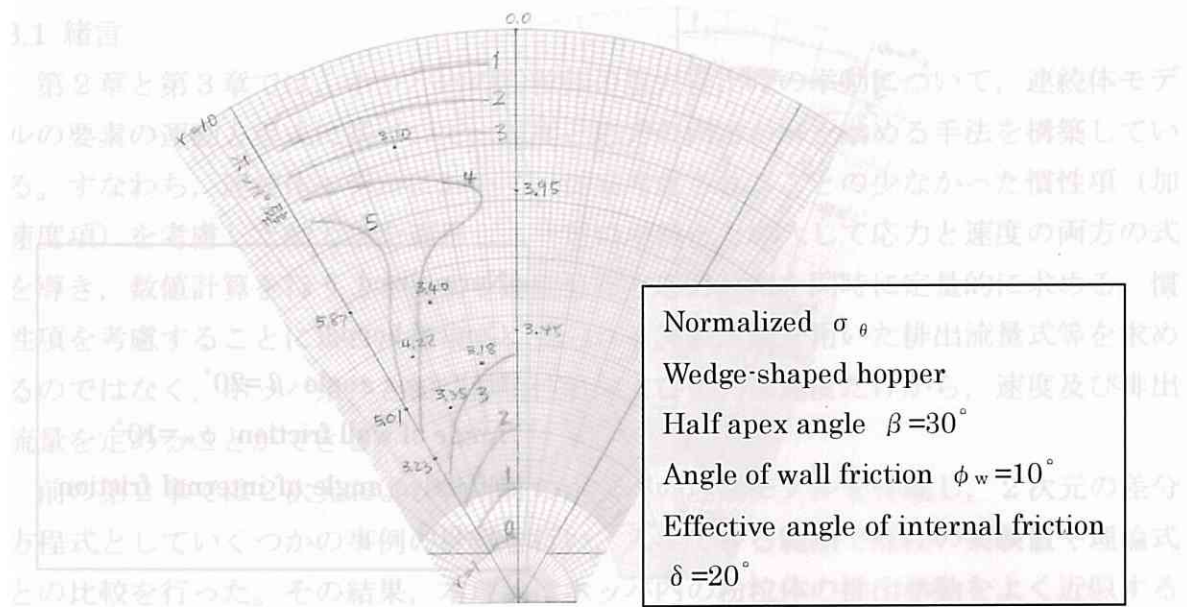


Fig.2-17 Distribution of normalized θ -direction stress in granular material (wedge-shaped hopper, $\beta = 30^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

2次元ホッパーを選んだ理由は、ホッパー形状を自由に変更しやすいので数多く実験条件を試験できる点と、流れの観察に都合がよく、また壁面圧力の測定がしやすい点である。実験装置は2種類の異なる形状のホッパーを用意している。一つは、特別に工夫した形状の2次元流れの実験装置であり、粒子の運動軌跡、速度分布、流量等を測定することができる。もう一つは、一般的な形状のホッパーである。これらの実験結果と理論計算との比較を行い、理論モデルの検証を行う。

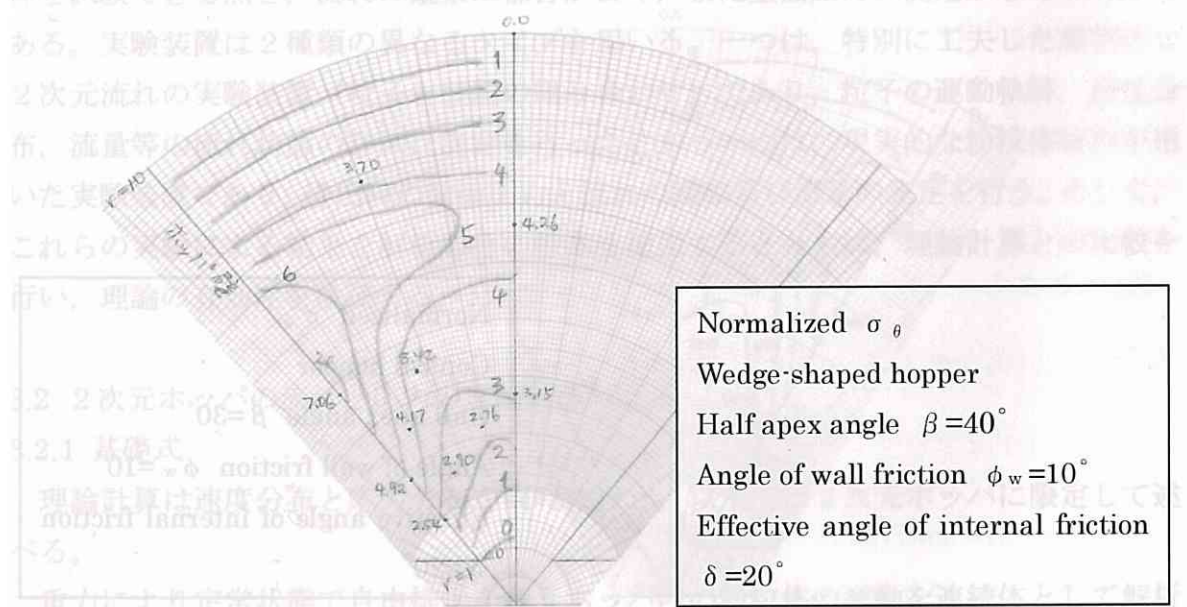


Fig.2-18 Distribution of normalized θ -direction stress in granular material

- 1) かさ密度は一定である。
- 2) 非付着性である。
- 3) Coulomb の降伏条件に従う。

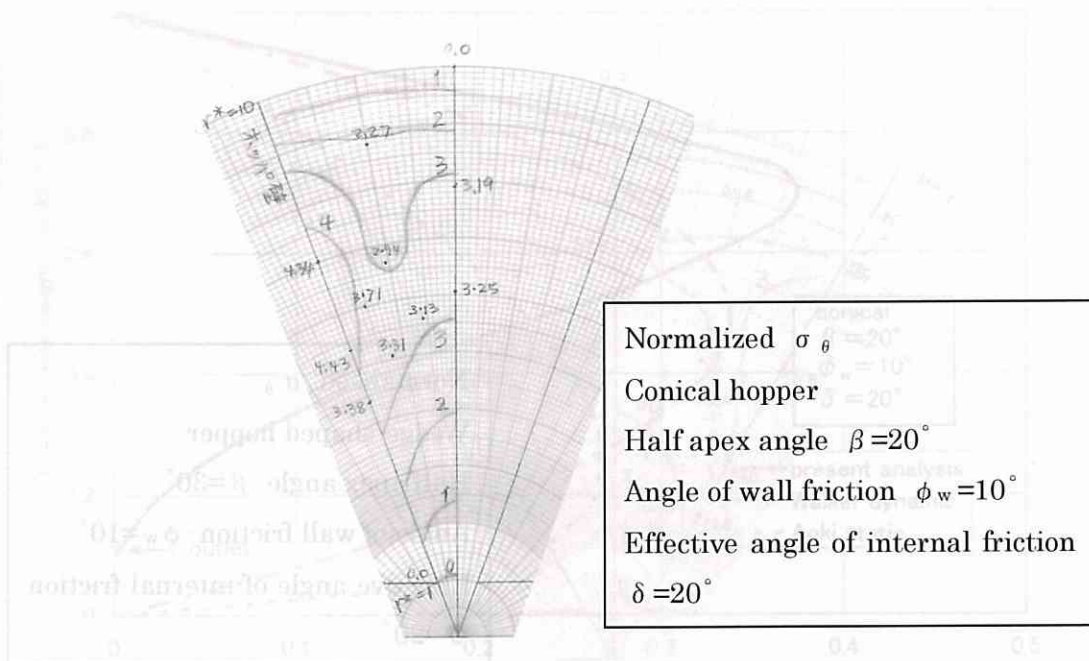


Fig.2-19 Distribution of normalized θ -direction stress in granular material
 (conical hopper, $\beta = 20^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

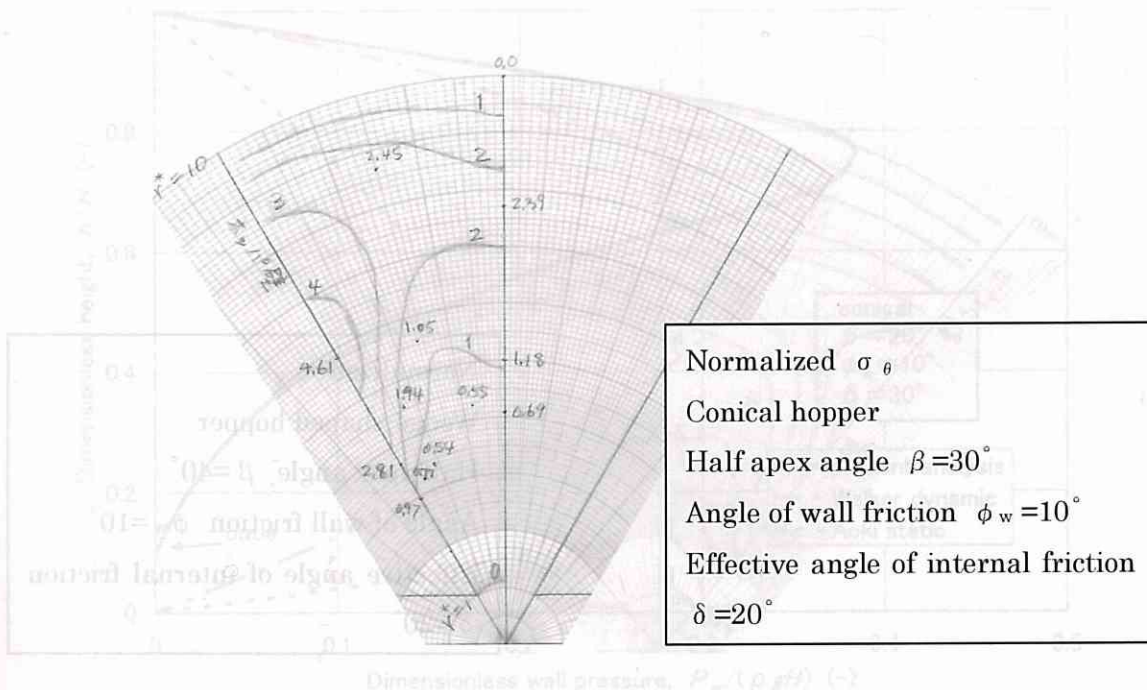


Fig.2-20 Distribution of normalized θ -direction stress in granular material
 (conical hopper, $\beta = 30^\circ$, $\phi_w = 10^\circ$, $\delta = 20^\circ$)

第3章 2次元ホップにおける粉粒体の流れと応力の実験と理論の検証

3.1 緒言

第2章と第3章では、ホップ内の粉粒体の重力排出時の挙動について、連続体モデルの要素の運動方程式に基づいて、速度と応力の両方の解を求める手法を構築している。すなわち、連続体モデルにおいて、従来考慮されることの少なかった慣性項（加速度項）を考慮した動力学を適用し、一定の単純化を導入して応力と速度の両方の式を導き、数値計算を行うことにより速度分布と応力分布を同時に定量的に求める。慣性項を考慮することにより、従来多く見られる実験定数を用いた排出流量式等を求めるのではなく、ホップ条件と粉粒体物性値および重力加速度だけから、速度及び排出流量を定めることができる。

前の第2章では2次元および軸対称のホップの理論モデルを作成し、2次元の差分方程式としていくつかの事例の計算を行い、入手できる範囲で既往の実験値や理論式との比較を行った。その結果、本理論はホップ内の粉粒体の排出挙動をよく近似することができる見通しを得た。

本第3章では、本理論が現実を十分正確にシミュレーションできるかの詳細な検討を行う。そのために、2次元ホップの排出実験を行い、実験と理論の比較を行う¹⁾。2次元ホップを選んだ理由は、ホップ形状を自由に変更しやすいので数多くの実験条件を試験できる点と、流れの観察に都合がよく、また壁面圧力の測定がしやすい点である。実験装置は2種類の異なるタイプを用いる。一つは、特別に工夫した理想的な2次元流れの実験装置（粒子と装置の組み合わせ）であり、粒子の運動軌跡、速度分布、流量等の流れ状態の詳細な測定を行った。もう一つは、現実的な粉粒体材料を用いた実験装置であり、排出時の壁面圧力と流れの観察及び流量の測定を行う。そして、これらの実験による結果を解析しその特徴を把握するとともに、理論計算との比較を行い、理論の有効性を検証する。

3.2 2次元ホップの流れと応力の理論計算

3.2.1 基礎式

理論計算は速度分布と応力分布を同時に扱う。以下では2次元ホップに限定して述べる。

重力により定常状態で自由排出を行うホップ内の粉粒体の挙動を連続体として解析する。座標系は **Fig.3-1** に示す極座標系(r, θ)を用いる。解析に当たって、次の仮定を設けた。

- 1) かさ密度は一定である。
- 2) 非付着性である。
- 3) Coulomb の降伏条件²⁾に従う。

4) Spencer の速度方程式³⁾に従う。

(任意の点の変形は、降伏状態にある2方向の面上の剪断の結果であるという仮定から導かれている)

5) 半径方向流れとする。(すなわち θ 方向速度成分=0。)

6) 主応力方向は θ のみの関数とし r によらないとする。

7) 自由落下アーチが層の下面境界をなす。

(排出口において自由落下アーチより下部では応力は存在せず、粉粒体は自由に落下する。⁴⁾)

基礎式群は以下のようなになる。

(1) 運動方程式

Fig.3-1 の粉粒体の微小要素に働く力の釣り合いから、

$$r \text{ 方向: } \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) + \rho g \cos \theta + \rho \alpha_r = 0 \quad (3-1)$$

$$\theta \text{ 方向: } \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (2\tau_{r\theta}) - \rho g \sin \theta = 0 \quad (3-2)$$

式(3-1)の最後の項は r 方向の慣性力を示す。

(2) 降伏条件

$r-\theta$ 面内の主応力を σ_1, σ_3 ($\sigma_1 > \sigma_3$) とすると、降伏条件における破壊包絡線とモール円は Fig.3-2 のようになり、降伏条件は、

$$\frac{1}{4} (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \tau_{r\theta}^2 = \frac{\sin^2 \delta}{4} (\sigma_r + \sigma_\theta)^2 \quad (3-3)$$

(3) 変数変換

Fig.3-2 から

$$\sigma_c = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \quad (3-4)$$

とおけば、

$$\sigma_r = \sigma_c (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \quad (3-5)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_c (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \quad (3-6)$$

$$\tau_{r\theta} = \sigma_c \sin \delta \sin 2\psi \quad (3-7)$$

さらに仮定1)を用いて、次のように変換する。

$$\sigma_c(r, \theta) = \rho g s(r, \theta) \quad (3-8)$$

また仮定6)から、主応力方向の角度 ψ (Fig.3-3 参照) は、

$$\psi = \psi(\theta) \quad (\theta \text{ だけの関数}) \quad (3-9)$$

(4) 連続の式

連続の条件は,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u_\theta) = 0 \quad (3-10)$$

ここで, 定常の条件 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

非圧縮の条件 $\rho = \text{const.}$

半径方向流れ $u_\theta = 0$

を用いることにより, 式(3-10)は

$$\frac{\partial}{\partial r}(r u_r) = 0 \quad (3-11)$$

ゆえに, r 方向速度 u_r は θ のみの関数 $V(\theta)$ を用いて,

$$u_r = -\frac{V(\theta)}{r} \quad (\text{ただし } V(\theta) > 0) \quad (3-12)$$

加速度は速度の物質導関数であるから,

$$\alpha_r = \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} \quad (3-13)$$

上述の条件(3-12)から,

$$\alpha_r = -\frac{V(\theta)^2}{r^3} \quad (3-14)$$

(5) 速度方程式

速度成分の間の関係について, Spencer は平面ひずみの場合に直角座標系について速度方程式を求めている³⁾。極座標系の場合は, 著者による変換の結果, $r - \theta$ 面における速度方程式は次のように表される。

$$\sin 2\psi \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) - \cos 2\psi \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) - \sin \delta \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - 2 \frac{D\psi}{Dt} \right) = 0 \quad (3-15)$$

速度方程式は, 主応力方向とひずみ速度及び回転速度を関連付けており, 固体や流体の構成方程式に相当する。

式(3-15)は条件 $u_\theta = 0, \partial \psi / \partial t = 0$ により簡単になり,

$$\sin 2\psi \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) - (\cos 2\psi - \sin \delta) \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0 \quad (3-16)$$

ここで式(3-13)を代入すれば,

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{2 \sin 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi} \cdot V \quad (3-17)$$

(6) 自由落下アーチの式

排出口において、自由落下アーチより下部では応力は存在せず、粉粒体は重力により自由に落下するという概念⁴⁾を用いる。しかし、自由落下アーチの形状を応力状態の考察から式で表した例は見当たらない。

ここでは、自由落下アーチ面では圧縮破壊が起こるとし、自由落下アーチは排出口端を通る最大主応力線に一致すると考える (Fig.3-3 (a)参照)。任意の最大主応力線を $r=f(\theta)$ で表すと、幾何学的に

$$\frac{f d\theta}{df} = \tan \psi$$

すなわち、
$$\frac{df}{d\theta} = f \cot \psi \quad (3-18)$$

自由落下アーチの形状は排出口端の境界条件で決まる。

(7) 流量

平面ひずみの場合は面積流量 (単位奥行き当りの体積流量) を Q で表せば、

$$Q = 2 \int_0^\beta (-u_r) \cdot r d\theta = 2 \int_0^\beta V d\theta \quad (\text{対称ホツバ}) \quad (3-19)$$

$$Q = \int_0^\beta (-u_r) \cdot r d\theta = \int_0^\beta V d\theta \quad (\text{片側鉛直ホツバ}) \quad (3-20)$$

(8) 運動方程式の書き換え

運動方程式(3-1)、(3-2) に応力成分の式(3-5)~(3-7)及び (3-9) と加速度の式(3-14)を代入すれば、次式が得られる。

$$r \text{ 方向: } (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial \sigma_c}{\partial r} + \frac{1}{r} \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2\sigma_c \sin \delta \cos 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) + \rho g \cos \theta - \rho \frac{V^2}{r^3} = 0 \quad (3-21)$$

$$\theta \text{ 方向: } \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial \sigma_c}{\partial r} + \frac{1}{r} (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2\sigma_c \sin \delta \sin 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) - \rho g \sin \theta = 0 \quad (3-22)$$

さらに、式(3-8)を代入すれば、正規化した次式が得られる。

$$r \text{ 方向: } (1 + \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{r} \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial s}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2s \sin \delta \cos 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) + \cos \theta - \frac{1}{g} \cdot \frac{V^2}{r^3} = 0 \quad (3-23)$$

$$\theta \text{ 方向: } \sin \delta \sin 2\psi \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{r} (1 - \sin \delta \cos 2\psi) \frac{\partial s}{\partial \theta} + \frac{1}{r} 2s \sin \delta \sin 2\psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + 1 \right) - \sin \theta = 0 \quad (3-24)$$

式(3-23)と(3-24)は2つの関数 s, ψ (独立変数 r, θ) に関する1次偏微分方程式系であり、この系は双曲線型である。

3.2.2 特性線と差分方程式

(1) 特性線の計算

速度の式(3-17), 自由落下アーチの式(3-18)と運動方程式(3-23), (3-24)の微分方程式の組を解けば, 速度分布と応力分布が得られる。式(3-23), (3-24)の系は双曲線型であるので, 特性線の方法を用いることができる。モール円から

$$2\varepsilon = \pi/2 - \delta \quad (3-25)$$

を用いれば, 次の特性線を表す式(3-26)と特性線に沿って成り立つ応力成分と速度成分の式(3-27)が得られる⁵⁾。

$$\frac{dr}{d\theta} = r \cot(\psi \mp \varepsilon) \quad (\text{復号は a, b 各特性線に対応する。}) \quad (3-26)$$

$$ds \mp 2s \tan \delta (d\psi + d\theta) = - \left\{ \frac{\cos(\theta \mp \delta)}{\cos \delta} - \frac{v^2}{gr^3} \right\} dr + \left\{ \frac{r \sin(\theta \mp \delta)}{\cos \delta} \pm \tan \delta \frac{v^2}{gr^2} \right\} d\theta \quad (3-27)$$

式(3-26)から, 特性線はすべり線に一致する。(Fig. 3-3 (b) 参照。)

(2) 差分方程式

常微分方程式の系である式(3-17), (3-18), (3-26)及び(3-27)を, a 及び b 特性線に沿った差分方程式に変換したうえで, 境界条件で与えた節点の位置($r; \theta$)及び関数值(v, f, ϕ 及び s)から特性線に沿って順次, 次の節点の位置及び関数值を計算して行くことができる (Fig. 3-4 参照)。

このとき, 速度関数 V と自由落下アーチ径 f については, 主応力方向 ψ の θ 方向分布に単純化した仮定を設けることにより, 解析解を利用することができる。以下にその方法を示す。

3.2.3 対称ホップの流れの解析解

(1) 境界条件

対称ホップの場合, ホップの左半分に対して, $\theta = 0$ (中心線) および $\theta = \beta$ (壁面) において主応力方向に関する境界条件が与えられ, $r = f$ (自由落下アーチ面) および $r = r_t$ (上部境界) で応力の大きさに関する境界条件が与えられる。これらと運動方程式(3-21), (3-22)から, 中心線上及び壁面上で速度の境界条件が定まる。

$$(i) \text{ 中心線上 } (\theta = 0) \text{ で, } \psi_0 = \pi/2 \quad (3-25)$$

$$V_0 = g^{0.5} f_0^{1.5} \quad (3-26)$$

$$(ii) \text{ 壁面上 } (\theta = \beta) \text{ で, } \tan \phi_w = \tau_{r\theta} / \sigma_\theta \text{ の関係 (Fig. 3-5 参照) から,}$$

$$\psi_\beta = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \left\{ \phi_w + \sin^{-1} \left(\frac{\sin \phi_w}{\sin \delta} \right) \right\} \quad (3-27)$$

$$V_{\beta} = \frac{g^{0.5} S^{1.5}}{(2 \sin \beta)^{1.5}} \left\{ \frac{\cos \beta - \sin \delta \cos(\beta + 2\psi_{\beta})}{1 - \sin \delta \cos(2\psi_{\beta})} \right\}^{0.5} \quad (3-28)$$

(2) 近似式による解析解

ここで主応力方向 ψ を θ の 1 次関数と見なすことは無理のない近似と考えられる。すなわち、次のように仮定する。

$$\psi = \psi_0 + (\psi_{\beta} - \psi_0) \cdot \theta / \beta \quad (3-29)$$

この場合、速度関数を解析的に求めることができる。

中心線の境界条件から決まる無次元速度分布 V_{cn} は、中心線上の V を V_0 とすれば、式(3-17)から、

$$V_{0n} = \frac{V_0}{g^{0.5} S^{1.5}} = \frac{1}{(2 \sin \beta)^{1.5}} \cdot \left\{ \frac{1}{\cos(\psi_{\beta} - \pi/2)} \right\}^{\left(\frac{1.5\beta}{\psi_{\beta} - \pi/2} \right)} \quad (3-30)$$

$$V_{cn} = \frac{V_c}{g^{0.5} S^{1.5}} = V_{0n} \cdot \left[\frac{\sin \delta + \cos\{(2\psi_{\beta} - \pi)\theta / \beta\}}{\sin \delta + 1} \right]^{\left(\frac{\beta}{\psi_{\beta} - \pi/2} \right)} \quad (3-31)$$

また、壁面の境界条件から決まる無次元速度分布 V_{wn} は、壁面上の V を V_{β} とすれば、式(3-17)から、

$$V_{\beta n} = \frac{V_{\beta}}{g^{0.5} S^{1.5}} = \frac{1}{(2 \sin \beta)^{1.5}} \left\{ \frac{\cos \beta - \sin \delta \cos(\beta + 2\psi_{\beta})}{1 - \sin \delta \cos(2\psi_{\beta})} \right\}^{0.5} \quad (3-32)$$

$$V_{wn} = \frac{V_w}{g^{0.5} S^{1.5}} = V_{\beta n} \left[\frac{\sin \delta + \cos\{(2\psi_{\beta} - \pi)\theta / \beta\}}{\sin \delta + \cos(2\psi_{\beta} - \pi)} \right]^{\left(\frac{\beta}{\psi_{\beta} - \pi/2} \right)} \quad (3-33)$$

求める無次元速度分布 V_n は、 V_{cn} と V_{wn} の加重平均を取り、次式とする。

$$V_n = V_{cn}(1 - \theta / \beta) + V_{wn}(\theta / \beta) \quad (3-34)$$

さらに、無次元の流量 Q_{nth} は、式(3-19)から、

$$Q_{nth} = \frac{Q}{g^{0.5} S^{1.5}} = 2 \int_0^{\beta} V_n d\theta \quad (3-35)$$

式(3-35)は Simpson の方法などにより数値積分を行う。

また、自由落下アーチの形状は、式(3-18)から、

$$f = \frac{S}{2 \sin \beta} \left[\frac{\cos\{(\psi_{\beta} - \pi/2) \cdot \theta / \beta\}}{\cos(\psi_{\beta} - \pi/2)} \right]^{\left(\frac{\beta}{\psi_{\beta} - \pi/2} \right)} \quad (3-36)$$

3.2.4 片側鉛直ホッパの流れの解析解

計算の便宜上、右側壁を鉛直壁、左側壁を傾斜壁とする。

一般の非対称2次元ホッパについて第2章で論じたことを適用する。

(1) 境界条件

(i) 鉛直壁 (右側) において,

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \left(\phi_w + \sin^{-1} \frac{\sin \phi_w}{\sin \delta} \right) \quad (3-37)$$

(ii) 傾斜壁 (左側) において,

$$\psi_\beta = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \left(\phi_w + \sin^{-1} \frac{\sin \phi_w}{\sin \delta} \right) \quad (3-38)$$

(iii) 下面 (自由落下アーチ面 $r=f$) で, $\sigma_c = 0$ (3-39)

(iv) 上面 ($r=r_t$) で, $\sigma_c = \sigma_{at}$ (上部応力) (3-40)

さらに、自由落下アーチ面上の両端で

$$\text{鉛直壁上で } \left(\frac{\partial \sigma_c}{\partial r} \right)_{\substack{r=f_0 \\ \theta=0}} = 0 \quad (3-41), \text{ および}$$

$$\text{傾斜壁上で } \left(\frac{\partial \sigma_c}{\partial r} \right)_{\substack{r=f_\beta \\ \theta=\beta}} = 0 \quad (3-42)$$

を仮定する。

(2) 主応力方向の近似

座標 $\theta = 0 \sim \beta$ の間に主応力方向 ψ が $\psi_0 \sim \psi_\beta$ 変化するが、これを線形に変化すると見なす。

$$\psi = \psi_0 + (\psi_\beta - \psi_0) \cdot \theta / \beta \quad (3-43)$$

$$\therefore d\psi = \frac{\psi_\beta - \psi_0}{\beta} d\theta \quad (3-44)$$

(3) 速度関数の積分

速度関数 V の式

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{2 \sin 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi} \cdot V \quad (3-45)$$

に、式(3-35)を用いて積分を行えば、

$$V = C (\sin \delta - \cos 2\psi)^{\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0}} \quad (\text{ただし, } C: \text{定数}) \quad (3-46)$$

ここで、境界条件から定数 C を求める。

(i) 傾斜壁における境界条件を用いる場合：

式(3-37)の C は

$$C = \frac{V_w}{(\sin \delta - \cos 2\psi_\beta)^{\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0}}} \quad (3-47)$$

V_w は以下のように求める。境界条件の式(3-42)の仮定のもとに、運動方程式(3-21), (3-22)に、 $\theta = \beta$, $\psi = \psi_\beta$, $r = f_\beta$, $\sigma_0 = 0$ を代入すると、

$$\left(\frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} \right)_{\substack{r=f_\beta \\ \theta=\beta}} = \frac{\rho g f_\beta \sin \beta}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_\beta} \quad (3-48)$$

および、

$$V_w = \left\{ g f_\beta^3 \cdot \frac{\cos \beta - \sin \delta \cos(\beta + 2\psi_\beta)}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_\beta} \right\}^{1/2} \quad (3-49)$$

が得られる。 f_β は排出口端部における r であるから、

$$f_\beta = \frac{S'}{\sin \beta} \quad (3-50)$$

したがって、

$$V_w = \left\{ g \left(\frac{S'}{\sin \beta} \right)^3 \cdot \frac{\cos \beta - \sin \delta \cos(\beta + 2\psi_\beta)}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_\beta} \right\}^{1/2} \quad (3-51)$$

ゆえに

$$V = g^{0.5} \left(\frac{S'}{\sin \beta} \right)^{1.5} \left(\frac{\cos \beta - \sin \delta \cos(\beta + 2\psi_\beta)}{1 - \sin \delta \cos 2\psi_\beta} \right)^{0.5} \left(\frac{\sin \delta - \cos 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi_\beta} \right)^{\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0}} \quad (3-52)$$

(ii) 鉛直壁における境界条件を用いる場合：

鉛直壁側では自由落下アーチ端の r と開口端の r は必ずしも一致しないと考えられるので、始めに自由落下アーチの形状を決定する。

自由落下アーチの式

$$\frac{df}{d\theta} = f \cot \psi \quad (3-53)$$

に、式(3-8)を用いて積分を行い、 $\theta = \beta$ の境界条件から、

$$f = f_\beta \left(\frac{\sin \psi}{\sin \psi_\beta} \right)^{\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0}} \quad (3-54)$$

ここで、式(3-14)から

$$f = \frac{S'}{\sin \beta} \left(\frac{\sin \psi}{\sin \psi_\beta} \right)^{\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0}} \quad (3-55)$$

さて、式(3-10)の定数 C は、鉛直壁側の条件から

$$C = \frac{V_0}{(\sin \delta - \cos 2\psi_0)^{\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0}}} \quad (3-56)$$

V_0 は以下のように求める。境界条件の式(3-41)の仮定の下に、運動方程式(3-21)、(3-22)に、 $\theta = 0$ 、 $\psi = \psi_0$ 、 $r = f_0$ 、 $\sigma_c = 0$ を代入すると、

$$\left(\frac{\partial \sigma_c}{\partial \theta} \right)_{\theta=0} = 0 \quad (3-57) \quad \text{および}$$

$$V_0 = (g f_0^3)^{1/2} \quad (3-58)$$

が得られる。

$$V = V_0 \left(\frac{\sin \delta - \cos 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi_0} \right)^{\left(\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0} \right)} \quad (3-59)$$

$$V = g^{1/2} f_0^{3/2} \left(\frac{\sin \delta - \cos 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi_0} \right)^{\left(\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0} \right)} \quad (3-60)$$

ここで、 f_0 は鉛直壁の条件からは決まらないので、左壁から求めた f の式を $\theta = 0$ まです延長すれば、

$$f_0 = \frac{S'}{\sin \beta} \quad (3-61)$$

となるのをを用いる。したがって、

$$V = g^{1/2} \left(\frac{S'}{\sin \beta} \right)^{3/2} \left(\frac{\sin \delta - \cos 2\psi}{\sin \delta - \cos 2\psi_0} \right)^{\left(\frac{\beta}{\psi_\beta - \psi_0} \right)} \quad (3-62)$$

両側の壁面の境界条件から二とおりの速度関数を求めたが、これらは必ずしも一致しない。したがって、両者の加重平均を採用することとする。すなわち、右側壁の条件から求めた V を V_R 、左壁の条件から求めた V を V_L とすると、加重平均の V は

$$V = V_R (1 - \theta / \beta) + V_L (\theta / \beta) \quad (3-63)$$

さらに、無次元の流量 Q_{nth} は、式(3-20)から、

$$Q_{nth} = \frac{Q}{g^{0.5} S'^{1.5}} = \int_0^\beta V d\theta \quad (3-64)$$

式(3-64)は Simpson の方法などにより数値積分を行う。

3.3 円柱粒子を用いた実験装置と実験方法

3.3.1 実験装置及び使用粒子

実験装置は **Fig.3-6** に示す構造の 2 次元ホップと円柱形粒子を用いた。通常の 2 次元実験では観察面である前後端面で壁面摩擦の影響があり、真の 2 次元流れにならず、観察面での測定値は断面の代表値にならない。本実験ではこの欠点を取り除くため、模型粉粒体材料として柱状粒子群を用いた。すなわち、長さ一様な円柱粒子群で、粒子の軸方向は観察面に垂直であり、ホップ奥行きは粒子長よりわずかに余裕を持たせることにより観察面での摩擦をなくした。ホップの正面は内部を観察するため透明アクリル製である。実際に用いた円柱粒子はニードルベアリング用のニードルである。単一粒径の場合は、粒子群を充填したとき規則配列をするため、実際の粉粒体とは異なる充填構造と流れパターンになる。したがって、本論文では主として異なる直径の円柱粒子を混合して用いた実験（非一様粒子系）について述べる。粒子層（2mm 径と 3mm 径の混合物）の諸特性を **Table 3-1** に示す。

3.3.2 実験方法

排出実験の条件として、非一様粒子系と一様粒子系の両者について、壁面摩擦角、排出口径およびホップ角を実験因子として設定した。これらの因子と実験条件（48 の組合せ）を **Table 3-2** に示す。ビン幅と排出口径の比はすべて 10 とした。

粒子の軸方向を観察面に垂直な方向に制御しながら投入・充填を行った。排出中も粒子の軸方向は観察面に垂直に保たれる。流れはホップ傾斜の緩い条件でファネルフローに近い場合があるが、ほとんどの場合にマスフローであり、粒子群は静止領域を形成せずに流出する。ホップ排出中に全粒子群の運動を連続写真（0.24 秒間隔）に記録する。このとき時刻（0.01 秒単位、誤差 0.1% 以下）も同時に記録する。**Fig.3-7** と **Fig.3-8** に、それぞれ非一様粒子系と一様粒子系の記録画像の例（排出開始直後）を示す。個数計数の基準とする下部の帯状領域と流れを追跡するため全体に配置されたトレーサ粒子が着色されているのが見える。

各測定項目の測定方法は次のとおりである。

(1) 粒子軌跡

移動する粒子の位置がわかるように、端面を着色したトレーサ粒子をホップ全面に一定の間隔（高さ方向に 25mm 間隔、幅方向に 30mm 間隔）で配置した（**Fig.3-7**、**Fig.3-8** 参照）。連続写真上でデジタイザ（座標読取り装置）を用いて、各時刻のトレーサ粒子の座標を読み取り、これらを連結して粒子の軌跡を求めた。

(2) 速度分布

粒子軌跡の測定から、ホップ部では各粒子はほぼ半径方向流れ（すなわちホップの仮想頂点に向かう流れ）を生じていることが確認された（**Fig.3-1** 参照）。半径方向流れに基づき、各トレーサ粒子の極座標(r, θ)の時間 t に伴う変化から、半径方向速度の

θ 座標に関する分布を求めた。

(3) 流量

流出開始直後と流出終了直前のホッパ内の粒子の個数と時刻を写真上で読み取ることにより、流出した個数と流出に要した時間から平均個数流量を求めた。次に充填密度 (= 1 - 空間率) を用いて面積流量 (単位奥行き当りの体積流量) に換算した。充填密度はホッパ部を形成する扇形部の一定の測定領域内に存在する粒子の面積 (投影面積) を写真上で測定し、粒子面積と領域面積との比から求めた。なお、本測定の測定領域は、排出口の真上で、排出口と同じ幅を持ち、ホッパ部を形成する扇形の高さ (すなわち、排出口の円弧の 10 倍の高さ) を持つ矩形の領域とした。

3.4 円柱粒子を用いた実験の結果と考察

3.4.1 粒子軌跡

(1) 非一様粒子系

ホッパ部を形成する扇型領域内の粒子軌跡を求めた結果の例 (排出口径 $S=21\text{mm}$, ホッパ半頂角 $\beta=30, 40, 50^\circ$; 壁面材料=アクリル, コルク) を **Fig.3-9~11** に示す。各折れ線が各トレーサ粒子の軌跡である。これらの図では縦軸に極座標系の無次元 r 座標, 横軸に無次元 θ 座標を取ってあるので, 縦軸に平行な線は半径方向, すなわちホッパの頂点に向かう方向を意味する。図から, 粒子群は一部の粒子を除き, ほぼ半径方向流れのマスフローであることがわかる。これは, ホッパ半頂角がさらに大きい場合と, 排出口径 S が 15mm と 30mm の場合もほぼ同様であるが, コルク壁でホッパ半頂角 50° 以上の場合は断続的にファネルフローを生じる傾向がある。例えば, **Fig.3-11 (b)** ($\beta=50^\circ$, コルク壁) で壁面に接した粒子の移動が内部の粒子と比べてかなり遅いことがわかる。

(2) 一様粒子系

ホッパ部を形成する扇型領域内の粒子軌跡を求めた結果の例 (排出口径 $S=21\text{mm}$, ホッパ半頂角 $\beta=30, 40, 50^\circ$; 壁面材料=アクリル, コルク) を **Fig.3-12~14** に示す。各折れ線が各トレーサ粒子の軌跡である。これらの図から, 粒子群はやはりほぼ半径方向流れのマスフローであることがわかる。しかし, 一様粒子系の場合は局所的に 60° 周期の規則配列になりやすいので, ホッパ半頂角が 30° と 60° の場合は特に広い範囲で規則配列になりやすく, 運動の方向が拘束されやすい。このため, $\beta=30^\circ$ (**Fig.3-12**) の場合は, 粒子の運動は全体的にはホッパ頂点を向きながら, 瞬時ごとには限られた方向 (60° の倍数の方向) だけに移動したものをつなぎ合わせた, ぎこちない軌跡となっている。

3.4.2 速度分布

(1) 非一様粒子系

各トレーサ粒子の座標 (r, θ) の時間 t に伴う変化から、半径方向速度の θ 座標に関する分布を求めた。まず θ 座標は、行程中に蛇行はあるが平均値を求める。次に半径方向速度は、理論解析の式(12)に示すように、各 θ 座標ごとに r 座標に反比例する大きさとなることを利用し、 $r^2/2 = -Vt + c$ ($c = \text{定数}$)となることから、各粒子ごとに実験値 (t, r) の多数の組から、 V を最小2乗法により求めた。

無次元量で表した半径方向速度 $V_n = V/(g^{0.5}S^{1.5})$ と θ 座標との関係の例 (排出口径 $S = 15, 21\text{mm}$; ホッパ半頂角 $\beta = 30, 40, 50^\circ$; 壁面材料=アクリル, コルク) を Fig.3-15 ~17 に示す。各記号が1つの粒子の運動に対応する。同じ図の中に対応する物性値を用いた本解析の式(3-34)による計算値と Brown らの理論解析⁴⁾の値 V_{nth} を示した。ここで、実験値は排出口径 S で正規化しているが、次項で詳しく述べるように、実験では排出口幅の中に排出に寄与しない部分が存在するので、有効な排出口径で正規化した実験値の無次元速度は本図よりもいくらか大きくなることに注意する。

半径方向速度の θ 方向の変化については、実験値では中心線と壁面での速度の比が場合によっては3以上ある ($\beta = 40^\circ$, コルク壁, $S = 21\text{mm}$ の場合に、ホッパ中心で約1.1に対し壁面で約0.3)。Brown らの仮定による式は θ 座標による速度の分布がほとんど平坦であるのに対し、本計算値は θ 座標による速度の変化がより大きく、実験値と傾向がよく一致することがわかる。ここで注意すべきことは、Brown らの式は本理論とは異なる原理から導かれており、内部摩擦角と壁面摩擦角を変数として含んでおらず、ホッパ半頂角のみの関数となっていることである。

ホッパ半頂角 β の影響については、速度の θ 方向の変化の大きさは β の大きいほど大きいこと、また、速度の全体的な大きさは β の大きいほど小さいことが、実験で確認できるとともに、理論計算でも同様な結果となっている。

壁面摩擦角 ϕ_w の影響については、実験では ϕ_w が大きいほど速度の θ 方向の変化が大きいことが明瞭であるが、理論計算では大きな差は出ていない。コルク壁の場合は比較的壁面摩擦角が大きいので、粒子軌跡を見ると $\beta = 40^\circ$ でも壁面に接触する1粒子層はすべりと静止を繰り返す不完全なすべりをしている。この流れの遅れが、壁面摩擦抵抗で下向き加速度が減殺される効果に加わり、理論値より小さい壁面速度になっていると考えられる。そして、この最外層の遅れが内部摩擦により内部にも及ぶが、内部摩擦角が比較的小さいために、内部の一定の大きさの領域が引き止められてファンネルフローとなるほどではなく、壁からの距離に応じた流れの遅れを生じており、これが理論と実験の不一致の大きな理由と考えられる。

(2) 一様粒子系

無次元量で表した半径方向速度 $V_n = V/(g^{0.5}S^{1.5})$ と θ 座標との関係の例 (排出口径 S

= 21mm, ホッパ半頂角 $\beta = 30, 40, 50^\circ$; 壁面材料=アクリル, コルク) を Fig.3-18 ~20 に示す。各記号が1つの粒子の運動に対応する。

粒子軌跡の部分で述べたように, 一様粒子系の場合は規則配列になりやすく, そのため, 粒子の自由な移動が妨げられる, すなわち粒子層の変形が拘束されやすい。非一様粒子系に比べて, 半径方向速度の θ 方向分布が小さいことが観察されるが, 粒子層の変形のしにくさによるものと考えられる。

3.4.3 排出流量

(1) 非一様粒子系

(a) 空隙幅の影響

Brown ら⁴⁾ は, 排出口端において粒子が通過しない統計的空隙幅が存在することを示している。本実験でも空隙幅の検討を行う。

非一様粒子系の実験の充填密度の算出結果は, 壁面材料と排出口径の影響は小さく, ホッパ部上部領域の平均値は 0.814, 下部領域の平均値は 0.810 であった。充填密度の差が小さいことから, 理論計算の仮定 1) かさ密度一定の仮定はほぼ満足されている。

流れが発達している下部領域の充填密度を用いて面積流量を計算した。ここで, 重力の加速度 g と排出口径 S で正規化した無次元流量 $Q_n = Q / (g^{0.5} S^{1.5})$ を用いて, 実験結果の無次元流量 Q_n を Fig.3-21 に示す。無次元流量がこのように定義されることは, 重力を考慮した次元解析により導かれるが, 実験データでも裏付けられている⁴⁾。 Q_n は S が大きいほど大きくなっており, S に依存している。これは, 排出口幅の一部は排出に寄与していないことを示す⁴⁾。ここで, ホッパ角度と壁面材質ごとに, 横軸に S , 縦軸に $(Q/g^{1/2})^{2/3}$ をプロットすれば, アクリル壁の場合 Fig.3-22 (a), コルク壁の場合 Fig.3-22 (b)の直線が得られる。空隙幅 k は, Fig.3-22 (a), (b)で S 軸の切片として求められる。なお, 有効幅 $S-k$ で無次元化した流量を $Q_{ne} = Q / (g^{0.5}(S-k)^{1.5})$ と表せば, Q_{ne} は S に依存しない無次元流量となっており, 理論解析で求める無次元流量 Q_{nth} に相当する。こうして求めた空隙幅 k と無次元流量 Q_{ne} の値を Table 3-3 に示す。空隙幅は, ホッパ半頂角の大きいほど, また壁面摩擦角の大きいほど大きいことがわかる。

(b) 壁面摩擦の影響

前項の Fig.3-21 に示したように, ホッパ角度が緩い場合を除いて, 概して壁面摩擦角が大きいほうが流量は小さいという結果になっている。しかし, ホッパ角度が緩くて壁面摩擦角が大きい場合には, ファネルフロー的な流れとなり, 実際の流れ領域の角度が急傾斜になるため, 壁面摩擦が小さい場合より流量が大きくなることもありうる。実際, Laforge ら⁶⁾ の実験結果では, ホッパ角度が緩い条件では, 粗い壁面の方が流量が大となっている。

(c) 流量の理論と実験の比較

くさび形ホッパの流量に対する既往の諸理論値^{4,7,8)} と本研究の式(3-35)による理論

値 Q_{nth} とを、非一様粒子系の実験結果 Q_n および Q_{ne} とともに前出の Fig.3-21 に示す。各理論計算においては排出口の空隙幅は考慮せず、有効な排出口径を前提としているので、各理論値は実験値の Q_{ne} に対応する。本理論計算ではホップ半頂角が $\beta = \pi/2 - \phi_w$ の場合に壁面上の速度が 0 となる。これは流れがファンネルフローになることを意味している。このため、これより大きい β では流量は一定とした。本理論値は他の既往の理論値よりも実験値の Q_{ne} に近いことがわかる。これは、理論の妥当性を示すとともに、実験において端面の摩擦を取り除いて理想的な二次元流れを実現したことによると考えられる。

ここで、粉粒体の内部摩擦と壁面摩擦を考慮している本理論の流量が、それらを考慮していない Brown らの理論値よりなぜ高いのかという疑問が生じるかもしれない。確かに Brown の理論には内部摩擦と壁面摩擦は明示的には入っていない。しかし、この理論では仮想的流れ管の微小長さの要素が持つ力学的エネルギー（位置エネルギーと運動エネルギーの和）は、要素の流下とともに要素の側面での衝突や回転、並びに要素の内部の摩擦力により散逸するとしている。そして、最小エネルギー面で最小の一定値になるとして、最小エネルギー面、すなわち自由落下アーチ面の形状を、ホップ頂点を中心として排出口端を通る円弧（くさび形の場合）または球面（円錐形の場合）と仮定することにより、半径方向速度分布を決定し、それを積分して流量を決定している。すなわち、Brown の理論では、自由落下アーチ面を最も単純な一定形状に仮定することにより、それに対応した内部摩擦角と壁面摩擦角を自動的に選択したことになる。Brown の流量の式では自由落下アーチ面の半径が大きいほど流量は大きくなるが、本理論の自由落下アーチ面（円弧や球面ではない）の半径は Brown の仮定より大きいので、流量が高く得られるものと考えられる。

(2) 一様粒子系

(a) 空隙幅の影響

一様粒子系の実験の充填密度の算出結果は、壁面材料と排出口径の影響は小さく、ホップ部上部領域の平均値は 0.868、下部領域の平均値は 0.821 であった。粒子軌跡の項で述べたとおり、一様粒子系では充填層は稠密な規則配列になりやすい。そのため、非一様粒子系より高い充填密度となっている。また、下部領域では配列が不規則になりやすく充填密度は上部領域より低下している。

流れが発達している下部領域の充填密度 0.821 を用いて面積流量を計算した。重力の加速度 g と排出口径 S で正規化した無次元流量 $Q_n = Q / (g^{0.5} S^{1.5})$ を用いて、実験結果の無次元流量 Q_n を Fig.3-23 に示す。

ホップ角度と壁面材質ごとに、横軸に S 、縦軸に $(Q / g^{1/2})^{2/3}$ をプロットすれば、アクリル壁の場合 Fig.3-24 (a)、コルク壁の場合 Fig.3-24 (b) の直線が得られる。空隙幅 k は、Fig.3-24 (a), (b) で S 軸の切片として求められる。なお、有効幅 $S - k$ で無次元

化した流量を $Q_{ne} = Q / (g^{0.5}(S-k)^{1.5})$ と表せば、 Q_{ne} は S に依存しない無次元流量となっており、理論解析で求める無次元流量 Q_{nth} に相当する。こうして求めた空隙幅 k と無次元流量 Q_{ne} の値を **Table 3-4** に示す。空隙幅は、2点の実験点から求めているためばらつきが大きいですが、壁面摩擦角の大きいほど大きいことがわかる。しかし、ホッパ半頂角の影響は単調には現れていない。

(b) 壁面摩擦の影響

非一様粒子系と同様に、ホッパ角度が緩い場合を除いて、概して壁面摩擦角が大きいほうが流量は小さいという結果になっている。

(c) 流量の理論と実験の比較

くさび形ホッパの流量に対する既往の諸理論値^{4,7,8)}と本研究の式(3-35)による理論値 Q_{nth} とを、一様粒子系の実験結果 Q_n および Q_{ne} とともに前出の Fig.3-23 に示す。実験値のばらつきが大きいですが、各理論計算においては排出口の空隙幅は考慮せず、有効な排出口径を前提としているので、各理論値は実験値の Q_{ne} に対応する。本理論値は他の既往の理論値よりも実験値の Q_{ne} に近いことがわかる。これは、理論の妥当性を示すとともに、実験において端面の摩擦を取り除いたことによると考えられる。充填層の大部分で粒子が規則配列となり、流れが不自然であったが、排出口の近傍では粒子がより不規則な配列となり自然な流れとなったため、非一様粒子系と同様な結果となっている。

3.5 珪砂を用いた実験装置と実験方法

3.5.1 実験装置及び使用粉粒体

実験装置は **Fig.3-25** に示す構造の2次元ホッパであり、形状（ビン幅、左右のホッパ角、排出口の位置・幅）は自由に変更できる。試料は上部の供給用ホッパを介して試験ホッパに充填される。壁面圧力測定用のひずみゲージ式の圧力変換器（壁面圧力検出器）を、両側のホッパ壁の奥行き中央位置で、左右のホッパ壁の圧力検出器が高さ方向の位置を互いに補完するように取り付けた。圧力変換器の受圧面はダイヤフラム型で、直径 30mm である。圧力変換器の出力は動ひずみ測定器を経由して電磁オシログラフに記録する。

用いた珪砂の物性値を **Table 3-5** に示す。

3.5.2 圧力分布の実験方法

圧力分布の実験条件を **Table 3-6** に示す。対称形状と片側壁面が鉛直形状のホッパについて、ホッパ半頂角と排出口径を実験条件とした。繰り返し数は2~4である。

上部の供給用ホッパを介して試験用ホッパに材料を所定量投入し充填した。投入は水平方向に均一なるように行った。充填完了後、下部のフラップゲートを一気に開放して排出した。排出中は上部からの補充は行わなかった。

排出中の圧力は激しく変動するので、読み取りを行う時点の前後に一定の時間幅を設けて、その間の最大値と最小値とを各測定点について読み取った。この時間幅はその時点から全排出までに要する時間の5%を読み取り時点の前後にそれぞれ取った。対称条件の実験では、上記時間幅の中では左右の壁面で同一圧力分布になっていると見なして、測定値を互いに補完した。

3.5.3 流量の実験方法

流量の実験は圧力分布の実験と同時に行い、実験条件は Table 3-6 のとおりである。

前面の透明アクリル板に格子状に目盛線を入れてあり、写真撮影と目視により流れ挙動を観察した。また、排出した質量を台秤で測定し、排出質量と排出に要した時間から質量流量を求めた。さらに、質量流量をかさ密度と奥行きで除して単位奥行き当りの体積流量（面積流量）を求めた。

3.6 珪砂を用いた実験の結果と考察

3.6.1 上部荷重がない場合の壁圧分布と内部応力

(1) 壁圧分布

まずビン部に試料が存在しない場合を検討する。ここでは、試料のレベルがビン・ホッパ接続部を通過する時点（ホッパ部がちょうど満杯のとき）である。壁圧の測定結果の例を無次元表記で **Figs.3-26 (a), (b)** ($\beta=22.5^\circ$, $\beta=30^\circ$ にそれぞれ対応) に△等の記号で示す。2回の実験値 (No.1 と No.2) を同時に示し、各ランで左壁と右壁は圧力が対称と見なして、左右壁の実験値を結んである。最大値と最小値では約2倍の差異があるが、これは脈動（数秒～数10秒の周期）を生じているもので、離散的に存在するすべり帯が生成と消滅を繰り返すことによると考えられる。最大値、最小値とも再現性は高いことがわかる。同図中に比較のために本解析の理論計算値を実線で示すとともに、Walters, Walker および Jenike の各計算値を各線で示した^{9,10,11}。(a) $\beta=22.5^\circ$ の場合は本計算値が大きさ、分布形状ともに実験値に最も近い。また本計算値は上部を除いて実験値の最大値と最小値の間となっている。(b) $\beta=30^\circ$ の場合は、どの計算式が全高さにわたって最も実験値に近いかは判断しがたいが、ピーク圧の位置と大きさは本計算値が最もよく一致している。

異なる排出口径に対しても、実験結果はほぼ同様である。なお、本解析に対してのみ排出口径が計算上の変数となり、従来の各計算式は排出口径を考慮していない。

(2) 内部応力分布

内部応力の計算結果の例を **Fig.3-27** に示す。扇形はホッパ部に相当する。上部荷重のない場合であり、**Fig.3-26 (b)**と同じ条件である。図中の×印は計算上の節点位置であり、曲線は節点値から推定した応力成分（ここでは σ_x ）の等高線である。ホッパか

ら流出中の粉粒体の内部応力の測定は無線圧力センサ（ラジオピル）を使用した例がある¹²⁾。Fig.3-27 とは直接比較できないが、上部荷重のある場合にホッパの比較的上部で水平圧が極大となっていて、本解析と傾向が一致している。

3.6.2 上部荷重がある場合の壁圧分布

試料がビン部にも存在する場合を扱う。この場合は、ビン・ホッパ遷移部の鉛直粉体圧がホッパ部の上部荷重となる。ホッパ部壁圧の測定結果の例を Figs.3-28 (a), (b) ($\beta=22.5^\circ$, $\beta=30^\circ$ にそれぞれ対応) に△等の記号で示す。これらは Figs.3-25 (a),(b) とそれぞれ同一の排出実験における結果である。最大値と最小値はやはり約2~3倍の開きがあるが、それぞれ再現性は高い。

一方、計算値は上部の平均圧力の種々の値に対して、Figs.3-28 (a), (b)の中に曲線で示したようになる。下半分（半径応力場に近い領域）では上部荷重の影響が小さいが、この特徴は実験結果と一致する。

圧力測定時の上部荷重を受動状態に対する Janssen 式（第4章参照）で計算すれば、

$$\sigma_v = \frac{\rho g R_h}{\mu k_p} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\mu k_p z}{R_h}\right) \right\} \quad (3-65)$$

$$\sigma_c = \frac{\sigma_v}{(1 - \sin \delta)} \quad (3-66)$$

$$\mu = \tan \phi_w \quad (3-67)$$

$$k_p = \frac{1 + \sin \delta}{1 - \sin \delta} \quad (3-68)$$

$$R_h = \frac{BL}{2(B+L)} \quad (3-69)$$

ここで、

σ_v : ビン・ホッパ遷移部の鉛直圧

σ_c : ビン・ホッパ遷移部の平均応力

μ : 壁面摩擦係数

k_p : 受動状態の水平圧／鉛直圧比

R_h : 水力半径（＝断面積／周長）

B : ビン部幅（＝625mm）

L : ビン部奥行き（＝800mm）

z : ビン・ホッパ遷移部までの深さ（＝380mm(a), 516mm(b)）

により、(a) $\beta=22.5^\circ$ では $\sigma_c / (\rho g H) = 0.55$, (b) $\beta=30^\circ$ では $\sigma_c / (\rho g H) = 0.85$ (ただし、 H はホッパ部高さ) である。したがって、いずれの場合も計算値は実験値の最

大値とほぼ一致している。

3.6.3 片側鉛直ホップの壁圧分布

片側鉛直の場合は、鉛直壁と斜面壁とで圧力分布が異なる。上部荷重のない場合で、 $S'=10\text{mm}$ の例を **Figs.3-29 (a), (b)** ($\beta=22.5^\circ$, $\beta=30^\circ$ にそれぞれ対応) に示す。 Δ 等の記号を結んだ線は実験値で、滑らかな曲線は本解析の計算値である。斜面側の方が実験値、計算値とも圧力は高い。また、計算値は実験値の最大値とよく一致している。対称排出の場合と同じく、最大値と最小値はやはり約2倍の違いがある。

上部荷重のある場合も同様な傾向である。圧力のピーク位置が鉛直壁で高く、斜面壁で低いことがより明確である。

3.6.4 対称ホップの排出流量

(1) 空隙幅の因子の影響

重力の加速度 g と排出口径 S で正規化した無次元流量 $Q_n = Q/(g^{0.5}S^{1.5})$ を用いる。対称ホップの排出実験の無次元流量とホップ角度の関係を **Fig.3-30** に示す。 Q_n は S が大きいほど大きくなっており、 S に依存している。これは、排出口幅の一部は排出に寄与していないことを示す。

ここで、ホップ角度ごとに S と $(Q/g^{1/2})^{2/3}$ の関係を検討する。この関係を図にしたものを **Fig.3-31** に示す。空隙幅 k は、**Fig.3-31** で S 軸の切片として求められる。なお、有効幅 $S-k$ で無次元化した流量を $Q_{ne} = Q/(g^{0.5}(S-k)^{1.5})$ と表せば、 Q_{ne} は S に依存しない無次元流量となっており、理論解析で求める無次元流量 Q_{nth} に相当する。こうして求めた空隙幅 k と無次元流量 Q_{ne} の値を **Table 3-7** に示す。

(2) 流量の理論と実験の比較

くさび形ホップの流量に対する既往の諸理論値^{4,7,8)} (対称ホップ) と本研究の式 (3-35) による理論値を無次元化した値 Q_{nth} とを、実験結果 Q_n および Q_{ne} とともに前出の **Fig.3-30** に示す。各理論計算においては排出口の空隙幅は考慮せず、有効な排出口径を前提としているので、各理論値は実験値の Q_{ne} に対応する。本理論計算ではホップ半頂角が $\beta = \pi/2 - \phi_w$ の場合に壁面上の速度が 0 となる。これは流れがファネルフローになることを意味している。このため、これより大きい β では流量は一定とした。

実験値 Q_{ne} は本理論値より低い。Brown らの 2次元理論値⁴⁾ が実験値によく一致しているが、これは偶然であると考える。円柱粒子の速度分布 (3.3.2) で述べたように、Brown らの式は物性値によらずホップ半頂角のみの関数である。そのため、物性の異なる円柱粒子でも珪砂と同じ流量を与え、あまりよく一致していない (**Fig.3-21**)。

珪砂の実験ではホップの両端面の摩擦による流れの遅れがあったことが、本理論との不一致の原因と考える。珪砂を用いたホップの排出スロット幅 (10~40mm) に対

する奥行き (800mm) の比は大きいので、排出口端周縁の空隙幅を通しての流量への影響は小さい。しかし、前面 (観察面) と背面の両鉛直端面の大きさはホッパ壁面の大きさに対して無視できず、このため、端面の摩擦により端面に近い部分で流れの遅れが生じ、3次元的な流れになったものと考え。実験方法で中央部分だけの排出量を測定する工夫をすれば、2次元断面の流量をより正確に把握できたものと思われる。

3.6.5 片側鉛直ホッパの排出流量

(1) 空隙幅の因子の影響

片側鉛直ホッパの排出実験の無次元流量とホッパ角度の関係を Fig.3-32 に示す。 Q_n は S' が大きいほど大きくなっており、 S' に依存している。対称ホッパの場合と同様に、ホッパ角度ごとに S' と $(Q/g^{1/2})^{2/3}$ の関係を検討する。この関係を図にしたものを Fig.3-33 に示す。空隙幅 k は、Fig.3-33 で S' 軸の切片として求められる。なお、有効幅 $S'-k$ で無次元化した流量を $Q_{ne} = Q/(g^{0.5}(S'-k)^{1.5})$ と表せば、 Q_{ne} は S' に依存しない無次元流量となっており、理論解析で求める無次元流量 Q_{nth} に相当する。こうして求めた空隙幅 k と無次元流量 Q_{ne} の値を Table 3-8 に示す。

(2) 流量の理論と実験の比較

片側鉛直ホッパの流量の式(3-64)による理論値を無次元化した Q_{nth} を、実験結果 Q_n および Q_{ne} とともに前出の Fig.3-32 に示す。各理論計算においては排出口の空隙幅は考慮せず、有効な排出口径を前提としているので、各理論値は実験値の Q_{ne} に対応する。傾斜壁の半頂角が $\beta = \pi/2 - \phi_w$ の場合に壁面上の速度が 0 となる。これは流れがファンネルフローになることを意味している。このため、これより大きい β では流量は一定とした。なお、片側鉛直ホッパの理論流量式は既往の研究では見当たらない。

実験値 Q_{ne} は本理論値より低い。この理由は、対称ホッパの排出流量 (3.6.4) で述べたのと同様に、端面の影響によるものと考え。片側鉛直ホッパの場合は、ビン幅は 312.5mm、奥行き 800mm であった。対称ホッパの場合より奥行きは相対的に長い。やはりホッパ端面の摩擦による流れの遅れがあったと考える。

3.7 結言

粉粒体ホッパの設計資料を得るため、マスフローホッパから重力排出される粉粒体の挙動を、実験と理論の両面から検討した。

[円柱粒子の実験]

円柱形粒子により端面摩擦の影響を除去したことを特徴とする理想的な2次元ホッパと、より実際的なモデルである珪砂を用いた2次元ホッパとを用いて排出実験を行い、粒子軌跡、速度分布及び流量を求めた。

また、ホッパを重力排出する粉粒体の数学モデルを作成し、2次元ホッパの速度場と応力場を連立して求める基礎式を定式化し、計算を実行した。

実験および計算から得られた流量・速度分布に関する知見の主なものは次のとおりである。

- (1) 円柱形粒子を用いた2次元ホッパにより、端面摩擦の影響のない流れとその可視化を実現し、詳細な流れパターンを測定することができた。
- (2) 実験した範囲では流れはほとんどの場合マスフローでかつ半径方向と見なせる。
- (3) 本解析の計算による速度分布形状は、従来の理論値より角度位置による影響が大きく、実験結果とよく一致する。
- (4) 流量は、排出口径に依存しない空隙幅を除いた有効口径で正規化できる。
- (5) 本解析による理論流量は、円柱形粒子を用いた2次元ホッパでの実験値とよく一致する。

[珪砂の実験]

珪砂を用いた2次元ホッパで排出実験を行い、壁面圧力および流量を求めた。

また、ホッパを重力排出する粉粒体の数学モデルを作成し、2次元ホッパの速度場と応力場を連立して求める基礎式を定式化し、数値計算及び解析計算を実行した。

得られた知見のうち応力場に関するものは次のとおりである。

- (1) 実測壁圧は排出中脈動を繰り返すが、再現性は高く、最大値と最小値の比は2倍程度である。
- (2) 非対称ホッパの場合、壁圧は傾斜の緩い側の方が大きく、またピーク発生位置は低い。
- (3) 壁圧計算値は実測値の最大側の分布に一致し、従来の計算値より一致度が高い。
- (4) 非対称ホッパの壁圧も本解析で実測値の最大側を計算できる。
- (5) 内部応力分布の計算値も他での測定結果と定性的に一致している。

従来の連続体理論では非対称ホッパの応力分布を与えるものはないので、新たに予測手法を提供したことになる。

流量・速度分布に関する知見の主なものは次のとおりである。

- (1) 実験流量は、排出口径に依存しない空隙幅を除いた有効口径で正規化できる。
- (2) 本解析による理論流量は、実験値より大きい。実験ではホッパ端面の摩擦による流れの遅れがあったことによると考えられる。

Nomenclature

B	: bin width of symmetrical hoppers	(m)
B'	: bin width of one-side vertical hoppers	(m)
d	: particle diameter	(m)
f	: radius of free fall arch	(m)
f_0	: radius of free fall arch at center	(m)
f_β	: radius of free fall arch at outlet edge	(m)
g	: acceleration of gravity	$(m \cdot s^{-2})$
H	: height from hopper apex to bin transition	(m)
h	: height from apex	(m)
k	: empty space	(m)
Q	: volume discharge flow rate per unit depth	$(m^2 \cdot s^{-1})$
Q_n	: dimensionless discharge flow rate normalized by S	(-)
Q_{ne}	: dimensionless discharge flow rate normalized by $S \cdot k$	(-)
Q_{nth}	: dimensionless discharge flow rate normalized by S_{th}	(-)
r	: radial coordinate	(m)
S	: outlet width of symmetrical hoppers	(m)
S'	: outlet width of one-side vertical hoppers	(m)
S_{th}	: theoretical outlet width	(m)
s	: normalized stress	(m)
u_r	: radial velocity	$(m \cdot s^{-1})$
V	: radial velocity function	$(m^2 \cdot s^{-1})$
V_0	: radial velocity function at center	$(m^2 \cdot s^{-1})$
V_β	: radial velocity function at wall	$(m^2 \cdot s^{-1})$
V_c	: radial velocity function derived by center boundary condition	$(m^2 \cdot s^{-1})$
V_w	: radial velocity function derived by wall boundary condition	$(m^2 \cdot s^{-1})$
V_n	: dimensionless radial velocity normalized by S	(-)
V_{ne}	: dimensionless radial velocity normalized by $S \cdot k$	(-)
V_{nth}	: dimensionless radial velocity normalized by S_{th}	(-)
α_r	: radial acceleration	$(m \cdot s^{-2})$
β	: hopper half apex angle	(°)
δ	: angle of internal friction	(°)
ε	: angle between major principal stress direction and sliding lines	(°)
θ	: angular coordinate	(°)
ρ	: bulk density	$(kg \cdot m^{-3})$

σ_1	: major principal stress	(Pa)
σ_3	: minor principal stress	(Pa)
σ_c	: mean of major and minor principal stresses	(Pa)
σ_r	: normal stress in radial direction	(Pa)
σ_v	: vertical stress in bin section	(Pa)
σ_θ	: normal stress in circumferential direction	(Pa)
$\tau_{r\theta}$: shear stress	(Pa)
ϕ_w	: angle of wall friction	(°)
ψ	: direction of major principal stress	(°)
ψ_0	: direction of major principal stress at center	(°)
ψ_β	: direction of major principal stress at wall	(°)

References

- 1) Suzuki, Mitsuo and Kanji Matsumoto: "Gravitational flow behavior of granular materials in mass-flow hoppers", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **46**, 738-749 (2009) (in press)
- 2) Sokolovskii, V. V.: "Statics of granular media", Pergamon Press (1965)
- 3) Spencer, A. J. M.: "A theory of the kinematics of ideal solids under plane strain conditions", *J. Mech. Phys. Solids*, **12**, 337-351 (1964)
- 4) Brown, R.L. and J.C. Richards: "Principles of powder mechanics", Pergamon Press (1970)
- 5) Smith, G. D.: "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", Oxford University Press (1978)
- 6) Laforge, R. M. and B. K. Boruff: "Profiling flow of particles through hopper openings", *Ind. Eng. Chem.*, **56**, 42-46 (1964)
- 7) Johanson, J. R.: "Method of calculating rate of discharge from hoppers and bins", *Trans. Soc. Mining Eng.*, 69-80, (1965)
- 8) Morrison, H. L. and O. Richmond: "Application of Spencer's ideal soil model to granular materials flow", *J. Appl. Mech.*, Trans. ASME, **43**, 49-53 (1976)
- 9) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers", *Chem. Eng. Sci.*, **28**, 779-789 (1973)
- 10) Walker, D. M.: "An approximate theory for pressures and arching in hoppers", *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 975-997 (1966)
- 11) Jenike, A. W.: "Storage and flow of solids", Bulletin No.123 of the Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah (1964)
- 12) Lakshman Rao, V. and D. Venkateswarlu: "Internal pressures in flowing granular materials from mass flow hoppers", *Powder Technology*, **11**, 133-146 (1975)

Table 3-1 Properties of cylindrical particles

particles	element (a)	element (b)	mixture of (a) and (b) (a):(b) =3:2 in number
properties			
particle shape	cylindrical, 9.7mm long, with spherical ends		
particle diameter (mm)	2.00	3.00	2.45 ($\sqrt{6}$) (mean surface diameter)
material	bearing steel	bearing steel	bearing steel
particle mass (g/particle)	0.227	0.500	—
coefficient of friction (-) (between particle surfaces)	0.041	0.041	0.041
angle of internal friction (°)	—	—	25.4
angle of wall friction (°)	perspex	—	—
	cork	—	—
			8.5
			15.4

Table 3-2 Conditions of discharge experiments of cylinders

particle size	ϕ 2mm+ ϕ 3mm mixture						ϕ 3mm uniform				
wall material	perspex			cork			perspex		cork		
angle of wall friction (°)	8.5			15.4			8.5		15.4		
outlet width (mm)	15	21	30	15	21	30	15	21	15	21	
bin width (mm)	150	210	300	150	210	300	150	210	150	210	
half apex angle of hopper (°)	30	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	40	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	50	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	60	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	70	○	○	×	○	○	×	○	○	○	○

○ : one run each, × : no run

Table 3-3 Empty space (hopper with nonuniform particles)

hopper half apex angle β ($^{\circ}$)	perspex wall		cork wall	
	empty space	dimensionless flow rate	empty space	dimensionless flow rate
	k (mm)	Q_{ne} (-)	k (mm)	Q_{ne} (-)
30	1.34	1.374	1.79	1.333
40	1.97	1.291	1.90	1.209
50	2.65	1.209	3.55	1.274
60	3.57	1.199	3.42	1.187
70	3.56	1.124	5.19	1.333

Table 3-4 Empty space (hopper with uniform particles)

hopper half apex angle β ($^{\circ}$)	perspex wall		cork wall	
	empty space	dimensionless flow rate	empty space	dimensionless flow rate
	k (mm)	Q_{ne} (-)	k (mm)	Q_{ne} (-)
30	3.022	1.383	3.320	1.309
40	3.378	1.266	6.287	1.689
50	4.141	1.219	5.496	1.359
60	3.590	1.057	4.581	1.133
70	4.398	1.082	4.741	1.120

Table 3-5 Properties of silica sand

tested material	silica sand #3
angle of internal friction	33.2°
angle of wall friction	12.4° (steel)
bulk density	1.52 g/cm ³
range of particle diameter	0.297~1.68 mm
mean particle diameter	1.25 mm

Table 3-6 Experimental conditions of silica sand

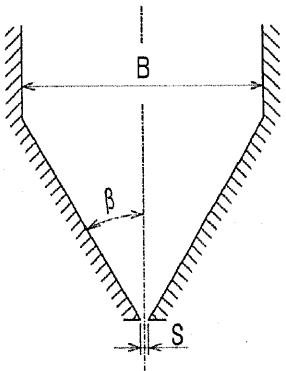
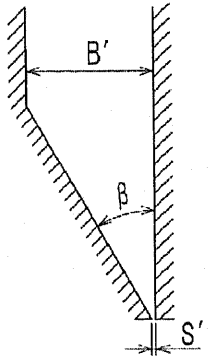
hopper	parameter	level	configuration
symmet- rical	half including angle, β (°)	22.5, 30, 45	
	hopper wall material	steel	
	outlet width, S (mm)	10, 20, 40	
	bin width, B (mm)	625	
	depth (front to back) (mm)	800	
	surcharge	with, without	
one side vertical	half including angle (°)	22.5, 30	
	hopper wall material	steel	
	outlet width, S' (mm)	10, 20	
	bin width, B' (mm)	312.5	
	depth (front to back) (mm)	800	
	surcharge	with, without	

Table 3-7 Empty space (silica sand, symmetrical hopper)

hopper half apex angle β ($^{\circ}$)	empty space k (mm)	dimensionless discharge rate normalized by $S \cdot k$ Q_{ne} (-)
22.5	2.96	1.173
30	2.16	0.995
45	3.02	0.924

