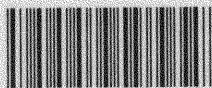


# 高密度実装における構造信頼性設計に関する研究

平成 14 年 3 月

横浜国立大学附属図書館



11160472

廣 畑 賢 治

高密度実装における構造信頼性設計に関する研究

A Study on Structural Reliability Design in High Density Packaging

平成 14 年 3 月

横浜国立大学附属図書館



11160472

廣 畑 賢 治

## Abstract

In conducting structural design or demonstrating the reliability of electronic devices effectively, it is necessary to take various scatters into consideration which are induced in the load assessment, material characteristics, stress analyses and manufacturing. Therefore, an efficient method for probabilistic reliability design for electronic packages was proposed in this paper. Important results are classified into three parts as follows.

- (1) By combining mechanical analysis, response surface methodology and the Monte Carlo method, the probability distributions of the structural response variables such as stress values can be calculated. Consequently, the failure probability can be generated by comparison of the probability distributions with the design criteria. This method was applied for the structural design of electronic packages which are subject to temperature variations arising as a result of the power switching and ambient temperature changes. The results of the application for package design indicate that it is possible to balance many structural response variables by use of the joint failure probability, and to improve the safety factor.
- (2) The response surface approximation or failure probability with uncertainty can be updated using a new method based on Bayes theory for the purpose of estimating the reliability of the packages more accurately in combination with data of numerical experiments or reliability tests. Furthermore, it is indicated that in the case that some response surface approximations for design space were stored and many sampling data from these approximations can be generated easily, the information of the design variables such as interaction among variables can be extracted and identified by applying various response surface models with many interaction terms actively.

(3) It is necessary to obtain the distribution of the material strength in order to evaluate the reliability accurately. Because material strength tests or reliability tests are generally time-consuming, a more effective test method is desirable. Therefore, two efficient test methods were developed. Firstly, the mechanical fatigue test method for BGA solder joints using the measurement for the electric resistance of a solder bump was attempted for estimating the fatigue life distribution efficiently. Secondly, a new reliability test method for delamination between chip and underfill resin is proposed. And the validity of the mechanical test method could be verified from the results of stress analyses and experiments. Furthermore, considering the chip/underfill delamination statistically based on the assumption of Markov process, it was shown that the delamination probability during cyclic loads could be estimated.

## 目次

第1章 総論	…1
1.1 本研究の目的と概要	…1
1.2 高密度実装設計と信頼性評価	…3
1.3 本論文の構成	…6
参考文献	…7
第2章 統計・確率論的手法を用いた構造信頼性解析	…9
2.1 緒言	…9
2.2 応答曲面法に基づく構造信頼性解析法	…10
2.2.1 応答曲面近似式の作成および分散分析	…10
2.2.2 構造応答確率分布および不良発生確率の算出	…11
2.3 FC-BGA 半導体パッケージの構造信頼性解析への適用例	…12
2.3.1 解析方法	…12
2.3.2 改善例	…16
2.3.3 考察	…16
2.4 圧接工法による半導体パッケージの構造信頼性解析への適用例	…17
2.4.1 接続マージン評価	…17
2.4.2 解析方法	…20
2.4.3 考察	…22
2.5 結言	…23
Appendix モンテカルロ法による不良発生確率の算出	…24
参考文献	…27
第3章 ベイズ論に基づく信頼性解析の高精度化	…45
3.1 緒言	…45
3.2 信頼度の高精度化手法	…45
3.2.1 信頼性試験データによる高精度化	…45
3.2.2 適用例	…46
3.2.3 考察	…46
3.3 応答曲面近似式の高精度化手法	…47
3.3.1 高精度化手法のながれ	…48
3.3.2 適用例	…53
3.3.3 考察	…57
3.4 結言	…58
参考文献	…59

第4章 接着・接合強度の統計データに関する効率的取得	…66
4.1 緒言	…66
4.2 はんだ接合部の統計的疲労強度試験法	…66
4.2.1 試験方法	…66
4.2.2 試験結果	…67
4.2.3 考察	…68
4.3 アンダーフィル樹脂の接着信頼性試験法	…69
4.3.1 試験方法	…69
4.3.2 応力解析による検証	…70
4.3.3 試験結果	…71
4.3.4 確率モデルによる剥離発生確率の算出	…72
4.3.5 考察	…74
4.4 結言	…75
参考文献	…76
第5章 高密度実装の構造信頼性設計への応用	…96
5.1 緒言	…96
5.2 半導体パッケージの実装信頼性設計への適用例	…96
5.2.1 解析方法	…96
5.2.2 実装信頼性設計における安全係数	…101
5.2.3 高密度実装構造における信頼性設計	…103
5.2.4 考察	…104
5.3 統計的決定理論による設計案策定の試み	…105
5.3.1 統計的決定理論の概要	…105
5.3.2 簡単な事例	…107
5.3.3 考察	…109
5.4 結言	…110
参考文献	…111
第6章 総括	…119
公表論文	…121
謝辞	…122

# 第1章 総論

## 1.1 本研究の目的と概要

高密度実装構造は必要にして十分な強度や寿命を有することが要求され、その構造設計においては、機械的な破損を防止するために可能な限り信頼性を考慮しなければならない。また、高集積・高発熱化する実装構造に対して信頼性を確保すると同時に、経済性の向上を図ることも高密度実装設計に課せられた重要な使命である。性能や信頼性という品質を確保しながらトータルコストを低減することが高密度実装設計の目標となっており、従来から、新しい実装形態/プロセスや新材料の開発など、高密度実装の実現に向けてさまざまな研究開発が行なわれてきた。熱流体・応力解析などの要素解析技術の進歩や、材料/製造プロセスおよび不良メカニズムに関する知識の蓄積などによって、解析・評価技術を利用した実装設計が行なわれている。しかし、高密度実装設計において、設計に内在する不確実性を考慮した信頼性の定量的な評価については現在端緒についたばかりと考えられ、信頼性設計への実用化はまだ十分になされていない。接着・接合部の信頼性確保に対する統計的手法に見られる一部の応用技術を除き、構造信頼性工学の高密度実装構造への導入が必ずしも積極的に行なわれているわけではない。その主な理由としては、設計に内在する不確実要因が複雑に関与するために、一般にこれらに対する評価モデルを効率的かつ汎用的に作成することが容易でないこと、また、経験を基盤とした規則や安全係数を用いて評価を行ってきたことなどが考えられる。しかし、新しい材料や実装構造を導入した電子機器の信頼性、あるいは新しい使用環境や新たな負荷想定下の機器における信頼性を評価する場合においては、従来の経験則や安全係数が持つ簡便性だけでは現実には対処できない問題も多く、構造信頼性評価に対するより詳細な取扱いが必要になってきている。さらに、経済性と信頼性のバランスを図るには、設計のできるだけ前段階において、統計・確率論的手法に基づく信頼性評価を行うことが不可欠である。

このような背景から、本研究では、高密度実装の構造信頼性が十分であるか、また構造信頼性確保の要求を満たすために信頼性設計をいかに行うべきかについて、主として半導体パッケージの実装信頼性を予測するための方法および信頼性予測を高精度化するための方法を確立することを目的に、以下に示す方法を用いて構造信頼性工学を基本とした実用に則した信頼性設計方法を検討した。

- (1) 機械的な要素解析技術に応答曲面法やモンテカルロ法を導入し、不確実要因の関数として、応力やひずみといった構造応答を近似的に表現することで、構造応答の確率分布や不良発生確率を効率的に算出することが可能となった。また、半導体パッケージの実装信頼性設計に試適用することにより、複数の構造応答の評価が必要な場合でも、結合不良発生確率により、市場での負荷因子などの高密度実

装設計に内在する不確実要因の影響を考慮した上で、信頼性を定量的に評価できることを示した。さらに、損失関数の概念を導入した統計的決定理論を用いることにより設計案の策定を行なうことを試み、期待損失を最小化するのに有効であることを示した。

- (2) 信頼性予測においては、応答曲面モデルにおける誤差やばらつき要因の検査データ不足などにより、不確かさが内在する場合があることを考慮し、ベイズ理論を用いて、応答曲面近似式あるいは信頼度自体を高精度化することを試みた。半導体パッケージの構造信頼性予測に試適用し、設計空間情報あるいは信頼性試験情報が得られるたびに逐次アップデートすることにより高精度化可能であることを示した。さらに、設計空間情報が複数の領域において応答曲面近似式として蓄積されるに従い、設計空間情報の未知の部分に対して積極的に新たな応答曲面モデルで表現し、状態量推定アルゴリズムと多重仮説検定を導入することにより、適合確率を指標に能動的に情報抽出を行うことが可能であることを示した。
- (3) 高密度実装構造において重要な BGA(Ball Grid Array)はんだ接合部疲労強度信頼性データとフリップチップ用アンダーフィル樹脂の接着信頼性データを効率的に取得するための試験法および評価法の開発に取り組んだ。まず、はんだバンプ接合部単体の電気抵抗変化測定と BGA はんだ接合部の機械的疲労試験を組み合わせることにより、バンプ接合部の疲労寿命分布を効率的に取得することを可能とした。次に、温度サイクル試験においてチップ/アンダーフィル界面コーナー部に生じる熱応力を、機械荷重により模擬する機械的疲労試験法および確率モデルによる評価法を提案し、剥離発生確率分布を効率的に算出できることを示した。

以上に述べたように本研究では、解析技術に統計・確率論的手法を導入することにより、構造信頼性工学に基づいて高密度実装における構造信頼性設計を支援することが可能な、実用に則した手法の開発に取り組んだ。



## 1.2 高密度実装設計と信頼性評価

本研究の背景を説明するために、本節では高密度実装構造の変遷<sup>(1)~(3)</sup>と強度信頼性の問題<sup>(4)~(8)</sup>、要素解析・評価技術を利用した実装設計<sup>(9)~(30)</sup>、およびそれらに関連する主な研究について概括する<sup>(7)(50)</sup>。

電子機器における“実装”は、機器の中の構成要素を組み上げるという意味で用いられている<sup>(3)</sup>。その過程では、IC(Integrated Circuit)やLSI(Large Scale Integration)などのチップを半導体パッケージとして包み込む過程(1st level packaging)、能動素子や受動素子である半導体パッケージを回路基板に接続する過程(2nd level packaging)、回路基板をコネクタなどで各部に接続し筐体に固定する過程(3rd level packaging)に分けることができる。本研究では主に、1st level packaging と 2nd level packaging に関わる接合部の構造信頼性設計を対象にする。1st level packaging においては、LSI チップの電極からパッケージの電極(例えばリードフレームやキャリア基板の電極など)へ接続を行う。この接続のことを一般に Inner Lead Bonding(ILB)と呼ぶ。ILB の方法としては、従来の Wire Bonding や Tape Carrier Bonding(TAB)に加えて、チップ全面に電極が配列できるために多ピン化に適している Flip-chip Bonding が高密度実装技術として実用化されつつある。Flip-chip Bonding 用の接合部としては、100  $\mu$ m 以下の微細なはんだ接合部を用いたはんだ系の接合方式と、ACP(Anisotropic Conductive Paste)などの導電性接着剤を利用した金バンプなどの非はんだ系による接合方式に大別され、半導体パッケージに要求される仕様に合わせて使い分けが行われている。一方、2nd level packaging においては、半導体パッケージの電極から回路基板電極へ接続を行う。この接続を Outer Lead Bonding(OLB)と呼ぶ。OLB の接続方法としては、はんだ接合が広く用いられている。これは、はんだ付けが比較的低い温度で多数の電子部品を同時かつ安価に接続できて、生産性に富む方法であるためである。半導体パッケージの回路基板への実装形態・製造プロセスとしては様々な方法が開発されてきた<sup>(1)~(2)</sup>。従来の DIP(Dual In-line Package)などを対象としたスルーホール実装法では、基板に設けられた穴にリードを差込み裏面から強固に接合されていた。これに対し、1980 年代後半から急速に普及してきた QFP(Quad Flat Package)や SOP(Small Outline Package)などの表面実装法は、基板上に設けられたパッドにリードを接合することを特徴としている。基板の多層配線化ともあいまって実装密度の飛躍的な向上が図れるため、小型軽量のノート型パソコンや携帯電話機の製品化に大きく寄与した。1990 年代中頃より BGA(Ball Grid Array)パッケージが実用化してきた。BGA パッケージは、ピンやリードを介さずにボール状のはんだバンプで基板上に直接接合されるために一層の小型化が図れる。また、遅延時間の短縮が可能となり、電気特性の面からのメリットも大きい。さらに近年では、CSP(Chip Scale Package)と呼ばれるパッケージがメモリなどの実装で普及しつつある。CSP の実装形態は BGA パッケージとほぼ同様であるが、バンプ径が 200~300  $\mu$ m と微細化が進行している。チップ電極と回路基板電極の接続をダイレクトに行うフリップチップ実装も実用化している。

今後は、MCM(Multi Chip Module)や三次元実装構造といった実装形態の開発もさらに進展すると考えられる。

このように、高密度実装が実現できつつある反面で、機械的な信頼性のマージンが削られていき、実装信頼性の問題が顕在化している<sup>(4)~(6)</sup>。特に、材質の異なるパッケージの構成部材と基板の熱膨張差を直接に吸収する ILB や OLB の接合部には高密度化に伴い厳しい負荷が加わる傾向にあり、接合部の強度信頼性問題は一層顕著化している。また、チップの大型化やパッケージの薄型化あるいははんだ接合部の鉛フリー化によるリフロー温度上昇に伴い、封止用樹脂あるいは接続用樹脂の剥離を起因とした破損問題も一層重要になってきている。今後、MCM や三次元実装構造といった実装形態では、これらの問題に加え、チップ割れや基板の反り・破損といったような問題も顕著化すると考えられる。その結果、構造設計や材料選定によって、複数の不良モードが生じる場合が多くなり、各部の応力やひずみといった複数の構造応答をバランスさせることが、高密度実装構造の信頼性確保においては必要になってくる。従来より、熱流体解析や応力解析といった要素解析技術や、はんだ接合部の熱疲労寿命評価法<sup>(4)~(23)</sup>や樹脂剥離強度評価法<sup>(24)~(31)</sup>などの強度評価技術に関して、多くの研究が行われてきており、このような解析・評価技術を利用した実装設計が行われている。これらの解析・評価技術の高精度化や、新たな不良モードにおける強度評価技術の確立などの要素解析・評価技術や試験法に関する開発は今後も重要であるが、それに加えて、複数の不良モードのトレードオフ問題を解決し、システムとしての実装信頼性を効率的に確保するための設計支援方法を確立することが、必要十分な信頼性を確保しつつ経済的な高密度実装設計を行う上で必須であると考えられる。さらに、高密度実装設計においては、負荷/材料/製造に基づく多くのばらつきが内在する。高密度実装の場合、基板、接続用樹脂、封止樹脂といったように、材料特性に大きなばらつきの内在する樹脂が多く用いられることや、各部の寸法が小さいことによる形状効果から形状寸法のばらつきの影響が顕著化することが特徴的である。また、電子機器が使用される環境温度や、On/Off 回数などの市場で受ける負荷データは確率的であり、負荷算定には大きな不確実性が内在する。このように、破損およびこれに関連する要因の多くは確率量であり、高密度実装設計を効率的に行うためには、統計・確率論に基づく構造信頼性工学<sup>(32)~(34)</sup>を導入することが重要である。そのためには、負荷を合理的に算定した上で、多くのばらつき要因が信頼性に及ぼす影響度を効率的に把握し、複数の構造応答をバランス可能な信頼性解析手法が不可欠であると考えられる。

信頼性工学に関する研究は、1950 年代初期において、電子機器の機能達成に関する予測を行うために米国で開始された<sup>(36)</sup>。電子機器の構成要素について、信頼度関数を実験的に定め、それらを合成することによりシステムとしての信頼性を予測するという方法がとられてきた。構造信頼性工学は、ハードウェア製品やその構成要素の強度信頼性を定量的に解析、評価し、信頼性や安全性の確保と向上に役立てるもの

であり、信頼性工学<sup>(37)</sup>の一つの重要な分野となっている<sup>(38)~(44)</sup>。ほぼ一定の環境下でほぼ均質の部品(構成要素)が使用されるという仮定のもと、実験的に構成要素の信頼度関数を定め、不良発生確率という概念だけで記述できる従来の信頼性工学とは異なり、不良発生確率の内容にまで立ち入り、破損モデルに基づく理論的検討を行い、さらにはこの値をコントロールする必要がある点が、構造信頼性工学の特徴である。強度信頼性を定量的に取り扱うために、機器やその構成要素が与えられた条件で規定の期間中、要求された機能を果たす確率あるいは信頼性指標 $\beta$ <sup>(41)</sup>を用いて信頼性を定量化する<sup>(35)</sup>。この確率のことを一般的に信頼度(=1-不良発生確率)という。不良発生確率を算出するためには、現象論に基づく強度評価法により求められた破損条件を与える必要がある。破損と相関のある応力やひずみといった構造応答の確率分布が明らかになれば、破損条件と照らし合わせることにより、不良発生確率が求められる。高密度実装構造における強度の統計・確率論的取扱いに関する研究として、北野ら<sup>(45)</sup>は、疲労寿命分布にワイブル分布を仮定し、はんだ接合部の強度信頼性に関する片側許容限界を評価することで、市場負荷を合理的に加速した信頼性試験条件を設定することを提案している。上貝ら<sup>(46)</sup>は、疲労寿命分布に対数正規分布を仮定することで、同様の議論を展開している。また、白鳥・千ら<sup>(47),(48)</sup>は1次近似2次モーメント法<sup>(41)</sup>により、近似的に接合部の構造応答に関する統計量を算出することを試みている。しかし、解析技術を利用し、構造応答のばらつきについても考慮した上で、高密度実装設計における信頼性を定量的に評価する試みについては現在端緒についたばかりと考えられ、信頼性設計への実用化はまだ十分になされてはおらず、構造信頼性工学の高密度実装構造への導入が必ずしも積極的に行なわれているわけではない。その主な理由としては、設計に内在する不確実要因が複雑に関与するために、一般にこれらに対する評価モデルを効率的かつ汎用的に作成することが容易でなく、設計に内在するばらつき要因の確率分布が与えられても、構造応答の確率分布や実装信頼性を効率的に求めることが困難な場合が多かったこと、また、経験を経験として規則や安全係数を用いて評価を行ってきたことなどが考えられる。しかし、先にも述べたように、新しい材料や構造を導入した電子機器の信頼性、あるいは新しい使用環境や新たな負荷想定下の機器における信頼性を評価する場合においては、従来の経験則や安全係数が持つ簡便性だけでは現実には対処できない問題も多いため、設計のできるだけ前段階において、統計・確率論的手法に基づく、より詳細な取扱いが必要になってきている。構造応答の統計量を解析する手段としては、摂動法ないし偏微分に基づく確率有限要素法<sup>(48)</sup>がよく知られている。谷ら<sup>(49)</sup>は、確率有限要素法により、接合部の構造応答に関する統計量を算出している。問題によっては極めて効率的に不確実性を評価することができるが、大規模な非線形問題に対しては、多くの計算回数を必要とすることや汎用プログラムを利用しにくいなどの問題があり、不確実性の評価が困難な場合もある。そのため、信頼度を効率的に算出できる信頼性解析手法の開発が必要であると考えられる。

### 1.3 本論文の構成

本論文は6章から構成されている。第1章では、高密度実装構造の変遷と強度信頼性の問題について概括するとともに、構造設計や信頼性確保に対する信頼性工学の必要性を述べている。高密度実装構造における効率的な実装信頼性解析法とその高精度化手法の開発が、本研究の目的である。

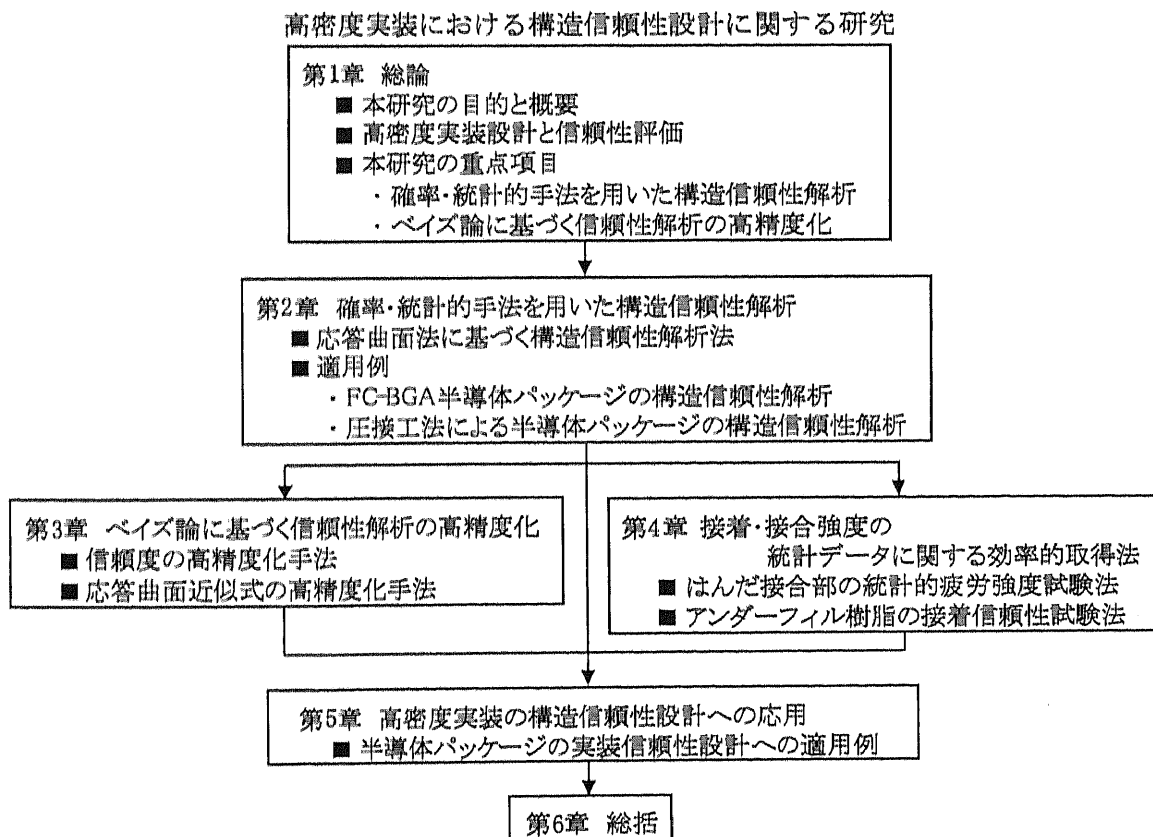
第2章では、高密度実装の構造信頼性が十分であるか、また構造信頼性確保の要求を満たすために信頼性設計をいかに行うべきかについて、主として半導体パッケージの実装信頼性を効率的に予測するための方法について検討を行なう。

第3章では、信頼性予測においては、不確かさが内在する可能性があることを考慮し、ベイズ理論を用いて、応答曲面近似式あるいは信頼度自体を高精度化することを試みる。

第4章では、高密度実装構造において重要なはんだ接合部の疲労強度信頼性データとフリップチップ用アンダーフィル樹脂の接着信頼性データを効率的に取得するための試験法および評価法について検討を行なう。

第5章では、本研究で提案する信頼性予測法を、半導体パッケージの実装信頼性設計に応用することにより有効性を検証する。

第6章では、本研究の総括を述べている。



## 参考文献

- (1) Rao,R.Tummala, et. al., マイクロエレクトロニクス・パッケージング・ハンドブック, 日経 BP 社, (1991).
- (2) 香山晋・成瀬邦彦, VLSI パッケージング技術(上), (下), (1993), 日経 BP 社.
- (3) 大塚寛治・宇佐美保, 半導体パッケージング工学, (1997), 日経 BP 社.
- (4) 日本機会学会 研究協力部会 RC128 電子デバイス/電子機器の強度・信頼性評価に関する研究分科会 研究報告書, (1996).
- (5) 日本機会学会 研究協力部会 RC144 エレクトロニック・パッケージングにおけるマイクロ接合の信頼性評価に関する研究分科会 研究報告書, (1998).
- (6) 日本機会学会 研究協力部会 RC162 エレクトロニクス実装における信頼性評価に関する研究分科会 研究報告書, (2000).
- (7) 向井稔, 表面実装におけるはんだ接合部の熱疲労寿命評価法に関する研究, 東京工業大学 学位論文, (2001).
- (8) 川上崇・ほか 6 名, 実装設計時における機械工学的信頼性解析技術, エレクトロニクス実装学会誌, Vol.4, No.5, (2001), 406-411.
- (9) Norris,K.C., et. al. , IBM Res. Develop, Vol.13, (1969), 266-271.
- (10)北野誠・ほか 2 名, 機論, 54-505, A, (1988), 1709-1715.
- (11)Solomon,H.D., IEEE Trans.ASME, J. Elect. Pack., Vol.111, (1989), 75-82.
- (12)北野誠・ほか 2 名, 機論, 56-525, A, (1990), 1140-1147.
- (13)向井稔・ほか 3 名, 機講論, No.910-79, (1991), 223-224.
- (14)種田元治・ほか 2 名, 材料, Vol.41, No.466, (1992), 1047-1053.
- (15)保川彰夫, 機論, 60-570, A, (1994), 309-316.
- (16)Shiratoriri,M., Yu,Q. and Wang, S.B., Advances in Electronic Packaging, ASME, EEP-10-1(1995) , 451-457.
- (17)川上崇, 半導体デバイス実装工程と疲労寿命設計, 機械学会誌, Vol.98, No.925, (1995), 981.
- (18)于強・ほか 3 名, 機講論, No.96-25, (1996), 501-502.
- (19)向井稔・ほか 4 名, 機論, 63-611, A, (1997), 1594-1600.
- (20)熊沢鉄雄・ほか 4 名, 回路実装学会誌, Vol.12, No.6, (1997), 413-417.
- (21)Qiang YU, et. al. , ASME Advances in Electronic Packaging, EEP-Vol.19-2, (1997), 1445-1450.
- (22)Mukai,M. et. al. , JSME International Journal, Vol.41, No.2, A, (1998), 260.

- (23) 于強・ほか1名, エレクトロニクス実装学会誌, Vol.1, No.4, (1998), 278-283.
- (24) 服部敏雄・ほか, 機論, 54-499, A, (1988), 597.
- (25) 北野誠・ほか2名, 機論, 57-510, A, (1991), 1398.
- (26) 川村法靖・ほか, 機講論, Vol.A, No.920-17, (1992), 237-238.
- (27) Kawamura, N., et. al., Advance in Electronic Packaging, ASME EEP-Vol.4-1, (1993), 91-95.
- (28) 西村朝雄・ほか2名, 機論, 59-559, A, (1993), 124.
- (29) 田中直敬・ほか1名, 機論, 60-557, A, (1994), 90.
- (30) 川村法靖・ほか6名, 回路実装学会誌, Vol.12, No.6, (1997), 429-435.
- (31) 宮崎則幸・ほか3名, 機論, 57-541, A, (1991), 2063-2069.
- (32) 岡村弘之・板垣浩, 強度の統計的取り扱い, (1979), 培風館.
- (33) 上山忠夫, 構造信頼性, (1984), 日科技連.
- (34) 市川昌弘, 構造信頼性工学, (1988), 海文堂.
- (35) JIS Z 8115 信頼性用語, (1981).
- (36) AGREE Report, U.S. Government Printing Office, (1957).
- (37) 例えば, 塩見弘, 信頼性工学入門, (1967), 丸善.
- (38) Shinozuka, M., AFFDL-TR, 76-31, (1976).
- (39) Christensen, P.T., Application of Structural Systems Reliability Theory, (1986), Springer-Verlag.
- (40) 北川英夫・久田敏明, 機論, 45-397, A, (1979), 1033.
- (41) Hasofar, M.A. and Lind, N.C., J.Eng.Mech.Div., Proc.ASCE, 100-EM1 (1974), 111.
- (42) Yang, A.H.S., Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol.1, (1975),  
John Wiley & Sons, 329.
- (43) V.V.Bolotin, Statistical Methods in Structural Mechanics, Holden Day, (1969).
- (44) 三根久・河合一, 信頼性・保全性の数理, (1982), 朝倉書店.
- (45) 北野誠・熊沢鉄雄・ほか1名, 機論, 62-598, A, (1996).
- (46) 上貝康己・谷周一, マイクロ接合研究委員会資料, MJ-299-97, (1997), 19-26.
- (47) 柏村孝義・白鳥正樹・于強, 機論, 63-607, A, (1997), 624.
- (48) 中桐滋・久田敏明, 確率有限要素法入門, (1985), 培風館.
- (49) 谷周一・ほか2名, 機論, 45-397, A, (1991), 1999.
- (50) 伊藤誠一, ペイズおよびフアジイ理論による航空機構造の健全性維持に関する研究, 横浜国立大学  
学位論文, (1994).

## 第2章 統計・確率論的手法を用いた構造信頼性解析

### 2.1 緒言

電子機器のハードウェア設計においては、信頼性および経済性を両立させるために、構造設計(材料選定を含む)や信頼性実証をいかに行えば良いかが課題になる。従来から、負荷/材料/応力解析/製造プロセスにはばらつきが内在することを考慮して、経験的に求めた安全係数を用いることにより設計は進められてきた。しかしながら、新たなコンセプトに基づくあるいは新材料を用いた電子機器の開発においても、経済性とバランスさせながら短期間の内に、信頼性を定量的に明示し、かつ実証することが要求される。また、信頼性に関与する要因を確定的として扱い、各要因のすべてに最悪値を用いたのでは、非現実的な設計になってしまう場合も多い。

このため、個々の要素技術の開発だけではなく、多くのばらつき要因が応力やひずみなどの構造応答に及ぼす感度を統計的に把握した上で、確率論的に信頼性を予測する必要がある。第1章で述べたように、構造信頼性工学は、ハードウェア製品やその構成要素の強度信頼性を定量的に解析、評価し、信頼性や安全性の確保と向上に役立つものであり、信頼性工学の一つの重要な分野となっている<sup>(1)~(6)</sup>。強度信頼性を定量的に取り扱うために、与えられた条件で規定の期間中、要求された機能を果たす確率を用いて信頼性を定量化する。この確率のことを一般的に信頼度(=1-不良発生確率)という。不良発生確率  $P_f$  を算出するためには、現象論に基づく強度評価法により求められた破損条件を与える必要がある。破損と関連のある応力やひずみといった構造応答の確率分布が明らかになれば、破損条件と照らし合わせることにより、不良発生確率  $P_f$  が求められる。しかしながら、設計に内在するばらつき要因の確率分布が与えられても、構造応答の確率分布や信頼度を効率的に求めることが困難な場合が多く、従来より多大な労力とコストを必要としてきた。構造応答の統計量を解析する手段としては、摂動法ないし偏微分に基づく確率有限要素法<sup>(7)~(9)</sup>がよく知られている。問題によっては極めて効率的に不確実性を評価することができるが、大規模な非線形問題に対しては、多くの計算回数を必要とすることや汎用プログラムを利用しにくいなどの問題があり、不確実性の評価が困難な場合もある。そのため、構造応答の確率分布や信頼度を、効率的かつ汎用的に算出する手法の開発が望まれる。高密度実装設計において、設計に内在する不確実性を考慮した信頼性の定量的な評価については現在端緒についたばかりと考えられ、信頼性設計への実用化はまだ十分になされてはいない。接着・接合部の信頼性確保に対する統計的手法に見られる一部の応用技術<sup>(10)~(13)</sup>を除き、構造信頼性工学の高密度実装構造への導入が必ずしも積極的に行なわれているわけではない。本研究では、設計に内在するばらつき要因の陽な関数として、構造応答を近似する応答曲面法<sup>(14)~(19)</sup>を利用して、影響度解析を行いながら効率良く構造応答の確率分布および信頼度を算出する方法を試みた。

## 2.2 応答曲面法に基づく構造信頼性解析法

本研究で提案する構造信頼性設計支援手法のながれを図 2.1 に示す。本手法は大きく分けて、STEP 1 応答曲面近似式の作成および分散分析、STEP 2 構造応答確率分布および不良発生確率の算出、STEP 3 信頼度予測の高精度化の 3つのステップより構成される。本節では STEP 1, 2 の各ステップについて説明する。STEP3 については第 3 章において示す。

### 2.2.1 応答曲面近似式の作成および分散分析

応力やひずみといった構造応答の確率分布を効率良く求めるために、応答曲面法<sup>(14)~(17)</sup>を用いる。設計に内在するばらつき要因の陽な関数として、構造応答の近似式(応答曲面近似式)を作成する。応答曲面近似式には、Chebyshev の直交多項式<sup>(14)</sup>を用いる。ここで、応力解析の数値実験点は直交表を用いた実験計画法により決定する。この近似式は、各数値実験点(=直交表の列)の解析結果を用いて作成する回帰式に相当するものである。この直交多項式は、低次項が優先され各次数項が互いに独立であるという特徴を持っているため、任意の次数で近似式を打ち切っても残った次数においては最良な回帰式を示している。構造応答を  $y$ 、設計に内在するばらつき要因を  $X_1$ 、各ばらつき要因の平均値を  $\mu_1$  とするとき、構造応答は(2.1)式で表される<sup>(14)</sup>。ただし  $X_1, X_2, \dots$  は、ばらつき要因、 $\mu_1, \mu_2, \dots$  は平均値、 $a$  は係数、 $k, h$  は水準数、水準間隔をそれぞれ示している。

$$\begin{aligned} \text{構造応答 } y = & a_0 + a_{10}(X_1 - \mu_1) + a_{20}[(X_1 - \mu_1)^2 \\ & - (k^2 - 1)h^2/12] + a_{01}(X_2 - \mu_2) + a_{02}[(X_2 - \mu_2)^2 \\ & - (k^2 - 1)h^2/12] + a_{11}(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2) \\ & + a_{21}[(X_1 - \mu_1)^2 - (k^2 - 1)h^2/12](X_2 - \mu_2) \\ & + a_{12}[(X_2 - \mu_2)^2 - (k^2 - 1)h^2/12](X_1 - \mu_1) + \dots \end{aligned} \quad (2.1)$$

各要因の影響度を判断するために分散分析を行う。分散分析には、各要因が構造応答に与える影響度を多項式の成分に直交分解して評価する方法を用いた。ここで、影響度とは各要因の変動に伴う構造応答の変化の程度を表している。この方法により影響度は応答曲面近似式を作成する過程で 1 次、2 次などのように分解された特性に対して求めることができる。



### 2.2.2 構造応答確率分布および不良発生確率の算出

ばらつき要因の確率分布に従う乱数をそれぞれの要因について発生させ、応答曲面近似式より構造応答の値を計算する。これを繰り返すことにより、構造応答確率分布を近似的に求める<sup>(20)</sup>。従来より、応力解析により直接的に構造応答の確率分布を求めるのに多大な労力を必要としてきたが、応答曲面近似式を用いることにより、効率良く求めることが可能になる。求めた構造応答確率分布と、現象論に基づく破損条件式を照らし合わせることにより、不良発生確率を計算する。強度評価パラメータを  $x$ 、構造応答確率密度関数を  $f_s(x)$ 、不良発生基準(強度)の従う確率密度関数を  $f_R(x)$  とする場合、不良発生確率  $P_f$  は一般に(2.2)式の多重積分により表現できる。

$$P_f = \int_0^{\infty} \left\{ \int_x^{\infty} f_s(\xi) d\xi \right\} f_R(x) dx \quad (2.2)$$

モンテカルロ法を用いて、 $P_f$ の近似値を計算することにより、不良発生確率を算出する。複数の構造応答が存在する場合でも、結合不良発生確率を計算することにより構造信頼性設計が可能となる。不良発生確率  $P_f$  が 1 に比べ非常に小さい場合、各要因や材料強度の分布の中央部だけでなく裾野の形に強く依存する。従って、信頼度(=1- $P_f$ )を正確に求めるためには各要因や材料強度について大標本のデータをとって分布の裾野の形までとらえる必要があるが、現実には時間や経費の制約により、そのような大標本のデータをとれない場合が多い。また、解析や応答曲面近似にも誤差が内在する場合がある。このため、得られた信頼度には不確かさが含まれる場合があると考えられる。しかしながら、複数の設計案について  $P_f$  を計算し信頼性を比較する場合、あるいはばらつき要因が信頼性に及ぼす影響度を評価する場合には、信頼度の不確かさの原因は各ケースに共通している。このような場合、 $P_f$  を相対値として用いているため不確かさの影響は小さいと考えられ、実用上有効であると考えられる。なお、ばらつき要因の確率分布形が不明な場合あるいは、大略的な  $P_f$  の把握のみで十分な場合には、モンテカルロシミュレーションの精度および計算コストの観点から、応答曲面近似式をベースに、平均値と分散のみから、拡張 1 次近似 2 次モーメント法<sup>(21)</sup>(AFOSM)を用いて信頼性の評価を行うのが望ましいと考えられる。

## 2.3 FC-BGA 半導体パッケージの構造信頼性解析への適用例

電子機器の高集積化に伴い、半導体パッケージやチップ部品の高密度実装化が可能で、表面実装の形態でプリント基板に接合される場合が多くなっている。通常、半導体パッケージは信頼性を保証するために、温度サイクル試験(TCT)をクリアする必要があるが、チップとプリント基板の線膨張率差に起因して、構造強度上最も弱いのはんだバンプ接合部にひずみが集中する傾向にある。このため、はんだ接合部の熱疲労寿命評価に関して多くの研究<sup>(25)~(27)</sup>がなされており、応力シミュレーション技術を利用した強度設計が行われている。一方で、高密度実装製品においては、樹脂が多く用いられることや各部の寸法が小さいことによる形状効果により、ばらつきが多く内在する。設計に内在するばらつきを考慮した構造信頼性設計を行うことが重要であると考えられる。本適用例では、図 2.2 に示すフリップチップ BGA(FC-BGA)のはんだ接合部の強度信頼性設計をモチーフに、キャリア基板(インタポーザ)物性値を設計変数、半導体パッケージの長期信頼性に関わる Inner Lead Bonding(ILB)および Outer Lead Bonding(OLB)の 2 つのはんだバンプ非弾性ひずみを構造応答として信頼性設計支援手法の有効性の検討を行った。設計変数のばらつきの影響度を、複数の構造応答の場合でも、不良発生確率により評価できることを確認し、設計変数や公差が不良発生確率に及ぼす影響を明らかにした。

### 2.3.1 解析方法

#### 対象

近年、携帯型情報機器の軽薄短小化が加速し、搭載部品に対する小型化の要求が一段と高まっている。こうした背景のもと、小型化が可能で且つ高周波対応などの電気特性に優れる、フリップチップ実装の開発が進められている。フリップチップ実装は、100 $\mu$ m 以下の微細なバンプによりチップ電極とプリント基板電極をダイレクトに接続する実装方式で高密度実装化が可能になる一方、強度信頼性を確保することが一層重要な課題となっている。