Table 3-8 Empty space (silica sand, one side vertical hopper)

hopper half apex angle β ($^{\circ}$)	empty space k (mm)	dimensionless discharge rate normalized by $S' \cdot k$ Q_{ne} (-)
22.5	1.369	1.338
30	0.0188	1.068

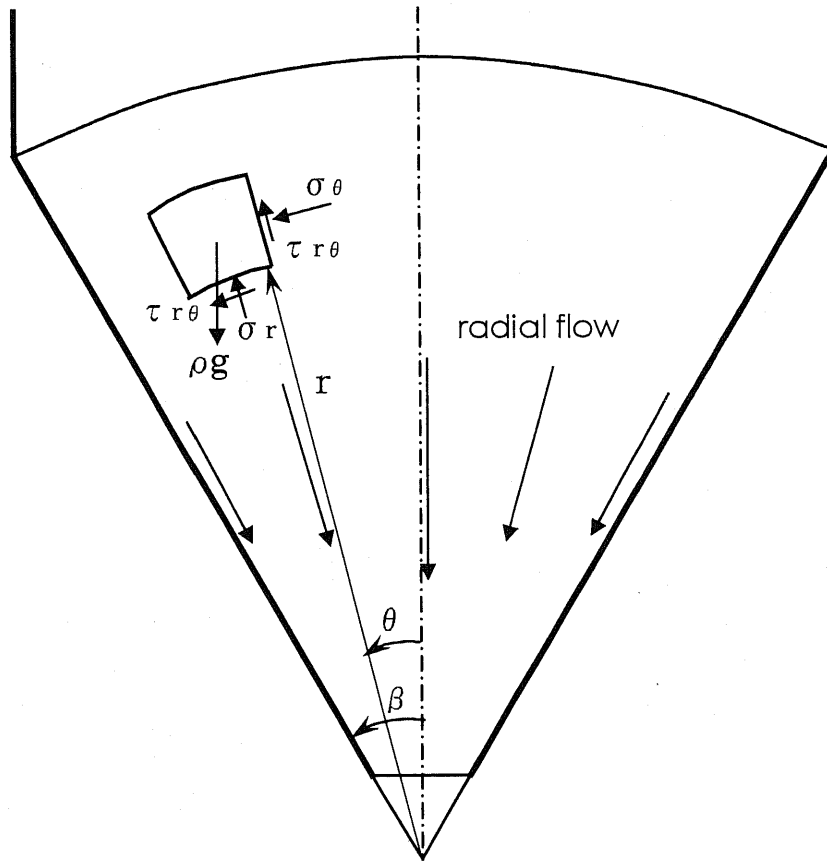


Fig. 3-1 Coordinates used, forces acting on element and flow in a hopper

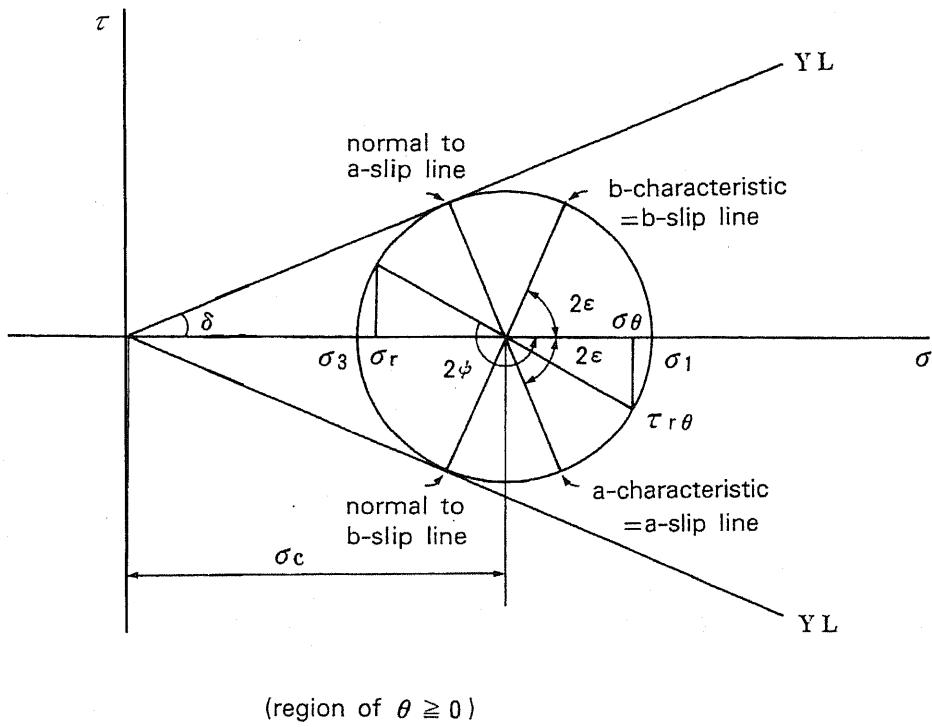


Fig. 3-2 Mohr circle at yield condition

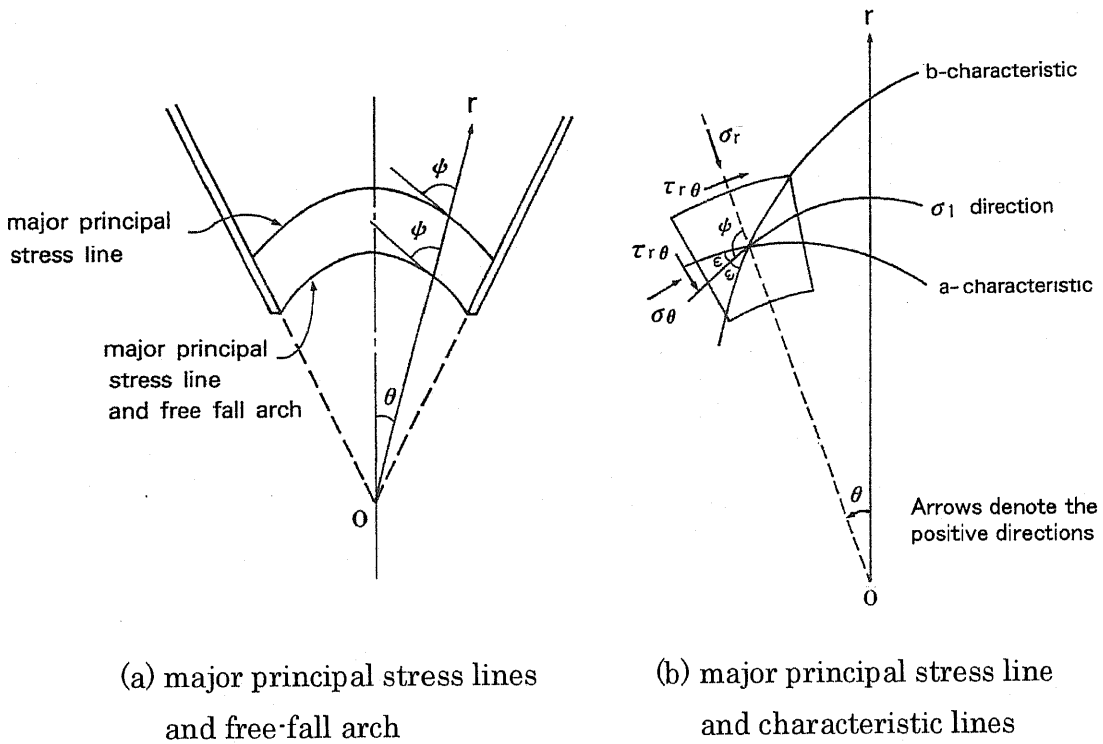


Fig. 3-3 Direction of major principal stress

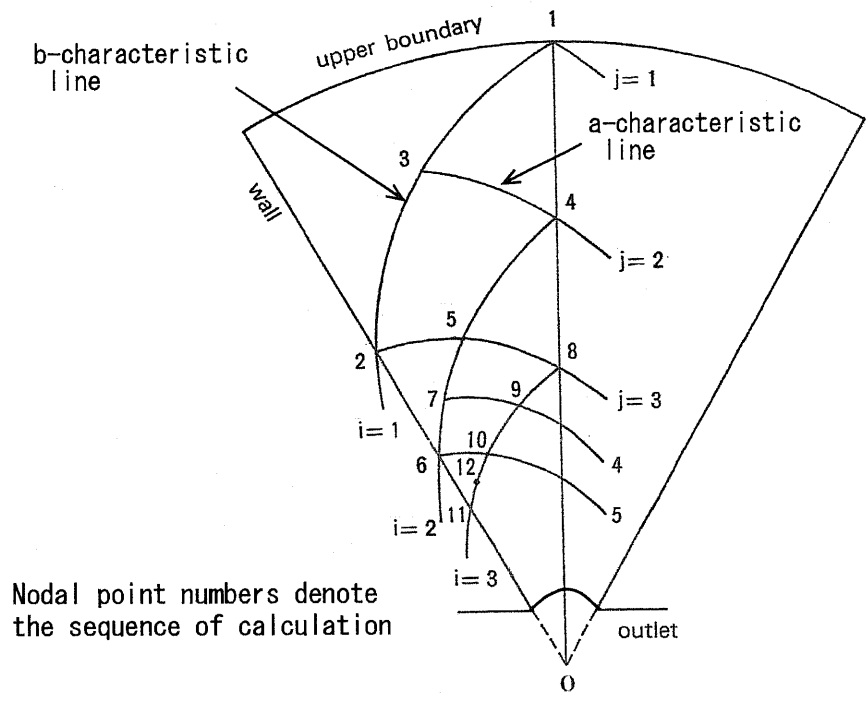
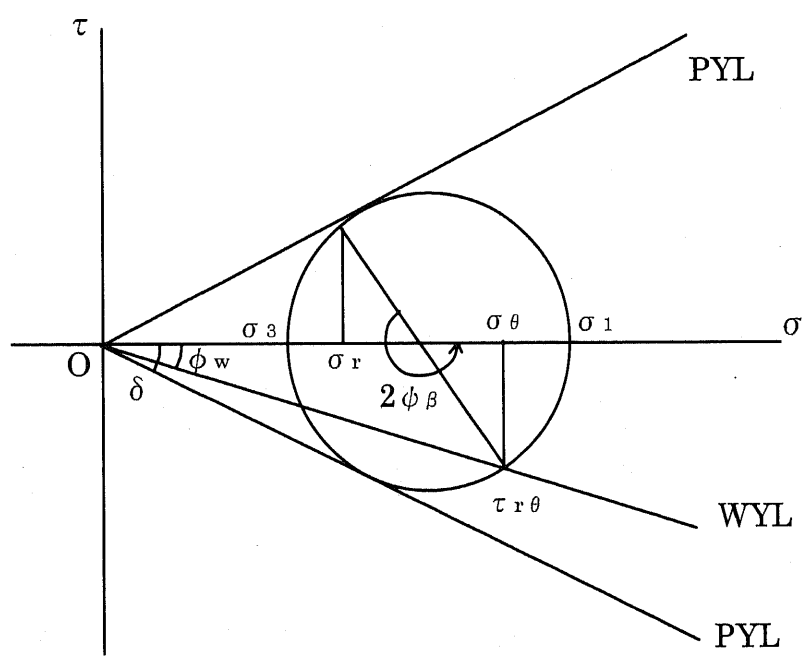


Fig. 3-4 Characteristic lines and sequence of calculation



The figure shows the stress state at the left wall.

Fig.3-5 Stress state at wall

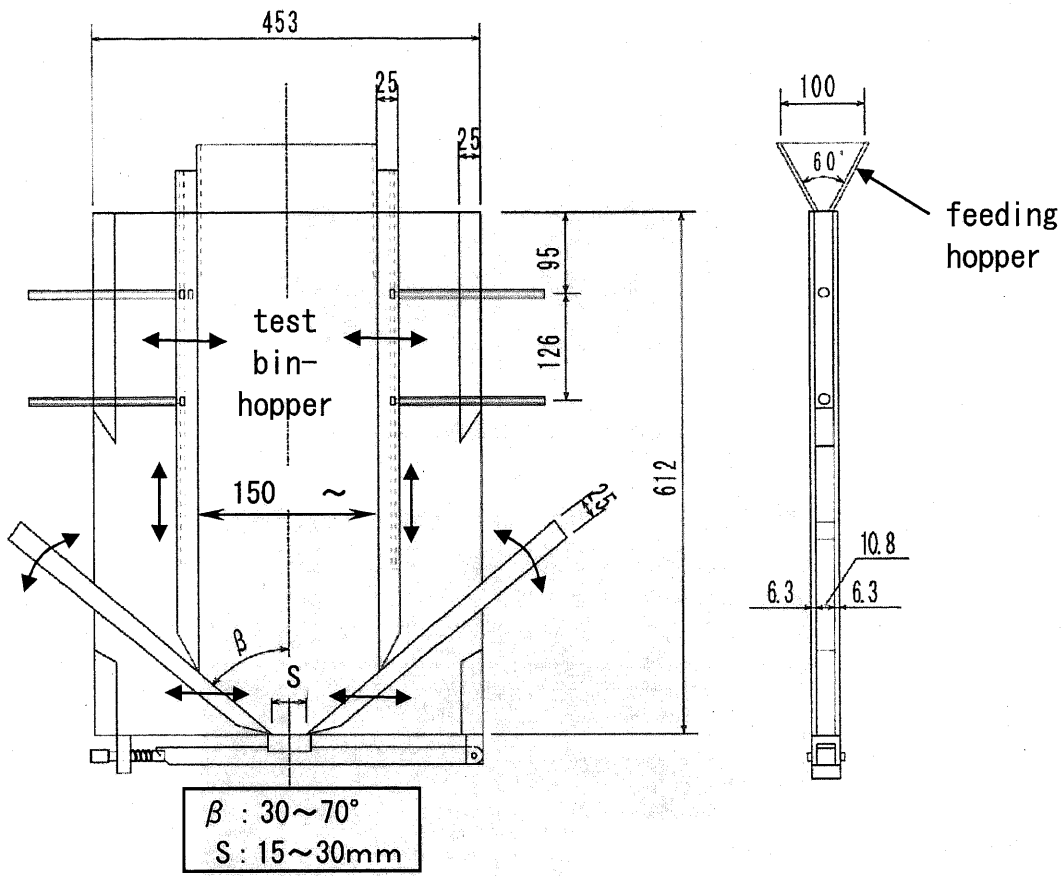


Fig. 3-6 Schematic view of wedge-shaped hopper using cylindrical particles

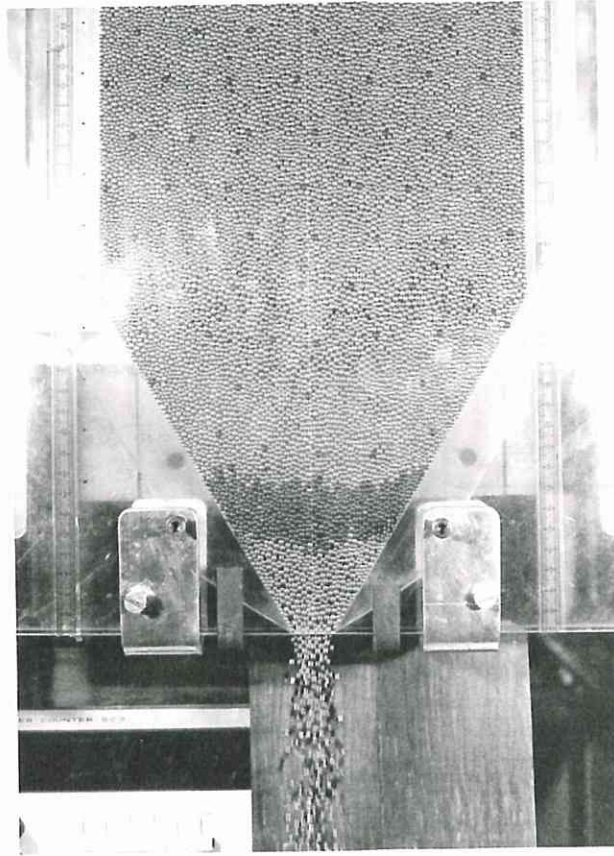


Fig. 3-7 Cylindrical particles discharging from hopper
(Nonuniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S=21\text{mm}$, perspex wall)

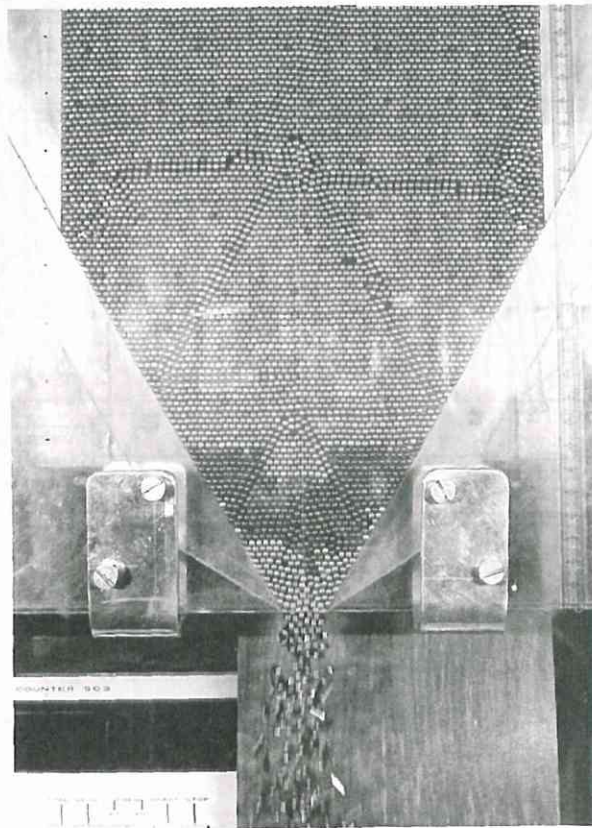


Fig. 3-8 Cylindrical particles discharging from hopper
(Uniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S=21\text{mm}$, perspex wall)

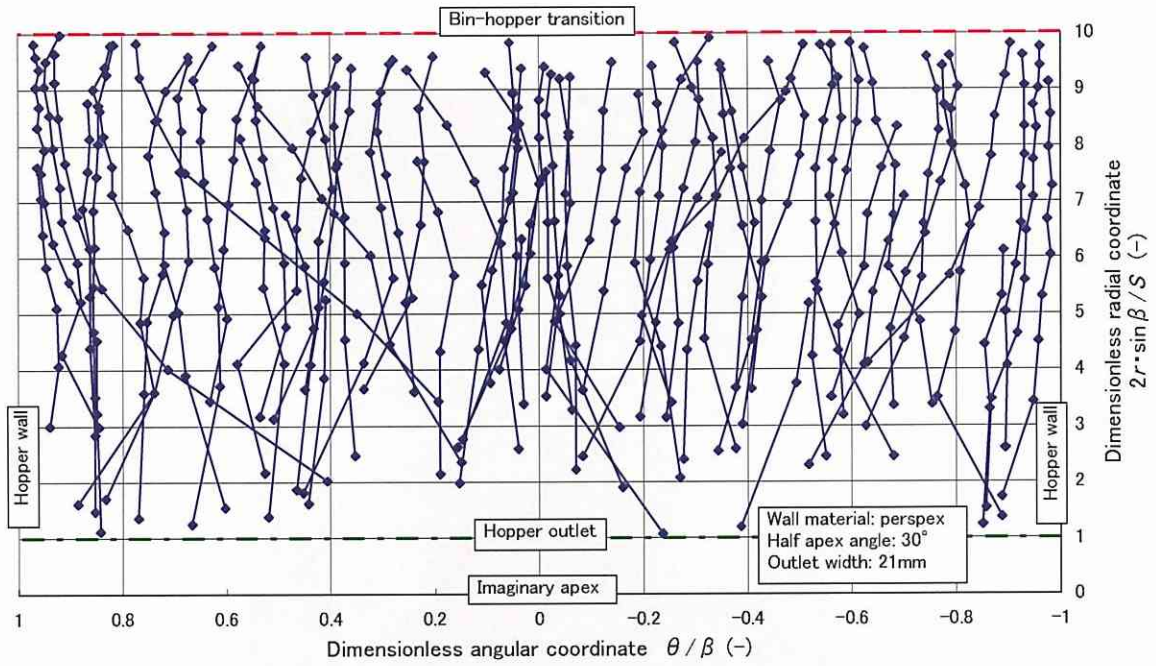


Fig. 3-9 (a) Trajectories of particles
(nonuniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S=21\text{mm}$, perspex wall)

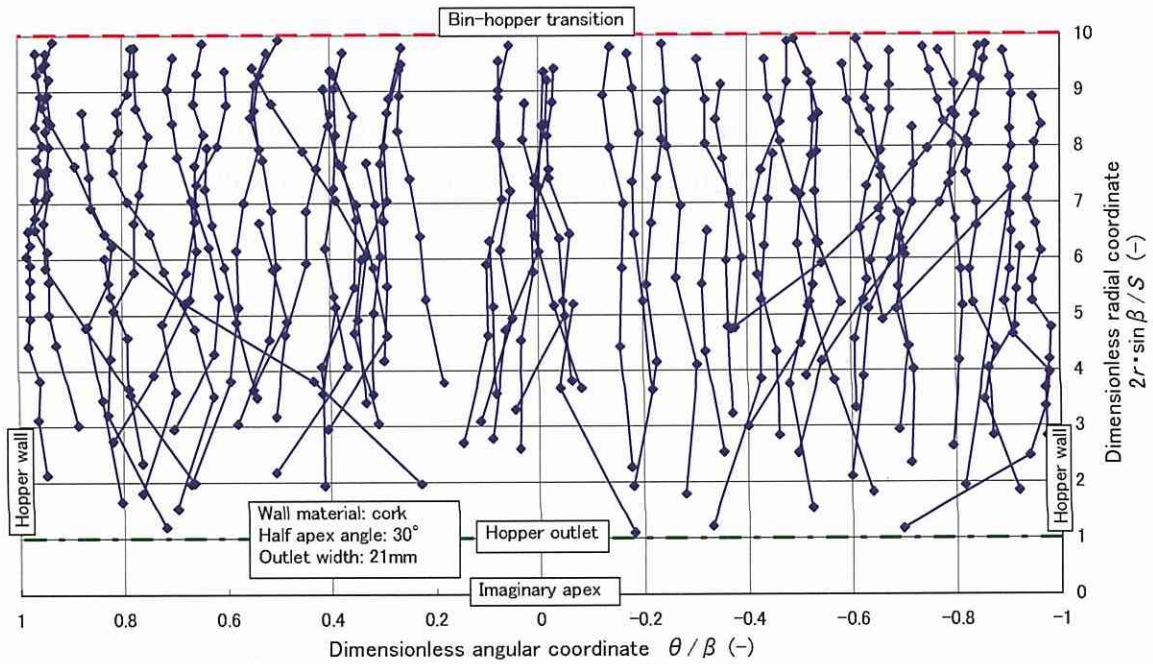


Fig. 3-9 (b) Trajectories of particles
(nonuniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S=21\text{mm}$, cork wall)

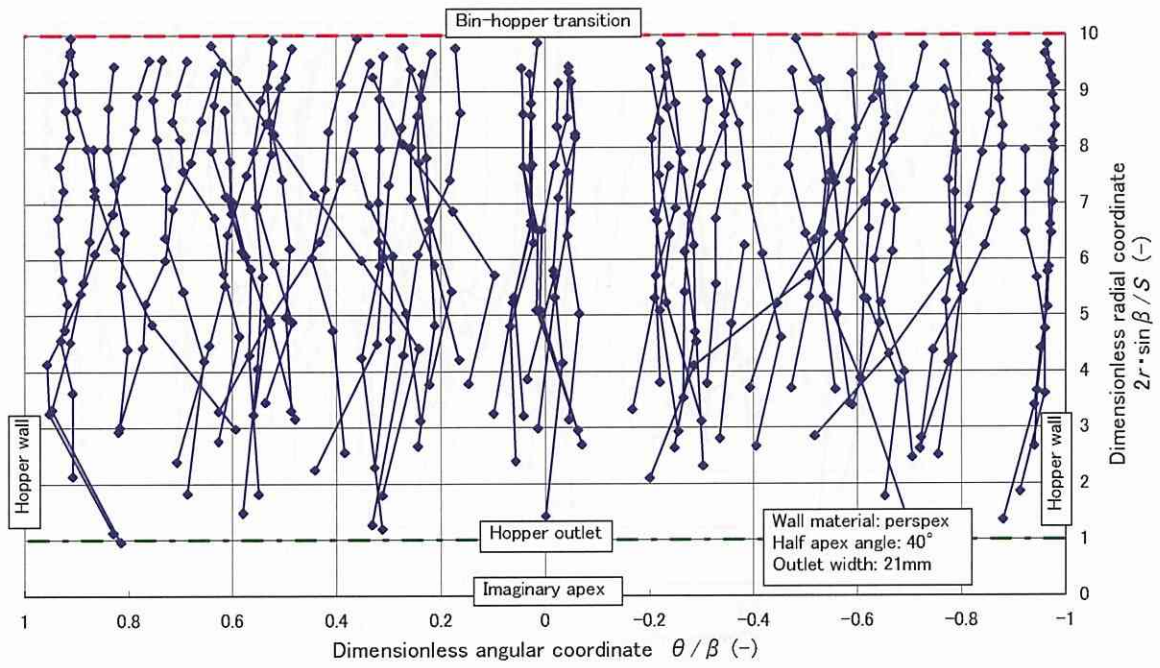


Fig. 3-10 (a) Trajectories of particles
(nonuniform particles, $\beta = 40^\circ$, $S=21\text{mm}$, perspex wall)

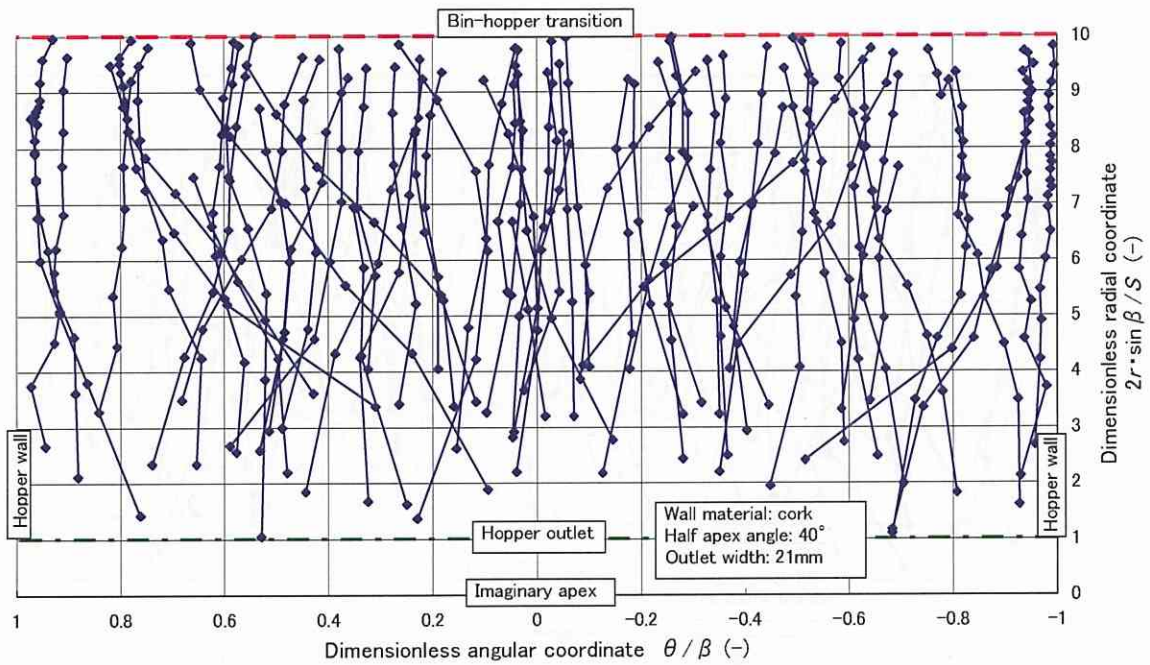


Fig. 3-10 (b) Trajectories of particles
(nonuniform particles, $\beta = 40^\circ$, $S=21\text{mm}$, cork wall)

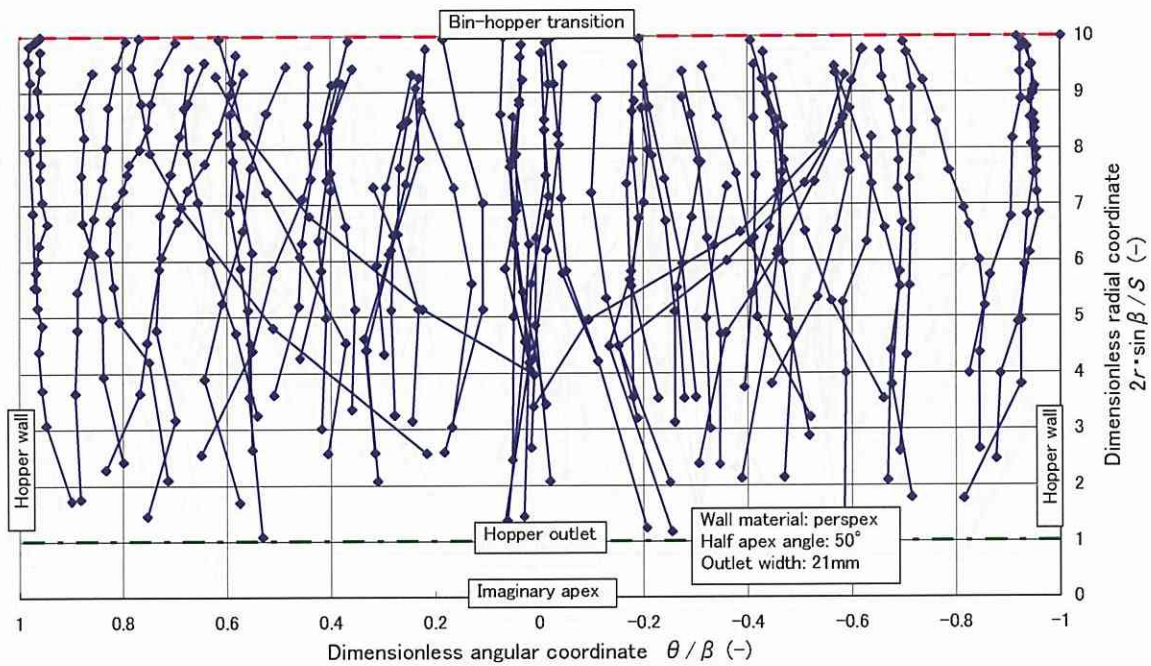


Fig. 3-11(a) Trajectories of particles
(nonuniform particles, $\beta = 50^\circ$, $S=21\text{mm}$, perspex wall)

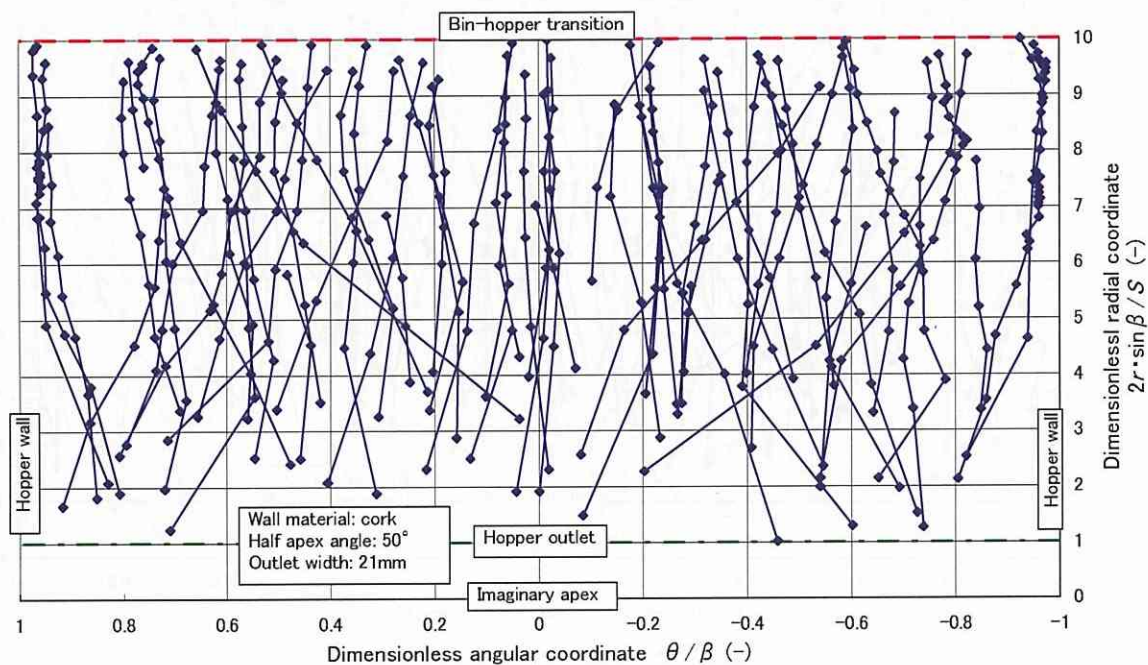


Fig. 3-11 (b) Trajectories of particles
(nonuniform particles, $\beta = 50^\circ$, $S=21\text{mm}$, cork wall)

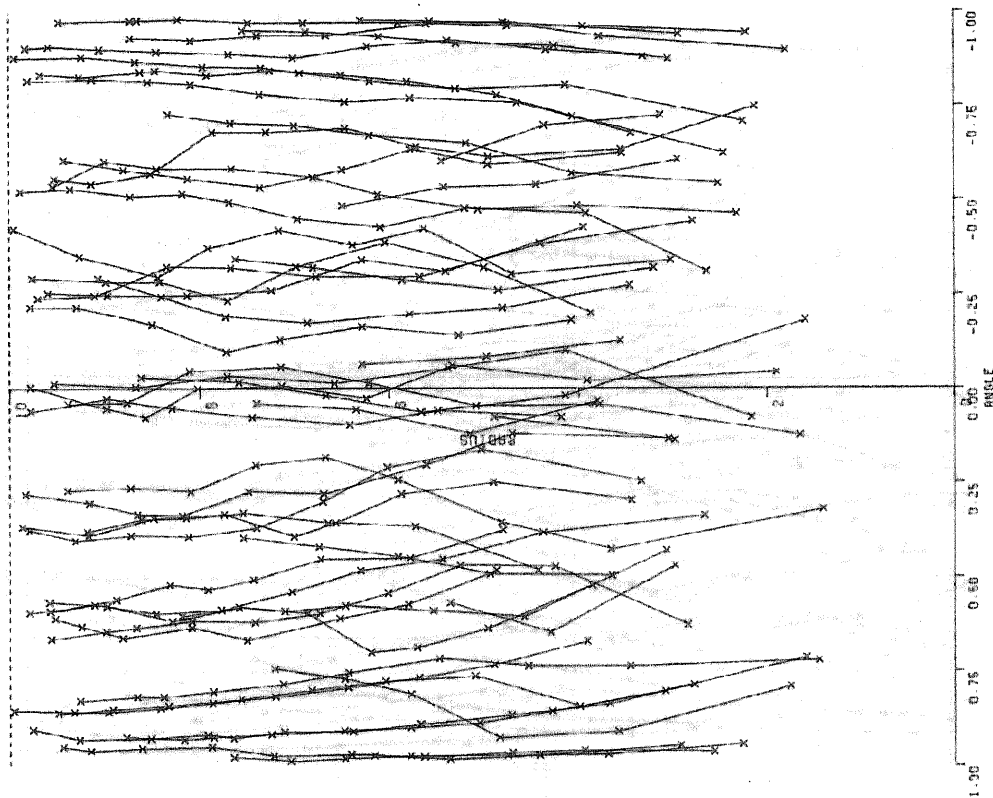


Fig. 3-12 (a) Trajectories (uniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S = 21\text{mm}$, perspex wall)

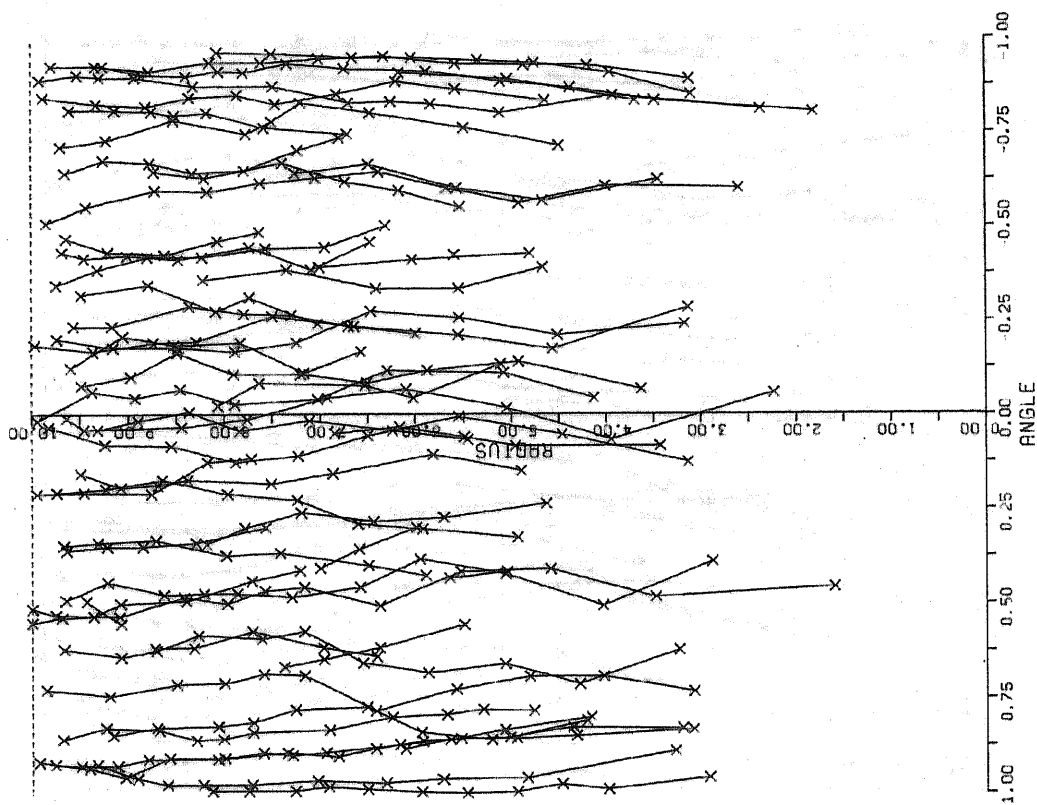


Fig. 3-12 (b) Trajectories (uniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S = 21\text{mm}$, cork wall)

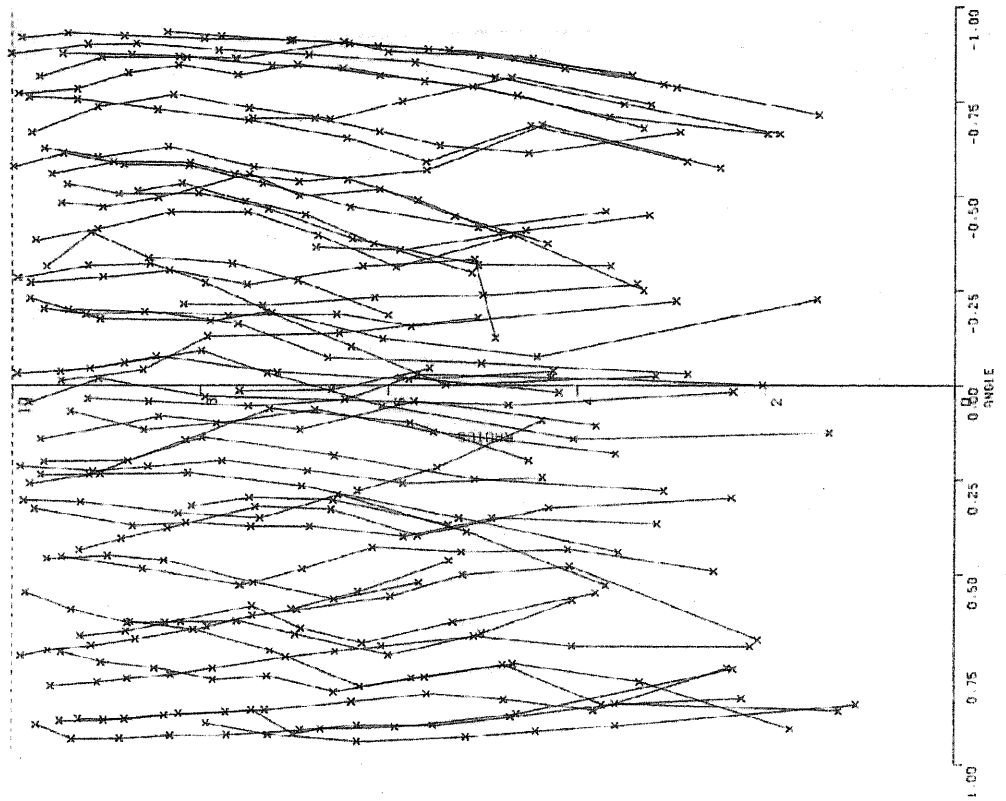


Fig. 3-13(a) Trajectories (uniform particles, $\beta = 40^\circ$, $S = 21\text{mm}$, perspex wall)

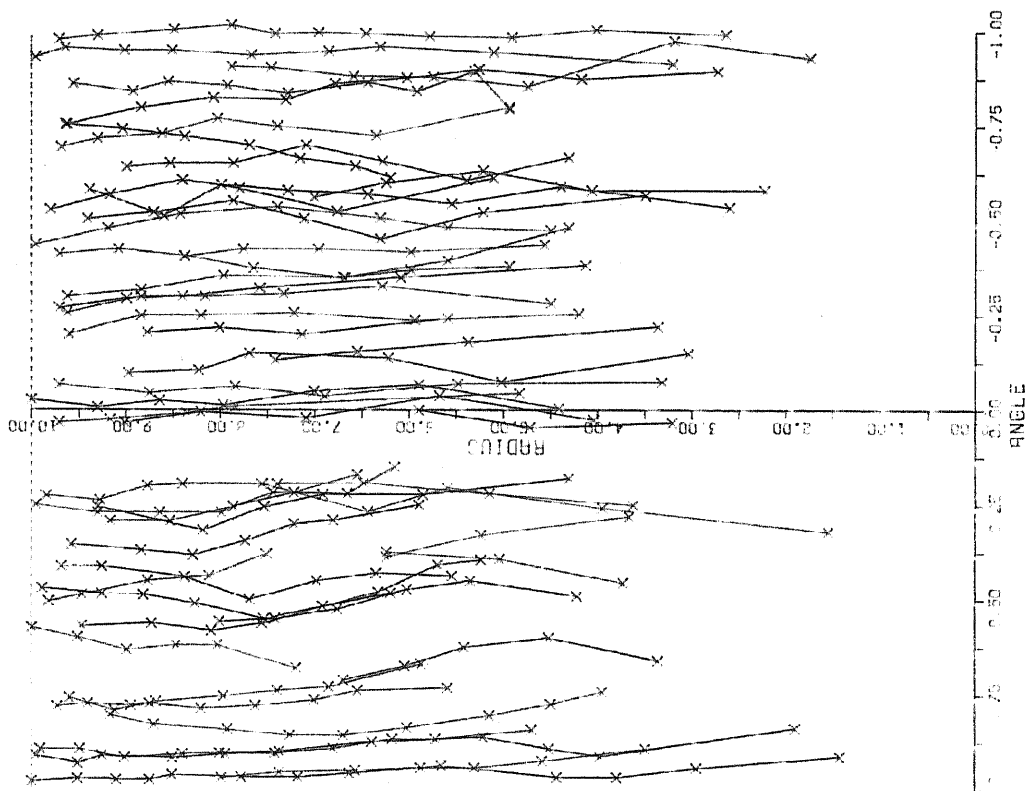


Fig. 3-13 (b) Trajectories (uniform particles, $\beta = 40^\circ$, $S = 21\text{mm}$, cork wall)

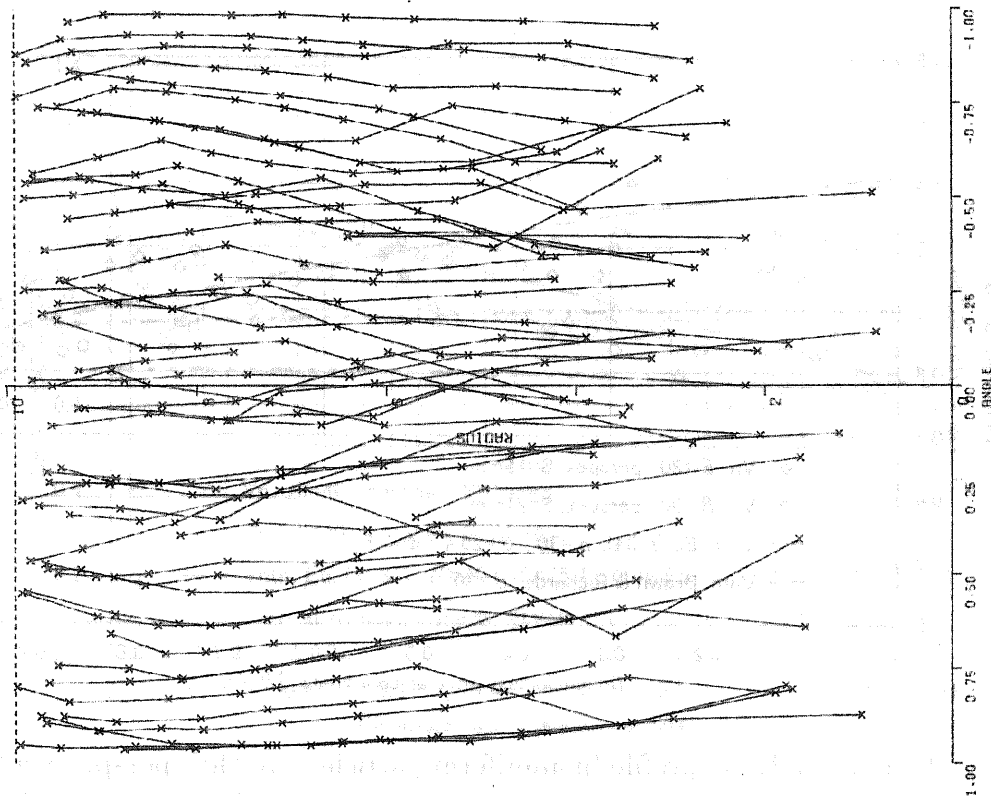


Fig. 3-14 (a) Trajectories (uniform particles, $\beta = 50^\circ$, $S = 21\text{mm}$, perspex wall)

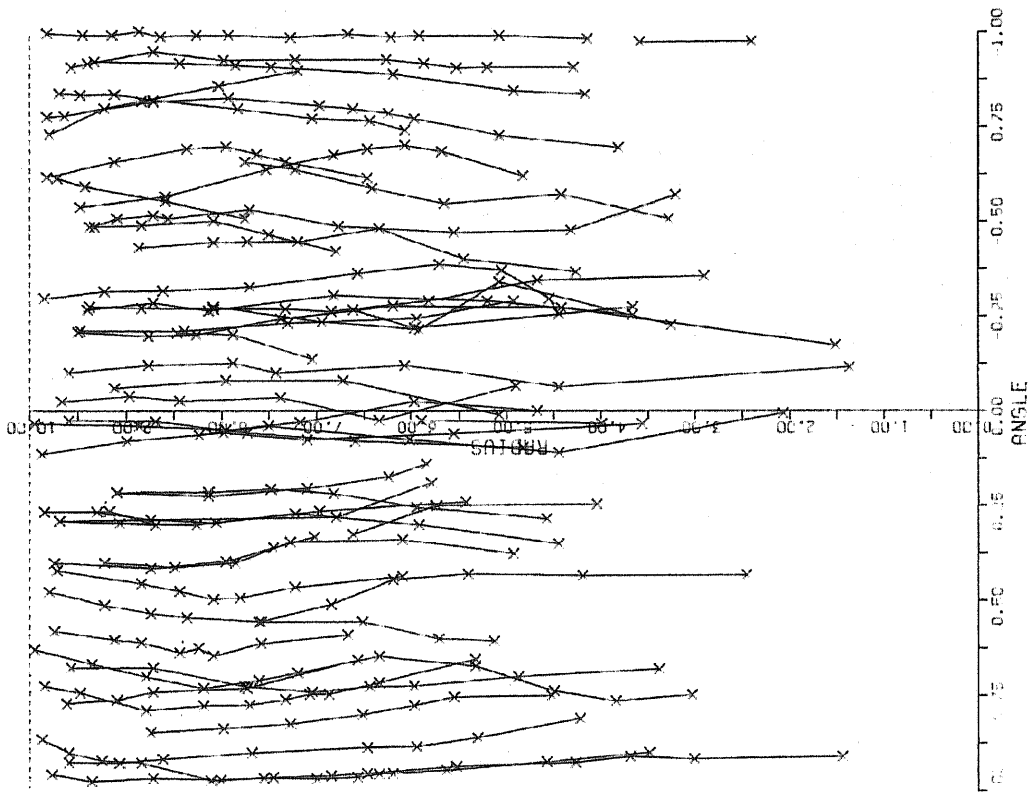


Fig. 3-14 (a) Trajectories (uniform particles, $\beta = 50^\circ$, $S = 21\text{mm}$, cork wall)

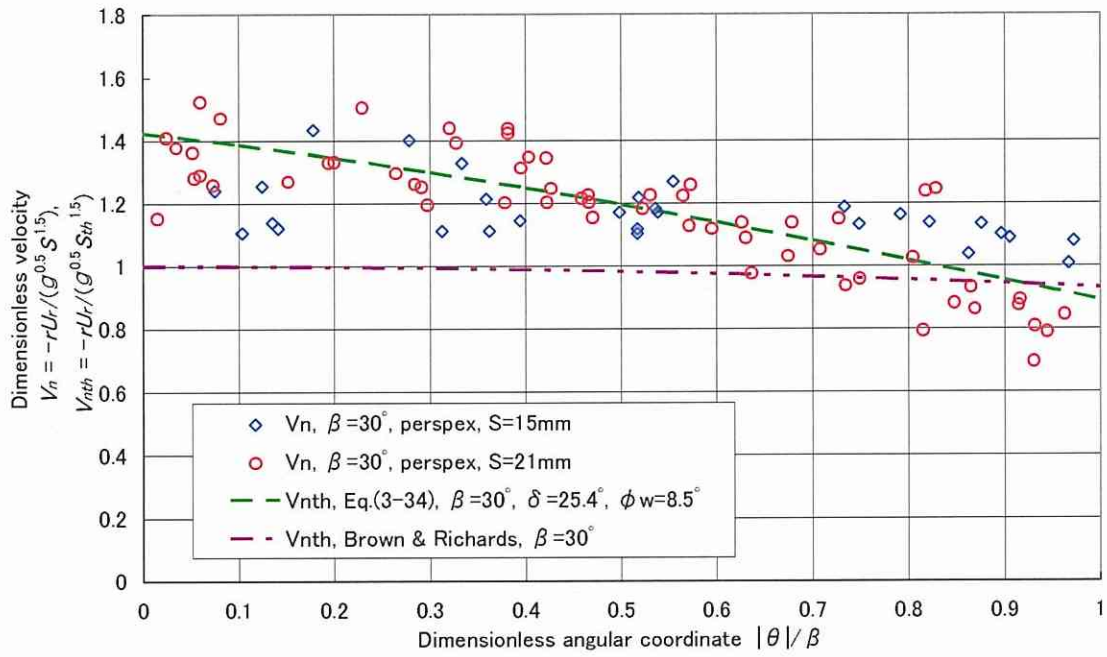


Fig. 3-15 (a) Velocity profile (nonuniform particles, $\beta=30^\circ$, perspex wall)

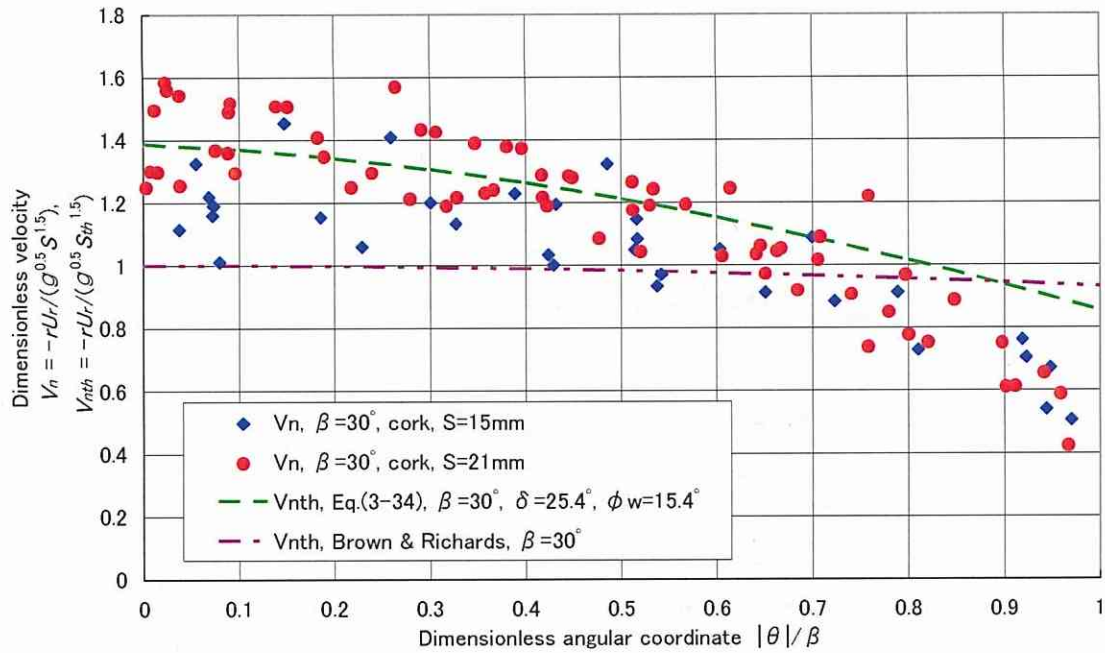


Fig. 3-15 (b) Velocity profile (nonuniform particles, $\beta=30^\circ$, cork wall)

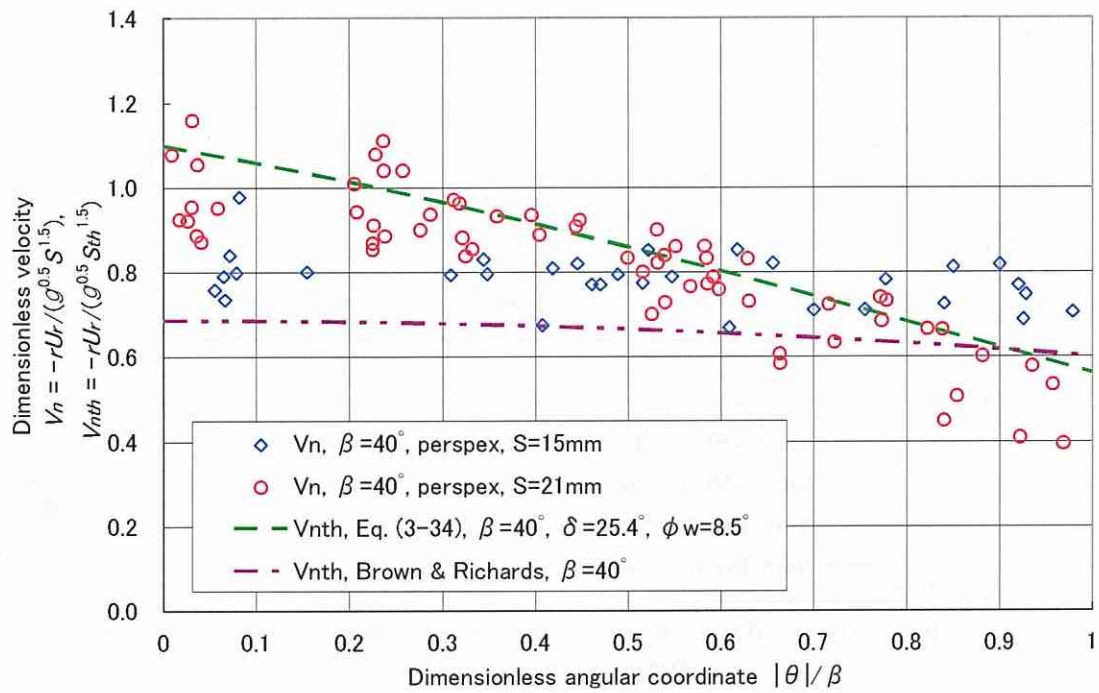


Fig. 3-16 (a) Velocity profile (nonuniform particles, $\beta=40^\circ$, perspex wall)

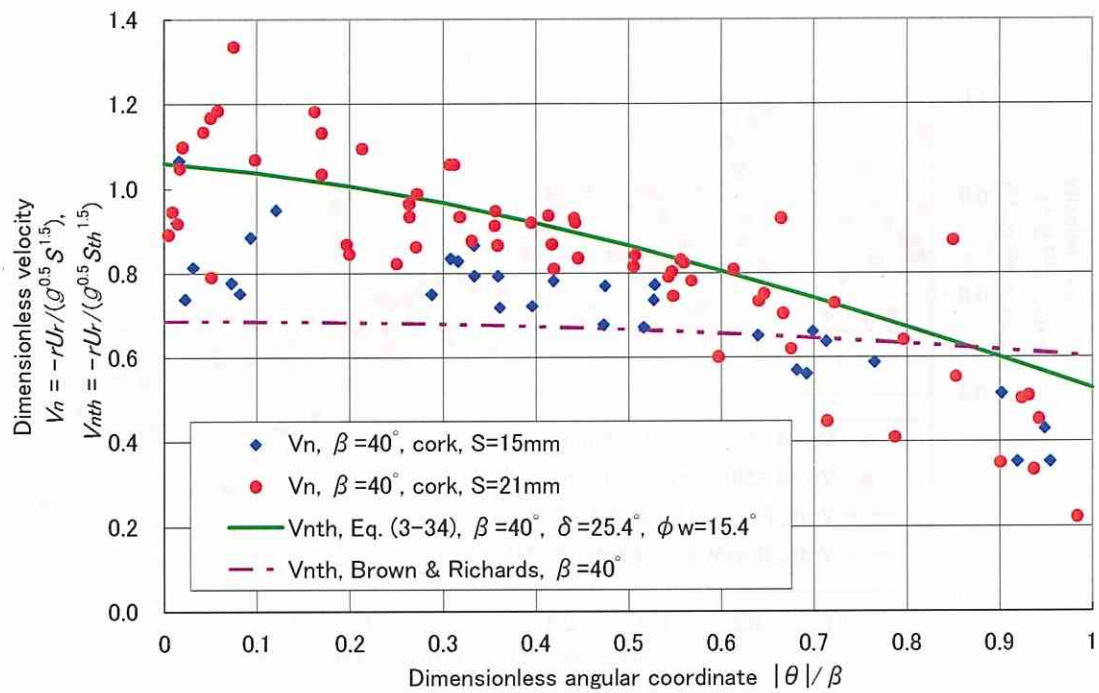


Fig. 3-16 (b) Velocity profile (nonuniform particles, $\beta=40^\circ$, cork wall)

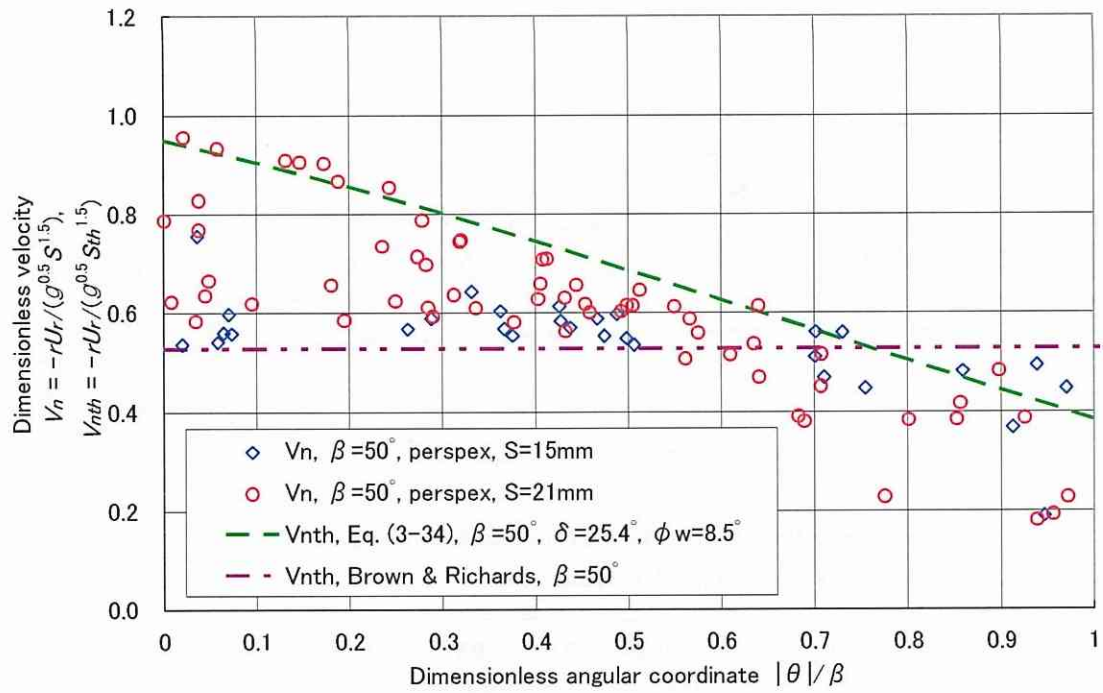


Fig. 3-17 (a) Velocity profile (nonuniform particles, $\beta=50^\circ$, perspex wall)

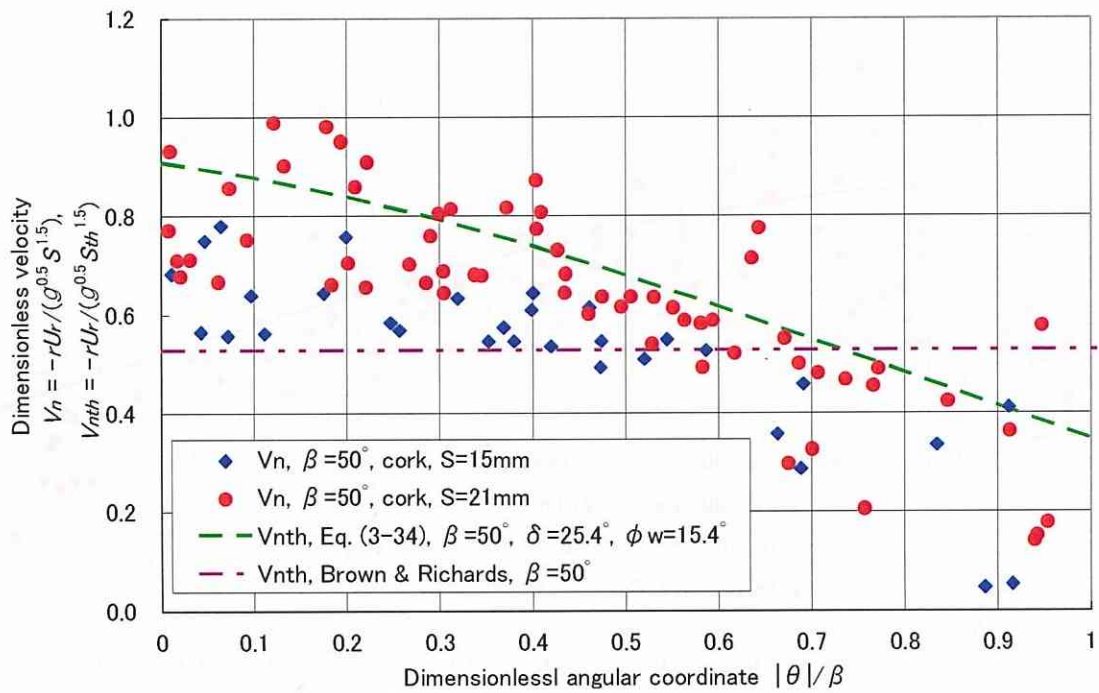


Fig. 3-17 (b) Velocity profile (nonuniform particles, $\beta=50^\circ$, cork wall)

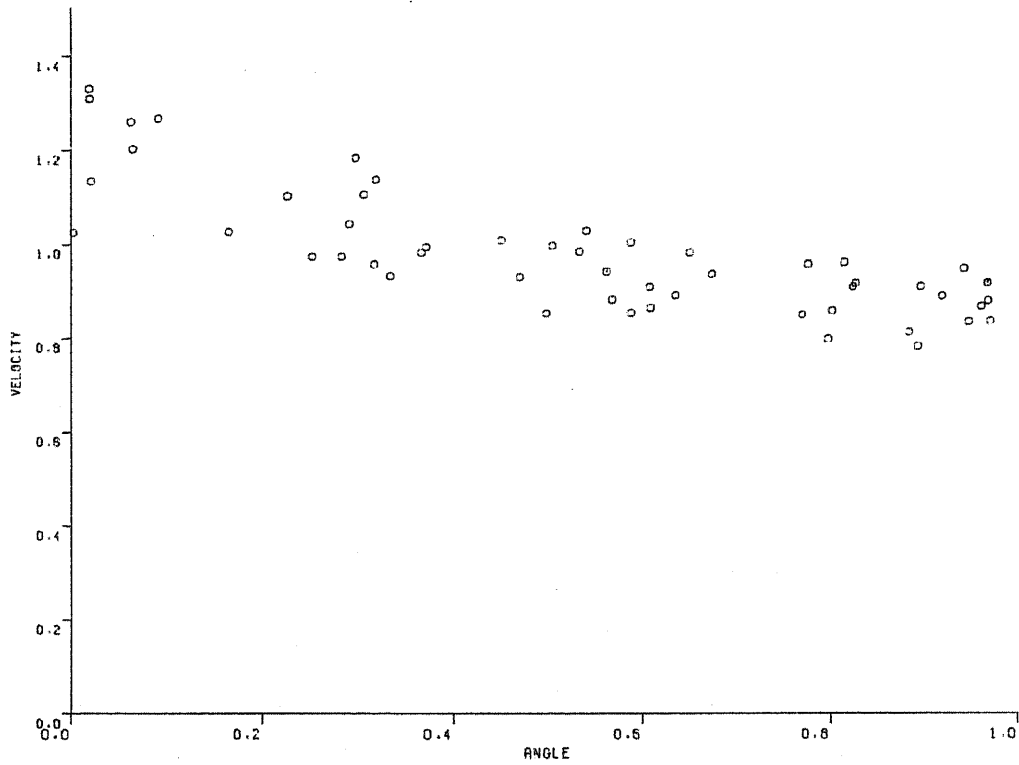


Fig. 3-18 (a) Velocity profile (uniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S = 21\text{mm}$, perspex wall)

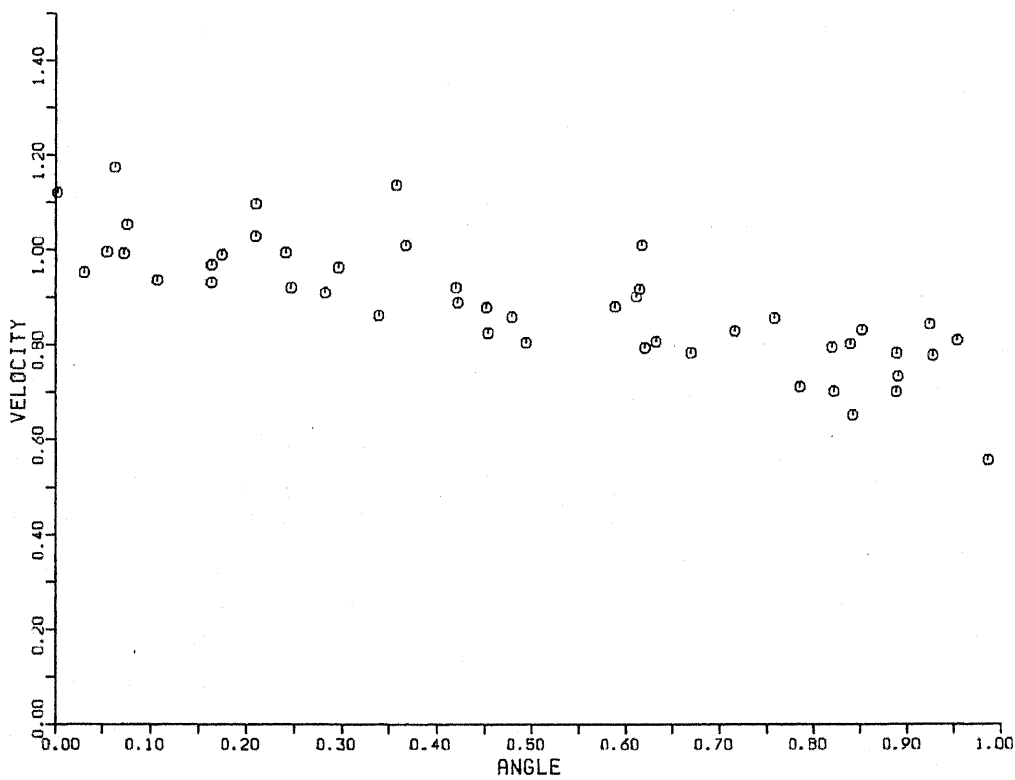


Fig. 3-18 (b) Velocity profile (uniform particles, $\beta = 30^\circ$, $S = 21\text{mm}$, cork wall)

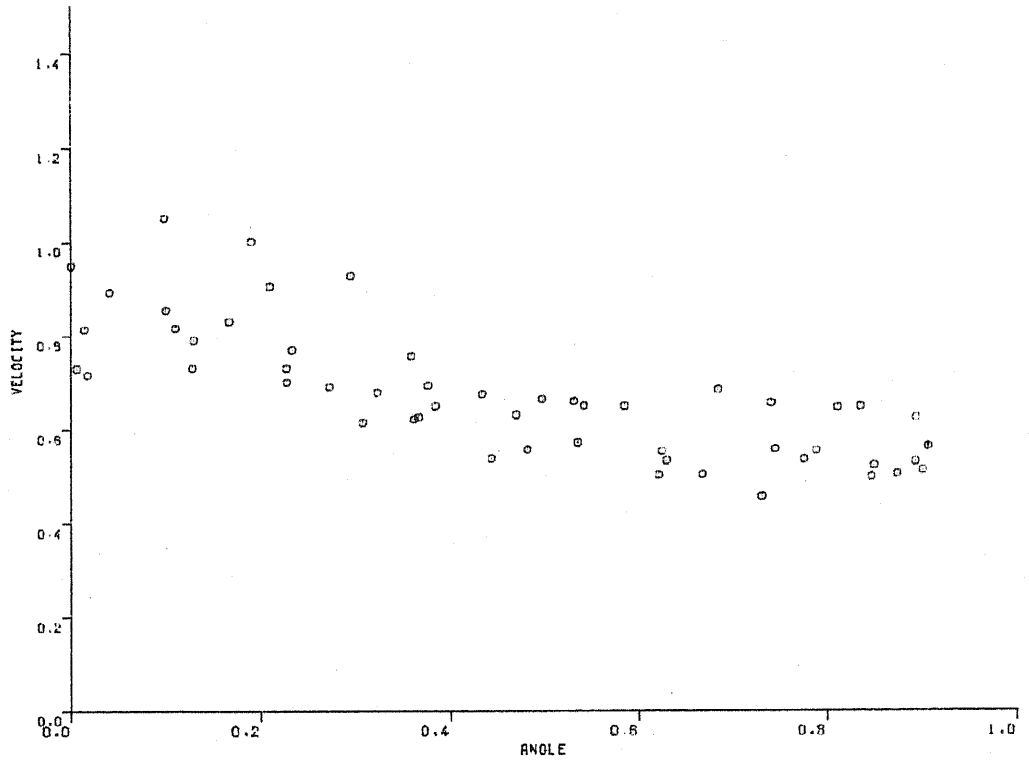


Fig. 3-19 (a) Velocity profile (uniform particles, $\beta = 40^\circ$, $S = 21\text{mm}$, perspex wall)

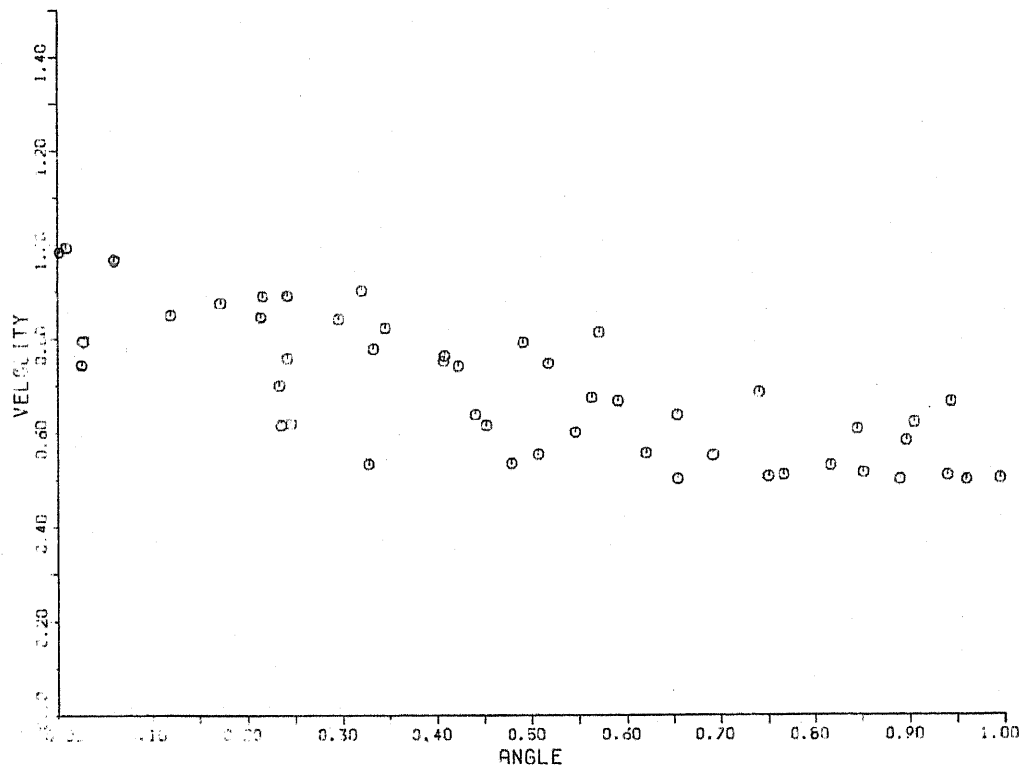


Fig. 3-19 (b) Velocity profile (uniform particles, $\beta = 40^\circ$, $S = 21\text{mm}$, cork wall)

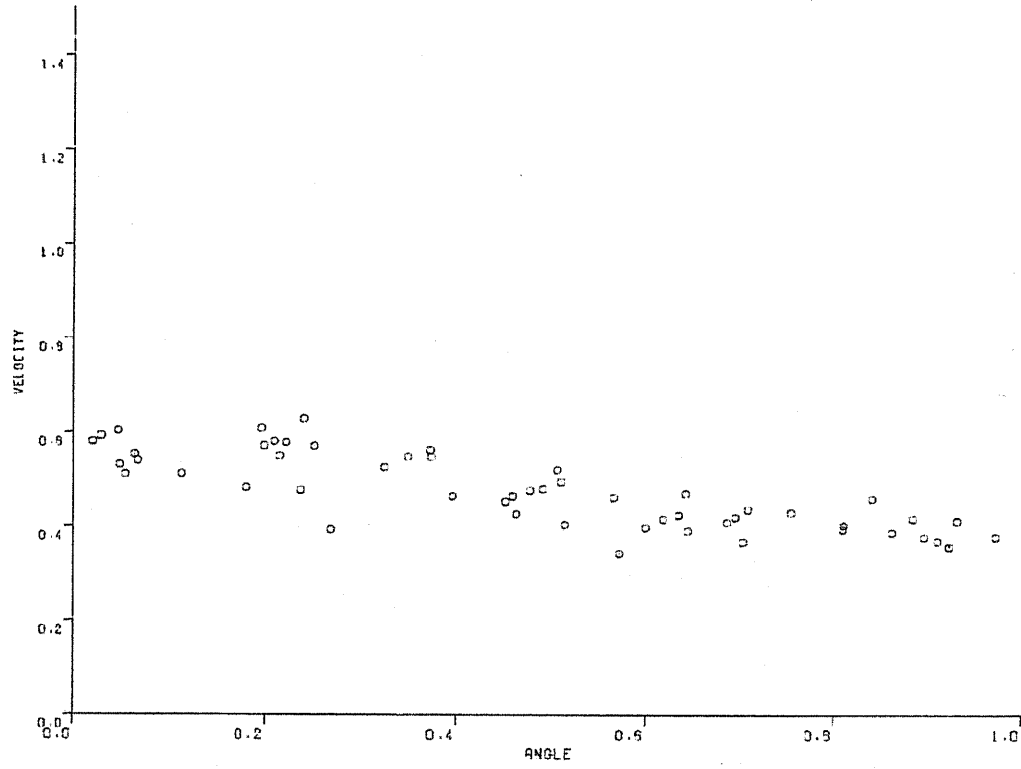


Fig. 3-20 (a) Velocity profile (uniform particles, $\beta = 50^\circ$, $S = 21\text{mm}$, perspex wall)

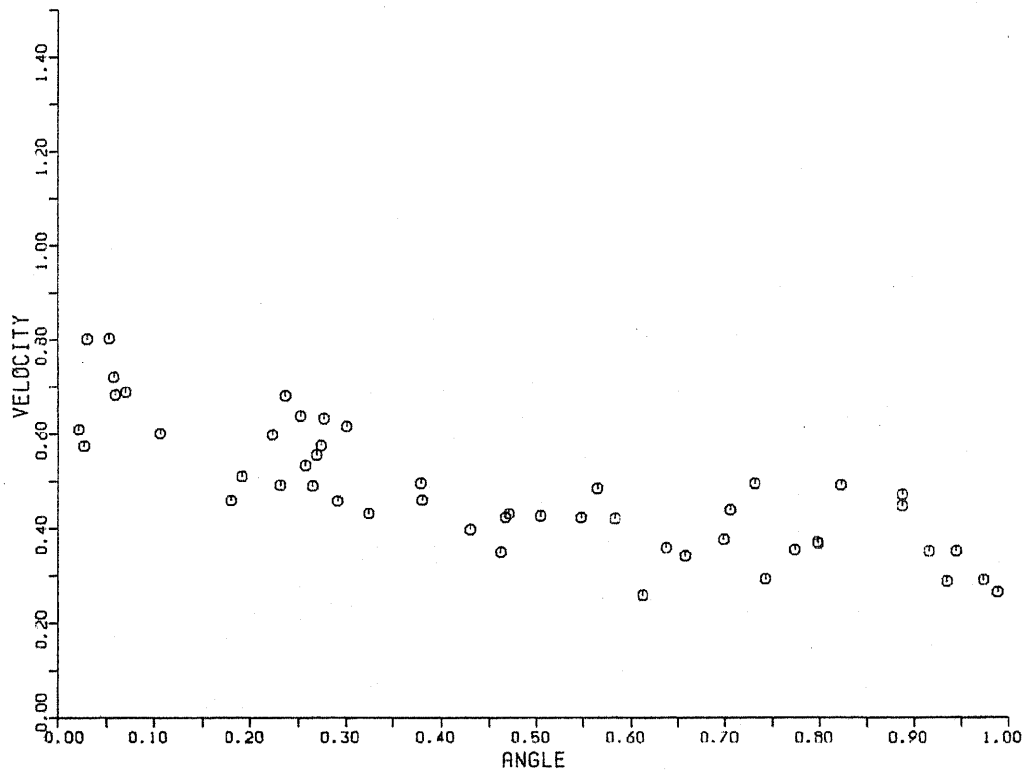


Fig. 3-20 (b) Velocity profile (uniform particles, $\beta = 50^\circ$, $S = 21\text{mm}$, cork wall)

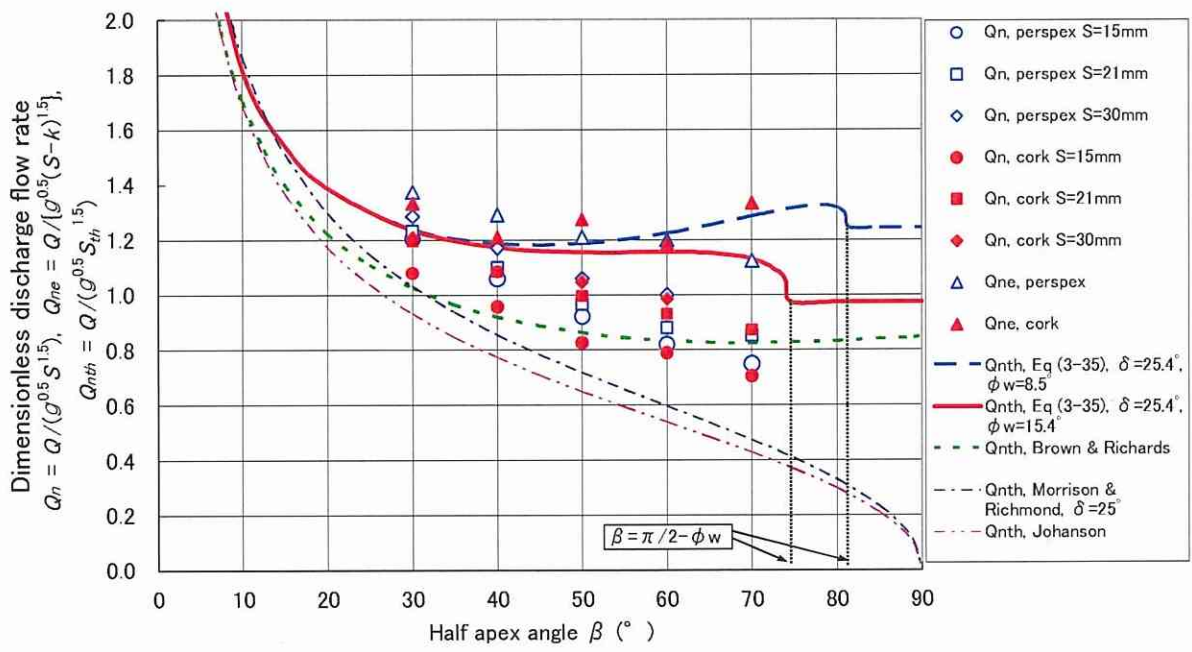


Fig. 3-21 Discharge flow rate (nonuniform cylindrical particles)

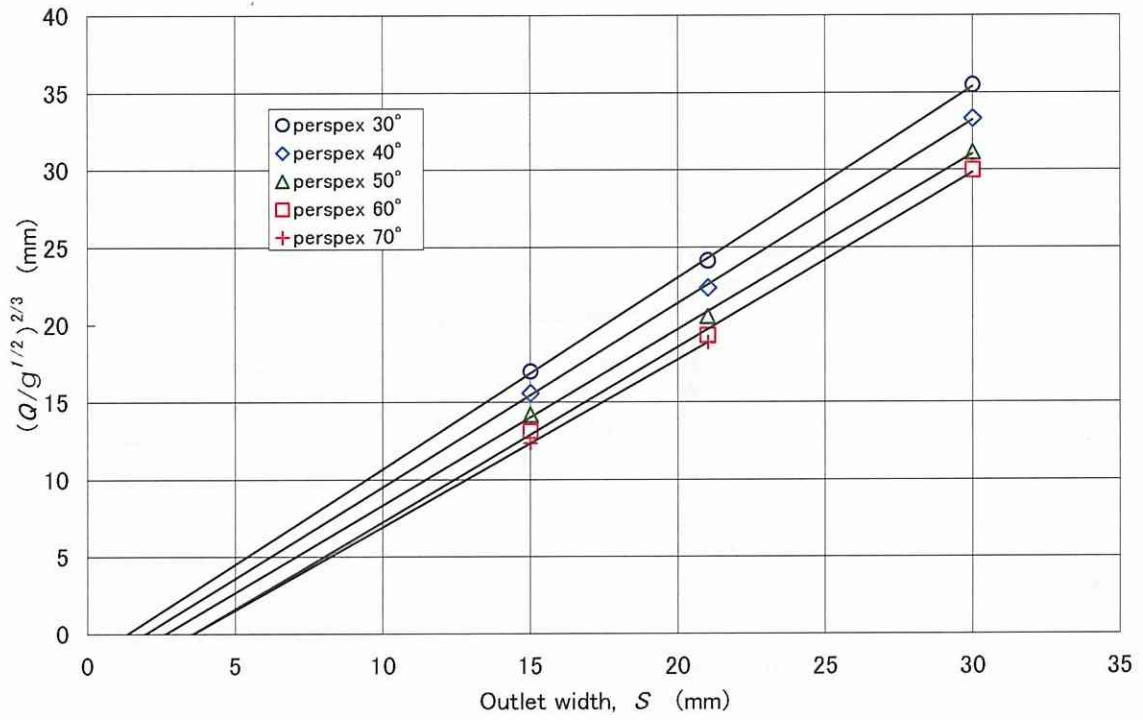


Fig. 3-22 (a) Empty space (nonuniform cylindrical particles, perspex wall)

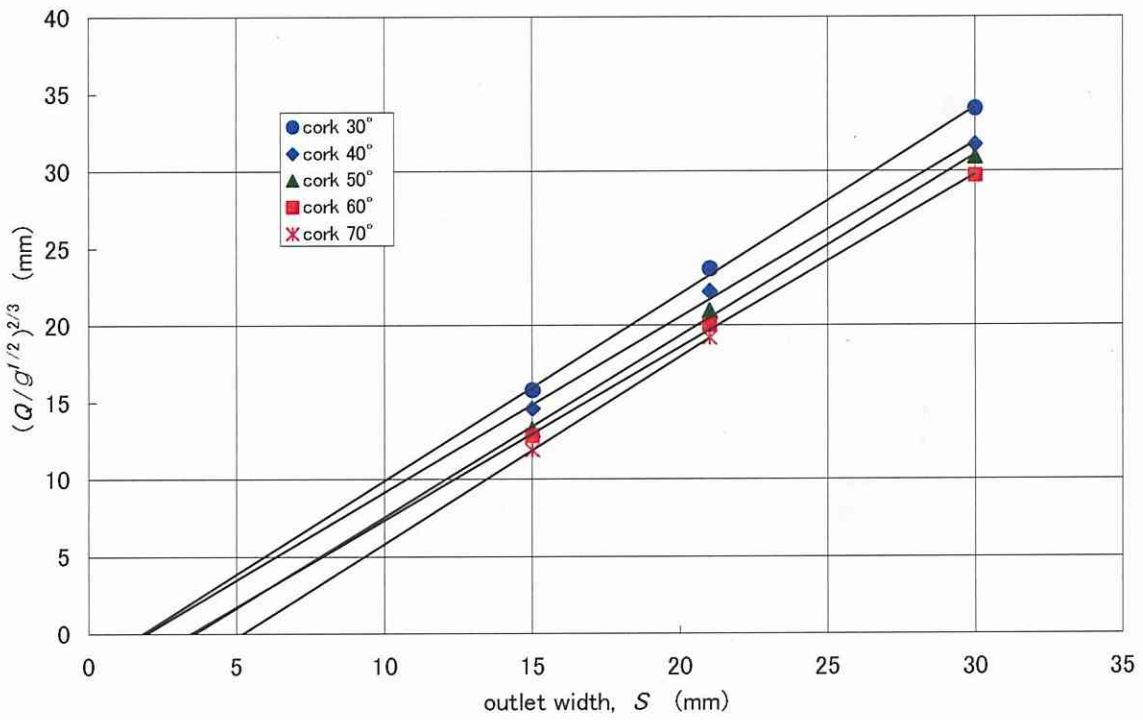


Fig. 3-22 (b) Empty space (nonuniform cylindrical particles, cork wall)

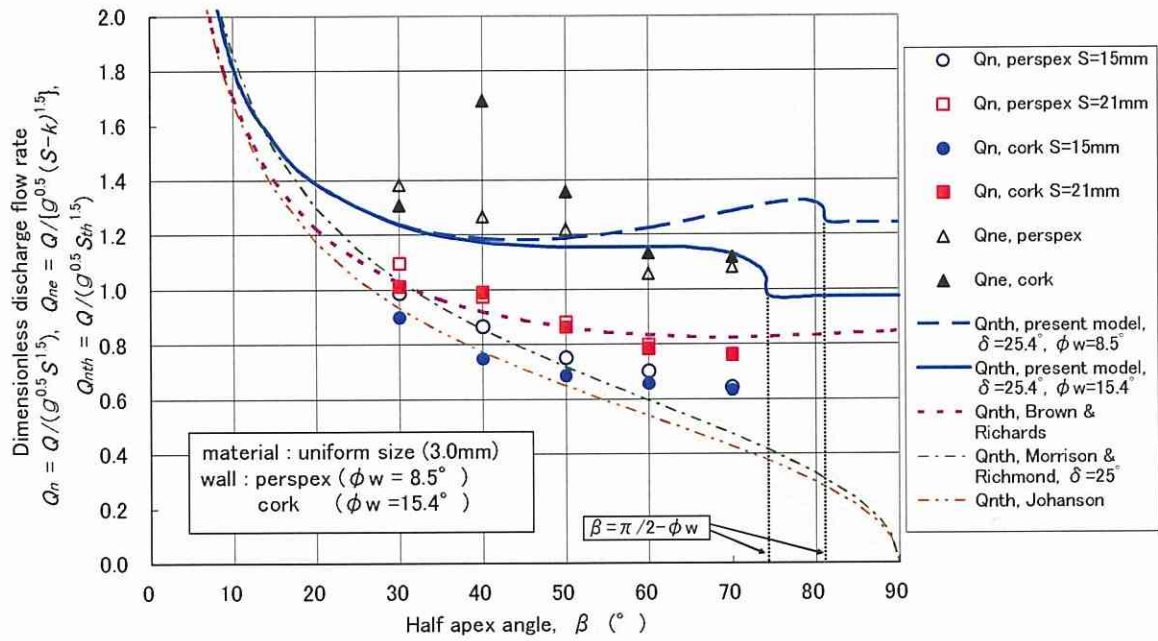


Fig. 3-23 Discharge flow rate (uniform cylindrical particles)

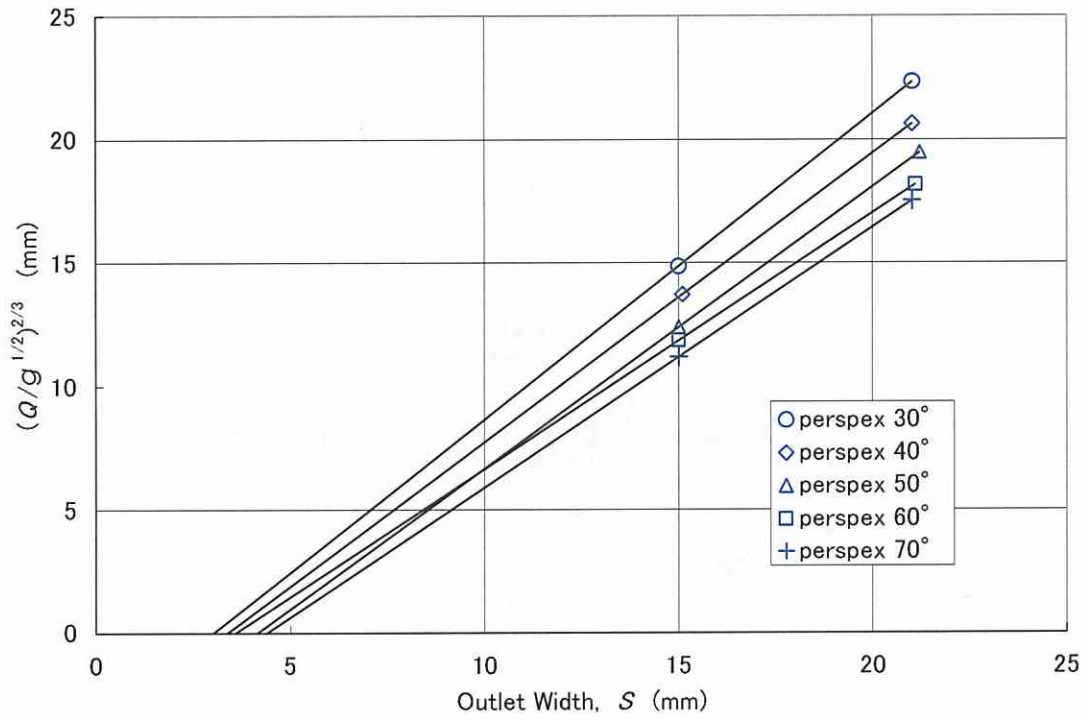


Fig. 3-24 (a) Empty space (uniform cylindrical particles, perspex wall)

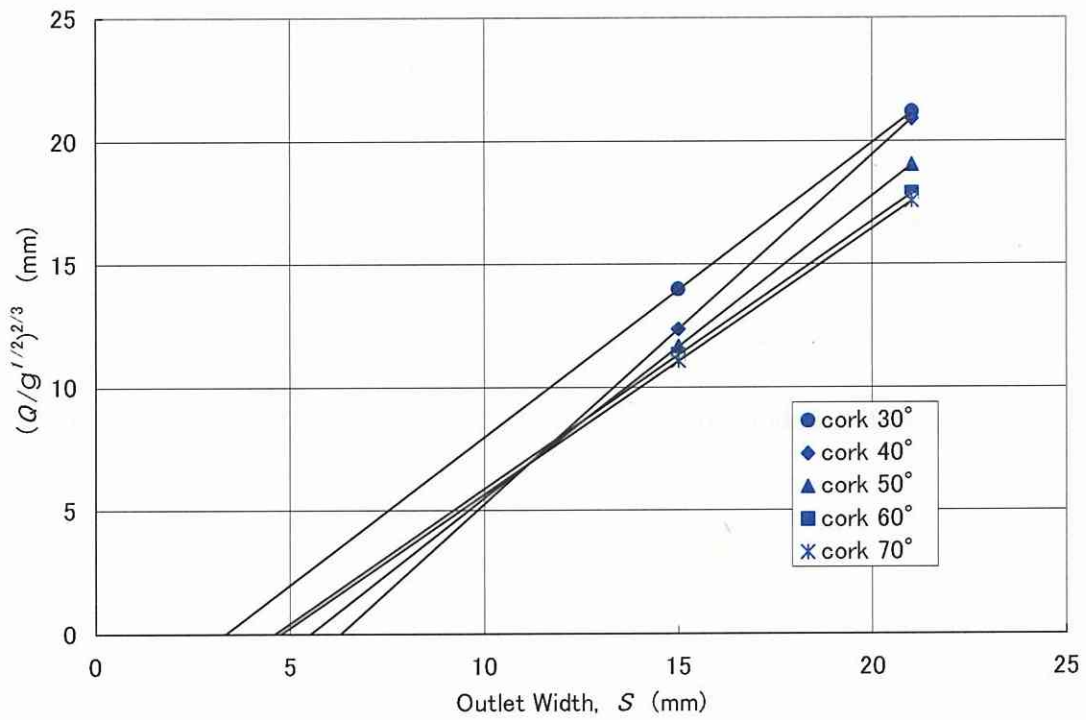


Fig. 3-24 (b) Empty space (uniform cylindrical particles, cork wall)

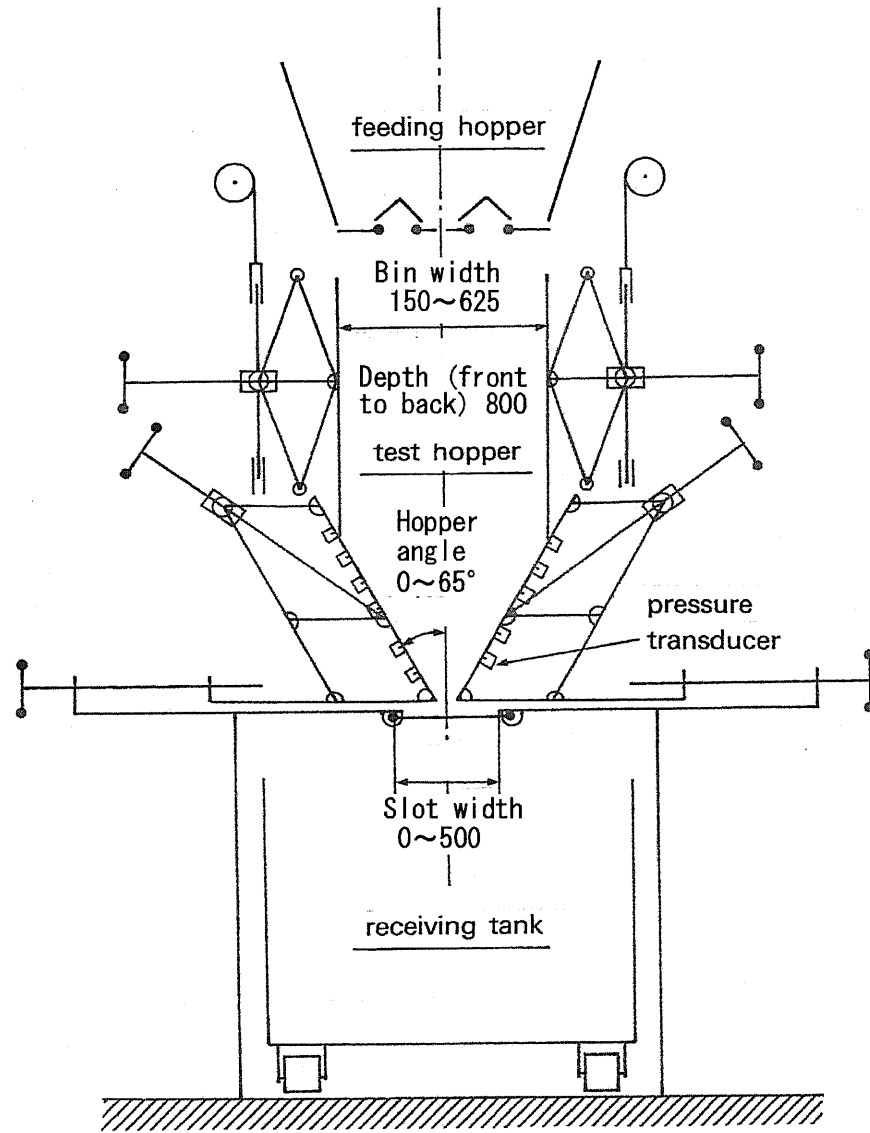


Fig. 3-25 Schematic view of wedge-shaped hopper using silica sand

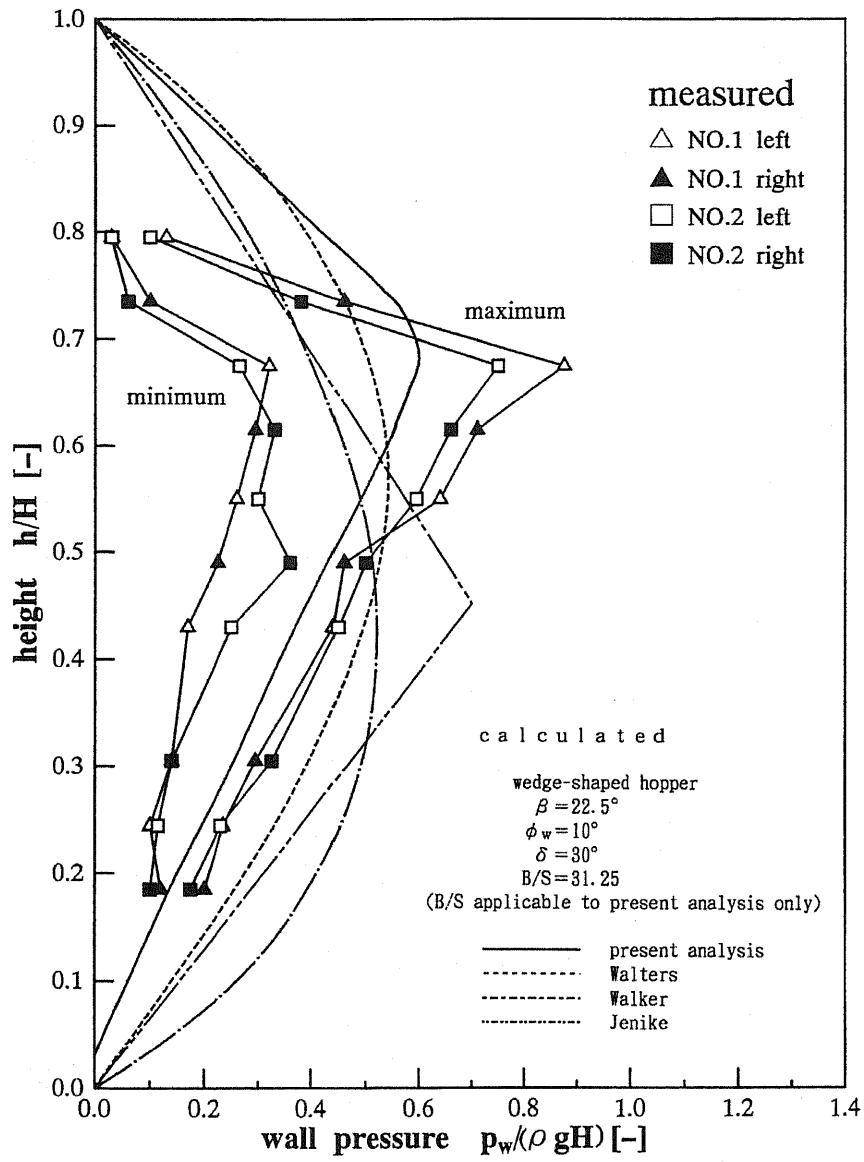


Fig.3-26 (a) Wall pressure (without surcharge, $\beta = 22.5^\circ$)

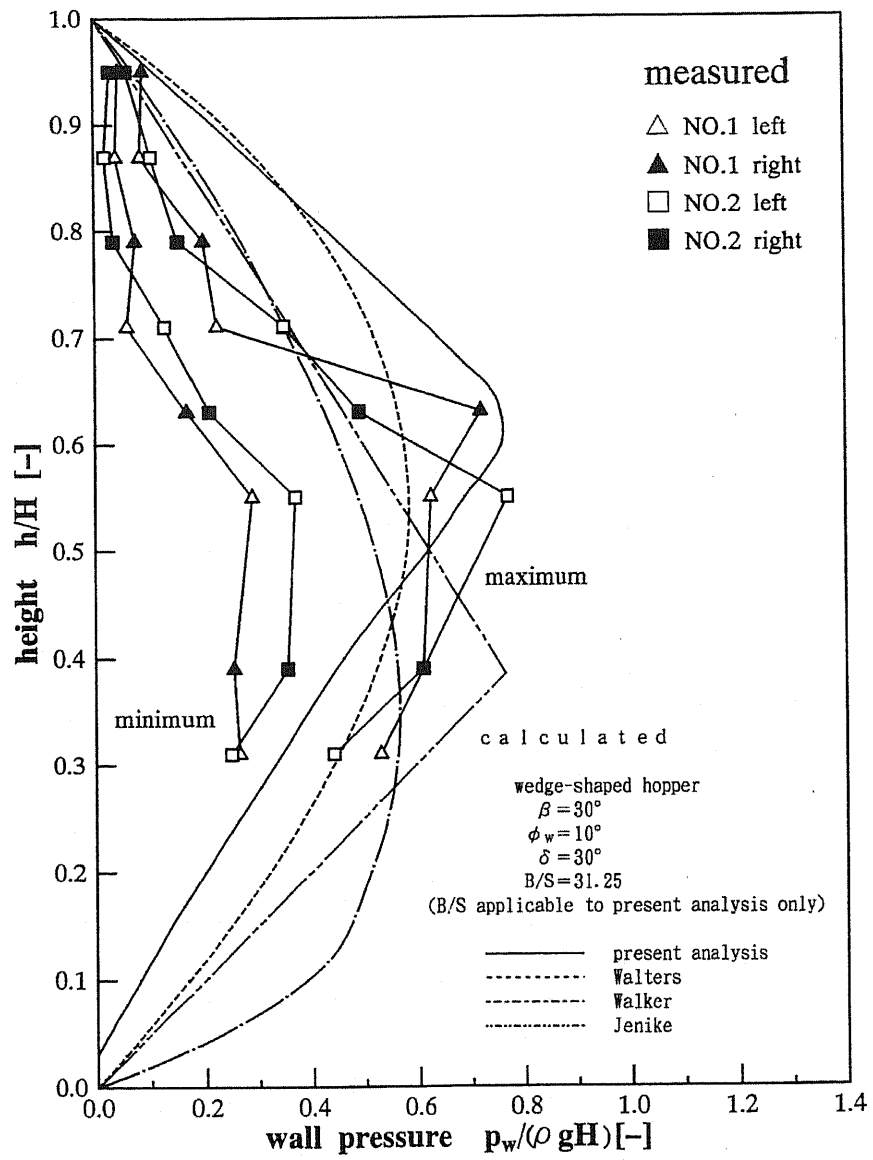


Fig.3-26 (b) Wall pressure (without surcharge, $\beta = 30^\circ$)

plane symmetrical hopper

$\beta = 30^\circ$ $p_t = 0$
 $\phi_w = 10^\circ$ $f_w/r_t = 0.032$ (or $B/S = 31.25$)
 $\delta = 30^\circ$

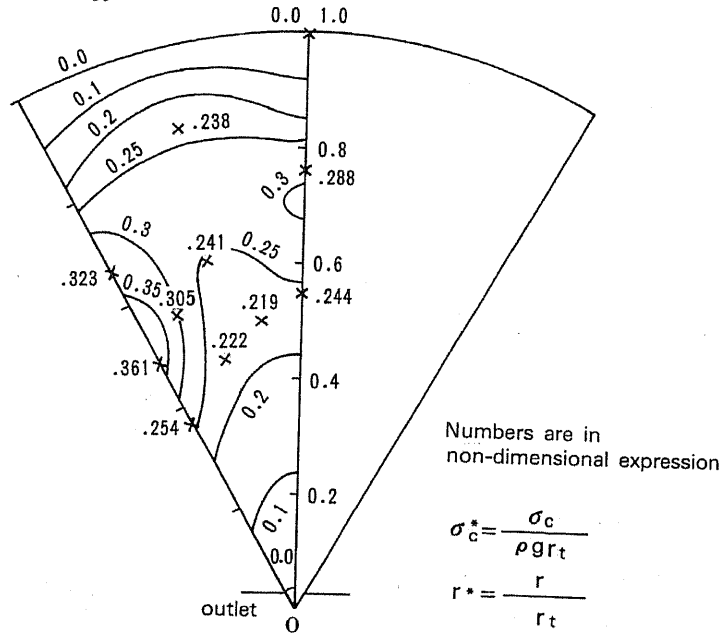


Fig.3-23 Internal stress (dimensionless mean normal stress σ_c^*)
 (without surcharge, $\beta = 30^\circ$)

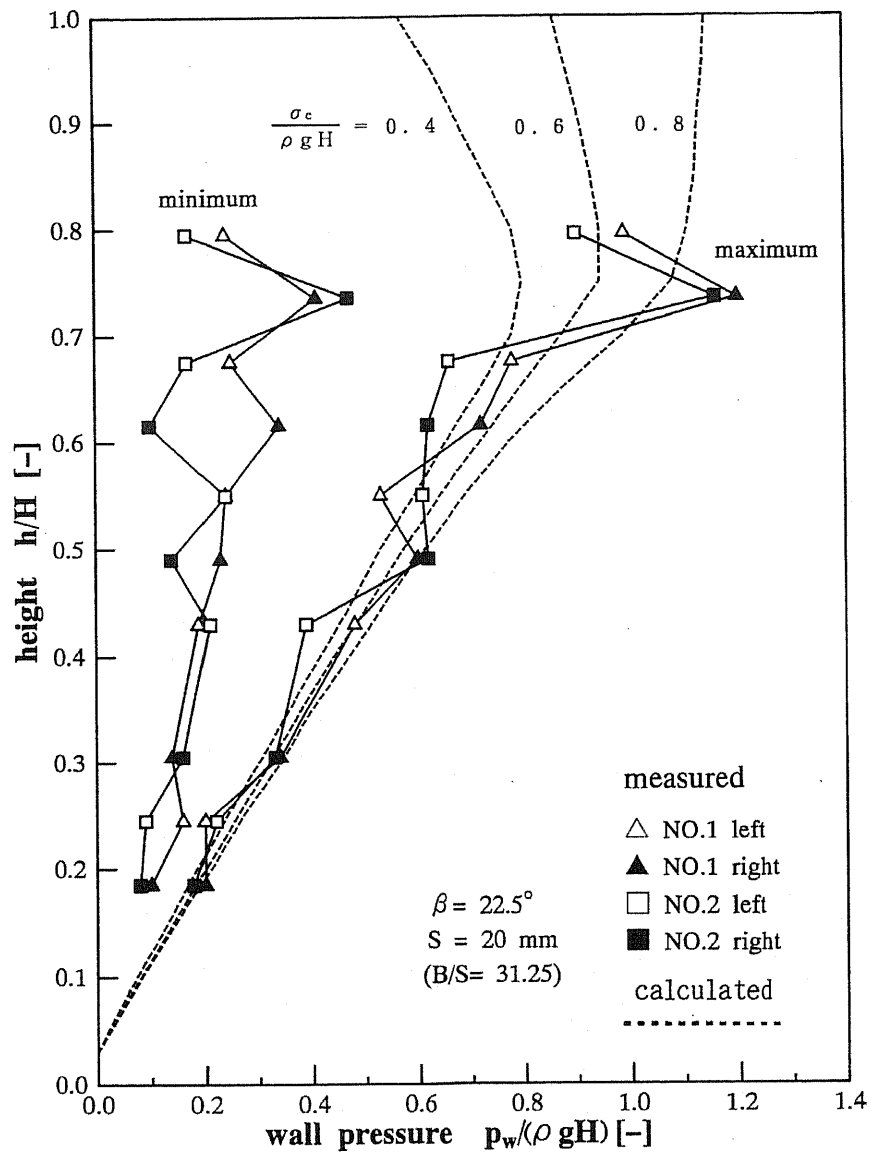


Fig.3-28 (a) Wall pressure (with surcharge, $\beta = 22.5^\circ$)

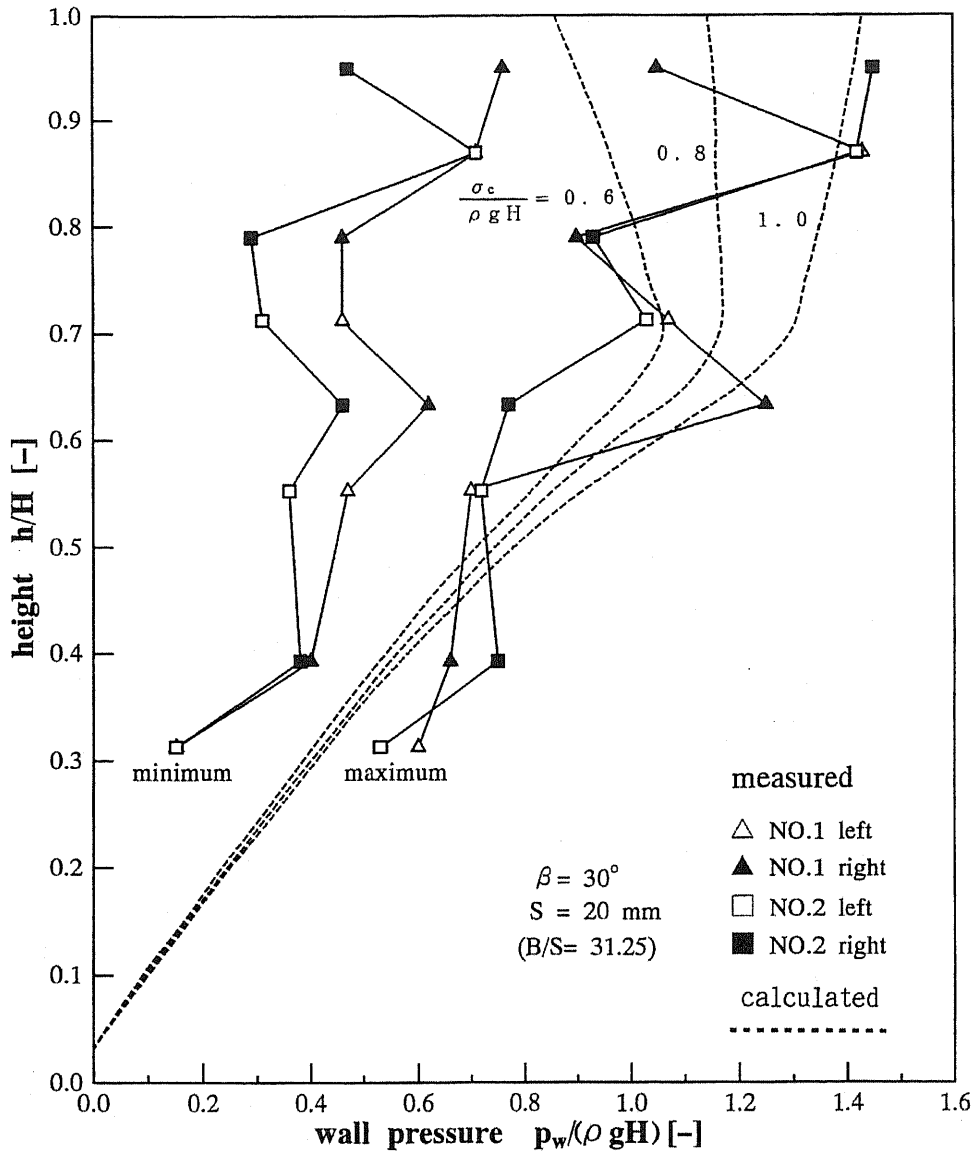


Fig.3-28 (b) Wall pressure (with surcharge, $\beta = 30^\circ$)

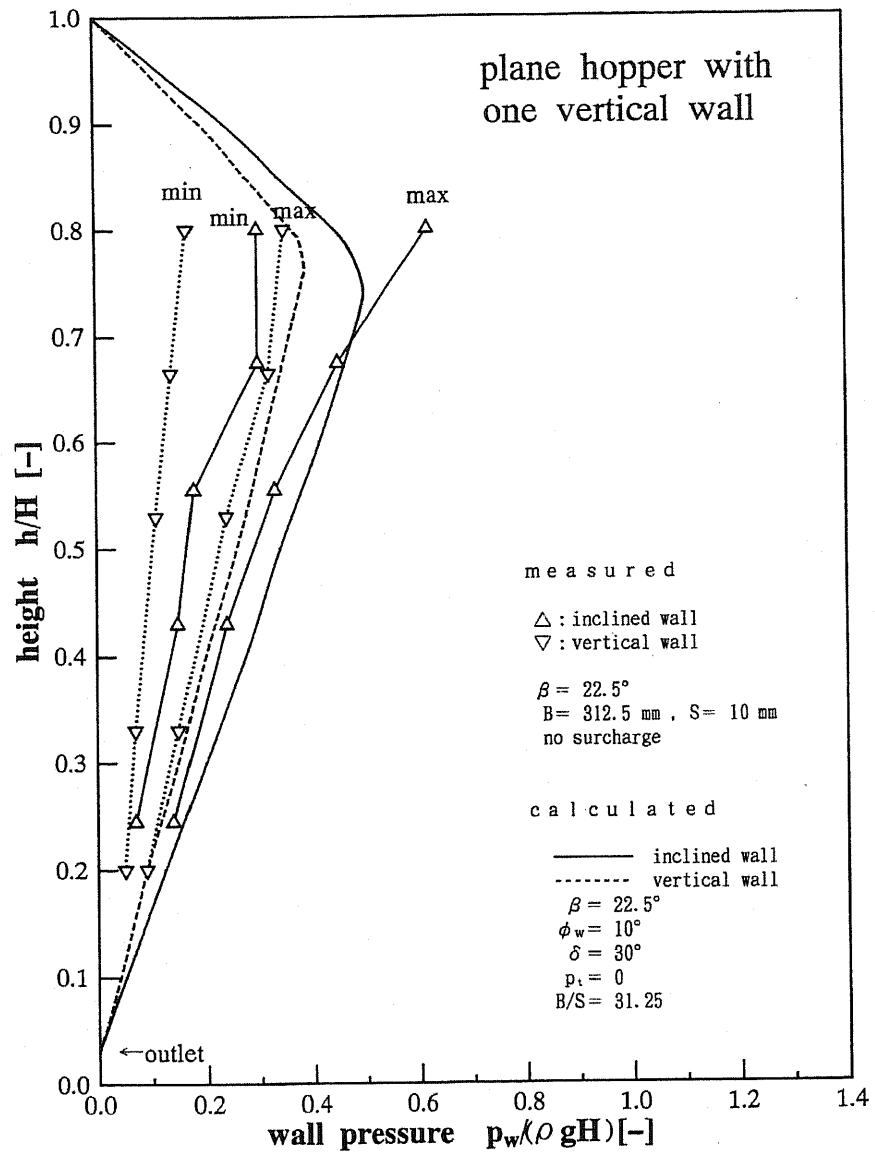


Fig.3-29 (a) Wall pressure (hopper with one vertical side, $\beta = 22.5^\circ$)

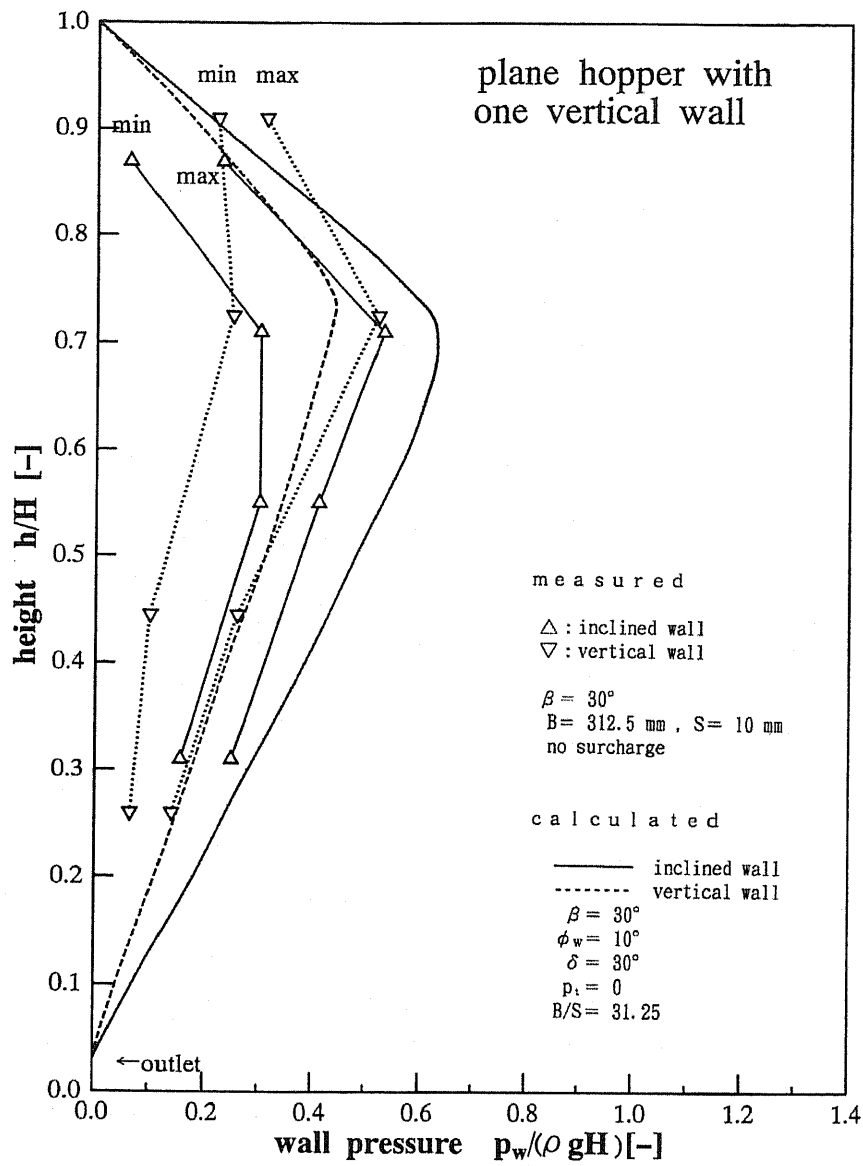


Fig.3-29 (b) Wall pressure (hopper with one vertical side, $\beta = 30^\circ$)

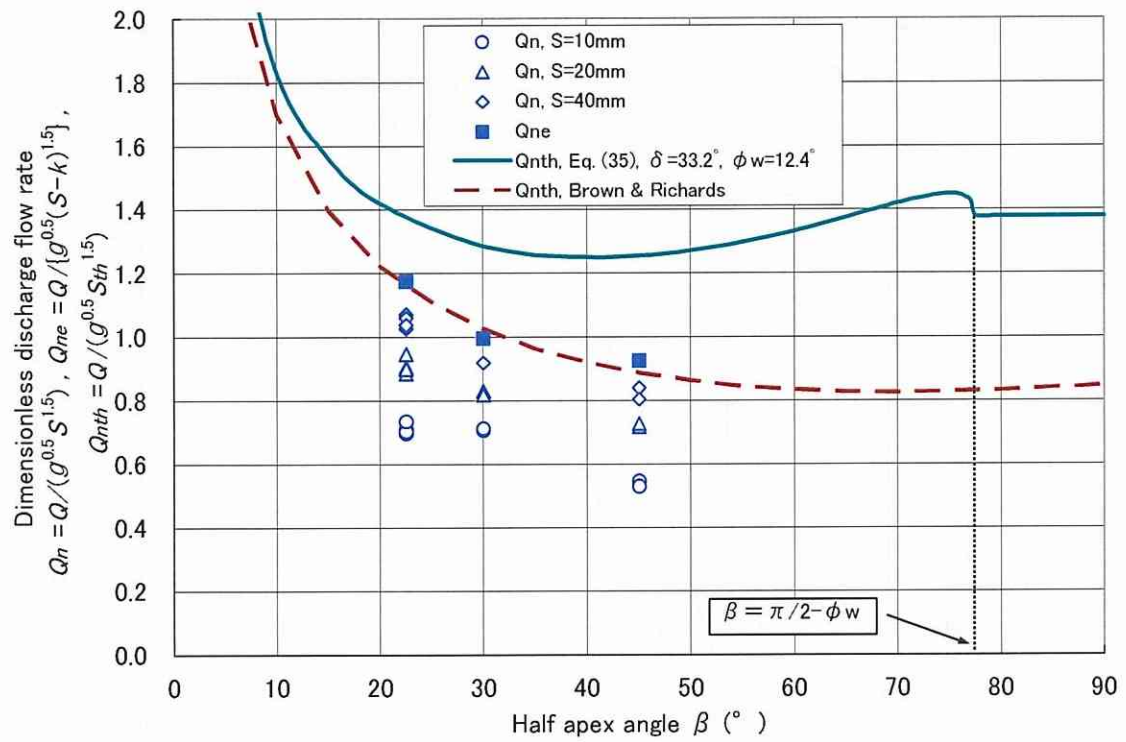


Fig. 3-30 Discharge flow rate (silica sand, symmetrical hopper)

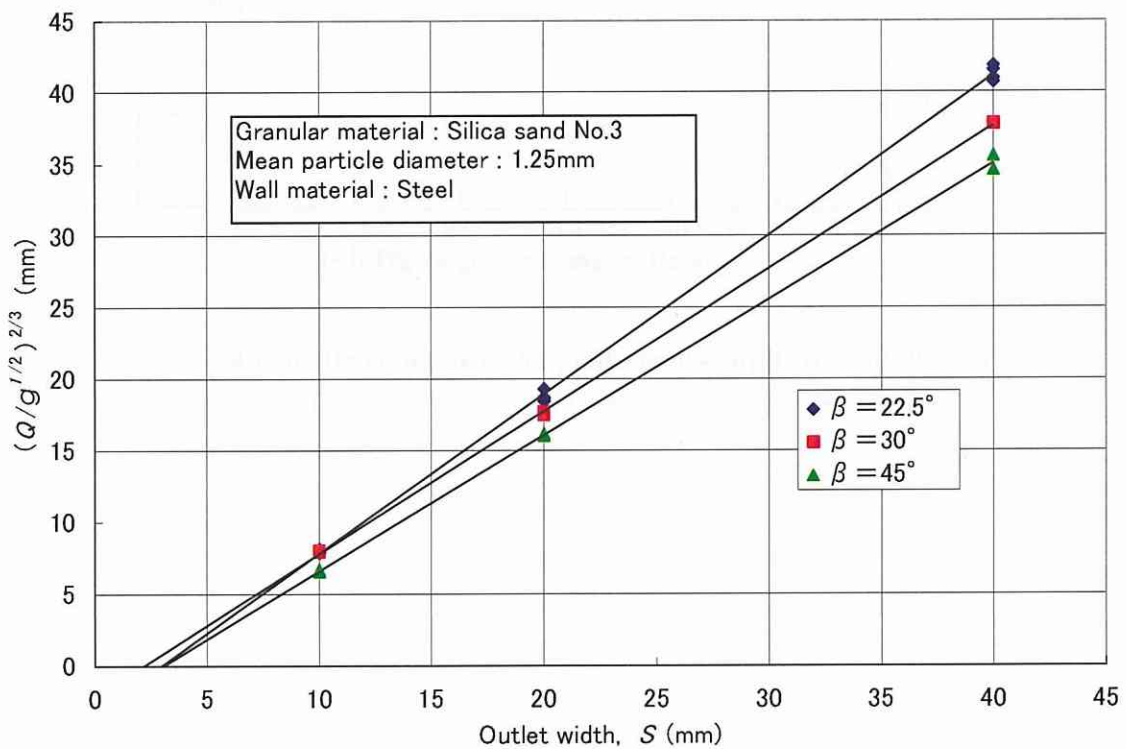


Fig. 3-31 Empty space (silica sand, symmetrical hopper)

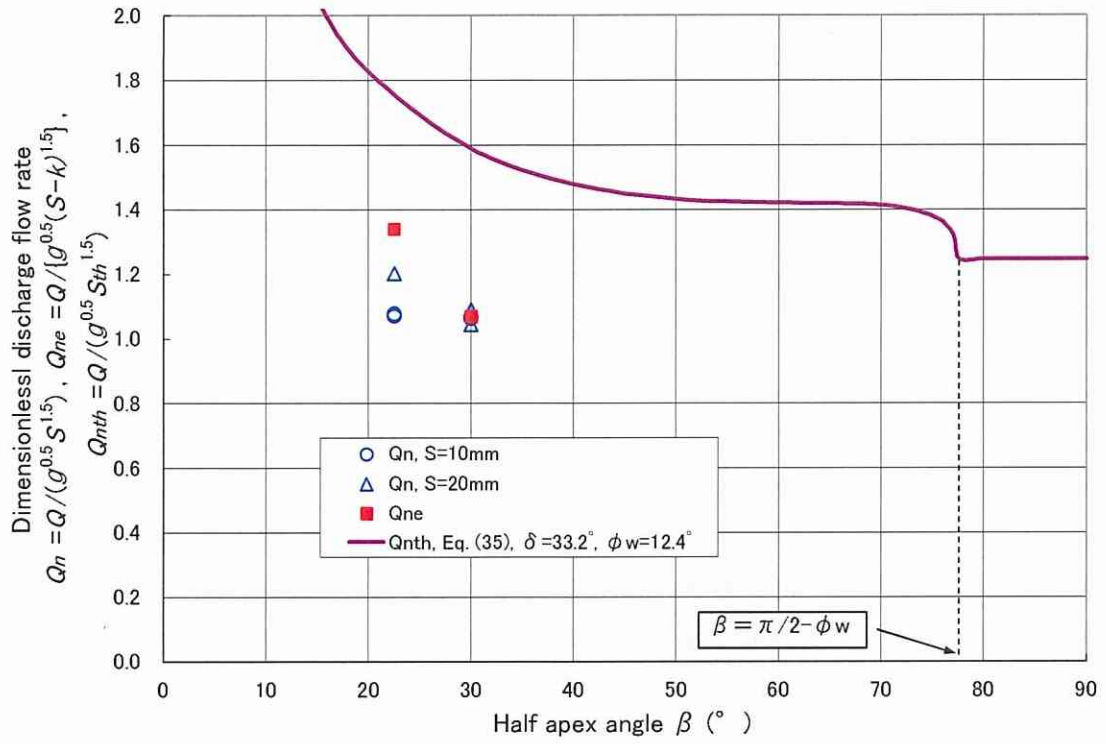


Fig. 3-32 Discharge flow rate (silica sand, one side vertical)

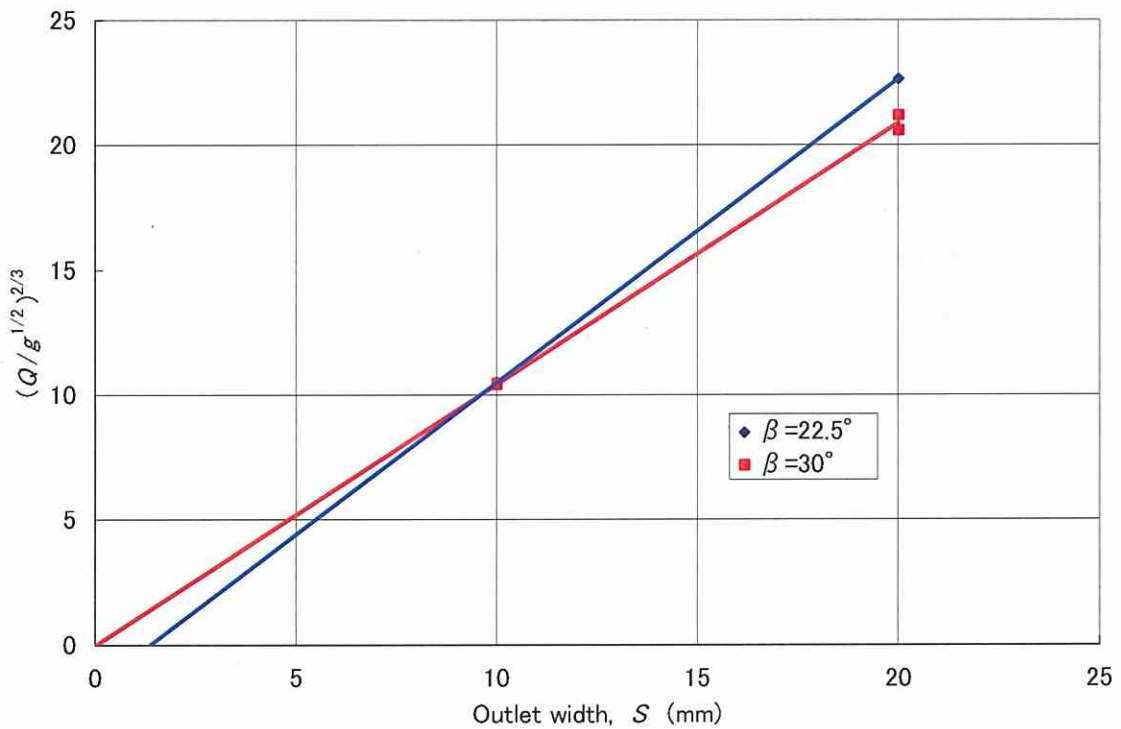


Fig. 3-33 Empty space (silica sand, one side vertical)

第4章 小型サイロと中規模サイロにおける穀物の流れ挙動と応力状態

4.1 緒言

日本鋼管株式会社 (NKK, 現 JFE エンジニアリング) は、わが国における鋼製サイロのトップメーカーの一つであり、1965 年以降 1985 年時点までに基数で 1600 基、貯蔵量にして 100 万トンもの鋼製サイロを建設している。この間、同社は、より合理的な貯蔵・ハンドリング能力とより安全で経済的な構造を持つサイロプラントを実現するための研究開発を続けてきた。

サイロのようにばら状態の粉粒体を貯蔵する貯槽は、一般の構造物と同様の地震力や風圧のほかに、内容物が作用する粉体圧が重要な作用力となる。したがって、サイロの設計・計画においては、内容物によって与えられる応力を正確に予測することが重要である。粉体圧の設計応力の算定については、1984 年に日本建築学会で、サイロを含めた容器構造設計指針案¹⁾が制定され、排出時の粉体圧は、投入時の静的な粉体圧に比べ相当大きく設定してある。しかしながら、日本と諸外国で用いられているサイロ設計の標準や指針²⁻⁵⁾は互いに相違している。また、特に排出中の応力状態に及ぼすハンドリング条件、例えば、投入方法、排出方法、ホッパ形状等の効果は、既往の研究では十分解析されていない。

したがって、サイロをより適正に設計するためには、実際的な操業条件のもとで得られた実験結果に基づいて粉体圧を予測することが重要である。このとき、大型サイロへのスケールアップの可能性を検証する必要がある。この観点から、NKK と東京大学は共同で大きさの異なる二つのサイロを試験に供した。東京大学においては、内径 0.3m の小型サイロを用いてサイロ形状と充填方法がサイロ内応力分布に与える影響を調査した⁶⁾。一方、NKK においては、内径 1.4m の中規模サイロを用いて、実際の操業条件の下に実験を行った⁷⁾。実験結果は既往のサイロ設計の理論や規準と比較した。最後に、この規模の異なるサイロにおける穀物の流れと応力の相似性を検証した。

4.2 粉体圧の理論とサイロ設計基準

4.2.1 粉体圧の理論

Janssen は円筒容器内の粉粒体の圧力について、Coulomb の塑性降伏状態にあり、かつ、最大・最小主応力がそれぞれ、鉛直・水平方向に作用し、水平断面内で一様であると仮定し、水平スライス要素の力の釣合いから、次の Janssen 式を導いた⁸⁾。

$$P_v = \frac{\rho g D}{4\mu k} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-4\mu k z}{D}\right) \right\} \quad (4-1)$$

$$P_h = kP_v \quad (4-2)$$

$$k = \frac{1 - \sin \delta}{1 + \sin \delta} \quad (4-3)$$

ただし,

P_v : 鉛直圧	g : 重力の加速度
P_h : 水平圧	k : 圧力比
D : サイロ直径	z : 上表面からの深さ
ρ : 粉粒体のかさ密度	δ : 有効内部摩擦角
μ : 壁面摩擦係数	

圧力比 k は水平圧と鉛直圧の比で、静的状態の場合は上記に示した主動 Rankine 定数を用いるのが一般的である。しかし、実際の槽内の応力状態は Janssen の仮定と異なるとする考えから、 k については他にもいくつかの定義がある⁹⁾。

ホッパ部については、Walker¹⁰⁾ により水平スライス要素の力の釣合いから求められた次式がある。

$$P_v = \frac{\rho gh}{n-1} \left\{ 1 - \left(\frac{h}{H} \right)^{n-1} \right\} + P_{vt} \left(\frac{h}{H} \right)^n \quad (n \neq 1 \text{ の場合}) \quad (4-4)$$

$$P_v = \rho gh \ln \frac{H}{h} + P_{vt} \frac{h}{H} \quad (n = 1 \text{ の場合}) \quad (4-5)$$

$$P_w = kP_v \quad (4-6)$$

$$n = (1+m) \left\{ \frac{k(\tan \alpha + \tan \phi)}{\tan \alpha} - 1 \right\} \quad (4-7)$$

ここで,

P_w : ホッパ壁への垂直圧

P_{vt} : ビン部・ホッパ部遷移面での鉛直圧

h : ホッパ頂点からの高さ

H : ホッパ頂点から遷移面までの高さ

α : ホッパ半頂角

ϕ : 壁面摩擦角

k : 圧力比 (=壁面垂直圧力/鉛直圧力)

m : 形状係数 (くさび形ホッパ: $m=0$, 円錐ホッパ: $m=1$)

n : 応力場パラメータ

$n=0$ の特別なケースは、Walker の線形静圧式¹¹⁾ に帰する。

$$P_v = P_{vt} + \rho gy \quad (4-8)$$

$$k = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + \tan \phi} \quad (4-9)$$

ここで,

y : 遷移面からの深さ

n が大きいということは、ホップ壁がより柔軟であるか、または粉体がより圧縮性であることを意味する。

ビン部とホップ部における流れ状態に対しては、それぞれに Walters の式が知られている¹²⁾。これらの式は前述の Janssen 式や Walker 式と類似の形式を取るが、仮定された応力状態は異なっている。

4.2.2 サイロの設計基準

各国で使用されているサイロ設計基準や、日本建築学会で制定された容器構造設計指針案における粉体圧の算定方法を比較する。

これらの基準の多くは基本的に Janssen 式に基づいているが、設計圧、特に動的過大圧は、Janssen 値に動圧補正係数を乗ずるか、または μ や k のパラメータを変更することによって見積もっている。各基準を本研究の中規模サイロのビン部に適用した結果を Fig. 4-1 に示す。計算に用いた物性値は穀物マイロのものである。各基準間には大きな差があり、粉体圧に対する見解がまだ統一されていないことがわかる。

容器構造設計指針では、サイロのホップ部に対しても動圧補正係数を規定している。ただし、ビン部とホップ部を比較すれば通常ビン部の粉体圧のほうがより重要である。なぜなら、容積効率を上げるために高さ／径比の大きいサイロとすることが多く、ビン部の壁面の面積はホップ部の壁面の面積よりずっと大きくなる。粉体圧を適切に予測して、最適な躯体強度（鋼製サイロでは鋼板の板厚）を設計することが重要であり、面積の大きいビン部の材料費等の影響が大きいからである。

4.3 小型サイロによる実験

4.3.1 実験装置と実験方法

実験に使用した小型サイロの概要を Fig. 4-2 に示す。サイロ本体は内径 305mm、高さ 1700mm の円筒型鋼製サイロで、円筒部とホップ部を独立に支持し、3 点のロードセルでホップを支持しているため、ホップ上部（すなわち、遷移面）に作用する応力を測定することができる。円筒部 (Fig.4-2(a)) とホップ部 (Fig.4-2(b)) の壁面に受圧面径が 26.5mm のダイアフラム型圧力計を取付けた。また、平板 (Fig.4-2(c)) を用いれば、平底サイロとなり、対称に配置した圧力計で底圧分布が測定される。測定は、動ひずみ測定器を介して電磁オシログラフに記録する方法で行った。

円筒上部にサイロ本体と独立に設置した供給ホップから、試料穀物をガイドパイプを通して中央投入した。オリフィス径で投入速度を制御し、円筒部に 80kg 充填されるまで投入した。投入完了後、静置時間を取らず即座に排出し、排出速度も出口径により一定に保った。

実験に用いた試料穀物は、主原料穀物のマイロ（こうりゃん）である。

4.3.2 平底サイロの実験結果と考察

底面に作用する鉛直応力 σ_v の半径方向分布と平均鉛直応力 σ_{vm} (底板全荷重を底板面積で割ったもの) を Fig. 4-3 に示す。底板全荷重はホッパ底板を支持しているロードセルにより測定した。

中央投入は一般にビン中央に低い圧力を与える傾向があると言われるが、Fig.4-3 の結果は、底面中央に最大圧が現れている。これは、おそらく高所から投入した衝撃によるものと考えられる。

壁面に作用する摩擦力 F_f は、サイロ内容量の重量 W_p と底面荷重 F_b との差から決定される。

$$F_f = W_p - F_b \quad (4-10)$$

F_f は高さ h の関数であるから、壁面のせん断応力 τ_w は次式により計算される。

$$\tau_w = \frac{1}{\pi D} \cdot \frac{dF_f}{dh} \quad (4-11)$$

底面に近い壁面の応力状態を示す Mohr 円と壁面破壊包絡線 WYL を Fig. 4-4 に示す。WYL は直接せん断試験により測定した。 σ_h と σ_{va} は底面に近い壁面の、それぞれ水平および鉛直応力である。Fig.4-4 から、点 (σ_h, τ_w) は WYL 上にあり、Mohr 円は WYL に交差し、破壊包絡線 EYL には接しないことがわかる。

σ_{vm} 、 σ_h および τ_w の値から計算された k と μ の値は、それぞれ、0.51 と 0.26 である。ここで、 k と μ はそれぞれ σ_h / σ_{vm} および τ_w / σ_h で定義される。計算で求めた μ の値は WYL で表される壁面摩擦係数 $\mu = 0.28$ とほぼ一致する。

4.3.3 ホッパ付きサイロの実験結果と考察

充填中の円筒部とホッパの壁面の応力 σ_w の分布を Fig. 4-5 に示す。ビン部の壁圧は、層高が増すにつれビン中間部とホッパ遷移部で圧力の増加が鈍る傾向が見られる。ホッパ壁の垂直圧は、最初は遷移面からの深さに対して単調に増加するが、層高が増すにつれ、遷移面近傍の応力は他の部位よりも急速に増加するようになる。遷移部の圧力の増加割合の変化は、隅部で局所的に応力状態の変化が生じているためと考えられる。

なお、遷移部の壁圧の不規則性は別にして、ビン部からホッパ部への移行に伴い壁圧が全体として不連続に増加することは、以下の理由による。すなわち、ホッパ壁は勾配をもっているので、粉体の鉛直荷重成分を支えることになる。

ビン・ホッパ遷移面の鉛直圧力を P_{vt} とすると、遷移面のビン側の壁面圧力 P_{ht} は

$$P_{ht} = k P_{vt} \quad (k: \text{粉体圧係数}) \quad (4-12)$$

ホッパ側の壁面圧力 P_{wt} は、水平応力と鉛直応力の壁面垂直成分の合成であり、

$$P_{wt} = P_{ht} \cos^2 \beta + P_{vt} \sin^2 \beta = (k \cos^2 \beta + \sin^2 \beta) P_{vt} \quad (\beta: \text{ホッパ半頂角}) \quad (4-13)$$