フリップチップ実装では多くの場合、バンプ接合部での熱応力を低減するためにアンダーフィル(充填樹脂)で固着・封止する構造をとっている。フリップチップバンプ接合部の信頼性はアンダーフィルにより大きく向上するが、構造設計あるいは材料選定によっては、TCT 時において、はんだバンプの熱疲労破損が問題となる場合がある。

フリップチップを Ball Grid Array(BGA)を介してマザーボードに実装した場合、フリップチップはんだバンプ(ILB)および BGA はんだバンプ(OLB)の 2 つのはんだバンプの強度信頼性をバランスさせることが課題となる。両者に望ましいキャリア基板を選定することが重要である。ILB にとっては、キャリア基板の線膨張率はチップの線膨張率に近い方が望ましいと考えられるが、OLB にとっては、マザーボードの

線膨張率に近い方が良いと考えられる。表 2.1 に対象とする基板を示す。Case 1, 3, 4 はガラスクロスを含む樹脂基板, Case 2 はセラミックス基板である。Case 1 はマザーボードの線膨張率に, Case 2 はチップの線膨張率に近い基板である。Case 3, 4 は, Case 1 と 2 の中間の線膨張率を有する基板である。本適用例では, 疲労寿命と相関のある ILB, OLB の 2 つのはんだ接合部の非弾性ひずみ範囲を構造応答とした。

### 数値実験点

表 2.2 には, 本対象の中に内在すると考えられるばらつき要因および仮想的に設定したばらつき範囲を示している。構造応答を, 各ばらつき要因の陽な関数として表現する応答曲面近似式を効率良く作成するために, 実験計画法を用いて数値実験点を決定した。各要因の水準数は 3 水準, 水準間隔はばらつき範囲内で等間隔とし, 各要因間の交互作用は物理的に影響があると考えられる要因についてのみ考慮して, L81 の直交表に要因の割付を行った。

### 応力解析

有限要素法に基づく汎用構造解析コード *ABAQUS*(Ver.5.8)を用いて 3 次元弾塑性応力シミュレーションを実施した。有限要素モデル, 材料物性値を図 2.3, 表 2.3(はんだの材料モデルについては第 5 章の Appendix B を参照)にそれぞれ示す。対称性を考慮し 1/4 領域を解析対象とした。使用した要素は 15 節点および 20 節点の 3 次元固体要素である。また, Tg 点以下では樹脂物性値の温度依存性は十分小さいことを考慮し, 解析では樹脂の温度依存性はないと仮定した。Sn63-Pb37 はんだ材は, 本来, クリープ特性を考慮してモデル化すべきであるが, 計算時間との兼ね合いから, 応力解析を設計変数の影響度の相対比較に用いる場合などでは, 弾塑性モデルに簡略化した解析が行われている<sup>(24)</sup>。本適用例では, Sn63-Pb37 はんだの材料モデルに, 文献<sup>(24)</sup>に示された物性値を用いた。TCT 時に ILB および OLB に発生する非弾性ひずみ範囲を明らかにするため, 熱応力解析を実施した。解析では TCT における上限温度の 125°C を初期状態として, TCT の下限温度(-65°C)に降温したときの応力状態を調べた。解析の結果, ILB の場合はすべてのケースについてコーナー部においてひずみ集中が生じていること, また OLB の場合は Case 1 はチップコーナー部直下の BGA パンプ, Case 2~4 についてはコーナー部のパンプにひずみ集中が生じることが明らかになった。

### 応答曲面近似式の作成

各設計案について 81 ケースの応力シミュレーションを実施し, それぞれについて ILB および OLB の

非弾性ひずみ範囲( $\Delta \epsilon_{in}$ )を抽出した。OLBについては、バンプ内でもひずみ集中が生じることを考慮し、集中係数 2 を乗じた値を構造応答として抽出した。より高精度な解析を実施するためには、はんだのクリープ特性を考慮した解析、さらにバンプ周辺部の詳細構造を考慮した解析が必要であると考えられるが、設計案の相対比較の場合には影響が小さいと思われる。抽出した構造応答値を用いて、各設計案の各構造応答について応答曲面近似式を作成した。Case 1 の ILB について非弾性ひずみ範囲の応答曲面近似式を(2.3)式に示す。

$$\begin{aligned}
 \Delta \epsilon_{in} = & 7.2+5.3E-1X_1-2.7E-1X_1^2-1.9E-1X_2+9.4E-2X_2^2 \\
 & -8.4E-2X_3+4.7E-3X_3^2-2.2E-2X_4+3.2E-4X_4^2 \\
 & -3.6E-3X_5+1.0E-4X_5^2+3.4E-2X_6-1.2E-3X_6^2 \\
 & -5.5E-3X_7+1.3E-4X_7^2-2.3E-2X_8+7.7E-4X_8^2 \\
 & -1.4E1X_9+1.1E2X_9^2-8.5E-3X_{10}+4.2E-5X_{10}^2 \\
 & -3.1E1X_{11}+3.7E1X_{11}^2-2.8E1X_{12}+3.0E1X_{12}^2 \\
 & -5.2E-2X_{13}+1.1E-2X_{13}^2-2.9E-1X_{14}+3.9E-1X_{14}^2 \\
 & -3.9E-4X_{15}+5.4E-7X_{15}^2-3.3E-4X_{16}+1.0E-6X_{16}^2 \\
 & +7.4E-2X_4X_9-6.9E-1X_4X_9^2-1.3E-3X_4^2X_9 \\
 & +1.2E-2X_4^2X_9^2+5.1E-3X_4X_9-2.9E-4X_4X_9^2 \\
 & -7.5E-5X_4^2X_9+4.4E-6X_4^2X_9^2+1.3E2X_{11}X_{12} \\
 & -1.5E2X_{11}X_{12}^2-1.6E2X_{11}^2X_{12}+1.8E2X_{11}^2X_{12}^2 \\
 & +2.7E-1X_9X_{10}-1.5E-3X_9X_{10}^2-2.0X_9^2X_{10} \\
 & +1.0E-2X_9^2X_{10}^2+2.9E-1X_{13}X_{14}-4.2E-1X_{13}X_{14}^2 \\
 & -6.2E-2X_{13}^2X_{14}+9.1E-2X_{13}^2X_{14}^2-7.8E-2X_6X_1 \\
 & +4.0E-2X_6X_1^2+2.7E-0X_6^2X_1-1.4E-3X_6^2X_1^2 \\
 & +4.8E-4X_6X_5-1.3E-5X_6X_5^2-1.3E-5X_6^2X_5 \\
 & +4.1E-7X_6^2X_5^2+3.1E-2X_8X_2-1.5E-2X_8X_2^2 \\
 & -1.0E-3X_8^2X_2+5.2E-4X_8^2X_2^2+7.6E-4X_8X_7 \\
 & -1.8E-5X_8X_7^2-2.5E-5X_8^2X_7+6.0E-7X_8^2X_7^2
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

近似精度はそれぞれ 5%程度である。近似式作成において用いていない数値実験点(9 組)にて、精度検証を行った。一様乱数を各要因について発生させ、応力解析値と応答曲面近似式から計算した結果、誤差は±5%以内におさまっており、概ね近似できていると思われる。

## 分散分析

各設計案の各構造応答について分散分析を行った。いずれの設計案についても、ILB については、アンダーフィル線膨張率の寄与が大きいこと、OLB については、マザーボード線膨張率およびキャリア基板物性値の寄与が大きいことが明らかになった。Case 1 の ILB の場合の分散分析結果を表 2.4 に示す。危険率の \*\*, \* はその成分が各々1%, 5%の危険率で有意であることを示す。

## 構造応答のばらつき評価

本来、ばらつき要因の確率分布は、十分な検査データから決定するべきであるが、ここでは仮想的に各要因のばらつきが独立に正規分布に従うと仮定し、±10%あるいは ±20%の範囲に 99%の確率で存在すると設定した。ばらつき要因の確率分布に従う乱数をそれぞれの要因について発生させ(試行回数  $10^6$  , ばらつき要因の範囲外はカット)、応答曲面近似式より構造応答のばらつきを評価した結果を Case 1~4 について表 2.5 に示している。非弾性ひずみ範囲の変動係数値から、いずれのケースでも、OLB 部のばらつきが、ILB 部のばらつきより大きいことが明らかになった。

## 信頼度の算出

はんだの疲労特性も、他の一般的な金属材料同様、Coffin-Manson 型の式によって整理できることが明らかにされている。既に提案されている評価法の多くは、Coffin-Manson 形式の疲労寿命予測式より求まるき裂発生寿命の概念に基づいている<sup>(23)~(27)</sup>。最近では、限界設計を睨んで、き裂の進展を扱った研究も行われているが、本節では、き裂の発生を破損として評価を行った。ILB の寿命評価には、土井ら<sup>(28)</sup>により明らかにされた ILB 疲労寿命と非弾性ひずみ範囲( $\Delta \epsilon_{in}$ )の関係式( $N_f=0.1 \times \Delta \epsilon_{in}^{-2.0}$ )を、また OLB の熱疲労寿命評価には、向井ら<sup>(26)</sup>により、はんだバルク材のねじりせん断疲労強度試験結果から得られた Coffin-Manson 則( $N_f=0.146 \times \Delta \epsilon_{in}^{-1.94}$ )をそれぞれ用いた。フリップチップ BGA の TCT 規定サイクル数が 1000 サイクルの場合の不良発生基準値を ILB, OLB のそれぞれの場合について求めた結果を表 2.6 に示す。はんだ材料の疲労寿命にもばらつきは存在するため、高精度な評価には、疲労寿命のばらつき分布を考慮した計算が必要と考えられる。しかしながら、本適用例では手法の有効性の確認が主目的のため、不良発生基準値が確定的な場合について考える。

構造応答(はんだパンプの非弾性ひずみ範囲)のばらつき分布と、現象論に基づくはんだ疲労寿命評価法により得られた不良発生基準値(温度サイクル試験 1000 サイクル)とを照らし合わせ、モンテカルロ法(試行回数  $10^6$  , ばらつき要因の範囲外はカット)により不良発生確率を算出した結果を表 2.7 に示す(モンテカルロシミュレーション方法については Appendix 参照)。

複数の構造応答が存在する場合でも、結合確率を求めることにより、不良発生確率が小さくなる設計案を選定できることがわかる。図2.4には、Case 1のILB、Case 3のOLBについてのばらつき分布および従来のように設計変数を確定的な値と考えて応力解析を行った場合の寿命予測結果を示している。従来の確定的な解析の場合、Case 3の方が高寿命の結果を与えているが、ばらつき分布を考慮した場合、Case 1の方が信頼性が高いことがわかる。

### 2.3.2 改善例(構造信頼性設計)

製品の高信頼性化への改善には、製造技術の改良や工程管理の強化によりばらつき要因の公差を小さくすること、あるいは設計案の変更が必要であると考えられ、改善を効率的に行うことが課題となる。このような場合、各要因の信頼度に及ぼす影響度を事前に把握しておくことは重要である。本節では、Case 1の場合について、設計案の改善例を示す。Case 1の分散分析の結果、アンダーフィルの物性値がILBの非弾性ひずみ範囲に大きな寄与(寄与率 50%以上)を与えていることが明らかになっている。線膨張率を1割小さくし、弾性率を1割大きしたアンダーフィルを用い、公差を±10%にした場合の信頼度の結果を表2.8に示す。分散分析結果の寄与度が高い要因を改善することにより、設計案の改善効果をあげることが可能になることがわかる。

### 2.3.3 考察

応答曲面法を利用して、影響度解析を行いながら効率良く構造応答の確率分布および信頼度を予測する方法を試みた。その結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 応答曲面法により、ばらつき要因の関数として、応力やひずみといった構造応答を近似的に表現することで、構造応答確率分布や不良発生確率を効率的に予測することが可能になる。本節で示したように、従来の確定的な寿命予測ではばらつきの影響を適切に考慮できず、信頼性評価において誤った判断を下す恐れがある。そのため、不良発生確率の予測に基づく構造信頼性設計が必要であると考えられる。
- (2) 複数の構造応答の評価が必要な場合でも、結合不良発生確率により、信頼性を定量的に評価することができる。しかしながら、不良発生確率の算出には、応答曲面近似誤差や考慮外のばらつき要因などの不確かさが存在する。実用上、設計案の相对比较には、同程度に不確かさが内在するため有効であると考えられる。

## 2.4 圧接工法による半導体パッケージの構造信頼性解析への適用例

電子機器の軽薄短小化が加速し、搭載部品に対する小型化の要求が一段と高まっている。こうした背景のもと、高密度実装が可能で且つ低コスト化が可能な圧接工法によるフリップチップ接続技術の開発が活発に行われている。圧接工法によるフリップチップでは、多くの場合、接続用樹脂を介してチップのスタッドバンプと基板電極を熱圧接し接続を行う<sup>(29)~(36)</sup>。接続用樹脂としては、異方性導電性フィルム(ACF)、異方性導電ペースト(ACP)、導電粒子無しの樹脂ペースト/フィルム(NCP/NCF)などが用いられている。接続信頼性を確保するのにバンプ周辺を樹脂で固着・封止する構造をとっているため、樹脂選定はフリップチップ実装の高信頼性化にとって極めて重要である。樹脂選定やボンディング荷重(B'g荷重)の設定によっては、高温・吸湿試験において樹脂の膨潤により接続オープンや電気抵抗の上昇が発生する可能性がある。圧接工法によるフリップチップの場合、図2.5に示すように、B'g荷重および樹脂の硬化収縮・応力緩和・熱収縮により最終的な金バンプ/パッド界面圧縮荷重つまり接続マージンが決まる。長期信頼性を確保するには、樹脂特性やB'g荷重の影響度の明確化が重要課題になる。本節では、応力シミュレーションを実施し、試作品初期接続抵抗値のB'g荷重依存性結果と照らし合わせ、バンプ接合部の接続マージンを定量化した。さらに、応答曲面法をベースとした統計・確率論的信頼性設計手法を適用することにより、設計に内在するばらつきが接続マージンに及ぼす影響を把握し、B'g荷重の設定や公差の設定を支援することを試みた。

### 2.4.1 接続マージン評価

#### 対象

図 2.6 に示す小型画像センサーモジュール(試作品) : TOG(TAB on Glass)<sup>(29)~(32)</sup>を対象に評価を実施した。この試作品は、CMOS チップ、光学ガラスおよびTAB テープにより構成されている。接続用樹脂としては異方性導電ペースト(ACP)を用いている。製造プロセスを図 2.7 に示す。まず、TAB テープの裏面に接着剤を塗布し、光学ガラスを接着する。TAB テープの基材はポリイミドで、イメージエリアに相当する位置に開口部を設けてある。接着は紫外線硬化型接着剤により行なわれる。この方法により、10  $\mu\text{m}$  以下の光学精度が容易に確保できる。次に、CMOS チップの Al 電極パッドにワイヤボンディング法などにより、金バンプを形成する。TAB テープの電極上には、ACP を塗布し、光学ガラス付きの TAB テープに、CMOS チップをフリップチップ接続する。ここで、熱圧接により、バンプを TAB テープの電極に接触させ、ACP を硬化させることで、確実な接続特性と同時に封止構造も確保することが可能となる。

## 応力シミュレーションモデル

Si チップと TAB およびガラス間の線膨張率差に起因するバンプ部のせん断変形が顕著な場合は、バンプを 3次元でモデル化し、境界条件として、せん断変形を考慮する必要があると考えられる。しかし本対象の場合、モジュールの全体応力解析を実施した結果、硬化温度から室温に降温した際、金バンプ周辺部にはせん断変形がほとんど生じないことが明らかになったため、バンプ周辺部の軸対称モデルにより応力解析を実施した。有限要素(FEM)モデルを図 2.8 に示す。バンプ中心部から樹脂端までの距離の最小値  $150\mu\text{m}$  を対象領域半径とした。また、導電粒子が金バンプ/パッド界面に存在しない場合を仮定してモデル化を行った。

## 材料特性評価

解析に用いた弾性率、ポアソン比、線膨張率を表 2.9 に示す。ただし、銅パッドおよび金バンプは塑性特性まで考慮して解析を行った。硬化温度時の樹脂高温変形特性や樹脂硬化収縮は最終的な金バンプ/パッド界面圧縮荷重に影響すると考えられる。以下に示す方法により特性を評価した。今回評価した接続用樹脂はエポキシ樹脂に約  $\phi 5\mu\text{m}$  の導電粒子を分散させたもので、反応硬化剤をマイクロカプセル化したことが特徴の ACP である。

### (1)高温変形特性の取得

$10\text{mm}\times 100\text{mm}$  厚さ  $2\text{mm}$  の樹脂試験片を作成し、長手方向に引張り保持した後の応力変化を測定した。試験温度は  $150^\circ\text{C}$  (樹脂硬化温度)、応力レベルは、硬化時、樹脂内鉛直方向に発生する引張り応力を参考に設定した。結果、図 2.9 に示すとおり、プロセス時間内(5分以内)では応力の低下はわずかであり、今回対象とした樹脂では  $150^\circ\text{C}$  で応力緩和は十分小さいと仮定した。

### (2)硬化収縮特性評価

Si 基板( $100\text{mm}\times 10\text{mm}$ , Si 基板厚  $625\mu\text{m}$ )上に樹脂を  $200\mu\text{m}$  塗布後、 $150^\circ\text{C}$  まで昇温し硬化させ、硬化後室温まで降温した(図 2.10 参照)。樹脂硬化時( $150^\circ\text{C}$ )および降温時の試験片反り量を測定した結果、硬化時には反りが生じず、また室温時の反り量が Si と樹脂の線膨張率差による反り量(計算値)と良い一致を示した。今回対象とした樹脂では樹脂硬化収縮による反りはほとんど生じないことが明らかになり、硬化収縮による金バンプ/パッド界面圧縮荷重への影響は十分小さいと判断した。硬化収縮による反りが生じない原因としては、硬化収縮発生時の樹脂弾性率が著しく小さいことが考えられる。また、樹脂によっては硬化時に応力緩和する可能性も考えられる。

### (3)膨潤特性

吸湿前後の樹脂試験片( $10\text{mm}\times 100\text{mm}$  厚さ  $2\text{mm}$ )厚さの変化を測定することにより膨潤率を算定した。



今回対象とした樹脂では、吸湿条件が 60℃ 90%の場合、飽和膨潤率(厚さ方向)は 0.5%であった。樹脂の種類によっては同条件で 2.0%以上に達する場合もあり注意を要する。

#### 応力シミュレーションのながれ

解析は図 2.11 に示すように製造プロセスおよび樹脂の膨潤を模擬した 4 ステップに分けて実施した。

- ① B'g 荷重負荷(樹脂は未硬化のため、FEM モデルの樹脂要素を削除して解析)。
- ② 樹脂の硬化後(FEM モデルの樹脂要素復活後)、B'g 荷重除荷。
- ③ 室温まで降温(ただし初期温度は 150℃)。
- ④ 樹脂の体積膨張(樹脂膨潤を模擬)。

まず、製造後の TOG モジュール断面写真から得られた銅パッドたわみ量と解析結果を比較することにより、シミュレーション結果の検証を行った。図 2.12 に比較結果を示す。解析値と実測値で良い一致を示している。そこで、本シミュレーションモデルによる接続マージンの定量化を試みた。

プロセスのながれに沿って金バンプの鉛直方向圧縮荷重が変化する様子を、1.0N/bump の場合について図 2.13 に示している。プロセスに沿って金バンプ/パッド界面圧縮荷重が変化している様子がわかる。

今回対象とした圧接工法による接続では、金バンプと銅パッド間には化学的な結合は生じておらず、金バンプ/パッド界面圧縮荷重により接続が保たれている。そこで金バンプ/パッド界面の鉛直方向圧縮荷重により接続マージンを評価した。プロセスおよび樹脂膨潤をスルーした鉛直方向圧縮荷重の変化図を 1.0N/bump の場合について図 2.14 に示す。

図 2.14 では比較のため、Tg 点以上で無応力の場合の結果も併せて示している。B'g 荷重負荷のプロセスや Tg 点以上での樹脂高温変形特性の考慮により、プロセス終了後の鉛直方向圧縮荷重に大きな差がある。樹脂の高温変形特性は、樹脂の種類や硬化温度に影響されると思われる。樹脂の高温変形特性を考慮して樹脂および硬化温度を決定することが重要であると考えられる。

試作品において、バンプ接続部電気抵抗値の B'g 荷重依存性を実測した結果<sup>(24)~(26)</sup>、0.8N/bump 程度以上で良好な初期接続を確保できることが明らかになった(表 2.10 参照)。また、B'g 荷重が 1.6N/bump 以上では十分なチップ/TAB 間ギャップが確保できず絶縁不良が発生する場合があった。接続マージンを考慮した適切値が存在すると考えられる。

製造プロセス後および樹脂膨潤後(高温吸湿試験後)のバンプ下面鉛直方向荷重と B'g 荷重の関係を図 2.15 に示している(0.6, 0.8, 1.0, 1.5N/bump の 4 ケースについて解析を実施)。0.8N/bump 程度以上で良好な初期接続を確保できることから 0.8N/bump の場合の金バンプ/パッド界面圧縮荷重-07N を基準と考えた。1.0N/bump では吸湿試験後、0.5%の膨潤が生じた場合においても 0.1N 程度の接続マージンがある

ことがわかる。検討のため2.0%の膨潤率を仮定し解析を実施した結果、図 2.15 の▲印に示すように、2.0%では基準を下回っている。金バンプ下面鉛直方向圧縮荷重により接続マージンを評価できると思われる。図 2.15 では、B'g 荷重とバンプ/パッド界面に生じる圧縮荷重は概ね線形関係にあるが、B'g 荷重が 1.6N を超えたあたりから傾きが小さくなる。これは、B'g 荷重 1.5N 程度までは、金バンプが弾性変形内であることを示している。パッド下の部材剛性、B'g 荷重、金バンプの降伏応力のバランスによっては、線形関係を示す B'g 荷重領域や傾きが異なると考えられる。

## 2.4.2 解析方法

半導体パッケージの製造過程において、材料や製造プロセスに、ばらつきが内在する。このため、個々の要素技術の開発だけではなく、多くのばらつき要因が応力や変形量などの構造応答に及ぼす感度を統計的に把握した上で、設計を行う必要がある。本節では、設計に内在するばらつき要因が、金バンプ/パッド界面に生じる圧縮荷重や、チップ/TAB 間のギャップへ及ぼす影響度を、統計的手法を用いることにより算定し、B'g 荷重の設定や公差の設定を支援することを試みた。

### 応答曲面近似式の作成

ばらつきの要因が、金バンプ/パッド界面に生じる圧縮荷重やギャップといった構造応答に及ぼす影響度を効率良く把握するために、応答曲面法<sup>(4)</sup>を用いる。設計に内在するばらつき要因を変数とした近似式(応答曲面近似式)をそれぞれの構造応答について作成する。ここで、応力解析の数値実験点は直交表を用いた実験計画法により決定する。表 2.11 には、本対象において、顕著に内在すると考えられるばらつき要因および仮想的に設定したばらつき範囲(公差)を示している。各要因の水準数は 3 水準、水準間隔はばらつき範囲内で等間隔とし、L18 の直交表に要因の割付を行った。応答曲面近似式には、Chebyshev の直交多項式<sup>(10)</sup>を用いる。この近似式は、各数値実験点(=直交表の列)の解析結果を用いて作成する回帰式に相当するものである。この直交多項式は、低次項が優先され各次数項が互いに独立であるという特徴を持っているため、任意の次数で近似式を打ち切っても、残った次数においては最良な回帰式を示している。構造応答を  $y$ 、設計に内在するばらつき要因を  $X_i$ 、各ばらつき要因の平均値を  $\mu_i$  とするとき、2.2 節でも示したように、構造応答は(2.4)式で表される。ただし  $X_1, X_2, \dots$  は、ばらつき要因、 $\mu_1, \mu_2, \dots$  は平均値、 $a$  は係数、 $k, h$  は水準数、水準間隔をそれぞれ示している。

$$\begin{aligned}
 \text{構造応答 } y = & a_0 + a_{10}(X_1 - \mu_1) + a_{20}[(X_1 - \mu_1)^2 \\
 & - (k^2 - 1)h^2/12] + a_{01}(X_2 - \mu_2) + a_{02}[(X_2 - \mu_2)^2 \\
 & - (k^2 - 1)h^2/12] + \dots
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

18 ケースの応力シミュレーションを実施し、金バンプ/パッド界面に生じる圧縮荷重、およびチップ/TAB 間のギャップ量を抽出し、それぞれについて、応答曲面近似式を作成した。(2.5)式および(2.6)式に得られた近似式を示す。

高温吸湿後の金バンプ/パッド界面圧縮荷重(N)

$$= 0.964 - 0.679 X_1 - 0.000132 X_1^2 - 0.0464 X_2 + 0.005 X_2^2 - 0.229 X_3 + 0.0389 X_3^2 - 0.0116 X_4 + 0.0000593 X_4^2 \quad (2.5)$$

チップ/TAB 間のギャップ量( $\mu\text{m}$ )

$$= 44.4 + 0.00786 X_1 - 0.000327 X_1^2 + 1.82 X_2 - 0.150 X_2^2 - 7.48 X_3 + 1.70 X_3^2 - 0.258 X_4 + 0.00130 X_4^2 \quad (2.6)$$

#### 構造応答確率分布および不良発生確率の算出

本来、ばらつき要因の確率分布は、十分な検査データから決定すべきであるが、ここでは仮想的に各要因のばらつきが独立に正規分布に従うと仮定し、表 2.11 に示すばらつき範囲内に 99% の確率で存在すると設定した。ばらつき要因の確率分布に従う乱数をそれぞれの要因について発生させ、応答曲面近似式より構造応答のばらつきを評価した結果を図 2.16 に示す。不良発生基準値は、表 2.10 に示す実験結果から決定した。各構造応答について不良発生基準値を表 2.12 に示す。

構造応答のばらつき分布と、不良発生基準値とを照らし合わせ、モンテカルロ法(試行回数  $10^6$ 、ばらつき要因の範囲外はカット)により不良発生確率  $P_f$  を算出した結果を表 2.13 に示す。複数の構造応答が存在する場合でも、結合確率を求めることができ、不良発生確率  $P_f$  を指標に、B'g 荷重の設定やばらつき要因公差の設定を行うことが可能である。今回仮想的に想定したばらつき要因分布では、接続信頼性を確保するには、B'g 荷重に注目した場合、目標値を 1.25N、ばらつき範囲を目標値  $\pm 20\%$  に設定する必要があることが、モンテカルロシミュレーションを繰り返し実行することにより明らかになった。前節でも述べたように、不良発生確率  $P_f$  の算出には、応答曲面近似誤差や考慮外のばらつき要因などの不確かさが存在する。しかしながら、実用上、設計案の相対比較には、同程度に不確かさが内在するため有効であると考えられる。

### 2.4.3 考察

圧接工法によるフリップチップでは、多くの場合、接続用樹脂を介してチップのスタッドバンプと基板電極を熱圧接し接続を行う。樹脂選定やボンディング荷重(B'g 荷重)の設定によっては、高温・吸湿試験において樹脂の膨潤により接続オープンや電気抵抗の上昇が発生する場合があります。長期信頼性を確保するには、樹脂特性や B'g 荷重の影響度の明確化が重要課題になる。本節では、応力シミュレーションを実施し、試作品初期接続抵抗値の B'g 荷重依存性結果と照らし合わせ、バンプ接合部の高温・吸湿試験に対する接続信頼性を定量化した。

その結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 小型画像センサーモジュールをモチーフに、接続用樹脂特性評価および応力シミュレーションを実施し、金バンプ/パッド界面の鉛直方向圧縮荷重により接続マージン評価を行った。試作品の初期接続抵抗値(B'g 荷重依存性)結果より明らかになった基準値と照らし合わせることで、接合部の接続マージンを定量化できることを示した。
- (2) 金バンプ/パッド界面に生じる圧縮荷重、およびチップ/TAB 間のギャップ量といった構造応答を、ばらつき要因を変数とする関数として近似的に表現する応答曲面近似式により、ばらつき要因が構造応答に及ぼす影響度を効率的に把握することが可能になる。複数の構造応答の評価が必要な場合でも、結合不良発生確率を指標に、B'g 荷重の設定やばらつき要因公差の設定を行うことが可能であることを示した。

## 2.5 結言

応答曲面法を利用して、影響度解析を行いながら効率良く構造応答の確率分布および信頼度を予測する方法を試みた。その結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 応答曲面法により、ばらつき要因の関数として、応力やひずみといった構造応答を近似的に表現することで、構造応答確率分布や不良発生確率を効率的に予測することが可能になる。複数の構造応答の評価が必要な場合でも、結合不良発生確率により、信頼性を定量的に評価することができる。しかしながら、不良発生確率の算出には、応答曲面近似誤差や考慮外のばらつき要因などの不確かさが存在する。実用上、設計案の相対比較には、同程度に不確かさが内在するため有効であると考えられる。
- (2) フリップチップ Ball Grid Array(FC-BGA)を対象に、キャリア基板物性値を設計変数、長期信頼性に関わる Inner Lead Bonding(ILB)および Outer Lead Bonding(OLB)の2つのはんだバンプ非弾性ひずみ範囲を構造応答として、手法の有効性を検討した。破損に影響を及ぼす要因の影響度を、複数の構造応答の場合でも、結合不良発生確率を指標に評価できること、設計変数や公差が信頼性に及ぼす影響を明らかにできることを示した。さらに、従来の確定的な寿命予測では、ばらつき要因の影響度を適切に考慮できず、信頼性の評価にあたって誤った結果を出す恐れがあることを明示した。
- (3) 圧接工法によるフリップチップ接続をモチーフに、接続用樹脂特性評価および応力シミュレーションを実施し、接続マージン解析を行った。金バンプ/パッド界面の鉛直方向圧縮荷重と、試作品の初期接続抵抗値における B'g 荷重依存性結果より明らかになった不良発生基準値と照らし合わせることにより、接合部の接続マージンを定量化できることを示した。さらに、金バンプ/パッド界面に生じる圧縮荷重、およびチップ/基板間のギャップ量といった構造応答の確率分布を、ばらつき要因の近似関数として表現する応答曲面近似式により効率的に求め、結合不良発生確率を指標に、B'g 荷重の設定やばらつき要因公差の設定を行うことが可能であることを示した。

## Appendix モンテカルロ法による不良発生確率の算出<sup>(1)(20)</sup>

(2.2)式に示したように、構造応答の確率分布と強度の確率分布を照らし合わせ、不良発生確率を算出する場合、一般に多重積分になる。また、破損が不特定多数個所で生じうるようなときには、あらゆる可能な場合を考え、各々の破損条件式に照らし合わせながら、各々の場合の不良発生確率を計算することになる。このような場合、解析的には計算が困難でも、モンテカルロ法により、近似的に値を算出することが可能である。モンテカルロ法は試行の繰返しであり、試行回数の増加とともに結果の精度は向上する。その反面、計算時間は回数に比例して増加していく。必要試行回数は求めようとしている確率のオーダーと精度とに左右される。例えば、1桁の精度でもよいから  $10^{-4}$  程度の不良発生確率を求めようとするならば、少なくとも  $10^8$  回程度の試行が必要であると考えられる。

各種のモンテカルロシミュレーション手法を、不良発生確率の算出を例に説明する。構造応答の累積確率分布が  $F_S(x_S)$ 、強度の累積確率分布が  $F_R(x_R)$  に従うとし、 $x_S \leq x_R$  であれば破損する場合を考える。

### A.1 単純な方法

$F_S(x_S)$  および  $F_R(x_R)$  に従う 1 組の乱数  $(x_S, x_R)$  を発生させ、 $x_S \leq x_R$  であれば破損とし、これを  $N$  回繰返し、破損回数  $N_f$  から、 $P_f = N_f/N$  とする。この方法は最も単純に現象をシミュレートする方法であるが、最も時間を要する。

### A.2 条件付確率を用いる方法

強度が与えられたという条件付きの不良発生確率が容易に求められる場合には、条件をランダムにシミュレートする。

- (1)  $F_S(x_S)$  に従う乱数  $x_i$  を発生させる。
- (2)  $P_f(\text{given } x_i) = F_R(x_i)$  を計算する。
- (3)  $P_f = \sum_i F_R(x_i)/N$

多変数の場合でも同様に展開可能である。

### A.3 極値分布を利用する方法 1

2.の方法の効率をさらに良くするために、 $x_S$ (または  $x_R$ ) についての最小値(最大値)の分布を用いる。 $M$  個の中の最小値  $x_m$  の分布が  $F_{X_m}(x)$  で与えられる場合について以下に示す。

- (1)  $1 - F_{X_m}(x)$  に従う乱数  $x_{mi}$  を発生させる。
- (2)  $F_R(x_{mi}) = 0$  であれば次の乱数  $x_{mi}$  を発生する。そうでなければ、
- (3)  $x_{mi}$  を最小値とする分布(2.7 式)に従う乱数  $m-1$  個を発生させて  $\sum_i F_R$  を求める。

$$F_S(x | x_m = x_{mi}) = \frac{F_S(x) - F_S(x_{mi})}{1 - F_S(x_{mi})}, \quad x \geq x_{mi} \quad (2.7)$$

(4)  $x_m$  を  $N$  回発生したとき、 $P_f = \sum_i F_R / (N \times m)$  を計算する。

これは、 $m$  個の中の最小値についての条件付不良発生確率  $\neq 0$  であれば、残りの  $m-1$  個の標本(実際にはシミュレートしない)についても  $0$  であることは明白であることを利用し、1回のシミュレーションで  $m$  回分の効果をもたせている。

#### A.4 極値分布を利用する方法 2

3 と同じく、 $x_s$ (または  $x_L$ ) についての最小値(最大値)の確率分布  $f_L(x)$  を用いる。  $F_R(x)$  と  $f_L(x)$  との相対的關係を図 2.17 に示す。 図中の点線は、 $F_R(x) \cdot f_L(x)$  の確率分布をしめしている。 不良発生確率は点線で示された曲線下の面積であるから、図中の斜線部分に集中するような乱数を用いて、モンテカルロ法を実行すればよいと考えられる。  $L$  の最大値の密度関数  $m f_L(x) F_L^{m-1}(x)$  は、 $m$  を適切に選べば斜線部の近くに位置させることができる。 このときは、

$$\begin{aligned} P_f &= \int \frac{F_R(x) f_L(x)}{m f_L(x) F_L^{m-1}(x)} m f_L(x) F_L^{m-1}(x) dx \\ &= \int \frac{F_R(x)}{m F_L^{m-1}(x)} m f_L(x) F_L^{m-1}(x) dx \end{aligned} \quad (2.8)$$

となるから、 $m$  個の中の最大値の分布に従う乱数を発生させて、 $(F_R(x)/m) \times F_L^{m-1}(x)$  の期待値を求めれば良い。 手順を以下に示す。

(1) 一様乱数を発生させる。

(2)  $x_i = F_L^{-1}(1 - r_i^{1/m})$  を計算する。

(3)  $y_i = F_R(x_i) / m r_i^{1/m}$  を計算する。

(4)  $N$  回の繰返して、 $P_f = \sum_{i=1}^N y_i / N$  を計算する。

本来の  $F_L^{-1}$  が容易に定まらない分布関数の場合でも、十分大きい  $m$  に対しては、漸近分布が与えられることが多く、それらはシミュレーションに都合のよい形であることも、この方法の利点である。 また、本手法は、 $F_R(x)$  と  $f_L(x)$  とが離れていればいるほど、すなわち、求める確率の値が小さいほど有効であると考えられる。 上式から低めの近似値は(2.9式)のように与えることができる。

$$P_f \approx \frac{1}{m} \int F_R(x) m f_L(x) F_L^{m-1}(x) dx \quad (2.9)$$

### A.5 多確率変数の関数の場合の効率的算出法

多変数の場合の単純なモンテカルロシミュレーションを効率よく行う方法を以下に示す。確率変数  $\mathbf{X} = X_1, X_2, \dots, X_n$  の関数  $\phi(\mathbf{X})$  を以下のように定義する。

$$\phi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & G(\mathbf{X}) \leq \alpha \\ 0, & G(\mathbf{X}) > \alpha \end{cases} \quad (2.10)$$

$\mathbf{X}$  の結合確率密度関数を  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  とすると、

$$E[\phi(\mathbf{x})] = \int_{G(\mathbf{x}) \leq \alpha} \phi(\mathbf{x}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{G(\mathbf{x}) \leq \alpha} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.11)$$

であるから、関数  $\phi(\mathbf{X})$  の期待値は  $G(\mathbf{X}) \leq \alpha$  である確率と等しい。 $G(\mathbf{X}) < \alpha$  が不良発生条件であれば、上式で  $\alpha = 0$  とすれば不良発生確率となる。 $X_i$  などは互いに独立であるとすれば、上式を書き直して、

$$\begin{aligned} E[\phi(\mathbf{x})] &= \int_{G(\mathbf{x}) \leq \alpha} \phi(\mathbf{x}) \frac{f_{x_1}(x_1) \cdots f_{x_n}(x_n)}{f_1(x_1) \cdots f_n(x_n)} f_1(x_1) \cdots f_n(x_n) d\mathbf{x} \\ &= \int_{G(\mathbf{x}) \leq \alpha} H(\mathbf{x}) f_1(x_1) \cdots f_n(x_n) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.12)$$

となる。ここに、 $f_i(x_i), i=1, 2, \dots, n$  は適当な確率密度関数、 $H(\mathbf{x})$  は以下に示すとおりである。

$$H(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f_{x_i}(x_i) / f_i(x_i) \quad , \quad G(\mathbf{X}) \leq \alpha \quad (2.13)$$

$f_i(x_i)$  は、 $G(\mathbf{X}) \leq \alpha$  を満たしやすい  $X_i$  の値で密度の高いものを選ぶ。例えば、 $X_i$  が強度であれば  $X_i$  の最小値強度、 $X_j$  が負荷因子であれば  $X_j$  の最大値密度などをとる。N 回の乱数発生を行って、 $G(\mathbf{X}) \leq \alpha_i (\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots < \alpha_k)$  を満足する場合は、それぞれ、 $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$  回ずつあり、各サンプルの  $\mathbf{x}$  を用いて、

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n_k} H(\mathbf{x}) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_k \quad (2.14)$$

を計算すれば、 $\Pr[G(\mathbf{X}) \leq \alpha_i]$  が得られる。 $\alpha_i$  に対して  $P_f$  をプロットして  $\alpha = 0$  を切る点を定めれば、その値が  $P_f$  の近似値となる。信頼度解析では、しばしば、確率変数の関数の確率分布関数  $F_G(\alpha)$  を必要とすることがある。しかも多くの場合は、分布の裾野の部分精度良く求めることが要求される。そのようなときに上記の方法が有効である。



## 参考文献

- (1) 岡村弘之・板垣浩, 強度の統計的取り扱い, (1979), 培風館.
- (2) 上山忠夫, 構造信頼性, (1984), 日科技連.
- (3) 市川昌弘, 構造信頼性工学, (1988), 海文堂.
- (4) Shinozuka, M., AFFDL-TR, 76-31, (1976).
- (5) Christensen, P.T., Application of Structural Systems Reliability Theory, (1986), Springer-Verlag.
- (6) 北川英夫・久田敏明, 機論, 45-397, A, (1979), 1033.
- (7) Hisada, T. and Nakagiri, S., "Stochastic finite element method developed for structural safety and reliability", Proc. ICOSSAR '81, 3rd Int. Conf. Struct. Safety Reliability (Edited by T. Moan and M. Shinozuka), Elsevier, London, (1981), 395-408.
- (8) 中桐滋・久田敏明, 確率有限要素法入門, (1985), 培風館.
- (9) 谷周一・ほか2名, 機論, 45-397, A, (1991), 1999.
- (10) Evans, J.W., Evans, J.Y. and Yu, B.K., "Designing and Building-In Reliability in Advanced Microelectronic Assemblies and Structures", IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology Part A, Vol.20, No.1, (1997), 38-45.
- (11) Dasgupta, A., Pecht, M.G. and Mathieu, B., "Design-of-experiment methods for computational parametric studies in electronic packaging", Finite Elements in Analysis and Design, 30, (1998), 125-146.
- (12) Yang, K. and Yang, G., "Robust Reliability Design using Environmental Stress Testing", Qual. Reliab. Engng. Int. 14, (1998), 409-416.
- (13) Cruse, T.A., Burnside, O.H., Qu, Y.T., Polch, E.Z. and Dias, J.B., "Probabilistic structural Analysis Methods for Select Space Propulsion System Structural Components (PSAM)", Computers & Structures Vol.29, No. 5, (1998), 891-901.
- (14) 柏村孝義・白鳥正樹・于強, 機論, 63-607, A, (1997), 624.
- (15) 柏村孝義, 白鳥正樹, 于強, "統計的最適化手法におけるばらつきと構造信頼性の評価", 機論, 63-610, A(1997), 222-227.
- (16) Kashiwamura, T., Shiratori, M., and Yu, Q., "Statistical optimization method", Computer Aided Optimum Design of Structures V, (1997), 213-227.