したがって、

$$P_{wt}/P_{ht}=(k \cos^2 \beta + \sin^2 \beta)/k \quad (4-14)$$

となる。例として、

(1) $k=0.40$ (一般的), $\beta=30^\circ$ の場合は, $P_{wt}/P_{ht}=1.375$

(2) $k=0.51$ (本実験), $\beta=30^\circ$ の場合は, $P_{wt}/P_{ht}=1.24$

となる。Fig. 4-5 の壁圧分布は、遷移部を除いた部分を延長すればこれらに近い比率となっている。

ただし、以上は静圧の場合である。排出が始まり応力のスイッチがホッパ部に起こり、ホッパ部が受動応力状態、ビン部が主動応力状態となったときは、 P_{wt}/P_{ht} の比は上記よりも大きくなる。

充填中の σ_h の値を層表面からの深さに対してプロットしたものを Fig.4-6 に示す。図で実線は Janssen 式による計算値を示す。ここで、 μ 、 k 等の力学的物性値はせん断試験と実験結果から得られたものである。計算曲線は、特に遷移面からの高さ $H=150\text{mm}$ 以上の位置で、実験値とよく一致する。

排出中の応力 σ_w の分布を Fig.4-7 に示す。ホッパ壁の圧力はホッパ頂点に向かって直線状に減少する。

排出中の水平応力 σ_h を層表面からの深さに対してプロットしたものを Fig.4-8 に示す。Fig.4-6 と Fig.4-8 を比較すると、排出中の σ_h は充填中の 1.5 倍となっていることがわかる。

遷移面に作用する平均鉛直圧力と層表面からの深さとの関係を Fig.4-9 に示す。図から充填速度が鉛直応力分布に影響することがわかる。すなわち、充填速度が小さいほど鉛直応力が大きくなるようである。しかしながら、排出中の σ_{vm} の分布は充填速度や排出速度にあまり影響されない。したがって、充填中および排出中の鉛直応力分布は、Fig.4-6 に示した水平応力に用いたのと同じ力学的物性値を用いて、Janssen 式によって表すことができる。

4.4 中規模サイロの実験

4.4.1 実験装置と実験方法

実験に使用した中規模サイロの概要を Fig.4-10 に示す。サイロ本体は直径 1.4m の円筒形で、その円筒部高さが 6.4m の鋼製サイロである。貯蔵量は約 10m^3 である。実サイロの多くが直径 7~10m (1000~3000 t 規模サイロ) であるので、およそ 1/5~1/7 の縮尺モデルとなっている。ホッパは実験目的に応じて交換できる。また、サイロ内面は実サイロの状況と同じく、一般構造用鋼材の黒皮状態としている。壁の板厚は補強部分を除いて 3.2mm とし、板厚対直径比は実サイロのほぼ 2 倍である。

計測方法の概要を Fig.4-11 に示す。円筒部およびホッパ部の壁面に受圧面が一致するように、壁面圧力計 (受圧面直径 86mm) を取付けた。受圧面は剛体でロードセル型の機構であり、受圧面の平均圧力を検出する。

鉛直圧力を測定するために、ホッパ部と円筒部の間に作用する荷重を、ロードセルを介してホッパを円筒に吊り下げる構造で測定し、円筒下端における平均鉛直圧を求めた。試料粉体の流出を防ぐため、ホッパ取付けフランジの間にスポンジ製パッキンをはさんだ。

計測は、動ひずみ計を介して電磁オシログラフ等に記録する方法で行った。コンベアを用いて、貯留タンクから試験サイロへ試料穀物を投入する間、および試験サイロから穀物を排出し貯留タンクへ移す間に、圧力計測を行った。また、試験サイロからの排出速度はインパクト・ライン流量計で、試料深さは重錘式自動レベル計で、それぞれ測定した。

4.4.2 試料

中規模サイロ実験に使用した試料は、代表的な主原料穀物のマイロとメイズ（とうもろこし）、および副原料穀物の大豆ミールとアルファルファミールペレットである。主原料穀物は加工していない穀物で粒子状であり、副原料穀物は穀物をひきつぶしたもの、またはそれをさらにペレット化したものである。

主原料穀物、副原料穀物ともダスト分が含まれ、特に副原料穀物の場合は多く含まれ、流動性を低下させる要因となっている。

これらの粉体物性を Table 4-1 に示す。

4.4.3 実験条件

実操業で行われる運転方法の中から粉体圧に影響が予想される項目を選び、実験条件を Table 4-2 に示すように決めた。

(1) マイロやメイズのような非付着性粉体の場合、相似なサイロの条件として、体積流量は寸法比の 5/2 乗に比例する。実サイロでは、投入・排出速度は 100~400 t/h であるから、本実験サイロではおよそ 0.7~7.2 t/h となる。また、試料と壁面の相対速度、すなわち、試料の平均降下速度が動圧発生要因と考えれば、実サイロ排出時（約 6 m/h）と等しい速度となる排出速度は、本実験サイロでは約 6 t/h（マイロ、メイズ）となる。実験条件の投入・排出速度は、これら両方を考慮している。

(2) 実サイロでは軸対称な投入は行いにくいので、実際に即した偏心投入の効果を調べた (Fig.4-12 (a))。

(3) 実サイロではホッパ下に取り付けられるバルブやコンベアのため、偏心流れをすることが考えられる。実験では、ホッパ内にオリフィスを設け、強制的に偏心流れを発生させた (Fig.4-12 (b))。

(4) 輸入穀物用のサイロでは、燻蒸設備を設けたサイロが建設される。実験では、NKK の燻蒸ガス分散用のインレットカバーを用い、粉体圧に及ぼす影響を調べた (Fig.4-12 (c))。

(5) ホッパ角度は、流動パターンを左右する一方、サイロの高さを決める要因でもある。実験では、 45° 、 60° 、偏心 60° の3種のホッパを用いた (Fig.4-12 (d))。

(7) 実サイロでは、完全排出する前に追加投入することが普通に行われ、また、長期貯蔵中に固着性が増大するのを防ぐため定期的にはリサイクルが行われる。このような運転方法の影響を調べた。

4.4.4 実験結果

中規模サイロ実験結果のマイロの場合の一例を Fig.4-13 に示す。円筒部の投入圧は充填量の増加とともにほぼ一定のパターンで増大し、現象は静的である。排出圧は投入圧の約3倍に達し、現象は動的である。変動は定常的で、排出直後を除いて変動幅は $\pm 10\%$ 程度である。一方、ホッパの投入圧は極小値のある分布を示し単調ではない。ホッパの排出圧は、頂点に向かって減少する分布を示す。

円筒部について、壁面圧力から水平圧を、また、ホッパ荷重から平均鉛直圧を求め、試料深さで整理した結果を、試料ごとに Figs. 4-14~17 に示す。いずれの場合も、投入圧は深さ方向の圧力増加が次第に減衰し、指数曲線分布に近い。排出水平圧はサイロ内の流動形態がマスフローかファネルフローかによって異なる (Fig.4-18)。マスフローのとき (Fig.4-14, Fig.4-15 の一部, Fig.4-16) は、排出時の水平圧力は投入時に対して増加し、マイロの場合で投入時の約3倍に達する。ファネルフローのとき (Fig.4-15 の一部, Fig.4-17) は、排出時の水平圧力の増加は認められない。一方、鉛直圧力は、サイロ内流動形態との関係は少なく、投入時と排出時でほぼ等しい。

中規模サイロ実験による運転条件の効果の主原料穀物のマイロとメイズについて Table 4-3 に示す。偏心投入時のビン壁圧は投入の反対側が高くなる傾向がある。偏心排出時のビン壁圧は排出側が高くなる傾向があることがわかった。メイズは追い詰め運転やリサイクル運転のときにマスフローとなったが、他の条件ではファネルフローであった。副原料穀物のうち、大豆ミールはマスフローとファネルフローの両パターンを取るが、アルファルファミールペレットはほとんどの条件でファネルフローとなり、排出時も投入時と同様の静的圧力であり、運転条件の影響は少ない。

4.4.5 既往の理論との比較

マイロの実験結果を、各種理論計算と比較して Fig.4-19 に示す。投入時水平圧に対し、理論値は精度良い近似をするが、排出時に対しては十分な近似が得られない。特に、水平圧を近似しても鉛直圧を近似できない場合が多い。また、壁面での応力状態 (Fig.4-4) は、綱川らの動圧モデル⁹⁾で表現できるが、物性値をそのまま使用しただけでは十分な近似が得られない。

マスフロー時の圧力を説明する理論として、Walters のスイッチ理論がある¹³⁾ (Fig.4-20 参照)。これは、ビン全体が静的応力状態から、排出が開始すると下部が動

的応力状態に切り替わることにより、切り替わり点で大きなピーク圧が発生するというものである。ピーク圧と静圧との比（動圧倍率）は物性値だけで決まる。マイロの場合を算定すると、動圧倍率は約7倍となり、実験結果で得られた1.5~3倍よりはるかに高く、実験結果を十分近似することができない。

ここで、物性試験方法の影響を調べるため、各種物性試験の物性値を用いて、Janssen式により投入時水平圧を計算した（Fig.4-21）。同一理論式でも、物性試験方法によって得られる物性値に幅があるため、粉体圧にも差を生ずる。この場合、三軸圧縮試験による値が最適であった。

次に、ホッパ部壁面圧力について、中規模サイロの実験結果と理論計算の結果を比較した（Fig.4-22）。排出時は、理論式でおよその分布が近似される。投入時は、実験値のほうが大きく、理論値の鉛直圧 P_v に近い圧力であった。また、投入時の極小値を持つ圧力分布は、従来の理論では説明が難しい。

4.4.6 設計基準との比較

各国のサイロ設計基準と対比した、中規模サイロでのマイロの排出圧算定曲線を Fig.4-1 に示す。本実験結果はいずれの設計基準よりも大きい値を示している。

さらに、容器構造設計指針案との対比を Table 4-4 に示す。実験値の鉛直圧と軸力は基準より低い、水平圧は基準より高い。したがって、サイロが押し広げられるように働くフープ力に対しては、十分安全側の設計をする必要がある。

4.4.7 動圧算定モデルの提案

中規模サイロの実験で得られた流動性の高い粉粒体の動的圧力は、次のようにまとめられる。

- (1) 水平圧は、排出時に投入時と比べ数倍に増大するが、鉛直圧は変わらない。
- (2) 水平圧と鉛直圧の関係は、投入時は Janssen 式で近似でき、 $P_h = kP_v$ であり、排出時は水平圧と鉛直圧がほぼ等しく $P_h = P_v$ である。

したがって、排出時の粉体圧の算定について、次のモデルを導入することができる。

- (a) 排出時も Janssen 式で表現できる。
- (b) 投入時と排出時で P_v が変わらないことから、Janssen 式で P_v を決定する μ k 値は一定となる。
- (c) 排出時は、 $P_h = P_v$ から $k=1$ となる。

以上のモデル（等方圧モデルと呼ぶ）による算定圧力を、前出の Fig.4-14~17 に曲線で示した。いずれの場合も算定値は排出圧をよく近似している。

等方圧モデルは、壁面摩擦係数 μ を小さく設定することになるが、物性試験の結果からは説明できない。今後の検討を要する課題である。

4.4.8 相似性の検討

スケールモデルの結果を実機にスケールアップするためには、両者の間に相似性が成り立たなければならない。次元解析の理論に基づき、現象を支配する関係式を無次元量で表したとき、得られる関係式がモデルと実機とで一致することが、相似の必要十分条件である。

ここでは、小型サイロと中規模サイロの間の円筒部の相似関係を検討する。代表長さ、代表時間、代表応力をそれぞれ D , $(D/g)^{1/2}$, ρgD とすれば、粉体圧に関する無次元量 (*印) は以下のようになり、これらが小型と中規模とで互いに等しいことが条件となる。

(1) 実験条件の相似

$$\text{物性: } \mu^* = \mu, \quad k^* = k \quad (4-15)$$

$$\text{ホッパ形状: } \alpha^* = \alpha \quad (\text{半頂角}) \quad (4-16)$$

$$\text{投入・排出速度: } Q^* = Q / (\rho g^{1/2} D^{5/2}) \quad (Q: \text{質量流量}) \quad (4-17)$$

(2) 結果の相似

$$\text{位置: } h^* = h/D \quad (4-18)$$

$$\text{圧力: } P_h^* = P_h / (\rho gD), \quad P_v^* = P_v / (\rho gD) \quad (4-19)$$

$$\text{時間: } t^* = t / (D/g)^{1/2} \quad (4-20)$$

試料は両者ともマイロを用いたので、物性はほぼ等しい。また、投入・排出速度は投入圧・排出圧にほとんど影響しないことが、中規模サイロの実験でわかっている。これらを踏まえて、小型と中規模サイロの粉体圧の分布を無次元の深さに対してプロットしたものを、Fig.4-23 に投入圧を、Fig.4-24 に排出圧をそれぞれ示す。ここで、各線は材料の各内容量に対応する。

投入圧は、Fig.4-22 から全体的に相似といえる。両サイロとも投入中にホッパ部で特異な極小分布が現れる。(Fig.4-5 も参照のこと。) しかし、詳細に見ると分布の形状に若干の相違が見られる。これはおそらく投入条件が細部で異なり、充填状態に相違が生じたためと考えられる。

一方、排出圧は、Fig.4-23 から、特にホッパ部でよく一致しているといえる。しかし、中規模サイロのほうの深さに対する圧力勾配が大きく、また、小型サイロに見られる圧力の頭打ち現象も見られず、中規模サイロのほうが相対的に高い圧力を示している。これもおそらく充填状態の相違に起因するものと考えられる。

4.5 結言

直径 0.3m の小型サイロと直径 1.4m の中規模サイロを用いて、穀物ハンドリング時の粉体圧を検討した。実験結果から以下の結論が得られた。

(1) 小型サイロ

(a) 小型平底サイロでは、鉛直圧は半径方向に非一様に分布する。

- (b) ビン壁近傍の応力状態から得られた Mohr 円は、中央投入の場合、壁面破壊包絡線に接するのではなく、交差する。
- (2) 中規模サイロ
- (a) マスフローを行うときの水平圧は、投入圧の約 1.5~3 倍の値となり、一方、鉛直圧は投入時と排出時とでほぼ等しい。
- (b) 上記の結果、排出圧は、 μ と k の値を等方圧を与えるように調整すれば、Janssen 式でよく近似することができる。
- (3) 小型サイロと中規模サイロの相似性が確認された。すなわち、次のような共通の特徴が得られた。
- (a) ビン部の圧力分布は Janssen 式によりよく近似される。
- (b) 投入中のホッパ部の壁圧分布に極小値が存在する。
- (c) 排出中のホッパ部の応力分布は Walters の式によりよく表される。

課題として、排出時のビン部の粉体圧をより精緻に理論化する必要がある。すなわち、マスフロー時の圧力は、ここで提案した等方圧モデルとは別の、より物性値に基づく算定方法を提案することが必要である。また、ファネルフロー時の圧力は、粉粒体内部の流れ領域・静止領域の状態と関連付けて理論化する必要がある。

ファネルフロー圧力は第 5 章で詳細に検討し、マスフロー圧力は第 6 章でさらに検討を加える。

Nomenclature

D	: diameter of the bin	(m)
g	: acceleration of gravity	(m/s ²)
H	: height of the transition above the hopper apex	(m)
h	: height above the hopper apex	(m)
k	: ratio of horizontal pressure to vertical pressure	(-)
m	: shape factor	(-)
n	: stress field parameter	(-)
P_h	: horizontal pressure	(Pa)
P_{hd}	: dynamic horizontal pressure	(Pa)
P_{hs}	: static horizontal pressure	(Pa)
P_v	: vertical pressure	(Pa)
P_{vd}	: dynamic vertical pressure	(Pa)
P_{vs}	: static vertical pressure	(Pa)
P_{vt}	: vertical pressure at the transition	(Pa)
y	: depth below the transition	(m)
z	: depth from the top surface of the bed	(m)
α	: half apex angle of the hopper	(°)
δ	: effective angle of internal friction	(°)
μ	: coefficient of wall friction	(-)
ρ	: bulk density	(kg/m ³)
ϕ	: angle of wall friction	(°)

<Superscript>

* : non-dimensional

References

- 1) Architectural Institute of Japan (AIJ), Design Recommendation for Storage Tanks and Their Supports, 1984
- 2) DIN 1055, Sheet 6, Design Loads for Buildings, Loads in Silo Bins, 1964, Revision 1977
- 3) Gosstroi SSSR, SN 302-65, Ukazaniya po proyektirovaniyu silosov dlya sypuchikh materialov, 1965
- 4) SNBATI, Annales de l'ITBTP, Série TMC/189, Règles de Conception et de Calcul des Silos en Béton, 1975
- 5) ACI, Recommended Practice for Design and Construction of Concrete Bins, Silos, and Bunkers for Storing Granular Materials, ACI 313-77, and Commentary, 1977
- 6) Suzuki, M., T. Akashi and K. Matsumoto: "Flow behaviour and stress conditions in small and medium silos", *Bulk Solids Handling*, Vol. 5, No. 3, pp.611-620 (1985)
- 7) Suzuki, M., T. Akashi, S. Kiuchi and S. Kohara: "Powder pressures in steel silo", *Nippon Kokan Technical Report*, No.106, pp. 82-90 (1985)
- 8) Janssen, H. A.: "Experiments on Grain Pressures in silos", *Zeits. d. Vereins Deutsch Ing.*, 39, (35) pp. 1045-1049 (in German) (1895)
- 9) Tsunakawa, H., Y. Asano and R. Aoki: "Stresses of granular materials in vertical-wall section of bunkers", *J. Res. Assoc. Powder Technol., Japan*, 14, No.9, pp.497-502 (1977)
- 10) Walker, D. M.: "An approximate theory for pressures and arching in hoppers", *Chem. Eng. Sci.*, 21, pp. 975-997 (1966)
- 11) Walker, D. M. and M. H. Blanchard: "Pressures in experimental coal hoppers", *Chem. Eng. Sci.*, 22, pp. 1713-1745 (1967)
- 12) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers", *Chem. Eng. Sci.*, 28, pp. 779-789 (1973)
- 13) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls", *Chem. Eng. Sci.*, 28, pp. 13-21 (1973)

Table 4-1 Flow properties of tested materials (medium-scale silo)

material	mean particle diameter (mm)	bulk density (g/cm ³)		angle of internal friction (°)		angle of wall friction (°)
		loose	packed	direct shear	triaxial compression	
milo	3.0	0.773	0.836	25.1	29.1	11.8
maize	7.1	0.717	0.769	29.5	28.9	12.1
soybean meal	1.0	0.587	0.647	27.9	41.0	14.3
alfalfa meal pellets	6.2	0.633	0.738	26.1	40.2	10.3

Table 4-2 Experimental conditions (medium-scale silo)

parameter	level
filling rate	6, 3, 1.5 t/h
discharge rate	6, 3, 1.5 t/h
method of filling	central, eccentric(0,90,180°), peripheral
method of discharge	central, eccentric(0,90,180°)
attachment to hopper	absent, fumigation inlet cover(0,45°)
amount filled	full, 1/2, 1/4
hopper slope	45, 60°
type of operation	recycling, additional filling

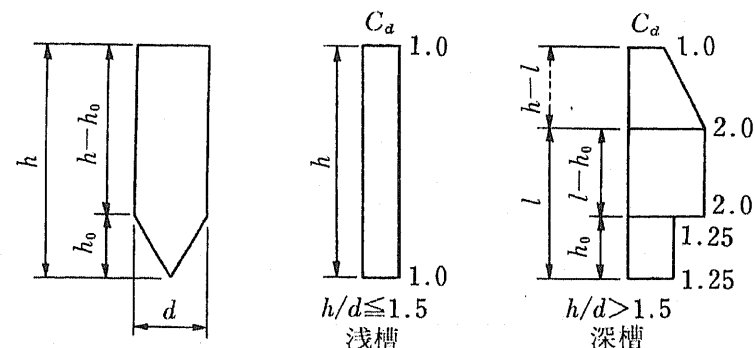
Table 4-3 Effects of operational conditions on wall pressures

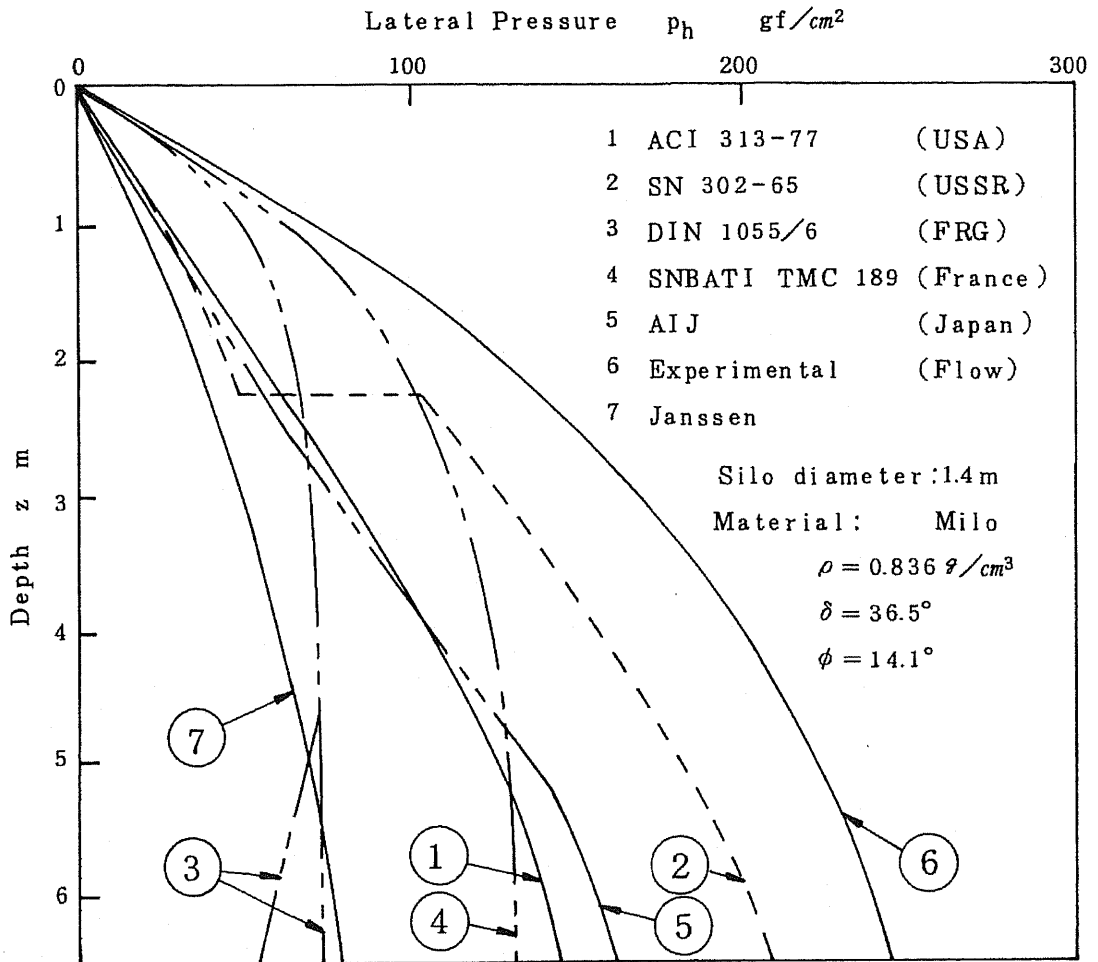
wall pressure	operational parameter	milo	maize
filling pressure	filling rate	no effect.	no effect.
	amount filled	Janssen equation applies to shallow bins as well.	Janssen equation applies to shallow bins as well.
	eccentric filling	filling side: low opposite and intermediate side: high	filling side: low
flow pressure	filling rate	low rate: low pressure (2-3 times Janssen equation)	45° hopper: no effect 60° hopper, low rate: low pressure
	discharge rate	low rate: low at first, recovers later	45° hopper: no effect 60° hopper, low rate: low pressure
	amount filled	Janssen equation applies to shallow bins as well	Janssen equation applies to shallow bins as well
	eccentric filling	filling side: low in latter half opposite side: low as a whole intermediate side: low at first, recovers later	filling side: low opposite side: dynamic overpressure intermediate side: dynamic pressure in latter half
	eccentric discharge	discharge side: high rest: no effect	discharge side: no effect rest: high in latter half
	inlet cover	above cover: low at first, recovers later above opening: no effect	no effect
	hopper slope	45° : mostly funnel flow, low pressure 60° : mostly plug flow, high pressure	both 45° and 60° : mostly funnel flow, static pressure
	type of operation	not tested	recycling and additional filling: plug flow, dynamic pressure

Table 4-4 Design guide of Architectural Institute of Japan and
experimental result
(dynamic overpressure ratio, C_d)

Item	Design guide of Architectural Institute of Japan	experimental result
lateral pressure	1.0~2.0 see attached diagram	3
vertical pressure	1~2	1
axial load of bin section	1.5	1

動圧補正係数 C_d

建築学会 (C_d)	 <p>注) lは$2d$または$1/3h$のいずれか小さい方の値とする。 h_0はホッパーの高さ</p>
ISO (C)	<p>Cの値は、貯蔵物高さの円筒槽壁内径に対する比h/dに関する</p> <p>$h/d \leq 1.0$ の時、$C=1.0$</p> <p>$1.0 < h/d < 1.5$ の時、$C=1.0+0.7(h/d-1.0)$</p> <p>$h/d \geq 1.5$ の時、$C=1.35$</p>



(注) 压力单位换算率: $1 gf/cm^2 = 0.09807 kPa$

Fig. 4-1 Design lateral pressures by various design standards
(minimum requirement)

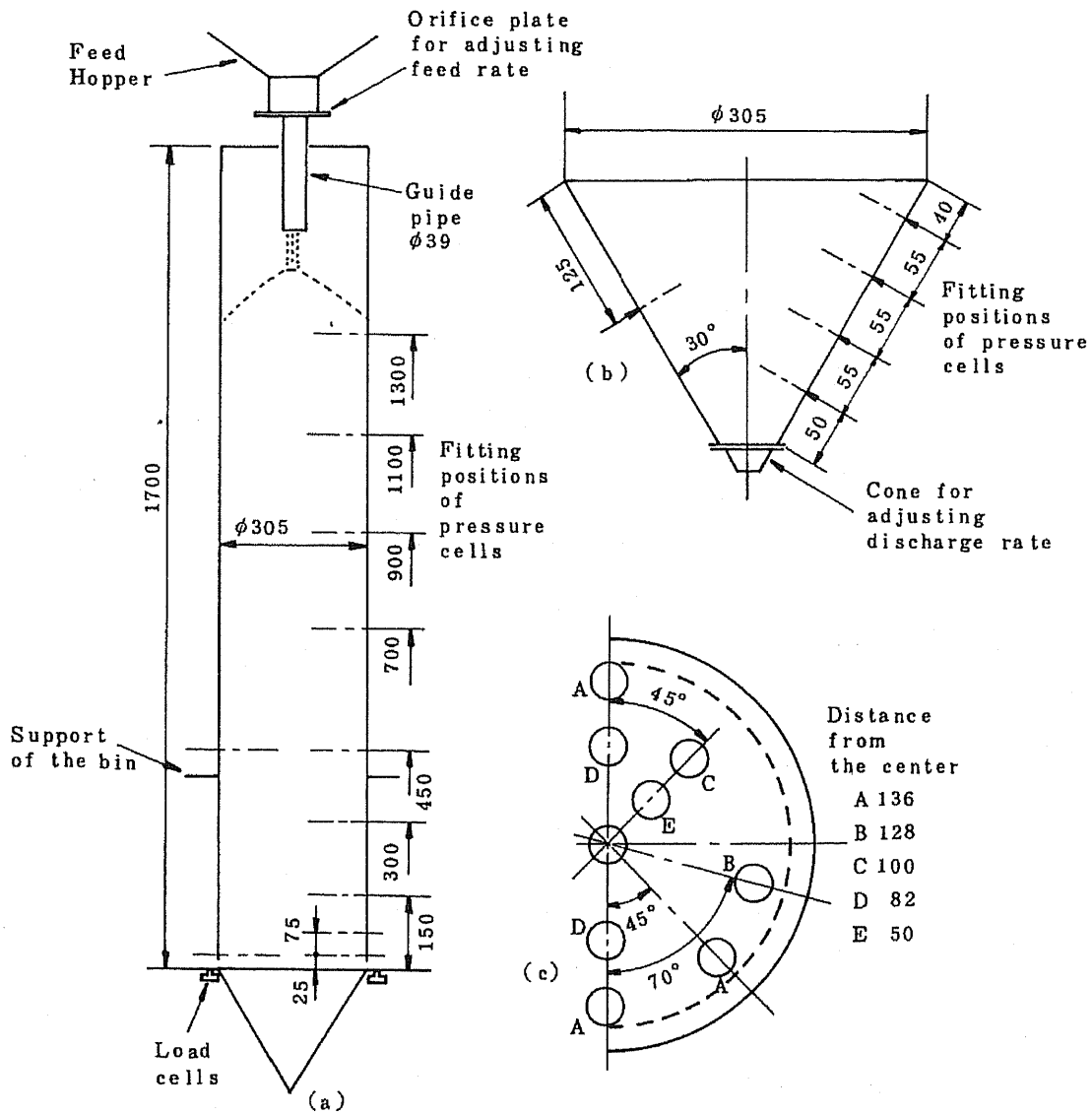


Fig. 4-2 Schematic diagram of small-scale model

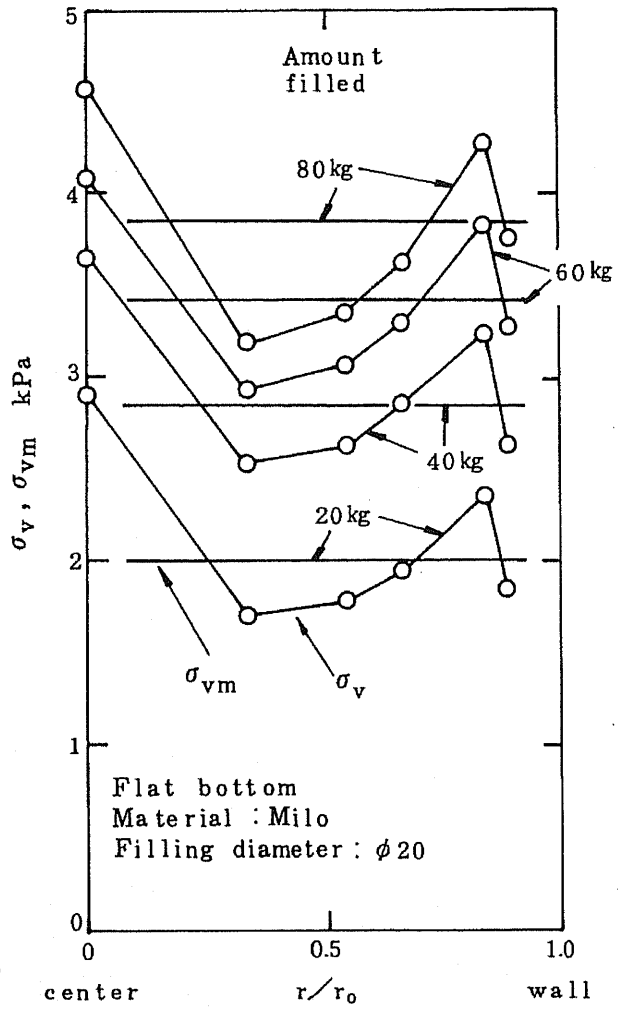


Fig. 4-3 Radial distribution of vertical pressure

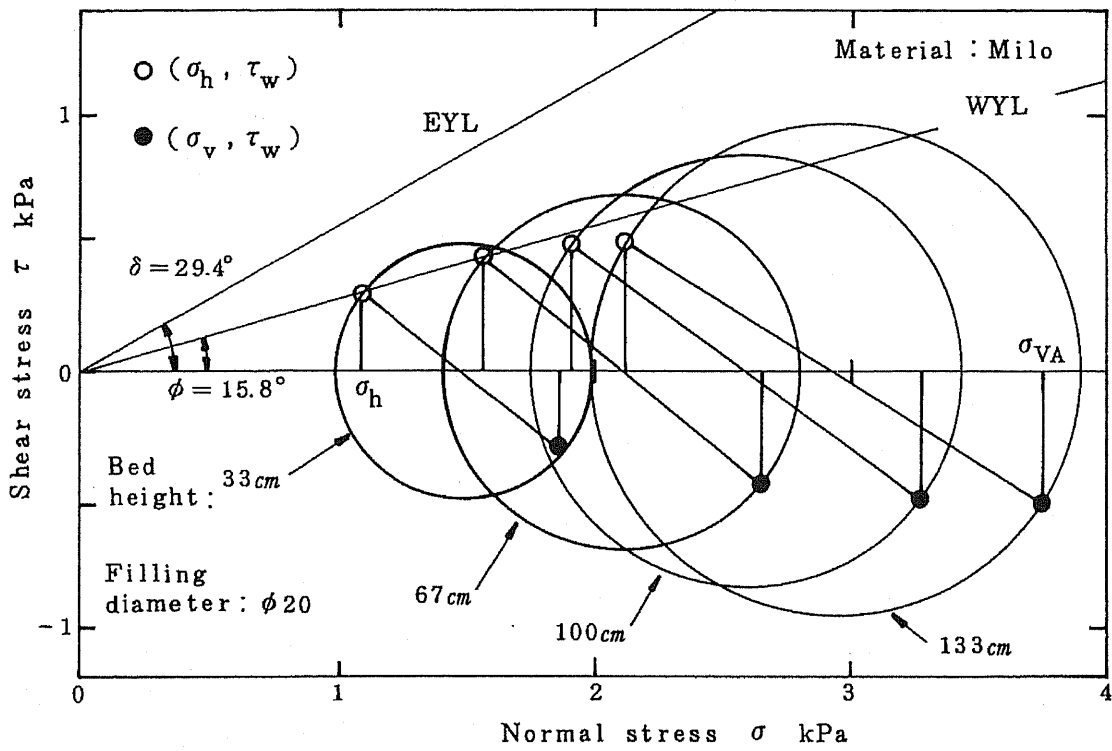


Fig. 4-4 Stress state at the wall

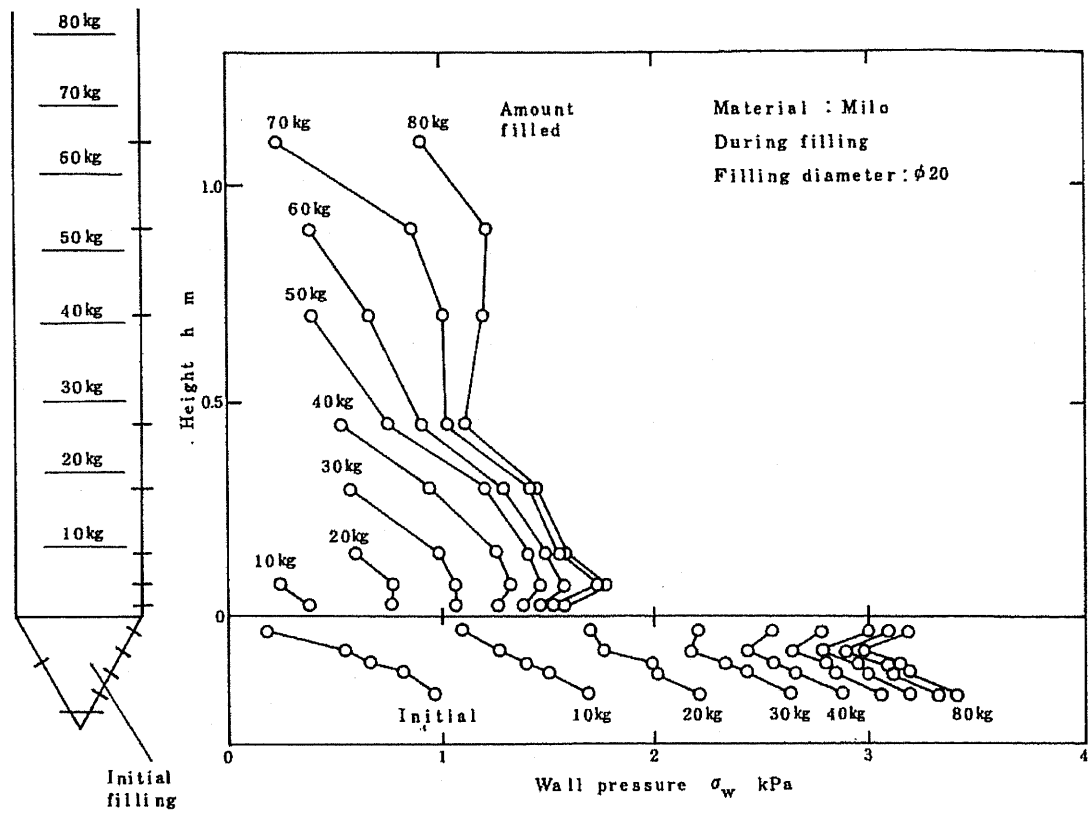


Fig. 4-5 Vertical distribution of wall pressure (during filling)

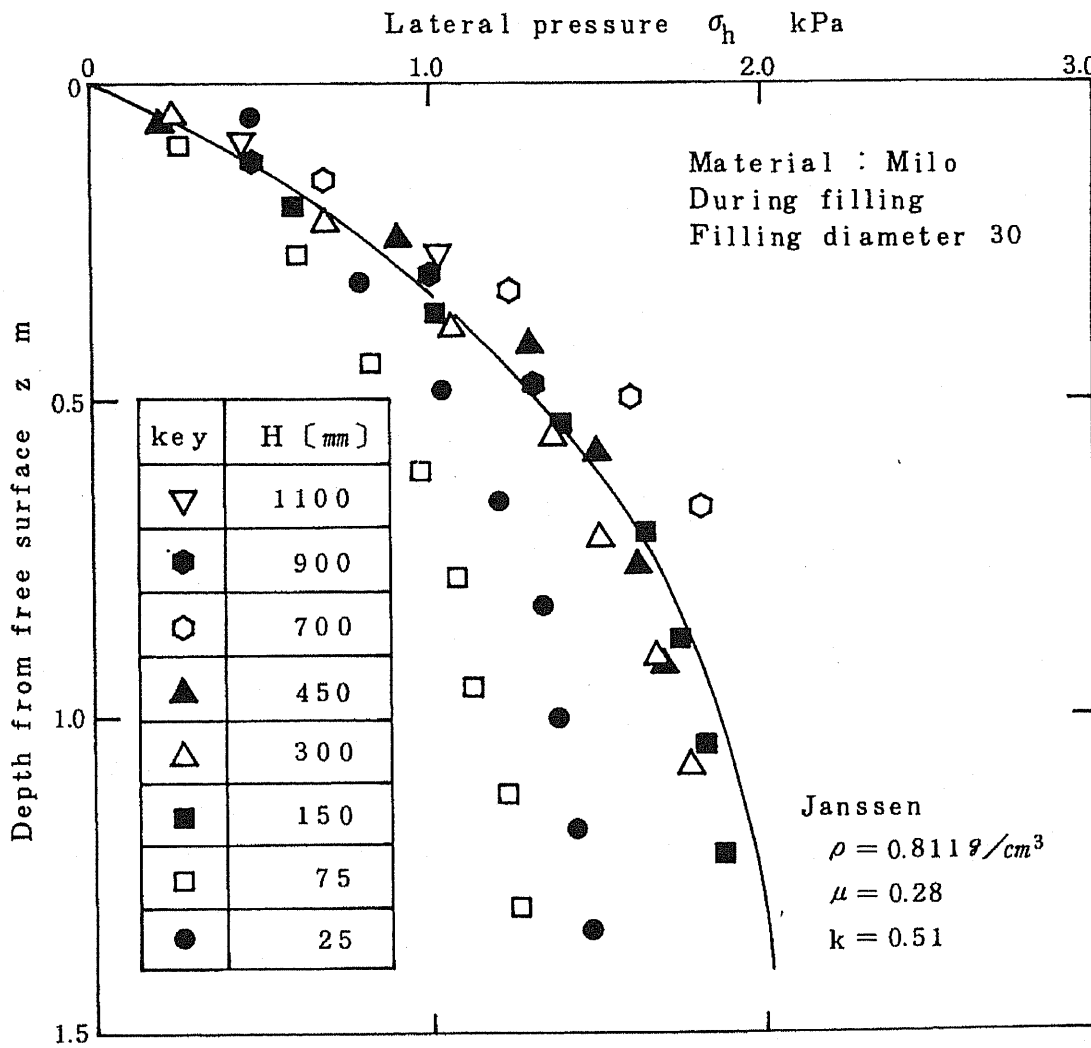


Fig. 4-6 Distribution of lateral pressure (during filling)

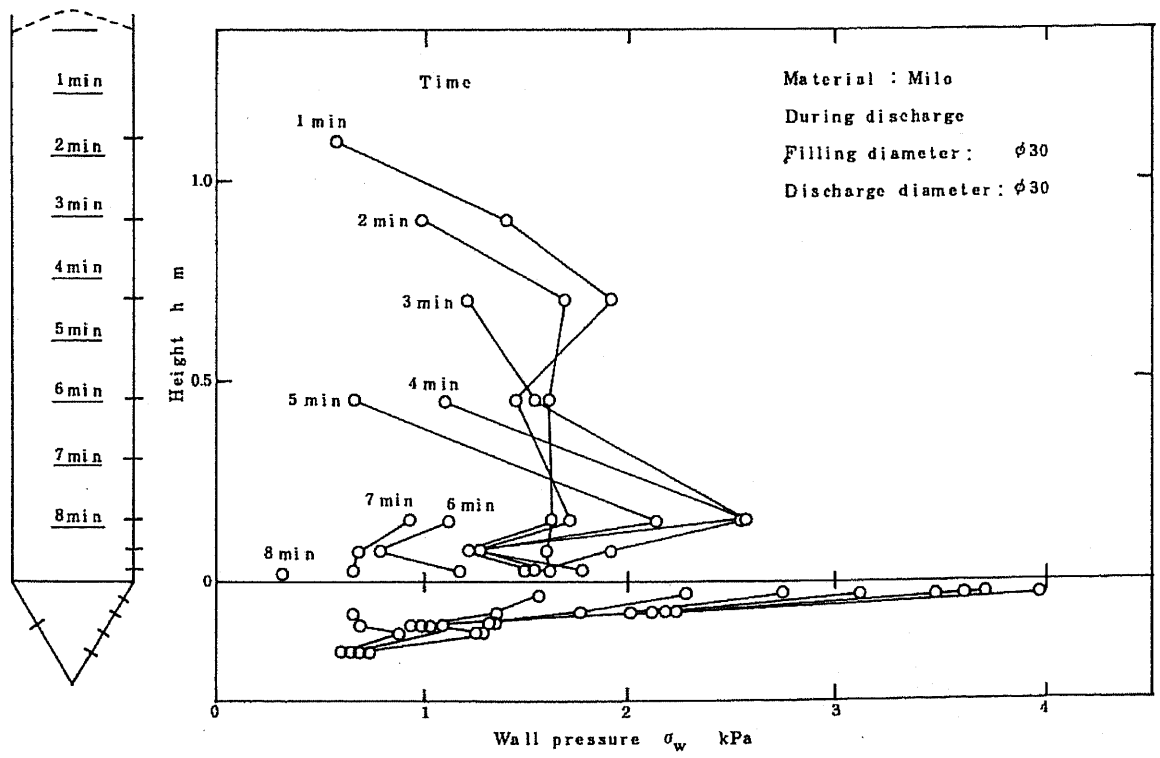


Fig. 4-7 Vertical distribution of wall pressure (during discharge)

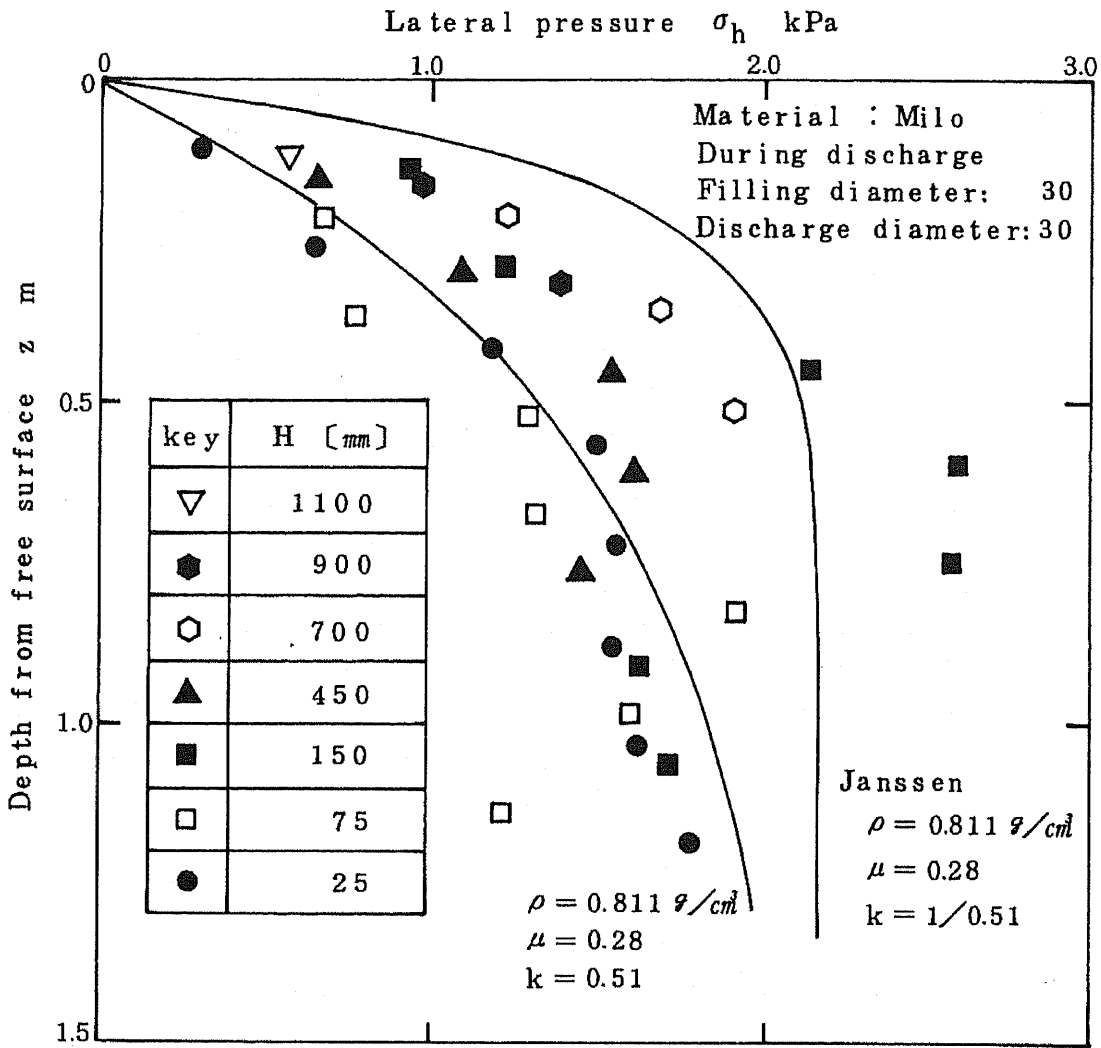


Fig. 4-8 Distribution of lateral pressure (during discharge)

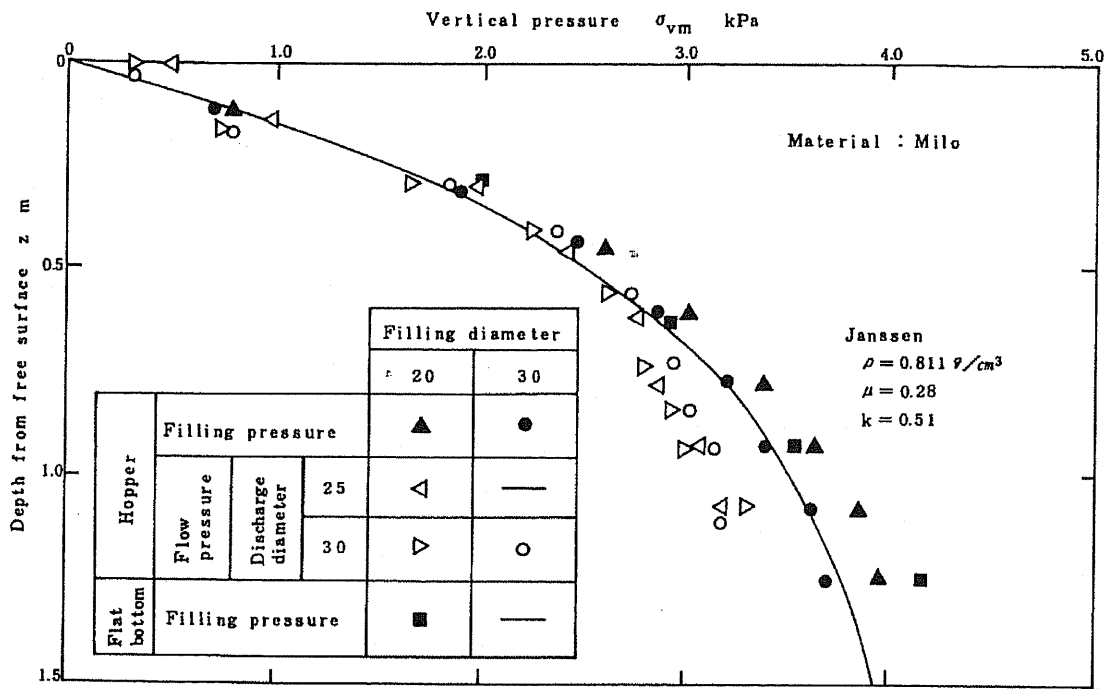


Fig. 4-9 Distribution of vertical pressure (during filling and discharge)

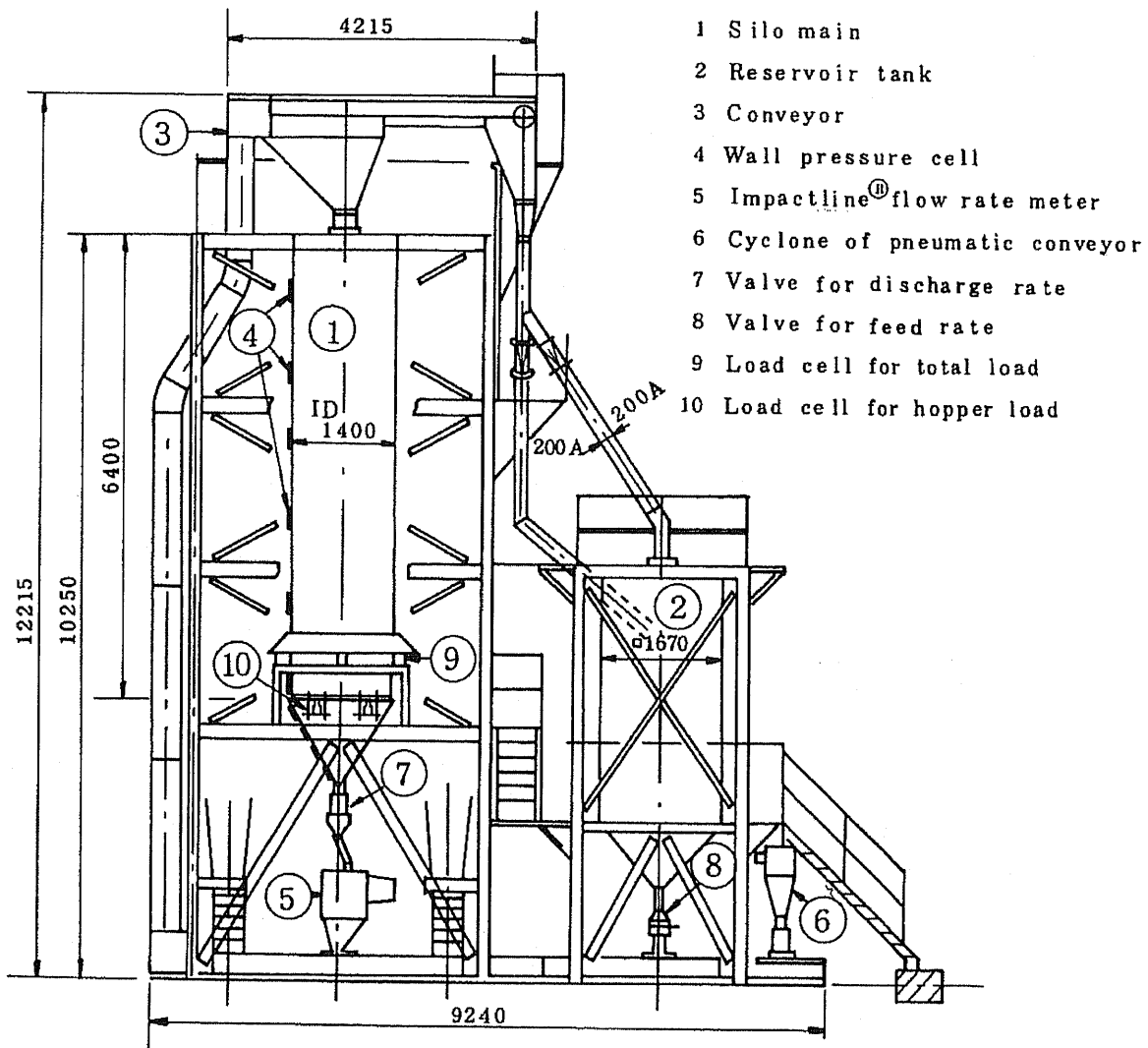


Fig. 4-10 Schematic view of the medium-scale test silo

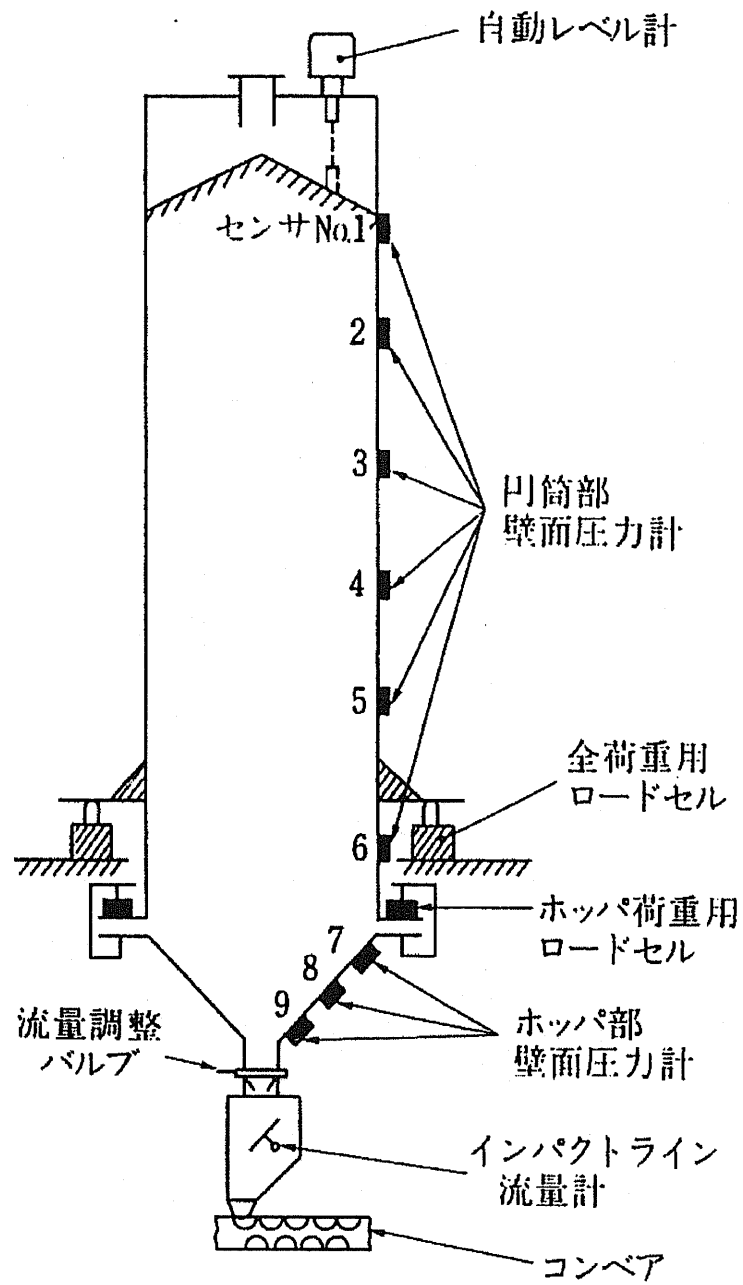


Fig. 4-11 Measuring devices of the medium-scale test silo

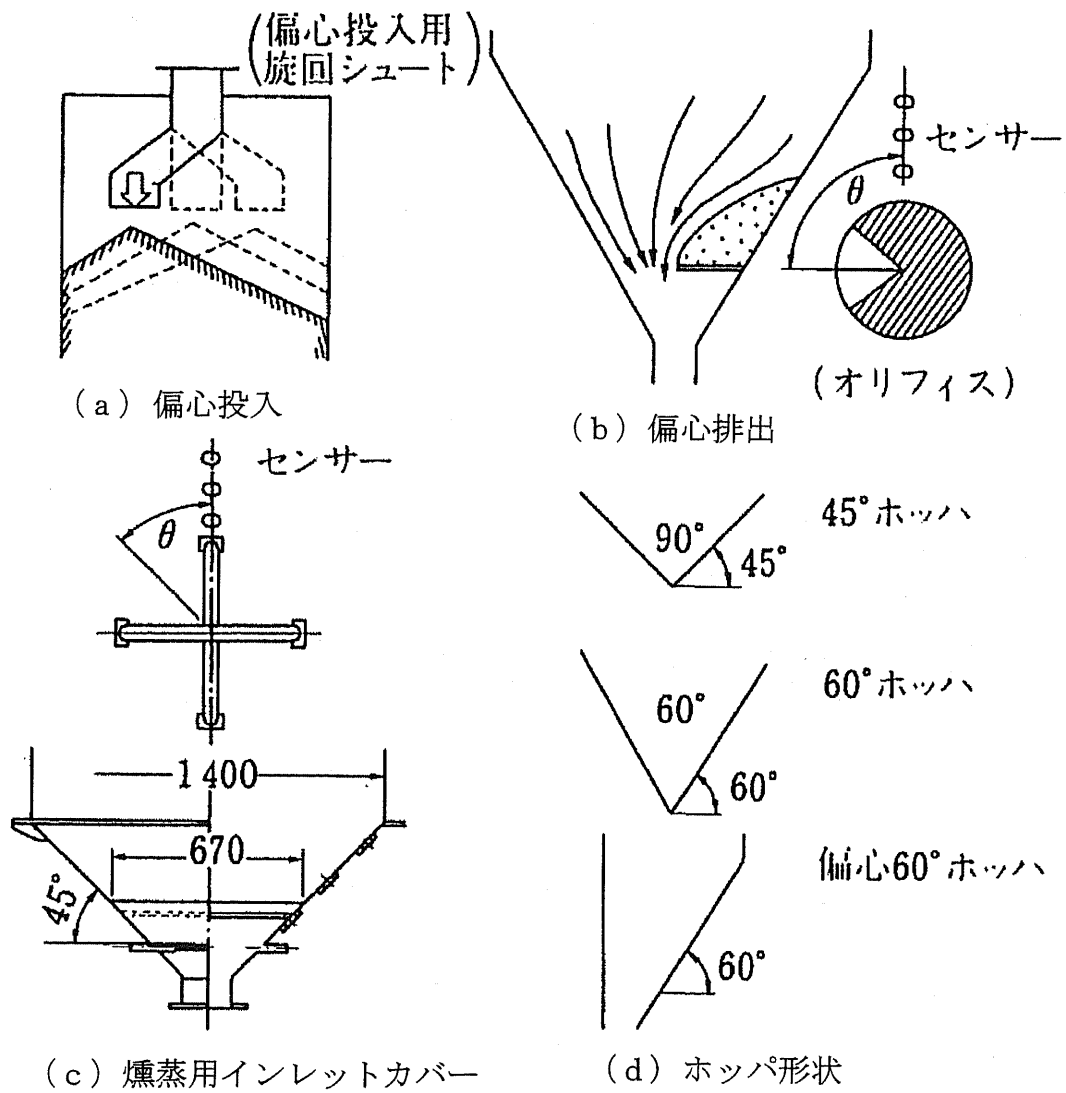
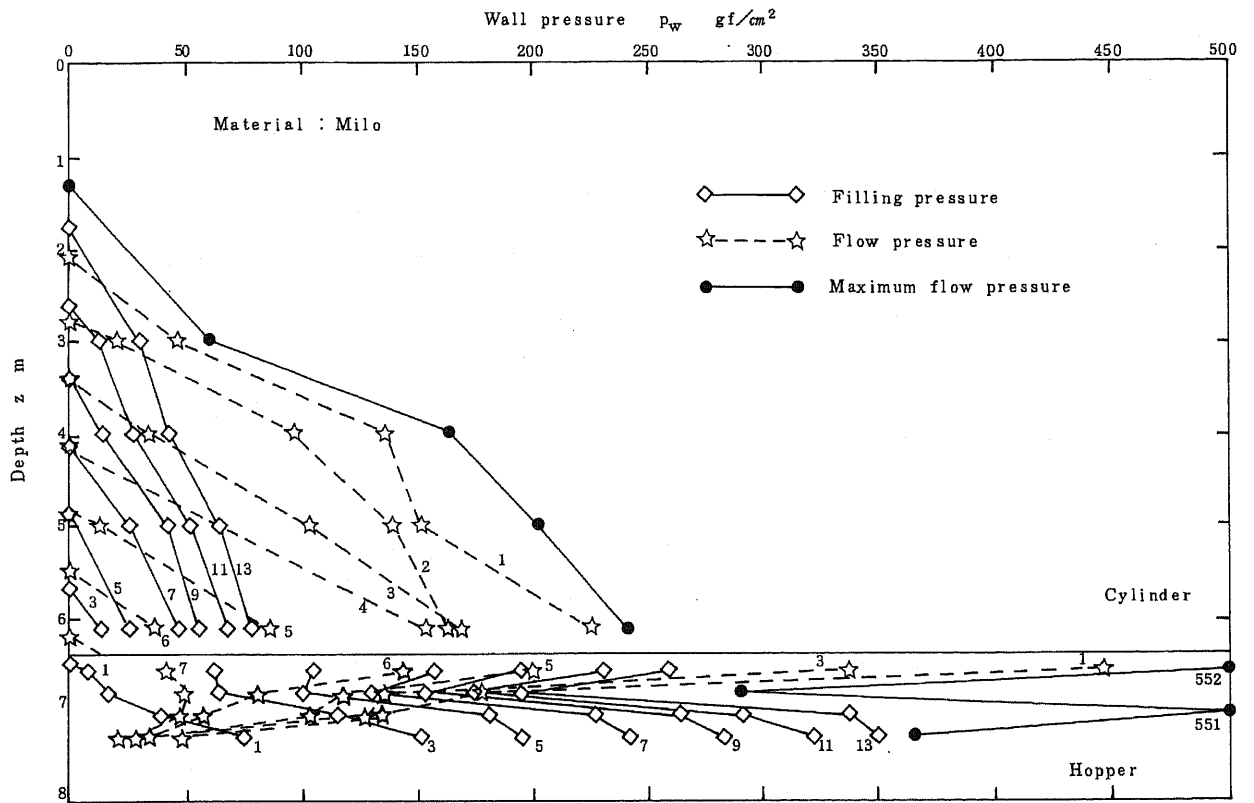
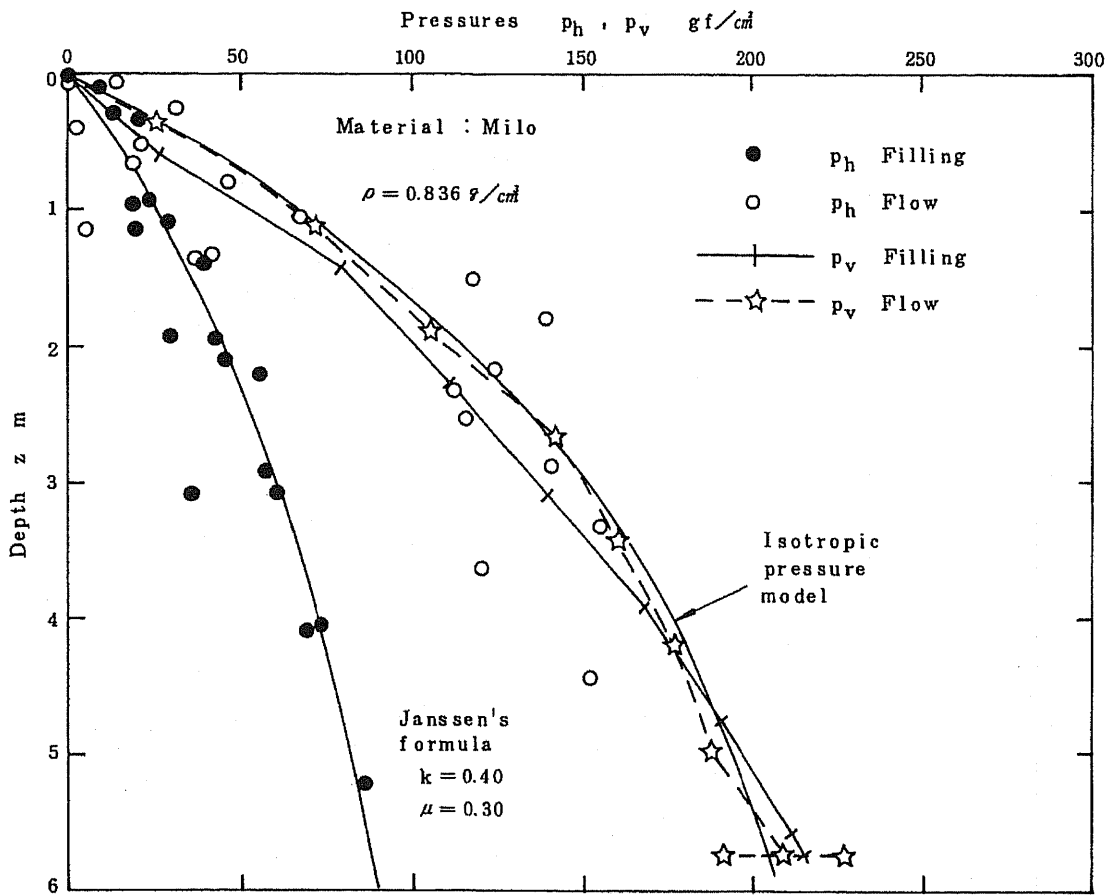


Fig. 4-12 Experimental conditions for charging and discharging



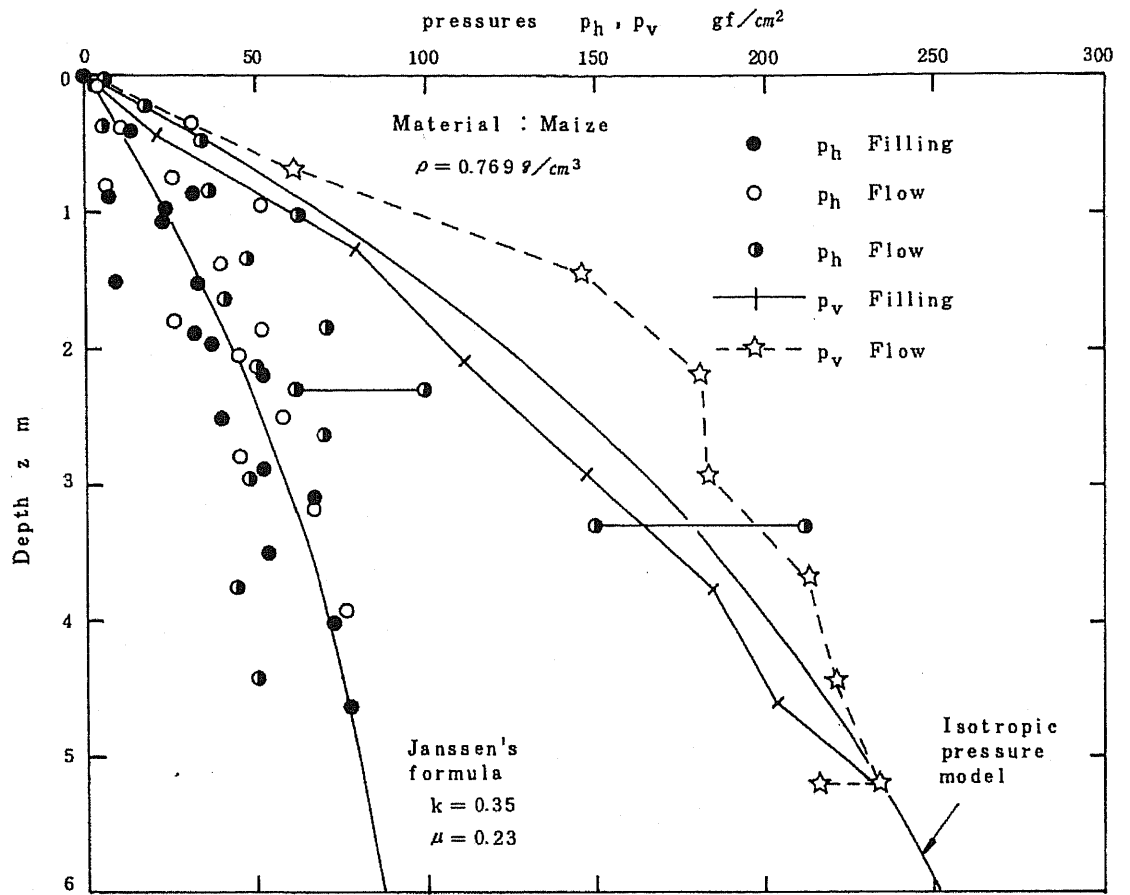
(注) 压力单位换算率: $1 gf/cm^2 = 0.09807 kPa$

Fig. 4-13 Pressures during filling and emptying (milo)
(hopper slope: 60°)



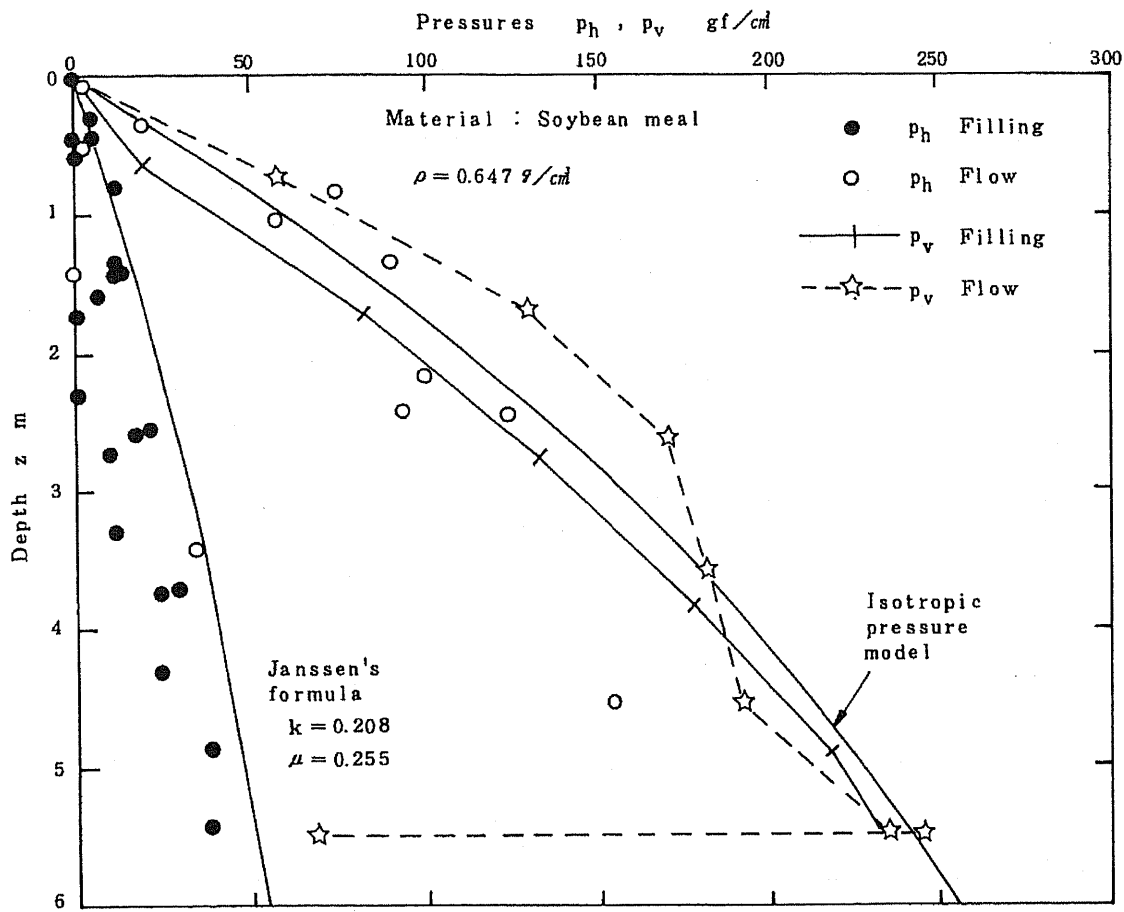
(注) 压力单位换算率 : $1 \text{ gf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 4-14 Wall pressure and vertical pressure in bin (milo)



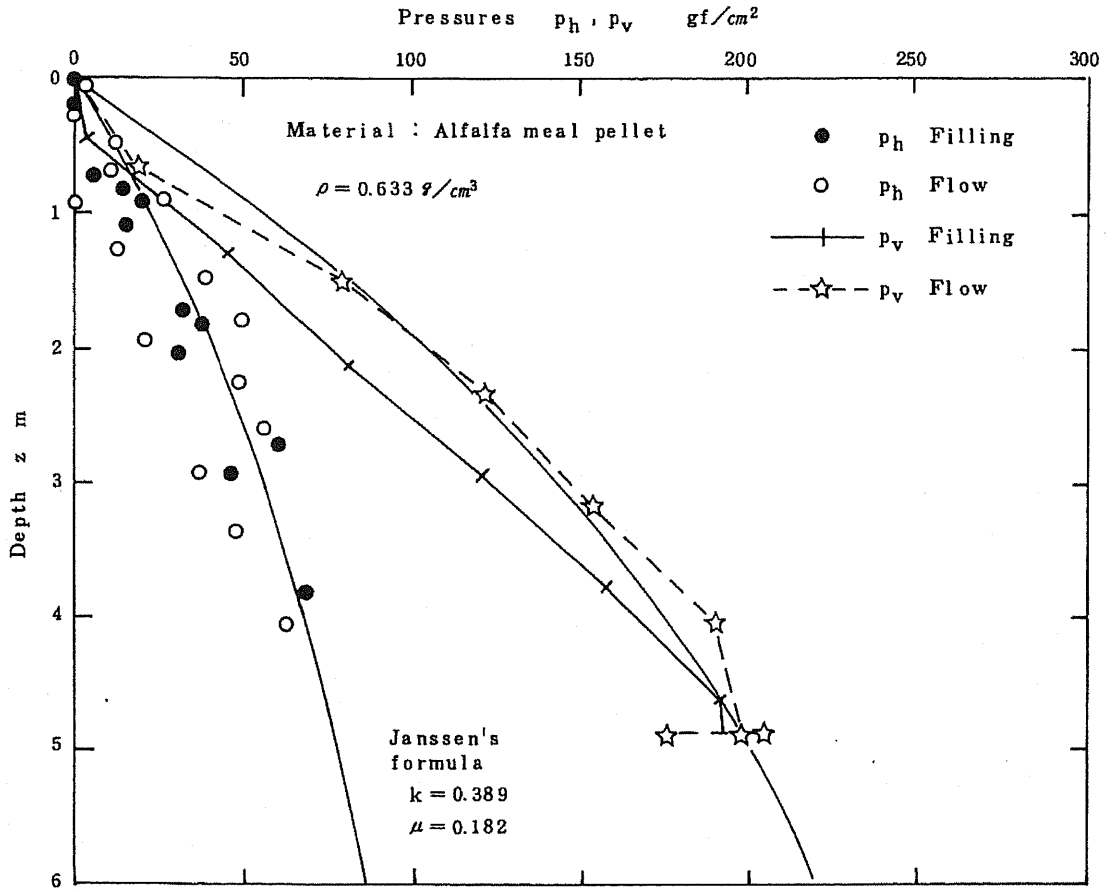
(注) 压力单位换算率 : $1 \text{ gf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 4-15 Wall pressure and vertical pressure in bin (maize)



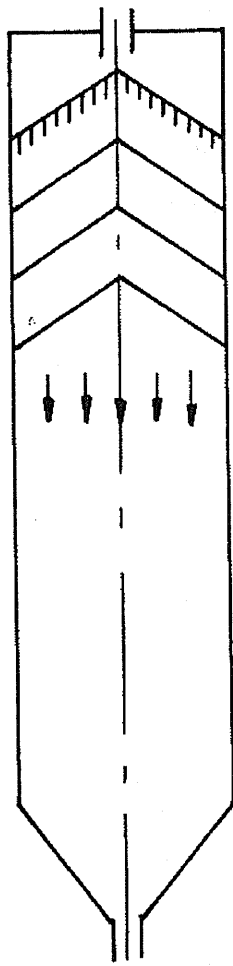
(注) 压力单位换算率: $1 \text{ gf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 4-16 Wall pressure and vertical pressure in bin (soybean meal)

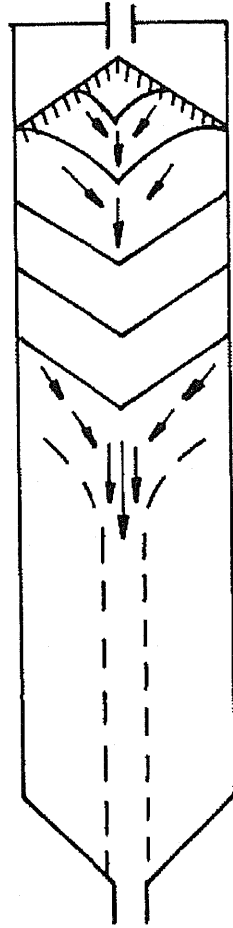


(注) 压力单位换算率: $1 \text{ gf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 4-17 Wall pressure and vertical pressure in bin (alfalfa meal pellets)

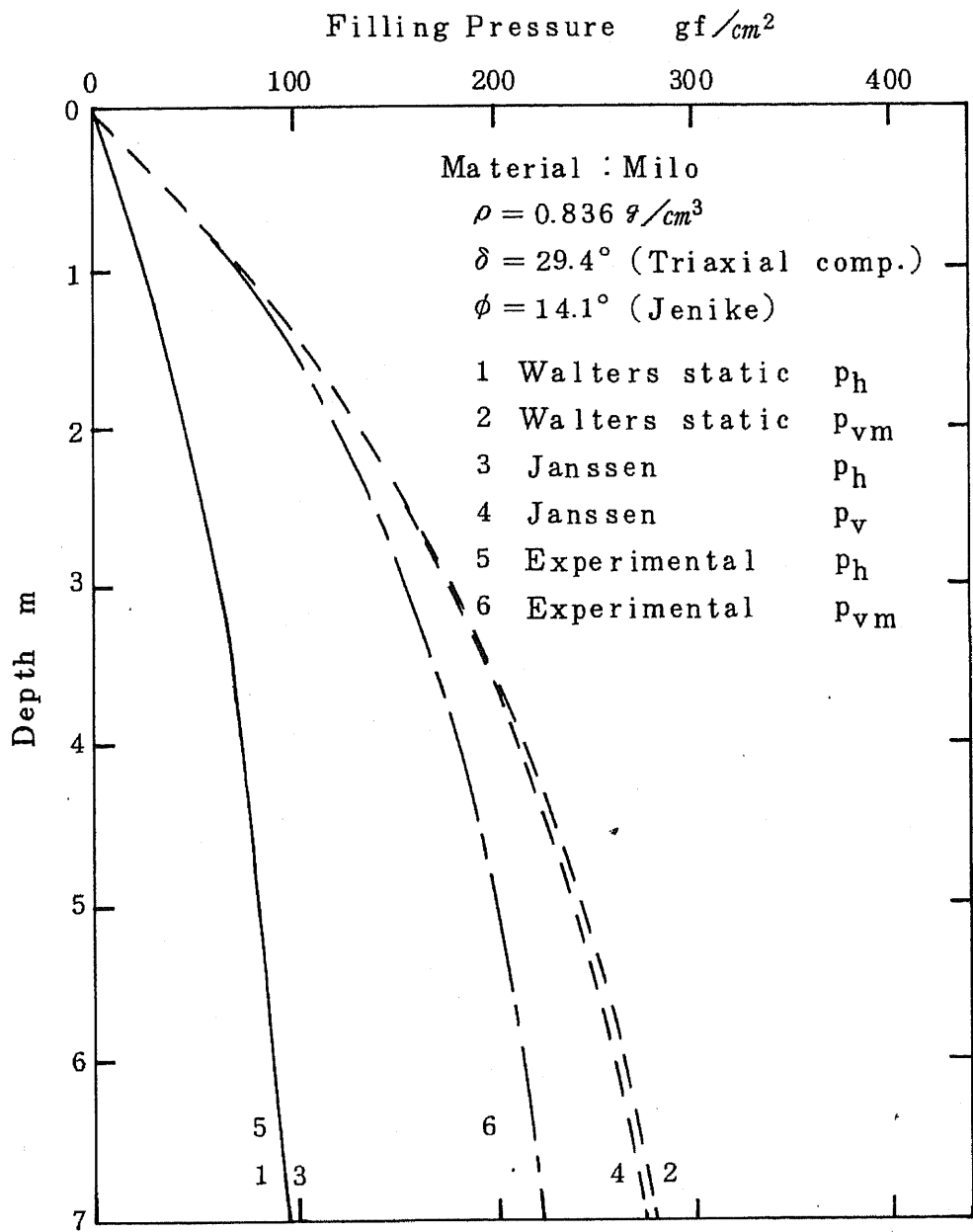


(a) mass flow



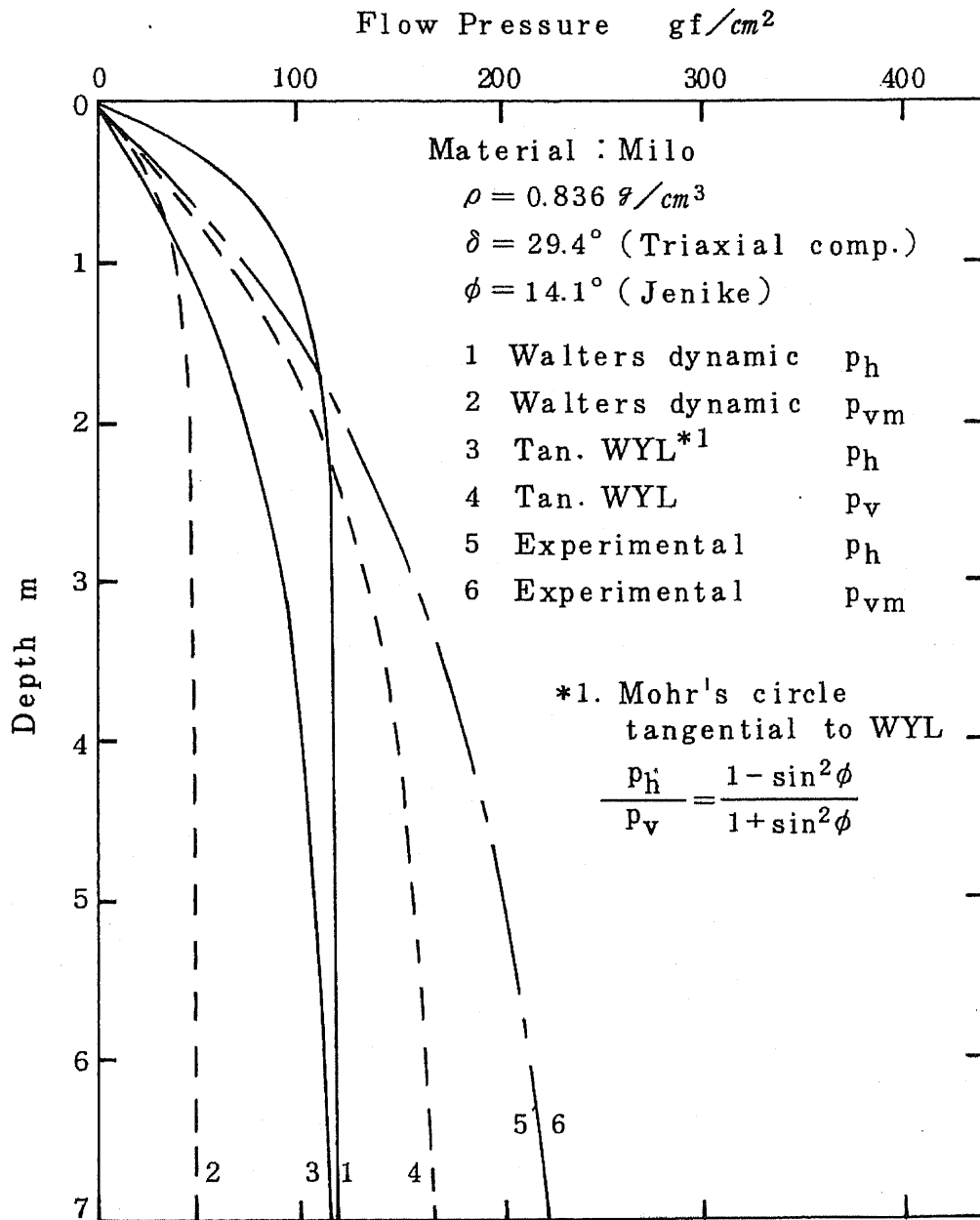
(b) funnel flow

Fig. 4-18 Flow patterns



(注) 压力单位换算率 : $1 \text{ gf}/\text{cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 4-19 (a) Filling pressure acting on bin wall (milo)



(注) 压力单位换算率: $1 \text{ gf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 4-19 (b) Flow pressure acting on bin wall (milo)

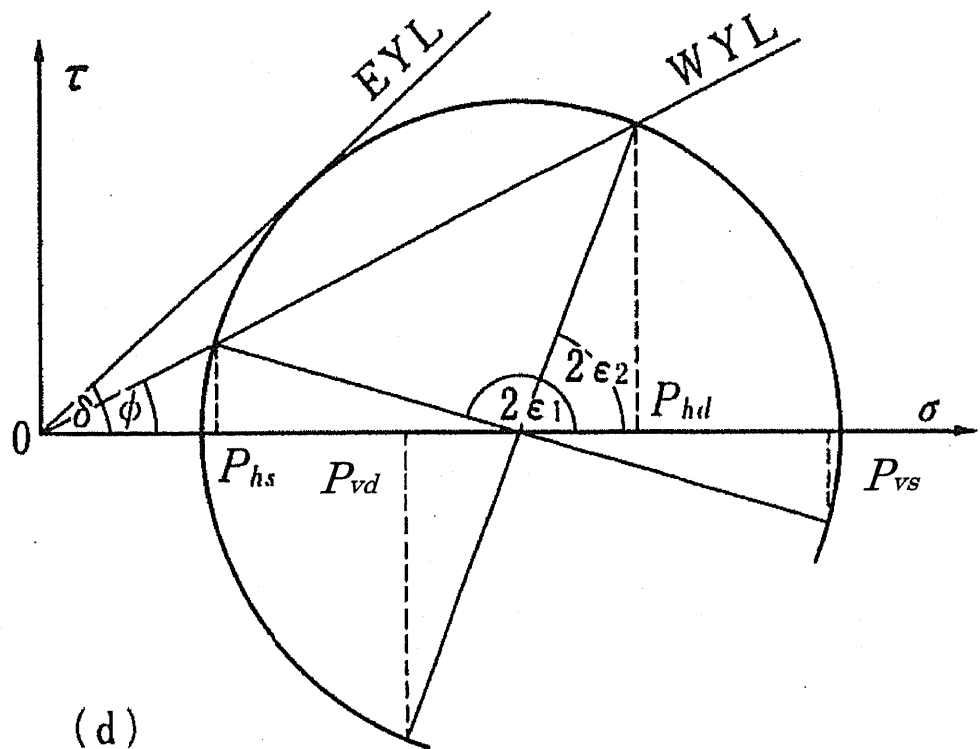
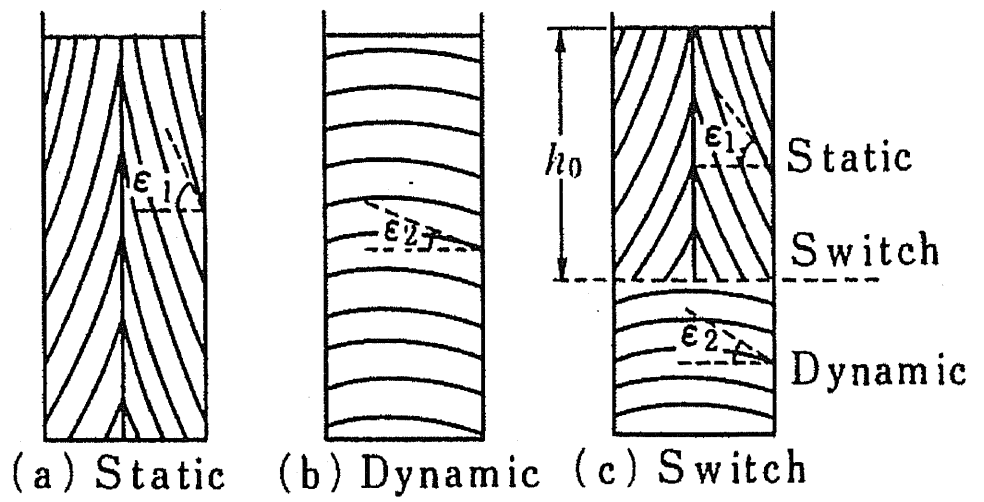
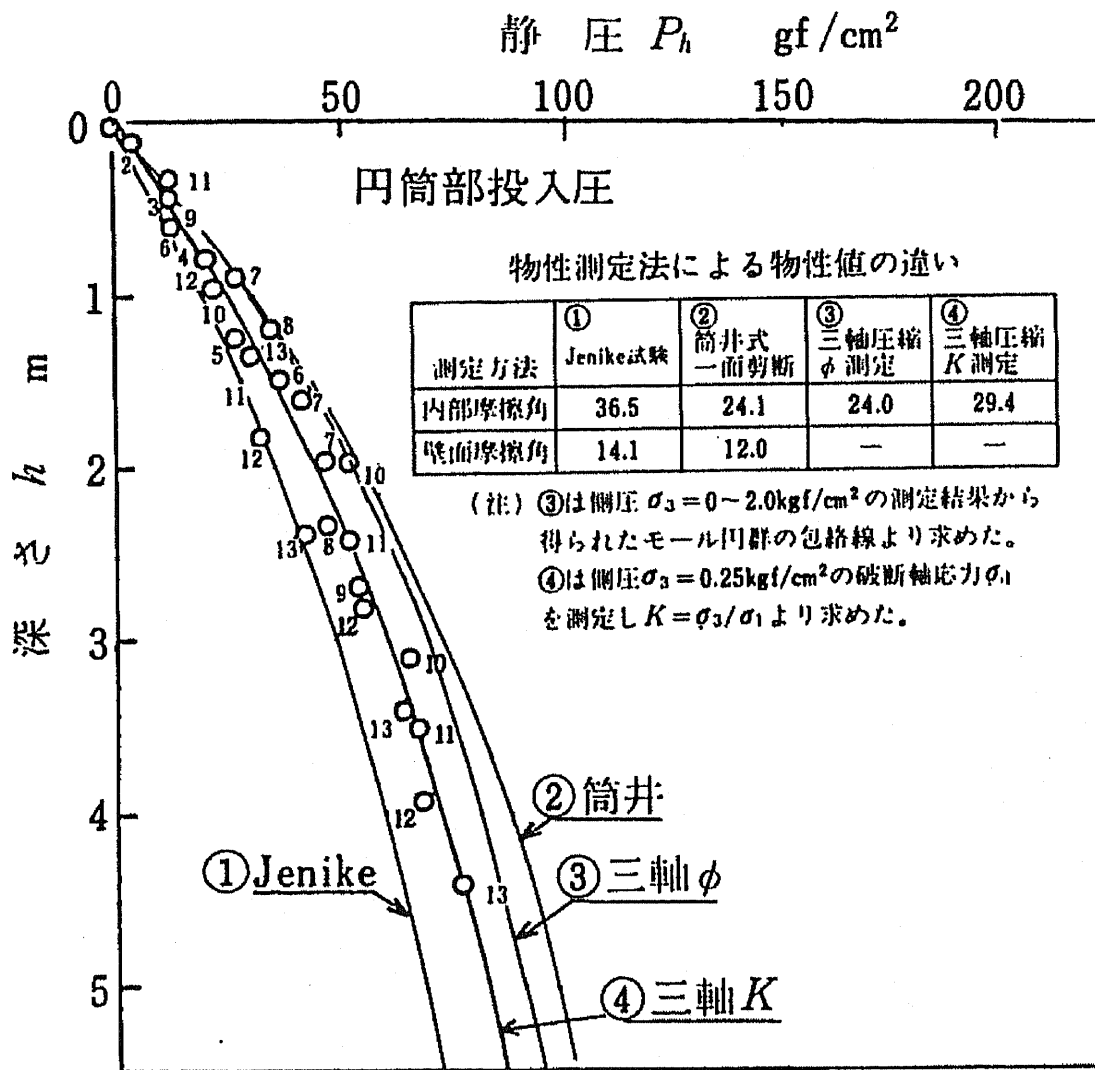


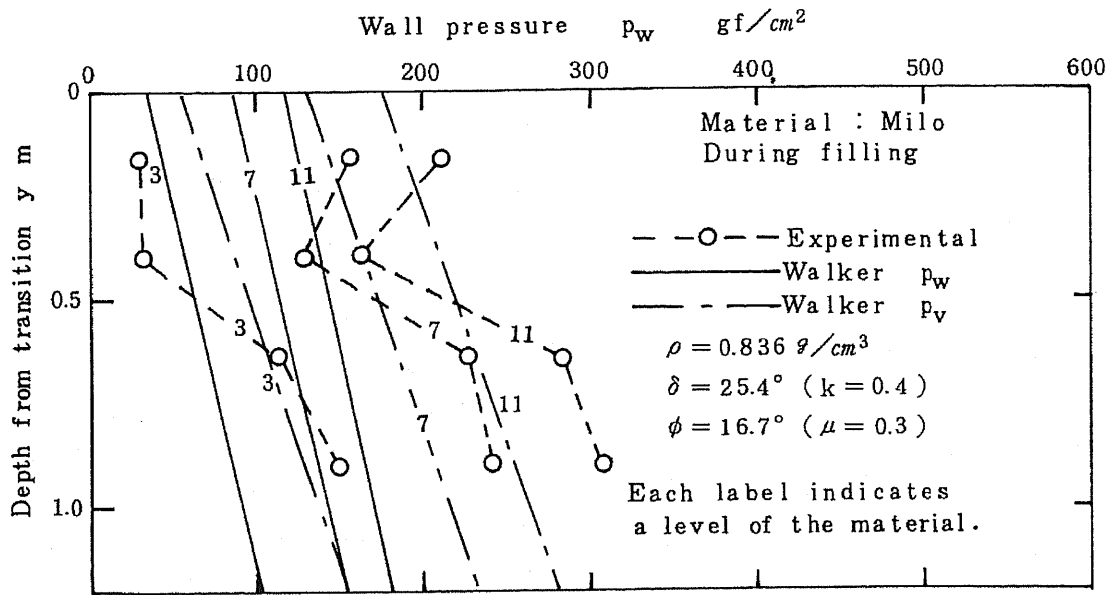
Fig. 4-20 Stress switch theory by Walters

- (a), (b) Lines of major principal stress in static and dynamic state
- (c) Switch of stress state at some point when flowing
- (d) Mohr stress circle corresponding to static and dynamic state

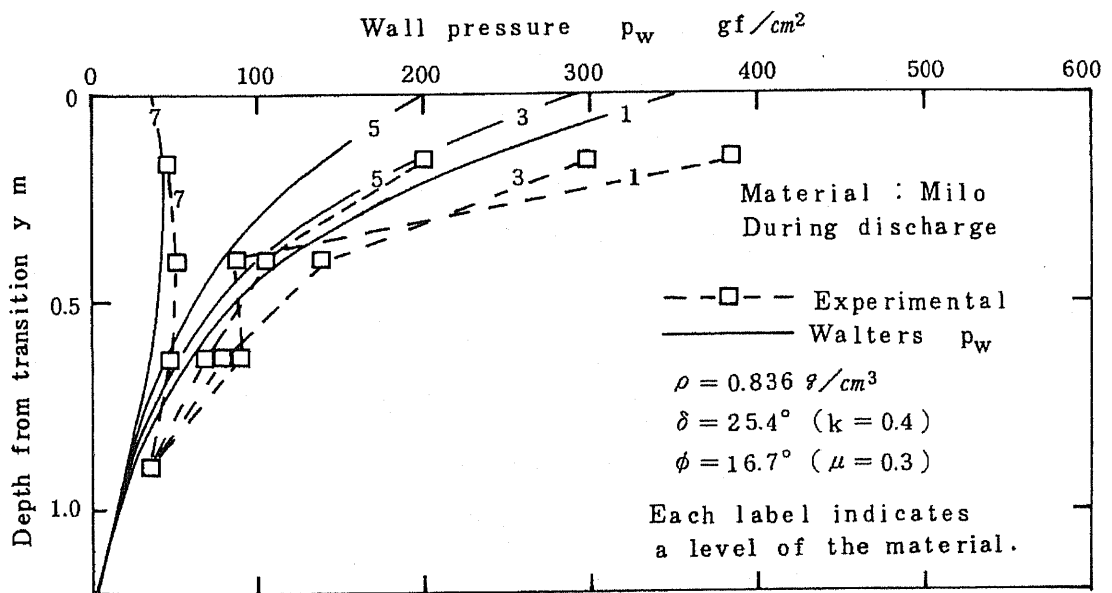


- ①Jenike せん断試験：一定せん断速度
- ②筒井式せん断試験：一定せん断応力速度
- (注) 圧力単位換算率： $1 \text{gf/cm}^2 = 0.09807 \text{kPa}$

Fig. 4-21 Effect of testing methods on angle of internal friction and angle of wall friction (milo)



(a) Filling pressure



(b) Flow pressure

(注) 压力单位换算率: $1 \text{ gf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 4-22 Filling and flow pressures acting on hopper wall (milo)
(hopper slope: 60°)

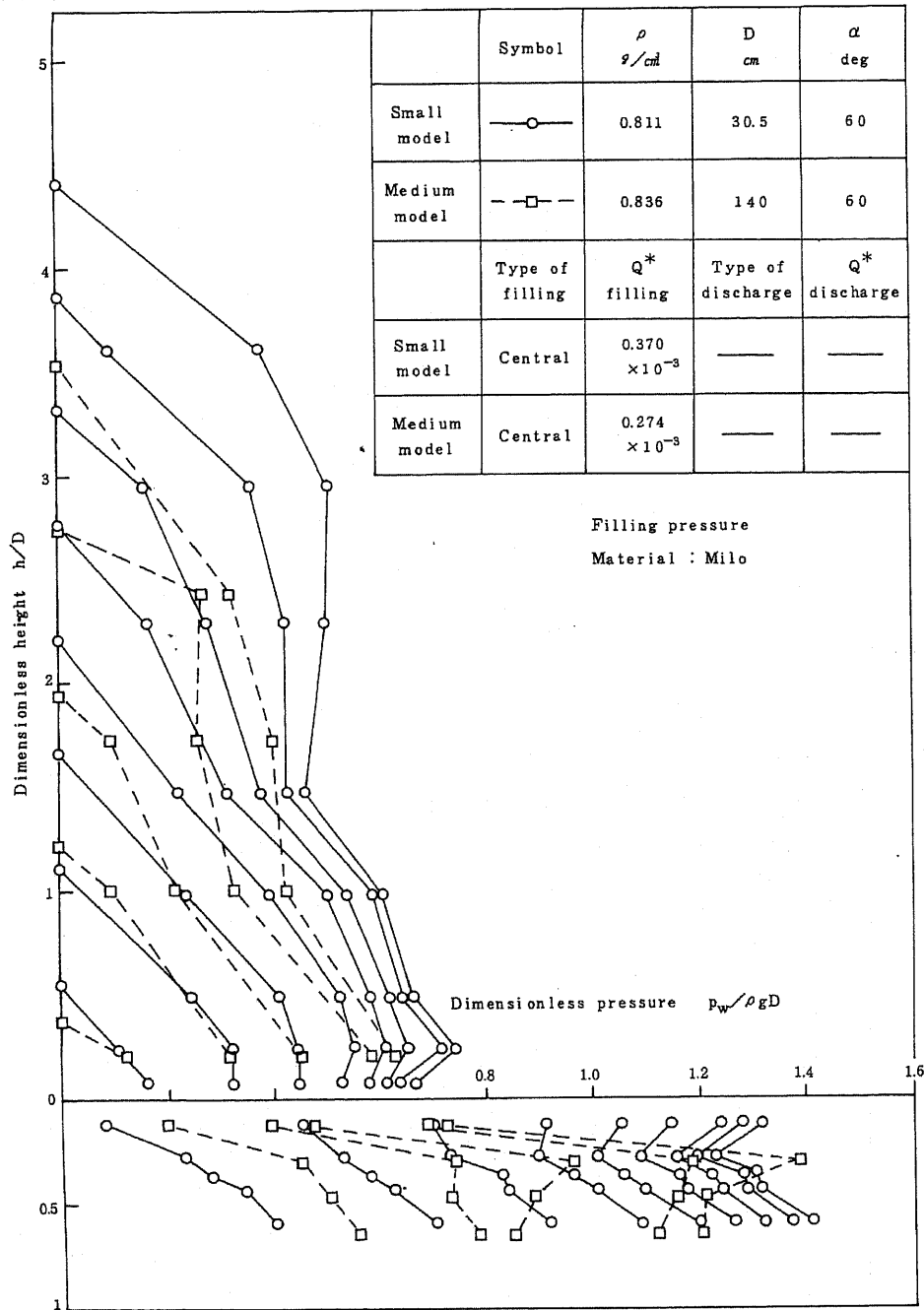


Fig. 4-23 Distribution of dimensionless filling pressure (milo)

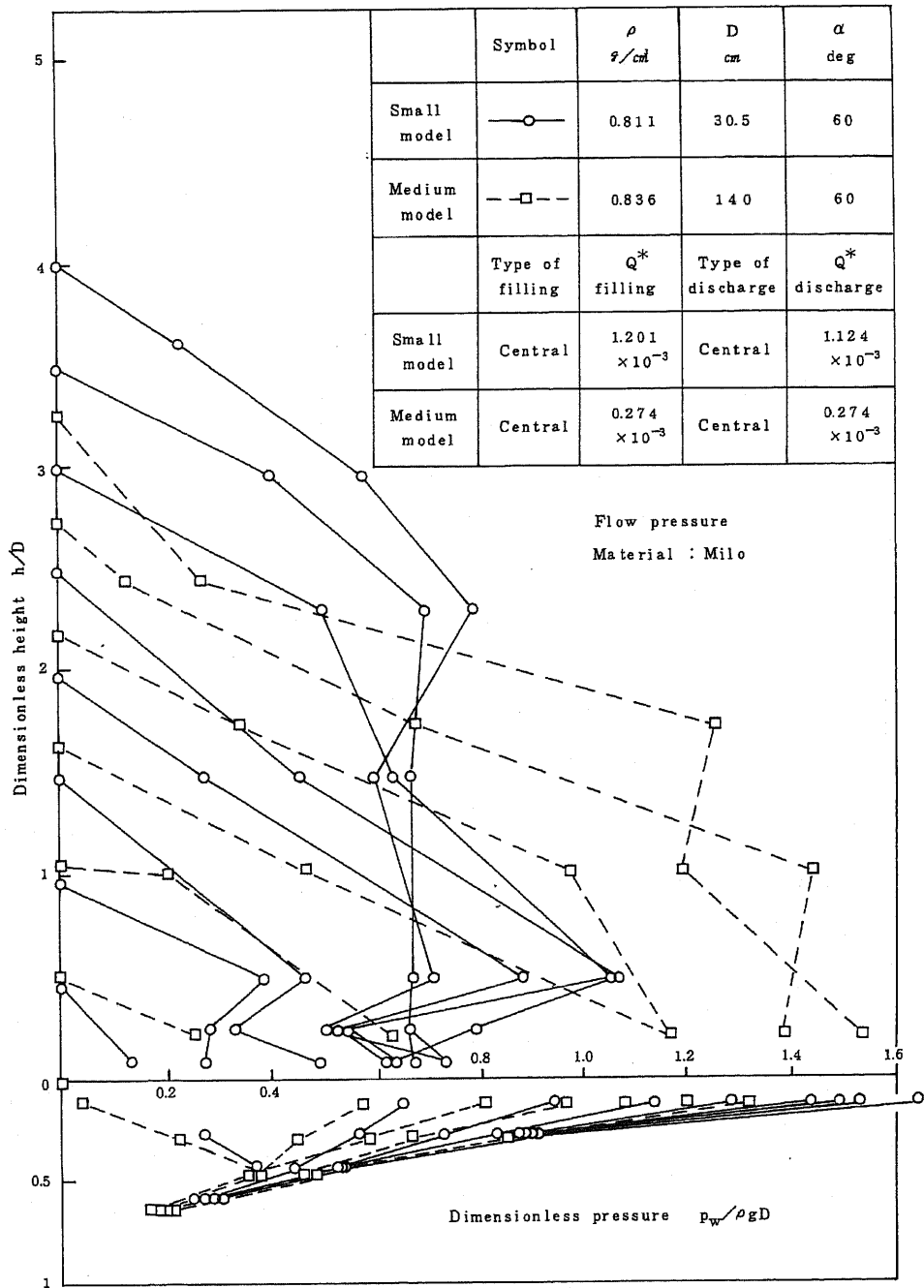


Fig. 4-24 Distribution of dimensionless flow pressure (milo)

第5章 中規模サイロにおけるファネルフローを考慮した粉体圧

5.1 緒言

サイロに作用する粉体圧は構造設計の最適化のため正確に把握する必要がある。粉体圧の算定方法については、1984年、日本建築学会の容器構造設計指針案の中で指針が与えられたが、実質的にはサイロメーカーの経験や実験に基づくノウハウにより運用されるので、最適設計のための体系的なデータの収集を図り、1981～84年に粉体圧に関する開発研究を実施した。この中で、中規模試験サイロを用い、各種の穀物種類とハンドリング条件について粉体圧の測定と流れの観察を行い、データの蓄積を行うとともに、各種設計規準や理論式との比較を行った¹⁾。この結果、次の問題点が残った。

(1) 排出時の水平圧と鉛直圧の両者を同時に評価するためには、従来の設計規準や理論式は不十分である。

(2) 投入方法が投入圧・排出圧の両方に大きく影響を与えることが明らかになったが、投入方法の影響に対して定量的な予測手法を提案するに至らなかった。

粉粒体貯槽においては、投入および排出のフローパターンが粉体圧に大きな影響を与えることはよく知られている。特に大型貯槽では、たとえ個々のホoppaがマスフロー型であっても、単一ホoppaでない限り、通常の排出方法では排出時に静止領域の存在するファネルフロー型のサイロとなるため、壁面圧の局所的な過大（または過小）圧を生じ、多くの場合偏心荷重を発生することになる。このときの粉体圧の挙動はフローチャンネルの位置や形状により影響され、しばしば偏心荷重となる。しかし、これまでのところ投入や排出の偏心を考慮に入れた過大圧の解析は不十分であると考えられる。本研究では、ファネルフローサイロの最も単純な形状である平底サイロを中心に、ホoppa付きサイロも併せて、フローチャンネルのモデル化に基づく粉体圧の理論計算を行うとともに、穀物の投入・排出実験を行い、これら操作条件とフローパターン・粉体圧の関係に関する知見を得た²⁾。

5.2 ファネルフローサイロの概要

ファネルフローサイロとは、排出口から貯蔵物を排出する際に非運動（静止）領域の存在するタイプのサイロである。最も単純な形状としては平底サイロがある。次にコニカルホoppaが1個付いたサイロ（シングルホoppaサイロ）でホoppaがファネルフローの場合がある。さらにコニカルホoppaが2個以上（マルチホoppaサイロ）の場合やスロットホoppaの場合は、個々のホoppaがマスフロー型であっても、サイロとしてはファネルフローサイロとなる。非シングルホoppaの例を Fig.5-1 に示す。(a) では、中央のホoppaから排出しているので対称形であるが、(b) と(c) では偏心加重が作用し（掻出し装置の位置のみが排出点となる。）、また流動部とサイロ壁が交わる点で局部

的な過大圧が発生することになる。

5.3 理論計算

排出時に静止領域の内部に形成される流動領域をフローチャンネルと呼ぶ。フローチャンネルは排出条件により影響を受けるのは当然であるが、投入条件からも影響を受けることが知られている。ファネルフローサイロの排出時の粉体圧分布は、フローチャンネル部と静止領域の各々に対し、その応力状態に応じた粉体圧算定法を用いることにより、サイロ全体の圧力分布が得られる³⁾。

このため、第1にフローチャンネル形状の決定、第2に各領域に適用する粉体圧基本式の決定、第3にフローチャンネルと静止領域との力の相互作用の計算を行う。

さらに、投入位置による粉体圧への影響は粒度偏析による物性値の分布を通して行われると仮定し、粒度偏析の影響を取り入れるため、水平方向の物性値の分布を考慮する。

5.3.1 フローチャンネル形状の決定

フローチャンネル（以下「FC」）の境界面とサイロ壁および粉体表面との位置関係は、サイロ（円筒形とする）の径・高さ、排出口の個数・形状・寸法、物性値の分布等により、各種の場合がありうるが、排出口が単一の場合について分類したものを Fig.5-2 に示す。Fig.5-2 は排出口の中心とサイロ中心線を通る縦断面を示す。分類ⅠはFCがサイロ壁と交わらない場合を、分類ⅡはFCがサイロ壁の一部で交わる場合を、分類ⅢはFCがある高さ以上ではサイロ壁の全周で交わる場合を、それぞれ示す。また、記号P(Partial)はFCが下部で静止領域に囲まれる場合を、F(Full)はFCが全高にわたってサイロ壁に接する場合を意味する。なお、FCがサイロ壁と接しない分類Ⅰの場合は、ラットホールと呼ばれる流れ形態で、排出時にサイロ壁に過大な圧力は発生しないと考えられる。

投入方法によりサイロ内粉粒体に粒度偏析が生じ、このため物性値は水平断面内で一様でない分布をする。これは一見粒度がそろっている穀物の場合でも、実際にはダストを含んでいるために起こることである。ここでは、物性値（有効内部摩擦角 δ および壁面摩擦角 ϕ ）は水平面内で分布を持つが、高さ方向には一様であると仮定する。通常の投入では落下軌跡はほぼ鉛直線であるので妥当な仮定と考えられる。

サイロは円筒形とし、物性値の水平面内分布は、投入の中心を通る直径線上で定め、両側壁面と投入中心との間を各々線形分布で近似する。

サイロに Fig.5-3 のように $x-z$ 座標系を設けるものとする。サイロ底面上で投入中心点を通る直径線を x 軸とする。（一点集中投入では投入中心は投入点そのものであるが、周辺分散投入ではサイロ中心に対し対称であるから、投入中心はサイロ中心である。）有効内部摩擦角 δ は、投入中心点 $x = \xi$ で $\delta = \delta_{\xi}$ 、左壁 $x = -R$ で $\delta = \delta_L$ および

右壁 $x=R$ で $\delta = \delta_R$ とする。また壁面摩擦角 ϕ は、 $x=-R$ で $\phi = \phi_L$ および $x=R$ で $\phi = \phi_R$ とする。

δ は次の式で表される。

$$\xi \leq x \leq R : \delta = \delta_\xi - (\delta_\xi - \delta_R) \frac{x - \xi}{R - \xi} \quad (5-1)$$

$$-R \leq x < \xi : \delta = \delta_\xi + (\delta_\xi - \delta_L) \frac{x - \xi}{R + \xi} \quad (5-2)$$

つぎに、排出口中心は x 軸上にあるとする。サイロ中心線を z 軸とし、 $x-z$ 面内でフローチャンネルの境界線を定める。フローチャンネルの水平断面形状は円形で近似する。ここで、フローチャンネルの境界線は以下のように定める。

粉粒体層は排出が開始されるまで投入時の主動応力場にある。そして至るところ塑性平衡状態にあり、主動状態のすべり線群が形成されていると考えられる。したがって、排出開始時にはこれらすべり線のうち排出口端を通るものがフローチャンネル境界線となると考えられる。排出開始後のフローチャンネル形状の変化については高橋らが詳しく検討しているが⁴⁾、平底サイロの場合には一般にフローチャンネル形状は変化しないとしてよい。したがって、本解析ではフローチャンネル境界線は投入時のすべり線で定め、排出中一定とする。

Fig.5-4 に投入時の応力状態を示す。最大主応力線とすべり線との角 η は

$$2\eta = \pi/2 - \delta \quad (5-3)$$

となる。また、最大主応力の方向は投入中心で鉛直であると考えられる。したがって、壁面では最大主応力方向が鉛直となす角 λ は Fig.5-4 の関係から次式で与えられる。

$$2\lambda = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \phi}{\sin \delta} \right) - \phi \quad (5-4)$$

a, b 両すべり線が鉛直線 (z 軸) となす角を α とする。 α は水平面上で x 座標とともに変化し、左右壁面と投入中心では次のようになる (Fig.5-4 参照)。

$$a \text{ すべり線} \begin{cases} x=R & : \alpha_R = \eta_R - \lambda_R \quad (\delta_R, \phi_R \text{ を用いる}) & (5-5) \\ x=\xi & : \alpha_\xi = \eta_\xi \quad (\delta_\xi \text{ を用いる}) & (5-6) \\ x=-R & : \alpha_L = \eta_L + \lambda_L \quad (\delta_L, \phi_L \text{ を用いる}) & (5-7) \end{cases}$$

$$b \text{ すべり線} \begin{cases} x=R & : |\alpha_R| = \eta_R + \lambda_R \quad (\delta_R, \phi_R \text{ を用いる}) & (5-8) \\ x=\xi & : |\alpha_\xi| = \eta_\xi \quad (\delta_\xi \text{ を用いる}) & (5-9) \\ x=-R & : |\alpha_L| = \eta_L - \lambda_L \quad (\delta_L, \phi_L \text{ を用いる}) & (5-10) \end{cases}$$

左右両壁と投入中心との間はすべり線の勾配 $\tan \alpha$ が x とともに線形に変化すると仮定する。 $(\alpha$ が x に対し線形に変化すると仮定しても、結果はほとんど同じである。以後の計算が簡単になる方を選んだ。)

左右壁面と投入中心の間の $\tan \alpha$ の変化は以下のとおりである。

(1) a すべり線

$$\xi \leq x \leq R \text{ では } \tan \alpha = \tan \eta_\xi - \frac{x-\xi}{R-\xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_R - \lambda_R) \} \quad (5-11)$$

$$-R \leq x < \xi \text{ では } \tan \alpha = \tan \eta_\xi + \frac{x-\xi}{R+\xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_L + \lambda_L) \} \quad (5-12)$$

(2) b すべり線

$$\xi \leq x \leq R \text{ では } \tan \alpha = -\tan \eta_\xi + \frac{x-\xi}{R-\xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_R + \lambda_R) \} \quad (5-13)$$

$$-R \leq x < \xi \text{ では } \tan \alpha = -\tan \eta_\xi - \frac{x-\xi}{R+\xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_L - \lambda_L) \} \quad (5-14)$$

すべり線は微分方程式

$$\frac{dx}{dz} = \tan \alpha(x) \quad (5-15)$$

で与えられる。境界条件を排出口端部で与えて、この積分

$$z = \int \frac{1}{\tan \alpha} dx \quad (5-16)$$

を計算すれば、 z と x の関係が解析的に得られる。

壁面過大圧が問題となるのは次の3個のケースが考えられる (Fig.5-5 参照)。

(1) a すべり線も b すべり線も $x = \xi$ 線と交わらない。(Fig.5-5 (1))

(2) a すべり線が $x = \xi$ 線と交わる。(Fig.5-5 (2))

(3) b すべり線が $x = \xi$ 線と交わる。(Fig.5-5 (3))

これらのケースごとに、すべり線の代数関係式を求める。

(1) a すべり線も b すべり線も $x = \xi$ 線と交わらない。

(a) a すべり線

$$z = \int_{x_{a0}}^x \frac{dx}{\tan \eta_\xi - a_1(x-\xi)} \quad \text{ただし, } a_1 = \frac{1}{R-\xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_R - \lambda_R) \} \quad (5-17)$$

$$\therefore z = \frac{1}{a_1} \log \frac{\tan \eta_\xi - a_1(x_{a0} - \xi)}{\tan \eta_\xi - a_1(x - \xi)} \quad (5-18)$$

$$\text{または, } x = \xi - \frac{1}{a_1} \left[\exp(-a_1 z) \{ \tan \eta_\xi - a_1(x_{a0} - \xi) \} - \tan \eta_\xi \right] \quad (5-19)$$

(b) b すべり線

$$z = \int_{x_{b0}}^x \frac{dx}{-\tan \eta_\xi - b_2(x-\xi)} \quad \text{ただし, } b_2 = \frac{1}{R+\xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_L - \lambda_L) \} \quad (5-20)$$

$$\therefore z = \frac{1}{b_2} \log \frac{\tan \eta_\xi + b_2(x_{b0} - \xi)}{\tan \eta_\xi - b_2(x - \xi)} \quad (5-21)$$

$$\text{または, } x = \xi - \frac{1}{b_2} \left[\exp(-b_2 z) \{ -\tan \eta_\xi - b_2(x_{b0} - \xi) \} + \tan \eta_\xi \right] \quad (5-22)$$

(2) a すべり線が $x = \xi$ 線と交わる。

(a) a すべり線

① $x_{a0} \leq x < \xi$ の区間

$$z = \int_{x_{a0}}^x \frac{dx}{\tan \eta_\xi - a_2(x - \xi)} \quad \text{ただし, } a_2 = -\frac{1}{R + \xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_L + \lambda_L) \} \quad (5-23)$$

$$\therefore z = \frac{1}{a_2} \log \frac{\tan \eta_\xi - a_2(x_{a0} - \xi)}{\tan \eta_\xi - a_2(x - \xi)} \quad (5-24)$$

$$\text{または, } x = \xi - \frac{1}{a_2} \left[\exp(-a_2 z) \{ \tan \eta_\xi - a_2(x_{a0} - \xi) \} - \tan \eta_\xi \right] \quad (5-25)$$

(ただし $0 \leq z < z_\xi$)

② $\xi \leq x$ の区間

$$z = z_\xi + \int_\xi^x \frac{dx}{\tan \eta_\xi - a_1(x - \xi)} \quad \text{ここで } z_\xi = \frac{1}{a_2} \log \frac{\tan \eta_\xi - a_2(x_{a0} - \xi)}{\tan \eta_\xi} \quad (5-26)$$

$$\therefore z = z_\xi + \frac{1}{a_1} \log \frac{\tan \eta_\xi}{\tan \eta_\xi - a_1(x - \xi)} \quad (5-27)$$

$$\text{または, } x = \xi - \frac{1}{a_1} \left[\exp\{ -a_1(z - z_\xi) \} \cdot \tan \eta_\xi - \tan \eta_\xi \right] \quad (5-28)$$

(ただし $z_\xi \leq z$)

(b) b すべり線

(1) と同じ

(3) b すべり線が $x = \xi$ 線と交わる。

(a) a すべり線

(1) と同じ

(b) b すべり線

① $\xi < x \leq x_{b0}$ の区間

$$z = \int_{x_{b0}}^x \frac{dx}{-\tan \eta_\xi - b_1(x - \xi)} \quad \text{ただし, } b_1 = -\frac{1}{R - \xi} \{ \tan \eta_\xi - \tan(\eta_R + \lambda_R) \} \quad (5-29)$$

$$\therefore z = \frac{1}{b_1} \log \frac{\tan \eta_\xi + b_1(x_{b0} - \xi)}{\tan \eta_\xi + b_1(x - \xi)} \quad (5-30)$$

$$\text{または, } x = \xi + \frac{1}{b_1} \left[\exp(-b_1 z) \{ \tan \eta_\xi + b_1 (x_{b0} - \xi) \} - \tan \eta_\xi \right] \quad (5-31)$$

(ただし $0 \leq z < z_\xi$)

② $x \leq \xi$ の区間

$$z = z_\xi + \int_\xi^x \frac{dx}{-\tan \eta_\xi - b_2(x - \xi)} \quad \text{ここで } z_\xi = \frac{1}{b_1} \log \frac{\tan \eta_\xi + b_1(x_{b0} - \xi)}{\tan \eta_\xi} \quad (5-32)$$

$$\therefore z = z_\xi + \frac{1}{b_2} \log \frac{\tan \eta_\xi}{\tan \eta_\xi + b_2(x - \xi)} \quad (5-33)$$

$$\text{または, } x = \xi + \frac{1}{b_2} \left[\exp\{-b_2(z - z_\xi)\} \cdot \tan \eta_\xi - \tan \eta_\xi \right] \quad (5-34)$$

(ただし $z_\xi \leq z$)

5.3.2 粉体応力計算方法

5.3.2.1 投入時粉体圧

投入時（同時排出を行わない）の粉体圧はサイロ全体を Janssen 式によって計算する。応力比 k は Fig. 5-4 の投入時の応力状態の仮定に従い、点 T と点 V の σ の比とする。すなわち、Walters のビン静圧式⁵⁾の k とする。したがって、

$$P_v = \frac{\rho g R}{2\mu k} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2\mu k h}{R}\right) \right\} \quad (5-35)$$

$$P_h = k P_v \quad (5-36)$$

$$k = \frac{1 - \sin \delta \cos 2\lambda}{1 + \sin \delta \cos 2\lambda} \quad (5-37)$$

ここで、

P_v : 鉛直圧力

P_h : 水平圧力

h : 上面からの深さ

ρ : かさ密度

g : 重力の加速度

μ : 壁面摩擦係数

k : 圧力比 (= 水平圧力 / 鉛直圧力)

R : サイロ半径

なお、壁面摩擦係数と圧力比については、求めた物性値に従い左側と右側で異なる値を取るのので、各側の物性値に対して、式(5-37)および

$$\mu_{(L,R)} = \tan \phi_{(L,R)} \quad (\text{添字 } L \text{ と } R \text{ は、それぞれ左側と右側を示す。}) \quad (5-38)$$

を用い、積 μk の値は次の等価値 $(\mu k)_e$ を用いる。

$$(\mu k)_e = (\mu_L k_L + \mu_R k_R) / 2 \quad (5-39)$$

5.3.2.2 排出時粉体圧

(i) 流動領域

フローチャンネルの形状は、その境界面とサイロ壁との交わり方によりいくつかに分類されるが、Fig.5-3 の状況はフローチャンネルのすべての要素を含んでいるので、この例について粉体応力の計算手順を述べる。

[部分 I] 円筒部であるので、Janssen 形の式を用いる。また、流動状態であるので、圧力比 k には修正 Rankine 係数を適用する⁶⁾。したがって、

$$P_v = \frac{\rho g R}{2\mu k} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2\mu k h}{R}\right) \right\} \quad (5-40)$$

$$P_h = k P_v \quad (5-41)$$

$$k_{(R,L)} = \frac{1 - \sin^2 \delta_{(R,L)}}{1 + \sin^2 \delta_{(R,L)}} \quad (5-42)$$

ここで、左側と右側で異なる μ 値と k 値を用いること、及び断面平均鉛直圧は、等価 μk 値を用い手計算することは、投入圧と同様である。

[部分 II] 部分 I で計算した $z = z_u$ での鉛直圧を上面付加荷重として、収縮チャンネルの式を用いる。このとき以下の方法を用いる。

(1) Walters のホッパ動圧式⁷⁾を適用する。この式は以下のとおりである。

$$P_v = \frac{\rho g h}{n-1} \left\{ 1 - \left(\frac{h}{H}\right)^{n-1} \right\} + P_{vt} \left(\frac{h}{H}\right)^n \quad (n \neq 1 \text{ の場合}) \quad (5-43)$$

$$P_v = \rho g h \ln \frac{H}{h} + P_{vt} \frac{h}{H} \quad (n = 1 \text{ の場合}) \quad (5-44)$$

$$P_w = \frac{FD}{\tan \phi} P_v \quad (5-45)$$

$$P_h = \frac{ED}{\tan \eta} P_v \quad (5-46)$$

$$n = 2 \left(\frac{ED}{\tan \alpha} + D - 1 \right) \quad (5-47)$$

ここで、

P_v : 断面平均鉛直圧

P_w : ホッパ壁への垂直圧

P_{vt} : ビン部・ホッパ部遷移面での鉛直圧

h : ホッパ頂点からの高さ

H : ホツパ頂点から遷移面までの高さ

α : ホツパ半頂角

ϕ : 壁面摩擦角

$$D = \frac{\cos \eta (1 + \sin^2 \delta) - 2(\sin^2 \delta - \sin^2 \eta)^{1/2}}{\cos \eta (1 + \sin^2 \delta - 2y \sin \delta)} \quad (\text{動的条件}) \quad (5-48)$$

$$E = \frac{\sin \delta \sin(2\varepsilon + 2\alpha)}{1 - \sin \delta \cos(2\varepsilon + 2\alpha)} \quad (5-49)$$

$$F = \frac{\sin \delta \sin 2\varepsilon}{1 - \sin \delta \cos(2\varepsilon + 2\alpha)} \quad (5-50)$$

$$y = \frac{2}{3c} [1 - (1-c)^{3/2}] \quad (5-51)$$

$$c = (\tan \eta / \tan \delta)^2 \quad (5-52)$$

$$\tan \eta = \frac{\sin \delta \sin(2\varepsilon + 2\alpha)}{1 + \sin \delta \cos(2\varepsilon + 2\alpha)} \quad (5-53)$$

$$2\varepsilon = \frac{\pi}{2} + \phi - \cos^{-1} \left(\frac{\sin \phi}{\sin \delta} \right) \quad (\text{動的条件}) \quad (5-54)$$

- (2) 高さ方向に平均すればフローチャンネル面の半分が鉛直壁面に一致しているの
で、等価な半頂角 β_e は

$$\tan \beta_e = (\tan \beta_i) / 2 \quad (5-55)$$

とする。ただし、 β_i は Fig.5-3 の断面における斜面の平均傾斜角である。

- (3) 等価な壁面摩擦は、静止領域に接する面積とサイロ壁に接する面積により、両者の摩擦係数 (各々 μ_i と μ_w) の加重平均値

$$\mu_e = r_i \mu_i + r_w \mu_w \quad (5-56)$$

を用いる。ただし、 r_i と r_w は $z_u \sim z$ 間での静止領域接触部とサイロ壁接触部のそれぞれ全体に対する比率である ($r_i + r_w = 1$)。

- (4) 部分IIが任意の z において摩擦力により静止領域に作用する鉛直力成分は

$$(\text{上面全圧} + (z_u \sim z) \text{の自重} - z \text{の断面全圧}) \times \text{負担率 } s$$

で与えられる。ここで

$$s = \frac{(\tan \alpha_i + \mu_i) r_i}{(\tan \alpha_i + \mu_i) r_i + \mu_w r_w} \quad (5-57)$$

[部分III] 部分IIで計算した $z = z_0$ での鉛直圧を上面付加荷重として、収縮チャンネルの式を用いる。このとき以下の方法を用いる。

- (1) Walters のホツパ動圧式を適用する。
- (2) 等価な半頂角 β_e は、高さ方向に平均すればフローチャンネル面の半分が鉛直壁面に一致しているので、

$$\tan \beta_e = (\tan \beta_L + \tan \beta_R) / 2 \quad (\beta_L, \beta_R \text{は各々左斜面, 右斜面の角}) \quad (5-58)$$

とする。

(3) 等価な壁面摩擦係数は左右境界面上の値の平均を取る。

(4) 部分Ⅲが任意の z において静止領域に作用する鉛直力成分は

(上面全圧 + $(z_0 \sim z)$ の自重 - z の断面全圧)

で与えられる。

ここで、静止領域内部に形成されるフローチャンネルに対して Walters のホッパ動圧式を適用するとき、フローチャンネルにとっての壁面摩擦、すなわち境界面摩擦として取る値は次の関係による。すなわち、フローチャンネルは静止領域を壁面と見なしたマスフローホッパに相当すると考えることができる。したがって、円錐流れにおける Jenike のマスフロー限界条件を表す次式^{8,9)} から得られる ϕ を用いる。

$$2\beta = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{1 - \sin \delta}{2 \sin \delta} \right) - \left\{ \phi + \sin^{-1} \left(\frac{\sin \phi}{\sin \delta} \right) \right\} \quad (5-59)$$

ここで、 β および δ はそれぞれフローチャンネル半頂角および有効摩擦角の境界線上の平均値を用いるものとする。

(ii) 静止領域

静止領域の粉体圧は投入時の応力状態と同じ Janssen 式と物性値を用いる。ただし、静止領域の水平断面はフローチャンネル断面を除いた残りの部分であるから、断面の有効な径を表すため水力半径 R_h (= 断面積 / 周長) を用いる⁸⁾。すなわち、

$$P_v = \frac{\rho g R_h}{\mu k} \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{\mu k h}{R_h} \right) \right\} \quad (5-60)$$

$$P_h = k P_v \quad (5-61)$$

$$k = \frac{1 - \sin \delta \cos 2\lambda}{1 + \sin \delta \cos 2\lambda} \quad (5-62)$$

ここで、

R_h : 水力半径 (= 断面積 / 周長)

各水平断面で以下の修正を行う。

(1) 物性値の取り方

投入時粉体圧と同様に、右側と左側で異なる μ 値と k 値を取る。

(2) 形状に関する値の取り方

断面積は、サイロ断面積からフローチャンネル断面積を差し引いたものを用いる。

また、周囲からの支持力はサイロ壁だけから受けるので、周長はサイロ壁に接している部分だけを考慮し、流動領域に接している部分は除外する。

(3) 流動領域からの荷重の加算

上記の方法で求めた鉛直圧に対して、(i) 流動領域 で述べた各断面におけるフローチャンネルからの下向き荷重が静止領域に平均的に付加される。水平圧はこの合成鉛直圧に k を乗じて得られる。

5.3.3 計算手順

フローチャンネルの形状計算とそれに続く粉体圧の計算はコンピュータにより行う。その計算フローの概略を Fig. 5-6 に示す。

5.4 実験

5.4.1 実験装置

実験装置は Fig. 5-7 に示す直径 1.4m、ビン部高さ 6.4m の円筒サイロに平底または偏心ホッパを取り付けたものを用いた。

側壁および底面またはホッパ面の各点の圧力を壁面土圧計（壁面と同一面，受圧面径 86mm）により測定した。底面板またはホッパを円筒部からロードセルを介して懸垂し，またサイロ全体をロードセルを介して架台に搭載する構造により，底面の全圧力と内容物総重量を測定した。また，内容物の表面高さをレベル計により測定した。さらに，壁面に沿った流れは透明板ののぞき窓から観察した。

5.4.2 実験方法

サイロ上部から一定流量で投入される試料がほぼ満杯まで充填される全期間に投入圧（投入時の圧力分布）の測定を行い，投入終了後に底面から一定流量で排出し，平底上に安息角で残留する以外は空になるまで排出される全期間に排出圧（排出時の圧力分布）の測定を行った。

投入方法は，投入中心がサイロ中心と一致するもの（中央投入，周辺投入）と偏心するもの（右および左の偏心投入，偏心率 0.7）の 4 種類を試験した。

排出方法は，平底の場合は 1 個の円形排出口（直径 0.2m）を持ち，位置は底面中心の場合と右または左の側壁に接する場合の 3 種類を，またホッパの場合は右または左の偏心円錐の 2 種類を試験した。試料は穀物のマイロとビートペレットを用いた。

Table 5-1 に投入・排出条件の一覧を示す。

5.4.3 物性試験方法

物性値の分布は粒度構成に大部分起因していると考えられ，また粒度構成は深さ方向には一様であると思なすことができる。そこで，投入方法による物性値の分布を定めるため，各々の投入方法によって形成された堆積層の表面近傍の各点からスクリー状の採取用具を用いて試料を採取した。試料に対して，粒度分布測定等とあわせてせ

せん断試験，三軸圧縮試験等を行った。貯槽内穀物の力学的物性値には粒度分布の他に，空隙率，粒子配列等の充填構造が影響すると考えられるが，充填構造についてはサンプル採取からは再現することは困難であるので，考慮しなかった。

5.5 実験結果と計算結果

5.5.1 物性試験

サイロ内堆積表面から採取したサンプルの物性試験の結果の一部を対称条件を用いて整理すると，マイロとビートペレットについて Table 5-2 に示すとおりである。なお，ビートペレットは粗粒であるので，せん断試験は主として大型せん断試験機により行い，Jenike 試験機では壁面摩擦だけを測定した。

両材料について，いずれの投入方法においても，投入点近傍で δ ， ϕ ともに大きくなる傾向が見られる。なお，試験中の試料の平均粒径は，重量分布の中位径で，マイロ 2.7mm，ビートペレット 11.0mm であった。

5.5.2 平底サイロの応力解析

投入時のサイロ底面・側壁隅部の鉛直圧，水平圧，およびせん断応力の各測定結果を，投入量ごとに $\sigma - \tau$ 平面にプロットし，Fig.5-4(b) のモール円を当てはめると，その点の有効内部摩擦角 δ と壁面摩擦角 ϕ が得られる¹⁾。

せん断応力は以下のように求めた。

底面の高さにおける側壁の全摩擦支持力 V は

$$V = W - P; \quad W: \text{内容物重量}, \quad P: \text{底面全荷重} \quad (5-63)$$

P は $P = A p_b$ (A : 底面積, p_b : 底面の平均圧) としても，また底面支持ロードセル (3個) の測定値合計からも求められる。

次に，内容物深さを h とすれば，壁面のせん断応力 τ は

$$\tau = \frac{1}{\pi D} \cdot \frac{dV}{dh} \quad (5-64)$$

である。したがって， τ は $V/\pi D$ と h のグラフの勾配として得られる。

p_b は底面各点の測定圧力の加重平均として求める。または， $A p_b$ を底面支持ロードセルの測定荷重の合計から底板下部シュートの内容物重量を差し引いたものとして求める。(底板やシュートの自重はあらかじめ差し引いてある。)

例として，マイロの Run No. F5 (底面荷重をロードセル測定値から求めた場合と，土圧計の測定値から求めた場合) およびビートペレット Run No. F1 について，壁面摩擦支持力対深さの関係とモール円を Figs. 5-8, 9, 10 に示す。この作業を各実験について行い，投入方法ごとに物性値 δ と ϕ を求めたものを両材料について Table 5-3 に示す。

マイロの場合，Table 5-2 と Table 5-3 を比べると，サンプル物性試験から得られた

値と、サイロ内応力解析から得られた値とが、 δ 、 ϕ ともに投入点近傍で大きく、投入点から遠いほど小さい傾向が一致し、また絶対値も近いことが確認される。このことから、物性値の貯槽内分布は粒度偏析により大部分説明できることがわかる。

5.5.3 粉体圧分布

5.5.3.1 マイロの平底サイロ実験

以下では、側圧の測定位置を右側として投入・排出の左右を表示する。

平底サイロにおけるマイロの投入時と排出時の側壁および底面の粉体圧測定結果のうち、代表的なケース (No. F2, F4, F6, F9 および F12) を Fig. 5-11~15 に示す。

これらから、実験値について以下のことが観察された。

- (1) 投入時側圧は、偏心投入の場合、投入点側で小さく (F4, F9)、投入点の反対側で大きくなる (F6)。
- (2) 排出時側圧は、中間高さ部に著しいピーク圧が発生する (F2, F4, F6, F9 および F12)。
- (3) 排出時ピーク圧の発生位置は、偏心排出の場合 (F9, F12) に高く、中心排出の場合 (F2, F4, F6) に低い。
- (4) 排出時ピーク圧の発生位置は、レベルが十分深い間、測定点間隔の分解能(1m)の範囲内で変化しない。
- (5) 排出時ピーク圧の大きさは、表面レベルの低下とともに小さくなる。

なお、F3 のケースでは、中心排出でありながら、排出時ピーク圧が高所 (土圧計位置 4370mm) で発生している。周辺投入のため流動領域が狭まり、流動領域がサイロ壁面に達する位置が高くなっていて、3420mm 以下は終始静圧であった。

次に、実験の投入条件に対応した粉体物性値を用いて、粉体圧の計算結果を求める。Table 5-2 および Table 5-3 の δ 、 ϕ と実測の ρ とを用いて、投入終了時の貯蔵量に対して投入時の水平圧および底面鉛直圧を、また排出開始時の貯蔵量に対して排出時のフローチャンネル境界線、流動部水平圧、静止部水平圧、および底面鉛直圧を計算した結果を Figs.5-10 ~14 のそれぞれ対応する実験値に重ねて表示した。(F12 については、Table 5-2 と Table 5-3 の両方の物性値による計算結果を示した。)

まず、投入圧については、ほとんどの場合計算値と実験値がよく一致している。

次に排出時のピーク圧の位置と大きさ、さらにピーク以外の部分を含めて、側圧分布は計算値と実験値がよく一致している。流動領域がサイロ壁に沿った流れから、穀物内部の流れに変化する位置でピーク圧が発生することが確認される。

5.5.3.2 ビートペレットの平底サイロ実験

平底サイロにおけるビートペレットの投入時と排出時の粉体圧測定結果の代表的なケース (No. F1, F2, F3, F5 および F8) を Figs. 5-16~20 に示す。これらから、実験

値について以下のことが観察された。

- (1) 投入時側圧は、偏心投入の場合、投入点側で小さく (F2 等)、投入点の反対側で大きく (F1 等) なる。
- (2) 排出時側圧は、偏心投入の投入点側には発生せず (F2)、その他の場合ピーク圧が発生する (F1, F3, F5 および F8)。
- (3) 排出時のピーク圧は、排出の初期だけ現れ、その後は静圧になる傾向がある。

ビートペレットの場合は、投入点での流動性が非常に悪いため投入方法の影響がより顕著で、投入点側の壁面には投入時・排出時ともに圧力がほとんど発生しない。排出時にも投入点側で静圧を保持しているのは、フローチャンネルがラットホールに近い状態となり、穀物の上表面または近傍まで達しているためである。このことは、上表面の観察および側壁各点ののぞき窓からの観察によって確認した。このようにフローチャンネルの上面荷重が小さいので、ピーク圧は発生しにくい。また静止領域が境界面でフローチャンネルへ同化して行く流れパターンを取ることで、ピーク圧が不明確になる。特に、投入点と排出点がほぼ一致する条件では、排出点部分の流動性が悪いためフローチャンネルはオーバハングした面を取ることもある。排出口がサイロ側壁に接した No. F7 では、側壁に沿った流れは初めは直上部だけに存在し、その後次第に上方に伸びて行くパターンが観察された。

次に、実験の投入条件に対応した粉体物性値を用いて、粉体圧の計算値を求める。Table 5-3 の δ 、 ϕ と実測の ρ とを用いて、投入終了時の貯蔵量に対して投入時の水平圧および底面鉛直圧を、また排出開始時の貯蔵量に対して排出時のフローチャンネル境界線、流動部水平圧、静止部水平圧、および底面鉛直圧を計算した結果を Figs. 5-15～19 のそれぞれ対応する実験値に重ねて示した。ただし、F1 と F2 については、Table 5-2 のサンプル物性値を基に、粉体圧およびラットホールのフローチャンネルを説明するのに適した数値に調整した物性値 (Table 5-3 の(*4)) を用いた。

投入圧については、計算値は実験値を概略近似している。

排出圧については、計算値はピーク圧が鋭すぎて、実験の圧力分布を必ずしもうまく近似していない。しかし、ピーク圧の発生位置は実験値に近い。

5.5.3.3 マイロのホッパサイロ実験

偏心ホッパを取り付けたサイロについて、マイロの投入時と排出時の粉体圧測定結果の代表例 (Run No. H4, H6, H7, H8 および H9) を Figs. 5-21～25 に示す。

これらから、実験値について以下のことがわかる。

- (1) 円筒部投入圧は、ホッパの緩傾斜側の円筒部側面ではホッパ遷移部まで Janssen 型の分布になる (H9) が、ホッパの鉛直側の円筒部側面では、上部は Janssen 型だが下部で著しくピーク圧が発生する (H4, H6, H7 および H8)。
- (2) ホッパ部投入圧は、緩傾斜側では、上部荷重が大きいとき途中に極大値のある分布

- となり (H9), 鉛直側では途中で極小値のある分布となる (H4, H6, H7 および H8)。
- (3) ホッパ緩傾斜側に偏心投入した場合, ホッパ鉛直側の円筒部では排出圧は投入圧から変化せず, 等しい内容量に対して等しい分布をたどる (H8)。
- (4) 投入時の円筒部側圧の大きさ (Janssen 型の部分) は, 投入点から遠いほど大きい。
すなわち, H7 : 投入側 < (H4, H9) : 中央投入 < H8 : 投入の反対側。
- (5) ホッパ部排出圧は, 円筒部に十分内容物がある間は, 概して投入圧からの変化は少ない。

次に, 実験の投入条件に対応した Table 5-3 の物性値と, 排出口の位置・大きさを当てはめて, すべり線および円筒部粉体圧とホッパ部粉体圧を計算したものを Figs. 5-20 ~ 24 のそれぞれ対応する実験値に重ねて示した。

投入圧実験値のうち, Janssen 型の部分は投入圧の計算値とよく合う。

投入時の円筒下部のピーク圧を示している部分は, 排出時の条件で計算する方がよく合うようである。(投入時の図に排出圧計算値も重ねて示した。) これは, サイロ充填中にホッパ部で小さいすべりが発生しているものと考えられる。