- (17) 柏村孝義・白鳥正樹・于強, 実験計画法による非線形問題の最適化, (1998), 朝倉書店.
- (18) Myers, R.H. and Montgomery, D.C., Response Surface Methodology :Process and Product Optimization Using Designed Experiments, (1995), John Wiley & sons.
- (19) 轟章・ほか1名, 機論, 64-618, A, (1998), 514.
- (20) 津田孝夫, モンテカルロ法とシミュレーション, (1969), 培風館.
- (21) Hasofar, M.A. and Lind, N.C., J.Eng.Mech.Div., Proc.ASCE, 100-EM1 (1974), 111.
- (22) Yang, A.H.S., Probability Concepts in Engineering Planning and Design, (1975), Vol.1, John Wiley & Sons, 329.
- (23) 北野誠・ほか2名, 機論, 56-525, A, (1990), 1140.
- (24) Yu, Q., et. al. , Proceedings of the ASMEWAM, AMD-Vol. 187 (1994), 205.
- (25) 向井稔・ほか4名, 機論, 63-611, A, (1997), 234.
- (26) Mukai, M., et. al. , JSME Int. J., 41-2, A, (1998), 260.
- (27) Mukai, M., et. al. , Trans. ASME, J. Electronic Packaging, 120-2, (1998), 207.
- (28) Doi., K., et. al. , Proc. ISHM '95, (1995), 247.
- (29) Segawa, M., Kimura, M., Ooi, K., Sugi, S., "A Micro Miniaturized CCD Color Camera Utilizing A Newly Developed CCD Packaging Technique", IEEE Trans.on Consumer Electronics, Vol.41, No.3, (1995), 946-953.
- (30) 小野美智子, 瀬川雅雄, 杉修一, 木村正信, 大井一成, 岸本泰一, "Φ4mm マイクロカメラ用小型画像センサーモジュール", 第7回マイクロエレクトロニクスシンポジウム MES' 97, (1997), 29-32.
- (31) Segawa, M., Ono, M. Musha, S., Kishimoto, Y., Ohashi, A., "A CMOS Image Sensor Module Applied for A Digital Still Camera Utilizing the TOG Bonding Method", ECTC Proc., (1998), 1109-1114.
- (32) 瀬川雅雄, 小野美智子, 青木慎, "異方性導電接続法を用いたデジタルカメラ用画像センサーモジュール", 5<sup>th</sup> Symposium on Microjoining and Assembly Technology in Electronics, (1999), 183-188.
- (33) 加藤俊夫, "フリップチップ実装技術の現と今後の課題", エレクトロニクス実装学会誌, Vol.2, No.5, (1999), 404-409.
- (34) 佐藤武彦, "導電性接着剤接続技術", エレクトロニクス実装学会誌, Vol.10, No.6, (1995), 373-376.
- (35) 武市元秀, "ベアチップ実装用ACF", エレクトロニクス実装学会誌, Vol.2, No.2, (1999), 95-98.
- (36) 竹村賢三, 長井朗, 渡辺伊津夫, "フリップチップ接続用異方導電材料", 回路実装学会誌, Vol.2, No.2, (1999), 99-103.

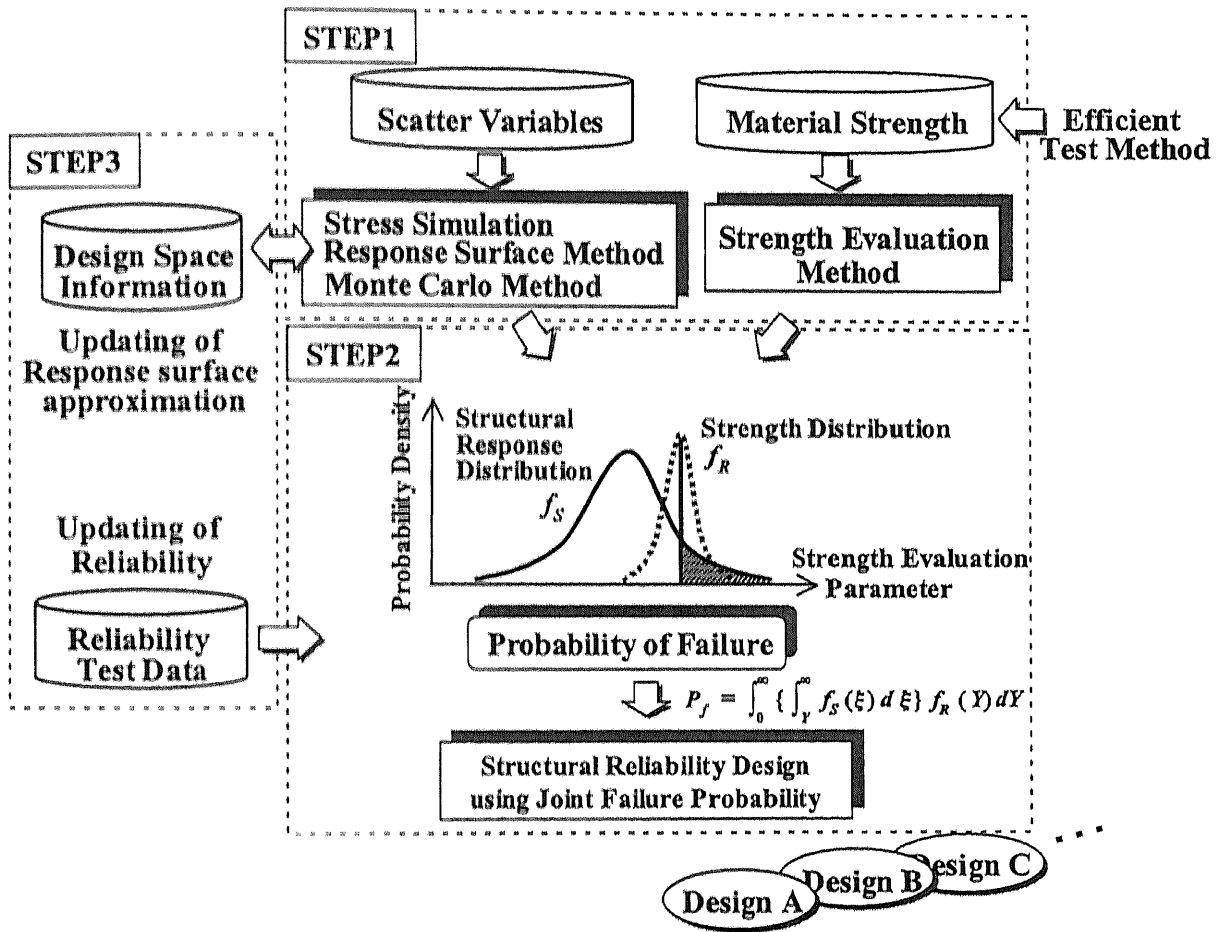
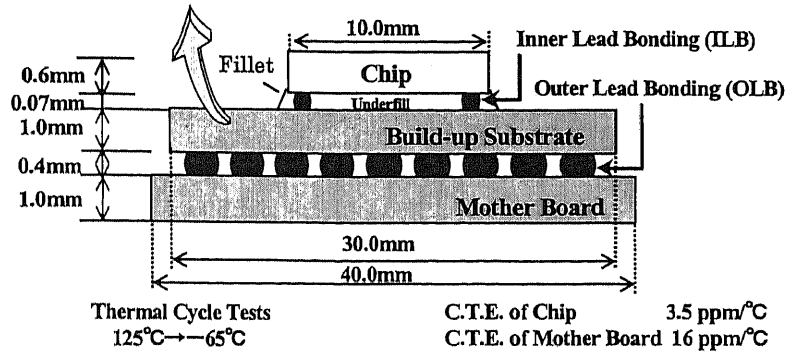


Fig. 2.1 Reliability design method using response surface method and Bayes theory

**Table 2.1 Design parameters (Material property of substrates)**

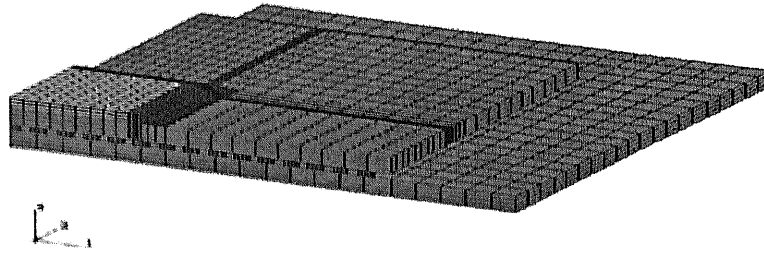
	Young's Modulus (GPa)	C.T.E. (ppm/°C)
Case1 (FR4)	20	14
Case2 (Ceramic Substrate)	300	5
Case3 (Organic Substrate 1)	25	12
Case4 (Organic Substrate 2)	20	10



**Fig. 2.2 Cross-section of FC-BGA on mother board**

**Table 2.2 Scatter variables and structural response**

	Scatter variables	Scatter range
X <sub>1</sub>	Thickness of substrate (mm)	1.0 ± 20%
X <sub>2</sub>	Thickness of mother board (mm)	1.0 ± 20%
X <sub>3</sub>	Young's modulus of underfill (GPa)	10 ± 20%
X <sub>4</sub>	C.T.E. of underfill (ppm/°C)	30 ± 20%
X <sub>5</sub>	Young's modulus of substrate (GPa)	± 20% (Case 1, 3, 4) ± 10% (Case 2)
X <sub>6</sub>	C.T.E. of substrate (ppm/°C)	± 20% (Case 1, 3, 4) ± 10% (Case 2)
X <sub>7</sub>	Young's modulus of mother board (GPa)	20 ± 20%
X <sub>8</sub>	C.T.E. of mother board (ppm/°C)	16 ± 20%
X <sub>9</sub>	Gap between chip and substrate (mm)	0.07 ± 10%
X <sub>10</sub>	Diameter of ILB (mm)	0.1 ± 10%
X <sub>11</sub>	Height of OLB (mm)	0.4 ± 10%
X <sub>12</sub>	Diameter of OLB (mm)	0.5 ± 10%
X <sub>13</sub>	Width of underfill fillet (mm)	2.0 ± 10%
X <sub>14</sub>	Height of underfill fillet (mm)	0.4 ± 10%
X <sub>15</sub>	Position in ILB	350 ± 10% μm from corner
X <sub>16</sub>	Temperature range (°C)	190 ± 10%



**Fig. 2.3 Model for stress simulation (1/4 region)**

**Table 2.3 Material property**

	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio	Thermal expansion coefficient(/°C)
Mother bord	20	0.3	$16.0 \times 10^{-6}$
Chip	170	0.28	$3.50 \times 10^{-6}$
Underfill	10	0.3	$30.0 \times 10^{-6}$

Table 2.4 Variance analysis(Case 1 ILB)

Variable	Dimension	Variance	F		Contribution Ration
X1	1	5.30E-06	7.55E+00	*	0.77%
	2	3.31E-07	4.72E-01		0.00%
X2	1	1.65E-06	2.35E+00		0.16%
	2	3.79E-07	5.40E-01		0.00%
X3	1	1.56E-05	2.23E+01	**	2.50%
	2	6.19E-08	8.82E-02		0.00%
X4	1	3.02E-04	4.30E+02	**	50.34%
	2	6.85E-08	9.76E-02		0.00%
X5	1	2.74E-05	3.90E+01	**	4.46%
	2	1.50E-07	2.14E-01		0.00%
X6	1	5.25E-05	7.47E+01	**	8.65%
	2	4.17E-07	5.93E-01		0.00%
X7	1	2.92E-10	4.15E-04		0.00%
	2	2.07E-07	2.95E-01		0.00%
X8	1	3.68E-06	5.24E+00	*	0.50%
	2	2.80E-08	3.98E-02		0.00%
X9	1	6.38E-07	9.01E-01		0.00%
	2	5.21E-06	7.49E+00	*	0.75%
X10	1	3.82E-07	5.45E-01		0.00%
	2	3.49E-07	4.97E-01		0.00%
X11	1	1.32E-07	1.87E-01		0.00%
	2	3.06E-08	4.37E-02		0.00%
X12	1	1.38E-06	1.96E+00		0.11%
	2	1.23E-08	1.75E-02		0.00%
X13	1	1.39E-05	1.97E+01	**	2.20%
	2	4.58E-07	6.53E-01		0.00%
X14	1	8.40E-05	1.20E+02	**	13.93%
	2	4.20E-06	5.98E+00	*	0.58%
X15	1	8.53E-07	1.21E+00		0.03%
	2	5.26E-08	7.49E-02		0.00%
X16	1	1.60E-05	2.27E+01	**	2.55%
	2	1.87E-07	2.66E-01		0.00%
X4*X9	1 * 1	1.15E-06	1.64E+00		0.07%
	1 * 2	1.35E-08	1.92E-02		0.00%
	2 * 1	5.49E-07	7.82E-01		0.00%
	2 * 2	2.87E-08	4.09E-02		0.00%
X4*X3	1 * 1	8.75E-06	1.25E+01	**	1.35%
	1 * 2	5.39E-06	7.67E+00	*	0.78%
	2 * 1	1.13E-05	1.61E+01	**	1.77%
	2 * 2	1.61E-06	2.30E+00		0.15%
			.		
			.		

Table 2.5 Scatter of structural responses

	ILB (Inelastic Strain Range)		OLB (Inelastic Strain Range)	
	Average	Coefficient of variation	Average	Coefficient of variation
Case 1	0.0084	0.17	0.00034	0.86
Case 2	0.0067	0.13	0.019	0.32
Case 3	0.0070	0.17	0.0081	0.49
Case 4	0.0072	0.16	0.0073	0.36

Table 2.6 Criteria for fracture

	ILB	OLB
Criteria	$\Delta \epsilon_m = 0.01$	$\Delta \epsilon_m = 0.01054$

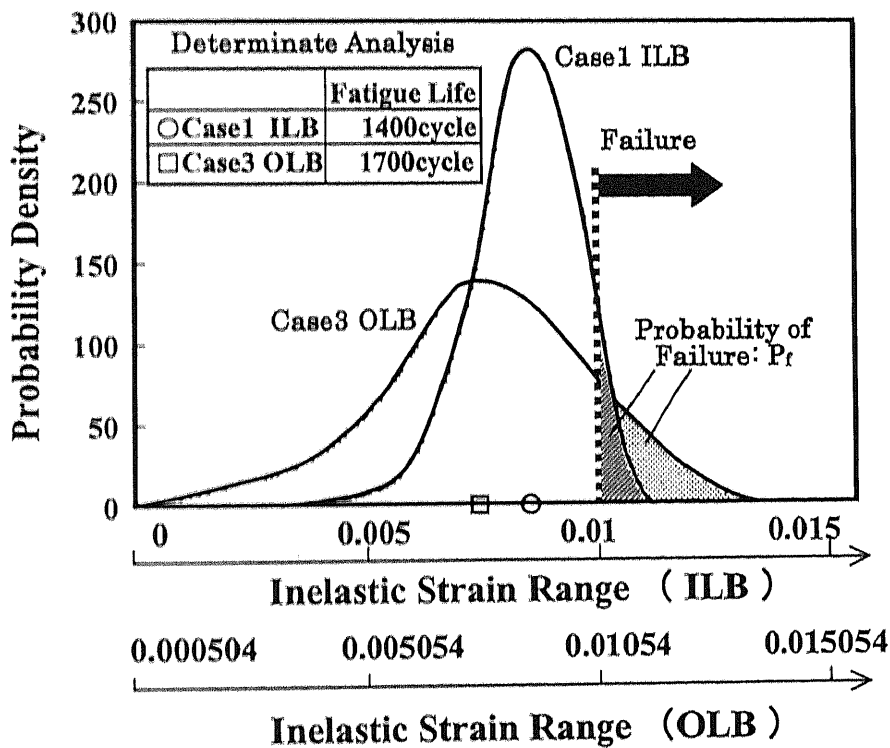


Fig. 2.4 Probability distribution of inelastic strain range

**Table 2.7 Probability of failure  $P_f$**

	$P_f$ for ILB	$P_f$ for OLB	$P_f$ for ILB and OLB
Case 1	0.150	0.0	0.150
Case 2	0.0	0.924	0.924
Case 3	0.00516	0.269	0.273
Case 4	0.00731	0.110	0.117

**Table 2.8 Fracture probability after improvement**

	$P_f$ for ILB	$P_f$ for OLB	$P_f$ for ILB and OLB
Before	0.15	0.0	0.15
After	0.0025	0.0	0.0025



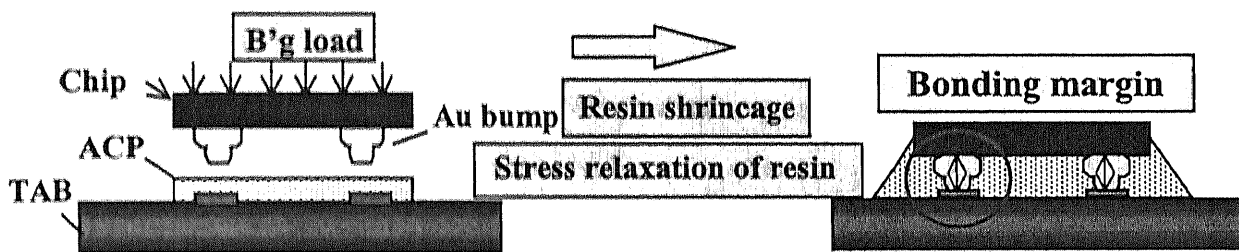


Fig. 2.5 Bonding mechanism in flip-chip interconnection using ACP

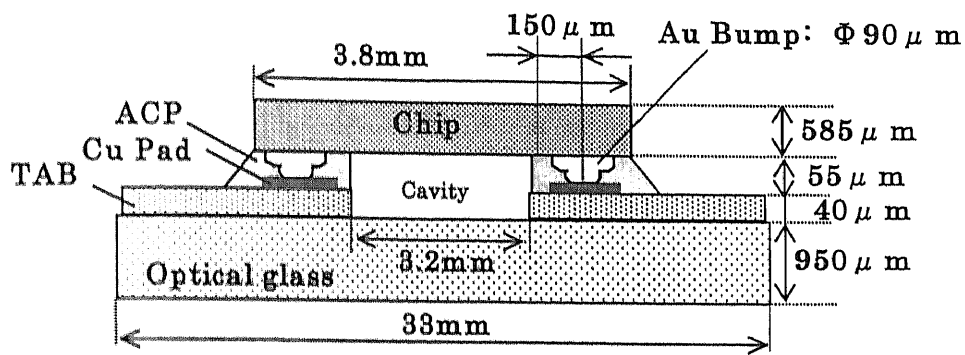


Fig. 2.6 Cross section image of the TOG module

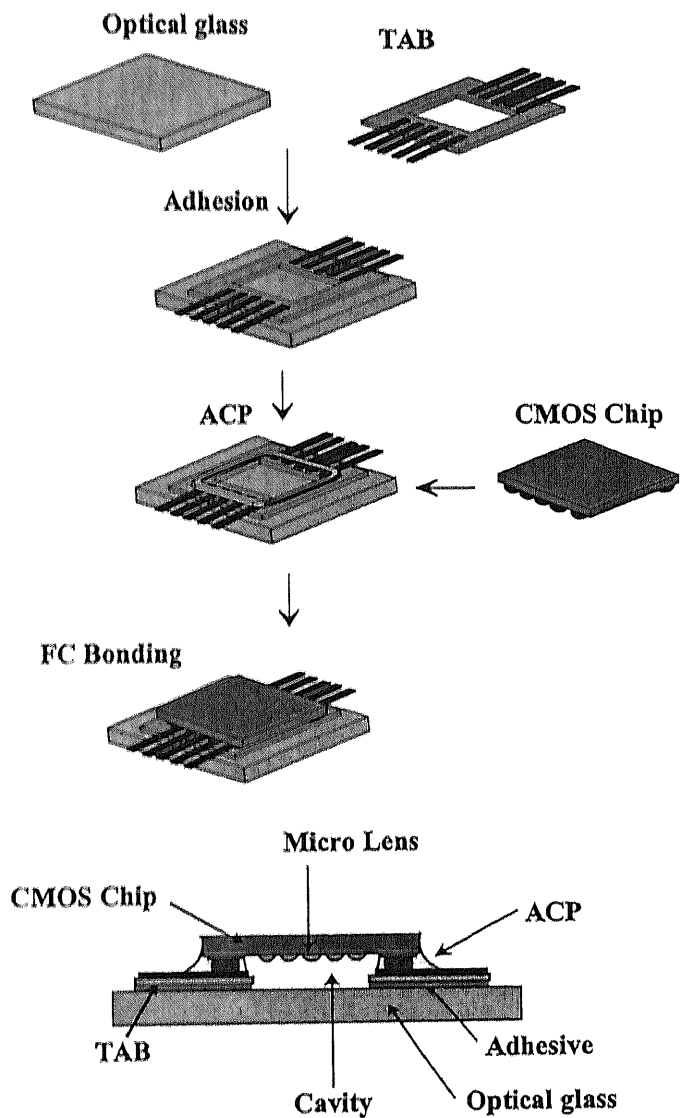


Fig. 2.7 TOG module production process

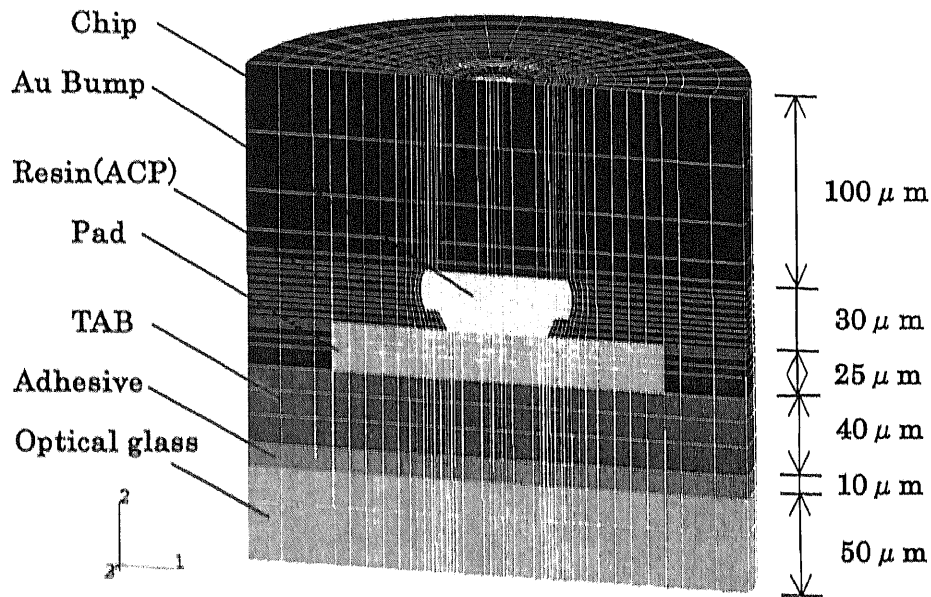


Fig. 2.8 FEM model

Table 2.9 Material Properties

	Young's modulus(GPa)	Poisson's ratio	Thermal expansion coefficient(/°C)
Resin (ACP) (T <sub>g</sub> =115°C)	2.0(RT) 0.05(150°C)	0.3	68×10 <sup>-6</sup> (T <sub>g</sub> 以下) 200×10 <sup>-6</sup> (T <sub>g</sub> 以上)
Chip	170	0.28	3.5×10 <sup>-6</sup>
TAB	4	0.2	20×10 <sup>-6</sup>
Au Bump	88	0.34	20×10 <sup>-6</sup>
Cu Pad	123	0.34	16.5×10 <sup>-6</sup>
Glass	72	0.3	5.5×10 <sup>-6</sup>

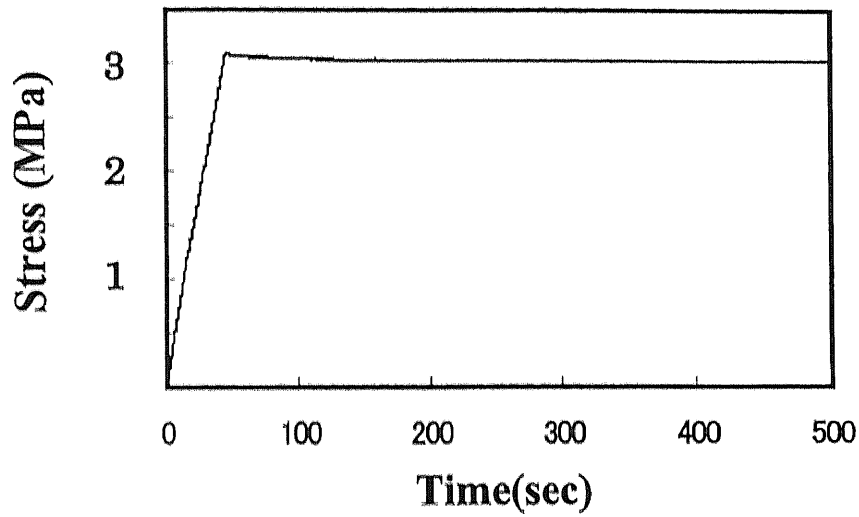


Fig. 2.9 Variation of stress in resin

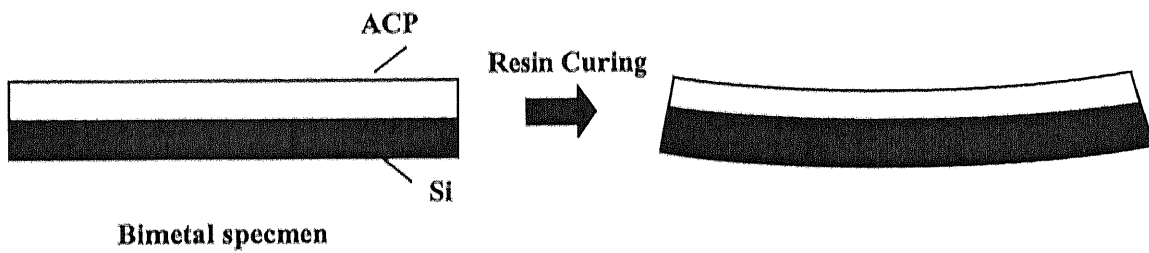


Fig. 2.10 Evaluation of resin shrinkage under resin curing

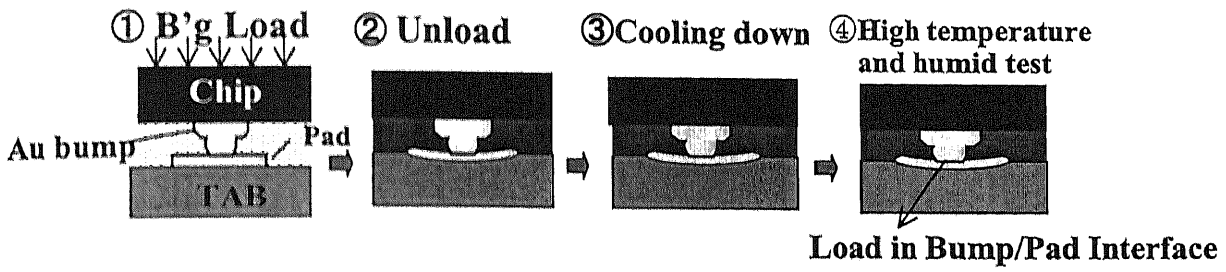


Fig. 2.11 Flow of stress analysis

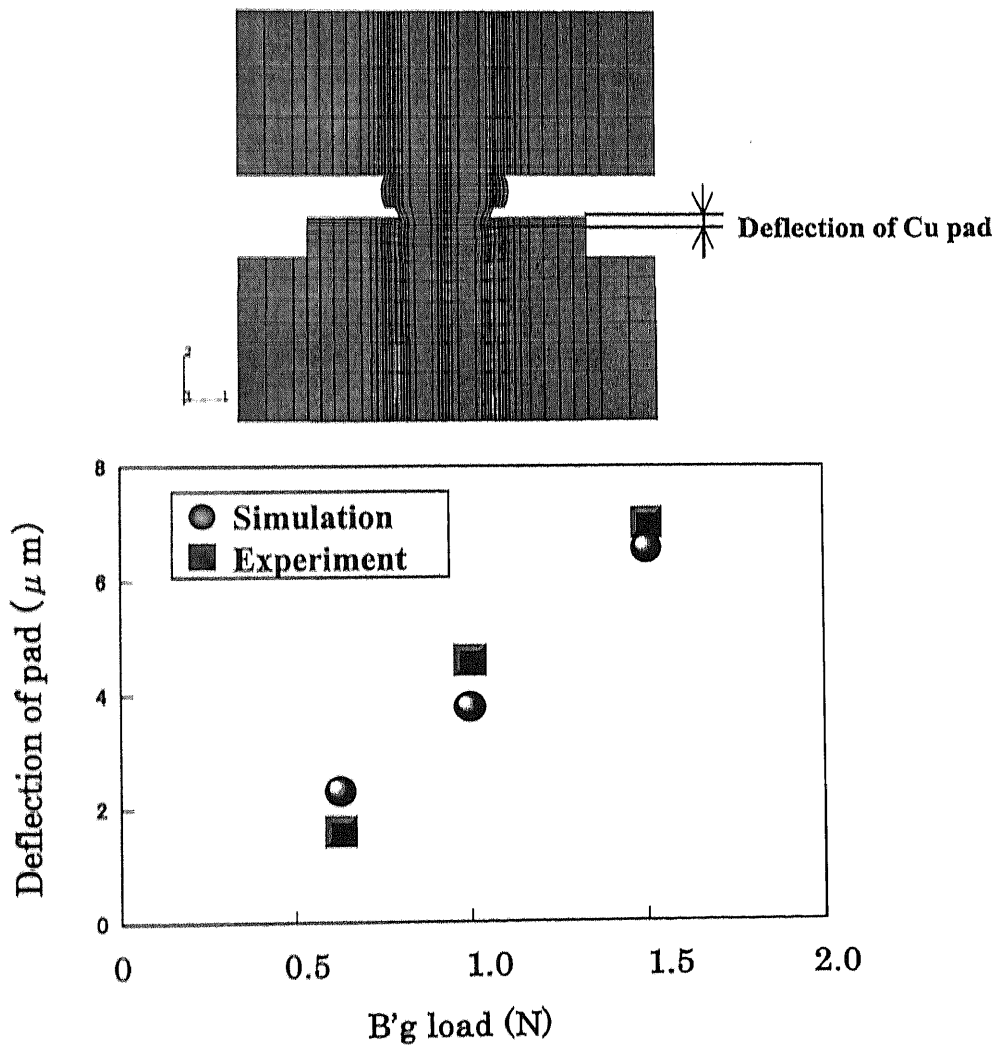
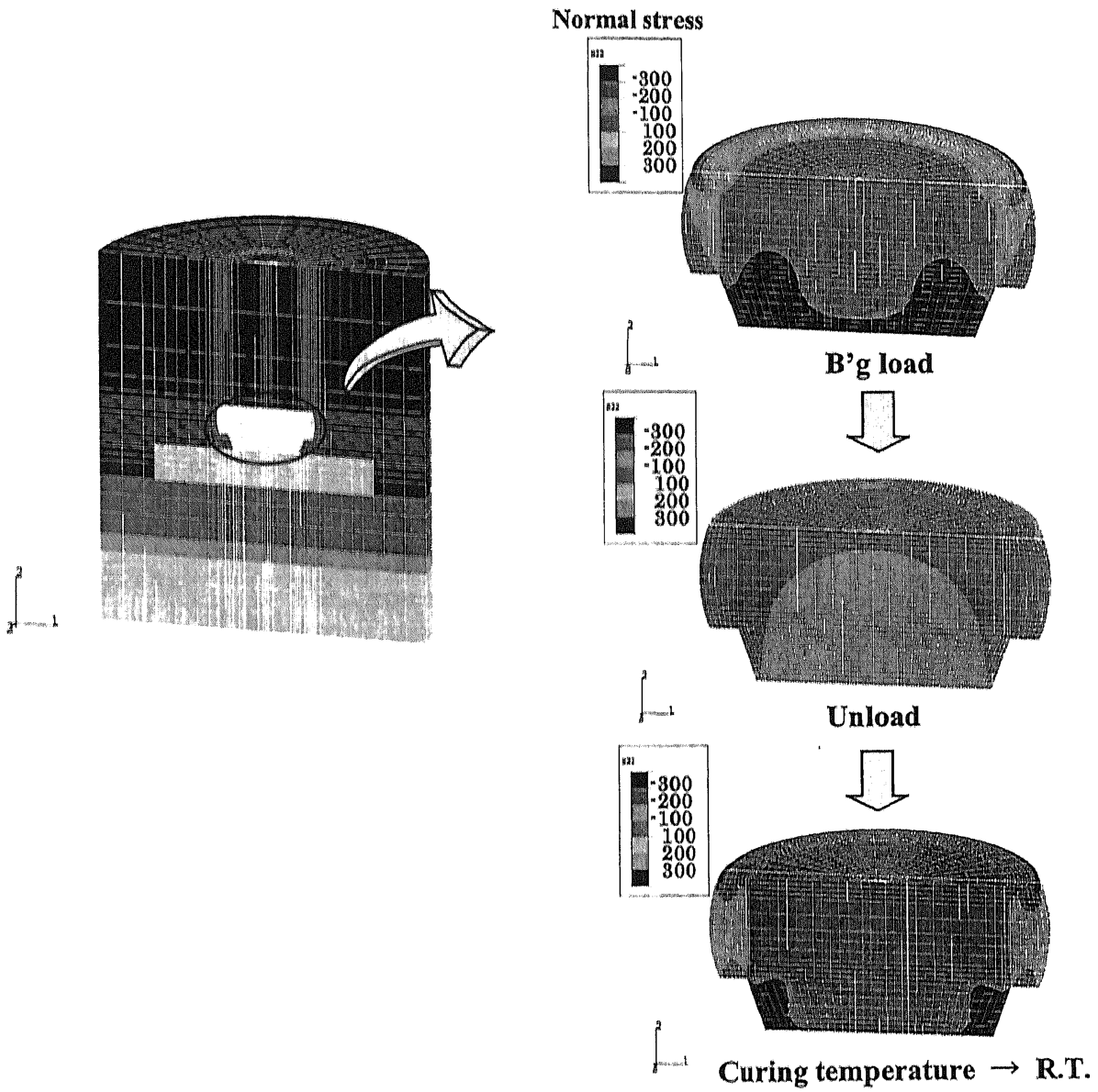


Fig. 2.12 Comparison with simulation and experiment



**Fig.2.13** Variation of normal stress distribution in bump/pad interface

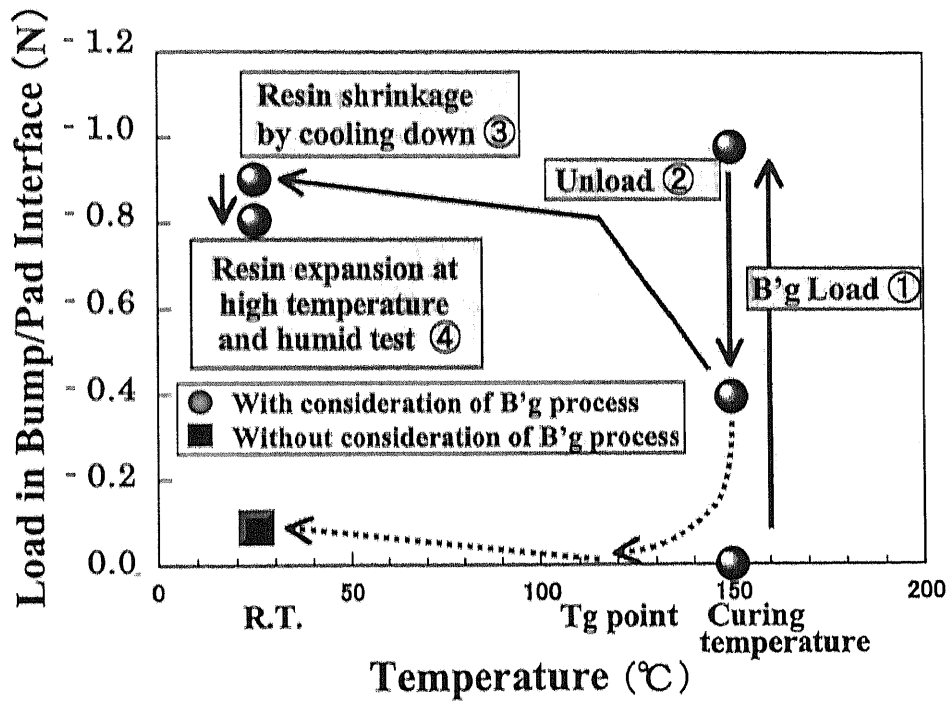


Fig.2.14 Variation of the load in bump/pad interface under flip-chip bonding sequence