さらに, 半頂角 45° の対称ホッパを持つサイロにおけるマイロの実験例を Fig. 5-26 に示す。

この場合は, 充填終了時の投入圧は, 円筒部全長にわたって Janssen 型の分布をしていて, ピーク圧は現れていない。排出圧は, 平底サイロのような局所的なピーク圧は出にくく, ある高さ以上では全体的に投入圧より増大することが多かった。すべり線が多数発生したためと考えられる。しかし, 最大ピーク圧の位置と大きさは本解析のフローチャンネルの計算による粉体圧がよく一致していることがわかる。

5.6 結言

ファネルフローサイロについて, サイロ側面の粉体圧分布, 特に局所的過大圧の形態と, それに対する投入条件・排出条件の影響を明らかにすることを目的とする。そのため, ファネルフローサイロの最も単純な形状である平底サイロを主に取り上げ, またファネルフローホッパ付きサイロも併せて, 穀物の投入・排出実験を行った。このとき, フローチャンネルの役割に着目し, その形状の決定機構を求めた。また, サイロ内の粉体物性値の分布がフローチャンネル形状等に与える影響を明らかにするため, 投入方法ごとに物性値の分布を決定した。これにはサンプル採取による方法と粉体圧を解析する方法とを検討した。試料には, 球形で比較的粒度がそろい流動性の高いマイロと, ダスト分が多く細粒から粗粒まで粒度範囲が広く, 流動性の低いビートペレットを取り上げた。フローチャンネル形状は投入時のすべり線により決定し, 粉体圧の計算は, サイロ内部を流動領域と静止領域に分けたうえで, 各々に適した算定式を適用した。最後に計算値と実験値の比較を行い, 計算方法の適用範囲を確認した。

その結果, 以下の結論が得られた。

(1) フローチャンネルについて

フローチャンネルの境界線は投入時のすべり線に一致すると仮定すると、実際の観察とよく一致し、側壁ピーク圧の発生位置をよく説明することができる。

(2) 物性値の分布について

(a) マイロの場合（流動性が高い場合）は、採取サンプルの物性試験値とサイロの応力解析から得られた値とがほぼ一致し、物性値の貯槽内分布はほとんど粒度偏析に起因することが推測される。いずれの方法でも投入落下点近傍で有効内部摩擦角（ δ ）と壁面摩擦角（ ϕ ）がともに大きい。

(b) ビートペレット（流動性が低い）の場合は、サンプルの三軸圧縮試験機による k 値と修正 Rankine 係数の関係式による δ は、応力解析による δ とよく一致する。しかし、せん断試験による δ 、 ϕ と応力解析によるそれらとは一致しない。

(3) 排出圧について

(a) 平底サイロにおけるマイロの場合、ピーク圧の位置・大きさの両面で計算の側圧分布が実験値とよく一致し、計算方法が妥当であることが検証された。平底では、静止領域と流動領域の境界が排出中変動しないものと考えられる。

(b) 平底サイロにおけるビートペレットの場合、実験ではほとんどの場合大きなピーク圧は現れず、計算値との一致度が比較的悪い。付着性が強いいためフローチャンネルがラットホール的になっているためと考えられる。計算値は応力解析による物性値を用いる方がよく一致する。

(c) ホッパ型サイロにおけるマイロの場合、偏心ホッパの急傾斜側の円筒部下部は投入時でもピーク圧が発生し、この圧力分布は排出時の計算で近似できる。排出圧は鋭いピークは発生しにくく、広い範囲にわたって圧力が増大する傾向があるが、最大ピークの位置と大きさは本解析がよく一致する。

以上により、ファネルフローサイロの粉体圧分布を、投入位置・排出位置と物性値により決定することが可能となった。この手法は、今後大型のサイロ貯蔵を計画するに当たって、新規の粉粒体を扱ったり、新規のハンドリング方法を採用するときに、構造設計上利用することができる。

Appendix フローチャンネル断面形状について

フローチャンネル (FC) がサイロ壁と交わる場合の形状パラメータを示す。
(以下において、記号は本 Appendix 限りのものである。Fig. 5-A1 を参照。)
任意の水平断面において、

r_s : サイロ半径

r_c : FC 半径 (=両すべり線間隔/2)

r_f : FC 中心 (=両すべり線の中点) のサイロ中心からの距離

とするとき、

$$r_c + r_f \geq r_s \quad \text{かつ} \quad r_c - r_f < r_s \quad (5-A1)$$

ならば FC はサイロ壁の一部と交わる。

ここで、

$$s = (r_s + r_f + r_c) / 2 \quad (5-A2)$$

とおくと、 $\triangle OAC$ の面積 S は

$$S = \sqrt{s(s-r_s)(s-r_f)(s-r_c)} \quad (5-A3)$$

により求められる。さらに、

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{2S}{r_s r_f} \right) \quad (5-A4)$$

(ただし、 $r_c^2 > r_s^2 + r_f^2$ ならば $\alpha = \pi - \alpha$ 主値)

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{2S}{r_f r_c} \right) \quad (5-A5)$$

(ただし、 $r_s^2 > r_f^2 + r_c^2$ ならば $\beta = \pi - \beta$ 主値)

が得られる。

FC の断面積 A_f は

$$A_f = 2 \times (\text{扇形 OAB} - \triangle OAC + \text{扇形 CAD})$$

$$\therefore A_f = \alpha r_s^2 - 2S + \beta r_c^2 \quad (5-A6)$$

FC がサイロ壁と接する長さ P_w は

$$P_w = \text{弧 ABA'}$$

$$\therefore P_w = 2\alpha r_s \quad (5-A7)$$

FC が静止領域と接する長さ P_i は

$$P_i = \text{弧 ADA'}$$

$$\therefore P_i = 2\beta r_c \quad (5-A8)$$

Nomenclature

c	: parameter used in Walters equation	(-)
D	: parameter used in Walters equation	(-)
E	: parameter used in Walters equation	(-)
F	: parameter used in Walters equation	(-)
g	: acceleration of gravity	$(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$
h	: depth from material surface	(m)
h	: height from hopper apex (in Walters equation)	(m)
H	: height from hopper apex to bin-hopper transition	(m)
k	: ratio of horizontal pressure to vertical pressure	(-)
n	: parameter used in Walters equation	(-)
P_h	: horizontal pressure	(Pa)
P_v	: vertical pressure	(Pa)
P_w	: pressure normal to hopper wall	(Pa)
R	: silo radius	(m)
R_h	: hydraulic radius of static region	(m)
x	: horizontal distance from silo center	(m)
y	: parameter used in Walters equation	(-)
z	: height from silo bottom	(m)
α	: angle between slip line and vertical direction	($^{\circ}$)
α	: hopper half apex angle (in Walters equation)	($^{\circ}$)
β	: half apex angle of flow channel	($^{\circ}$)
δ	: effective angle of internal friction	($^{\circ}$)
ε	: angle used in Walters equation	($^{\circ}$)
η	: angle between major principal stress direction and sliding line	($^{\circ}$)
η	: angle used in Walters equation	($^{\circ}$)
λ	: angle between major principal stress direction and vertical direction	($^{\circ}$)
μ	: wall friction coefficient	(-)
ξ	: x coordinate of center of charging	(m)
ρ	: bulk density	(kg/m^3)
σ	: normal stress	(Pa)
τ	: shear stress	(Pa)
ϕ	: angle of wall friction	($^{\circ}$)

< subscripts >

e	: equivalent
i	: inside the material
L	: left-hand side wall
l	: lower
R	: right-hand side wall
u	: upper
w	: at the wall

References

- 1) Suzuki, Mitsuo, Tetsuo Akashi and Kanji Matsumoto: "Flow behaviour and stress conditions in small and medium silos", *Bulk Solids Handling*, Vol.5, No.3, 611-620 (1985)
- 2) Suzuki, Mitsuo: "Pressure distribution of funnel flow silos with consideration of flow channel", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, Vol.21, No.3, 554-564 (1995)
- 3) Johnston, F. T. and F. A. Hunt: "Solution for silo asymmetric flow problems", Proc. 2nd Int. Conf. Design of Silos for Strength and Flow, pp. 1-13 (1983)
- 4) Takahashi, H., H. Yanai and T. Tanaka: "An approximate theory for dynamic pressure of solids on funnel-flow bins", *J. Chem. Eng. Japan*, 12, 376-382 (1979)
- 5) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls", *Chem. Eng. Sci.*, 28, 13-21 (1973)
- 6) Walker, D. M.: "An approximate theory for pressures and arching in hoppers", *Chem. Eng. Sci.*, 21, 975-997 (1966)
- 7) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers", *Chem. Eng. Sci.*, 28, 779-789 (1973)
- 8) Arnold, P. C., A. G. McLean and A. W. Roberts: "Bulk Solids: Storage, Flow and Handling", TUNRA Bulk Solids Handling Research Associates (1980)
- 9) Jenike, A. W.: "Storage and flow of solids", Bulletin No.123 of the Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah (1964)

Table 5-1 Experimental conditions

(1) material: milo

flat bottom run No.	charge point	charge rate (t/h)	dis-charge point	discharge rate (t/h)	eccentric hopper run No.	charge point	charge rate (t/h)	dis-charge point	discharge rate (t/h)
F1	C	6	C	6	H1	C	3	R	6
F2	C	6	C	6	H2	C	6	R	6
F3	P	6	C	6	H3	C	1.5	R	6
F4	R	6	C	6	H4	C	6	R	6
F5	L	6	C	6	H5	P	6	R	6
F6	L	6	C	6	H6	P	1.5	R	6
F7	R	6	R	6	H7	R	6	R	6
F8	R	6	R	6	H8	L	6	R	6
F9	R	6	R	6	H9	C	6	L	6
F10	P	6	R	6					
F11	C	6	R	6					
F12	C	6	L	6					
F13	P	6	L	6					
F14	L	6	C	6					

(2) material: beet pellets

flat bottom run No.	charge point	charge rate (t/h)	discharge point	discharge rate (t/h)
F1	L	4.6	C	4.6
F2	R	4.9	C	4.9
F3	C	5.5	C	7.2
F4	P	4.8	C	4.8
F5	P	5.3	R	6.0
F6	C	4.9	R	6.0
F7	R	5.8	R	5.8
F8	L	5.6	R	5.6
F9	L	5.7	L	5.4
F10	R	5.2	L	6.2
F11	C	5.1	L	5.7
F12	P	5.0	L	5.8
F13	L	5.8	B	5.5

Notation

- C : central
- P : peripheral
- L : left side
- R : right side
- B : back side

Table 5-2 Effect of charge pattern and sampling point on material properties

(1) material : milo

type of shear tester	charge pattern	effective angle of internal friction δ (°)			angle of wall friction ϕ (°)	
		left	charge center	right	left	right
large-scale	central	42.1	44.7	42.1	24.2	24.2
Jenike	central	37.4	38.8	37.4	18.0	18.0
	peripheral	38.9	37.9	38.9	15.0	15.0

(2) material : beet pellets

charge pattern	effective angle of internal friction δ (°)			angle of wall friction ϕ (°)		horizontal to vertical pressure ratio k (-)		
						effective angle of internal friction δ (°) (*1)		
	large-scale shear tester			Jenike shear tester		tri-axial compression tester		
	left	charge center	right	left	right	left	charge center	right
central	73.2	76.5	73.2	21.6	21.6	0.201	0.182	0.201
						54.7	56.3	54.7
peripheral	74.9	70.8	74.9	23.7	23.7	0.202	0.191	0.202
						54.6	64.1	54.6
left side	75.1	79.8	73.6	25.4	24.1	0.178	0.186	0.193
						56.7	55.9	55.3

(*1) δ was derived by the following relation (modified Rankine constant).

$$k = \frac{1 - \sin^2 \delta}{1 + \sin^2 \delta}$$

Table 5-3 Material properties calculated by bottom stress analysis with different charge patterns

material	charge pattern	effective angle of internal friction δ (°)			angle of wall friction ϕ (°)	
		left wall	charge center	right wall	left wall	right wall
milo (*1)	central	44.0	46.3	44.0	23.6	23.6
	peripheral	45.2	46.2	45.2	26.2	26.2
	left side	50.2	40.5	33.0	32.1	16.6
	right side	33.0	40.5	50.2	16.6	32.1
milo (*2)	central	44.0	47.2	44.0	21.7	21.7
	peripheral	43.6	45.0	43.6	26.2	26.2
	left side	50.8	41.7	32.7	34.1	16.5
	right side	32.7	41.7	50.8	16.5	34.1
beet pellets (*3)	central	56.0	52.3	56.0	35.7	35.7
	peripheral	53.0	57.6	53.0	39.8	39.8
	left side	56.0	56.7	41.2	42.6	17.9
	right side	41.2	56.7	56.0	17.9	42.6
beet pellets(*4)	left side	84.0	80.0	56.0	35.0	21.0
	right side	56.0	80.0	84.0	21.0	35.0

(*1) Load cells measurement was used.

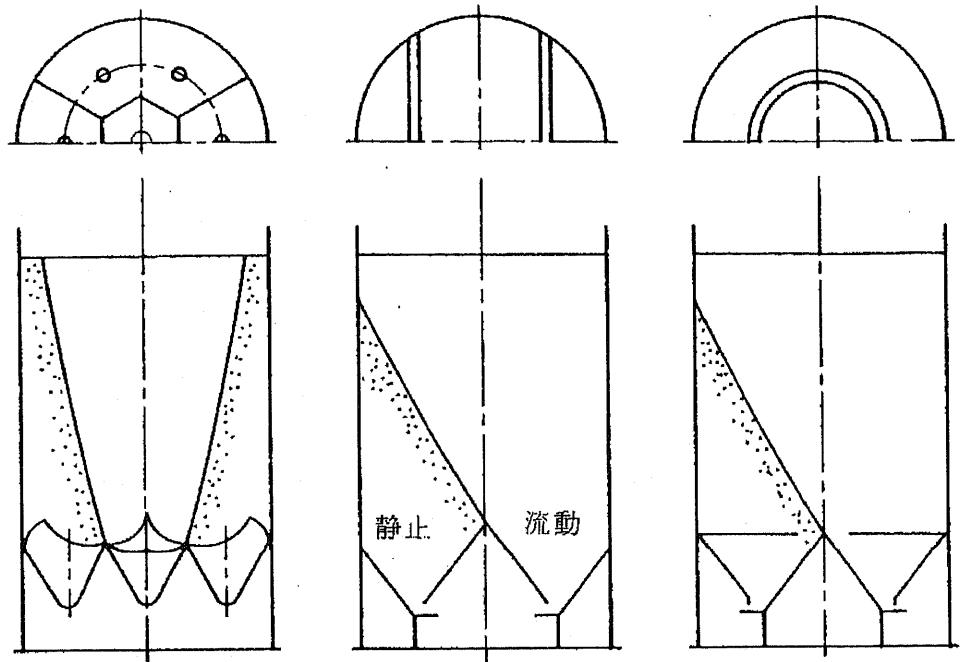
(*2) Pressure cells measurement was used. These are not used in later calculations.

(*3) Pressure cells measurement was used.

(*4) Adjusted using pressure distribution and sample properties result.

Table 5-4 Wall pressure at filling and emptying of flat-bottom silo

Condition discharge point charge point	Pressure on right side wall		
	left side	central	right side
left side		(F6) Filling: Janssen 式の値。 Emptying: ピーク位置では投入時の 1.7 倍。	(F7) Filling: Janssen 式に近い。 Emptying: ピーク位置では投入時の約 3 倍。
central	(F12) Filling: Janssen 式に近いが、ホップ遷移部で上がらない。 Emptying: ピーク位置では投入時の約 7 倍。	(F2) Filling: Janssen 式に近いが、ホップ遷移部で上がらない。 Emptying: ピーク位置では投入時の約 6 倍。	
peripheral		(F3) Filling: Janssen 式に近い。 Emptying: 表面に近い位置に最大値が現れ、投入時の約 4 倍。	
right side		(F4) Filling: 高い位置で Janssen 式の約 3 倍の最大値が現れる。 Emptying: ピーク位置では投入時の約 6 倍。	(F9) Filling: Janssen 式より高い位置で飽和する。 Emptying: ピーク位置では投入時の約 5 倍。



(a) コニカル(マルチ)型 (b) 直線スロット型 (c) 環状スロット型

Fig. 5-1 Types of funnel flow in silo with different types of mass-flow hopper

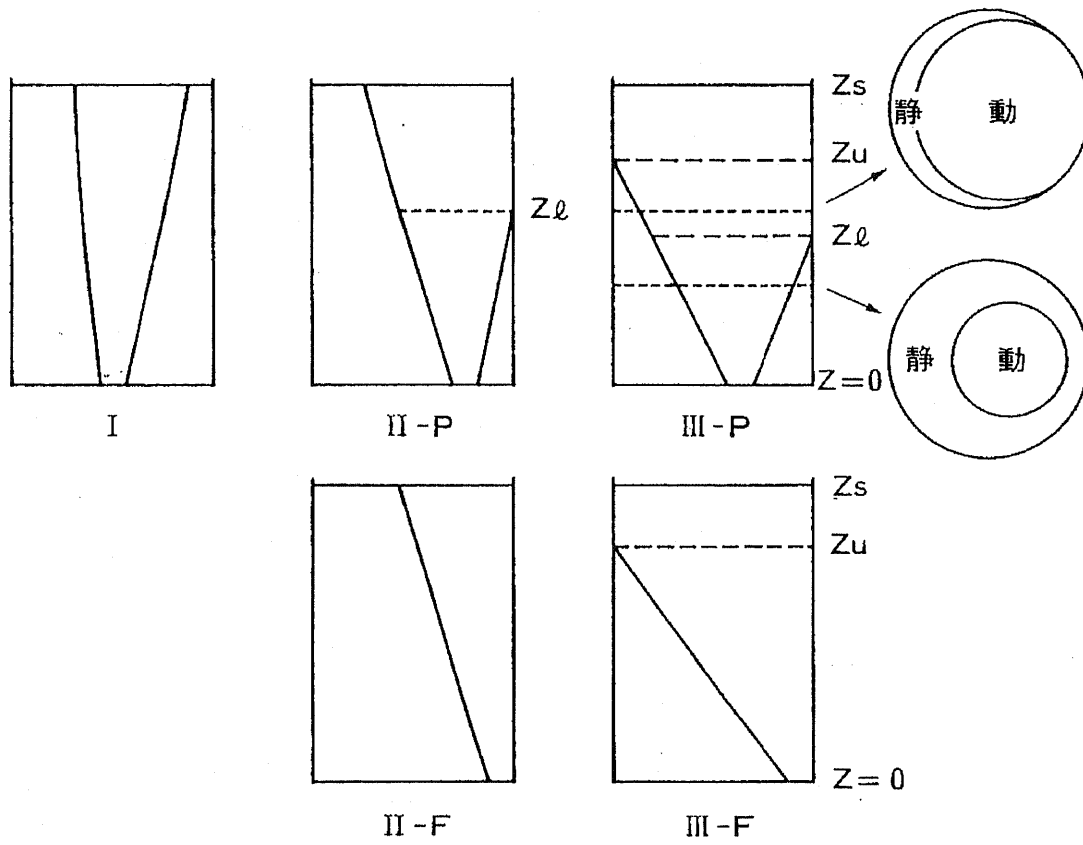


Fig. 5-2 Basic patterns of flow channel (one outlet)

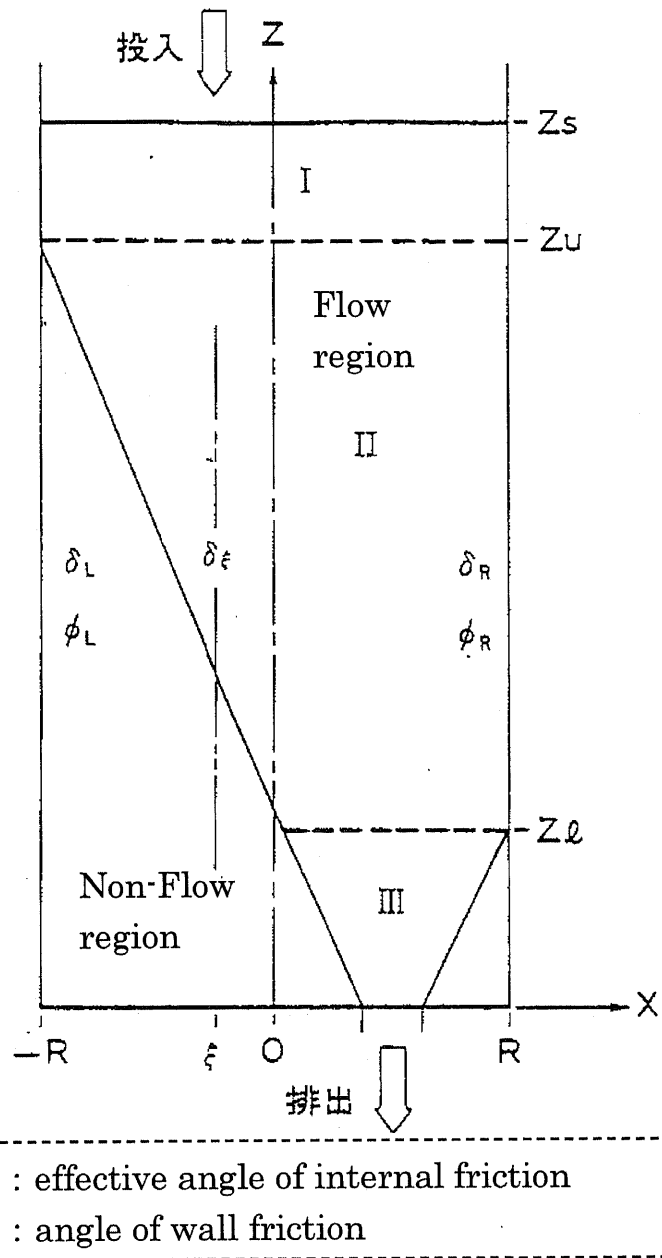
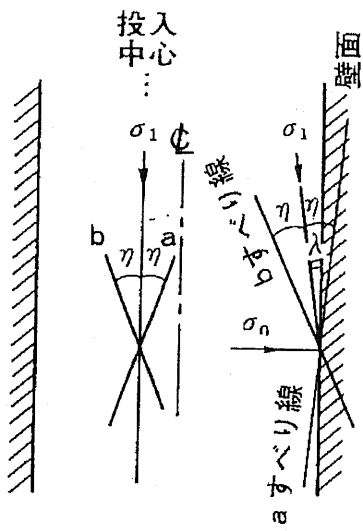
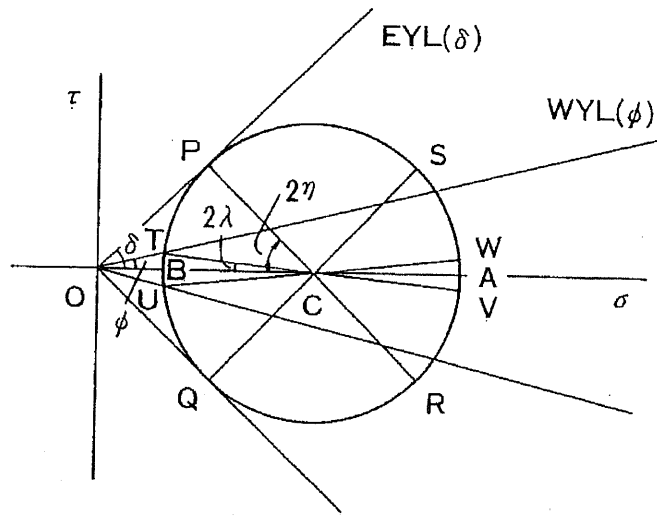


Fig. 5-3 Flow region and non-flow region in silo



(a) 最大主応力線とすべり線



(b) 壁面でのモール円

Fig. 5-4 Stress state in filling

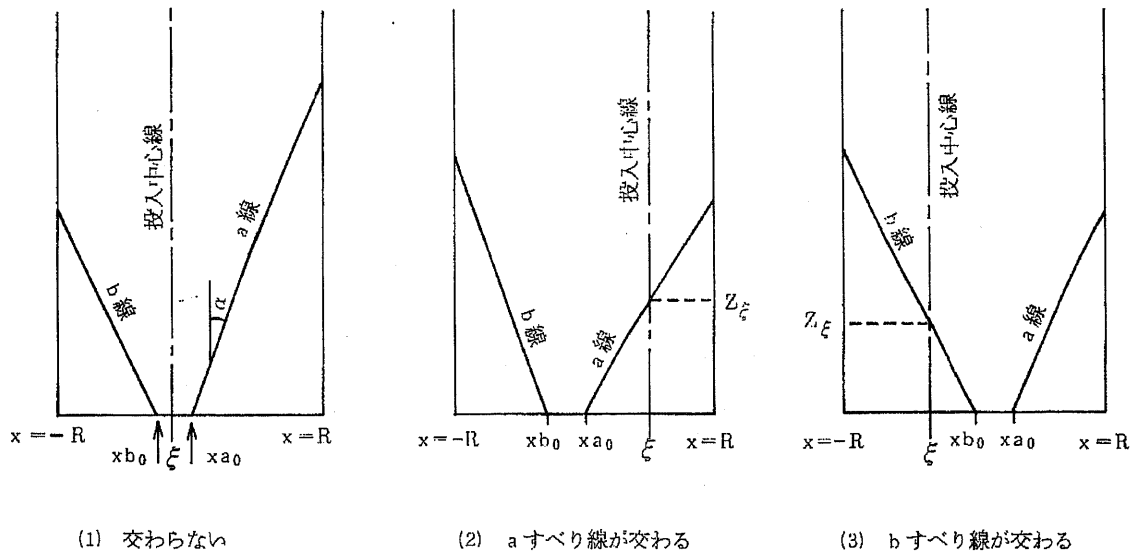


Fig. 5-5 Sliding lines and center line of filling

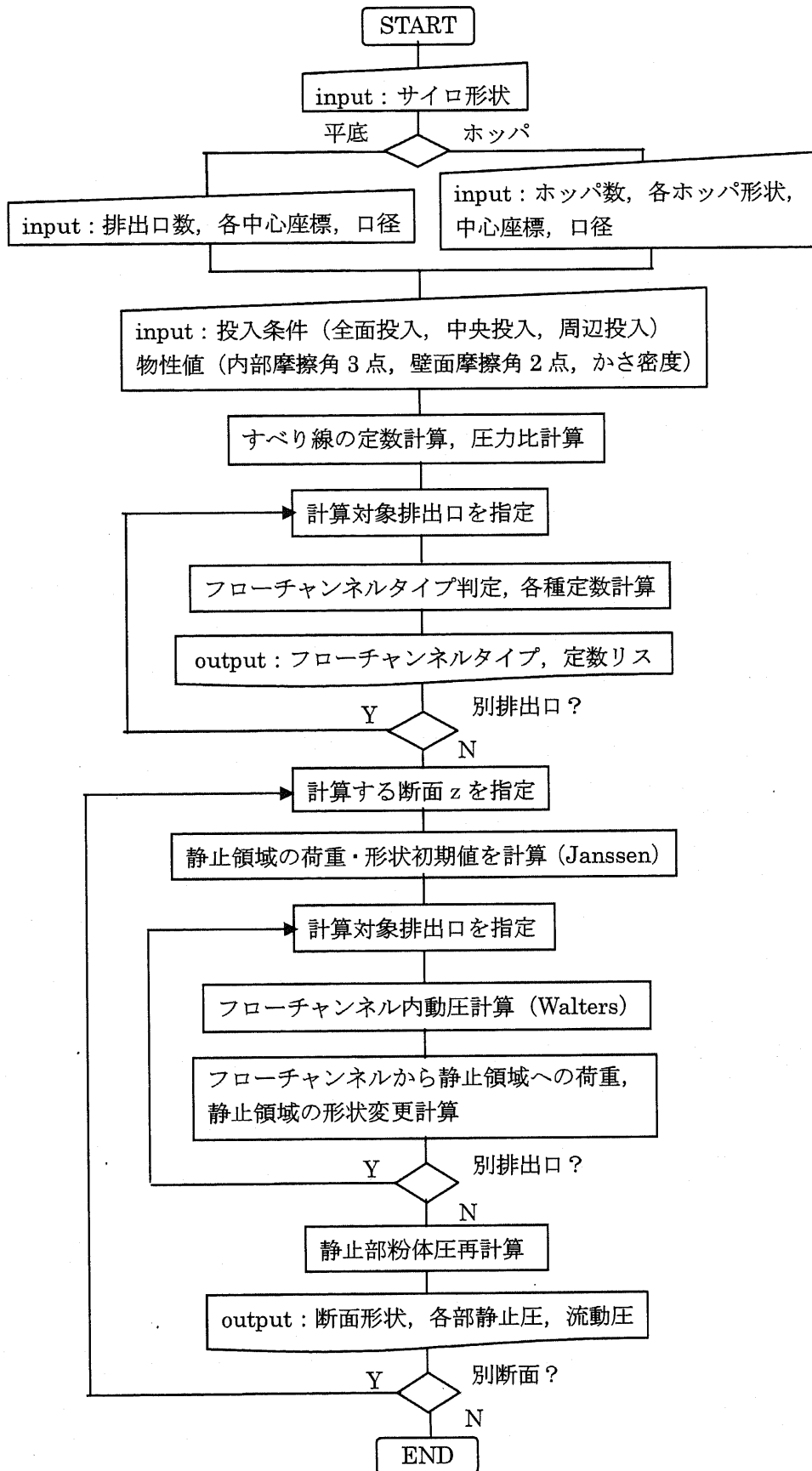


Fig. 5-6 Flow chart of calculation

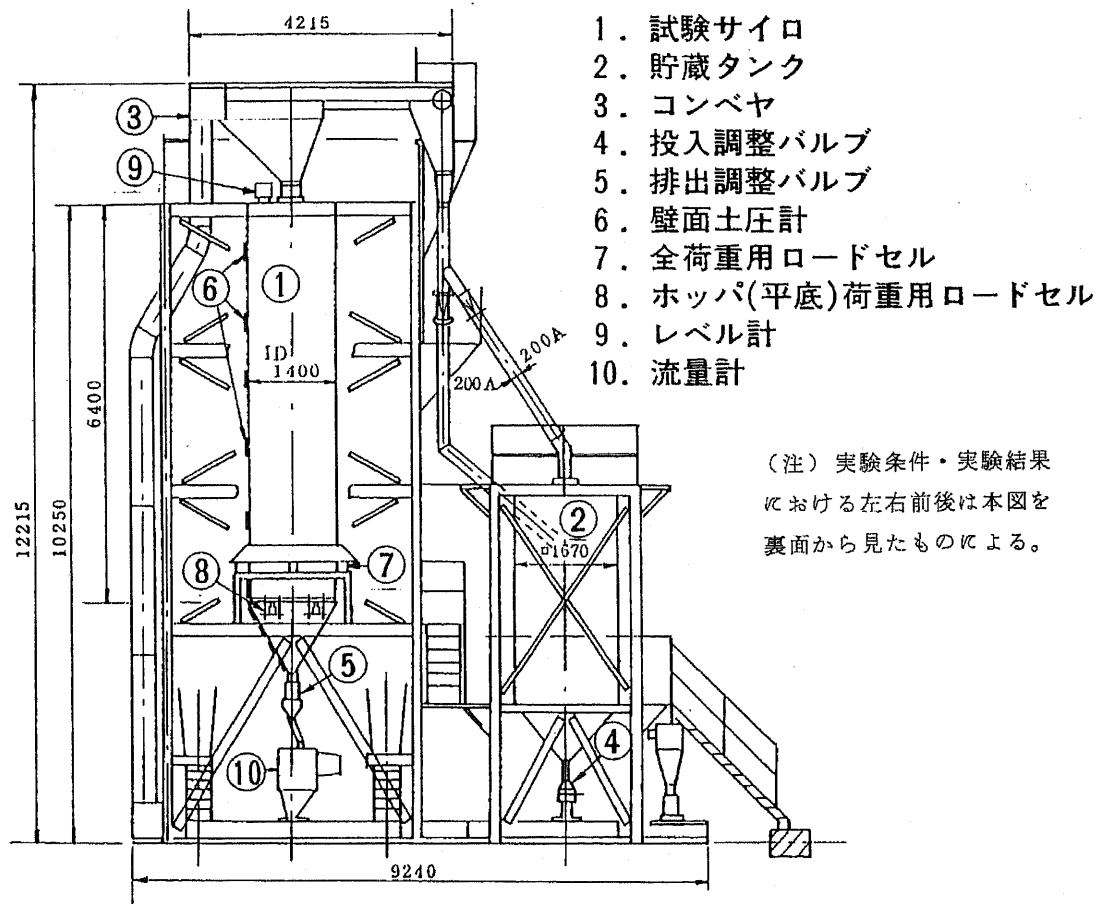
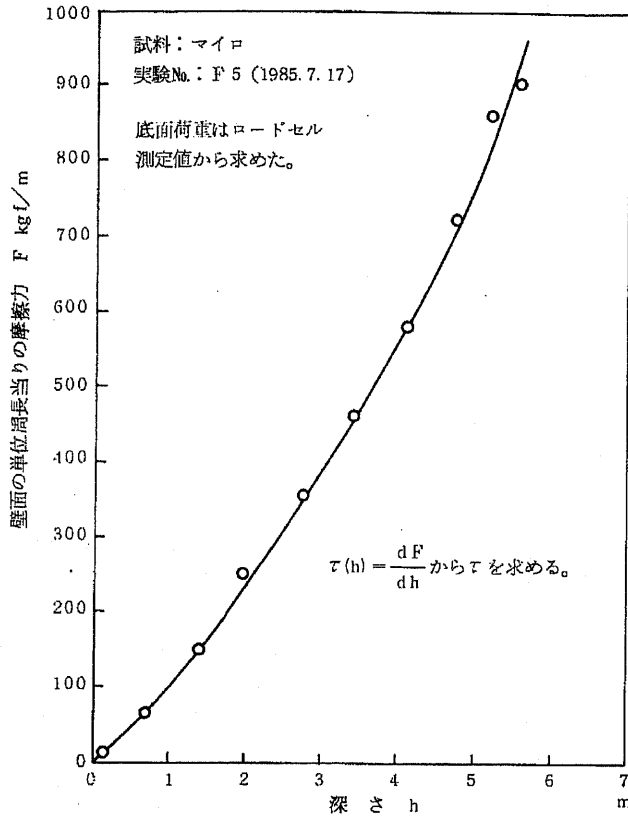


Fig. 5-7 Schematic view of test silo

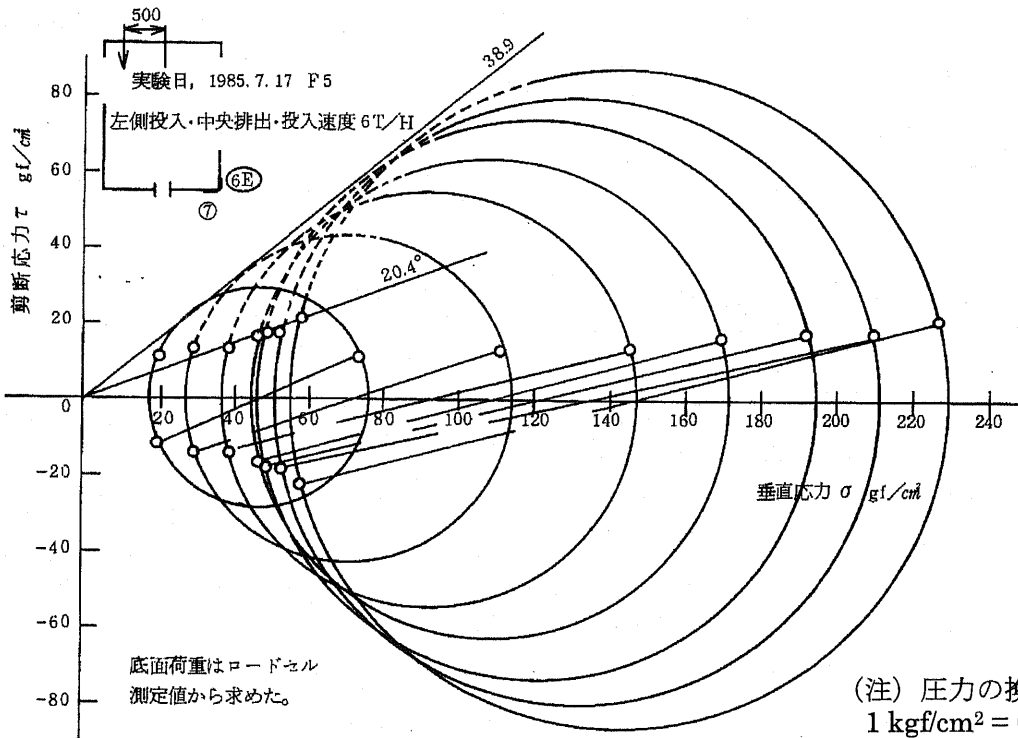
Milo Run No. F5

(Bottom load was measured by load cells.)



(注) 単位周長摩擦力の換算率
 1 kgf/m = 9.807 N/m

Fig. 5-8 (a) Relationship between shear stress at bottom and filling height of milo

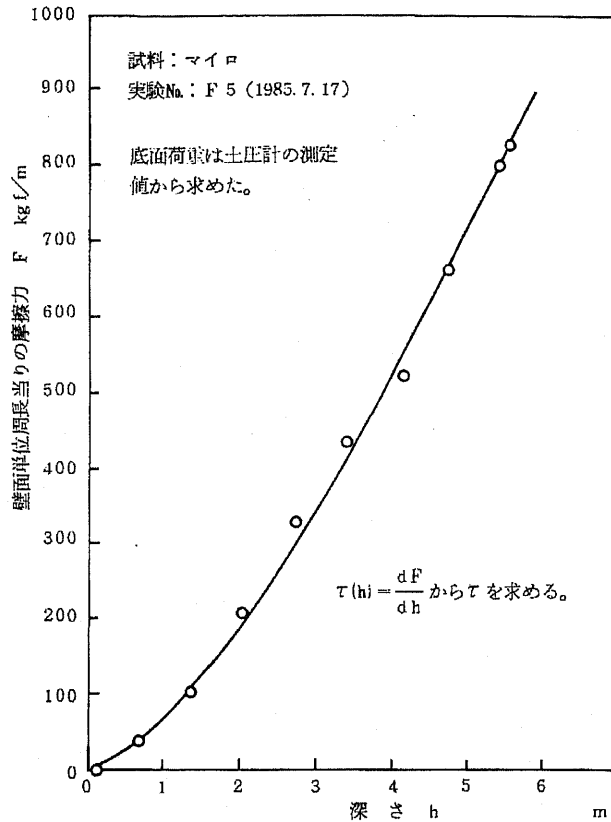


(注) 圧力の換算率
 1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

Fig. 5-8 (b) Stress state at the bottom corner during filling

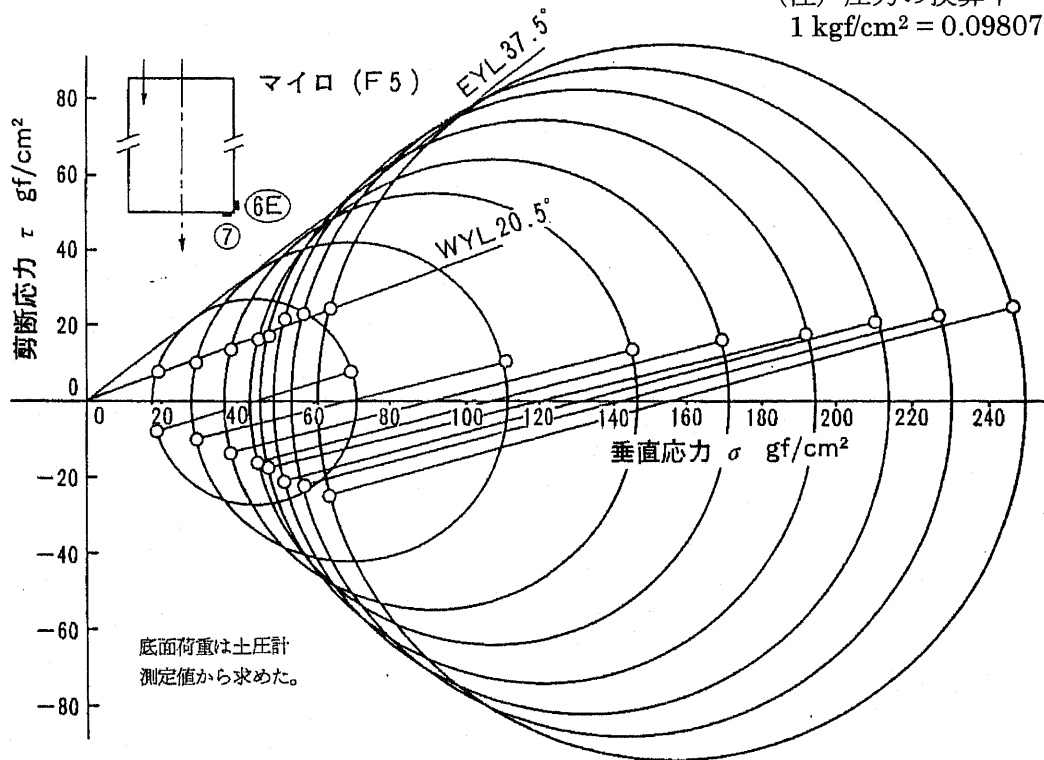
Milo Run No. F5

(Bottom load was measured by pressure cells.)



(注) 単位周長摩擦力の換算率
 1 kgf/m = 9.807 N/m

Fig. 5-9 (a) Relationship between shear stress at bottom and filling height of milo

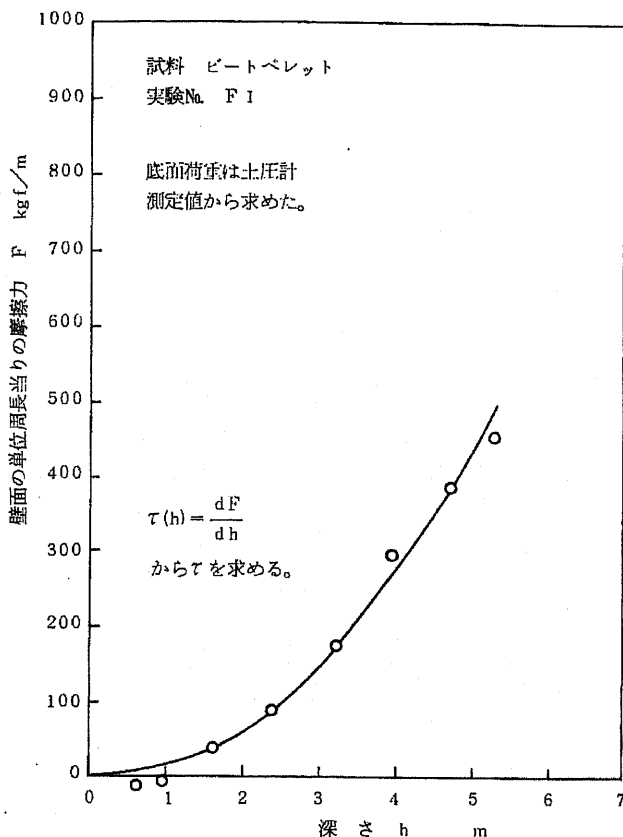


(注) 圧力の換算率
 1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

Fig. 5-9 (b) Stress state at the bottom corner during filling

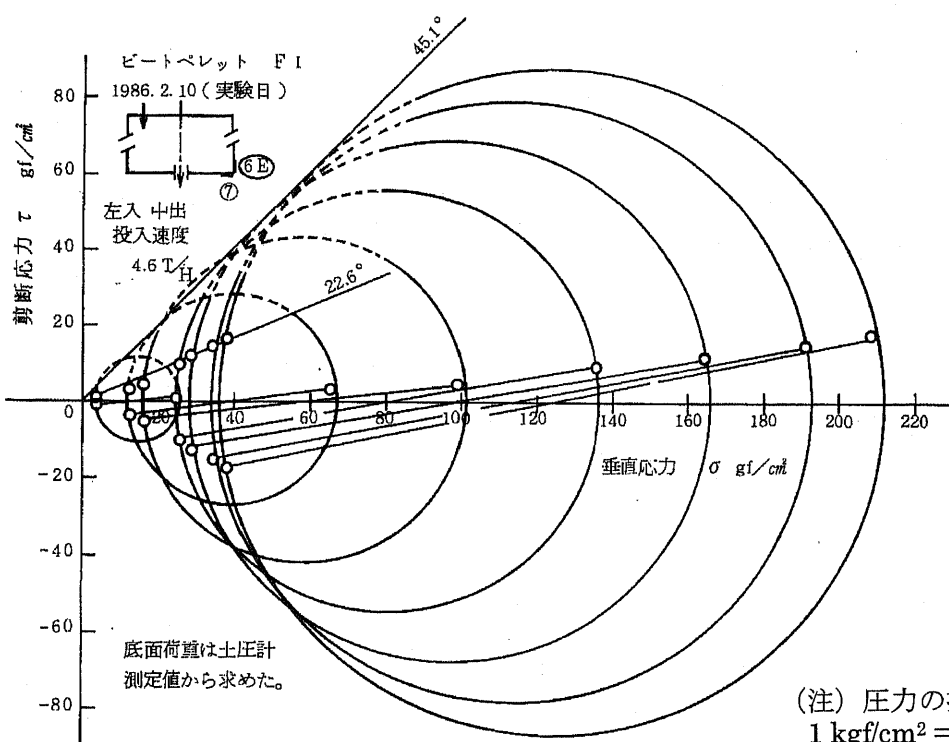
Beet pellets Run No. F1

(Bottom load was measured by pressure cells.)



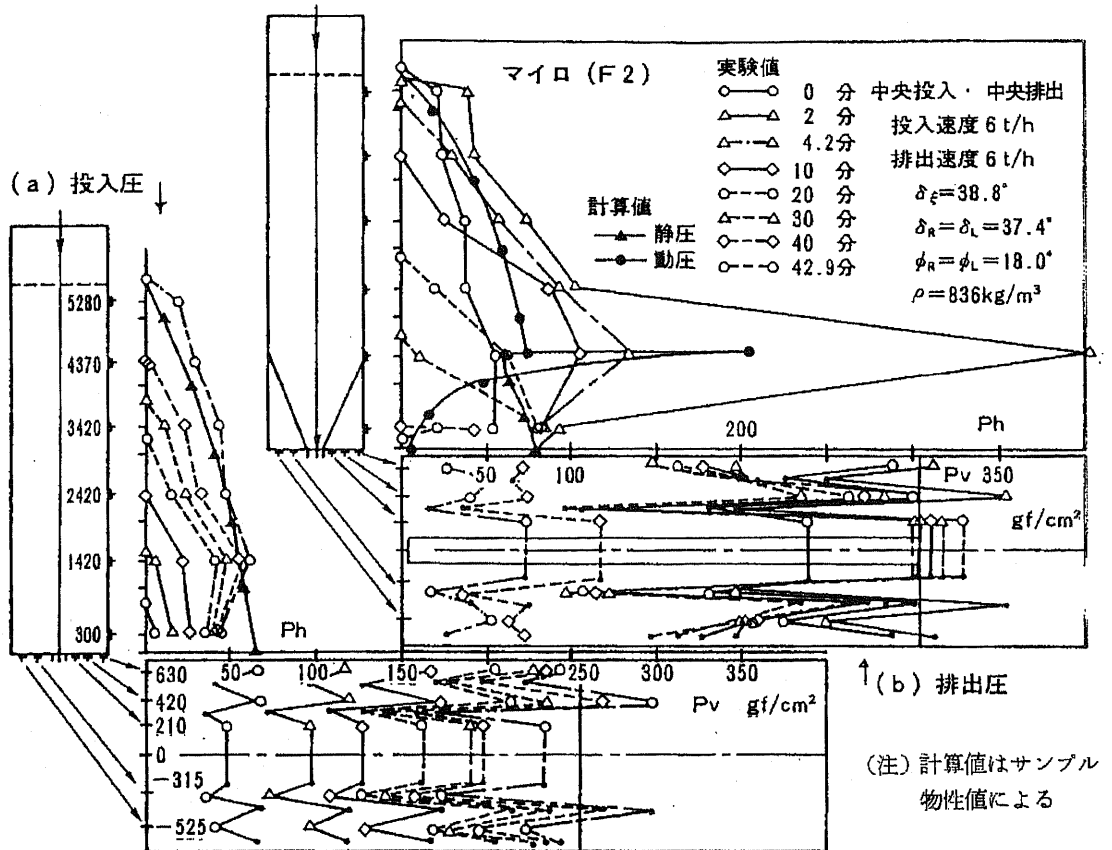
(注) 単位周長摩擦力の換算率
1 kgf/m = 9.807 N/m

Fig. 5-10(a) Relationship between shear stress at bottom and filling height of beet pellets



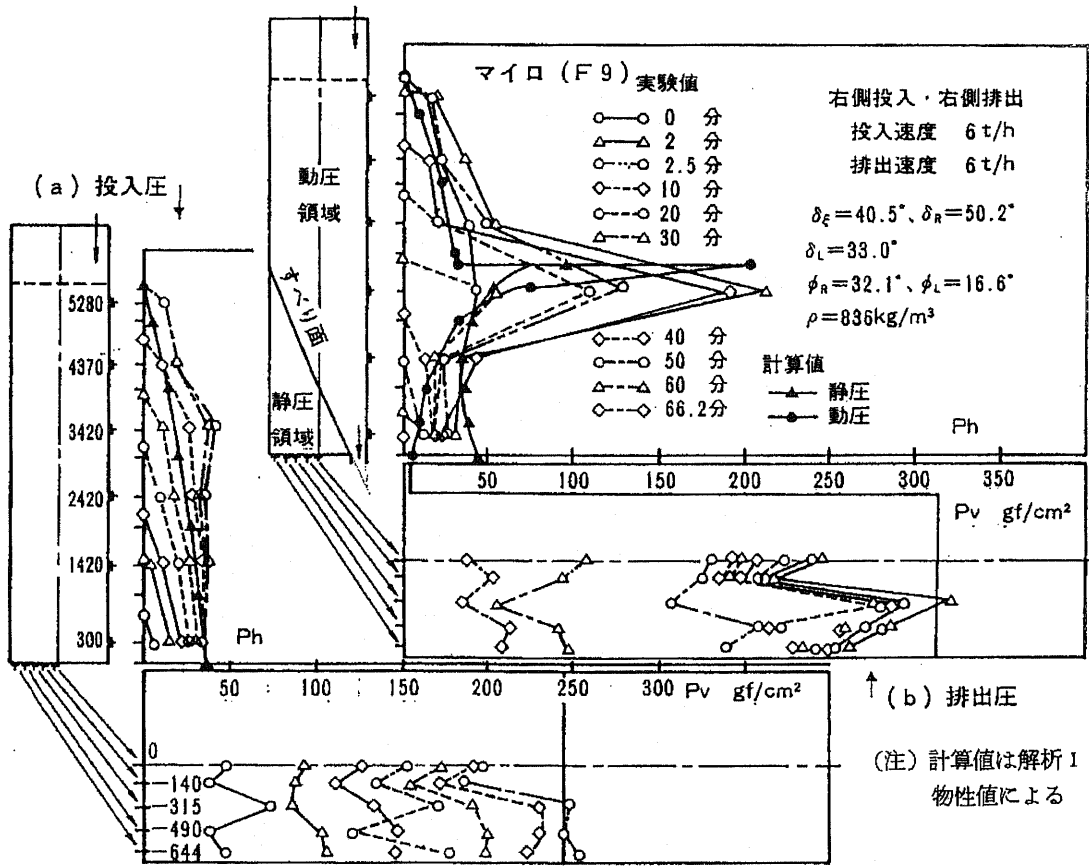
(注) 圧力の換算率
1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

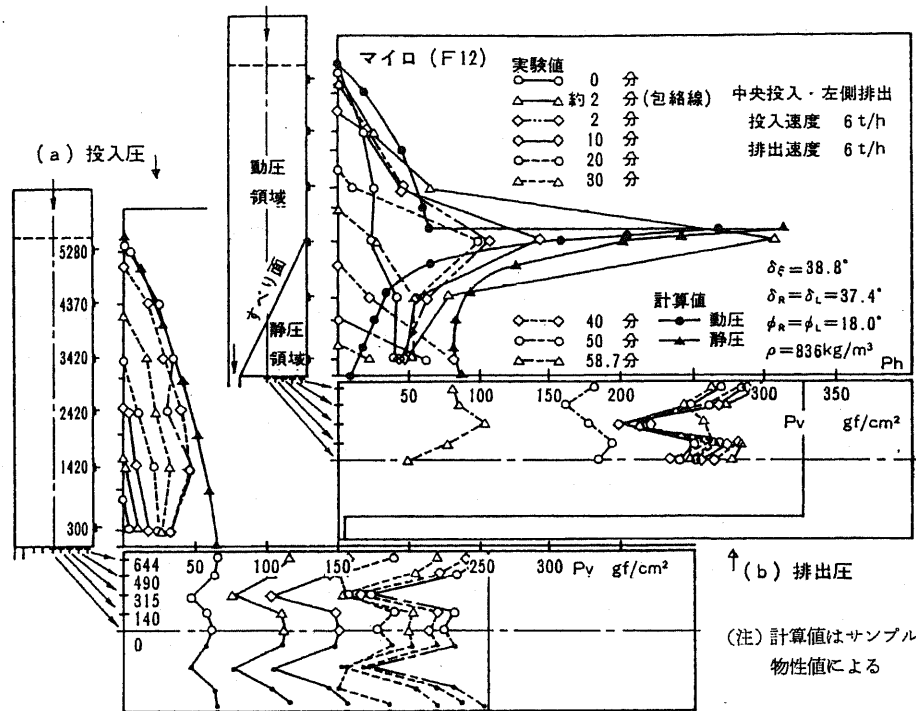
Fig. 5-10 (b) Stress state at the bottom corner during filling



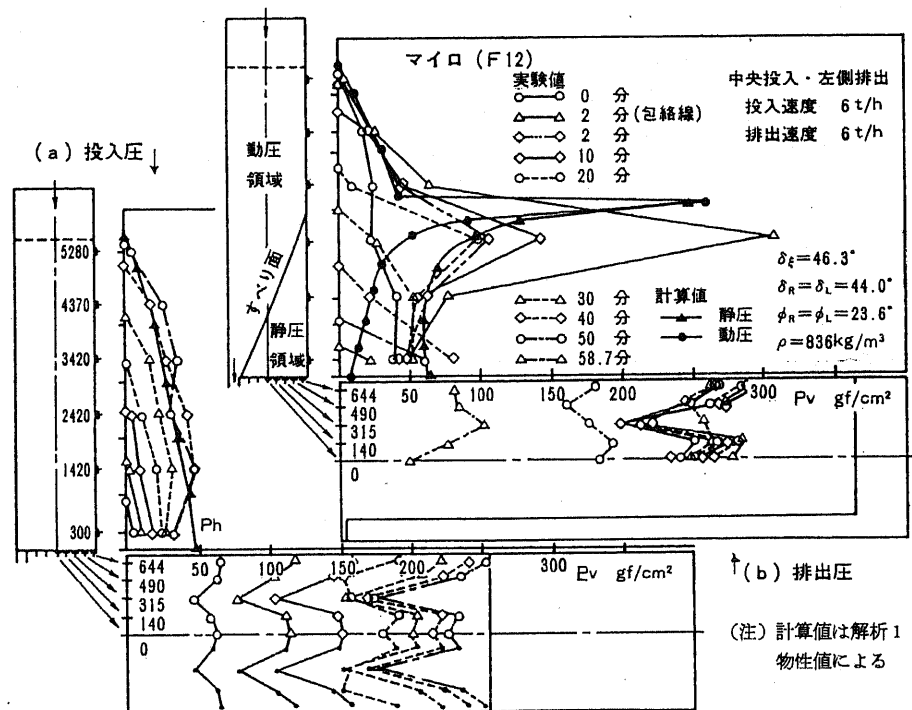
(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 5-11 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo
(milo Run No. F2, center charge - center discharge)





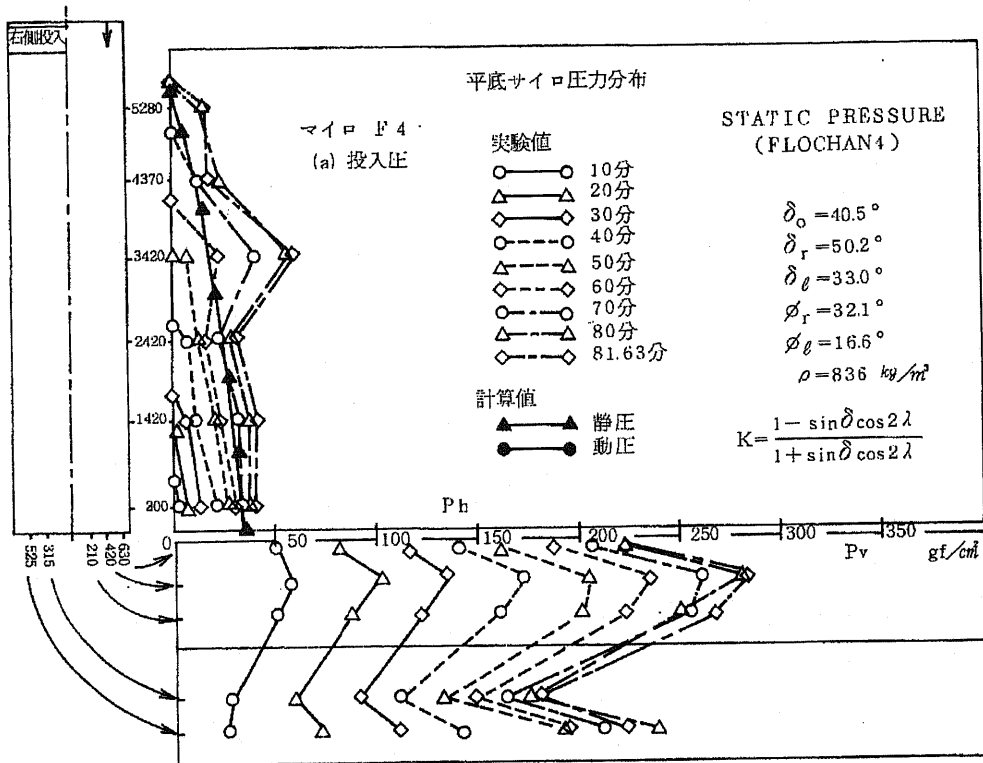
(1) 計算値はサンプル物性値による。



(2) 計算値は解析1物性値による。

(注) 圧力の換算率 1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

Fig. 5-13 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo (milo Run No. F12, center charge - left-side discharge)



(注) 圧力の換算率 1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

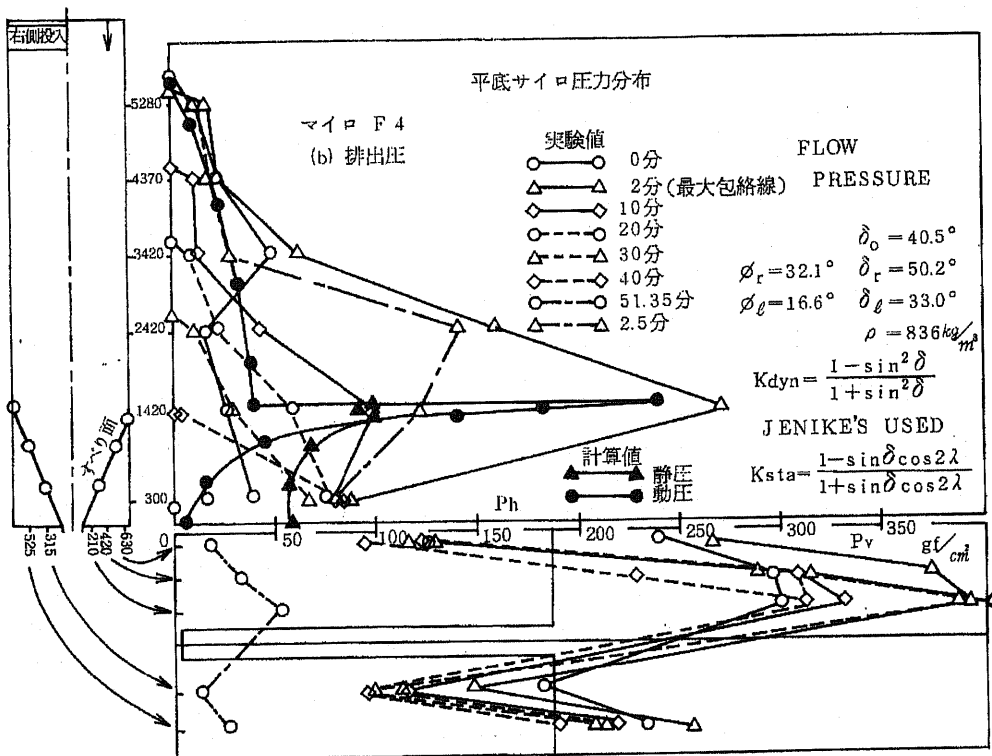
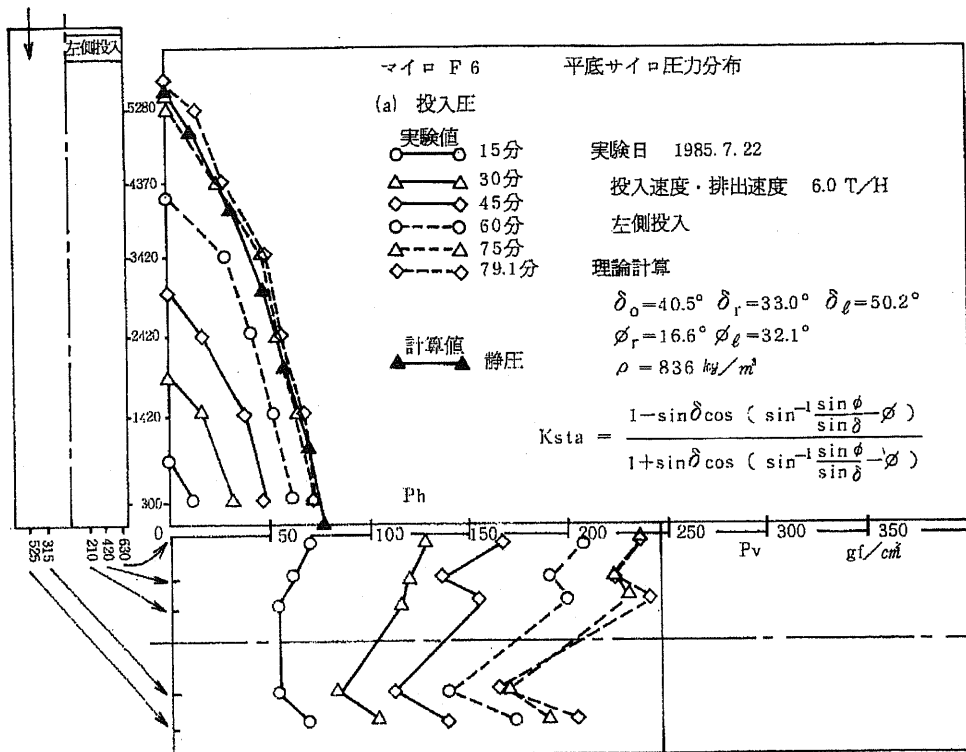


Fig. 5-14 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo (milo Run No. F4, right-side charge - center discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

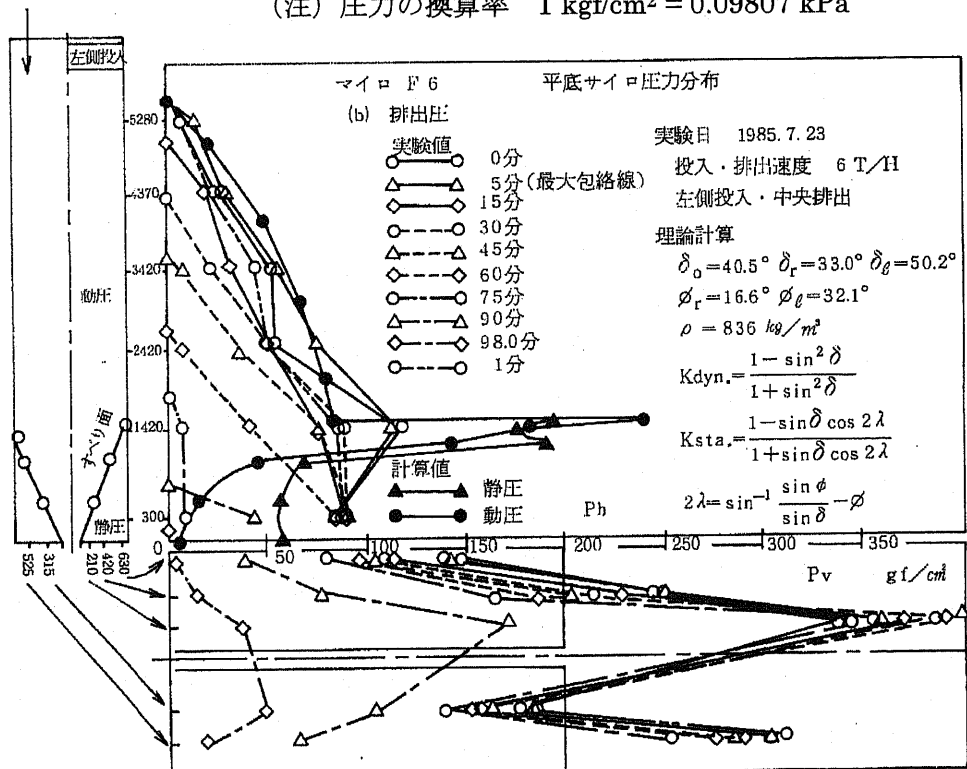
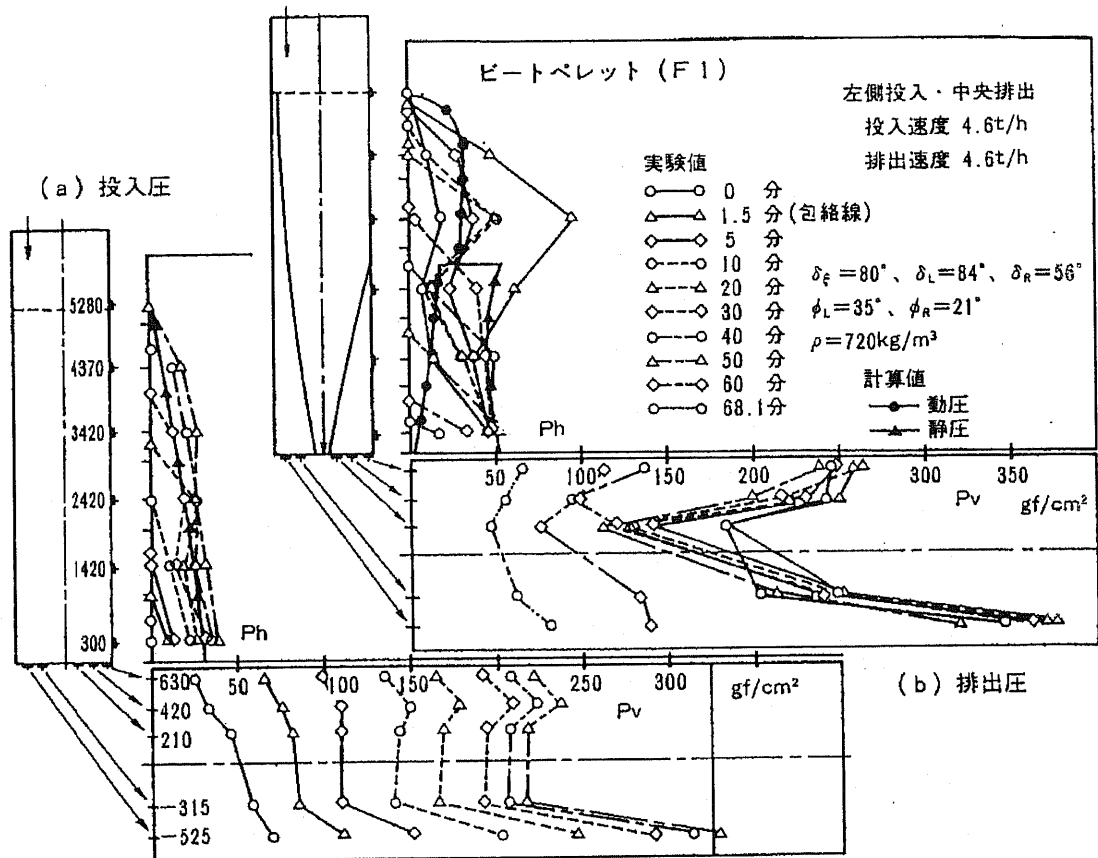
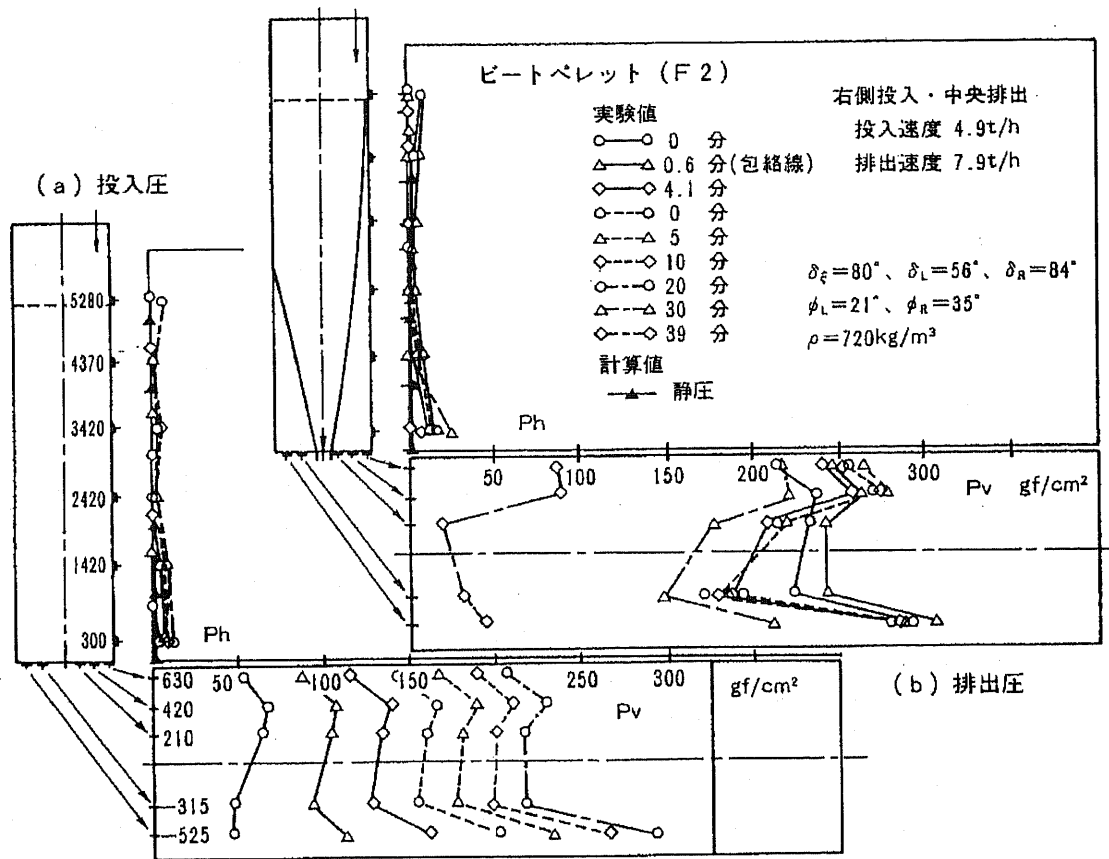


Fig. 5-15 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo (milo Run No. F6, left-side charge – center discharge)



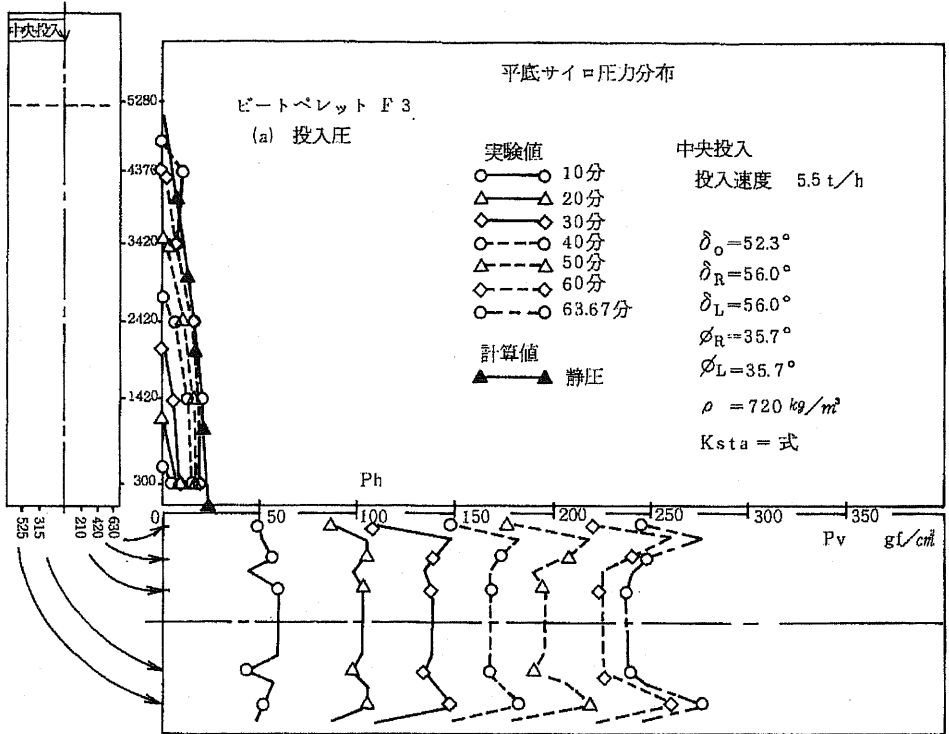
(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 5-16 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo
(beet pellets, Run No. F1, left-side charge - center discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 5-17 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo
 (beet pellets, Run No. F2, right-side charge - center discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

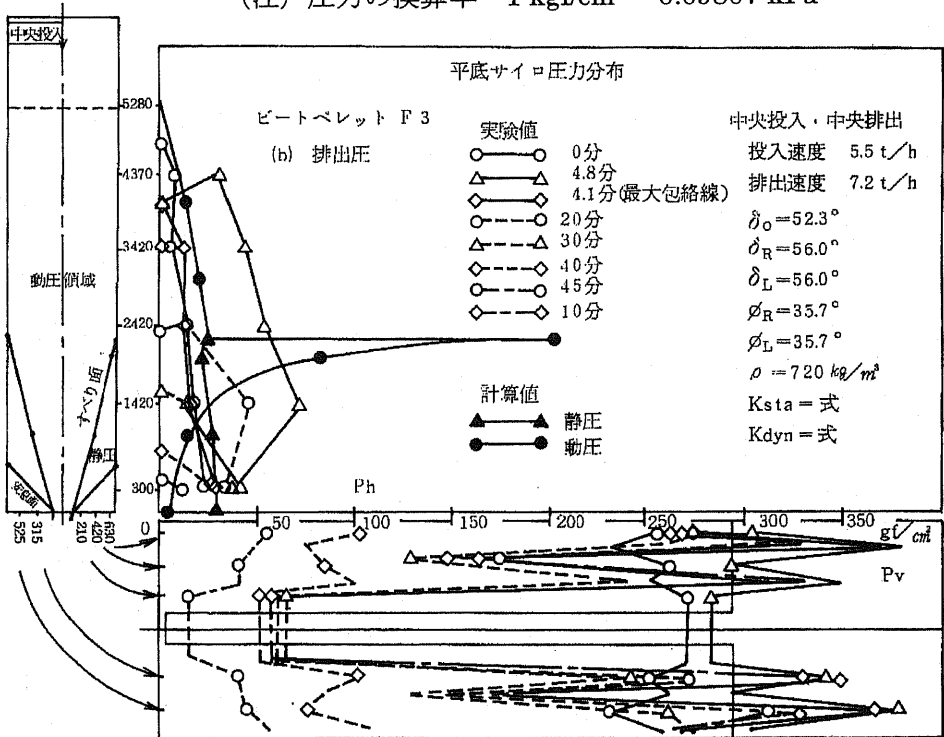
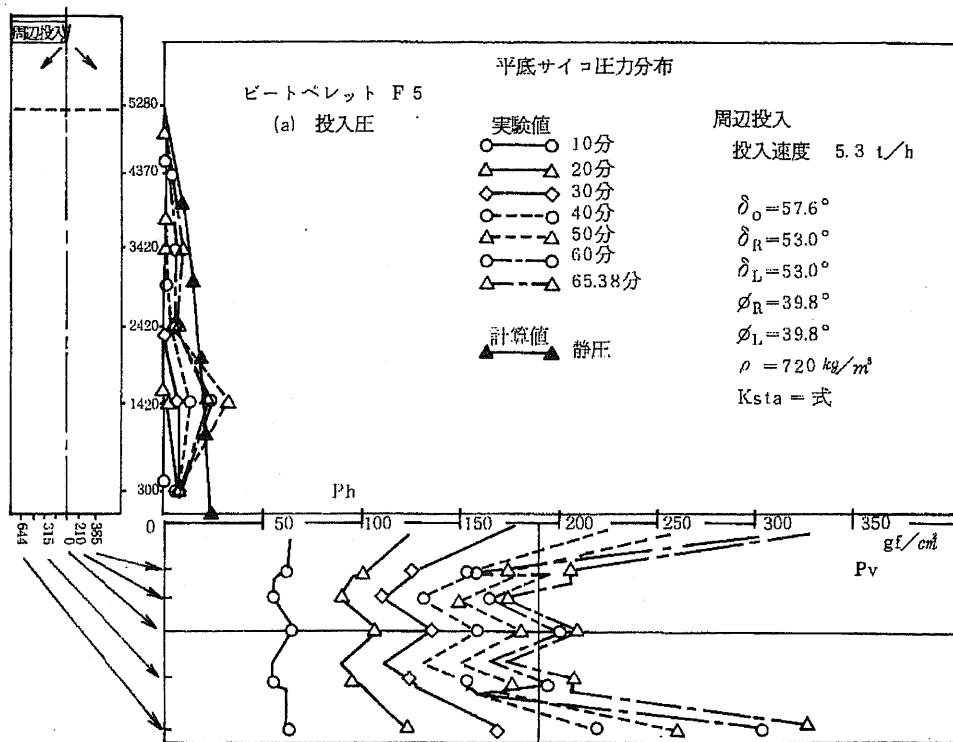


Fig. 5-18 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo (beet pellets, Run No. F3, center charge - center discharge)



(注) 圧力の換算率 1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

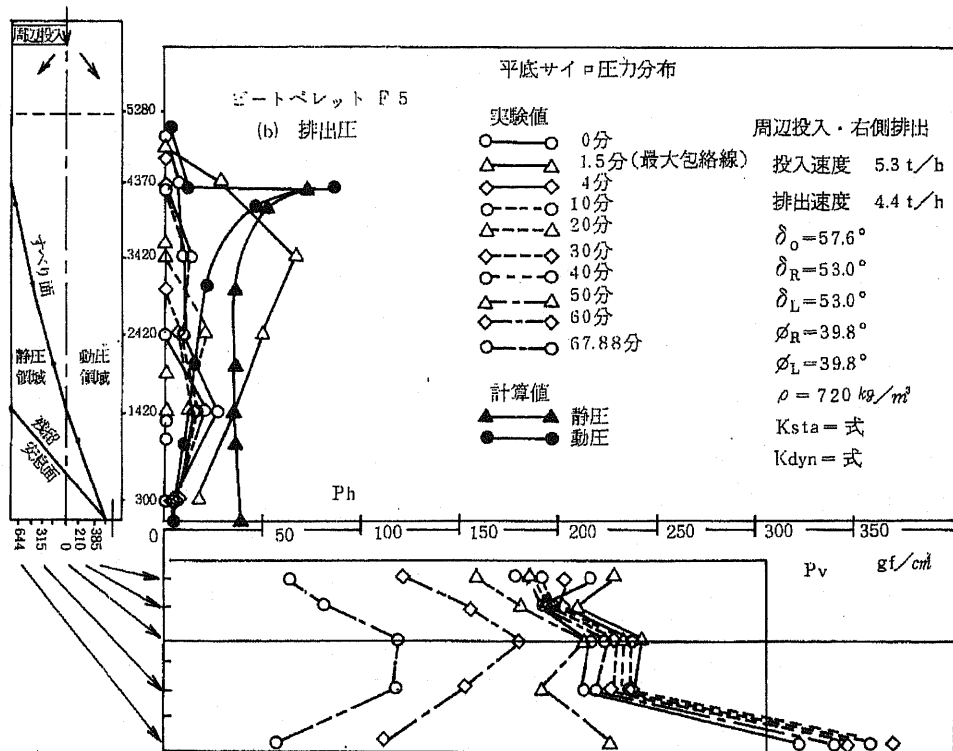
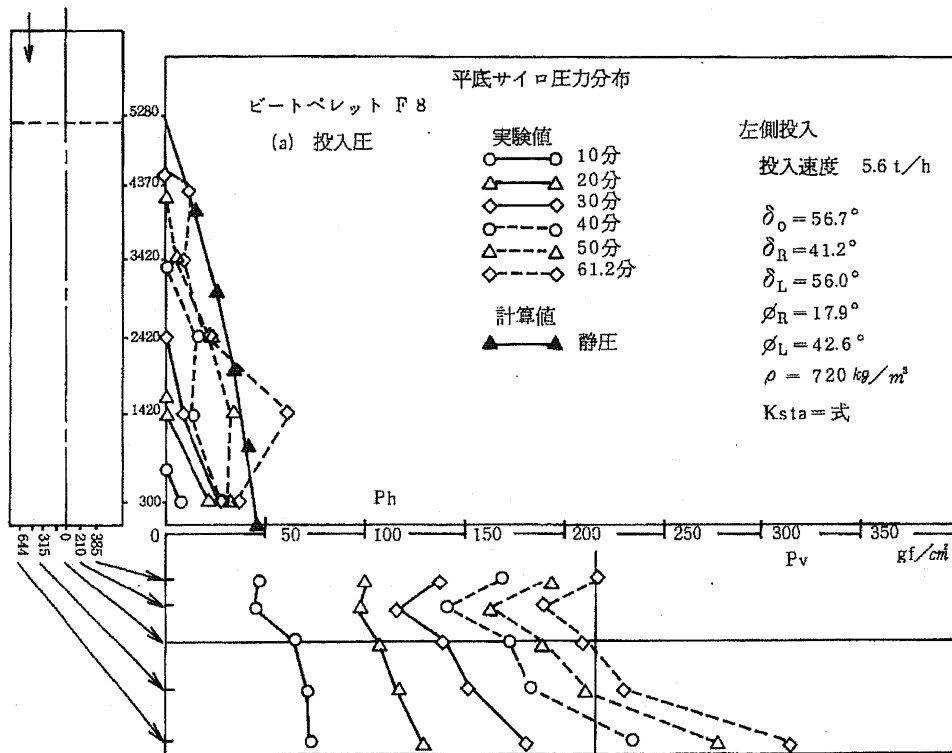


Fig. 5-19 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo (beet pellets, Run No. F5, peripheral charge – right-side discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

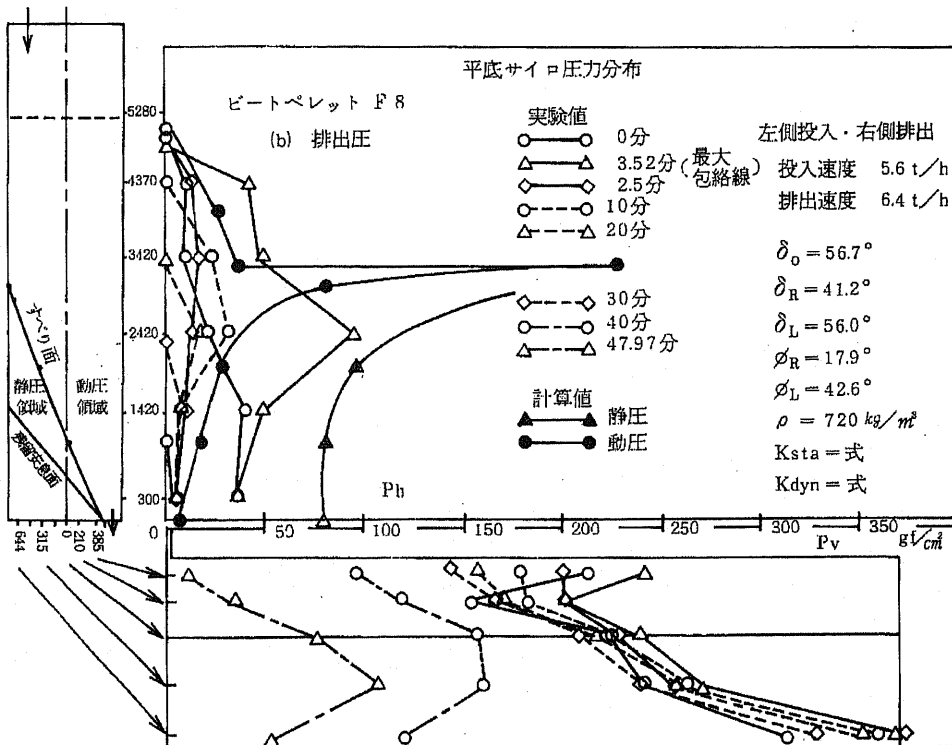
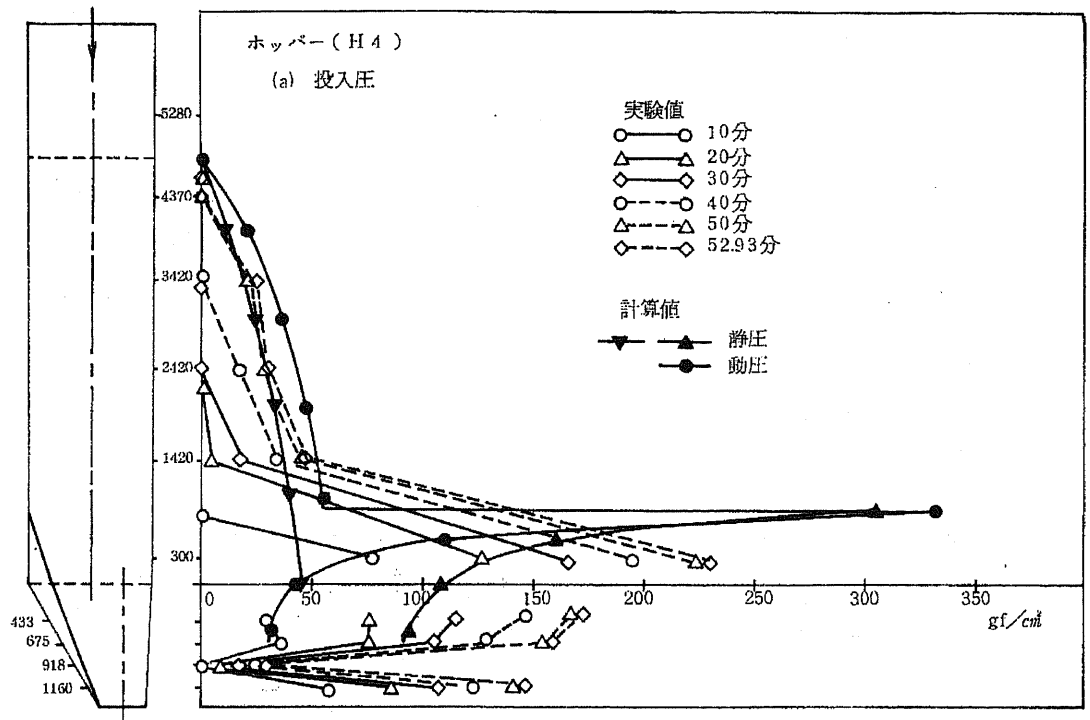


Fig. 5-20 Pressures acting on wall and bottom in flat-bottom silo (beet pellets, Run No. F8, left-side charge – right-side discharge)



(注) 圧力の換算率 $1\text{ kgf/cm}^2 = 0.09807\text{ kPa}$

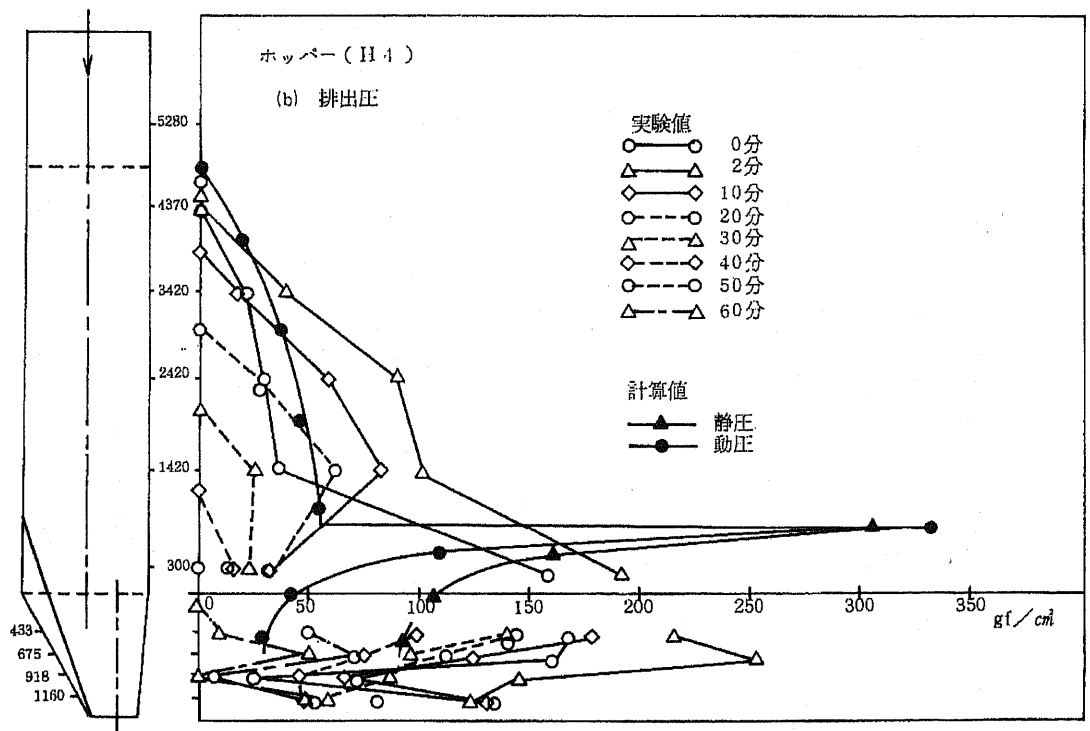
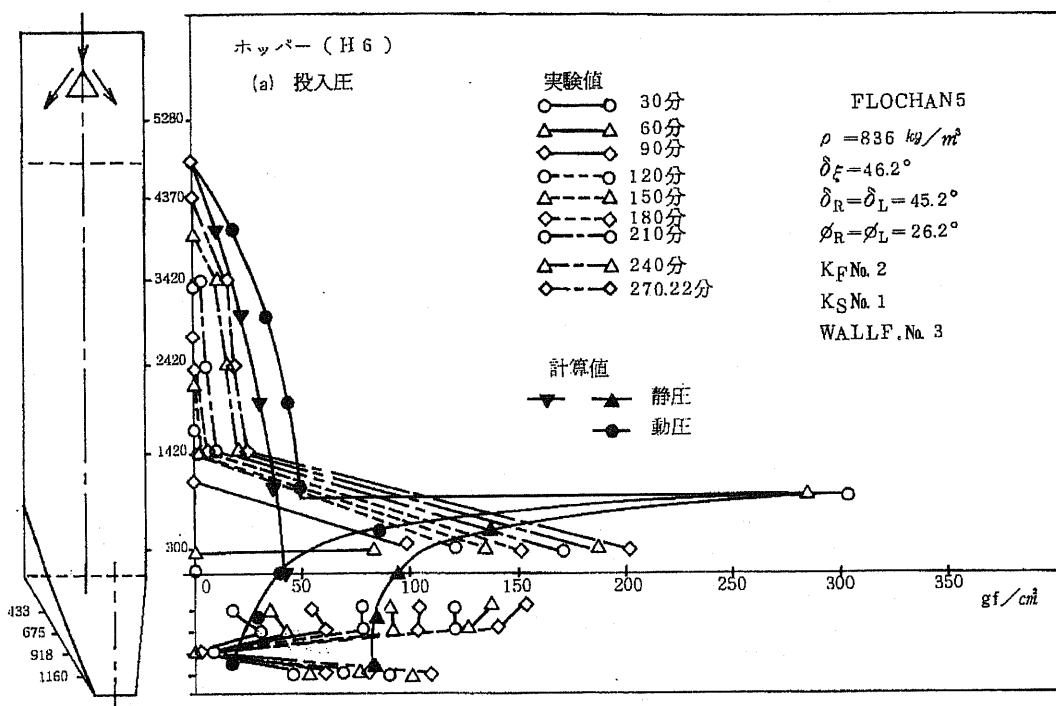


Fig. 5-21 Pressures acting on walls in silo having hopper (milo, Run No. H4, center charge - right-side discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

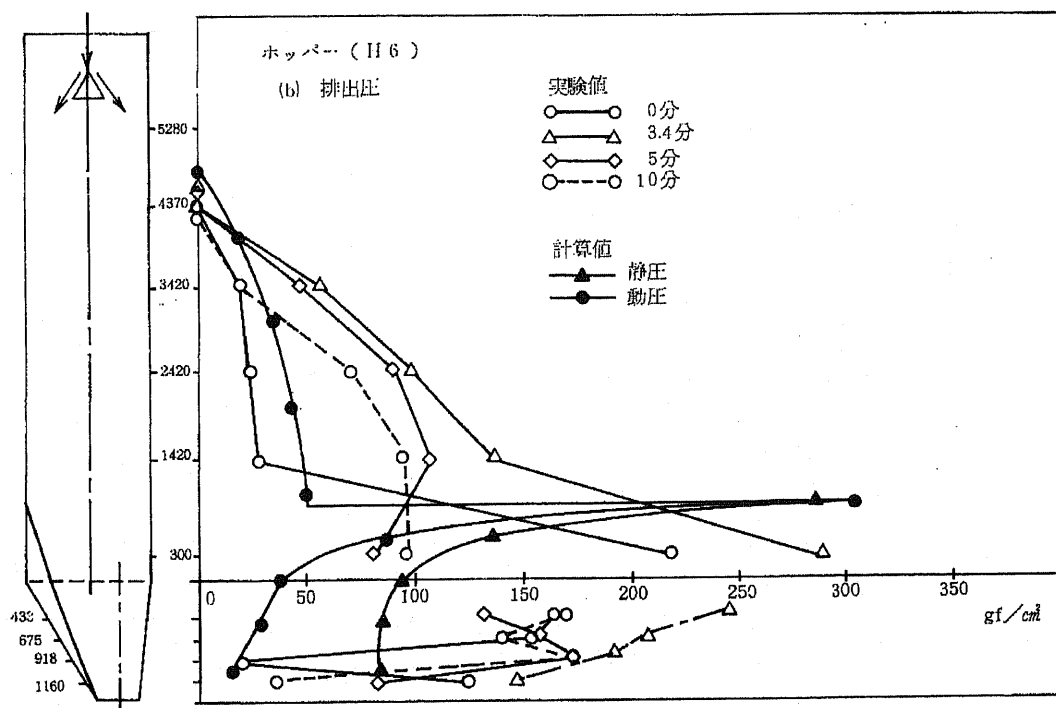
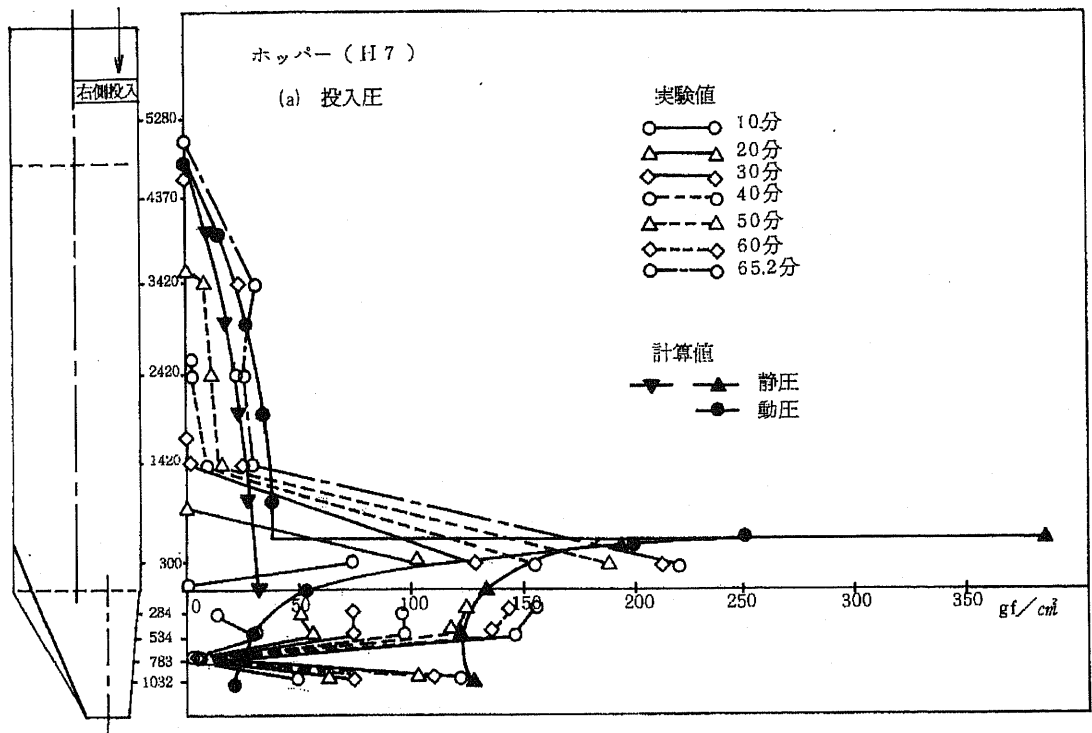


Fig. 5-22 Pressures acting on walls in silo having hopper (milo, Run No. H6, peripheral charge – right-side discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

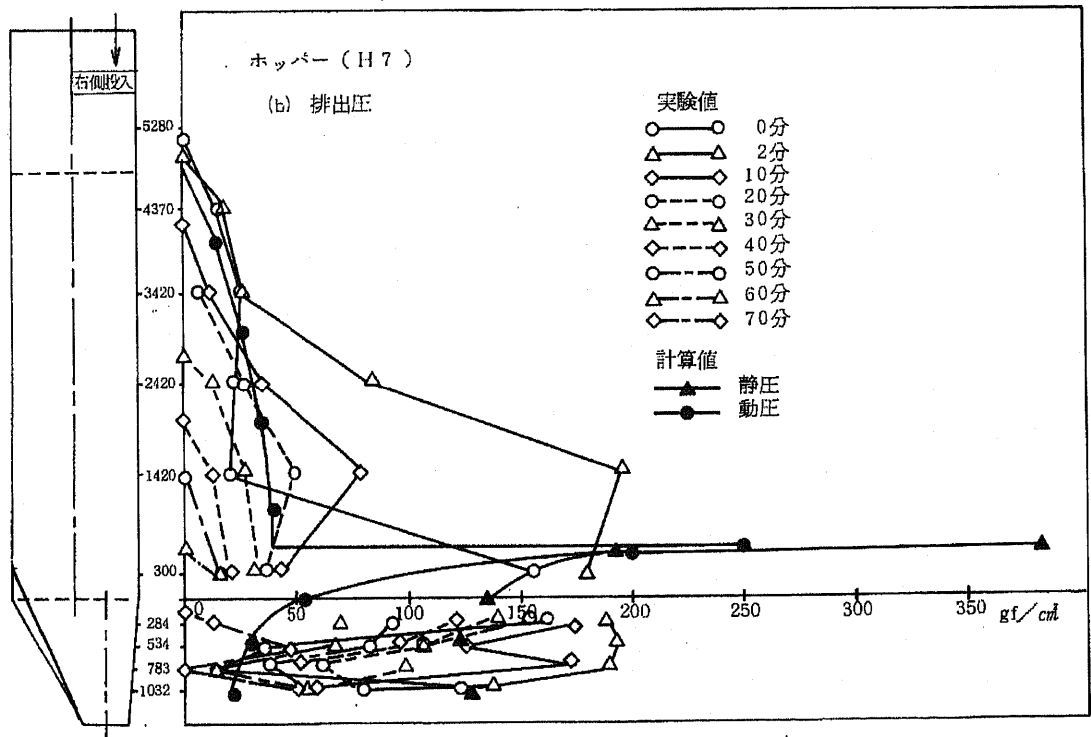
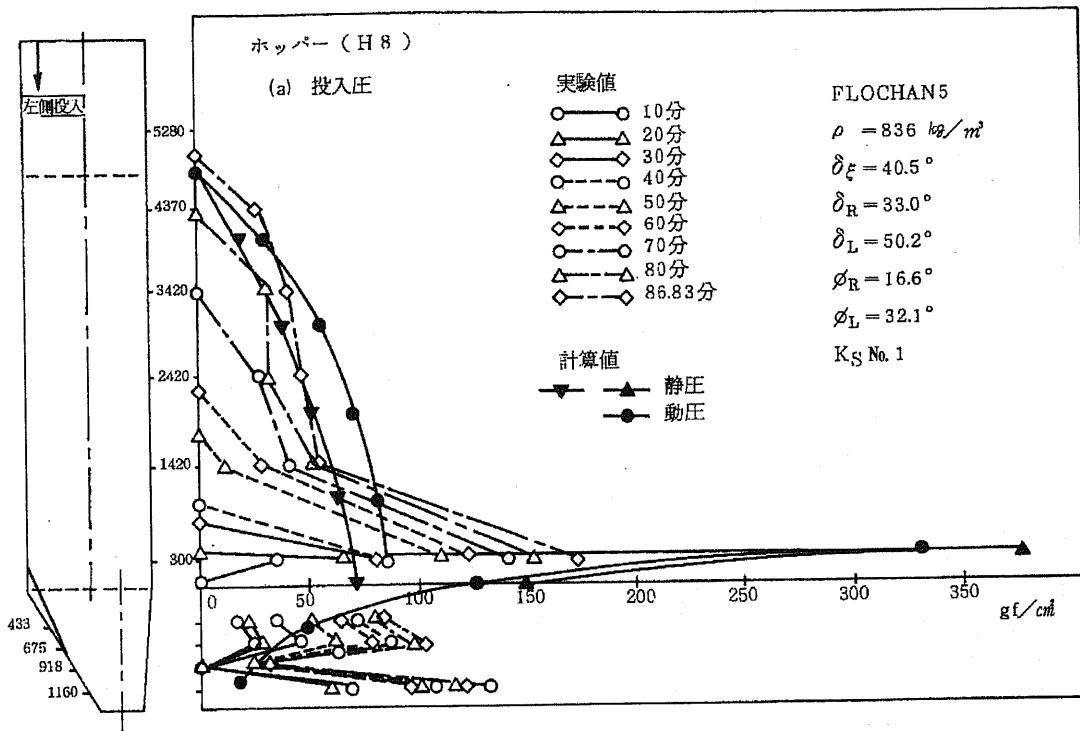


Fig. 5-23 Pressures acting on walls in silo having hopper (milo, Run No. H7, right-side charge – right-side discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

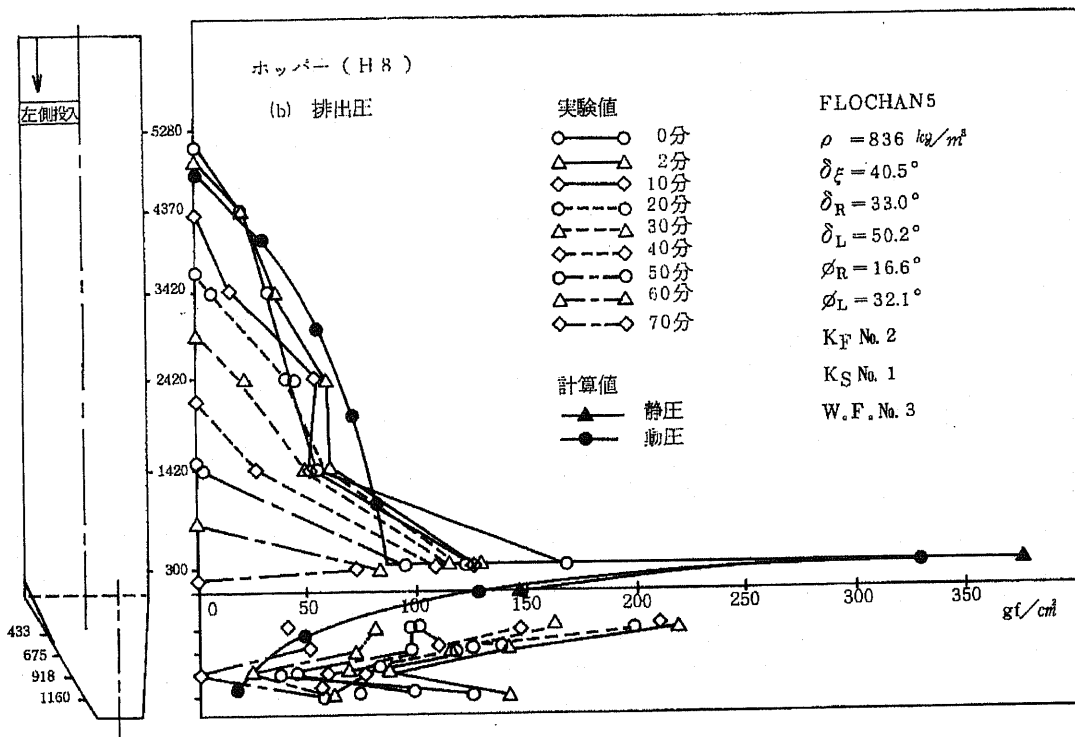
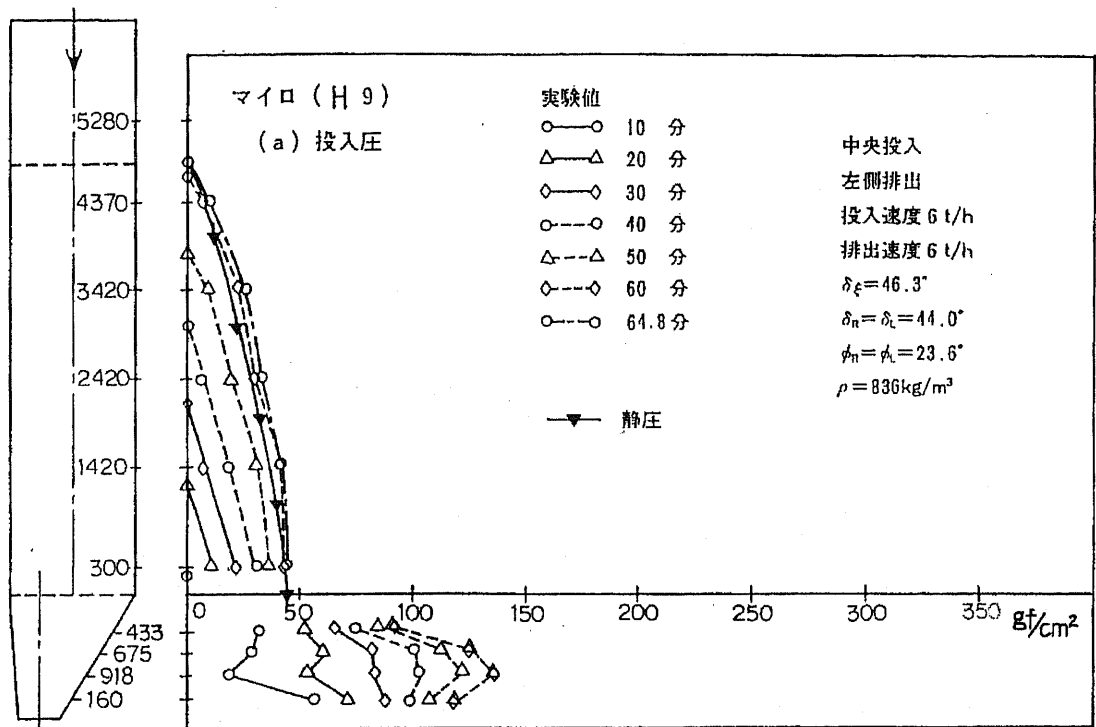


Fig. 5-24 Pressures acting on walls in silo having hopper (milo, Run No. H8, left-side charge – right-side discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

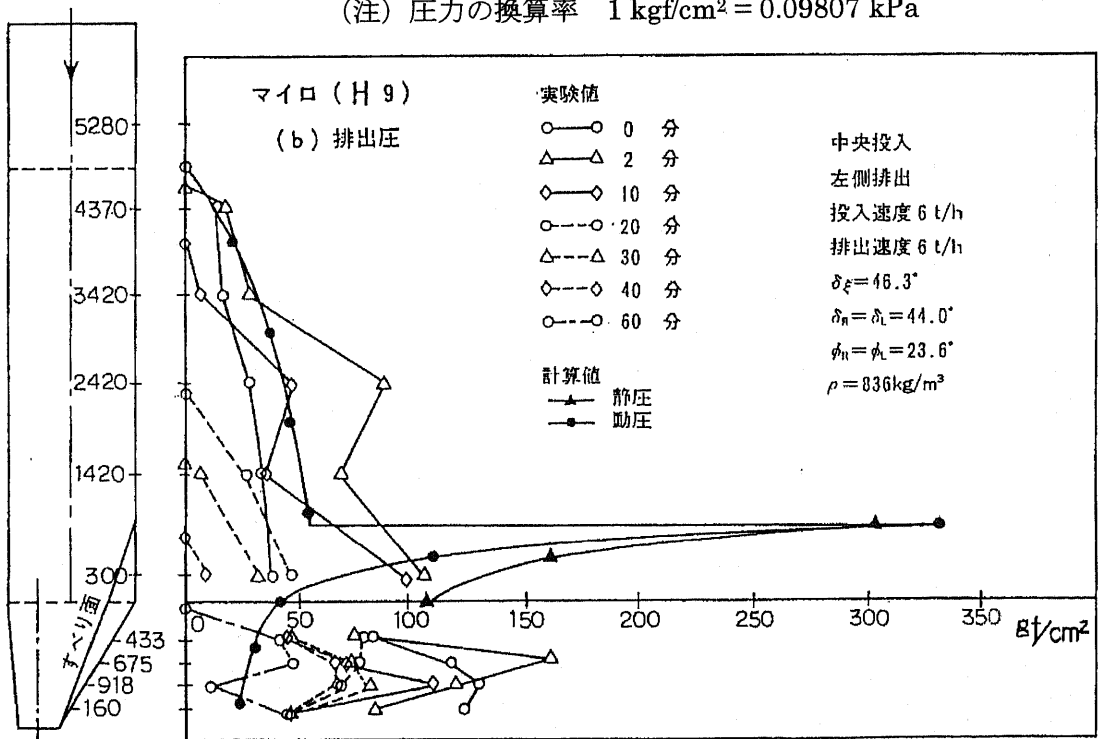
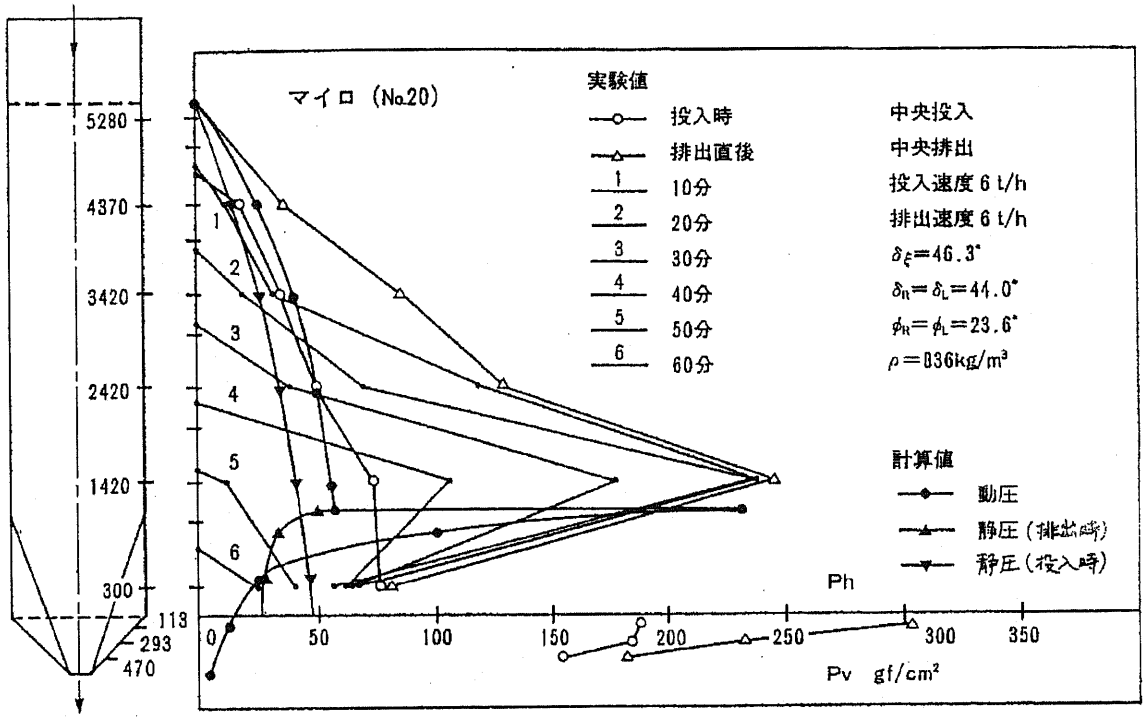


Fig. 5-25 Pressures acting on walls in silo having hopper (milo, Run No. H9, center charge – left-side discharge)



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 5-26 Pressures acting on walls in silo having hopper
(milo, Run No. 20, center charge - center discharge)

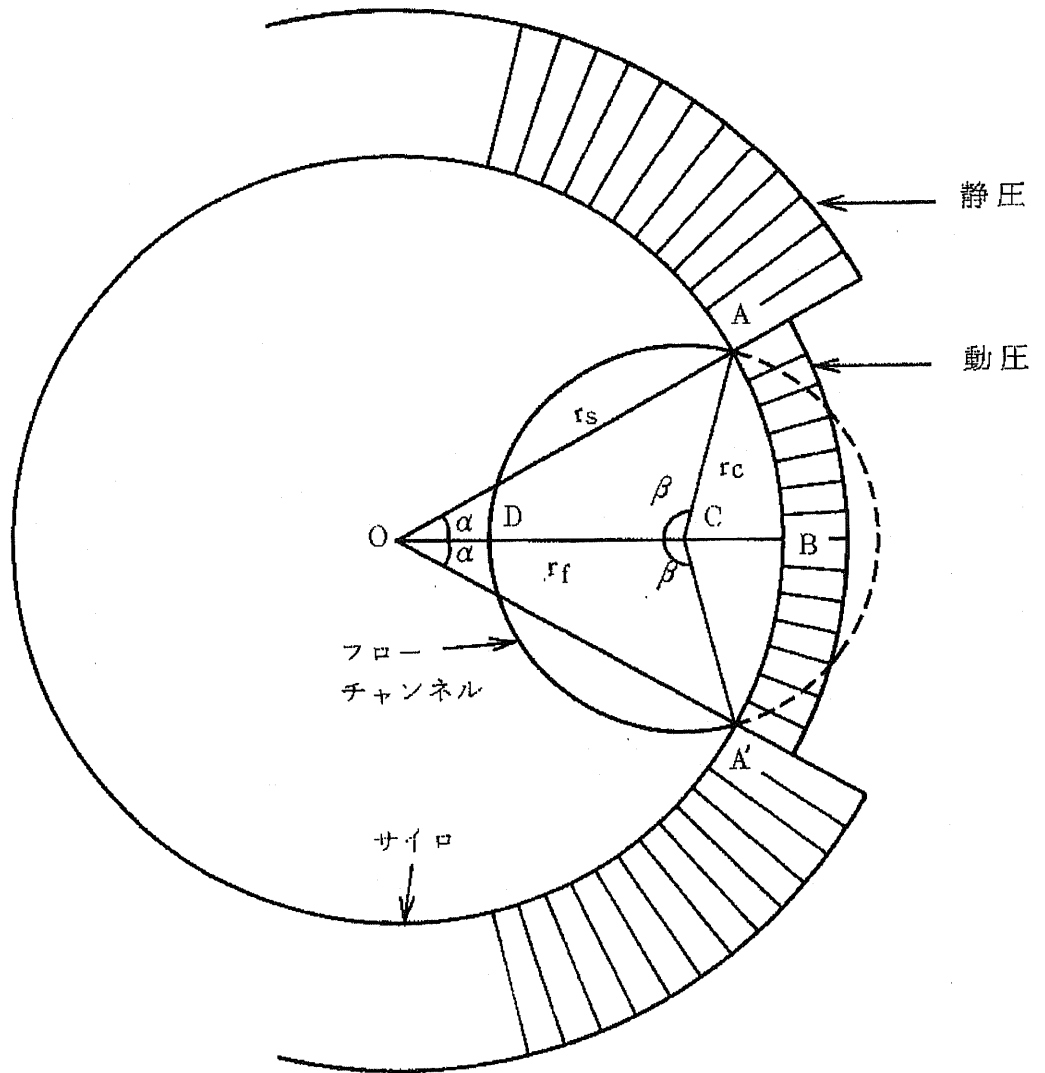


Fig. 5-A1 Horizontal cross section of a flow channel

第6章 実機石油コークス・石炭サイロでの粉粒体の挙動

6.1 緒言

二度にわたるオイルショックを契機に、エネルギー減として石炭が見直され、わが国でも石炭の効率的な貯蔵のためのサイロの需要が高まった。日本鋼管株式会社 (NKK) は 1981 年に、米国の F & R Engineering, Inc. と石炭サイロの設計技術に関する技術提携を行い、NKK の穀物サイロの技術を用いて鋼製の石炭サイロの開発を開始した。石炭の物性試験とホッパ形状設定および粉体圧算定などのノウハウに加えて、振動実験や水平加力実験などによる耐震設計技術の面の検討を行った¹⁾。

開発の最初の成果として、1984 年 5 月に株式会社クラレ岡山工場向けの 2000t 石油コークス/石炭サイロを受注した。そこで、当社の設計手法によるサイロが、排出機能的および構造強度的に適正であることを実証するとともに、今後の設計データを蓄積するために、当実機サイロについて、確認実験を行うこととした²⁾。

マスフロー排出時のビン部粉体圧については、先に中規模サイロの穀物の実験により検討したが、既往の応力式や応力状態のスイッチ理論は実験結果を表すことができなかった。また、排出圧をよく表す実用的なモデル式を提案したが、粉粒体物性値を調整する必要があった^{3, 4)} (第4章)。このため、これらに替わる物性値に基づく粉体圧予測手法を確立する必要がある。また、ファネルフロー時のビン部粉体圧については、本実験と同時期に実施した中規模サイロの穀物実験で、フローチャンネルの位置を予測する新しい手法によりピーク圧の位置と大きさを正しく計算できることを確認した⁵⁾ (第5章) ので、これを石炭サイロでも確認する。

このため、本実機サイロでは次の 2 点を主目的とする確認実験を行った。

- (1) 貯蔵物が閉塞することなく、円滑に排出されることを確認する。
- (2) 投入・排出時に貯蔵物からサイロ躯体に作用する荷重 (粉体圧) を把握する。

これらの確認実験は、サイロが稼動を始めた 1984 年 12 月から 1985 年 3 月まで実施した。本論文では、流れ状況 (フローパターン)、壁面粉体圧および本体応力およびの結果について述べる。

6.2 供試サイロの概要

本サイロは株式会社クラレが、岡山工場 11 号ボイラの石油コークス (以下、PC) 混焼方式への改造工事に伴って、コールセンターから運搬されてくる PC を貯蔵するために建設したものである。また、本サイロは「NKK-Fling 式石炭サイロ」の 1 号機として受注し、NKK が設計、製作、据付、試運転・調整まで一式を手がけたものである。

Fig.6-1 にサイロの概観を示し、Table 6-1 にその概略仕様を示す。

6.3 計測項目と計測方法

6.3.1 物性試験

計測期間中に使用された PC(raw petroleum coke, 銘柄 Lake Charles)のサンプルを取り寄せて以下の物性試験を行った。

6.3.1.1 ホッパ形状検討用物性試験

Jenike せん断試験機を用いて、試料粒度を 4 メッシュ (4.76mm) 以下に調製のうえ、全水分、静置期間、ホッパ壁材をパラメータとして行った。ホッパ内壁は摩擦を低減するためステンレス鋼 (SUS304) ライナ張りである。

6.3.1.2 粉体圧検討用物性試験

三軸圧縮試験機、大型直接せん断試験機などを用いて、試料粒度を 22.2mm 以下に調製のうえ、全水分、想定される側圧および垂直圧、サイロ壁材をパラメータとして行った。ビン部壁材は一般構造用圧延鋼材 (SS41) である。

6.3.2 フローパターンの計測

朝夕 1 回、PC の投入・排出が行われていない時間帯を選んで、サイロ屋上の投入シュート部およびマンホール部 2 箇所の計 3 箇所で、巻尺を使用した手検尺により、堆積レベルと堆積形状の測定を行った。また同時に、可能な限り、目視やカメラにより堆積形状や流れ状況の観察・記録を行った。測定結果はサイロ内 PC の在庫量を把握するためにも用いた。

6.3.3 粉体圧の計測

PC の投入、静置および排出時に、サイロ壁 (ビン部) およびホッパ壁の壁面に垂直に作用する圧力および壁面に沿った摩擦せん断応力を計測した。

計測方法としては、Fig.6-2 に示すように、切出しフィーダのクロスビームに直角な方向 (搬入コンベア BC-1 の反対側)、およびクロスビームに一致する方向 (記号㊸の側) のサイロビン部およびホッパ部に、受圧面径 73mm の壁面土圧計と壁面摩擦せん断応力計を合計 10 個取付け、動ひずみ測定器を通して電磁オシログラフにより記録した。また、静置期間中や長期計測による動ひずみ測定器の径時変化を点検・補正するために、静ひずみ測定器も併用した。

計測は日曜日などを除く合計 66 日間実施した。排出だけが行われる日は、1 日のうち原則として朝夕 2 回分の排出時間 (各 17~50 分間) 全部を連続して計測し、投入と排出が重なる日は、投入時は 15~30 分間隔で 1 分間ずつ計測し、この間に 1 日 2 回分の排出時間全部を連続して計測した。

6.3.4 本体応力の計測

本対応力の計測はひずみゲージによった。スカート部には軸長 6mm の 1 軸ゲージ（軸の方向は円筒面の母線方向）を、ホッパ部とビン部には軸長 6mm の 2 軸ゲージ（軸の方向は円周方向と母線方向）を用いた。記録はスイッチボックスを介して、デジタルひずみ計とプリンタにより行った。

計測位置は Fig.2 に示す。計測位置は基本的に土圧計位置に対応した近傍とした。

記録の頻度は、投入中は 15 分または 30 分間隔、排出中は 2 分間隔（一部 1 分間隔）とした。

6.4 計測結果と解析

6.4.1 物性値

6.4.1.1 ホッパ形状検討用物性値

ホッパ形状検討用物性値の測定結果の概要を Table 6-2 に示す。本サイロのホッパ形状は、これらの物性値を含む物性試験結果に基づき、Jenike の提唱するホッパの流れ解析法⁶⁾を基礎とする設計手法により算定し、設計した。

6.4.1.2 粉体圧計算用物性値

サイロ内の PC の粒度や水分、また壁面状態などは一様ではなく、力学的物性値はある程度空間的に変動していると考えられる。そこで、物性値はビン部とホッパ部に分けたうえで、ビン部については主動応力状態でも、壁面での支持が最も弱くホッパ部に負担のかかりやすい状態（minimum arching）から、壁面での支持が最も強くサイロ壁に負担のかかりやすい状態（maximum arching）まで、幅を持たせて対応するものとする。

(1) ビン部

- (a) かさ密度：サイロ内貯蔵量および堆積形状の実測結果から決める。
- (b) 安息角：サイロ内堆積形状および物性試験結果を総合して決める。
- (c) 壁面摩擦係数（対軟鋼）：壁面せん断試験データ（対 SS41 鋼）から、実験の応力範囲に対応した値を取り、さらに既存のデータと照らし合わせて設定する。
- (d) 水平鉛直圧力比：実機の応力範囲に対応した三軸圧縮試験結果の有効内部摩擦角と、修正 Rankine 係数の関係式とから決まる値および既存のデータを総合して設定する。

(2) ホッパ部

- (a) かさ密度：ビン部と同一の実測結果を採用する。
- (b) 壁面摩擦角（対ステンレス鋼）：壁面せん断試験データ（対 SUS304 鋼）から、実機の平均応力に対応した値を取り、さらに既存のデータと総合して設定する。
- (c) 有効内部摩擦角：三軸圧縮試験結果と既存のデータを総合して設定する。

以上の結果をまとめたものを Table 6-3 に示す。

6.4.2 フローパターン

6.4.2.1 基本フローパターン

(1) 投入時

PC 投入時のサイロ内堆積形状とレベルの変化の測定例を Fig. 6-3 に示す。ベルトコンベアで搬入される PC は、サイロ頂部の中心から投下される。しかし、サイロ増設を考慮した投入方法のため偏心した落下軌跡をとり、サイロ下部の落下地点では約 2m 偏心した位置となる。レベルの上昇に伴って堆積の頂点はサイロ中心部へ近寄る。

堆積の安息角は、落下高さの関係で、底レベル（約 500t）では 27～28°，高レベル（約 2000t）では 37～38° になった。

(2) マスフロー排出時

マスフロー形態で排出時のサイロ内表面形状とレベルの変化の測定例を Fig. 6-4 に示す。Fig.14 は稼動後 30～40 日頃以前のレベル降下状況であり、良好なマスフロー状態で排出されていることがわかる。

(3) ファネルフロー排出時

ファネルフロー形態で排出時のサイロ内表面形状とレベルの変化の測定例を Fig. 6-5 に示す。Fig. 5 は稼動後 60～70 日頃以降のレベル降下状況であり、順調に排出されているが、貯蔵量の多いとき周辺部の降下が遅れてファネルフロー的になっている。

フローチャンネルの形成や偏心流れの傾向は明確には観察されないが、堆積レベルが低くなると、切出しフィーダのスクレーパの動きに従って、堆積の崩壊する位置が周方向に移動する傾向も見られる。

6.4.2.2 フローパターンの変化要因

計測期間中の観察から、サイロ内 PC の流れは、マスフロー的な流れとファネルフロー的な流れとを繰り返しながら変化していることがわかった。これは、圧力分布などから判断して、サイロ内で PC の水分・粒度の分布が不均一になって、流れやすい状態や流れにくい状態が生じているためと考えられる。

また、壁面摩擦応力の計測の結果、ホップ壁部は時間の経過に伴って、摩擦係数が一時期おおきくなる傾向が見られた。これは、ホップ部ステンレス鋼壁に PC の付着水分が凝集し、壁面摩擦係数が増加したためで、フローパターン変化の一因と考えられる。

6.4.3 粉体圧

6.4.3.1 投入・排出の状況

今回の実験においては、実操業中の設備で行ったため、途中まで排出しての追加投

入や満杯になる前の排出が普通に行われ、単純な満杯投入や完全排出の条件はほとんどなかった。投入・排出の状況、貯蔵量の変化および計測時間帯の関係を整理したものの一部を Fig.6-6 に示す。

粉体圧は、投入中または静置中の静圧と排出中の動圧とで分布の傾向や大きさに著しい差異があるので、これらの基本応力状態を投入・排出状態と対応させながら解析を行った。

6.4.3.2 投入圧

投入時の壁面圧力と摩擦力の計測値と理論計算値を比較した例を Fig.6-7 に示す。レベルの数值は、満杯時に安息角をなす PC 表面がサイロ壁に接するレベル（接点レベル）からの深さを示す。

計測値は計測継続時間中の各計測位置における変動範囲を線分で表し、その平均値を+印で示してある。実線の折線は○印の計測値の平均値を結んだものである（No.4 は欠測）。投入コンベアによる投入位置は偏心しているが、○印の計測点列は投入点の偏心方向から 14° の近い側にあり、×印の列は投入点から 104° のより遠い側にある。

(1) ビン部

一般にビン部の静圧（投入圧）は次の Janssen 式⁷⁾により近似される。ここでは、貯蔵物上部の円錐状堆積部分はサーチャージとして計算する。

$$p_v = \frac{\rho g D}{4\mu k} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-4\mu k z}{D}\right) \right\} + p_t \exp\left(\frac{-4\mu k z}{D}\right) \quad (6-1)$$

$$p_h = k p_v \quad (6-2)$$

$$\tau = \mu p_h \quad (6-3)$$

$$\mu = \tan \phi_w \quad (\text{壁面摩擦係数}) \quad (6-4)$$

$$k = \frac{1 - \sin^2 \delta}{1 + \sin^2 \delta} \quad (\text{修正 Rankine 係数}) \quad (6-5)$$

$$p_t = \frac{1}{6} \rho g D \tan \phi_r \quad (6-6)$$

ここで、

p_v : 鉛直圧	z : サーチャージ位置からの深さ
p_h : 水平圧	ρ : かさ密度
p_t : サーチャージ	δ : 有効内部摩擦角
τ : 壁面摩擦応力	ϕ_w : 壁面摩擦角
D : ビン直径	ϕ_r : 安息角
g : 重力の加速度	

計算値は 2000t (2500m³) 貯蔵された満杯状態のものである。なお、物性値は粉体圧計算用物性値 (Table 6-3) の max. arch.物性値を使用した。

Fig.6-7 によれば、Janssen 値は測定点 No.3 を除いて計測値をよく近似している。投入時に粒度分布と主応力方向の偏りが生じ、このため投入点から遠い側の No.3 の位置では受動応力状態になりやすいものと考えられる。また、今回の計測では、同時排出を伴わない単純な投入または静置が行われる機会は時間的に短く、それに先行した排出の影響が応力状態に残り、少なくとも部分的に動圧状態が保持される。Fig.6-7 の例は、ホッパ部を含めて、静圧状態が比較的良好に回復されているほうである。

(2) ホッパ部

Fig. 6-7 は静圧状態と考えられる計測例である。一般にホッパ部の静圧分布の特徴は、壁面圧力が下方に向かってほぼ直線状に増加することである。Fig.6-7 では測定点 No.8 の圧力が著しく小さいが、これは No.8 が排出スロットの直近であり、PC はスロット棚上で安息角の自由表面を形成しているためと考えられる。

ホッパ部の静圧は一般に Walker の式⁸⁾ (深さとともに線形に増加) でよく近似される。Fig.6-7 中に Walker 式による壁圧と摩擦応力を示した。なお、ビン部からのサーチャージはビン部を min. arch.物性値で計算したものによる。壁圧は No.8 を除いて、計測値と Walker 式計算値はよく一致している。

6.4.3.3 マスフロー排出圧

マスフロー状態で排出しているときの壁面圧力と摩擦応力の計測例を Fig.6-8 に示す。計測値は計測継続時間中の各計測位置における変動範囲を線分で表し、その平均値を+印で示してある。実線の折線は○印の計測値の平均値を結んだものである (No.4 は欠測)。

(1) ビン部

ビン部壁圧は静圧時より増加し、Janssen 値の約 2 倍になっていることがわかる。

No.2 と No.3 は同一レベルにありながら計測値には大きな差があり、投入点に近い No.2 は変動幅・平均値とも低く、投入点から遠い No.3 は変動幅・平均値とも高く現れている。投入点との位置関係により生じた粒度分布と主応力方向の偏りに起因するものと思われる。理論値との比較としては、この場合 No.2 と No.3 の平均値を考える。

図中のビン部の一点鎖線と破線の曲線は壁圧と摩擦応力の計算値で、Janssen 値に動圧係数 $C_d=2$ ((社) 日本建築学会「容器構造設計指針案」の動圧補正係数⁹⁾ に基づく) を仮に乗じて動圧の目安としたものである。

ビン部のマスフロー圧の理論式としては、Walters のビン式がある¹⁰⁾。しかし実際には、マスフロー圧を表すためには、水平圧と鉛直圧の両面において不適當であるこ

とがわかった^{3, 4)}。一方, Walters の動圧式または静圧式を単独で用いるのではなく, 応力状態のスイッチという概念のもとに, これらを組み合わせてピーク圧を求めることができる¹⁰⁾。しかし, この場合も Walters 式では実測値とかなり異なる³⁾。そこで, 我々の独自の方法であるが, Janssen 式を基本にスイッチ圧を検討する²⁾。Fig.6-9 に示すように, マスフロー中のビン内で, 上部の Rankine 場 (壁の摩擦支持がない) と下部の Janssen 場との間でスイッチが起こるものとする。このスイッチの位置はハンドリング条件によりさまざまな高さを取ることができ, また排出中に上下に変動し得るものとする。各々の場の物性値は次のように決められる。

(a) Rankine 場

壁面摩擦が極小で, 主応力が鉛直方向と水平方向に一致する。したがって,

$$\mu = 0 \quad (6-7)$$

$$k = (1 - \sin \delta) / (1 + \sin \delta) \quad (6-8)$$

なお, このとき式(1)は

$$p_v = \rho g z + p_t \quad (6-9)$$

で置き換えられる。

(b) Janssen 場

壁面摩擦が最大で, かつ壁面ですべり状態にある。したがって,

$$\mu = \mu_{\max. \text{ arch.}} \quad (6-10)$$

$$k = (1 - \sin^2 \phi) / (1 + \sin^2 \phi) \quad (\phi \leq \delta \text{ のとき}) \quad (6-11)$$

$$k = (1 - \sin^2 \delta) / (1 + \sin^2 \delta) \quad (\delta < \phi \text{ のとき}) \quad (6-12)$$

Rankine 場の p_v をサーチャージとして, Janssen 場の p_h を計算すると, スイッチ位置における p_h の比 C_d (動的圧力係数) は次のようになる。

$$C_d = p_{h \text{ Jan}} / p_{h \text{ Ran}} = k_{\text{Jan}} / k_{\text{Ran}} \quad (6-13)$$

(添字 Jan と Ran は, それぞれ Janssen 場と Rankine 場を示す。)

Table 3 の物性値を用いると, $k_{\text{Ran}} = 0.198$, $k_{\text{Jan}} = 0.665$, $C_d = 3.36$ となる。

満杯の場合について, スイッチの高さを種々変えてスイッチ点ピーク圧の包絡線を描いたものを Fig.6-10 に示す。Fig.6-8 の実測値と比較すると, ピーク圧包絡線は点 No.2 と No.3 の平均に対しては不十分である。しかし, このほかの実測例で Fig.6-10 に近い分布を示すものは多数あり, 一つの有効な算定方法と考えられる。

(2) ホッパ部

Fig. 6-8 の例では貯蔵量は満杯に近く, ビン部との遷移部で非常に高圧力であるが, 下方に向かって急激に減少する分布になっていて, マスフローの特徴を示している。

マスフローの場合のホッパ部粉体圧の理論式としては, Walters のホッパ動圧式がよく知られている¹¹⁾。考え方は, 水平スライス要素 (次項の一般化ホッパ粉体圧式と同じ) の力の釣合いが基本であるが, 各応力成分の関係性を, 有効破壊包絡線(EYL)

と壁面破壊包絡線(WYL)とで、一定の方法で規定している。

Fig.6-8 には満杯貯蔵の場合の Walters の理論値を示してある。ビン部からのサーチャージは Janssen の $p_v(\text{min.arch.})$ を用いている。壁圧については、計算値は実測値(ばらつきの平均)を比較的よく近似しているといえる。

さらに Fig.6-8 には、ビン部のスイッチの各々の高さのときに対応した Walters 式(壁圧)を示した。

6.4.3.4 ファネルフロー排出圧

サイロ内の流れは、約 2 ヶ月後以降は完全なマスフローは少なく、ファネルフローが現れやすくなっていた。この時期の測定結果の例を Fig.6-11 に示す。対応する計測時間はマスフローの例の Fig.6-8 の場合とほぼ等しいが、圧力の変動幅が非常に小さくなっていることが明らかに見られる。計測値は計測継続時間中の各計測位置における変動範囲を線分で表し、その平均値を+印で示してある。実線の折線は○印列の計測値の平均値を結んだものである。

(1) ビン部

ファネルフローの場合は、流動領域が静止領域により狭められているので、境界面の摩擦の効果の増大による流動領域の圧力低下、静止部分が緩衝材となること、などの効果が重なって、静止部分のサイロ壁圧は平均値、変動幅ともにマスフローの場合より小さくなる。しかし、流動領域が上方に向かって広がる時、流動領域境界面がサイロ壁面と交わるレベルにおいては、上記の圧力低下の要因は存在せず、かえって、流路が絞られることによる反力が壁面に作用することが考えられる、そして、この流路の形状、したがって交線レベルは、貯蔵物の充填状態(充填密度、偏析、主応力方向、上部圧等)によりさまざまなケースが現れ得ると考えられる。交線レベルの可能な範囲について、圧力ピークの包絡線を考慮することが設計上必要である。この考えに基づくビン部ファネルフロー圧の理論計算を以下に示す。

Fig.6-12 に示すように、流動領域の形状は、ホップ開口端から上方に向かって広がる逆円錐状であり、広がり角は変動するものとする。交線 CC より上部は Janssen 式により規定され、下部の収縮流部は Walters 式により規定されとする。収縮流部には円筒部の鉛直圧がサーチャージとして作用する。このとき、水平圧は交線 CC の位置でピーク圧を取る。Walters の水平圧 σ_{xWal} と Janssen の水平圧 p_{hJan} との比が動圧係数となる。すなわち、

$$C_d = \sigma_{xWal} / p_{hJan} \quad (6-14)$$

Walters 式に用いる定数値のうち、半頂角 α には流動領域の広がり角 (Fig.6-12 中の α') を用いる。また、壁面摩擦角 ϕ は、流動領域境界面の摩擦角 ϕ' であるが、流動領域の形状に対応して変化し、Jenike のマスフロー限界条件¹²⁾により決定されるも

のとする。すなわち、 ϕ' は次式

$$\alpha' = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1 - \sin \delta}{2 \sin \delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\phi' + \sin^{-1} \frac{\sin \phi'}{\sin \delta} \right) \quad (6-15)$$

により決定される。

満杯の場合の計算結果 (min.arch.物性値) を Fig.6-13 に示す。各高さにおけるピーク圧とそれらの包絡線を示してある。これから $C_d = 4.51 \sim 4.58$ が得られ、また max.arch.物性値を用いれば、 $C_d = 3.39 \sim 3.43$ が得られた。

さらに、実測値と計算値との比較を容易にするために、1500t 貯蔵時の理論計算値 (min.arch.物性値による Janssen 値およびファネルフローピーク圧包絡線) を Fig.6-11 に示す。測定点 No.2 は Janssen 場、No.3 はファネルフローピーク位置近傍、No.4 はファネルフローピーク位置より下部にあると考えられる。No.2 と No.3 が同一レベルにあるのに差があるのは、物性値や流動領域が偏っているためである。このように、ファネルフロー粉体圧は流動領域を適正に設定することにより説明できる。

(2) ホッパ部

計測値は、マスフローの場合に比べて、上部での圧力が低下していることがわかる。すなわち、Walters 式より勾配の緩やかな分布となる。

ホッパ部ファネルフロー圧は静圧とマスフロー圧の中間の分布を取るものと考えられる。そこで、Walker 静圧から Walters 動圧までを含む、より一般的な粉体圧の関係式を用いて、ファネルフロー粉体圧を検討する。

$$n \neq 1 \quad : \quad \bar{\sigma}_z = \frac{\rho g h}{n-1} \left\{ 1 - \left(\frac{h}{H} \right)^{n-1} \right\} + \sigma_{zi} \left(\frac{h}{H} \right)^n \quad (6-16)$$

$$n = 1 \quad : \quad \bar{\sigma}_z = \rho g h \cdot \log \left(\frac{H}{h} \right) + \sigma_{zi} \left(\frac{h}{H} \right) \quad (6-17)$$

$$\sigma_w = K \bar{\sigma}_z \quad (6-18)$$

$$\tau_w = \tan \phi \cdot \sigma_w \quad (6-19)$$

ただし、

$$n = (1+m) \left\{ K \left(1 + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} \right) - 1 \right\} \quad (6-20)$$

$$m = 1 : \text{円錐形}, \quad m = 0 : \text{くさび型} \quad (6-21)$$

式(6-16)はホッパ粉体圧の一般的な表現であり、実際には n の値によってさまざまな分布を取る¹³⁾。 n の値は応力成分の間の関係をどのように規定するかで決まる。

n の特別な場合の例を示す。

$$(a) \quad n = 0 \quad (6-22)$$

このとき、

$$K = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + \tan \phi} \quad (6-23)$$

$$\bar{\sigma}_z = \rho g z + \sigma_{\gamma} \quad (6-24)$$

すなわち、式(6-16)は Walker の静圧式に一致する。

$$(b) \quad n = (1+m) \left(\frac{DE}{\tan \alpha} + D - 1 \right) \quad (6-25)$$

ここで、 D と E は Walters の応力モール円に従って定義されたもので、 δ 、 ϕ および α の関数である¹¹⁾。このとき式(6-16)は Walters の式に一致する。