(In the case of B'g load 1.0N/bump)

Table 2.10 Relationship between contact resistance and B'g load

B'g load (N/bump)	Condition of interconnection (Contact resistance)
Bellow 0.8	High and Unstable
0.8 ~1.6	Low and Stable (< 10mΩ)
Above 1.6	Unstable

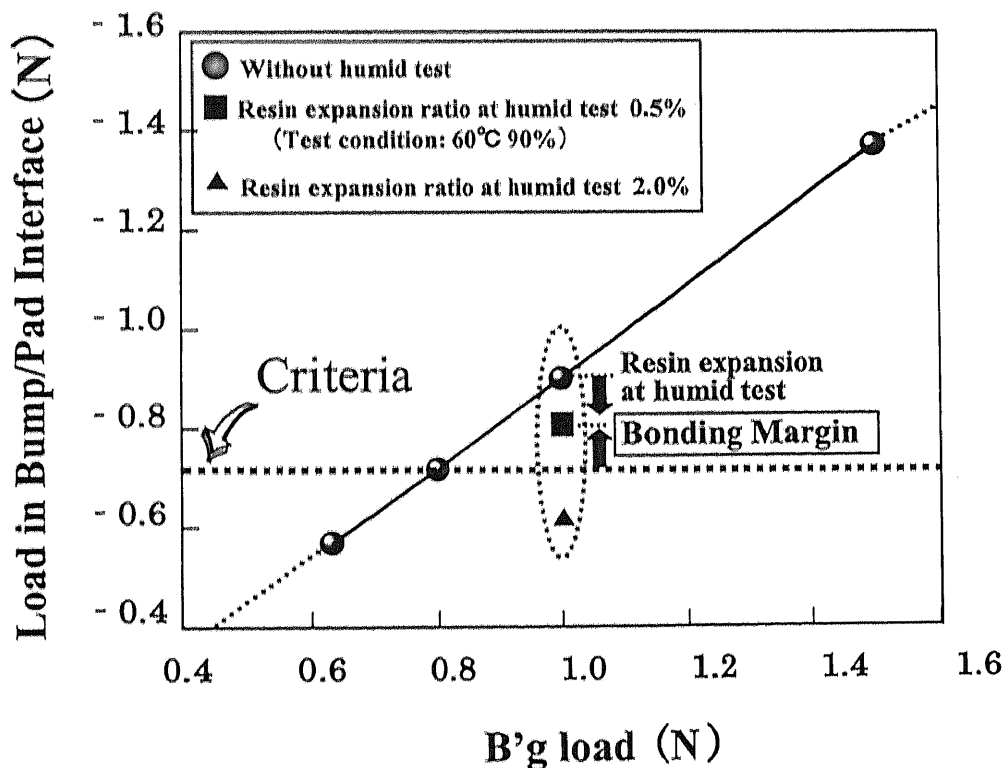


Fig.2.15 Relationship between B'g load and the load in bump/pad interface



**Table 2.11 Scatter variables and structural response**

	<b>Scatter variables</b>	<b>Scatter range</b>
<b>X<sub>1</sub></b>	<b>B'g load (N)</b>	<b>1.2±50%</b>
<b>X<sub>2</sub></b>	<b>Young's modulus of substrate (GPa)</b>	<b>3.9±20%</b>
<b>X<sub>3</sub></b>	<b>Young's modulus of underfill (GPa)</b>	<b>2±20%</b>
<b>X<sub>4</sub></b>	<b>C.T.E. of underfill (ppm /°C)</b>	<b>68±20% (bellow Tg) 200±20% (above Tg)</b>

**Table 2.12 Criteria for fracture**

<b>Criteria 1</b>	<b>Criteria 2</b>
<b>Load in the interface between Cu pad and Au bump (N)</b>	<b>Gap between chip and TAB tape (<math>\mu</math> m)</b>
<b>—0.702</b>	<b>21.2</b>

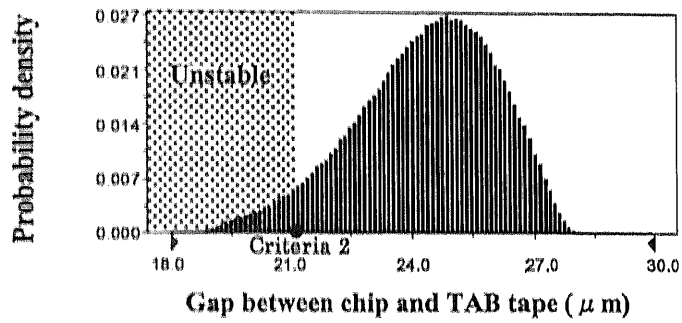
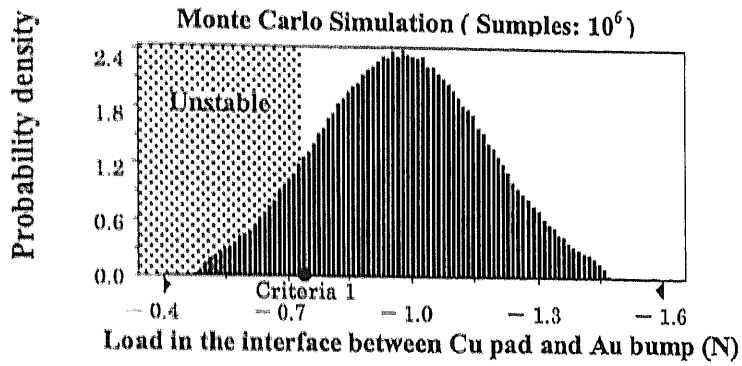


Fig. 2.16 Probability distributions for structural response values

Table 2.13 Probability of failure  $P_f$

$P_f$ for criteria 1	$P_f$ for criteria 2	$P_f$ for criteria 1 and criteria 2
0.0967	0.0501	0.147

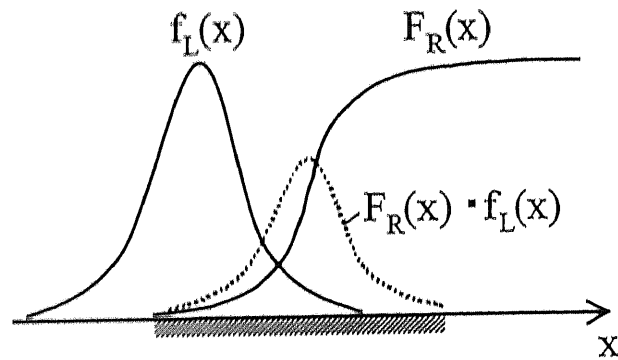


Fig. 2.17 Range for failure probability calculation

## 第3章 ベイズ論に基づく信頼性解析の高精度化

### 3.1 緒言

信頼性予測においては、解析誤差やばらつき要因の検査データ不足などにより、不確かさが内在する場合がある。本章では、ベイズ理論を用いて、(1)応答曲面近似式あるいは(2)信頼度自体、を高精度化することを試みる。

### 3.2 信頼度の高精度化手法

#### 3.2.1 信頼性試験データによる高精度化

2・2節の方法により得られた信頼度(=1-不良発生確率 P)に不確かさが内在する場合、定量的評価を行なうには高精度化が必要である。従来より製品の信頼性を実証するためにフィールド条件を合理的に加速した信頼性試験が行われてきた。信頼性試験により信頼度を正確に求めるには、多くの試験データが必要となり、多大な労力とコストを要する。そのため、限られた信頼性試験データで合理的に信頼度を推定できる手法が望まれる。そこで、前節の方法で得られた信頼度を、限られた信頼性試験データを用いてベイズ理論により高精度化する方法を試みた。図 3.1 に高精度化のながれを示す。不確かさが内在することを考慮し、信頼度自体を確率変数として考える。まず、信頼度算出時点での情報、知識、経験に基づき確率分布を与え、これを信頼性試験データによって修正するという方法をとる<sup>(1)(2)</sup>。この修正は、ベイズの定理を用いて行う。最初に与える確率分布を事前分布、データにより修正された後の確率分布を事後分布という。本研究では信頼度の事前分布として、分布パラメータによって柔軟に分布形状を変化させることが可能なベータ分布を仮定した。信頼性試験データとしては、n個のサンプルを試験したところ、そのうちのk個が要求基準に達しない場合を考える。これを事象 A とすると、信頼度 R の製品において、事象 A が生じる確率は(3.1)式のように表現できる。

このとき事後分布  $f(R|A)$  は(3.2)式で表される。

事後分布の期待値より信頼度の推定値が求められる。また、推定された信頼度以上になる確信度合も信頼度の確率分布より計算可能となる。

$$P(A|R) = {}_n C_k (1-R)^k R^{n-k} \quad (3.1)$$

$$f(R|A) = \frac{f(R)P(A|R)}{\int_0^1 f(R)P(A|R)dR} \quad (3.2)$$

### 3.2.2 適用例(信頼度の高精度化事例)

2.2節での不良発生確率の算出過程には、応答曲面近似の誤差、ばらつき要因の検査データ不足、考慮外のばらつき要因(はんだ疲労寿命)により不確かさが存在する。信頼度の高精度化手法を Case 3 の場合について適用した例を示す。Case 3 の場合、2.2 節において 0.273 という不良発生確率を得ている。しかしながら、応答曲面近似の誤差を±5%、検査データ不足によるばらつき範囲誤差を±5%、疲労寿命のばらつきを倍半分と考えた場合、信頼度の下限值は 0.19 となる。信頼度自体を確率変数と考え、Case 3 の場合について信頼度(=1-不良発生確率)の確率分布を求める。信頼度がベータ分布に従うと仮定し期待値を 0.727、また、99%の確率で信頼度の下限值 0.19 以上になると仮定して図 3.2 に示す信頼度の確率分布が得られる。ベイズ理論により信頼性試験データを用いて信頼度分布をアップデートした結果を、図 3.3、3.4 に示す。サンプル数  $m=10$  のときの不良発生数  $k$  が 2 の場合、0 の場合および、 $m=100$  のときの不良発生数  $k$  が 20 の場合、0 の場合のそれぞれについて事後分布を示している。事前分布が試験結果に応じて修正される様子が見える。事後分布の期待値より信頼度の推定値が求められる。また、信頼度予測の確信度合も事後分布より把握できると考えられる。

### 3.2.3 考察

CAE 技術を利用した信頼度予測では、ばらつき要因が信頼性に及ぼす影響を適切に評価することが可能な反面で、検査データ不足や解析精度不足により不確かさが内在する。一方、製品の信頼性を実証するために行われる信頼性試験では、労力とコストの観点から実施可能なサンプル数は限られており、多くのばらつき要因の一部のみしか表面化しない場合もある。そこで、CAE 技術を用いた信頼性解析と、実際の信頼性試験結果の両方を合理的に融合し、信頼度予測を高精度化することを試みた。本節では信頼度の事前分布として、分布パラメータによって柔軟に分布形状を変化させることが可能なベータ分布を仮定して高精度化を行った。第 2 章における半導体パッケージの信頼性解析への適用例を通じて、事後分布の期待値より信頼度の推定値が求められ、また、信頼度予測の確信度合も信頼度の確率分布より把握可能となることを示した。設計の上流段階で本手法を実施することにより、信頼性試験時に必要なサンプル数の決定支援にも有効であると考えられる。

### 3.3 応答曲面近似式の高精度化手法

近年、設計最適化分野や品質工学分野の近似解法として応答曲面法<sup>(3)~(6)</sup>がその理論の平易さと近似手法としての利便さから、広く利用されている。応答曲面法は、対象とする現象あるいはシステムに対する応答曲面近似式の構築と活用の為の方法論である。応答曲面近似式とは、 $n$  個( $n>1$ )の変数  $x_i$  から予測される応答  $y$  についての関係式を近似したものである。CAE(Computer Aided Engineering)を用いた設計最適化や信頼性予測においては、近似解空間として多く利用されており、一回の CAE 計算コストが無視し得な場合、各数値実験を、応答曲面近似式上での計算で代替することで、高速に最適化あるいは信頼性予測を行なおうとするものである。しかしながら、非線形性などを伴う複雑かつ大規模な設計空間データの解析においては、比較的単純な近似式(例えば低次の主効果項のみの近似式)によって現象あるいはシステムを精度良く記述することが困難な場合が多い。また、応答曲面近似式の構築にあたって、あらかじめ相互作用に関する情報が確認されている場合以外には、各変数の相互作用項の導入についての有効な指針は少ない。このような場合、すべての相互作用項を考慮すれば、変数が多くなるに従い数値実験点が指数的に増大するだけではなく、冗長性が強い(汎化誤差が大きい)近似モデルとなるため注意を要する。従来、設計空間を領域分割することにより、高精度な応答曲面を各領域について作成してきた。しかしながら、応答曲面空間の拡張、あるいは、より高精度な応答曲面近似式の作成に際し、再度、実験計画や解析を実行し直すには多大な労力が必要となる場合が多く、新たな設計空間データが得られるたびに容易に応答曲面近似式を更新可能な実用に則した手法が必要である。また、設計空間データが複数の領域において応答曲面近似式として蓄積されるに従い、設計空間情報の未知の部分に対して、積極的に新たな相互作用項を含んだ形の応答曲面モデル(RSM: Response Surface Model)で表現し、能動的に情報抽出を行うための方法論を構築することが重要であると考えられる。多峰性解空間に対し高精度な応答曲面近似式を作成する手法として、宮田ら<sup>(4)</sup>は応答曲面モデルの項選択の基準として情報量基準(AIC)を使用し、逐次選択法により項を段階的に導入する方法を提案しているが、応答曲面近似式の高精度化あるいは合理性の算定についての実用に則した手法に関する研究は、まだ少ないと思われる。

本節では、状態量推定アルゴリズムを用いて、種々の応答曲面モデルを、別領域の応答曲面近似式より算出されたサンプリング点あるいは新たに得られた数値実験点をベースに、逐次アップデートする方法を試みた。また、種々の応答曲面モデルを、分散推定値と残差をもとにベイズの定理を用いて多重仮説検定し、適合性を算定する方法を適用した。本手法を半導体パッケージにおける構造信頼性評価に試適用することにより、応答曲面近似式を効率的にアップデートできること、また、多重仮説検定により新たな相互作用項を含んだ複数の応答曲面モデルを適合確率を指標に算定できることを示した。

### 3.3.1 応答曲面近似式の高精度化手法のながれ

本研究で提案する応答曲面近似式の高精度化手法のながれを図 3.6 に示す。本高精度化手法では、別領域の応答曲面近似式(図 3.5 参照)をベースに算出されたサンプリング点、あるいは、新たに得られた数値実験点をもとに応答曲面近似式を高精度化する。本手法は大きく分けて、STEP 1 初期応答曲面近似式の作成、STEP 2 カルマンフィルタアルゴリズムによる応答曲面近似式のアップデート、STEP 3 ベイズの定理をベースにした応答曲面モデルの多重仮説検定の 3つのステップより構成される。以下の節では各ステップについて説明する。

#### 初期の応答曲面近似式の作成

設計空間が適切に領域分割され、部分空間において精度良く応答曲面近似式が作成されている状態を初期状態として想定する(図 3.5 参照)。応答曲面モデルとしては、取扱いが容易で統計的手法の適用が可能な多項式が多く用いられている。しかし、変数変換を行なうことで線形化可能な非線形関数も多く用いられる。例えば、指数関数、べき乗関数、有理関数、対数関数、ロジスティック関数などである。柏村らは、構造解析に実験計画法と応答曲面法を導入し、非線形問題にも適用可能な直交多項式ベースの応答曲面法を構築している。設計作業に必要な影響度解析、特性値の最適化、拡張 1 次近似 2 次モーメント法(AFOSM)をベースにした構造信頼性の評価が効率的かつ汎用的に実施できることを示している。本研究では、柏村らにより提案された直交表および直交多項式を利用した応答曲面法<sup>(9)(4)</sup>を用いて、設計に内在する変数の関数として近似式を作成し、初期の応答曲面近似式とした。ここで、各数値実験点は直交表を用いた実験計画法により決定し、応答曲面近似式には、Chebyshev の直交多項式<sup>(9)</sup>を用いる。この近似式は、各数値実験点(=直交表の列)の解析結果を用いて作成する回帰式に相当するものである。この直交多項式は、低次項が優先され各次数項が互いに独立であるという特徴を持っているため、任意の次数で近似式を打ち切っても残った次数においては最良な回帰式を示している。応答を  $y$ 、設計に内在する変数を  $x_1$ 、各変数の平均値を  $\mu_1$  とするとき、応答は(3.3)式で表される<sup>(9)(4)</sup>。ただし  $x_1, x_2, \dots$  は、設計変数、 $\mu_1, \mu_2, \dots$  は平均値、 $a$  は係数、 $k, h$  は水準数、水準間隔をそれぞれ示している。

$$\begin{aligned} \text{構造応答 } y = & a_0 + a_{10}(X_1 - \mu_1) + a_{20} [(X_1 - \mu_1)^2 \\ & - (k^2 - 1)h^2 / 12] + a_{01}(X_2 - \mu_2) + a_{02} [(X_2 - \mu_2)^2 \\ & - (k^2 - 1)h^2 / 12] + a_{11}(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2) \\ & + a_{21} [(X_1 - \mu_1)^2 - (k^2 - 1)h^2 / 12] (X_2 - \mu_2) \\ & + a_{12} [(X_2 - \mu_2)^2 - (k^2 - 1)h^2 / 12] (X_1 - \mu_1) + \dots \end{aligned} \quad (3.3)$$

## 各種の応答曲面モデルの想定

非線形性を伴う複雑かつ大規模な現象やシステムにおいても、多項式を形成する各項を適切に選ぶことにより、係数に関して線形 1 次式の応答曲面モデルとして近似的に表現できる場合が多いと考えられる。しかしながら、各項の選択の仕方は多数存在するため、ある次数以下と限った場合においても、想定可能な応答曲面モデルは極めて多く存在する。そのため、より高精度な応答曲面近似式あるいはより広い領域における応答曲面近似式を構築するには、想定される多数の応答曲面モデルを、効率的に算定できる実用に則した方法が必要である。本研究では、別領域において構築した応答曲面近似式により算出したサンプリング点あるいは新たに得られた数値実験点を観測データとして、ベイズ理論<sup>(7)(11)</sup>に基づくカルマンフィルタにより各応答曲面近似式をアップデートしつつ、逐次、多重仮説検定による適合確率を指標に、各応答曲面モデルを算定することを試みた。一般に、応答曲面近似式は一般に、以下のように表現される(ただし、 $X_i$ は各変数の組み合わせや変数変換により作成された多変数関数( $X_1X_2$ など)であっても良い)。

$$Y = a_1 + \sum_{i=2}^N a_i X_{i-1} \quad (3.4)$$

ここで、(3.4)式の  $N$  は項数、 $a$  は未知パラメータ(係数)を意味している。

前述のとおり、本研究では、応答曲面近似式のアップデートに、別領域の応答曲面近似式をベースに算出したサンプリング点、あるいは、新たに得られた数値実験点を観測値として用いる。逐次アップデートのステップ  $k$  において、観測値( $Y_1, \dots, Y_m$ ) $_k$  が得られた場合、(3.5)式の観測方程式を構成できる。

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{(N-1)1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{(N-1)2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1m} & X_{2m} & \cdots & X_{(N-1)m} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}_k + v_k \quad (3.5)$$

$Y(k) = M(k) \cdot a(k) + v(k)$  ただし  $v_k$  はガウス性の白色雑音を示している。

パラメータ  $a(k) = (a_1, a_2, \dots, a_N)_k$  を状態量とおくと、(3.6)式の状態方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}_{k-1} \quad (3.6)$$

$a(k) = I \cdot a(k-1)$  ただし、 $I$  は単位行列を示している。

統計的推定は母集団のごく限られたデータを用いて、その母集団の母数を推論しようとするものである。この推定の方法には、母数を未知の定数(確定値)と仮定して推定する方法(点推定：最尤推定法など)、推定による誤差の程度を信頼区間を用いて推定する方法(区間推定)、および母数を確率変数すなわち推定誤差を確率量と仮定して推定する方法(ベイズ推定)などがある。本節では、応答曲面近似式の係数ベクトル(状態量)の推定にベイズの推定に基づく統計的推定法を用いる。すなわち、係数ベクトル  $\mathbf{a}$  の事前分布を  $f(\mathbf{a})$  とするとき、サンプリング点  $(Y_k, M_k)$  が得られたという条件のもとで、係数ベクトル  $\mathbf{a}$  が生じる確率分布  $f(\mathbf{a} | Y_k)$  をベイズ理論を用いて推定することを考える((3.7)式参照)。 (3.7)式および(3.8)式は、ベイズの公式、観測方程式、状態方程式より導くことが可能である(18)。

$$f(\mathbf{a}_k | Y_k) = \frac{f(Y_k | \mathbf{a}_k) f(\mathbf{a}_k | Y_{k-1})}{\int_{-\infty}^{\infty} f(Y_k | \mathbf{a}_k) f(\mathbf{a}_k | Y_{k-1}) d\mathbf{a}_k} \quad (3.7)$$

$$\text{ただし、} \quad f(\mathbf{a}_k | Y_{k-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{a}_k | \mathbf{a}_{k-1}) f(\mathbf{a}_{k-1} | Y_{k-1}) d\mathbf{a}_{k-1} \quad (3.8)$$

このとき、 $\mathbf{a}_k$  の期待値は、有効推定(最小分散推定値)としての性質をもつ。状態量の期待値と分散を代数方程式により効率良く求めるアルゴリズムとして、カルマンフィルタのアルゴリズム(12)(18)を用いる。

#### カルマンフィルタによる応答曲面近似式の更新

カルマンフィルタ(14)(16)は最小2乗推定法の1つであり、 $f(\mathbf{a} | Y_{k-1})$  および  $f(\mathbf{a} | Y_k)$  の平均値ベクトルと共分散行列を(3.9)から(3.16)式に示す代数方程式によって求めるアルゴリズムである。システム内の不確定量と観測の不確定量を含む状態方程式((3.9)式参照)と観測方程式((3.10)式参照)により、対象とするシステムを表現できる場合を考える。このとき、ステップ  $k$  における状態量推定は(3.11)式、カルマンゲインは(3.12)式、誤差共分散行列は(3.14)式により算出される。

ただし、 $\mathbf{a}(k)$  :  $N$  次元状態ベクトル、 $\mathbf{Y}(k)$  :  $m$  次元観測ベクトル、 $\mathbf{F}$  :  $N \times N$  次元駆動行列、 $\mathbf{M}$  :  $m \times N$  次元観測行列、 $\mathbf{w}(k)$  : システム雑音( $N$  次元ガウス白色雑音ベクトル)、 $\mathbf{v}(k)$  : 観測雑音( $m$  次元ガウス白色雑音ベクトル)、 $k$  : 離散時間系で、時間間隔  $\Delta t$  とすると  $k \Delta t$  が観測時刻、 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{M}$  はモデル化により決定される。観測値  $\mathbf{Y}(k)$  が得られるごとに  $\mathbf{a}(k)$  の推定値が求められる。(3.5)式を観測方程式、(3.6)式を状態方程式(ただし、応答曲面近似式の係数ベクトル  $\mathbf{a}(k)$  は定常状態のため、 $\mathbf{F} = \mathbf{I}$ 、 $\mathbf{w}(k) = \mathbf{0}$  と仮定)と考えることにより、応答曲面近似式の係数ベクトル  $\mathbf{a}(k)$  の推定に用いることができる。初期の状態推定ベクトルの誤差共分散行列を仮定することにより、カルマンフィルタのアルゴリズム(16)を用いてパラメータ( $a_1, a_2, \dots, a_N$ )の推定値を求め、応答曲面近似式をアップデートすることが可能である。



$$a(k) = F \cdot a(k-1) + w(k-1) \quad (3.9)$$

$$Y(k) = M \cdot a(k) + v(k) \quad (3.10)$$

$$\hat{a}(k) = \hat{a}(k-1) + K(k) \cdot [Y(k) - M \cdot \hat{a}(k-1)] \quad (3.11)$$

$$K(k) = P_1(k) \cdot M^T [M \cdot P_1(k) \cdot M^T + R(k)]^{-1} \quad (3.12)$$

$$P_1(k) = F \cdot P(k-1) \cdot F^T + Q(k-1) \quad (3.13)$$

$$P(k) = P_1(k-1) - K(k) \cdot M \cdot P_1(k) \quad (3.14)$$

$$R(k) = E[v(k)v^T(k)] \quad (3.15)$$

$$Q(k) = E[w(k)w^T(k)] \quad (3.16)$$

### ベイズの定理を用いた多重仮説検定

ベイズの定理を用いた多重仮説検定法は、プラントなどの異常兆候判定法として福田・清水らにより提案・適用され有効性が示されている<sup>(7)(8)(10)(11)</sup>。本研究では、ベイズの定理を用いた多重仮説検定法を応答曲面モデルの適合判定に適用する。本手法により、応答曲面近似式がアップデートされるごとに多重仮説検定を行い、各応答曲面モデルの有意性を算定できる。

ベイズの定理は(3.17)式のように定式化されている。

$$\begin{aligned} P(E_i | A) &= \frac{P(A | E_i) \cdot P(E_i)}{P(A)} \\ &= \frac{P(A | E_i) \cdot P(E_i)}{\sum_{j=1}^n P(A | E_j) \cdot P(E_j)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$P(E_i)$  : 事象  $E_i$  の事前確率

$P(E_i | A)$  : 事象  $E_i$  の事後確率(事象  $A$  のもとで特定の事象  $E_i$  が生起する確率)

$P(A | E_j)$  : 事象  $E_j$  のもとで事象  $A$  の起こる確率

$n$  : 応答曲面モデルの数

この式から、事象  $A$  という条件下で特定の  $E_i$  が生起するたびに、事象  $E_i$  の事後確率  $P(E_i | A)$  を更新すると、逐次的に正しい確率に漸近していく。すなわち、はじめは過去の経験に基づく判断やわずかな観測データによりシステムの状態を推定せざるを得なかった場合であっても、新たなデータを得るたびに事後確率を修正して、正しい確率へ近づけることができる。ベイズの定理を多重仮説検定に応用し、カルマンフ

フィルタのアルゴリズムによりアップデートされた応答曲面近似式の残差(観測値と推定値の差)から、観測システムの状態を逐次的に推定できる。

カルマンフィルタから算出される残差は、状態方程式と観測方程式から記述されるモデルが対象とする現象あるいはシステムと一致している場合、平均0の正規分布に従う。応答曲面モデル  $i$  に対するカルマンフィルタから出力される残差  $\gamma_i(k)$  は、平均0、共分散  $V_i(k)$  の正規分布  $\mathcal{N}(0, V_i(k))$  に従うから、その確率密度関数は、(3.18)式のように表現できる。ただし、 $m$  は  $\gamma(k)$  の次元、 $\delta_{jk}$  はクロネッカーのデルタを示している。

$$N(\gamma_i(k); 0, V_i(k)) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} (\det V_i(k))^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \gamma_i^T(k) V_i^{-1}(k) \gamma_i(k)\right) \quad (3.18)$$

$$\text{ここで、 } V_i(k) \delta_{jk} = E(\gamma_i^T(k) \gamma_i(j)), \quad \gamma_i(k) = Y(k) - M_i \hat{a}_i(k-1)$$

この確率は、(3.17)式の  $P(A|E_i)$  に相当する。

それゆえ事後確率  $P_i(k) (= P(E_i|A))$  は(3.19)式のように表現できる。

$$P_i(k) = \frac{N(\gamma_i(k); 0, V_i(k)) \cdot p_i(k-1)}{\sum_{j=1}^n N(\gamma_j(k); 0, V_j(k)) \cdot p_j(k-1)} \quad (3.19)$$

ここでいう多重仮説検定とは、検定対象となるシステムに対していくつかのモデルを仮定し、観測中のシステムがどれに該当するかを確率的に判定する方法で、以下の手順で行なう。

1. 応答曲面モデル 1, 応答曲面モデル 2, ..., 応答曲面モデル  $n$  を設定する。
2. 「仮説  $H_i$ : 観測中のシステムは応答曲面モデル  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) に適合する」をたてる。この事象を  $E_i$  とする。
3. 「仮説は正しい  $T$  (True) として、その仮説が  $H_1, H_2, \dots, H_n$  である確率  $P(E_1|T)$ ,  $P(E_2|T)$ , ...,  $P(E_n|T)$  を計算する。

新たなデータが入るたびに 1~3 の計算を繰り返し、最大かつ予め設定しておいたしきい値を超える仮説を採択する。これにより、適合確率を指標に各種応答曲面モデルを逐次算定することが可能となる。

### 3.3.2 適用例

2.4 節で示したように、圧接工法によるフリップチップ<sup>(17)</sup>の場合、図 3.7 に示すように、ボンディング荷重(B'g 荷重)および樹脂の硬化収縮・応力緩和・熱収縮により最終的な bumps 反発力つまり接続マージンが決まる。樹脂選定や B'g 荷重の設定によっては、高温・吸湿試験において樹脂の膨潤により接続オープン(電気抵抗の上昇)が発生する可能性がある。長期信頼性を確保するには、樹脂特性や基板材料特性の影響度の明確化および B'g 荷重の適正化が重要課題になる。2.4 節において、樹脂・基板材料特性や B'g 荷重を設計変数とする応答曲面近似式を、金 bumps/pads 界面に生じる圧縮荷重について作成した((2.5)式参照)。この応答曲面近似式は、基板弾性率が 2~6GPa を対象に構築したものである。本適用例では、(1)基板弾性率が 8~12GPa の場合の解析データが新たに得られた場合の応答曲面近似式の更新例、(2)基板弾性率が 8~12GPa の範囲において新たに得られた応答曲面近似式をベースに算出したサンプリング点を観測データとした場合の 2~12GPa の全領域に対する応答曲面近似式の構築例をそれぞれ示す。

#### (1)新たな数値実験点による更新例

本事例では、基板弾性率が 8~12GPa の場合の解析データが新たに 10 個ほど(各変数については一様乱数値にて設定)得られた場合について、初期の応答曲面近似式(基板弾性率 2~6GPa)を、本手法により基板弾性率 2~12GPa を対象にした応答曲面近似式に更新することを試みる。ここで観測点は、新たに得られた数値実験点 10 個と、部分領域(基板弾性率 2~6GPa)において作成した初期の高精度な応答曲面近似式の対象とする設計空間において一様乱数を発生させることにより得た 10 データを合わせた合計 20 データを逐次、各ステップにおいて新たに算出することにより与えた。

#### 各種の応答曲面モデルの想定

今回は、以下に示すように、考慮する相互作用項の異なる 7 つの応答曲面モデルを対象に検証した。ここで、応答曲面モデル 2~7 の相互作用項の係数は初期値 0 と設定した。

応答曲面モデル1：相互作用項なし(初期モデル)

応答曲面モデル2：  $X_1 X_2$  を考慮した場合

応答曲面モデル3：  $X_1 X_3$  を考慮した場合

応答曲面モデル4：  $X_1 X_4$  を考慮した場合

応答曲面モデル5：  $X_2 X_3$  を考慮した場合

応答曲面モデル6：  $X_2 X_4$  を考慮した場合

応答曲面モデル7：  $X_3 X_4$  を考慮した場合

## カルマンフィルタによる応答曲面近似式の更新

サンプリング点を観測データとして、カルマンフィルタによりアップデートした応答曲面近似式を以下に示す(10 ステップ後).

$$\begin{aligned} \text{RSM1} = & -96.0 + 0.666X_1 + 0.00134 X_1^2 + 2.62 X_2 - 0.123 X_2^2 \\ & + 22.2 X_3 - 4.41 X_3^2 + 1.29 X_4 - 0.00665 X_4^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM2} = & -96.4 + 0.822X_1 + 0.000988 X_1^2 + 3.93 X_2 - 0.119 X_2^2 \\ & + 22.1 X_3 - 4.45 X_3^2 + 1.12 X_4 - 0.00590 X_4^2 - 0.0169X_1 X_2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM3} = & -95.8 + 0.621X_1 + 0.00134 X_1^2 + 2.72 X_2 - 0.129 X_2^2 \\ & + 21.7 X_3 - 4.78 X_3^2 + 1.31 X_4 - 0.00669 X_4^2 + 0.0233X_1 X_3 \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM4} = & -96.0 + 0.661X_1 + 0.00134 X_1^2 + 2.62 X_2 - 0.122 X_2^2 \\ & + 22.3 X_3 - 4.39 X_3^2 + 1.29 X_4 - 0.00669 X_4^2 + 0.0000560X_1 X_4 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM5} = & -96.1 + 0.667X_1 + 0.00134 X_1^2 + 2.72 X_2 - 0.117 X_2^2 \\ & + 22.4 X_3 - 4.32 X_3^2 + 1.28 X_4 - 0.00660 X_4^2 - 0.0922 X_2 X_3 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM6} = & -96.3 + 0.653X_1 + 0.00140 X_1^2 + 3.38 X_2 - 0.0828 X_2^2 \\ & + 22.3 X_3 - 4.36 X_3^2 + 1.25 X_4 - 0.00606 X_4^2 - 0.0135 X_2 X_4 \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM7} = & -96.1 + 0.663X_1 + 0.00136 X_1^2 + 2.59 X_2 - 0.121X_2^2 \\ & + 22.6 X_3 - 4.13 X_3^2 + 1.29 X_4 - 0.00648 X_4^2 - 0.0180 X_3 X_4 \end{aligned} \quad (3.26)$$

線形回帰モデルの適合性や冗長性の比較において、対象とする空間内の未知データに対しても有効に働くような汎化能力を評価するための簡便な手法として、Rissanen の MDL(Minimum Description Length)や赤池の AIC(Akaike's Information Criterion)などの情報量基準<sup>(16)(17)</sup>が用いられている。ここでは、参考値として MDL の値も計算した。MDL<sup>(17)</sup>は Rissanen により符号化における記述長最小化 (Minimal Description Length)原理として導出されたもので、(3.27)式のように定義される。

$$\begin{aligned} \text{MDL} = & -(\text{最大対数尤度}) + (N/2) \cdot \log P \\ = & (P/2) \cdot \log(\text{SSR}/P) + (N/2) \cdot \log P \end{aligned} \quad (3.27)$$

ここで N はモデルの自由度、SSR は残差平方和、P はサンプル数を示している。第 1 項により、モデルの近似誤差、第 2 項により自由度の大きさを評価でき、近似誤差が小さく且つ自由度の小さいモデルを算定

するための指標となる。ただし、情報量基準のみでは有意な差かどうかの判断が困難な場合も多い。

サンプリング点に対する更新前後の MDL 値を表 3.1 に示す。いずれの応答曲面モデルも初期に比べて MDL 値は小さくなっている。

### ベイズの定理を用いた多重仮説検定

ベイズの定理を用いた多重仮説検定法を 7 つの応答曲面モデルの適合判定に適用する。応答曲面モデルがアップデートされるごとに多重仮説検定を行い、各応答曲面モデルの有意性を算定する(図 3.8 参照)。多重仮説検定に基づく適合確率の変化を図 3.9 に示す。この結果から、応答曲面モデル 2 が適合度が良いことがわかる。近似式作成に用いた数値実験点以外の解析データ(一様乱数により数値実験点 10 データ取得)により分散推定値を評価した結果を表 3.2 に示す。多重仮説検定結果と同じく、応答曲面モデル 2 の分散推定値が小さいことがわかる。本対象の場合、相互作用項  $X_1 X_2$  を考慮すると汎化誤差が小さくなることが本手法により算定できることがわかる。

### (2)別領域の応答曲面近似式のサンプリング点による更新例

本事例では、基板弾性率が 8~12GPa の範囲において新たに得られた応答曲面近似式をベースに算出したサンプリング点を観測データとして、基板弾性率 2~12GPa の全領域に対する応答曲面近似式を、初期の応答曲面近似式を更新することにより構築することを試みる。

基板弾性率が 8~12GPa の範囲(別領域)について直交表と直交多項式により(3.28)式の応答曲面近似式が得られた場合について考える。

$$Y = -59.5 + 0.862 X_1 - 0.000144 X_1^2 - 2.38 X_2 + 0.103 X_2^2 + 39.1 X_3 - 8.31 X_3^2 + 0.500 X_4 - 0.00207 X_4^2 \quad (3.28)$$

観測点は、上記の新たに別領域にて得られた高精度な応答曲面近似式の対象とする設計空間において一様乱数を発生させることにより得た 10 データと、部分領域(基板弾性率 2~6GPa)において作成した初期の高精度な応答曲面近似式をもとに得た 10 データを合わせた合計 20 データを逐次、各ステップにおいて算出することにより与えた。また、対象とする応答曲面モデルは、前節と同じく、考慮する相互作用項の異なる 7 モデルとした。

### カルマンフィルタによる応答曲面近似式の更新

サンプリング点を観測データとして、カルマンフィルタによりアップデートした応答曲面近似式を以下に示す(10 ステップ後)。

$$\begin{aligned} \text{RSM1} = & -96.5 + 0.709 X_1 + 0.00103 X_1^2 + 3.38 X_2 - 0.249 X_2^2 \\ & + 22.8 X_3 - 4.04 X_3^2 + 1.14 X_4 - 0.00546 X_4^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM2} = & -96.2 + 0.836 X_1 + 0.00108 X_1^2 + 4.71 X_2 - 0.108 X_2^2 \\ & + 22.7 X_3 - 4.03 X_3^2 + 0.96 X_4 - 0.00474 X_4^2 - 0.0270 X_1 X_2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM3} = & -96.0 + 0.573 X_1 + 0.00106 X_1^2 + 3.71 X_2 - 0.276 X_2^2 \\ & + 21.2 X_3 - 5.14 X_3^2 + 1.23 X_4 - 0.00569 X_4^2 + 0.0664 X_1 X_3 \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM4} = & -96.4 + 0.688 X_1 + 0.00102 X_1^2 + 3.37 X_2 - 0.248 X_2^2 \\ & + 22.9 X_3 - 4.00 X_3^2 + 1.16 X_4 - 0.00566 X_4^2 + 0.0002 X_1 X_4 \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM5} = & -96.5 + 0.710 X_1 + 0.00102 X_1^2 + 3.42 X_2 - 0.246 X_2^2 \\ & + 22.8 X_3 - 4.01 X_3^2 + 1.14 X_4 - 0.00546 X_4^2 - 0.0383 X_2 X_3 \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM6} = & -96.3 + 0.717 X_1 + 0.00100 X_1^2 + 2.38 X_2 - 0.326 X_2^2 \\ & + 23.0 X_3 - 3.95 X_3^2 + 1.17 X_4 - 0.00606 X_4^2 + 0.0195 X_2 X_4 \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \text{RSM7} = & -96.5 + 0.705 X_1 + 0.00104 X_1^2 + 3.35 X_2 - 0.247 X_2^2 \\ & + 23.2 X_3 - 3.71 X_3^2 + 1.15 X_4 - 0.00527 X_4^2 - 0.0214 X_3 X_4 \end{aligned} \quad (3.35)$$

全サンプリング点に対する更新前後の MDL 値を前節と同様に算出し、表 3.3 に示す。いずれの応答曲面モデルも初期に比べて MDL 値は小さくなっており、応答曲面モデル 2 の適合性が良いことがわかる。しかし、情報量基準のみでは、問題によって各モデルの適合度の差が有意かどうかの判断が困難な場合もある。

#### ベイズの定理を用いた多重仮説検定

多重仮説検定に基づく適合確率の変化を図 3.10 に示す。この結果から前節と同じく応答曲面モデル 2 の適合度が良いことがわかる。近似式作成に用いた数値実験点以外の解析データ(一様乱数により数値実験点 10 データ取得)により分散推定値を評価した結果を表 3.4 に示す。多重仮説検定結果と同じく、応答曲面モデル 2 の分散推定値が小さいことがわかる。前節と同様に、相互作用項  $X_1 X_2$  を考慮すると汎化誤差が小さくなるのが本手法により算定できることが示された。本適用例では、 $X_1 X_2$  が金バンプ/パッド界面圧縮荷重において重要な変数であると考えられる。 $X_1 X_2$  は B'g 荷重と基板弾性率の積を表しており物理的にも矛盾しない結果といえる。

### 3.3.3 考察

ベイズ理論に基づく状態量推定アルゴリズムであるカルマンフィルタおよび多重仮説検定を用いて、応答曲面近似式を高精度化することを試みた。半導体パッケージにおける構造信頼性評価に試適用することにより、応答曲面近似式を効率的にアップデートできること、また、多重仮説検定により新たな相互作用項を含んだ複数の応答曲面モデルを、適合確率を指標に算定できることを示した。これにより、対象とする設計空間内における各変数の相互作用項に関する情報を抽出できる可能性を示した。

CAE 技術を用いた解析結果が、設計を繰り返すごとに対象とする設計空間において蓄えられるにつれ、積極的に設計空間情報(例えば変数の相互作用情報)を抽出することは、設計を効率的に行う上でのノウハウを蓄積するという意味において重要である。本節で提案した手法は、設計空間データが複数の領域において応答曲面近似式として蓄積されるに従い、設計空間情報の未知の部分に対して、積極的に新たな相互作用項を含んだ形の応答曲面モデルで表現し、能動的に相互作用項に関する情報抽出を行うための一つの方法である。設計空間からの情報抽出法という観点では、現在端緒についたばかりと考えられ、今後、様々な事例を通じて、適用性や適用限界を見極めていく必要がある。

## 3.4 結言

信頼性予測においては、解析誤差やばらつき要因の検査データ不足などにより、不確かさが内在する場合がある。本章では、ベイズ理論を用いて、(1) 信頼度自体、あるいは(2) 応答曲面近似式を高精度化することを試みた。主な結果は以下のようにまとめられる。

(1) ベイジアン信頼性理論により、信頼性試験データを用いて信頼度自体を高精度化することを試みた。

信頼度算出時点での情報、知識、経験に基づき信頼度の確率分布を与え、これを信頼性試験データによって修正するという方法を試みた。この修正は、ベイズの定理を用いて行った。本節では信頼度の事前分布として、分布パラメータによって柔軟に分布形状を変化させることが可能なベータ分布を仮定した。第 2 章における半導体パッケージの信頼性解析への適用例を通じて、事後分布の期待値より信頼度の推定値が求められ、また、推定された信頼度以上になる確信度合も信頼度の確率分布より計算可能となることを示した。信頼性の実証を合理的に行うためにも、信頼度を定量的に予測することは意義があると考えられる。

(2) 応答曲面近似式の高精度化において、状態量推定アルゴリズムを用いて、種々の応答曲面モデルを、別領域の応答曲面近似式より算出されたサンプリング点あるいは新たに得られた数値実験点をベースに、逐次アップデートする方法を試みた。また、種々の応答曲面モデルを、分散推定値と残差をもとにベイズの定理を用いて多重仮説検定し、適合性を算定する方法を適用した。本手法を半導体パッケージにおける構造信頼性評価に試適用することにより、応答曲面近似式を効率的にアップデートできること、また、多重仮説検定により新たな相互作用項を含んだ複数の応答曲面モデルを適合確率を指標に算定できることを示した。これにより、対象とする設計空間内における各変数の相互作用項に関する情報を抽出できる可能性を示した。



## 参考文献

- (1) 岡村弘之・板垣浩, 強度の統計的取り扱い, (1979), 培風館.
- (2) 市川昌弘, 構造信頼性工学, (1988), 海文堂.
- (3) 柏村孝義,白鳥正樹,于強, 機論, 63-607, A, (1997), 624.
- (4) 柏村孝義,白鳥正樹,于強, 機論, 63-610, A, (1997), 222.
- (5) 柏村孝義,白鳥正樹,于強, 実験計画法による非線形問題の最適化, 朝倉書店, (1998).
- (6) Myers,R.H.,Montgomery,D.C., Response Surface Methodology :Process and Product Optimization Using Designed Experiments, John Wiley & sons, (1995).
- (7) 宮田悟志・工藤啓治, 計算工学講演会論文集, Vol.6, (2001), 695-698.
- (8) 福田隆文・清水久二, 安全工学, 28-4, (1989), 211-216.
- (9) 清水久二, 設備安全工学—新しい検査・監視技術—, 裳華房, (1989).
- (10)K. Watanabe, R.Patton, et al. (ed), Prentice Hall, (1989), 411.
- (11)福田隆文・ほか2名, 機論, 59-560, C, (1993), 982-988.
- (12)福田隆文, 設備の異常検出手法に関する研究, 横浜国立大学 学位論文, (1995).
- (13)星谷勝・斉藤悦郎, データ解析と応用, 鹿島出版会, (1991).
- (14)片山徹, 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, (1983).
- (15)坂元慶行・石黒真木夫・北川源四郎, 情報量統計学, 共立出版, (1982).
- (16)韓太舜・小林欣吾, 情報と符号化の数理, 岩波書店, (1994).
- (17)Segawa,M. et al., IEEE Trans.on Consumer Electronics, Vol.41. No.3, (1995), 946-953.

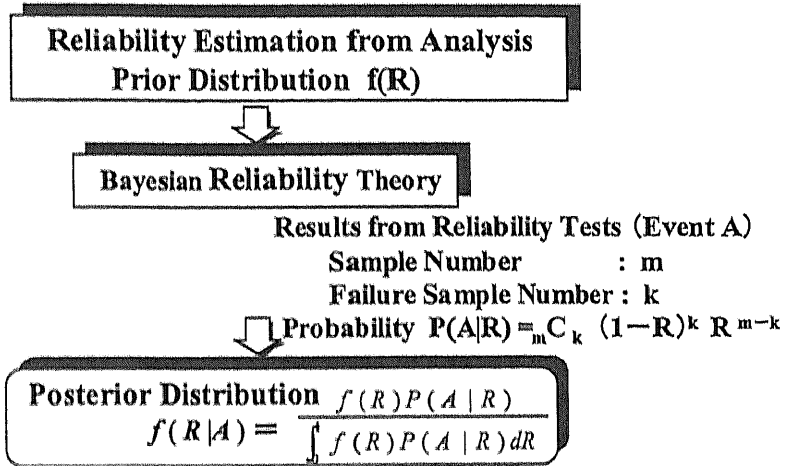


Fig. 3.1 Updating flow of reliability probability

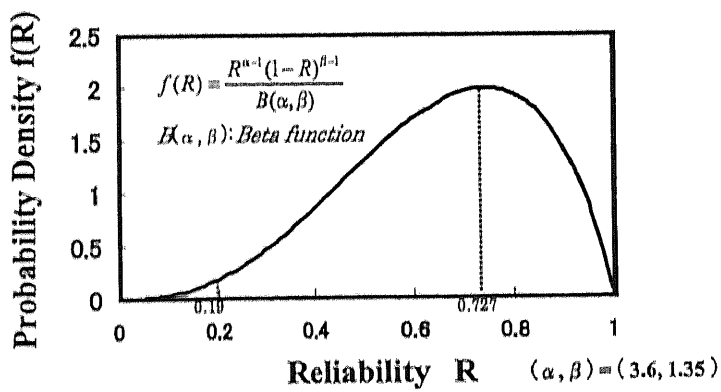


Fig. 3.2 Prior distribution (Case 3)

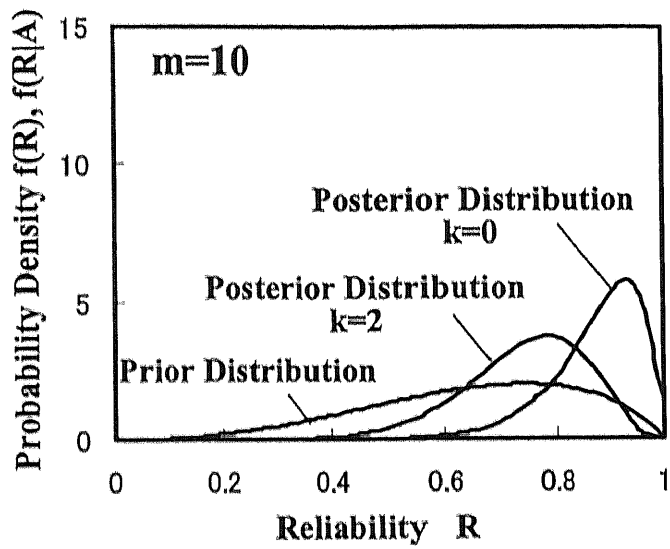


Fig. 3.3 Posterior distribution (Number of samples :  $m=10$ )

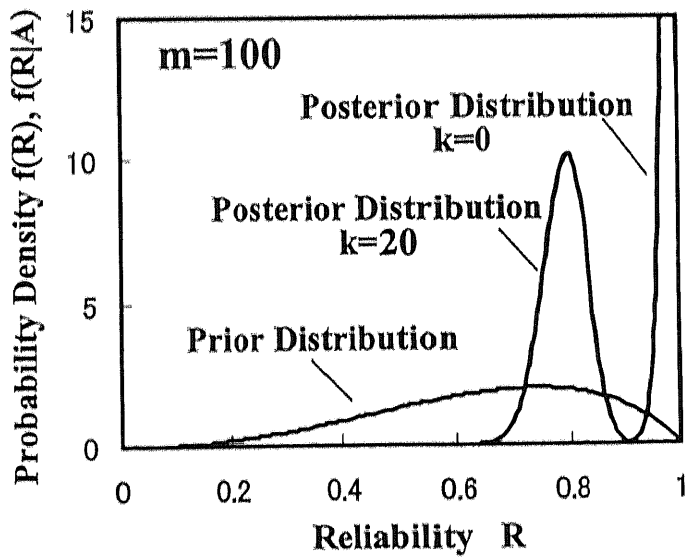


Fig. 3.4 Posterior distribution (Number of samples :  $m=100$ )

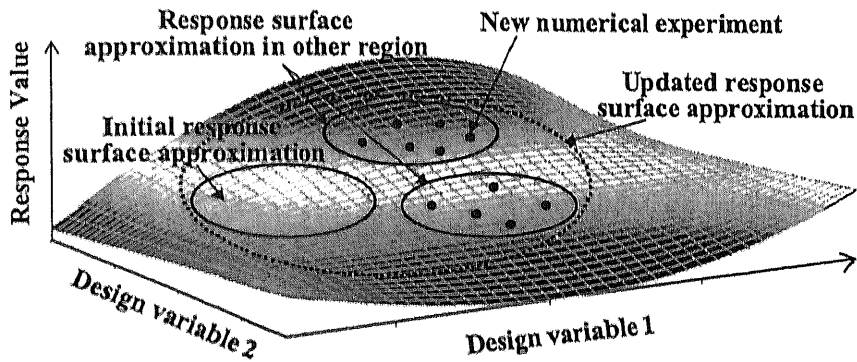


Fig. 3.5 Response surface approximation (ex. Two variables)

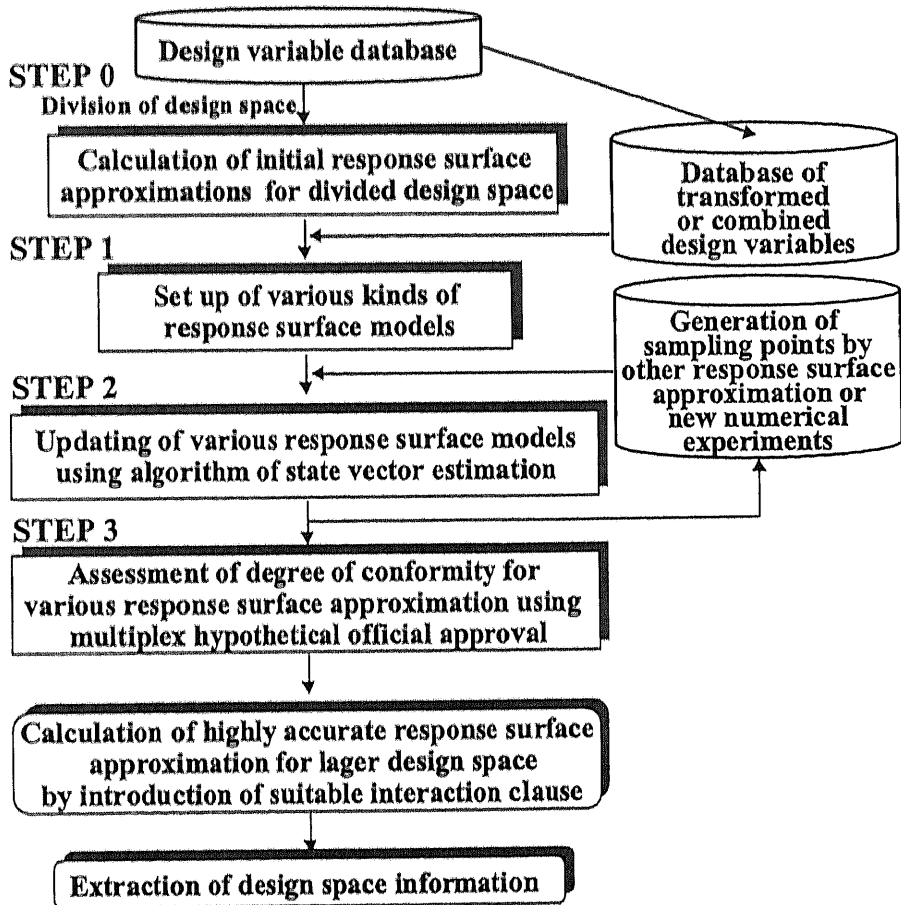


Fig. 3.6 Flow of method for raising accuracy of response surface approximation

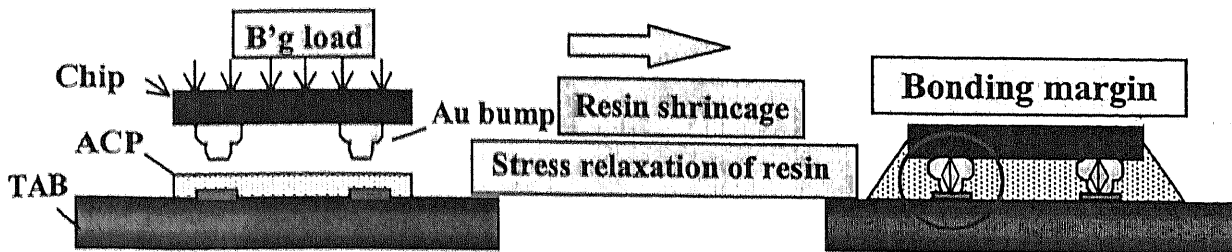


Fig. 3.7 Bonding mechanism in flip-chip using ACP

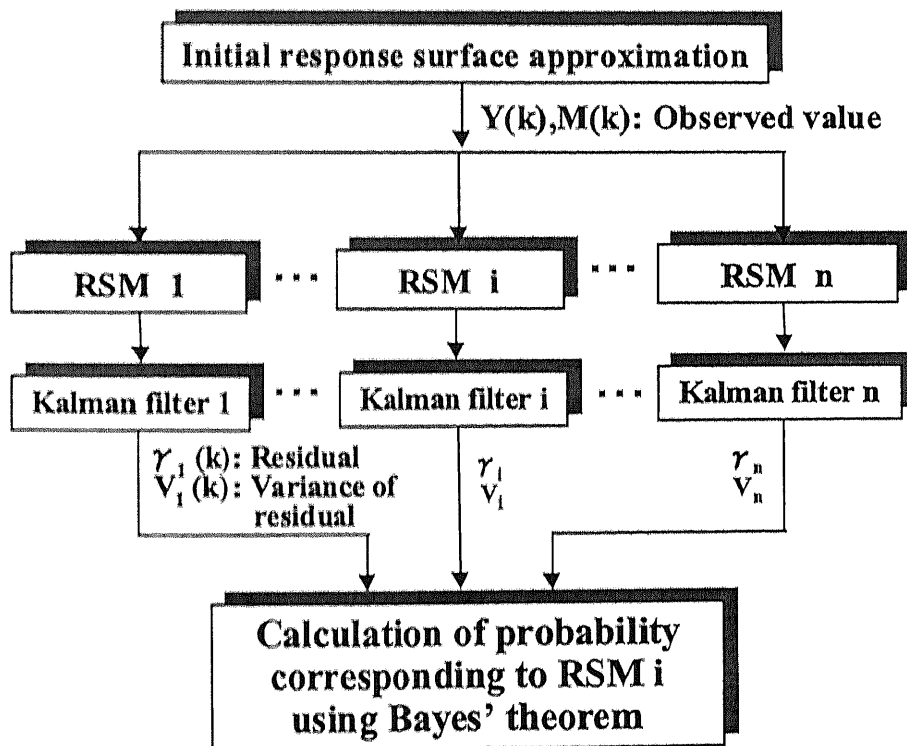


Fig. 3.8 Flow of method for Assessment of RSM

Table 3.1 Values of MDL

	RSM 1	RSM2	RSM3	RSM4	RSM5	RSM6	RSM7
Initial	93.8	97.1	97.1	97.1	97.1	97.1	97.1
Updating	13.1	3.81	15.7	16.4	15.3	15.8	16.4

Table 3.2 Estimation value of variance for unknown data

	RSM 1	RSM2	RSM3	RSM4	RSM5	RSM6	RSM7
Initial	273	273	273	273	273	273	273
Updating	15.3	9.76	14.9	15.3	14.7	15.0	15.3

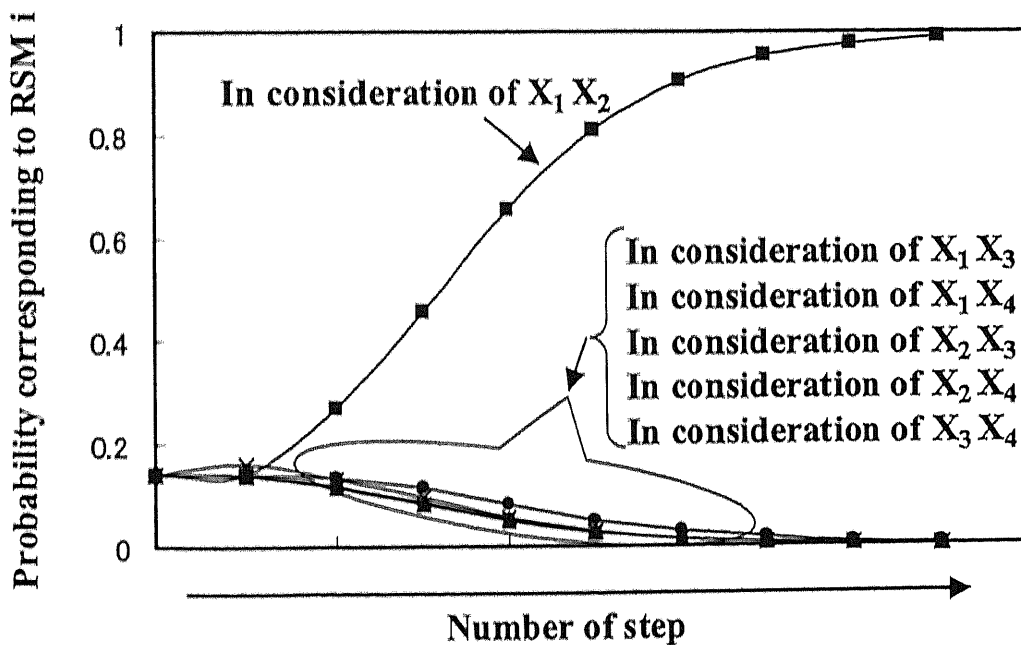


Fig. 3.9 Probability variation corresponding to RSM i

Table 3.3 Values of MDL

	RSM1	RSM2	RSM3	RSM4	RSM5	RSM6	RSM7
Initial	55.0	58.3	58.3	58.3	58.3	58.3	58.3
Updating	24.7	-8.3	24.6	28.1	27.9	26.1	27.8

Table 3.4 Estimation value of variance for unknown data

	RSM 1	RSM2	RSM3	RSM4	RSM5	RSM6	RSM7
Initial	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
Updating	23.2	6.34	20.5	23.2	23.1	21.6	23.0

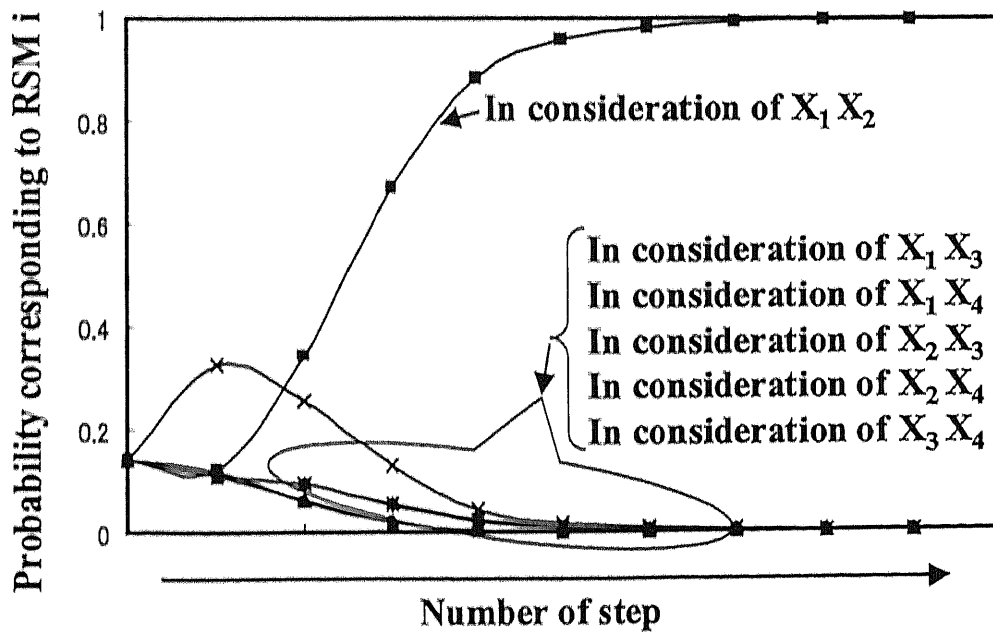


Fig. 3.10 Probability variation corresponding to RSM I

## 第4章 接着・接合強度の統計データに関する効率的取得

### 4.1 緒言

第2章で示したように、従来、応力やひずみなどの構造応答のばらつき分布を求め、信頼度を効率的に得ることは困難な場合が多かったが、シミュレーション技術と応答曲面法などの統計的近似手法の発展により、設計に内在するばらつき要因の確率分布が与えられれば、信頼度を効率的に求めることが可能になりつつある。しかしながら、従来のようなバルク材の疲労試験あるいは実サンプルの信頼性試験により、精度の良い不良発生基準値の確率分布を取得するには、多大な労力とコストが必要になる。そのため、効率的かつ合理的に不良発生基準データを取得するための試験法の開発が望まれる。

本研究では、高密度実装構造において重要な(1)BGA はんだ接合部疲労強度信頼性データと(2)フリップチップ用アンダーフィル樹脂の接着信頼性データ、を効率的に取得するための試験法および評価法の開発に取り組んだ。

### 4.2 はんだ接合部の統計的疲労強度試験法

本節では、接合部の疲労破損に対する信頼性を予測するにあたり、その基盤となる疲労寿命分布の効率的な取得法について検討する。疲労寿命は、き裂などの損傷の発生、損傷の拡大、そして破損を起こす限界状態に損傷に至る過程からなる。これらの過程の中には、接合部形状・寸法、き裂発生に対する強度、き裂進展速度などに係わる多くの要因があり、またその大部分が不確実性を有する確率的要因である。そのため、信頼性を適切に解析するには、十分な試験データに基づき、疲労寿命に対する確率モデル(疲労寿命の確率分布)について考察を加えなければならない<sup>(1)</sup>。そこで本研究では、電気抵抗測定が可能な BGA 試験片を用いた機械的疲労試験法により、バンプ接合部単体の疲労強度データを効率的に取得する試験法を試みた。さらに、得られた BGA はんだ接合部の疲労寿命データを整理することにより、き裂発生時の疲労寿命分布と破損時の寿命分布について、基礎的な比較検討を行った。

#### 4.2.1 試験方法

##### 機械的疲労試験

はんだ接合部の熱疲労寿命を評価するのに、温度サイクル試験が一般的に行われている。近年、試験時間の短縮あるいは、ひずみ速度依存性を検討する目的で、機械的疲労試験法が提案・開発され、妥当性が示されている<sup>(2)~(10)</sup>。実使用環境で発生する損傷との関係については、さらなる研究が必要であるが、試験時間が短縮される以外にも、ひずみ速度やひずみ範囲を正確に制御できるメリットもある。本研究では、



はんだバンプ接合部単体の電気抵抗変化測定と BGA はんだ接合部の機械的疲労試験を組み合わせることにより、バンプ接合部単体の疲労データを効率的に取得する試験法を試みた。図 4.1 に、機械的疲労試験装置の概略図を示す。

### 試験片

Sn63-Pb37 はんだを用いて作成した BGA 試験片(10 個程度のはんだバンプ接合部を基板ではさんだ形状)を図 4.2 に示す。個々のバンプ接合について、4 端子測定にて電気抵抗変化を取得できるように配線を設けた。

### バンプ接合部単体の電気抵抗取得法

BGA はんだ接合部の機械的疲労試験においては、従来、き裂観察や試験片全体に与える荷重の変化を参考に、破断評価が行われてきた。本研究では、試験片内の個々のバンプについて破損データを取得することを目的に、バンプ単体の電気抵抗変化を破損基準として、データ取得した。まず、試験片の下部を接着固定し試験片上部にせん断方向に相対変位( $\Delta X=3.0\sim 10.0\mu\text{m}$ )を繰り返し与えた。試験は変位制御にて実施した。また、はんだ接合部のき裂の発生・進展を観察するために、試験片を BGA はんだ接合部の中心断面まで研磨し、最大倍率 2500 倍のマイクロスコープで観察を行った。ここで機械的疲労試験を行う際、試験片内の各々のはんだ接合部について、四端子法にて電気抵抗変化を一定時間間隔にてスキャンしながら取得した(図 4.3 参照)。また、参考値として荷重変化も同時に取得した。

## 4.2.2 試験結果

### バンプ接合部単体の電気抵抗取得結果

電気抵抗測定器の出力より得られた 1 バンプあたりの電気抵抗変化の一例(相対変位  $\Delta X=5\mu\text{m}$  の場合)を図 4.4 に示す。

サイクル数の増加に従い、電気抵抗が一定の領域を経て、上昇していく様子がわかる。疲労データを一律に整理するために、本試験では、マイクロスコープによるき裂の発生・進展観察結果から得られた  $50\mu\text{m}$  程度のき裂発生時点および破断時点でのそれぞれの電気抵抗変化量を基準に、き裂発生寿命および疲労破損寿命を定義した。

### バンプ接合部の疲労線図

き裂発生および疲労破損寿命の定義を用いて得られた疲労データと変位全振幅  $\Delta X$  の関係を両対数グ

ラフにより整理した結果を図 4.5 に示す。き裂発生寿命と疲労破損寿命の線は、平行とはいえないものの両者の傾きは、比較的近い( $n=2$ )。従来の研究報告のとおり、Manson-Coffin 則により整理できると考えられる。

#### はんだ接合部の疲労寿命分布

前述の通り、BGA はんだ接合部には、半導体パッケージとマザーボードの線膨張率差に起因して、相対変位が繰り返し負荷される場合が多い。対象とする BGA はんだ接合部の疲労寿命分布を明らかにするために、前節のき裂発生および疲労破損寿命の定義を用いて、相対変位量が  $5\mu\text{m}$  の場合について、き裂発生寿命と疲労破損寿命を求め(データ数 50 個)、疲労寿命データを対数正規分布、ワイブル分布、正規分布の確率紙により整理した。図 4.6 に示す通り、き裂発生寿命の場合、対数正規分布に最も良く適合することが明らかになった。疲労破損寿命の場合、データのさらなる拡充が必要であるが、検定の結果(危険率 5%)、対数正規分布、ワイブル分布、正規分布のいずれにも適合し、き裂発生寿命分布に比べ、正規性が強くなっている(図 4.7 参照)。疲労破損寿命の場合、き裂発生寿命のばらつきに加え、き裂進展寿命のばらつきやバンプ形状のばらつきの影響も足し合わさり、分布の傾向が変化したと考えられる。き裂発生寿命および疲労破損寿命を対数正規分布にて整理した結果を図 4.8 にそれぞれ示す。本試験で対象としたバンプ接合部の場合、電気抵抗上昇値を基準にした破損定義では、疲労破損寿命の平均値は、き裂発生寿命平均値の約 3 倍程度の値になっている。また、変動係数(標準偏差/平均値)の比較には、さらなるデータの拡充が必要であるが、疲労破損寿命の変動係数は、き裂発生寿命の変動係数より大きな値になっていることが明らかになった。き裂進展のばらつきなどの影響により、変動係数が大きくなったと考えられる。

#### 4.2.3 考察

電気抵抗測定が可能な BGA 試験片を用いた機械的疲労試験法により、はんだバンプ接合部単体の疲労寿命データを効率的に取得する試験法を試みた。本試験法により、はんだバンプ接合部単体の電気抵抗変化と、き裂発生・進展観察結果を対応付けるデータを取得可能である。得られた BGA はんだ接合部の疲労寿命データを整理することにより、き裂発生時の疲労寿命分布と破損時の寿命分布について、基礎的な比較結果を得ることができ、疲労強度の確率分布を効率的に取得できる可能性を示した。ただし、接合部の疲労寿命に対する確率モデルについては、異なる試験条件(ひずみ範囲など)においても十分なデータを拡充した後、再度、寿命分布形の種類や分布の母数について検討を行う必要があると考えられる。

### 4.3 アンダーフィル樹脂の接着信頼性試験法

近年、携帯型情報機器の軽薄短小化が加速し、搭載部品に対する小型化の要求が一段と高まっている。こうした背景のもと、小型化が可能で且つ高周波対応などの電気特性に優れる、フリップチップ実装が注目されている。フリップチップ実装は、 $100\mu\text{m}$ 以下の微細なバンプによりチップ電極とプリント基板電極をダイレクトに接続する実装方式で高密度実装化が可能になる一方、強度信頼性を確保することが重要な課題となっている。通常、半導体パッケージは信頼性を保証するために、温度サイクル試験(TCT)に合格する必要があるが、チップとプリント基板の線膨張率差に起因するひずみは、バンプ接合部に集中するという構造上の弱点を有する。フリップチップ実装では多くの場合、バンプ接合部での応力発生を分散・低減するために、チップ/プリント基板間の空隙をアンダーフィル樹脂で充填し、固着・封止する構造をとっている<sup>11)</sup>。フリップチップバンプ接合部の信頼性はアンダーフィル樹脂により大きく向上するが、アンダーフィル樹脂の選定によっては、TCT時にアンダーフィル樹脂の界面剥離により破損(図4.9参照)が起これ、本来の効果を期待できない場合がある。そのためアンダーフィル樹脂選定は、フリップチップの高信頼性化に重要である<sup>(11)~(13)</sup>。アンダーフィル樹脂の接着信頼性を評価するために、TCTを実施することにより高信頼性のアンダーフィル樹脂が選定されている。しかしながら、通常、TCTを実施するのに1~2ヶ月を要する。開発期間の短縮には、アンダーフィル樹脂接着信頼性データの効率的な取得が望まれる。TCTのように温度変化で応力を発生させる試験ではどうしても応力-ひずみ変化の遅れが出て、サイクル時間の短縮が難しいのに対し、機械荷重の繰り返しによる試験では、試験時間の短縮が可能になる。本研究では、TCTにおいてチップ/アンダーフィル界面コーナー部に生じる熱応力を、機械荷重により模擬する機械的疲労試験法を提案し、その有効性を応力解析および実試験により検証した。さらに、確率過程モデルを用いた剥離発生過程の統計的解析により、剥離発生確率が、機械的疲労試験のサイクル数と変位範囲から、予測できることを示した。

#### 4.3.1 試験方法

はんだ接合部の熱疲労破損問題に対し、TCTを補足する合理的かつ効率的な信頼性試験として、機械的疲労試験法が、ガルウイングおよびバンプタイプのはんだ接合部を対象に、提案・検討されてきた<sup>(2)~(10)</sup>。フリップチップパッケージの場合、はんだ接合部だけではなく、アンダーフィル界面剥離の問題も対象にする必要がある。本研究では、チップ/アンダーフィル界面コーナー部の剥離を対象に、TCTにおいて生じる熱応力を機械荷重により模擬する機械的疲労試験法を提案し、その有効性を応力解析により検証した。本節では、試験方法および応力解析による検証について説明する。

チップ/アンダーフィル樹脂界面のコーナー部を対象とする場合、3点曲げあるいは4点曲げによる奥行

き方向に一様な曲げ試験<sup>(15)</sup>では、TCT 時のチップコーナー近傍の 3 次元的な応力状態を再現することは困難と考えられる。そこで、チップ/アンダーフィル樹脂界面コーナー部を対象に TCT 相当の応力が生じるよう、4 点支持 1 点荷重による機械的疲労試験法を提案した。試験片は、基板にフリップチップ実装した後、アンダーフィル樹脂によりバンプ周辺を固着・封止したフリップチップパッケージの試作品を用いた。基板サイズは 35×35mm、厚さ 1mm、Si チップサイズは、10×10mm、厚さ 0.625mm である。試験片(フリップチップパッケージ)の基板裏面 4 点を支持し、チップ実装側の中央部に機械荷重を繰り返し与える試験法である。図 4.10 に本試験法の概略図を示す。図中 A 部は支持点を示しており、図 4.10 右に示すように基板裏面の 4 箇所を支持する。

#### 4.3.2 応力解析による検証

有限要素法に基づく汎用構造解析ソフト *ABAQUS* (Ver.5.7)を用いて 3 次元弾性応力解析を実施した。TCT 時の応力状態と、機械的疲労試験時の応力状態を比較し、本試験法の有効性を検証した。解析対象および有限要素モデル、材料物性値を図 4.11, 12, 表 4.1 にそれぞれ示す。対称性を考慮し 1/4 領域を解析対象とした。使用した要素は 15 節点および 20 節点の 3 次元固体要素である。また、Tg 点以下では樹脂物性値の温度依存性は十分小さいことを考慮し、解析では樹脂の温度依存性はないと仮定した。まず、TCT 時にチップ/アンダーフィル樹脂界面に生じる応力範囲を明らかにするため、熱応力解析を実施した。解析では TCT の上限温度の 125℃を初期状態として、TCT の下限温度(-65℃)に降温したときの応力状態を調べた。解析の結果、チップ/アンダーフィル樹脂界面端でせん断応力集中が生じていることが明らかになった。チップ/アンダーフィル樹脂界面のコーナーを通る対角ラインならびに対称面となっている中央ライン上の界面垂直応力  $\sigma_z$ 、せん断応力  $\tau_{rz}$  について界面端からの距離  $r$  との関係を図 4.13 に示す。せん断応力に関して、対角ライン上では中央ライン上の 2 倍以上の応力が生じていること、また、垂直応力は界面端近傍で圧縮応力であり剥離に及ぼす影響は小さいと考えられることから、チップ/アンダーフィル樹脂界面コーナー部のせん断応力が剥離に大きな影響を及ぼしていると考えられる。次に、機械的疲労試験と TCT との対応を検討するため、機械的疲労試験条件下での応力解析を実施した。支持点スパンおよび中心部に与える変位範囲をパラメータに解析した結果、支持スパン 30mm、変位範囲 350  $\mu$ m (アンダーフィル樹脂 A の場合)の場合、せん断応力範囲に関し TCT と良い一致を示すことが明らかになった。図 4.14 にチップ/アンダーフィル樹脂界面对角ライン上のせん断応力分布を、機械的疲労試験および TCT 条件についてそれぞれ示す(アンダーフィル樹脂 A の場合)。垂直応力範囲には違いが見られるが、剥離に大きな影響を及ぼすと考えられるせん断応力範囲については、界面端付近から 500  $\mu$ m 程度まで良い一致を示している。また、図 4.15 にはせん断応力分布を両対数グラフで表示し比較した結果を示している。

ただし、図 4.15 の中で、 $\tau_{\max}$  は、図 4.14 に示すチップ/アンダーフィル界面对角ラインせん断応力分布の最大せん断応力値を示している。界面端付近から 400  $\mu\text{m}$  程度まで良く一致しており界面端近傍ではせん断応力特異性も概ね一致していると考えられる。コーナー部で生じる圧縮応力が剥離に及ぼす影響については、今後さらなる検討が必要であるが、図 4.14 および図 4.15 に示す結果より、本試験法では、機械的疲労試験の支持スパンおよびチップ中心部に与える変位範囲を適切に設定することにより、チップ/アンダーフィル樹脂界面端近傍に作用するせん断応力範囲を概ね一致させることができることが明らかになった。

図 4.14 において機械的疲労試験と TCT を比べた場合、コーナー部からの距離が 200~400  $\mu\text{m}$  の範囲では、垂直応力の格差が小さい。垂直応力の格差が小さい範囲では、アンダーフィルの上面と下面の相対変位が機械的疲労試験と TCT の場合で概ね一致する。コーナー部から対角ラインに沿って 350  $\mu\text{m}$  の位置に配置したはんだバンプ(100×100×70  $\mu\text{m}$ )のせん断変形量を応力シミュレーションにより比較した場合、機械的疲労試験と TCT の場合において、ほぼ 0.7  $\mu\text{m}$  程度となった。垂直応力の格差が小さい範囲では、アンダーフィルの上面と下面の相対変位が機械的疲労試験と TCT の場合で概ね一致するため、はんだバンプの機械的疲労試験としても有効であると考えられる。しかしながら、垂直応力に格差のある領域では、垂直方向の変形の違いが、はんだ疲労寿命に影響を与えると考えられるため、注意が必要である。