Fig.6-13 に、ビン・ホッパ遷移部で Janssen の p_v をサーチャージとし、パラメータ n を変化させた場合のホッパ壁圧の計算値を示す。

さらに、実測値と比較するため、貯蔵量 1500t の条件でパラメータ n を変化させて同様に計算した結果を Fig.6-11 に示す。Fig.6-11 によれば、測定点 No.6 と No.7 は同一高さであるのに壁圧は 3 倍も異なっている。これは、ビン部と同様に、物性値と流動領域の偏りによるものと考えられる。しかし、本体応力計測結果との比較によれば、対称条件のファネルフローとしては、これらの平均値を考慮すればよいと判断できる。したがって、実測値の分布はホッパ一般式の $n=4$ の場合にほぼ相当する。

6.4.3.5 粉体圧計算方法のまとめ

以上の検討の結果を整理し、各ハンドリング状態におけるビン部とホッパ部の壁圧を最もよく近似する計算方法をまとめたものを Table 6-4 に示す。

6.4.4 本体応力

6.4.4.1 ホッパ部

にホッパ部のひずみの計測値(実線)と計算値(破線)の比較の一部を Figs.6-14,15 に示す。計測値はほぼ空状態から約 1600t 貯蔵までの投入時と、そこからほぼ空状態までの排出時の経過がループを描いている。ひずみ計算値は、次の粉体圧計算値から FEM 解析により求めたものである。

投入時：ビン部：Janssen(min.arch.)によるサーチャージ，ホッパ部：Walker

排出時：ビン部：Janssen(min.arch.)によるサーチャージ×2，ホッパ部：Walters

(1) ホッパ上部 (点 H1 点 ; Fig.6-14)

円周方向ひずみは、排出時も投入時計算値程度で、また変動幅も小さい。母線方向ひずみは予想以上の曲げモーメントが発生しており、貯蔵量の増加に伴い外面圧縮となっている。また、変動幅は小さいときと大きいときがある。以上から、ホッパ上部の粉体圧はマスフロー計算値よりかなり小さく、その分布も変則となっているようである。この時期にファネルフローが観察されたことと符合する。

(2) ホッパ中間部 (点 H2, H3, H4 ; Fig.6-15 は H3 の例)

円周方向ひずみはほぼ計算どおりの値を示している。H3 側がよく変動しているが、流れの観察でも H3 側がよく流れていることが確認されている。母線方向ひずみは、各々傾向が異なるとともに、全体として動きが活発である。ホッパ出口部の内部コーンを支持するクロスビームの影響により、H2 より H3, H4 のほうがひずみは 2 倍大きく出ている。以上から、ホッパ中間部は流れが良好のようである。

6.4.4.2 ビン部

ビン部のひずみの計測値（実線）と計算値（破線）の比較の一部を Fig.6-16 に示す。計測値はほぼ空状態から約 1600t 貯蔵までの投入時と、そこからほぼ空状態までの排出時の経過がループを描いている。なお、ビン部では母線方向の発生ひずみは非常に小さく、粉体圧との関係性を評価するには小さすぎる。

(1) ビン下部（点 B1, B2 ; Fig.6-16 は B2 の例）

円周方向ひずみは、おおむね計算に近い値を示しているが、計測値のほうが各排出中の変動幅が大きい。

(2) ビン中間部（点 B3, B4）

円周方向ひずみは、おおむね計算値に近い値を示しているが、B4 のほうが各排出中の変動幅が大きい。

6.5 結言

NKK の設計による 2000t 容量の石油コークス・石炭貯蔵サイロについて、機能的および強度的に適正であることを実証するために、実機確認実験を行った。堆積層表面の測定から、流れはマスフローないしファネルフローであるが、付着や閉塞などは生じず、排出は円滑であることを確認した。また、投入・排出時の壁面粉体圧と本体応力の計測結果から、(1)ビン部設計圧は Janssen 式と応力状態のスイッチ解析から算定できる、(2)ホッパ部設計圧は、投入圧からマスフロー圧まで含む一般的な粉体圧関係式を用いて算定できる、などの知見が得られた。

Nomenclature

D	: diameter of the bin	(m)
g	: acceleration of gravity	(m/s ²)
H	: height of the transition above the hopper apex	(m)
h	: height above the hopper apex	(m)
k	: ratio of horizontal pressure to vertical pressure	(-)
K	: ratio of perpendicular stress to vertical stress on hopper wall	(-)
m	: shape factor	(-)
n	: stress field parameter	(-)
P_h	: horizontal pressure	(Pa)
P_v	: vertical pressure	(Pa)
P_{vt}	: vertical pressure at the transition	(Pa)
z	: depth from the top surface of the bed	(m)
α	: half apex angle of the hopper	(°)
δ	: effective angle of internal friction	(°)
μ	: coefficient of wall friction	(-)
ρ	: bulk density	(kg/m ³)
τ	: shear stress	(Pa)
ϕ	: angle of wall friction	(°)
ϕ_w	: angle of wall friction	(°)
ϕ_r	: angle of repose	(°)

References

- 1) Sakai, M., H. Matsumura, M. Sasaki, N. Nakamura, M. Kobayashi and Y. Kitagawa: "Study on dynamic behavior of coal silos against earthquakes", *Nippon Kokan Technical Report*, No.103, pp.36-47 (1984)
- 2) Suzuki, M. S. Hironaka, Y. Kitagawa, Y. Hosaka and H. Maezono: "Confirmation experiments on a working petroleum coke/coal silo", *Nippon Kokan Technical Report*, No.111, pp.44-52 (1986)
- 3) Suzuki, M., T. Akashi, S. Kiuchi and S. Kohara: "Powder pressures in steel silo", *Nippon Kokan Technical Report*, No.106, pp.82-90 (1985)
- 4) Suzuki, M., T. Akashi and K. Matsumoto: "Flow behaviour and stress conditions in small and medium silos", *Bulk Solids Handling*, Vol. 5, No. 3, pp. 611-620 (1985)
- 5) Suzuki, Mitsuo: "Pressure distribution of funnel flow silos with consideration of flow channel", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, Vol. 21, No.3, pp. 554-564 (1995)
- 6) Jenike, A. W.: "Storage and flow of solids", Bulletin No.123 of the Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah (1964)
- 7) Janssen, H. A.: "Versuche über Getreidedruck in silozellen", *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, Band 39, No. 35, pp. 1045-1049 (1895)
- 8) Walker, D. M.: "An approximate theory for pressure and arching in hoppers", *Chem. Eng. Sci.* Vol. 21, pp. 975-997 (1966)
- 9) 社団法人日本建築学会, "容器構造設計指針案・同解説", p.205 (1984)
- 10) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 28, pp. 13-21 (1973)
- 11) Walters, J. K.: "A theoretical analysis of stresses in axially symmetrical hoppers and bunkers", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 28, pp. 779-789 (1973)
- 12) Arnold, P. C., A. G. McLean and A.W. Roberts: "Bulk Solids: Storage, Flow and Handling", Newcastle, TUNRA Ltd., (1980)
- 13) McLean, A. G.: "Initial stress fields in converging channels", *Bulk Solids Handling*, Vol. 5, No. 2, pp.431-436 (1985)

Table 6-1 General specification of the silo

Item	Specification
Location	Kuraray Co. Ltd., Okayama
Stored material	petroleum coke (coal in the future)
Capacity	storing capacity: 2000t effective volume: 2500m ³
Type	steel-made, independent cylinders
Size	inner diameter: 12.61m, height: 31.04m
Ceiling	shapes beam, steel plate, mortar paving
Bin	welded steel plate cylinder (including skirt)
Hopper	steel plate conical hopper, slope: 65°, inner surface: stainless lined
Feeder	50t/h rotary scraper feeder
Transportation	in : 250t/h pipe conveyer out: 50t/h belt conveyer
Foundation	octagon, thickness: 1.4m distance between opposite sides: 16.8m φ 400mm × 21m prestressed concrete stakes

Table 6-2 Test conditions and material properties for determining hopper configuration

Item		Properties			
total water content (%)		7.2		10.0	
bedding period		immediate	14 days	immediate	14 days
bulk density (g/cm ³)		0.75	0.75	0.77	0.77
angle of internal friction (°)		38	44	37	40
effective angle of internal friction (°)		45	52	45	51
angle of wall friction (°)	mild steel	23	25	23	24
	stainless steel	16	16	17	18

Table 6-3 Material properties for calculating wall pressure

Item		Properties	
Bin section	bulk density (g/cm ³)	0.80	
	angle of repose (°)	40	
	coefficient of wall friction (against mild steel) (-)	minimum arching	0.4
		maximum arching	0.5
	ratio of horizontal pressure to vertical pressure* (-)	minimum arching	0.3
		maximum arching	0.4
Hopper section	bulk density (g/cm ³)	0.80	
	effective angle of internal friction (°)	42	
	angle of wall friction (against stainless steel) (°)/ coefficient (-)	16	
		/ 0.29	

*: triaxial compression test

Table 6-4 Equations and parameters used for calculating wall pressures

	ビン部	ホッパ部
投入時	<p>Janssen 式 ;</p> $\mu = \tan \phi_w$ <p>k : 修正 Rankine 係数</p> $k = k_{\min.\text{arch.}}$ $= (1 - \sin^2 \delta) / (1 + \sin^2 \delta)$	<p>Walker 静圧式 ;</p> <p>(深さとともに線形に増加)</p> <p>上部荷重は Janssen 式 ;</p> $\mu = \mu_{\min.\text{arch.}}$ $k = k_{\min.\text{arch.}}$ $= (1 - \sin^2 \delta) / (1 + \sin^2 \delta)$
マスフロー 排出時	<p>Rankine 場から Janssen 場へのス イッチによるピーク圧</p> <p>上側 : Rankine 場 ;</p> $\mu = 0$ <p>k : Rankine 係数</p> $k = (1 - \sin \delta) / (1 + \sin \delta)$ <p>下側 : Janssen 場 ;</p> $\mu = \mu_{\max.\text{arch.}}$ $k = (1 - \sin^2 \phi_w) / (1 + \sin^2 \phi_w)$	<p>Walters 動圧式 ;</p> <p>上部荷重は全体 Janssen 式 ;</p> $\mu = \mu_{\min.\text{arch.}}$ $k = k_{\min.\text{arch.}}$
ファネルフ ロー排出時	<p>フローチャンネルによるピーク圧</p> <p>上側 : Janssen 式 ;</p> $\mu = \mu_{\min.\text{arch.}}$ $k = k_{\min.\text{arch.}}$ <p>フローチャンネル : Walters 動圧式</p>	<p>ホッパ一般式 ;</p> $n = 4$ <p>上部荷重は全体 Janssen 式 ;</p> $\mu = \mu_{\min.\text{arch.}}$ $k = k_{\min.\text{arch.}}$

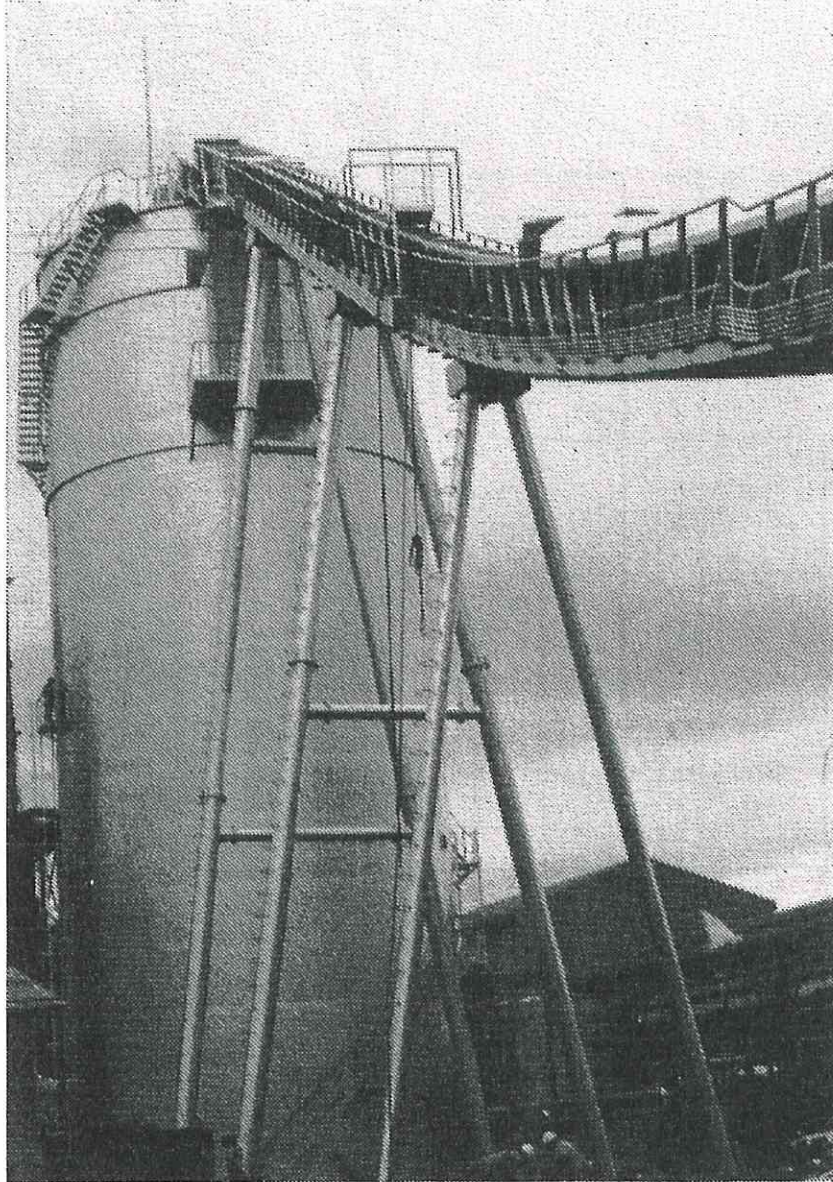


Fig. 6-1 General view of the silo for coal and petroleum coke

- ①~⑧：土圧計
- ⑨~⑩：摩擦計
- S1~S4：ひずみゲージ(スカート部)
- H1~H4：ひずみゲージ(ホッパ部)
- B1~B5：ひずみゲージ(ピン部)

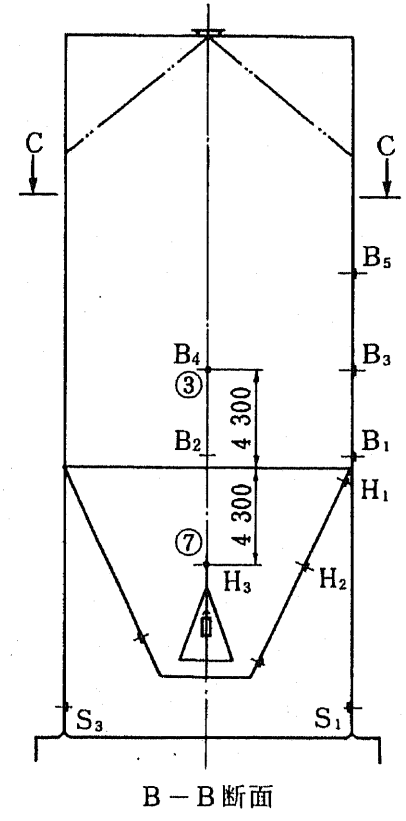
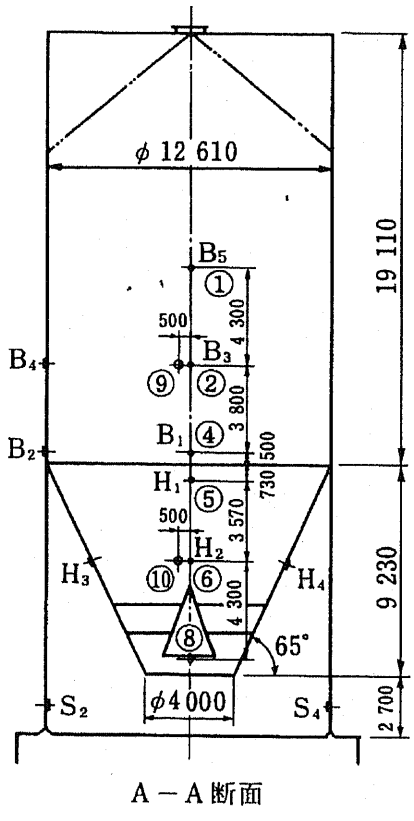
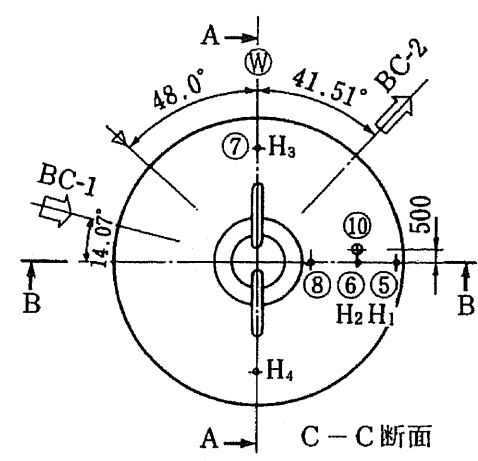


Fig. 6-2 Arrangement of pressure transducers, friction transducers and strain gauges

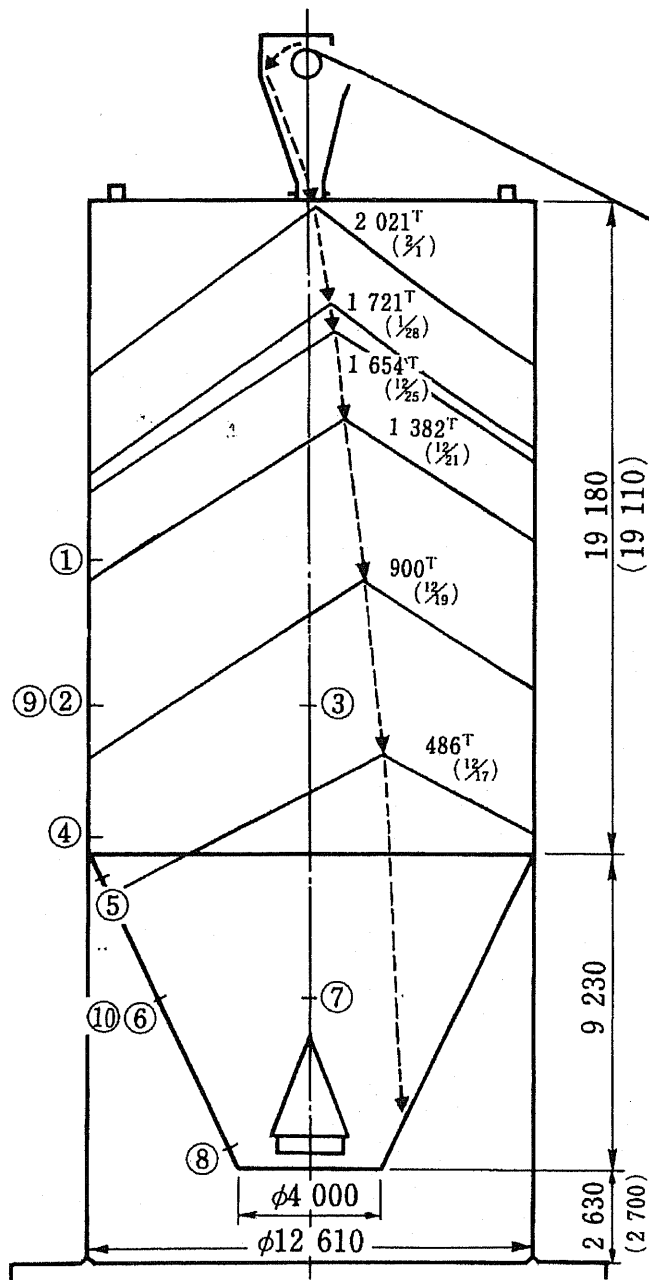


Fig. 6-3 Variation of level and shape of surface layer during filling

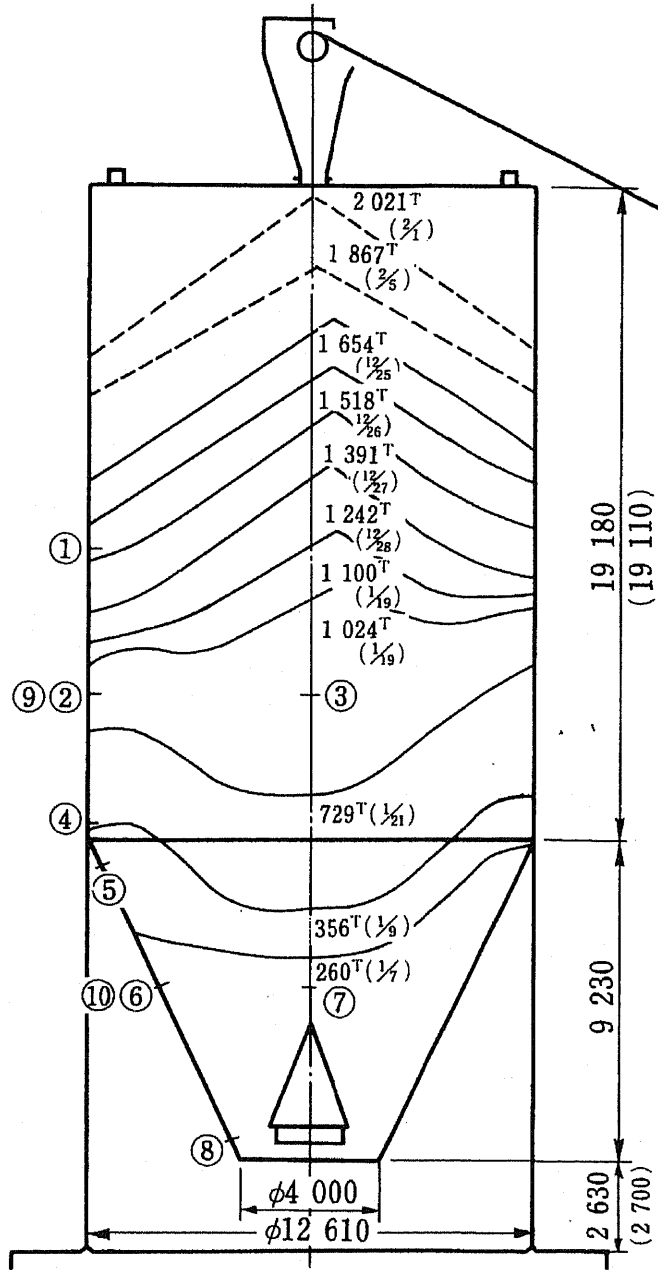


Fig. 6-4 Variation of level and shape of surface layer during mass flow discharge

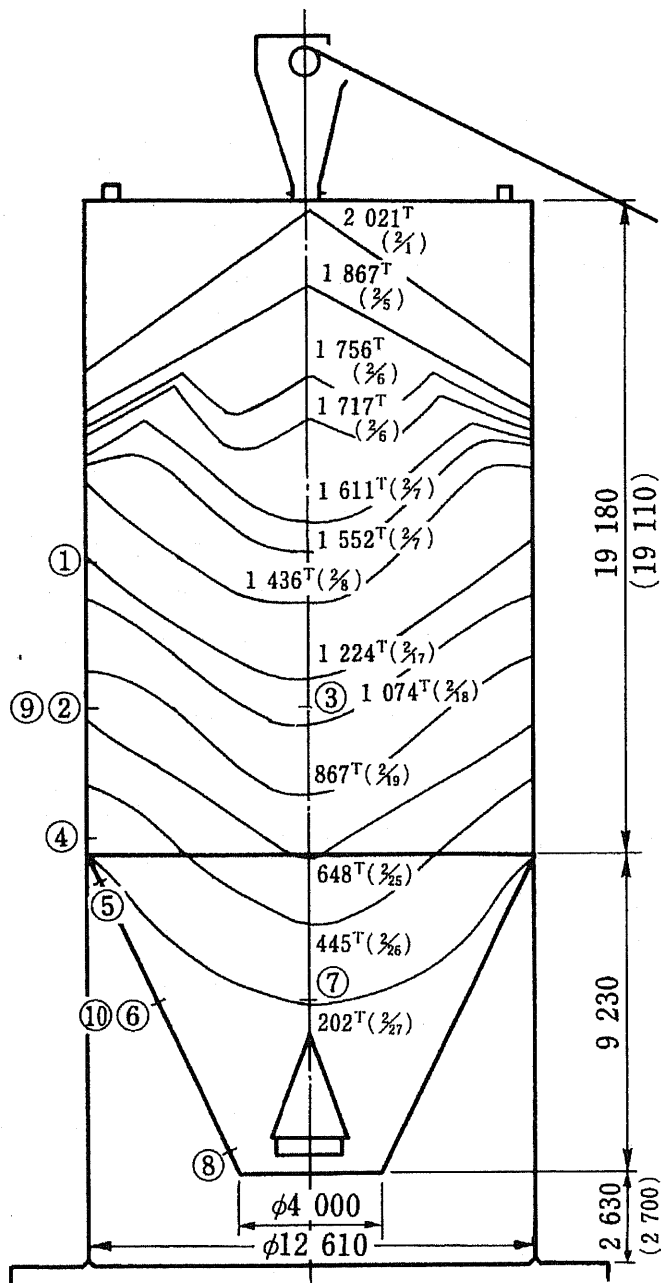


Fig. 6-5 Variation of level and shape of surface layer during funnel-flow discharge

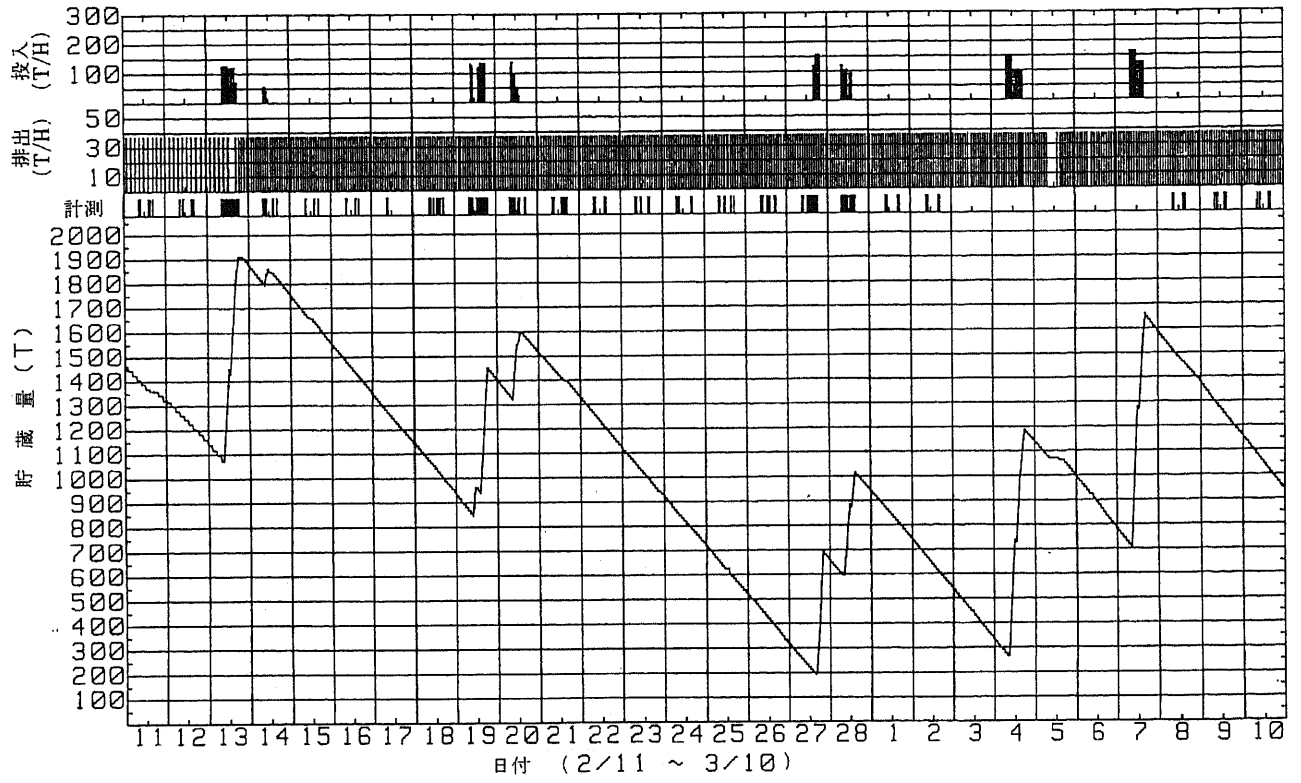
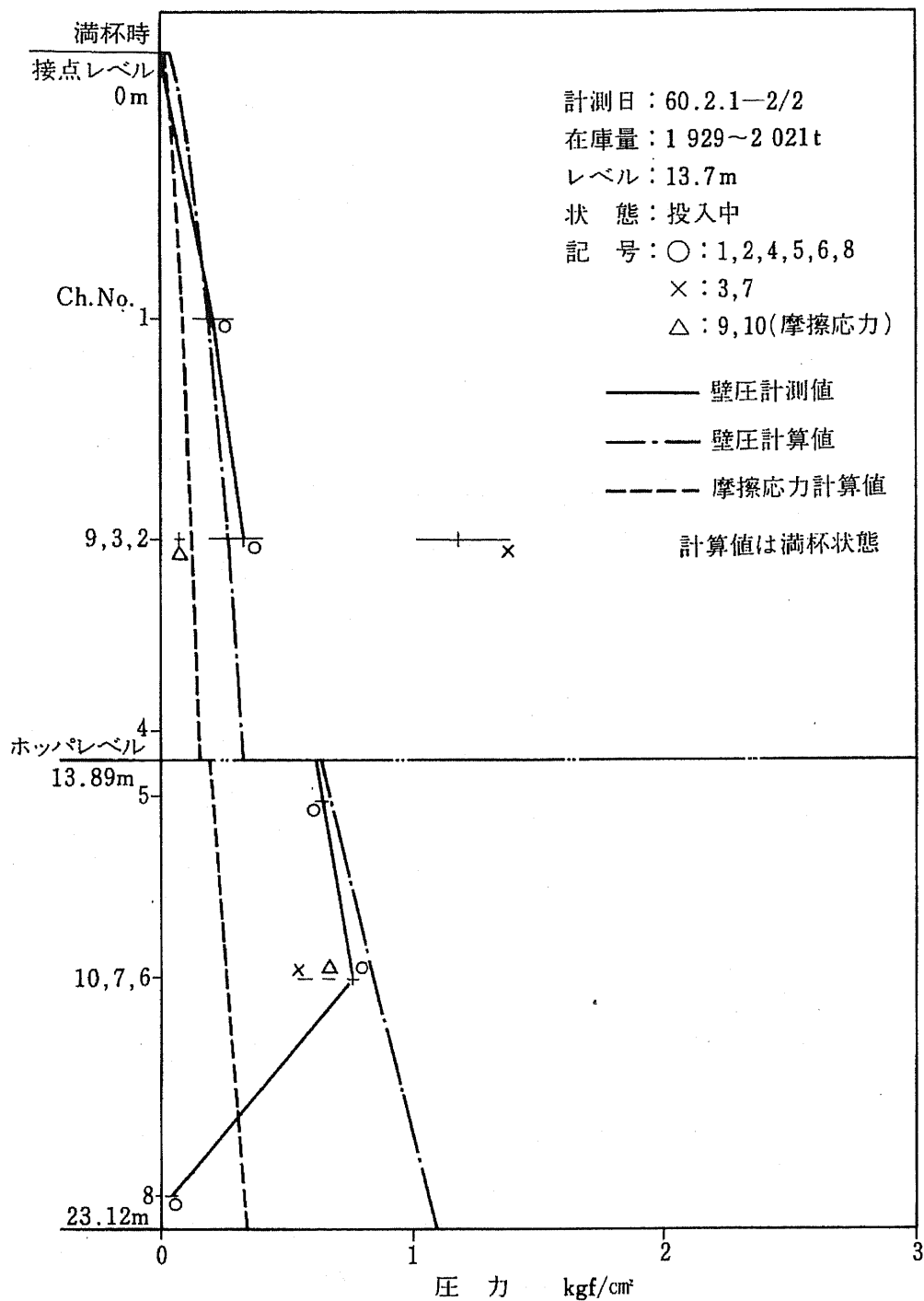
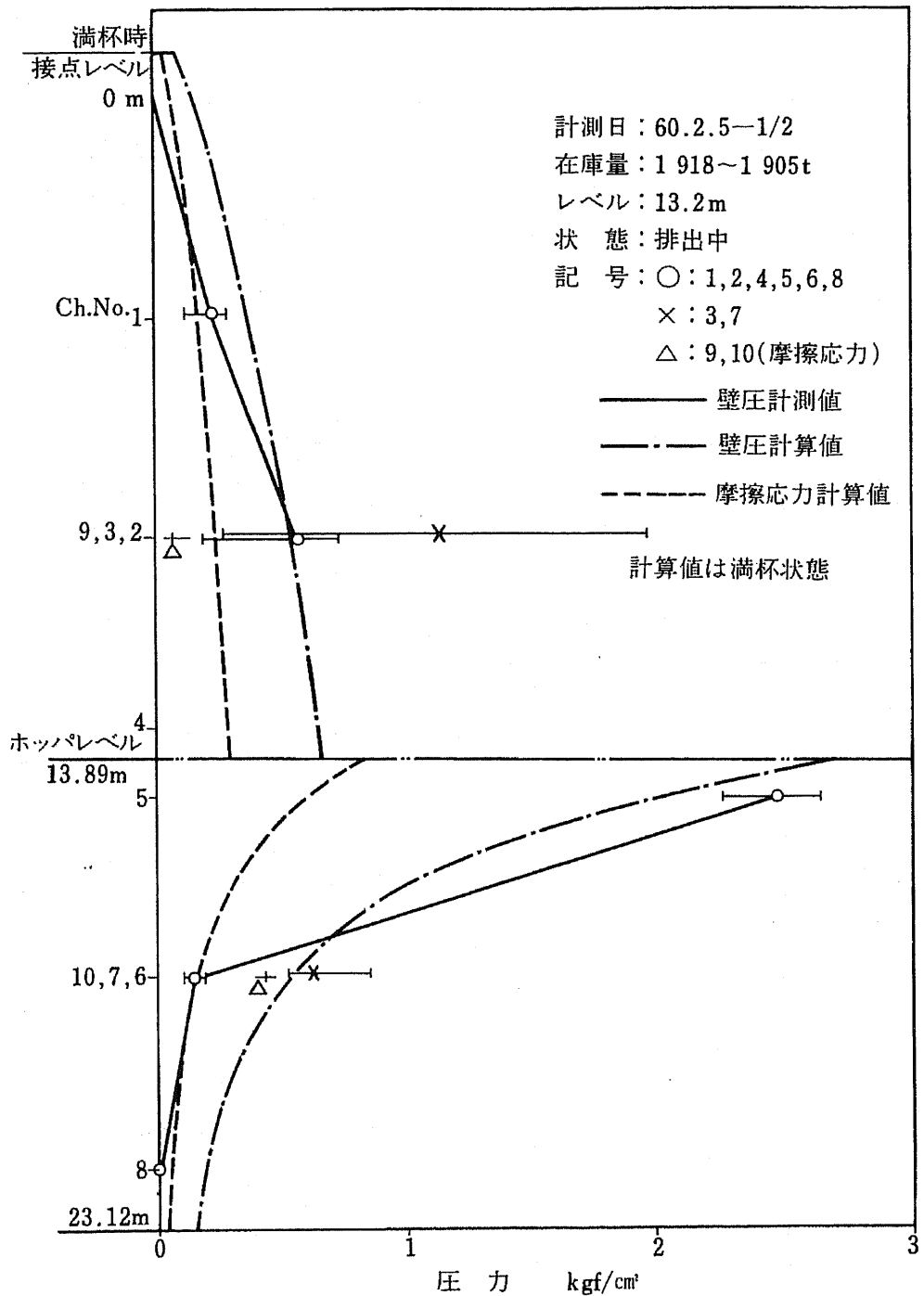


Fig. 6-6 Chart of the amount stored in the silo and the time of measurement



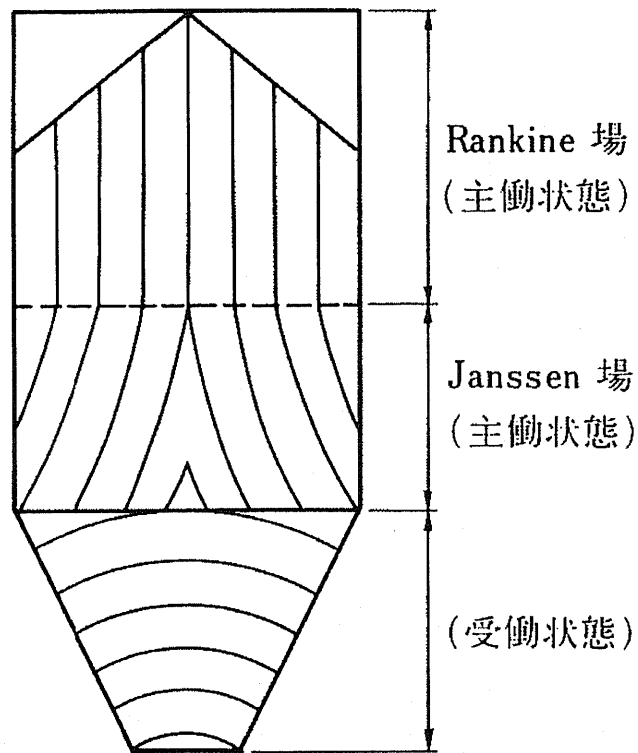
(注) 圧力の換算率 1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

Fig. 6-7 Wall pressures at bin and hopper during filling



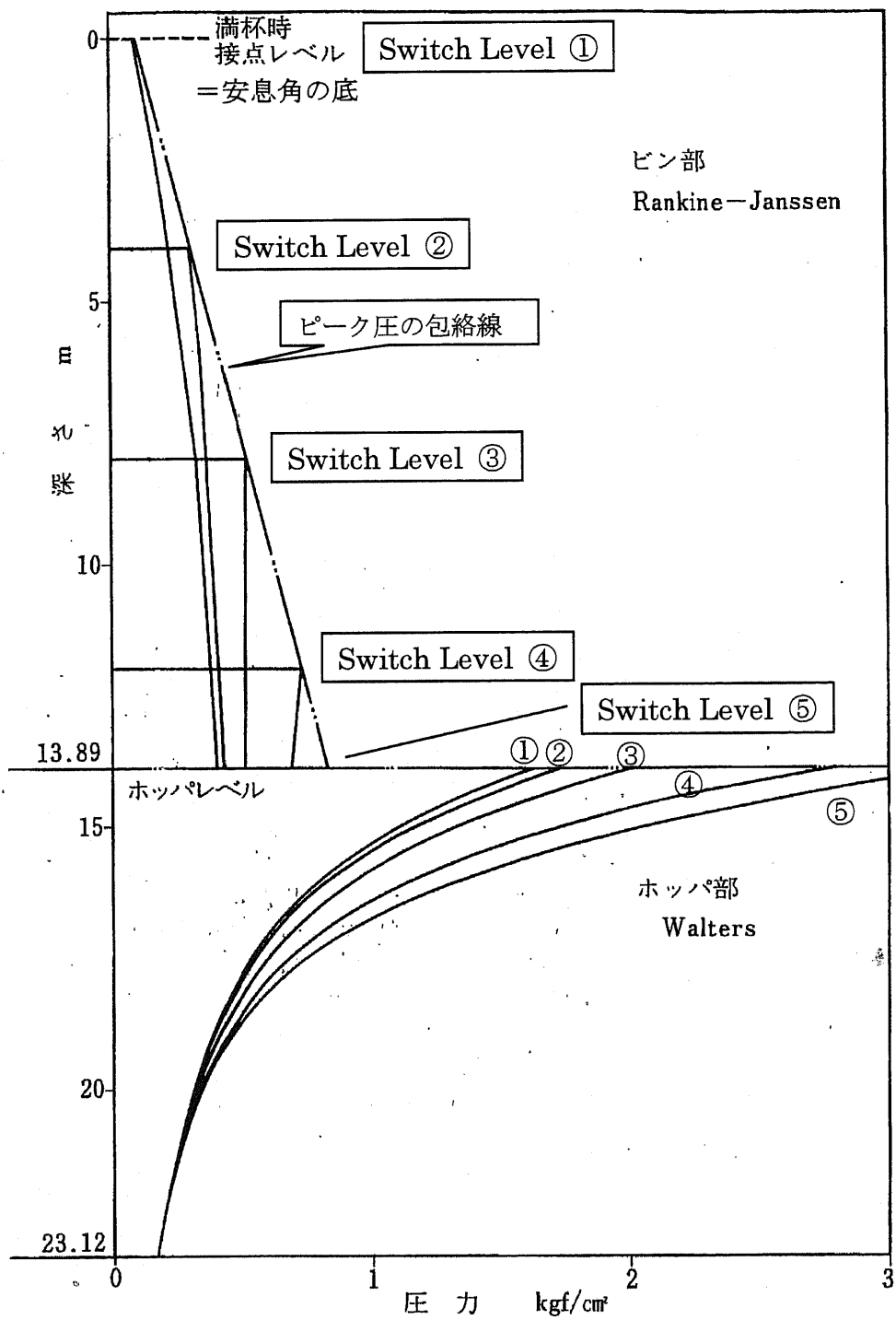
(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 6-8 Wall pressures at bin and hopper during mass-flow discharge



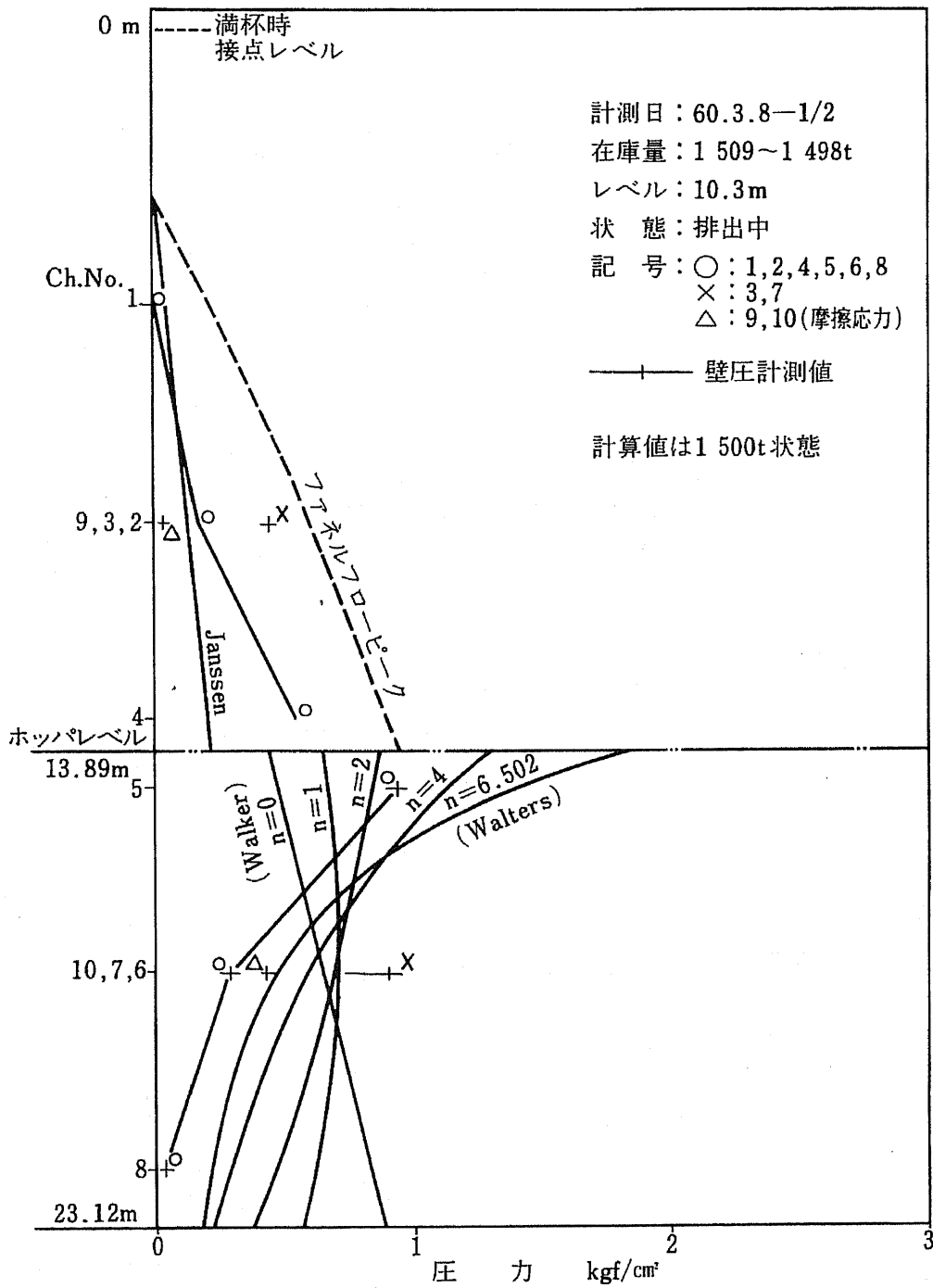
(線群は最大主応力方向を示す。)

Fig. 6-9 Concept of switch of stress state



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 6-10 Mass flow pressures by the switch theory



(注) 圧力の換算率 1 kgf/cm² = 0.09807 kPa

Fig. 6-11 Wall pressures at bin and hopper during funnel-flow discharge

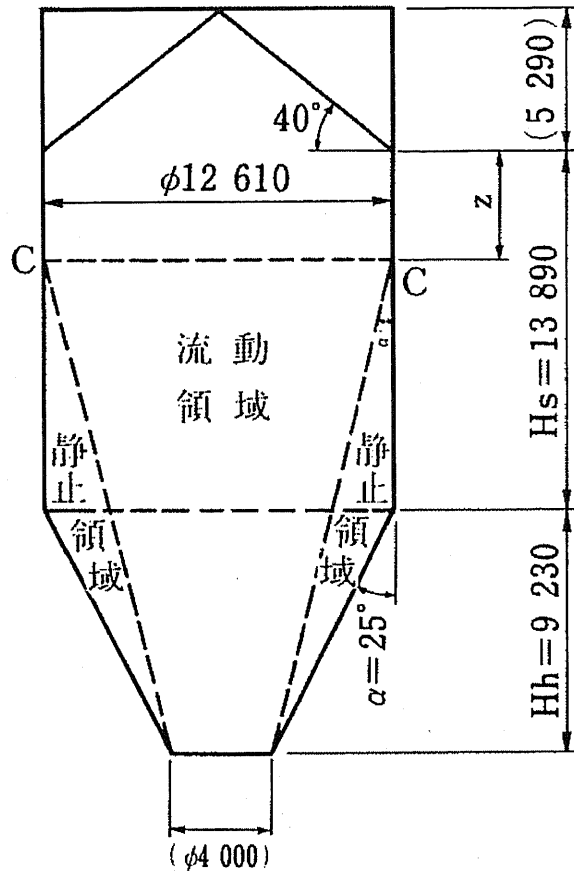
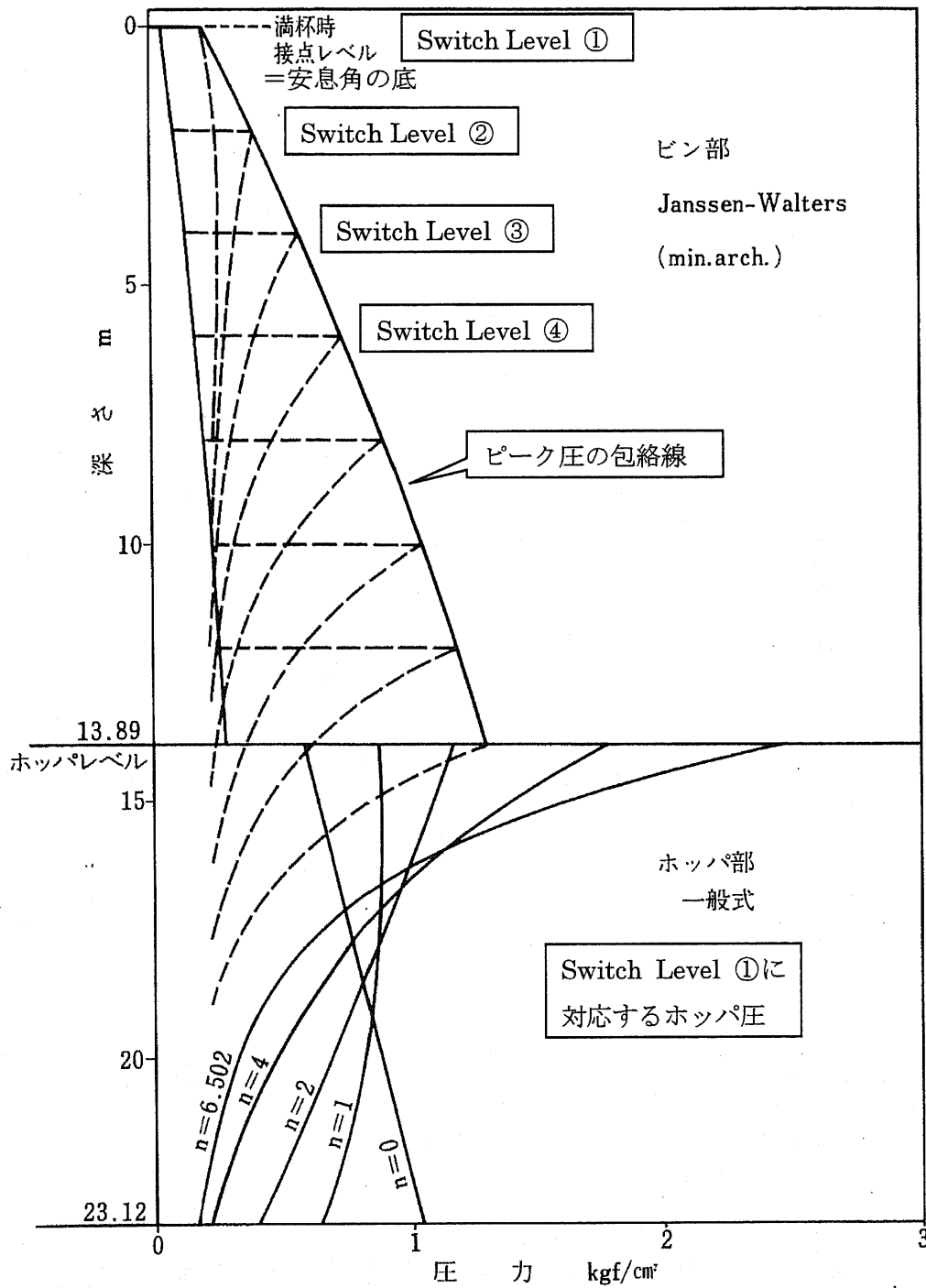


Fig. 6-12 Formation of a flowing region in funnel flow



(注) 圧力の換算率 $1 \text{ kgf/cm}^2 = 0.09807 \text{ kPa}$

Fig. 6-13 Funnel flow pressures by the present theory

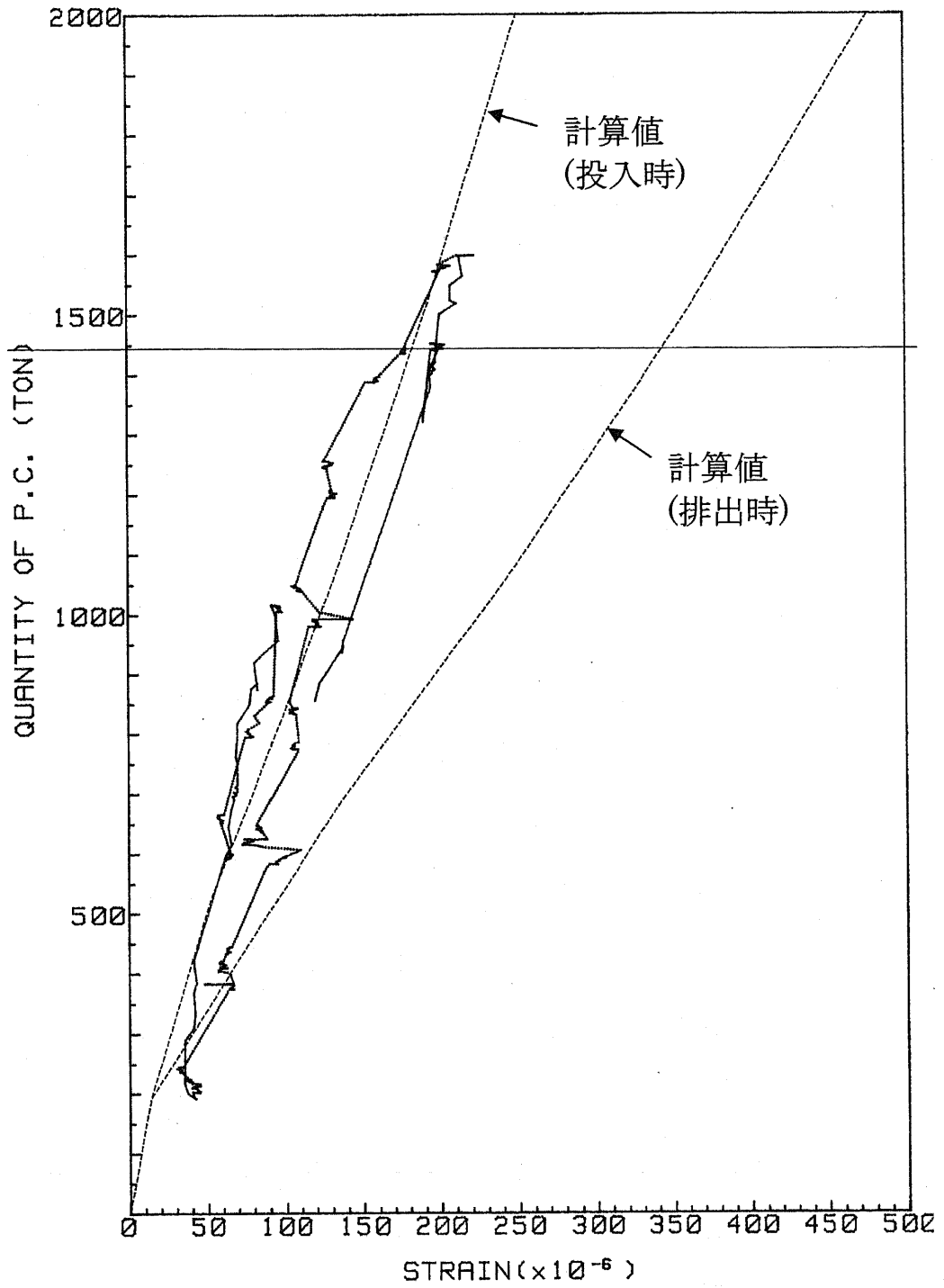


Fig. 6-14 Variation of strain at upper part of hopper (hoop direction)

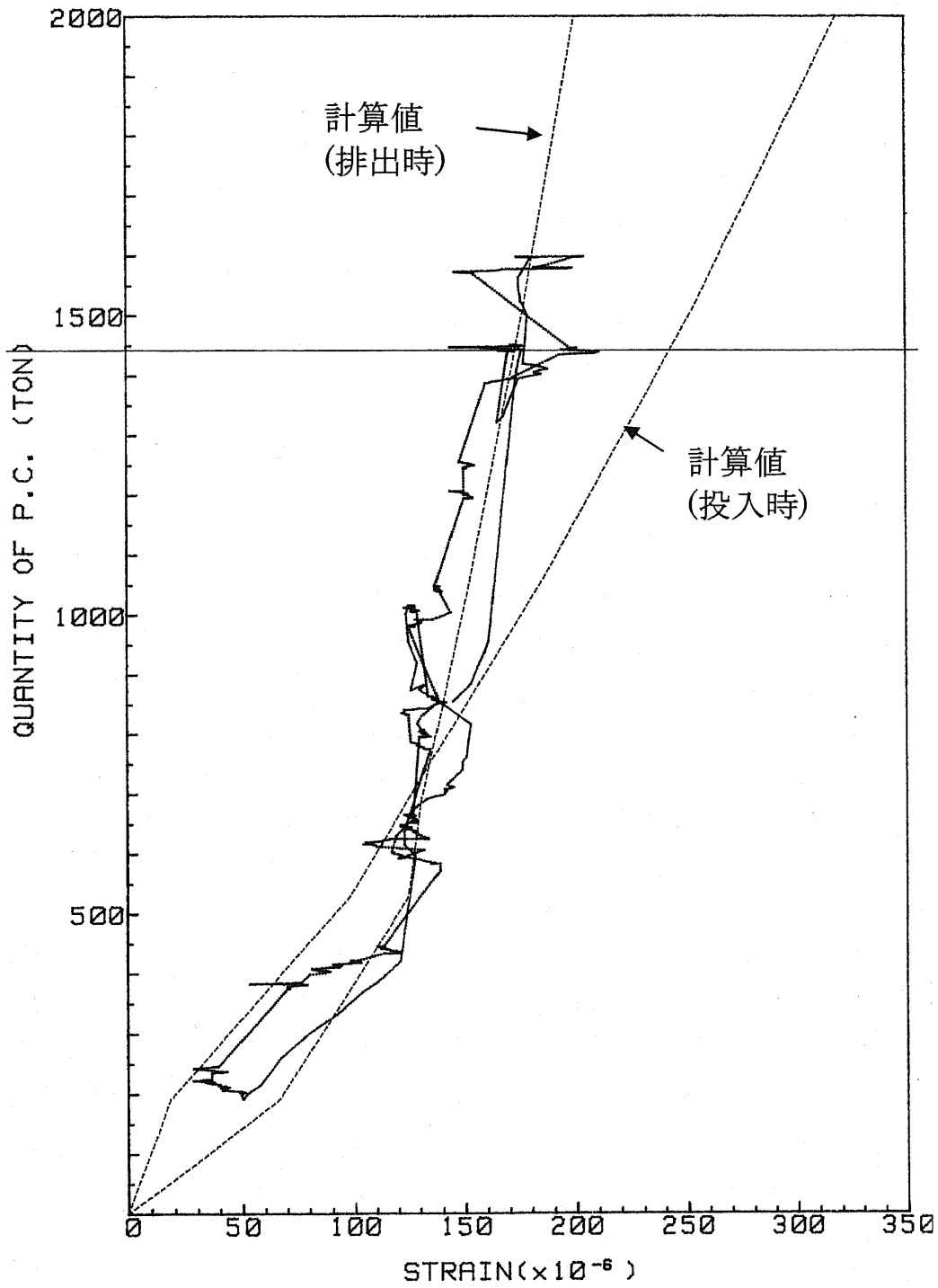


Fig. 6-15 Variation of strain at middle part of hopper (hoop direction)

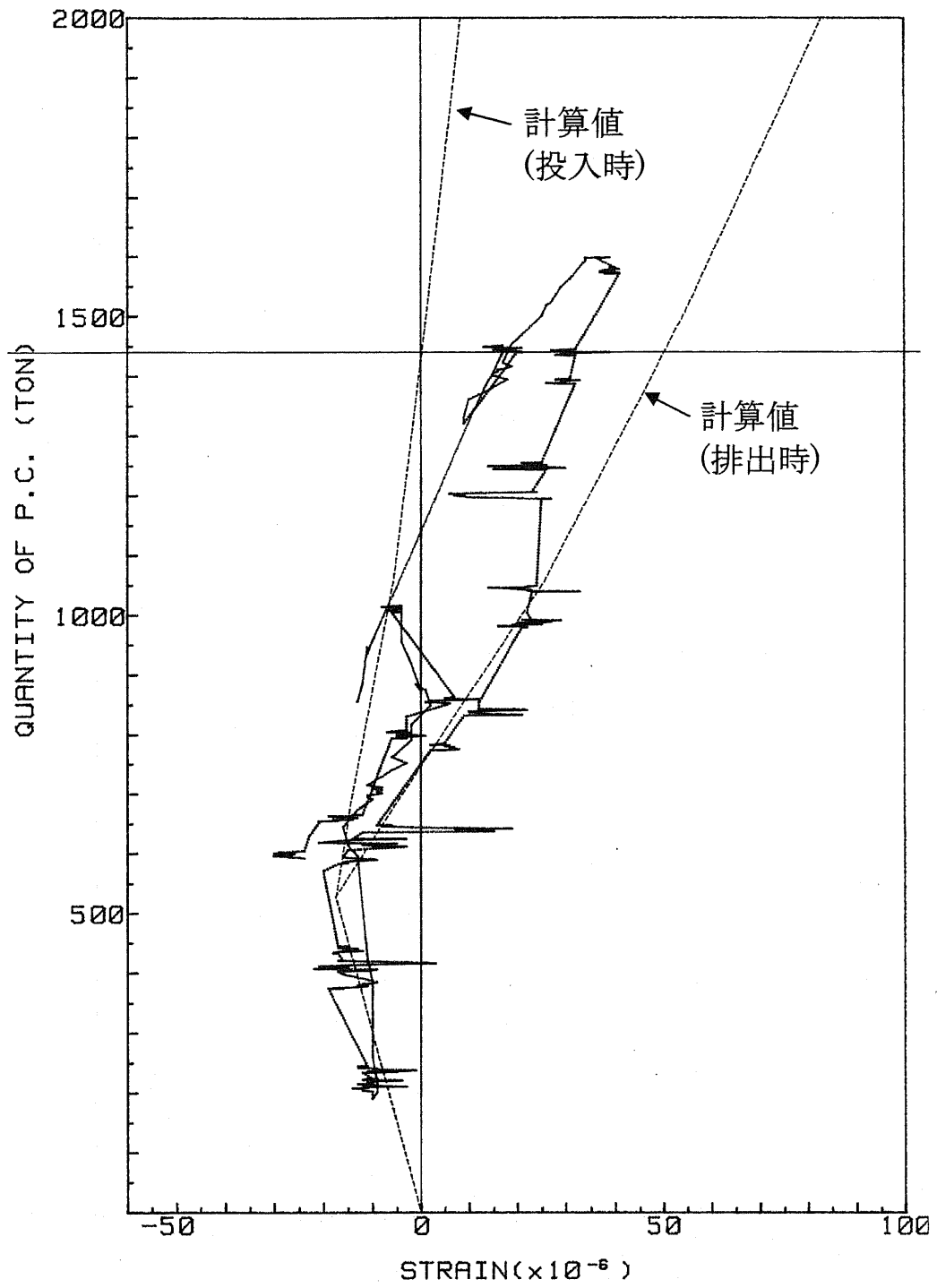


Fig. 6-16 Variation of strain at lower part of bin (hoop direction)

第7章 結論

粉粒体の貯槽における挙動について、流れ状態と応力状態の両面で実験による観察を行い、ハンドリング条件の効果を調査するとともに、汎用的な設計手法の確立を目指して理論モデルの作成を行い、実験による検証を行った。

第1章では、マスフローホッパ内の粉粒体の挙動について、連続体でモデル化し、動的釣合い条件、すなわち慣性項を考慮した運動方程式から出発することにより、速度分布と応力分布を同時に求める理論モデルを作成した。これにより、実験定数を導入することなく、要素の速度が決定され、排出流量を計算することができるようになった。特性線の方法で数値計算を行うことにより、いくつかの事例について速度分布と応力分布の計算例を求め、比較が可能な場合は、既存の理論値および実験値と比較を行い、よい近似を示すことを確認した。

第2章では、円柱粒子を軸を水平方向に整列して充填し排出することにより、理想的な2次元流れを実現したホッパの排出実験を行い、粒子の運動の軌跡、速度の分布および排出流量を測定した。測定した物性値と実験で用いたホッパ条件を用いて、第1章の理論モデルの計算を行い、本理論計算値がこれらの実験値をよく近似することを確認することにより、本理論モデルの有効性を検証した。Brownらが主張した、排出口径の一部をなす空隙幅について、実験結果から求めることができたが、粒子性状やホッパ形状等から空隙幅を予測する手法については今後の検討に待たれる。

第3章では、通常の粉粒体である珪砂を用いた2次元ホッパの排出実験により、ホッパ壁圧分布と排出流量を測定した。ホッパ形状は対称のほか、非対称の場合として片側鉛直ホッパも用いた。第1章の理論を適用して、物性値、ホッパ形状および上部荷重条件を用いてホッパ部の壁圧と排出流量を計算し、実験値と比較した。その結果、壁圧に関してはよく一致することを確認し、理論モデルの検証を行うことができた。排出流量に関しては、実験に用いたビンーホッパ形状がくさび形と見なすには不十分であったため、計算値と十分良好な一致を確認するに至らなかった。

第4章では、小型サイロと中規模サイロを用いた穀物の投入・排出実験を行った。寸法比で実機の1/5~1/7の内径1.4m、ビン部高さ6.4mの中規模サイロにおいて、実機における種々の操業条件を模した条件で粉体圧測定を行い、ハンドリング条件の影響を調査した。また、既存の粉体圧理論値および設計基準との比較を行うとともに、実験値をよりよく近似する簡易粉体圧モデルを提案した。

内径0.3mの小型サイロ実験では、粉体圧測定とサイロ内応力分布の解析を行い、充

填方法との関連を明らかにした。

規模の異なる両サイロの間の粉体圧の相似性を確認し、大型サイロへのスケールアップ可能性を検証した。

第5章では、平底サイロとホッパ付きサイロについて、種々の投入条件および排出条件による投入圧・排出圧の測定を行った。その結果、投入圧は投入条件により一定の傾向の分布を持つこと、また排出圧は、排出条件だけでなく、投入条件にもよって、一定の傾向の分布を生じることを観察した。

理論計算においては、投入条件による物性値の水平面内分布をサンプル分析から求め、これを用いて排出口位置からフローチャンネル境界面を決定し、壁圧の分布を計算した。実験値と比較したところ、投入・排出条件ごとに、ピーク圧の位置と大きさがよく一致しすることを確認した。これにより、投入時の粒度偏析により物性値の分布を決定することが可能であることを含め、本計算方法が妥当であることを検証した。

第6章： NKKのこれまでのサイロ設計手法を適用して建設した石炭サイロの1号機である株式会社クラレ向け 2000t 石油コークス・石炭サイロについて、強度的および機能的に適正であることを実証するために、石油コークスの実操業中の各種測定を行った。ビン部の流れパターンは物性の変動によりマスフローとファネルフローの間で変動するが、付着や閉塞などは生じず排出は円滑であることを観察した。投入・排出時の壁面粉体圧と本体部材応力の計測結果から、(1)ビン部設計圧は Janssen 式と応力状態のスイッチ解析から算定できる、(2)ホッパ部設計圧は、投入圧からマスフロー圧まで含む一般的な粉体圧関係式を用いて算定できる、などの知見を得た。

今後の課題および期待としては、以下のとおりである。

(1) ホッパ部の理論解析については、数値計算の煩雑さを避けるため、単純化による解析解を得る手法を展開する必要がある。差分方程式による数値計算も、近似解析解の一部導入により単純な格子による計算が可能になるので、改良する必要がある。

(2) 円錐ホッパの場合について、流れと応力の挙動を実験し、または既存の実験データを利用し、本ホッパ理論と詳細な比較を行う必要がある。

(3) ビン部においては、粒子の運動速度は問題にならないので、静力学的な応力解析を行うことができる。したがって、現在進展しつつある離散要素法 (DEM) 解析や DEM と他の手法を組み合わせた数値計算手法は有力な手法と考えられ、今後の適用の進展が期待される。

[謝辞]

本論文は著者が日本鋼管株式会社在職中に、多くの方々のご協力のもとに行った研究の成果をまとめたものである。

松本幹治教授（横浜国立大学大学院工学研究院物質工学科）には、最初に穀物サイロの研究の際に協同研究でご指導を賜った。さらに、腰の重い筆者に早く論文をまとめるよう折に触れて勧めてくださり、論文の内容および作成全般に関わり懇切なご指導を賜るとともに、学位論文審査の主査としてご審査を賜った。ここに最大の感謝の意を表します。

上ノ山周教授（横浜国立大学大学院工学研究院物質工学科）、奥山邦人教授（同）、高橋宏治准教授（同）、中村一穂准教授（同）および相原雅彦講師（同）には、学位論文審査委員として有益なご意見並びにご指導を賜った。ここに深く感謝の意を表します。

青木隆一先生（当時横浜国立大学教授および東京大学教授）には、著者が粉粒体の研究を開始した当初から、この分野の研究の現状や課題について多くの有益なご指導を賜った。ここに深く感謝の意を表します。

Robert A. Hallam 先生（当時英国 Bradford 大学化学工学科教授）には、ホップの研究において実験手法のご提案並びに指導を賜った。ここに深く感謝の意を表します。

さらに、以下の方々からそれぞれご支援並びにご協力を賜った。

明石哲夫氏（現 J F E エンジニアリング(株)）には、穀物の中規模試験サイロ実験や物性試験等において、持ち前の行動力によって多大な貢献をしていただいた。

弘中俊一氏および北川雄二氏（ともに当時日本鋼管(株)）には、石炭サイロ開発のチームメートとして、設計マニュアルの取りまとめや実機石炭サイロの試験において多大な貢献をしていただいた。

日本鋼管(株)化工設計室（当時）の方々には、穀物サイロの研究テーマを提供いただき、また試験サイロを建設していただいた。

株式会社クラレ岡山工場の関係者の方々には、実機石炭サイロを試験に供していただき、測定に便宜を図っていただいた。

米国 R. S. Fling & Partners 社の Dr. Mostafa Mahmoud ほかには、石炭サイロの実際の設計方法について多くのことを教えていただいた。

以上、本論文は多くの方々のご指導、ご協力のもとに作成できたものであることを記し、ここに深く感謝の意を表します。

[関連論文・講演等]

[学術論文]

- 1) Suzuki, M., T. Akashi and K. Matsumoto: "Flow behaviour and stress conditions in small and medium silos",
Bulk Solids Handling, Vol.5, No3, pp. 611-620 (Jun. 1985)
- 2) 鈴木光夫:「フローチャンネルを考慮したファネルフローサイロの粉体圧分布」
化学工学論文集, 第21巻, 第3号, pp. 554-564 (Mar. 1995)
- 3) 鈴木光夫, 松本幹治:「マスフローホッパにおける粉粒体の重力流れ挙動」
粉体工学会誌, 第46巻, 第10号, pp. 738-749 (Oct. 2009) (in press)

[解説・総説]

- 1) 鈴木光夫、明石哲夫、木内貞毅、小原俊一:「鋼製サイロの粉体圧」
日本鋼管技報 No.106, pp. 82-90 (Jan. 1985)
- 2) 鈴木光夫、弘中俊一、北川雄二、保坂安邑、前園廣光:「石油コークス／石炭サイロの実機確認実験」
日本鋼管技報 No.111, pp. 44-52 (Jan. 1986)

[講演]

- 1) 鈴木光夫、R. A. Hallam:「ホッパにおける粉粒体の挙動（第1報）速度分布と流量」
粉体工学会 昭和56年度春期研究発表会 講演要旨集 (May 1981)
- 2) 鈴木光夫:「ホッパにおける粉粒体の挙動（第2報）応力分布」
粉体工学会 昭和56年度春期研究発表会 講演要旨集 (May 1981)
- 3) Suzuki, M., T. Akashi and K. Matsumoto: "Powder pressures in steel silos",
日韓粉体工学セミナー (韓国・慶州) 講演要旨集 (Aug. 1985)