### 4.3.3 試験結果

高信頼性のアンダーフィル樹脂を効率良く選定するために、TCT を補足するアンダーフィル樹脂の接着信頼性試験法が望まれる。TCT のような温度変化の繰り返しによる試験に比べ、機械荷重の繰り返しによる試験では、試験時間の短縮が可能になる。前節で提案した 4 点支持 1 点荷重による機械的疲労試験法を、2 種類のアンダーフィル樹脂について実施し、接着信頼性試験法としての有効性を検討した。開発した機械的疲労試験装置を図 4.16 に示す。試験装置は、機械荷重を負荷する荷重印加機構部、試験片支持台、試験片位置調整部、変位計測部より構成されている。変位制御は、インストロン型汎用引張試験機を用いている。試験片(リップチップパッケージ)を四点で支持し、中心部に繰り返し負荷を与えることが可能である。変位計測は、試験片裏面中心部を接触式変位センサー(分解能 1  $\mu\text{m}$ )にて行う。なお、恒温槽にて雰囲気温度を制御することにより高温疲労試験も可能である。本試験は、図 4.17 に示すとおり、室温にて一定の変位範囲および試験速度で実施した。試験速度は、Gladkov ら<sup>(14)</sup>によって得られたアンダーフィル樹脂接着疲労強度のひずみ速度依存性の結果を参考に、ひずみ速度を速くすることの影響が小さい範囲内で設定した。2 種類のアンダーフィル樹脂 A および B は、両方ともエポキシ樹脂を母材としてシリカフィラーが内在しているが、硬化剤や添加剤の種類が異なるため、接着特性も異なると考えられる。

試験片(フリップチップパッケージ)に前処理(吸湿およびリフロー)を施した後 TCT に投入した場合、アンダーフィル樹脂 A の方がアンダーフィル樹脂 B より高い接着信頼性を示した。また、前処理なしの試験片を TCT に投入した場合、アンダーフィル樹脂 A および B の両方とも剥離は生じなかった。これらの TCT 結果を有するアンダーフィル樹脂 A および B について、TCT 相当から 2 倍までの負荷条件で機械的疲労試験を実施した。ただし、機械的疲労試験の供試体は、前処理なしの試験片である。本試験法の場合、界面端のせん断応力範囲は試験片中心部に与える変位範囲に比例する。試験片中央部に与える変位範囲は、界面端から対角ラインに沿って 350  $\mu$ m 位置のせん断応力範囲を代表位置として、機械的疲労試験および TCT 条件についての応力解析により算出した。アンダーフィル樹脂 A およびアンダーフィル樹脂 B について、TCT 相当/1.5 倍相当/2 倍相当のそれぞれの負荷条件に対応する変位範囲を表 4.2 に示す。図 4.18 に本試験法による 10 サイクルおよび 1000 サイクル後のチップ裏面超音波探傷(SAT)結果を示す。チップ/アンダーフィル樹脂界面部の剥離有無を示している。白く見える部分が剥離箇所である。1000 サイクル後では、チップ/アンダーフィル樹脂界面コーナー部が剥離しており、TCT の不良箇所と一致する。表 4.3 にアンダーフィル樹脂 A、B について、せん断応力範囲を TCT 相当から 2 倍相当まで振った試験結果を示す。アンダーフィル樹脂 A の場合、1.5 倍相当の負荷では剥離は生じないが、アンダーフィル樹脂 B の場合、剥離が生じている。TCT 以上の負荷を与えることにより、アンダーフィル樹脂比較だけではなく、接着信頼性のマージンも見積もれることがわかる。アンダーフィル樹脂 A および B とも、TCT 相当の繰り返し荷重では、1000 サイクル後に剥離は生じていない。また、TCT 相当以上の繰り返し荷重による試験から、アンダーフィル樹脂 A の方がアンダーフィル樹脂 B より、高い接着信頼性を示している。これらの結果は、TCT 結果と良い対応を示している。

#### 4.3.4 確率モデルによる剥離発生確率の算出

機械荷重による試験で得られる変位範囲と剥離発生寿命の関係明確化を目指し、マルコフ過程<sup>(16)~(19)</sup>による界面剥離モデルの構築を試みた。接着界面には物性および形状のばらつきが存在する。そのため接着信頼性も本来、確率変数として取り扱うべきものである。界面端にマクロな剥離が存在する場合、界面端の応力分布は無い場合よりも高くなるが、初期の段階におけるミクロな剥離のみ存在する場合は、界面端応力および荷重範囲に影響を与えないと考えられる。本報告ではマクロな剥離に成長するまでの初期の剥離発生メカニズムを、剥離が発生していない状態  $S_0$ 、ミクロな剥離が発生している状態  $S_1$ 、マクロな剥離が発生する臨界剥離発生状態  $S_2$  の 3 状態にモデル化する(図 4.19 参照)。  $S_2$  到達後、荷重範囲の低下が始まる。この 3 状態をマルコフ過程によりモデル化すると、図 4.20 のようなマルコフグラフになる。遷移確率  $\mu$  が応力範囲  $\sigma$  のべき乗に比例する場合を考える。本試験方法ではマクロな剥離が発生するまで応力

範囲  $\sigma$  は変位範囲  $\delta$  に比例するため、 $\mu = \alpha \delta^\rho$  と書ける。S<sub>0</sub>からS<sub>2</sub>の遷移過程では界面端応力分布は変化しないため、 $\mu_0 = \mu_1 = \mu$  となる。このとき S<sub>2</sub>になる確率P<sub>2</sub>(N)は、(4.1)式のように表現できる。

$$P_2(N) = 1 - e^{-\mu N} \sum_{k=1}^2 \frac{(\mu N)^{k-1}}{(k-1)!} \quad (4.1)$$

ただしNはサイクル数で、 $\alpha$ および $\rho$ は未知のパラメータである。アンダーフィル樹脂Aについて、複数回の単調負荷試験および変位範囲700  $\mu$  m(TCTの2倍相当)の機械的疲労試験(繰り返し負荷試験)を実施し、試験結果から、上式の未知パラメータ $\alpha$ および $\rho$ を推定することを考える。図4.21には、TCTの2倍相当の負荷を繰り返し与えた場合(アンダーフィル樹脂A)の荷重範囲の時間的変化図(代表例)を示している。100サイクル程度までは荷重範囲に顕著な変化はないが、それ以降荷重範囲の低下が始まっている。100サイクル以降、チップ/アンダーフィル樹脂界面の剥離領域が徐々に拡大している。荷重範囲の履歴により、剥離発生サイクルが明らかになる。本研究では、安全側の評価を念頭に、剥離発生確率の上界式により結果を整理した。剥離発生確率の上界<sup>(30)~(32)</sup>は、確率変数xの平均値、標準偏差をa、 $\sigma$ とし、規定値をx<sub>d</sub>とすると、(4.2)式の不等式から得られる。

$$\text{剥離発生確率 } P_f < \frac{\sigma^2}{(a-x_d)^2 + \sigma^2} \quad (4.2)$$

この式は、確率変数xの分布がどのようなものであっても、剥離発生確率は右辺を越えないことを意味している。複数回の単調負荷試験および変位範囲700  $\mu$  m(TCTの2倍相当)の機械的疲労試験を剥離発生確率の上界により整理すると、以下の2つにまとめられる。①単調負荷の場合、変位が900  $\mu$  mに達するまでに95%の確率(剥離発生確率の上界)で剥離が発生する。②変位範囲が700  $\mu$  mの場合(応力範囲がTCTの2倍相当)、100サイクルまでに95%の確率(剥離発生確率の上界)で剥離が発生する。上記実験結果①、②を満たす $\alpha$ と $\rho$ を推定し、剥離発生確率P<sub>2</sub>(N=1, 100)を求める。界面応力範囲は、変位範囲に比例するため、本手法の場合、①、②の変位範囲および剥離発生確率から、 $\alpha$ と $\rho$ を決定することができる。ただし、試験データ数が十分存在する場合は、最尤推定法により $\alpha$ と $\rho$ を推定することも可能であると考えられる。結果を図4.22, 23に示す。剥離発生確率を機械的疲労試験のサイクル数と変位範囲の関数として表現でき、フリップチップアンダーフィル樹脂界面の接着信頼性を定量化できることがわかる。変位範囲が600  $\mu$  mの場合の試験により検証を行った結果、1000サイクルまでに60%の確率(剥離発生確率の上界)で剥離が発生するという結果を得た。図4.22より本手法では、1000サイクルでの剥離発生確率の上界は70%程度となる。若干安全側の結果を与えているが、矛盾のない結果であり、剥離発生確率と変位範囲の関係を3状態

モデルにて概ね表現できていると考えられる。なお、本研究にて対象とした樹脂では、3状態モデルでの適合性が良好であったが、樹脂によっては、 $S_0$ と $S_2$ のみの2状態過程あるいは、 $S_0$ と $S_2$ の間をより多段階にモデル化した多段階過程の方が適合性の良い場合もあると考えられる。樹脂によりモデルを選択し接着信頼度の定量化に役立てることが可能であると考えられる。

#### 4.3.5 考察

本研究では、リップチップアンダーフィル樹脂部の機械的疲労試験として、4点支持1点荷重試験法の有効性を応力解析および実試験により検証した。支持点スパンおよび中心部に与える変位範囲を適切に設定することで、TCTにおいてチップ/アンダーフィル樹脂界面コーナー部に生じるせん断応力を本試験法により模擬できることを、応力解析により明らかにした。また、実試験結果により、温度サイクル試験との不良モードの一致が確認できただけでなく、アンダーフィル樹脂の比較や接着信頼性のマージンも見積もれることが明らかになり、アンダーフィル樹脂接着信頼性評価試験としての有効性を確認した。機械的疲労試験は、1～2ヶ月を要した従来の信頼性試験が数日で行え、設計パラメータが絞り込めていない開発初期段階でのスクリーニングに特に有効であると思われる。さらに、確率過程モデルを用いた剥離発生過程の統計的解析により、剥離発生確率が、機械的疲労試験のサイクル数と変位範囲から、予測できることを示した。



#### 4.4 結言

効率的かつ合理的に材料強度データを取得するための試験法の開発が望まれる。本章では、高密度実装構造において重要な(1)BGA はんだ接合部疲労強度信頼性データと(2)フリップチップ用アンダーフィル樹脂の接着信頼性データ、を効率的に取得するための試験法および評価法の開発に取り組んだ。主な結果は以下のようにまとめられる。

- (1)電気抵抗測定が可能な BGA 試験片を用いた機械的疲労試験法により、 bumps 接合部単体の疲労強度データを効率的に取得する試験法を試みた。本試験法により、接合部単体の電気抵抗変化量と疲労試験におけるサイクル数の関係を取得できることを示した。疲労データを一律に整理するために、本試験では、マイクロスコープによるき裂の発生・進展観察結果から得られた  $50\mu\text{m}$  程度のき裂発生時点および破断時点でのそれぞれの電気抵抗変化量を基準に、き裂発生寿命および疲労破損寿命を定義した。さらに、得られた BGA はんだ接合部の疲労寿命データを整理することにより、き裂発生時の疲労寿命分布と破断時の寿命分布を得ることができた。疲労寿命確率分布の適合性や分散値のサイクル数依存性には、さらなるデータの拡充が必要であるが、疲労強度の確率分布を効率的に取得するための試験法として有効であると考えられる。
- (2)フリップチップアンダーフィル樹脂部の機械的疲労試験として、4点支持1点荷重試験法の有効性を応力解析および実試験により検証した。支持点スパンおよび中心部に与える変位範囲を適切に設定することで、TCTにおいてチップ/アンダーフィル樹脂界面コーナー部に生じるせん断応力を本試験法により模擬できることを、応力解析により明らかにした。また、実試験結果により、温度サイクル試験との不良モードの一致が確認できただけでなく、アンダーフィル樹脂の比較や接着信頼性のマージンも見積もれることが明らかになり、アンダーフィル樹脂接着信頼性評価試験としての有効性を確認した。機械的疲労試験は、1~2ヶ月を要した従来の信頼性試験が数日で行え、設計パラメータが絞り込めていない開発初期段階でのスクリーニングに特に有効であると思われる。さらに、確率過程モデルを用いた剥離発生過程の統計的解析により、剥離発生確率が、機械的疲労試験のサイクル数と変位範囲から、効率的に予測できることを示した。

## 参考文献

- (1) 日本機械学会基準 統計的疲労試験方法(JSME S 002), (1981), 日本機械学会.
- (2) Kitano,M.,et. al., ASME Advances in Electronic Packaging, EEP-1-1, (1992), 301-307.
- (3) Uegai,Y.,et.al., ASME Advances in Electronic Packaging, EEP-4-1, (1993), 493-498.
- (4) 熊沢鉄雄・ほか4名, "はんだボール接合部の寿命評価", 回路実装学会誌, 12-6, (1997), 413-417.
- (5) 于強・白鳥正樹, "表面実装はんだ接合部の強度信頼性評価", 回路実装学会誌, 12-6, (1997), 384-390.
- (6) 于強・白鳥正樹, "マイクロエレクトロニクスパッケージはんだ接合部のクリープ/低サイクル疲労強度評価", 日本機械学界研究協力部会 RC-128「電子デバイス/電子機器の強度信頼性評価に関する研究分科会」報告書, (1996), 245-340.
- (7) 日本機械学会 研究協力部会 RC144 エレクトロニック・パッケージングにおけるマイクロ接合の信頼性評価に関する研究分科会 研究報告書, (1998).
- (8) 日本機械学会 研究協力部会 RC162 エレクトロニクス実装における信頼性評価に関する研究分科会 研究報告書, (2000).
- (9) 向井稔, 表面実装におけるはんだ接合部の熱疲労寿命評価法に関する研究, 東京工業大学 学位論文, (2001).
- (10) 向井稔・ほか6名, "はんだバンプ接合部の機械的疲労試験と寿命予測", 機論, 65-636, A, (1999), 1690-1695.
- (11) T.Y.Wu, Y.Tsukada, and W.T.Chen, "Materials and Mechanics Issues in Flip-Chip Organic Packaging", IEEE Electronic Components and Technology Conference, (1996), 524-534.
- (12) K.Doi, N.Hirano, T.Okada, Y.Hiruta, T.Sudo, and M.Mukai, "Prediction of thermal fatigue life for encapsulated flip chip interconnection", Proc.ISHM '95, (1995), 247-252.
- (13) L.Hoang, A.Murphy, and K.Desai, "Methodology for Screening High Performance Underfill Materials", Proc. 48<sup>th</sup> IEEE Electronic Components and Technology Conference, (1998), 111-115.
- (14) A.Gladkov, A.Bar-Cohen, "Parametric Dependence of Fatigue of Electronic Adhesives", IEEE Transaction on components and packaging technology, Vol.22, No.2, (1999), 200-208.
- (15) J.Wang, M.Lu, D.Zou, and S.Liu, "Investigation of Interfacial Fracture Behavior of a Flip-Chip Package under A Constant Concentrated Load", Trans.Comp.Packages (PartB), Vol.21, No.1, (1998), 79-86.
- (16) 横堀武夫, 材料強度学, (1974), 岩波書店.

- (17)K.Goda, J.Hamada, H.Fukunaga, JSME Int.J. A, Mech. Mater. Eng., 38-4, (1995), 616-624.
- (18)S.K.Singh, G.C.Sharma, Microelectron. Reliab., 32-3, (1992), 319-321.
- (19)R.Billinton, V.Prasad, IEEE Trans. Power Appar. Syst., Vol.PAS-90, No.3, (1971), 1047-1054.
- (20)M.Ichikawa, Reliab.Eng., Vol.5, No.173, (1983).
- (21)M.Ichikawa, Reliab.Eng., Vol.9, No.99, (1984).
- (22)市川昌弘, 構造信頼性工学, (1988), 海文堂.

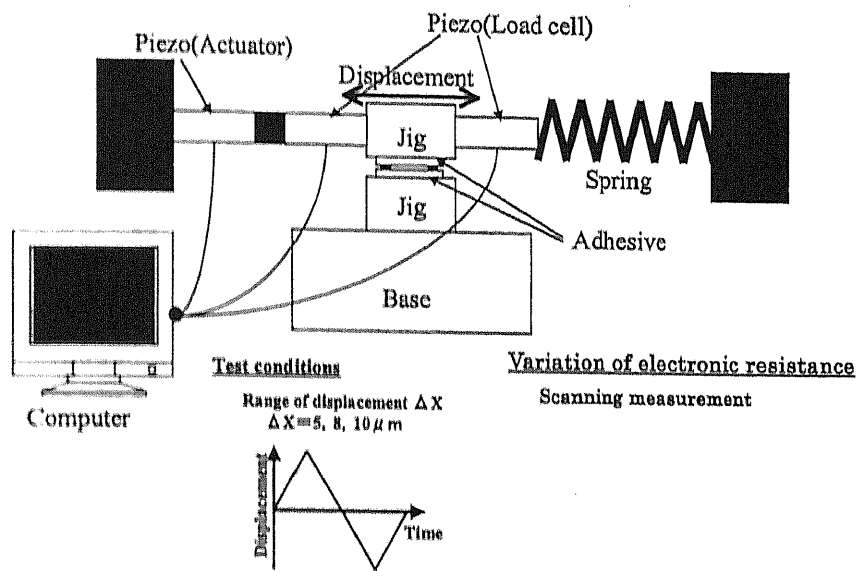


Fig. 4.1 Mechanical fatigue-testing equipment

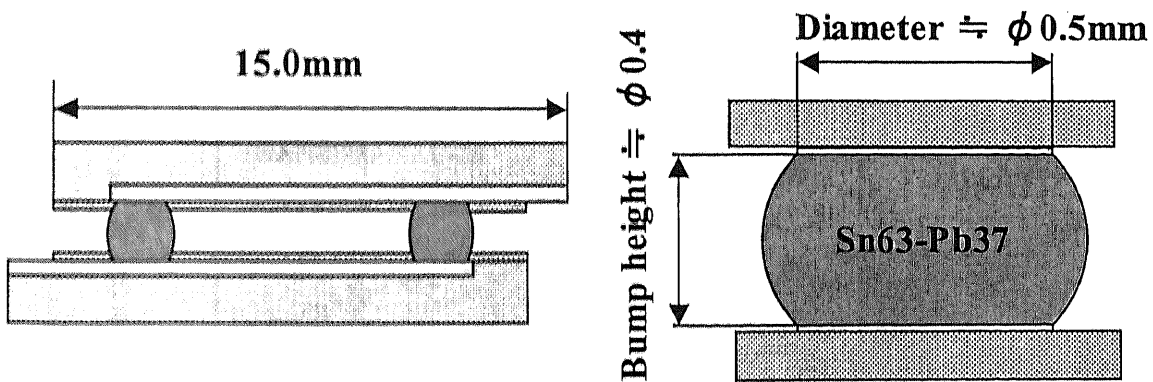


Fig. 4.2 BGA specimen

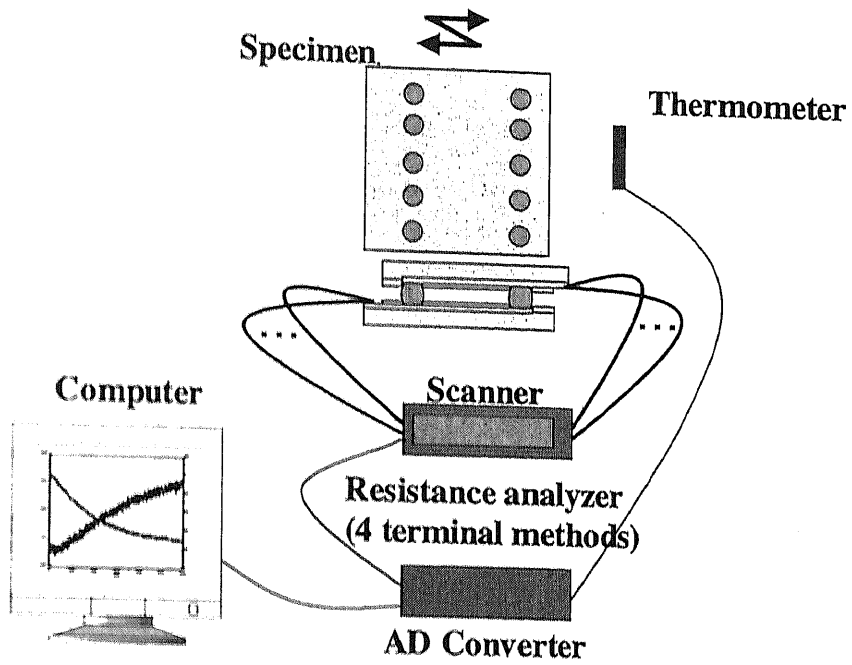


Fig. 4.3 Measurement system

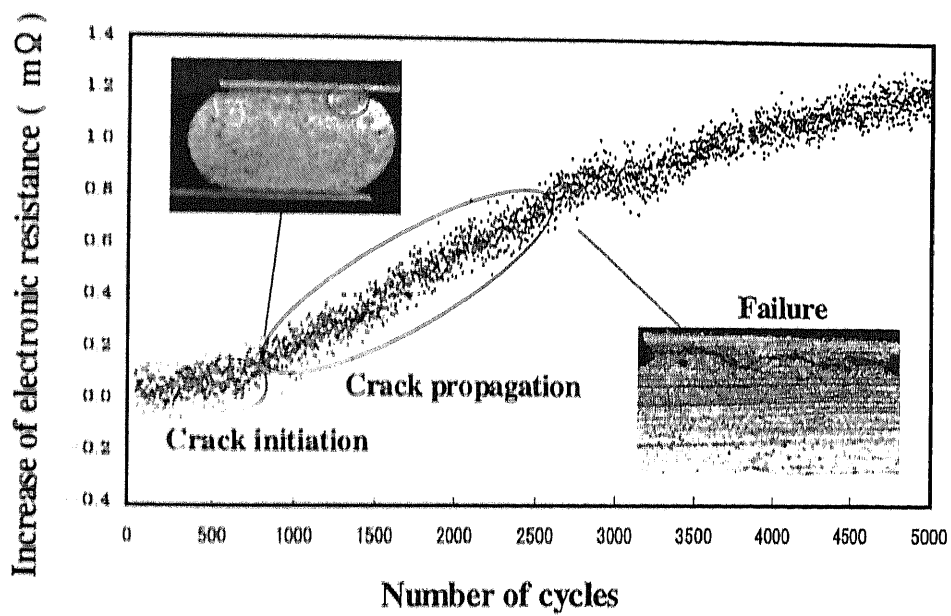


Fig. 4.4 Variation of the electrical resistance

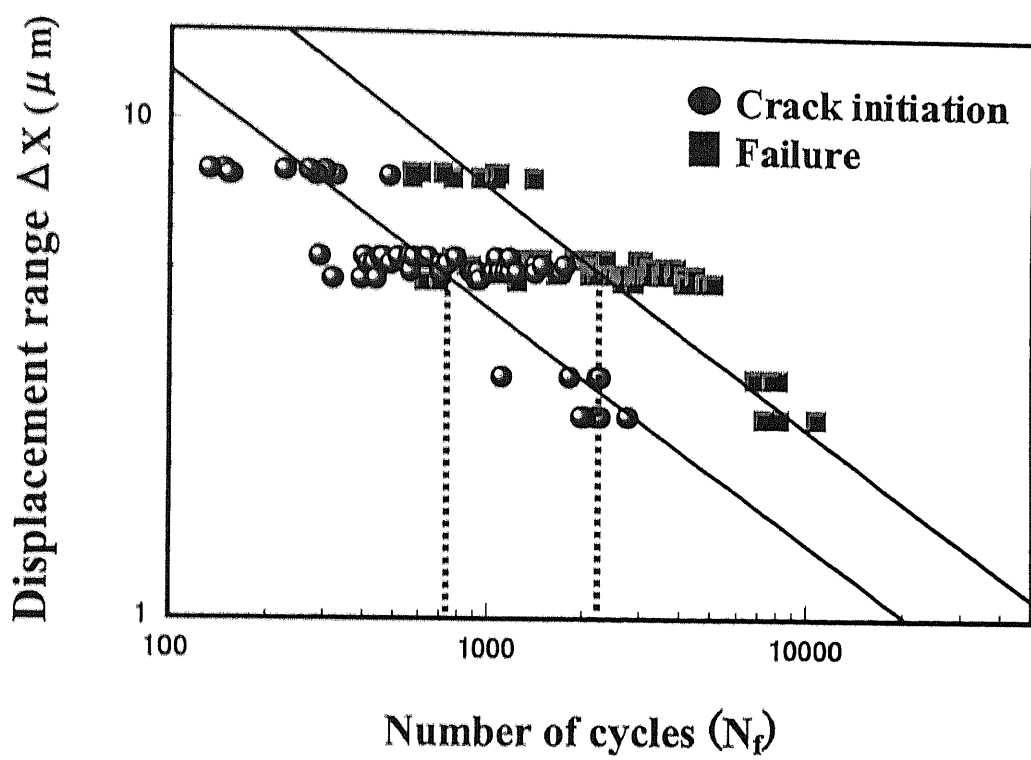


Fig. 4.5 Results of mechanical fatigue tests for BGA

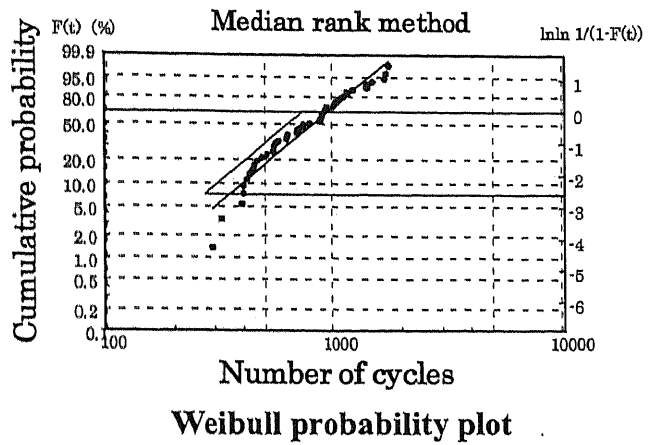
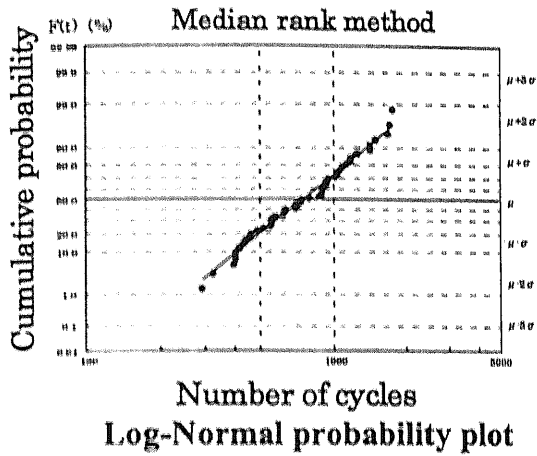


Fig. 4.6 Probability paper (Crack initiation)

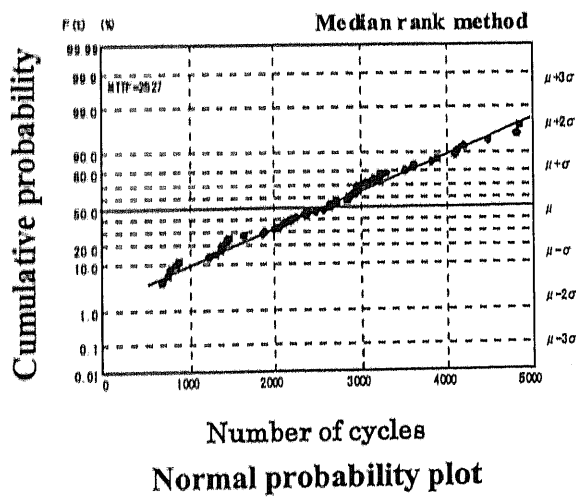
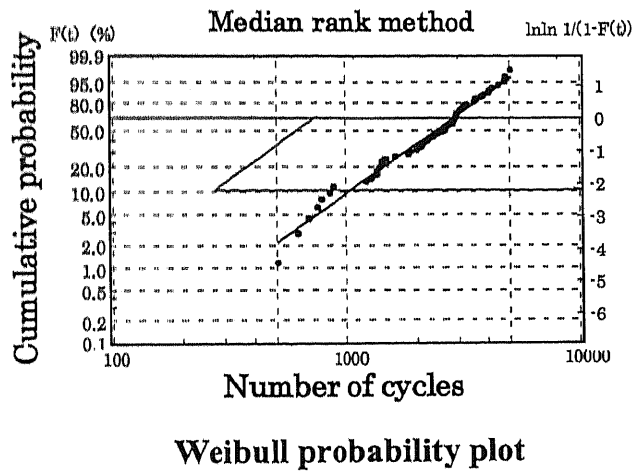
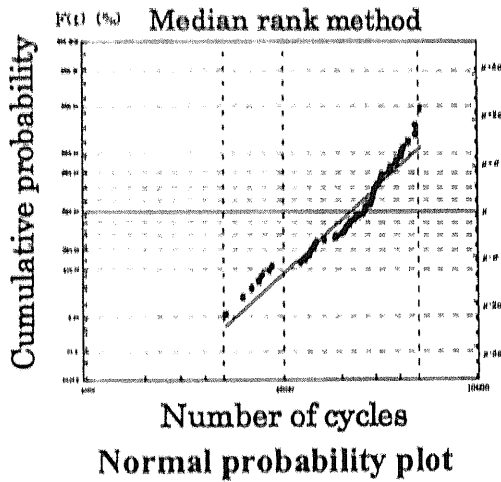


Fig. 4.7 Probability paper (Failure)

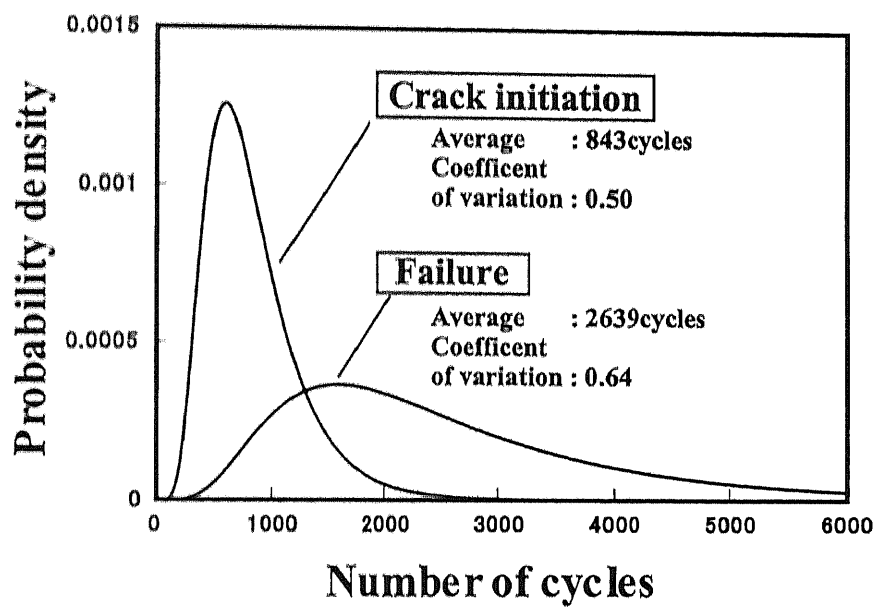


Fig. 4.8 Log-normal probability distribution for fatigue life of solder bump



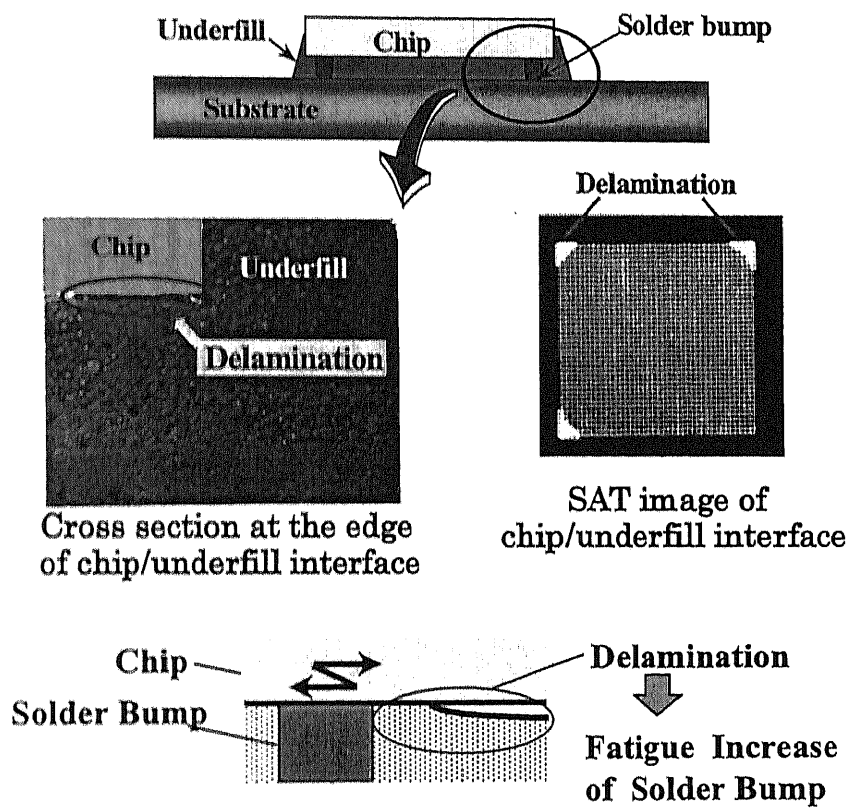


Fig. 4.9 Failure Mode under TCT

Substrate :  $35 \times 35 \times 1.0\text{mm}$   
Chip :  $10 \times 10 \times 0.6\text{mm}$

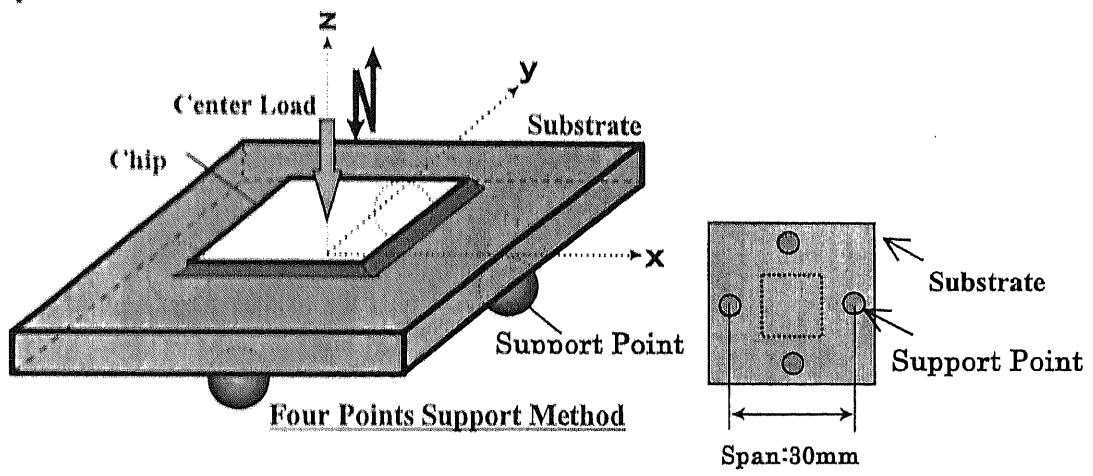


Fig. 4.10 New Mechanical Fatigue Test Method

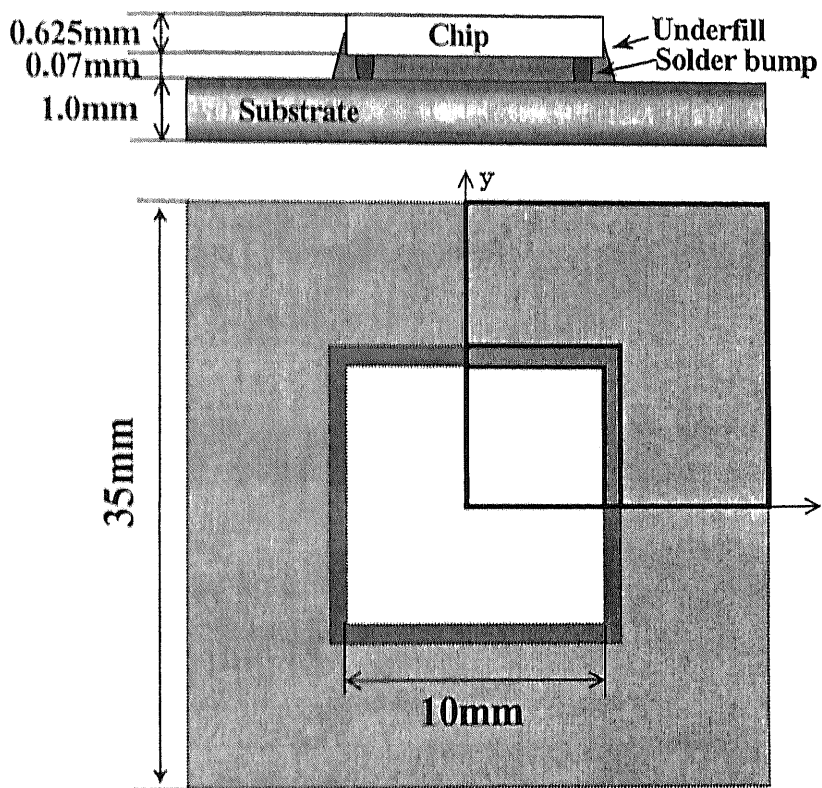


Fig.4.11 Flip-chip Package for Stress Analysis

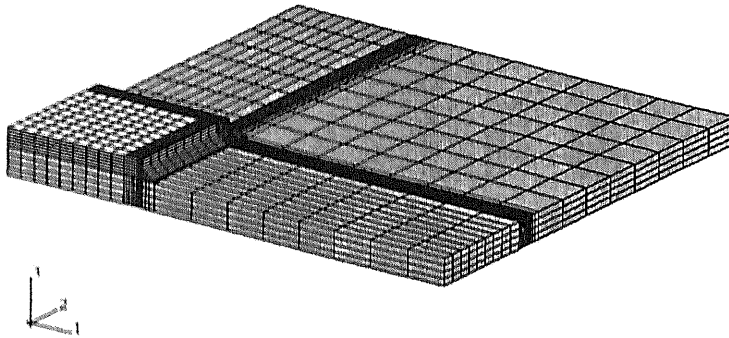


Fig. 4.12 FEM Model of Flip-chip Package (1/4 region)

Table 4.1 Material Properties

	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio	Thermal expansion coefficient( $^{\circ}\text{C}$ )
Underfill A	11	0.3	$30.0 \times 10^{-6}$
Underfill B	12	0.3	$30.0 \times 10^{-6}$
Chip	170	0.28	$3.50 \times 10^{-6}$
Substrate	18.5	0.2	$14.6 \times 10^{-6}$

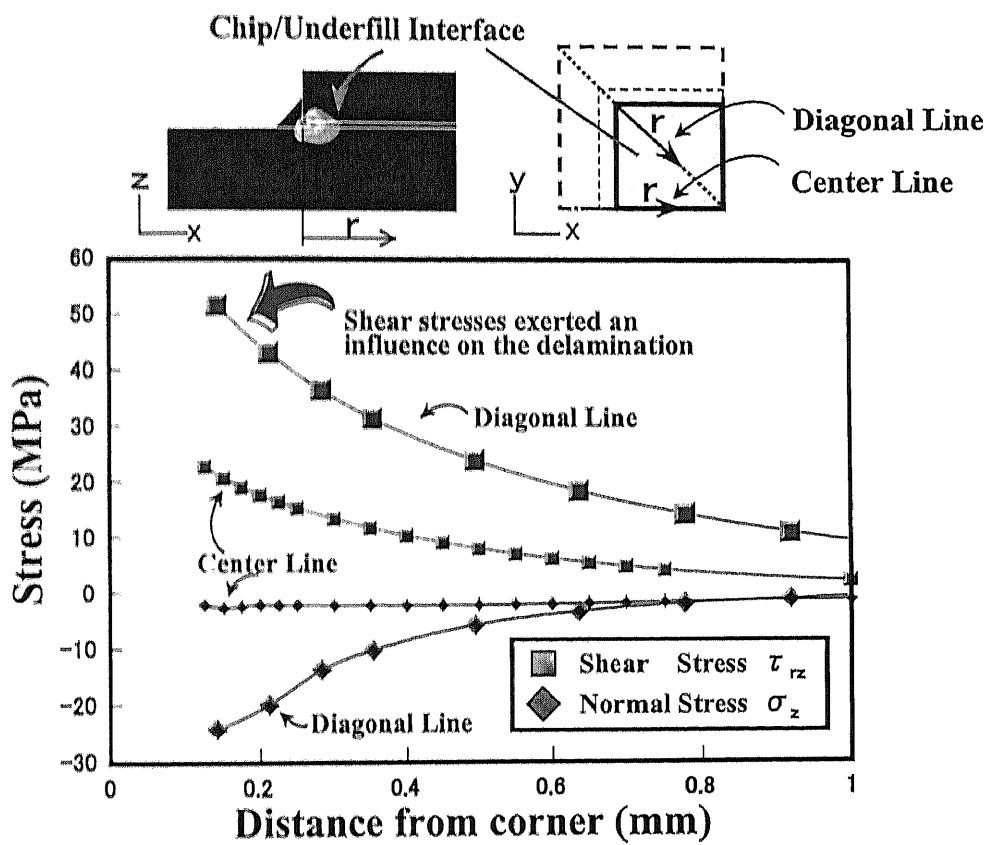


Fig. 4.13 Stress Distributions of Chip/Underfill Interface (Under TCT Condition)

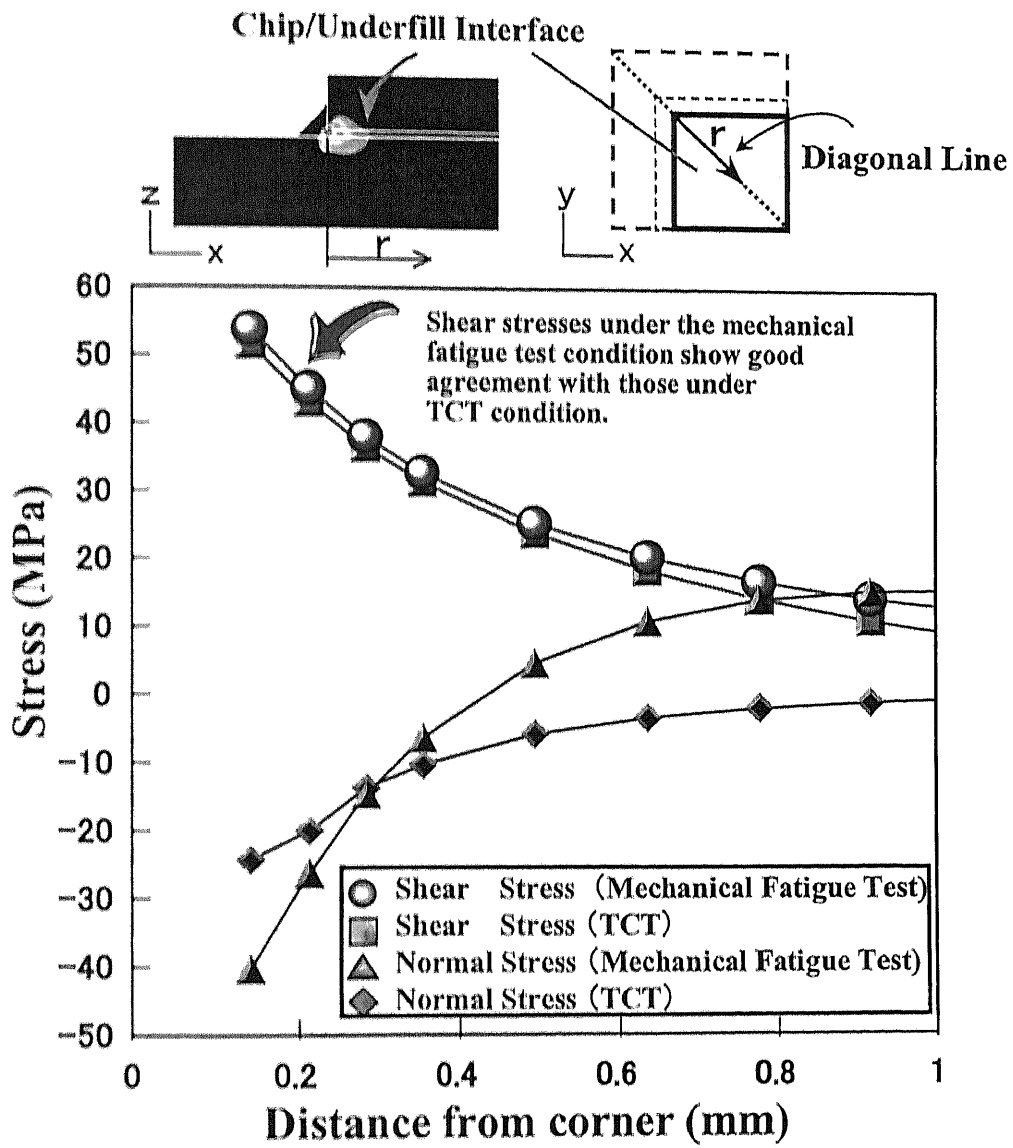


Fig. 4.14 Stress Distributions of Chip/Underfill Interface (Comparison between TCT and new method)

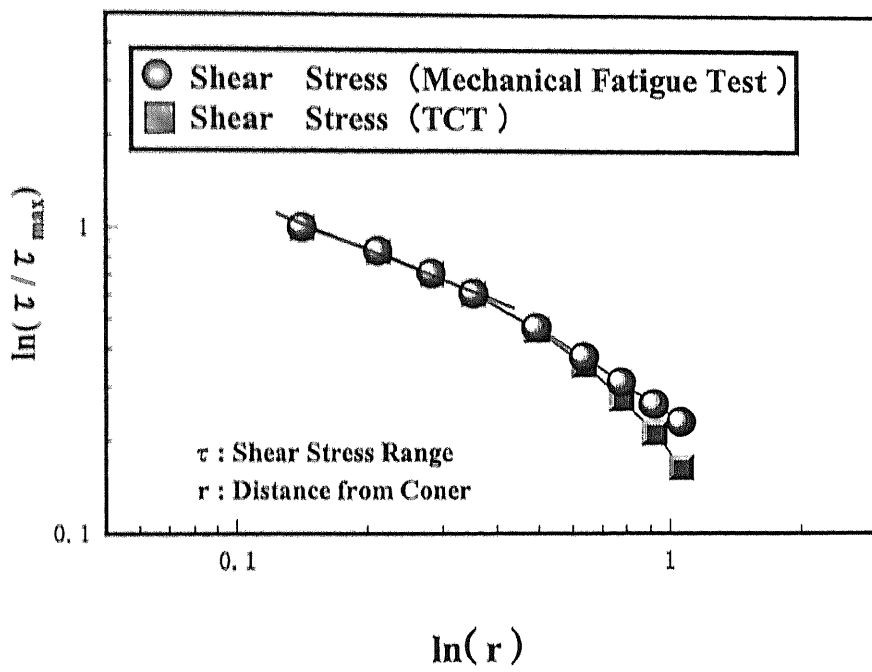
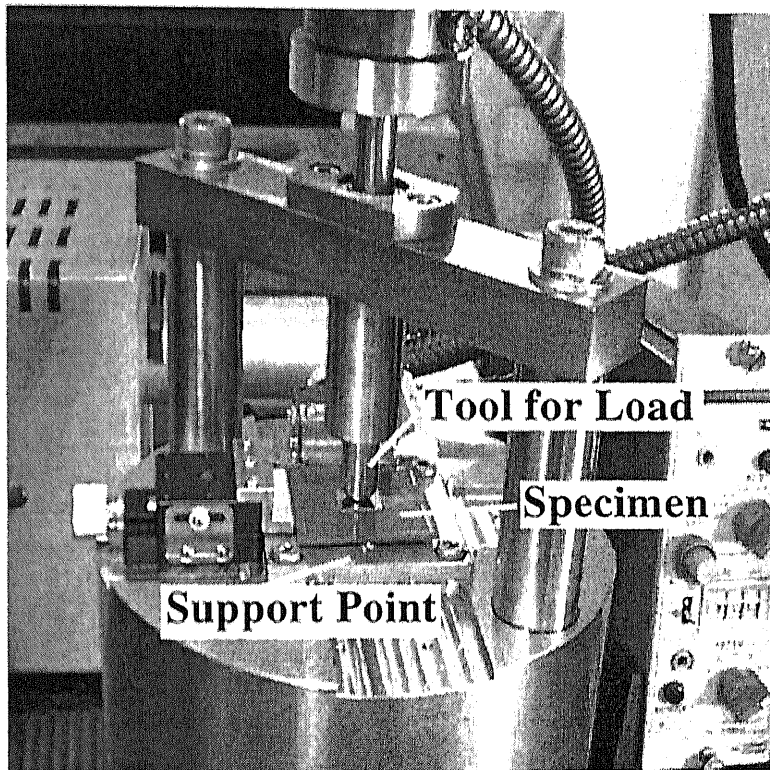


Fig. 4.15 Stress Distributions of Chip/Underfill Interface (Comparison between TCT and new method)



**Fig. 4.16** Equipment of Mechanical Fatigue Tests



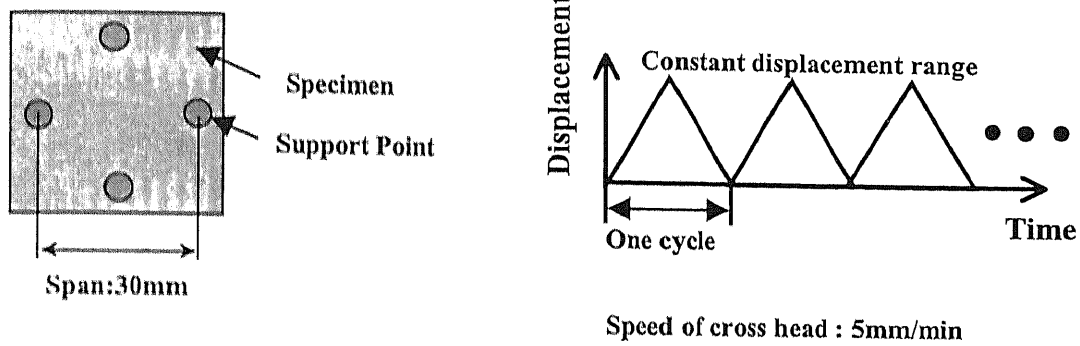


Fig. 4.17 Mechanical Fatigue Test Condition

Table 4.2 Mechanical Fatigue Tests Conditions

Load	Underfill	Displacement range at center of package ( $\mu m$ )		Time per cycle (sec)	
		A	B	A	B
Equivalent to TCT		350	360	8.4	8.64
1.5 times as TCT		525	540	12.6	13.0
2.0 times as TCT		700	720	16.8	17.3

Span of support points : 30mm, Test temperature: RT.

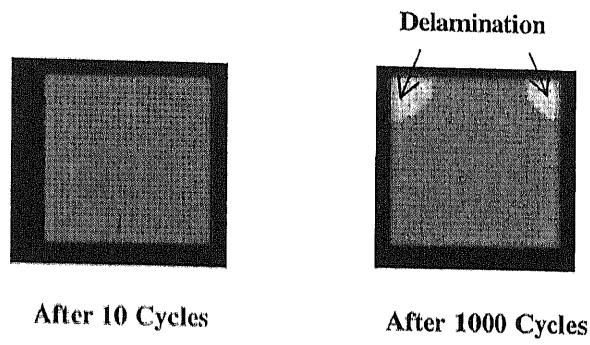


Fig. 4.18 SAT Images for Chip/Underfill Interfaces (Double Load Condition for TCT)

Table 4.3 Mechanical Fatigue Test Results

	Equivalent for TCT		
	1.5 times	2.0 times	
Underfill A	○	○	×
Underfill B	○	×	×

○: No Delamination, × : Delamination(After 1000 Cycles)

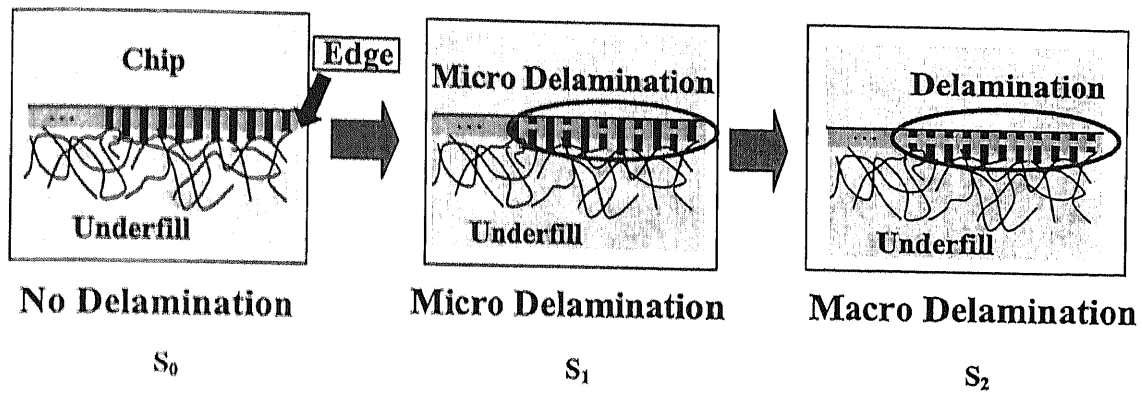


Fig. 4.19 Three States until Delamination Occurrence

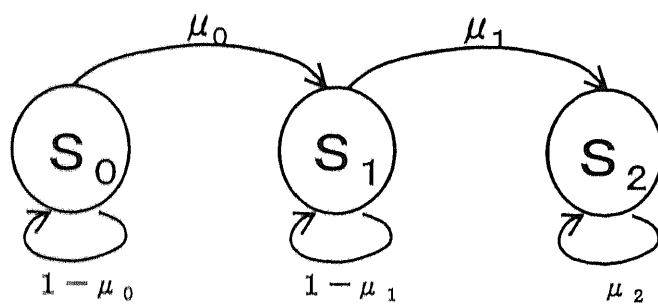


Fig. 4.20 Three State Model of Markov Process

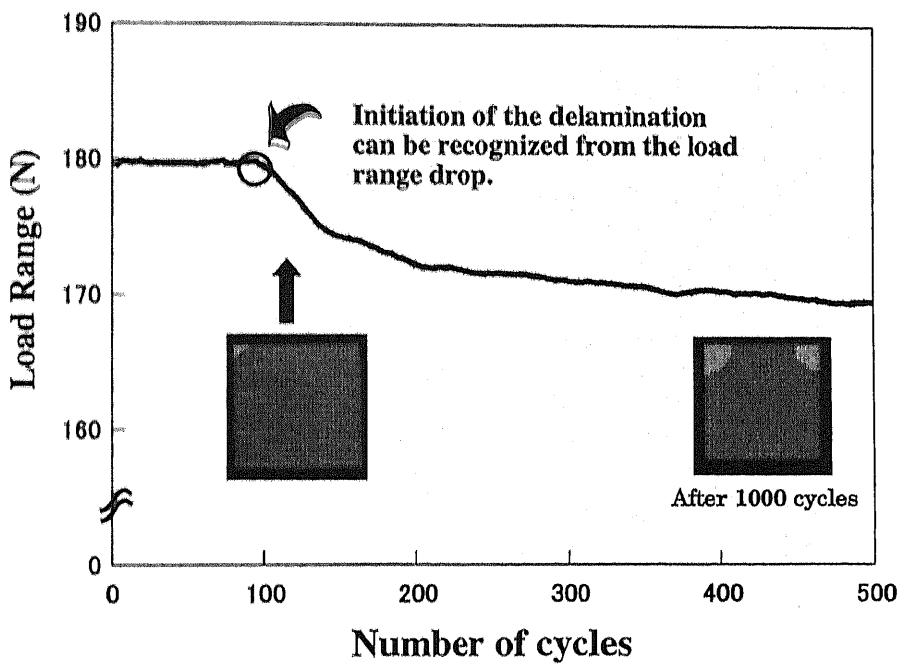


Fig. 4.21 Variation in Load range (Double Load Condition for TCT)

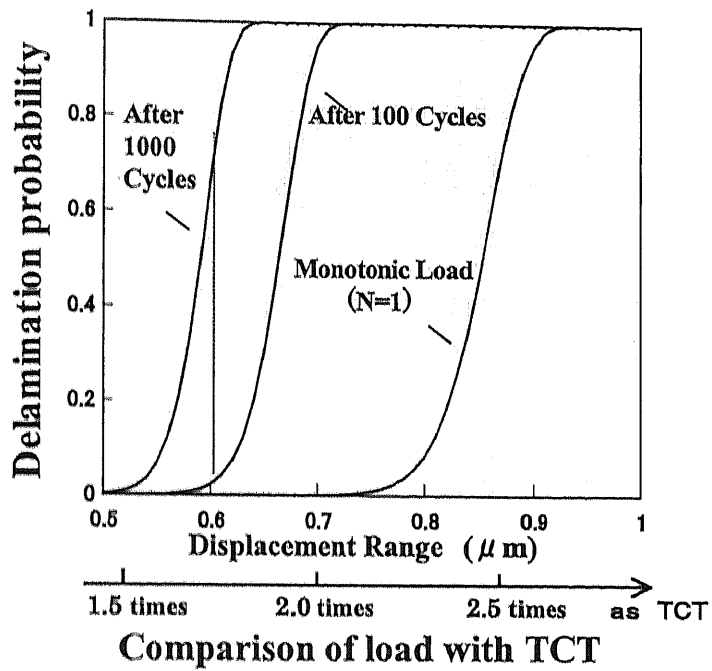


Fig. 4.22 Delamination Probability Curve (Displacement Range)

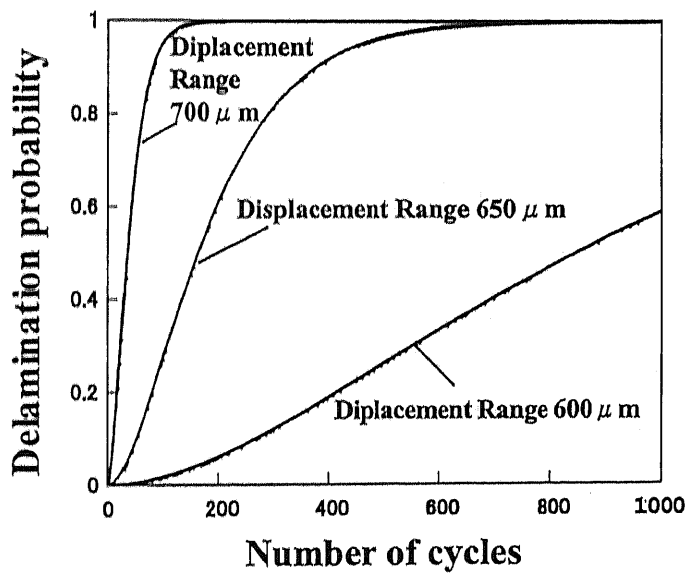


Fig. 4.23 Delamination Probability Curve (Number of Cycles)

## 第5章 高密度実装の構造信頼性設計への応用

### 5.1 緒言

第1章でも述べたように、電子機器においては、使用環境の温度変化や電源 On/Off のパワーサイクルに起因して温度変動が生じる。電子部品を実装したマザーボードに温度変動が負荷されると、線膨張率や上昇温度の差異に伴い、半導体パッケージなどの電子部品とマザーボードとの間に線膨張率差が生じる。このように生じた熱応力場においては、構造上最も弱いはんだ部材にひずみが集中する傾向にある。加熱、冷却の熱負荷が繰り返し負荷されると、いわゆる金属疲労現象としてき裂が発生した後、除々に進展し、構造設計によっては最終的に断線不良に至る恐れがある。そのため、電子機器の小型化・高集積化の推進にあたっては、冷却設計や強度設計をいかに行えば良いかが課題になる。本章では、第2章で提案した応答曲面法に基づく統計・確率論的な実装信頼性解析法を、ノート PC における CPU はんだ接合部の信頼性設計に応用する。まず、設計に内在するばらつき要因の関数として、構造応答を近似する応答曲面法を利用して、影響度解析を行いながら効率良く不良発生確率を算出すること、また、累積不良発生確率を指標に冷却用ファン有無などの設計変数の影響度を算定することを試みる。ここで、線形累積損傷則を導入<sup>(7)</sup>することにより、市場での負荷因子(環境温度変化や使用時間・頻度)の影響度を不良発生確率の観点から算定できるように手法のステップアップを図る。次に、統計的決定理論を導入することにより、信頼性予測結果を考慮した損失関数から期待損失を最小化するための設計案策定の指針を得ることを試みる。

### 5.2 半導体パッケージの実装信頼性設計への適用例

#### 5.2.1 解析方法

応力やひずみといった構造応答の確率分布を効率良く求めるために、第2章で示した信頼性解析法を用いる。設計に内在するばらつき要因の関数として、構造応答の近似式(応答曲面近似式)を作成する。応答曲面近似式には、*Chebyshev*の直交多項式<sup>(8)</sup>を用いる。ここで、応力解析の数値実験点は直交表を用いた実験計画法により決定する。この直交多項式は、各数値実験点(=直交表の列)の解析結果を用いて作成する回帰式に相当するものであり、低次項が優先され各次数項が互いに独立であるという特徴を持っているため、任意の次数で近似式を打ち切っても残った次数においては最適な回帰式を示している。従来、応力解析により直接的に構造応答の確率分布を求めるのに多大な労力を必要としてきたが、統計・確率論的な信頼性解析法を用いることにより、効率良く求めることが可能になる。求めた構造応答確率分布と、現象論に基づく不良発生条件式を照らし合わせることにより、不良発生確率を計算する。第2章で示したように、強度評価パラメータを  $x$ 、構造応答確率密度関数を  $f_S(x)$ 、不良発生基準(強度)の従う確率密度関数を  $f_R(x)$

とする場合、不良発生確率  $P_f$  は一般に(5.1)式の多重積分により表現できる<sup>(1)(2)</sup>。

$$P_f = \int_0^{\infty} \left\{ \int_x^{\infty} f_s(\xi) d\xi \right\} f_R(x) dx \quad (5.1)$$

モンテカルロ法を用いて、 $P_f$ の近似値を計算することにより、不良発生確率を算出する。ここで、市場での環境温度変化については、月別平均気温変化を近似式で表現した後、一様乱数を発生させ、平均気温の確率分布を求め、線形累積損傷則<sup>(4)~(6)</sup>により平均気温確率分布の影響を考慮した。

### 熱流体解析

市場での負荷を想定した応力シミュレーションを実施するにあたり、まず、CPU部の温度を熱流体解析により算出した。仮想的に想定したノートPC使用環境を解析条件として、汎用解析ソフト *FLOTHERM* を用いて、ノートPCの温度解析を実施した<sup>(10)</sup>。解析条件および解析結果は、表 5.1、図 5.1 に示す。初期温度は、使用時の室温(使用温度)を想定した。熱流体解析の結果得られた温度分布を応力解析での熱負荷条件に設定した。ここで、ファンの有無はファンの On/Off により模擬した。

### 応力解析

仮想的に想定した市場条件において、はんだ接合部に発生する非弾性ひずみ範囲( $\Delta \varepsilon_m$ )を明らかにするため、熱応力解析を実施した。はんだ熔融温度を初期状態として、十分な保持時間を経た後、ノートPC稼働時のCPU部温度を上限温度、ノートPCの未使用状態での環境温度を下限温度、稼働時間を保持時間として設定し、はんだ接合部に生じる非弾性ひずみ範囲を抽出した。はんだ接合部に生じる非弾性ひずみを求めるにあたって、まず、CPU部(図 5.2 参照)の全体モデルによる応力解析によりはんだ接合部に生じる変形量を算出し、次に、得られた変形量をはんだ接合部の詳細モデルの境界条件として与えることにより、はんだ接合部のひずみ集中部(端から 50  $\mu\text{m}$  位置)の非弾性ひずみを求めた<sup>(4)</sup>。応力解析は、有限要素法に基づく汎用構造解析ソフト *ABAQUS* (Ver.5.8)を用いた応力シミュレーションにより実施した。対称性を考慮し 1/4 領域を解析対象とした。解析に用いた温度履歴を図 5.3 に示す。共晶はんだ(Sn63-Pb37)の材料モデルとしては、向井らにより提案された弾クリープモデル<sup>(4)</sup>を用いた。このモデルは、電子機器の On/Off に伴う温度変動や温度サイクル試験では、接合部に生じる熱変形のひずみ速度が  $10^{-4}/\text{sec}$  オーダー以下の低ひずみ速度であり、低ひずみ速度の非弾性変形挙動においては、塑性変形の寄与が僅かであり、大部分がクリープ変形に支配されるという考えに基づいている。この中で、Sn63-Pb37 はんだのクリープ挙動は遷移領域が極めて小さく、荷重負荷直後より概ね定常領域での挙動を示すことから、(5.2)式で示す Norton 則によって、定常クリープ変形が表現できると仮定されている。

$$\dot{\varepsilon}_c = A \sigma^n \quad (5.2)$$

ここで、 $\dot{\varepsilon}_c$ はクリープひずみ速度、 $\sigma$ は応力、そして、 $A$ は単位応力、単位時間あたりのクリープ速度、 $n$ は応力指数である。 $A$ と $n$ は温度に依存した材料定数である。代表温度において、単軸のクリープ試験より得られた結果が、文献(9)により示されている。表 5.2 に応力シミュレーションで用いた Sn63-Pb37 はんだの材料特性を示す。

### 応答曲面近似式の作成

はんだ接合部に生じる非弾性ひずみ範囲について、環境温度、保持時間、CPU 部温度、材料特性、形状寸法、冷却構造起因圧縮荷重を変数として、応答曲面近似式を作成した。近似式作成においては、実験計画法 L18(3 水準)を用いて数値実験点を決定した。得られた近似式を(5.3)式に示す。

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_m = & -0.00691+0.00288 [-49.4-0.112 X_1+0.000453 X_1^2-11.7 ((24/(2 X_2+(5 \cdot 2/60)))^{(1/6)}) \\ & +3.26 ((24/(2 X_2+(5 \cdot 2/60)))^{(1/6)})^2+0.325 X_{10}-0.00104 X_{10}^2+0.00124 X_3 X_4 \\ & +0.0000366 (X_3 X_4)^2+27.5 X_5-9.73 X_5^2+36.7 X_6-12.1 X_6^2-0.363 X_7+0.00949 X_7^2] \\ & -0.0000920 [-49.4-0.112 X_1+0.000453 X_1^2-11.7 ((24/(2 X_2+(5 \cdot 2/60)))^{(1/6)}) \\ & +3.26 ((24/(2 X_2+(5 \cdot 2/60)))^{(1/6)})^2+0.325 X_3-0.00104 X_3^2+0.00124 X_3 X_4 \\ & +0.0000366 (X_3 X_4)^2+27.5 X_5-9.73 X_5^2+36.7 X_6-12.1 X_6^2-0.363 X_7+0.00949 X_7^2]^2 \\ & -0.00825 ((24/(2 X_2+(5 \cdot 2/60)))^{(1/6)})+0.00135 ((24/(2 X_2+(5 \cdot 2/60)))^{(1/6)})^2 \\ & +0.0674 X_8-0.0291 X_8^2-0.0320 X_9+0.0126 X_9^2-0.0000666 X_1+0.000000386 X_1^2 \\ & -0.0000522 X_{10}+0.00000112 X_{10}^2 \end{aligned}$$

ただし、

- X1 : 環境温度(°C)
- X2 : 保持時間(h)
- X3 : マザーボード弾性率(GPa)
- X4 : マザーボード線膨張率
- X5 : マザーボード厚(mm)
- X6 : キャリア基板厚
- X7 : はんだ接合部高さ(mm)
- X8 : はんだ接合部直径(mm)
- X9 : 冷却構造起因圧縮荷重
- X10 : チップ温度



ここで、マザーボードの弾性率  $X_3$  と線膨張率  $X_4$  は、積の形で、非弾性ひずみ範囲に影響を及ぼすことを考慮し、 $X_3 \cdot X_4$  を一つの変数として再定義した。また、疲労寿命が、温度サイクルの周波数の  $1/3$  乗にほぼ比例するという経験則を考慮し、保持時間  $X_2$  については事前に変数変換を行い、できるだけ非弾性ひずみ範囲に線形の影響を与えるように配慮した。ただし、 $1/3$  乗則は、パッケージ剛性などによっては大きく外れる場合があることも指摘されており、パッケージの種類によっては事前検討が必要であると考えられる。

近似式作成において用いていない数値実験点(一様乱数により 9 組を取得)にて、精度検証を行った結果、誤差は  $\pm 1\%$  以内におさまっており、精度良く近似できていると思われる。

### 不良発生基準の算出

本節では、温度サイクル試験(TCT)結果から、応力シミュレーションを介して、破損寿命とき裂発生寿命の相関を割り出すことにより、不良発生基準値(疲労強度)を算定した。はんだ接合部の疲労強度分布は、はんだバルク材のねじりせん断疲労強度試験結果<sup>(7)~(9)</sup>から得られた Coffin-Manson 則(き裂発生寿命  $N_f = 0.146 \times \Delta \epsilon_m^{-1.04}$ )をベースに、TCT 結果より得られた破損寿命分布(対数正規分布)を考慮して算定した。上記の破損寿命は信頼性試験結果から得られたサンプル値であって、寿命分布の推定母数も一種の確率変数であり、母数である平均値  $\mu$ 、分散  $\sigma^2$  の周りにある分布をしている。従って、真の母数は、その点推定値の近くのある区間に、ある確率  $\alpha$  で存在している。疲労強度  $x$  が対数正規分布に従う場合、 $\ln x$  の平均値を  $\mu_{Ln}$ 、標準偏差を  $\sigma_{Ln}$  と置くと、サンプル平均  $\ln \hat{x}$  について、 $(\ln \hat{x} - \mu_{Ln}) \cdot \sqrt{n} / \hat{\sigma}_{Ln}$  が自由度  $n-1$  の  $t$  分布に従うことが知られているので、定数  $\alpha$  (ただし、 $0 < \alpha < 1$ ) に対して、 $\Pr[\mu_{Ln} \leq \mu_{Lower}] = \alpha$ 、 $\Pr[\mu_{Ln} \geq \mu_{Upper}] = \alpha$  となる  $\mu_{Lower} (= \ln \hat{x} - k_1 \sigma_{Ln})$  および  $\mu_{Upper} (= \ln \hat{x} + k_1 \sigma_{Ln})$  を定めることができる。ここで、 $\mu_{Lower}$  および  $\mu_{Upper}$  をそれぞれ片側危険率  $\alpha$  あるいは片側信頼率  $1-\alpha$  に対する  $\mu_{Ln}$  の下側信頼限界および上側信頼限界と呼び、区間  $[\mu_{Lower}, \mu_{Upper}]$  を信頼限界という。同様な議論を標準偏差について行なうと、その信頼限界は  $\sigma_{Lower} (= k_2 \hat{\sigma}_{Ln})$  および  $\sigma_{Upper} (= k_2 \hat{\sigma}_{Ln})$  によって求められる(2 母数ワイブル分布の場合でも、母数の信頼限界を求めることは可能である)。ただし、 $k_1$  および  $k_2$  はサンプル数  $n$  と片側危険率  $\alpha$  から決まるパラメータである。このことは、特に分布の裾野部分の確率に極めて大きな差異を生じ、このため、信頼性解析の結論に大きな影響を与える場合がある。本適用例は、設計案の相対比較が主のため、疲労強度分布の母数には点推定値を用いるが、より定量的に信頼性を評価する場合には、点推定による分布の母数推定のほかに、 $\mu_{Lower}$ 、 $\mu_{Upper}$ 、 $\sigma_{Lower}$ 、 $\sigma_{Upper}$  の 4 つの最悪の組合せについて確率分布を作成し、信頼性解析にあたって真の母集団分布がどの範囲に分布しうるかを明らかにすることが重要であると考えられる。

## 等価非弾性ひずみ範囲算出方法

市場での環境温度変化の影響を考慮するために、線形累積損傷則<sup>(4)~(6)</sup>を導入し、平均気温確率分布に関して等価な非弾性ひずみ範囲を算出した。

具体的には、(5.4)式に示す線形累積損傷則を仮定し、環境温度による非弾性ひずみ範囲 $\Delta \varepsilon_{in}$ の時間的变化を、等価非弾性ひずみ範囲 $\Delta \varepsilon_{in\_eq}$ に変換した。ここで、 $f(T)$ は環境温度  $T$  の確率分布、 $N$  は全サイクル数を示している。また、Manson-Coffin 則<sup>(7)~(8)</sup> $N_f = \alpha \Delta \varepsilon_{in}^{-1.94}$  が成立することを仮定している。

$$\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \frac{N \cdot f(T) dT}{\alpha \Delta \varepsilon_{in}(T)^{-1.94}} = \frac{N}{\alpha \Delta \varepsilon_{in\_eq}^{-1.94}} \quad (5.4)$$

等価非弾性ひずみ範囲 $\Delta \varepsilon_{in\_eq}$ への変換手順を以下に示す。

- (1) 環境温度  $T$  の確率分布  $f(T)$  に従う乱数  $T_i$  を発生。
- (2) 環境温度  $T_i$  のときのひずみ範囲  $\Delta \varepsilon_{in}(T_i)$  を応答曲面近似式より算出。
- (3)  $(1/\Delta \varepsilon_{in}(T_i)^{1.94})$  の累積和を環境温度に関する乱数  $T_i$  について計算。
- (4) 累積和の $(1/1.94)$ 乗を計算し、等価非弾性ひずみ範囲 $\Delta \varepsilon_{in\_eq}$ を算出 $\Delta \varepsilon_{in\_eq}$ 。

次に、等価非弾性ひずみ範囲の確率分布を算出するための具体的な手順を示す。

- (1) 環境温度以外のばらつき要因について、各要因が従う確率分布に関する乱数を発生。
  - (2) ばらつき要因の乱数の各組について、各設計案の応答曲面近似式(環境温度  $T$ , ばらつき要因)を利用して、環境温度  $T$  を変数とした非弾性ひずみ範囲の応答曲面近似式を算出。
  - (3) 線形累積損傷則により環境温度変化に対する等価非弾性ひずみ範囲を、環境温度の確率分布をもとに算出。
- (2),(3)を繰返すことにより、等価非弾性ひずみ範囲の確率分布を算出

はんだ接合部の疲労寿命予測において線形累積損傷則を適用するにあたって、向井ら<sup>(9)</sup>は、Sn63Pb37 共晶はんだバルク材の薄肉円筒型試験片を用いた二段二重疲労試験により、一段目よりも二段目のひずみ範囲が大きくなる条件において、線形損傷則が概ね成立することを確認している。ただし、新たなはんだ材や別の試験条件において、適用限界を把握することは今後必要であると考えられる。

## 累積不良発生確率の算出

構造応答(はんだバンプの非弾性ひずみ範囲)のばらつき分布と、不良発生基準値(TCT 結果をベースに算出したはんだ疲労強度分布)とを照らし合わせ、モンテカルロ法(試行回数 10<sup>6</sup>)により不良発生確率を算出した。ここで、環境温度については、仮想的に、寒冷地の月別平均気温変化を想定し、稼働時間(保持時間)については、仮想的に使用形態 1 A~D(稼働時間：平均 8h/day の正規分布)、使用形態 2 E~H(稼働時間：2~4h/day の一様分布)を想定した。本来、材料特性や形状のばらつき分布は、十分な検査データから決定すべきであるが、ここでは各要因のばらつきが独立に正規分布に従うと仮定し、仮想的に設定した公差(±20%)の範囲に 99%の確率で存在すると設定した。また、本適用例では、全使用期間において、各部材寸法および物性値の時間的定常性を仮定した。寸法や物性値の時間的変化が顕著な場合には、各物性値を時間の関数で表現した上で構造応答の応答曲面近似式を作成し、その影響を等価非弾性ひずみ範囲の算出法と同様の考え方にて考慮する必要があると考えられる。

モンテカルロシミュレーションにより求めた結果を図 5.4 に示す。図 5.4 より、冷却用ファン有無の影響度や市場での負荷因子(稼働時間、使用温度)の影響度を、不良発生確率を指標に算定できることがわかる。

### 5.2.2 実装信頼性設計における安全係数

安全係数<sup>(1)(2)(17)</sup>は信頼性確保のための係数であり、信頼性設計の基準を満たすために、設計にあたって構造応答と不良発生基準との間にもたすべき余裕の係数である。従来より、構造設計においては、経験に基づく安全係数を用いて信頼性を確保してきた。しかしながら、第 1 章でも述べたように、高密度実装技術の革新や新たなコンセプトに基づく電子機器の登場は、時間的に不連続な形で起こる。例えば、新しい材料や構造の開発あるいは新たな環境下や異なる負荷想定の下での使用などである。このとき、必要十分な信頼性を確保するために要求される安全係数を、過去の経験を外挿して決定することが困難となる。このような場合、安全係数の内容を検討し、外挿しうる要因と外挿しえない要因とに分けたうえで、本章で示した統計・確率論的な信頼性解析を行い新旧の信頼度を比較し、既に十分実績のある従来のデータと照らし合わせ、その結果を総合して安全係数を決定するのが望ましいと考えられる。

ただし、安全係数は設計における種々の不確実要因をカバーするためのものであるが、その要因のうちには、本来確率的性質をもつ構造応答や材料強度のばらつきだけではなく、解析の不確かさなど、元来は確定なものであるにもかかわらず、十分な解析を行えないために含まれている確定的要因、あるいは、品質管理、非破壊検査、加工技術の向上などによって除去可能な要因などがある。これらの要因を分離したうえで、個々に対策を講じる必要がある場合もありうると思われる。

安全係数の定義は、工学の諸分野により異なる場合が多いが、ここでは文献<sup>(1)(2)</sup>に従い、以下のように考える。図 5.5 には、構造応答と不良発生基準(強度)の分布を示している。ただし、疲労破損の場合の信頼性解析における強度分布(不良発生基準の分布)は、平均必要寿命に、寿命に関する安全係数を乗じた規定必要寿命において疲労強度分布を求めることになる。第 2 章で示した信頼性解析法を用いて構造応答値と疲労強度の大小により破損の判定を行い不良発生確率を算出できる。構造応答の予想値の代表値(例えば、平均や最頻値など)である構造応答の基準値  $x_a^0$  に対して、構造応答の不確実性を考慮するために、構造応答の安全係数  $\nu_a$  の定義にあたってはこれより高い構造応答値  $x_a^*$  を用いる。両者の間の余裕すなわち構造応答の安全係数  $\nu_a$  あるいは荷重係数を  $\nu_a = x_a^* / x_a^0$  で定義する。他方、強度に関しては、強度の予想値の代表値(例えば、平均や最頻値など)である基準強度  $x_R^0$  に対する許容強度  $x_R^*$  を、 $\nu_R = x_R^* / x_R^0$  なる強度の安全係数あるいは強度係数を適切に選ぶことにより設定する。これにより、安全係数  $\nu$  を、基準強度と構造応答の基準値の比と定義することが可能となる。すなわち、 $\nu = x_R^0 / x_a^0 = \nu_a \cdot \nu_R$  である。ただし、基準強度や構造応答の基準値は、実際の破損に対する不良発生基準のばらつきに影響を及ぼす要因、あるいは、構造応答のばらつきに影響を及ぼす要因を分析した上で、十分検討して選ぶ必要がある。

電子デバイスの実装設計において、市場での負荷データが十分に存在するという理想的な場合には、稼働時間(h/day)と使用頻度(On/Off 回数/day)の両者の確率分布を想定することにより、累積不良発生確率を予測することが可能になる。この場合、図 5.6 に示すように、はんだ接合部に生じる非弾性ひずみ範囲の確率分布と On/Off 回数の確率分布を表す領域と、はんだ接合部の疲労線図における疲労寿命のばらつき幅を表す領域との距離により、不良発生確率(あるいは余裕度)が決まる。新たなコンセプトに基づく電子機器開発においては、稼働時間データと使用頻度データの相関関係や、使用頻度データの確率分布を、事前に合理的に想定できる場合は少ないと考えられるため、平均的な負荷想定による平均必要寿命に、寿命に関する安全係数を乗じることにより規定必要寿命を求めることになる、つまり、厳し目の On/Off 回数/day を確定的に想定することにより信頼性設計を行う場合といえる。このような場合、機器の使用期間が決まれば、必要寿命(トータルの On/Off 回数)が設定でき(この必要寿命は、平均 On/Off 回数に寿命に関する安全係数を乗じた回数)、安全係数は、図 5.5 と同じ考え方で定義できる。すなわち、信頼度が使用期間(必要寿命)と安全係数(寿命の安全係数、強度の安全係数、構造応答の安全係数)の関数として求められる。従って、必要な信頼度が与えられれば安全係数が設定でき、それに応じて、信頼性試験における基準も設定可能となる。ただし、信頼度をいくらに選ぶべきかは破損のもたらす結果の重大性によって変わり、広義の経済的・社会的判断を要する。

### 5.2.3 高密度実装構造の信頼性設計

一般に設計の合理化は、信頼性工学の要素だけではなく、例えば、経済的・社会的見地からの要求のもとに進められる。文献(1)に述べられているように、構造信頼性工学(1)(17)は、そのような要求のもと、必要十分な構造信頼性を確保するにはどのようにすべきかを論じるものである。

図 5.7 は、本研究で提案する信頼性解析の手法を取り入れた場合の、半導体パッケージの高密度実装における構造信頼性設計法を示している。簡便さの度合いにより、信頼性設計法を Level 1~3 に分けて示している。Level 1 は、不良発生確率に基づく信頼性設計法、Level 2 は、平均値と分散を用いて近似的に信頼性解析を行う 1 次近似 2 次モーメント法(FOSM, AFOSM)、Level 3 は、確定的な解析と経験的な安全係数を用いた信頼性設計法あるいは、典型的な例や従来例についてあらかじめ求めておいた強度評価パラメータと不良発生確率の関係を利用する信頼性設計法といえる。負荷/材料/製造に内在するばらつきを考慮した上で不良発生確率に基づき信頼性設計を行う Level 1 の手法は、新たなコンセプトに基づく電子機器や新材料を用いた構造の場合、経験的な安全係数を用いる方法に比べれば、はるかに合理的であるといえる。Level 1 の方法が有効に使用されるためには、依然として、信頼性解析において、検査データ不足などに起因する不確実要素が多い。しかし、たとえ主観的数値を用いたにせよ、Level 1 あるいは Level 2 の方法により信頼性解析結果が多数得られるならば、従来の経験と比較照合し入力情報を修正することも可能であり、今後の信頼性設計の合理化に多大の寄与をすると期待される。

信頼性設計方法としては、Level 1~3 において簡便さが大きく異なる。すべての構造において Level 1 の方法を適用することは、費用対効果の観点から、設計法として必ずしも得策ではない。むしろ、信頼性解析を積み重ね、Level 1→Level 2→Level 3 と、逆の順序をたどって、より合理化された簡便な信頼性設計法が確立されることも望まれる。

信頼性設計法としては、図 5.7 に示した合理化が考えられるが、別の問題として、対象とする電子機器について、安全寿命設計を行なうのか、フェイル・セーフ設計(18)を行なうのか、あるいは耐損傷設計を採用するのかという、設計思想の問題は重要な課題として残っている。もちろん、どれをとっても信頼性解析法の流れには変わりがないが、許容し得る不良発生確率をいかにして判断し、その信頼性をどういう設計思想を用いて確保するかという問題は十分検討していく必要がある。

#### 5.2.4 考察

ノート PC の CPU 部の実装信頼性設計を対象に、応答曲面法を用いた信頼性予測法の有効性を検証した。主な結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 応答曲面法により、ばらつき要因の関数として、構造応答を近似的に表現することで、不良発生確率を効率的に算出することができる。また、線形累積損傷則を用いることにより、市場での環境温度変化が信頼性に及ぼす影響度も算定可能となる。
- (2) 冷却ファン有無などの設計変数や市場での負荷因子(稼働時間, 環境温度, 使用温度)の影響度を、市場での不良発生リスクの観点から算定可能である。
- (3) 新しいコンセプトに基づく電子機器の強度信頼性設計においては、市場での負荷算定を行なうのが困難であり、経験的な安全係数では対処しきれない場合が多い。そこで、本手法により様々な負荷を想定した上で信頼性を予測することで、安全係数を適正化するのに有用であると考えられる。

### 5.3 統計的決定理論による設計案策定の試み

高密度実装設計においては、高集積・高発熱化する実装構造に対して信頼性を確保すると同時に、経済性の向上を図ることも重要な課題である。そこで本節では、信頼性解析に損失関数の概念を導入し、統計的決定理論を用いて期待損失を指標に設計案策定の指針を得ることを試みた。

#### 5.3.1 統計的決定理論の概要

統計的決定理論<sup>(10)~(15)</sup>は、不確実性としての確率および価値判断としての損失関数を導入し、不確実性下での決定問題を扱うものである。基本的な役割をもつと考えられる要素を列挙する。

- (1) 不確実状態において可能な自然の状態  $\theta$  あるいは母数  $\theta$  の集合  $\Omega$ 。これを状態空間あるいは母数空間という。
- (2) 可能な行動(設計案策定方式)  $a$  の集合  $A$ 。これを行動空間という。
- (3)  $\Omega \times A$  の上で定義される損失関数  $L(\theta, a)$ 。これは 1 価の実数値関数であると仮定される。ここに、 $\theta$  および  $a$  はそれぞれ  $\Omega$  および  $A$  の要素を一般的に示している。
- (4) 決定に先立ち、それに役立つ情報(データ)を獲得するために、実験あるいは調査を行うものとする。その結果は観測  $x$ (実数値またはその成分が実数値ベクトル)で与えられる。統計的決定理論は、測定可能な情報(データ)に基づく不確実性下での決定問題を扱う。したがって観測値  $x$  は、一般に未知の自然の状態  $\theta$  に対する確率分布(あるいは未知の値  $\theta$  を母数にもつ確率分布)に従う変数  $X$  の値、すなわち実現値である。 $x$  のとり得るすべての可能な値の集合、すなわち標本空間を  $S$  とする。 $P_\theta(x)$  を  $\Omega$  に含まれる各  $\theta$  に対する確率分布であるとし、対応する分布関数  $F(x|\theta)$  で示す。これで実験結果あるいは調査結果をその値としてとる確率変数  $x$  の導入により、その確率分布を通じて、 $\theta$  を与えたときの  $x$  の不確定変動の有様を記述可能となる。
- (5) 実験あるいは調査結果  $X=x$  に基づき 1 つの行動  $d \in A$  を選ぶとき、 $x$  は不確定であり、損失関数はランダムな変数  $L(\theta, d)$  となるために、行動の結果被る損失は、 $P_\theta(x)$  に関する期待値  $E_\theta(L(\theta, d))$  で測られる。状態あるいは母数が  $\theta$  であるとき、 $L(\theta, d)$  の  $P_\theta(x)$  に関する期待値  $R(\theta, d) = E_\theta(L(\theta, d))$  をリスク関数(危険度関数)という。
- (6) 可能な  $d$  の集まりを考え、それを  $D$  で示す。 $D$  を決定関数空間と呼ぶ。通常、決定  $d$  を観測値  $x$  に基づいて選ぶため、 $d$  は  $x$  の関数  $d = \delta(x)$  である。すべての  $\theta \in \Omega$  に対して  $R(\theta, d)$  が存在して有限の値をもてば、 $S$  から  $A$  への写像  $\delta(x)$  を決定関数あるいは決定方式という。すなわち、決定関数とは、すべての実現値  $x$  に対してとるべき決定  $d = \delta(x)$  を指定する関数である。このとき、 $D$  はすべての  $\theta \in \Omega$

に対して  $R(\theta, d) = \int L(\theta, \delta(x)) dF(x|\theta)$  が積分可能な  $d$  のすべてからなることになる。

(7) 決定関数の空間  $D$  上の任意の確率分布に基づいて決定関数を選択する確率化決定方式という。確率分布  $P_\theta$  は、すべての  $\theta \in \Omega$  に対して、そのリスク関数  $R(\theta, P_\theta)$  が存在して、有限な値をもてば、確率化決定関数という。この確率化決定関数の空間を  $D^*$  で示す。

損失関数  $L(\theta, d)$  は、統計的推測の問題を数学的に最適化問題に帰着させるために必要な概念といえる。リスク関数  $R(\theta, d)$  は損失関数の期待値であり、平均的に損失の少ない決定  $d = \delta(x)$  を、観測値  $x$  に基づいて選ぶ。すべての  $\theta$  について一様にリスクを最小化する決定方式は一般に存在しない。

そこで以下の2つの方策が考えられる。

(1) リスク関数(危険度関数)を比較するために新たな基準(ミニマックス基準, ベイズ基準)を導入する(図 5.8 参照)。

(2) 考察の対象とする決定方式のクラスを制限し(領域分割), その制限したクラスの中で, リスクを一様に最小化する決定方式を求める(図 5.9 参照)。

(2) は確実な方策であるが, 一般に  $\theta$  についてリスクを一様に最小化するようにクラスを制限することが困難な場合が多い。そこで, (1) により決定方式を算定することを試みる。

### ミニマックス基準

ミニマックス基準はリスク関数の最大値を用いて決定関数を比較しようという考え方である。特定の決定関数  $\delta$  についてそのリスクの最大値  $R_{\max}(\theta, \delta)$  を考える。図 5.8 左に示すように, 2つの決定関数  $\delta_1, \delta_2$  についてリスクの最大値  $R_{\max}(\theta, \delta_1), R_{\max}(\theta, \delta_2)$  の小さい方をより望ましいと考えるのがミニマックス基準の考え方である。リスクの最大値は最悪の場合のリスクであるから, この考え方は最悪の場合を重視したいわば保守的な考え方である。ミニマックス基準によれば最も望ましい決定関数はリスクの最大値を最小にする決定関数である。ミニマックス基準では,  $\max\{R(\theta_1, \delta), \dots, R(\theta_r, \delta)\}$  の等しい決定関数  $\delta$  は同等であるとみなされる。そこで, 任意の  $\delta$  に対して,  $R(\theta_i, \delta) = y_i$  ( $i=1, \dots, r$ ) と記すことにすれば, 任意の実数  $c$  に対して, 集合  $V_c = \{(y_1, \dots, y_r) \mid y_i \leq c, i=1, \dots, r\}$  の境界上のすべての点をリスク(危険度)にもつ決定関数は同等である。従ってミニマックス基準は,  $V_c$  と  $R$  の交わり  $V_c \cap R$  の点について,  $c$  の値の下限  $c_0$  を見つければ定まる(図 5.10 左参照)。つまり,  $\theta_i$  に関する事前情報が存在しない場合の基準といえ,  $\Omega = (\theta_1, \dots, \theta_r)$  の場合に  $\theta_i$  をとる確率を  $P(\theta_i) = w_i$  ( $i=1, \dots, r$ ) とし, その事前分布を  $W = (w_1, \dots, w_r)$  とするとき,  $w_1 = w_2 = \dots = w_r$  となる。ここで,  $P(\theta_i) = w_i \geq 0$  ( $i=1, \dots, r, \sum w_i = 1$ ) である。



## ベイズ基準

ミニマックス基準はリスクの最大値に注目するものであるが、ベイズ基準は平均的なリスクに注目するものである。図 5.8 右に示しているように、リスク関数  $R(\theta, \delta)$  の平均値はリスク関数と  $\theta$  軸で囲む面積となっている。図 5.8 のミニマックス基準では  $\delta_1$  の方が望ましいが、ベイズ基準では  $\delta_2$  の方が望ましい決定関数となっている。ただし、 $\theta$  について平均的なリスクを算出する過程において、より一般の重みを用いて  $R(\theta, \delta)$  を加重平均することも考えられる。

$\Omega=(\theta_1, \dots, \theta_r)$  の場合に、 $\theta_i$  をとる確率を  $P(\theta_i)=w_i (i=1, \dots, r)$  とし、その事前分布を  $W=(w_1, \dots, w_r)$  とする。ここで、 $P(\theta_i)=w_i \geq 0 (i=1, \dots, r, \sum w_i=1)$  である。ベイズ基準では、事前分布  $W$  に関する期待リスク((5.5)式参照)の等しいすべての点は同等であるとされる。

$$\sum_{i=1}^r w_i R(\theta_i, \delta) = \sum_{i=1}^r w_i y_i \quad (5.5)$$

そのため、任意の実数  $b$  に対して、平面上((5.6)式参照)のすべての点は同等であることになる。

$$\sum_{i=1}^r w_i y_i = b \quad (5.6)$$

このとき、ベイズ基準を導入した場合に期待損失を最小化する決定方式は、リスク集合(危険度集合) $R$  と交わるような平面の  $b$  の値の下限  $b_0$  として定まる(図 5.10 右参照)。

自然の状態が 2 つの場合について、図 5.10 にミニマックス基準およびベイズ基準それぞれによる決定方式の算定概念図を示す。図 5.10 の各点は、各決定方式  $d_i$  のリスク集合( $R(\theta_1, d_i), R(\theta_2, d_i)$ )を示している。

次節では、期待損失を最小化するための設計案策定について、ベイズ基準を導入した場合の簡単な事例を示す。

### 5.3.2 簡単な事例

本節では、5.2 節の CPU 実装信頼性設計を対象に、統計的決定理論を導入することにより設計方を明確化するための指針を得ることを試みる。5.3.1 節に示したように、統計的決定理論は、3 つの重要な構成部分をもっている。つまり、不確実性としての確率、価値判断としての損失関数、もう一つは、戦略概念としての行動の決定方式の導入である。ここでは、実装信頼性設計における不確実な状態として、(市場環境温度の異なる)各地域への出荷台数をとりあげ、損失を最小にする設計方策決定を支援することを試みる。本節では問題を単純化するため、出荷地域を寒冷地と標準的地域の 2 状態に分類できると仮定する。

## (1)基本概念の設定

統計的決定理論の枠組みで、本事例について基本概念を整理すると以下ようになる。

### 自然の状態 $\theta$

寒冷地へ出荷するという状態  $\theta_1$ 、標準的地域へ出荷するという状態  $\theta_2$

### 行動 $a$

設計案 1 (ファン有り) を選択  $a_1$ 、設計案 2 (ファン無し) を選択  $a_2$

### 損失関数 $L(\theta, a)$

損失コストが、 $[P_f(T_\theta, a) \times C_m + C_a] \times$  出荷台数と簡易的に定義できる場合を考える。

ここで、 $P_f(T_\theta, a)$  は年間平均環境温度が  $T_\theta$  の地域における行動  $a$  の不良発生確率、 $C_m$  は保証期間内のマザーボード無償交換費用に伴うメンテナンスコスト(/台)、 $C_a$  はファン搭載に伴うコスト(/台)を示している。この場合、損失関数は(5.7)式のようにおくことが可能である。

$$\text{損失関数 } L(\theta, a) = [P_f(T_\theta, a) \times C_m + C_a] \quad (5.7)$$

ただし、不良発生確率予測の確信度合を表す確率分布が存在する場合には、この確率分布に関する(5.6)式の期待値が損失関数となる。

### 状態 $\theta$ に関するデータ $x$

各地域  $\theta$  における年間平均環境温度  $T_\theta$

### 不確実性としての応答確率 $f(x|\theta)$ (データ確率分布)

過去の環境温度データに基づく各地域  $\theta$  における年間平均環境温度の確率分布  $f(T_\theta|\theta)$

ただし、月別の環境温度変動グラフは年間平均環境温度に比例して相対的に上下すると仮定する。

### 決定方式

決定方式(設計方策)  $d$  は、各データ  $x$  に対する設計案の策定  $d: x \rightarrow a$  といえる。設計方策としては、ある年間平均環境温度を境界に設計案を切り分けるという方式も考えられるが、ここでは、すべての地域に対して同一の設計案を選定するという簡単な場合を考える。そのため決定方式  $d$  は以下の2つとなる(設計案を切り分ける場合へも容易に展開可能である)。

$d_1$ (すべての地域に対して設計案 1)、 $d_2$ (すべての地域に対して設計案 2)

## (2) リスク(危険度)の算出

5.3.1 節で示したようにリスク  $R(\theta, d)$  は(5.8)式および(5.9)式により算出される。

$$R(\theta_1, d) = \int L(\theta_1, d) \cdot f(T_\theta | \theta_1) dT_\theta \quad (5.8)$$

$$R(\theta_2, d) = \int L(\theta_2, d) \cdot f(T_\theta | \theta_2) dT_\theta \quad (5.9)$$

リスクはある  $\theta$  の領域において、決定方式を選別するための指標として役立つ。

## (3) ベイズ基準の導入

5.3.1 節に述べたように、一つの決定方式を選定するには、基準の導入が必要である。ここでは、ベイズ基準を導入した例を示す。

自然の状態  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_I$  が未知でもその事前確率  $w_1, w_2, \dots, w_I$  が得られている場合、各リスク  $R(\theta_1, d)$ ,  $R(\theta_2, d), \dots, R(\theta_I, d)$  もこの確率で出現すると考えられることから、その期待値(期待リスク)  $w_1 \cdot R(\theta_1, d) + w_2 \cdot R(\theta_2, d) + \dots + w_I \cdot R(\theta_I, d)$  が最小になる  $d$  を選定するという考え方に基づく。

本事例の場合に、 $C_m$  と  $C_d$  の比率と  $w_1$  と  $w_2$  の比率をパラメータとして、期待損失を最小化する決定方式を選定した結果を図 5.11 に示す。図 5.11 より、本適用例では、 $C_m$  と  $C_d$  の比率と  $w_1$  と  $w_2$  の比率、つまり、保証期間内のマザーボード無償交換費用に伴うメンテナンスコスト(/台)とファン搭載に伴うコスト(/台)の比率、および寒冷地  $\theta_1$  への出荷台数と標準的地域  $\theta_2$  への出荷台数の比率をパラメータとして分類すれば、期待リスク(期待危険度)を指標に、設計方策決定を支援できることがわかる。

## 5.3.3 考察

不確実性としての確率および価値判断としての損失関数を導入し、信頼性予測を設計案の策定に応用する場合の道筋を示した。簡単な事例を通じて、期待損失を最小化する設計案の策定を支援することに有効であることを示した。今後、実設計の応用に向けては、製品のライフサイクルにおいて合理的な損失関数を構築していくことが重要であると考えられる。

## 5.4 結言

本章では、第2章で提案した応答曲面法に基づく統計・確率論的な実装信頼性解析法を、ノートPCにおけるCPUはんだ接合部の信頼性設計に応用した。また、高密度実装設計においては、高集積・高発熱化する実装構造に対して信頼性を確保すると同時に、経済性の向上を図ることも重要な課題であることを考慮して、損失関数を導入し設計案策定の指針を得ることを試みた。主な結果は以下のようにまとめられる。

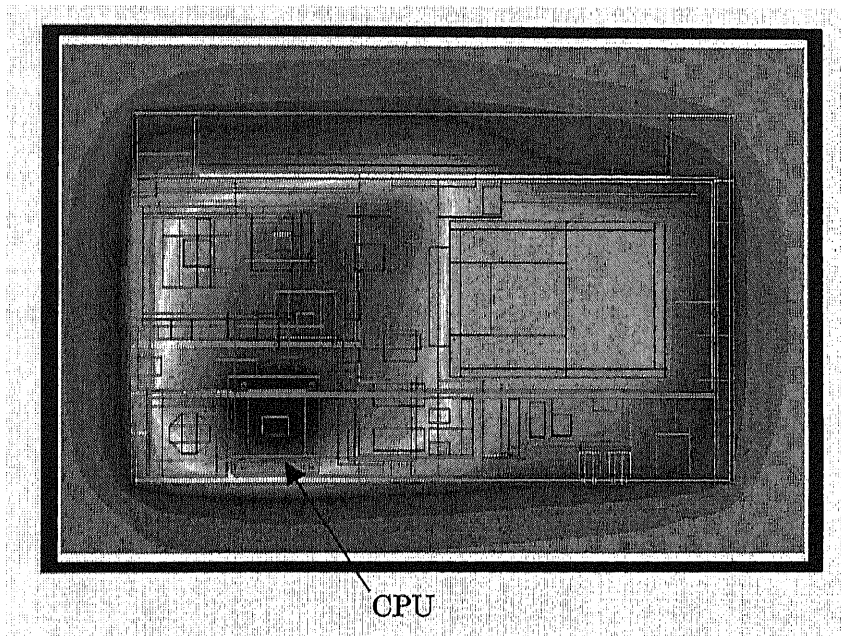
- (1) 設計に内在するばらつき要因の関数として、構造応答を近似する応答曲面法を利用して、影響度解析を行いながら効率良く不良発生確率を算出できること、また、累積不良発生確率を指標に冷却用ファン有無などの設計変数の影響度を算定できることを示した。ここで、線形累積損傷則を導入することにより、市場での負荷因子(環境温度変化や使用時間・頻度)の影響度を不良発生確率の観点から算定可能となった。
- (2) 新しい材料や構造の信頼性、あるいは新しい使用環境や新たな負荷想定 of 電子機器における信頼性を評価する場合においては、従来の経験的な安全係数が持つ簡便性だけでは現実には対処できない問題も多い。構造信頼性工学に基づく信頼性解析手法は、設計に内在する不確実性を考慮し、様々な負荷を想定した上で信頼性を予測することが可能である。本節で示した手法は、安全係数を適正化するのに有用であると考えられる。
- (3) 統計的決定理論を導入することにより設計方策を明確化するための指針を得ることを試みた。CPU実装信頼性設計における簡単な事例を通じて、信頼性予測結果を考慮した損失関数から期待損失を最小化する設計案を策定可能であることを示した。ただし、実設計への応用に向けては、製品のライフサイクルにおける他の要因を考慮した上で、損失関数を高精度化していく必要がある。

## 参考文献

- (1) 岡村弘之・板垣浩, 強度の統計的取り扱い, (1979), 培風館.
- (2) 市川昌弘, 構造信頼性工学, (1988), 海文堂.
- (3) 柏村孝義・白鳥正樹・于強, 実験計画法による非線形問題の最適化, (1998), 朝倉書店.
- (4) A.Palmgren, Z.VDI., Vol.68, No.339, (1924).
- (5) 西原利夫・ほか2名, 機論, A, 10-23, (1944).
- (6) M.A.Miner, Trans.ASEM,J.Basic Eng., Vol.12, No.159, (1945).
- (7) 向井稔・ほか4名, 機論, 63-611, A, (1997), 1594-1600.
- (8) M.Mukai,et.al., Trans.Asme,Journal of Electronic Packaging, Vol.120, No.2, (1998), 207-212.
- (9) 向井稔, 表面実装におけるはんだ接合部の熱疲労寿命評価法に関する研究, 東京工業大学 学位論文, (2001).
- (10) 藤本熙, 統計数理の基礎と応用, (1968), 日刊工業新聞社.
- (11) 西谷弘信偏, 疲労強度学, (1985), オーム社.
- (12) 松原望, 意思決定の基礎, (1977), 朝倉書店.
- (13) 藤本熙・松原望, 決定の数理, (1976), 筑摩書房.
- (14) H.Chernoff, L.E.Moses., 決定理論入門, (1960), 紀伊国屋書店.
- (15) 竹村彰通, 現代数理統計学, (1991), 創文社.
- (16) 伊藤学, 日本機械学会 第435回講習会教材 信頼性・安全性の考え方と実際, (1976).

**Table 5.1 Analysis condition**

	Fan	Initial condition of heat flux analysis
<b>A, E</b>	Off	Maximum room temperature
<b>B, F</b>	Off	Average room temperature
<b>C, G</b>	On	Maximum room temperature
<b>D, H</b>	On	Average room temperature



**Fig. 5.1 Example of temperature analysis in note PC**

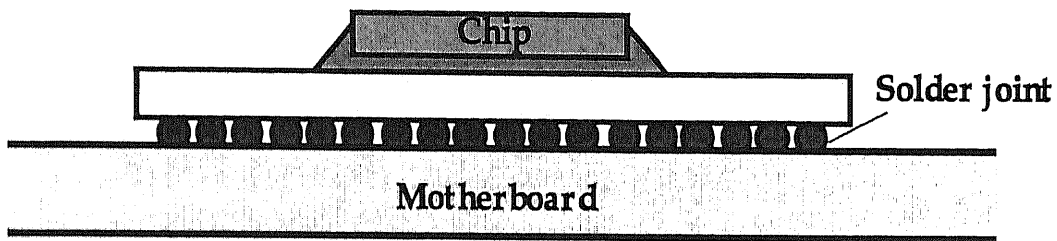


Fig. 5.2 Cross-section of CPU

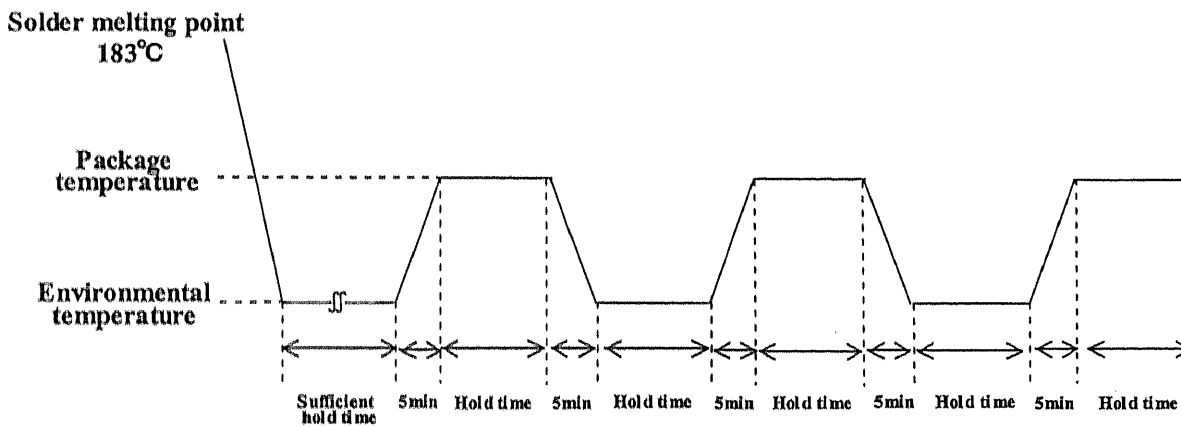


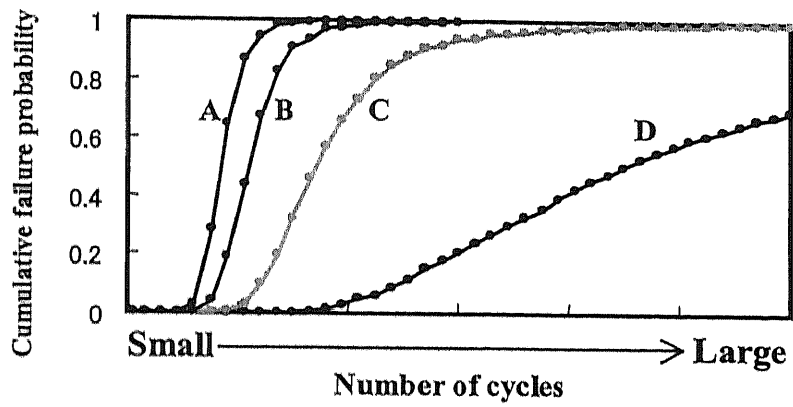
Fig. 5.3 Temperature history (Field condition)

Table 5.2 Material properties of Sn63Pb37 solder

	Young's modulus (MPa)	Poisson's ratio	Thermal expansion coefficient(°C)
Solder (Sn63·Pb37)	$2.00 \times 10^4$	0.39	$2.47 \times 10^{-5}$

Temperature(°C)	$\dot{\epsilon}_c = A\sigma^n$	
	A(1MPa/hr)	n
-65	$6.545 \times 10^{-17}$	9.2
0	$3.570 \times 10^{-10}$	5.6
25	$1.975 \times 10^{-8}$	4.7
50	$6.417 \times 10^{-7}$	3.9
100	$7.044 \times 10^{-5}$	3.0
150	$2.089 \times 10^{-3}$	2.4

Field condition 1



Field condition 2

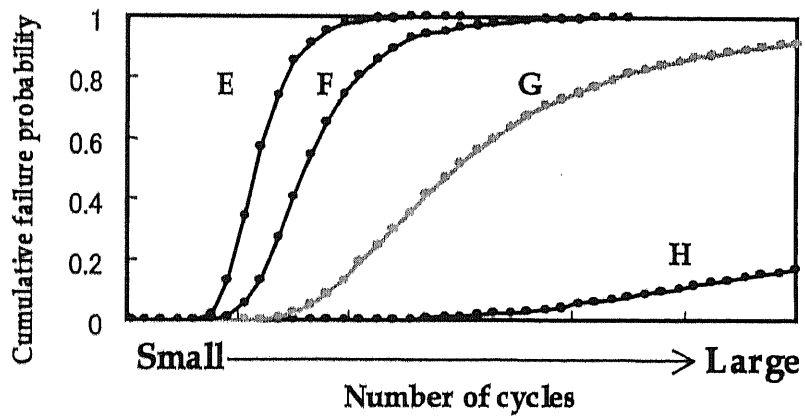


Fig. 5.4 Prediction of failure probability



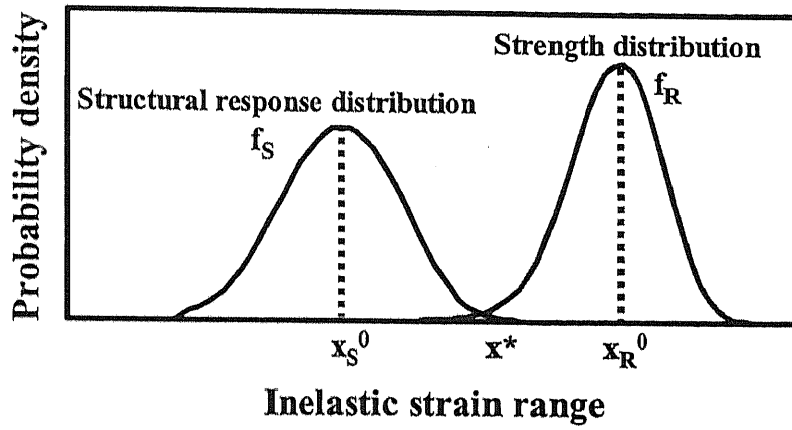


Fig. 5.5 Safety coefficient

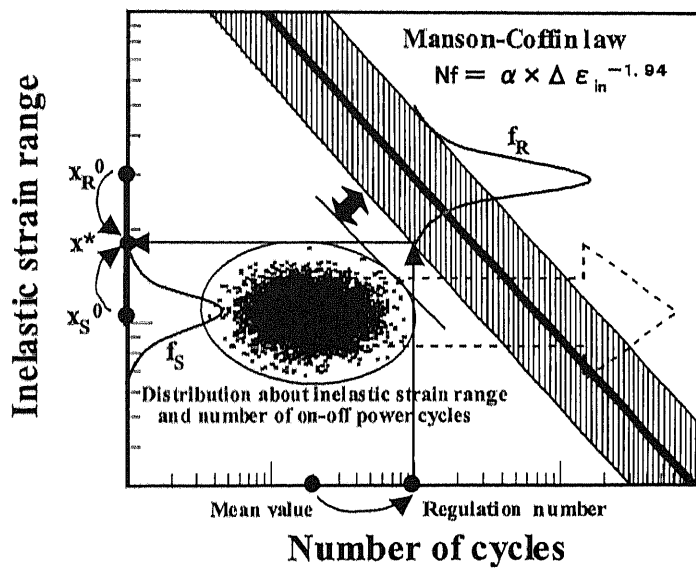


Fig. 5.6 Reliability design of solder junction

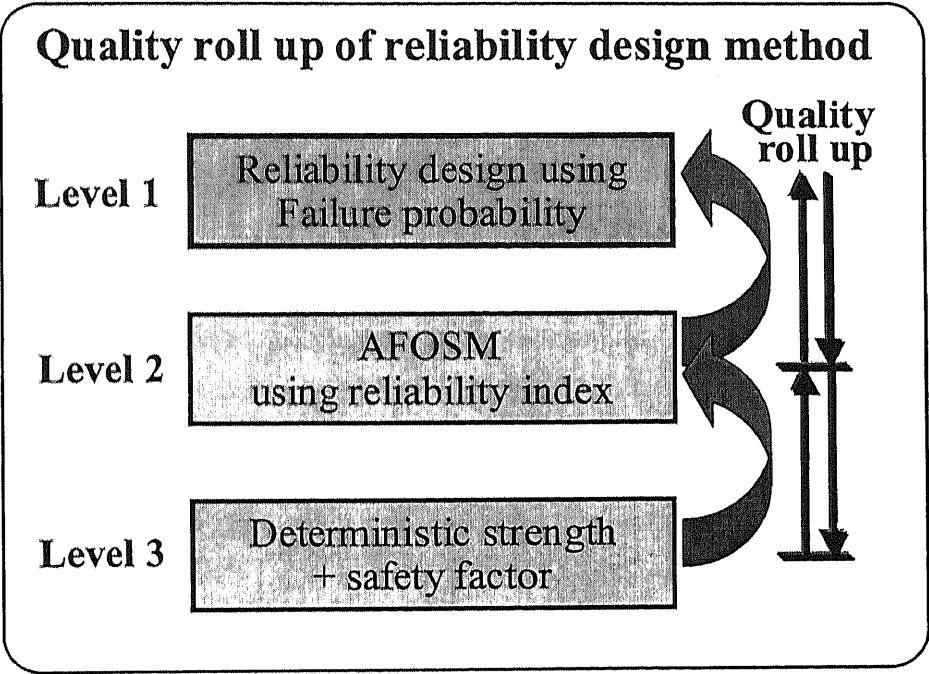


Fig. 5.7 Quality roll up of reliability design method

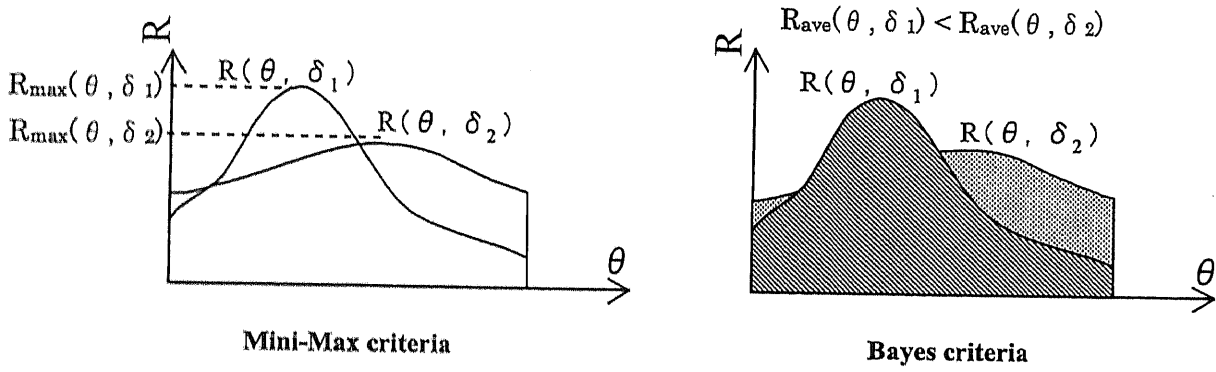


Fig. 5.8 Criteria for comparison of risk

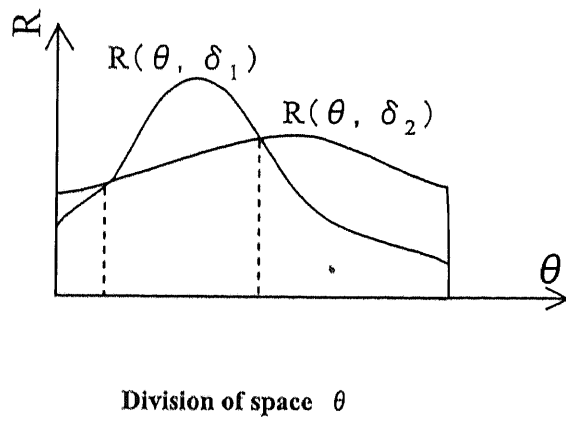


Fig. 5.9 Risk assessment by space division

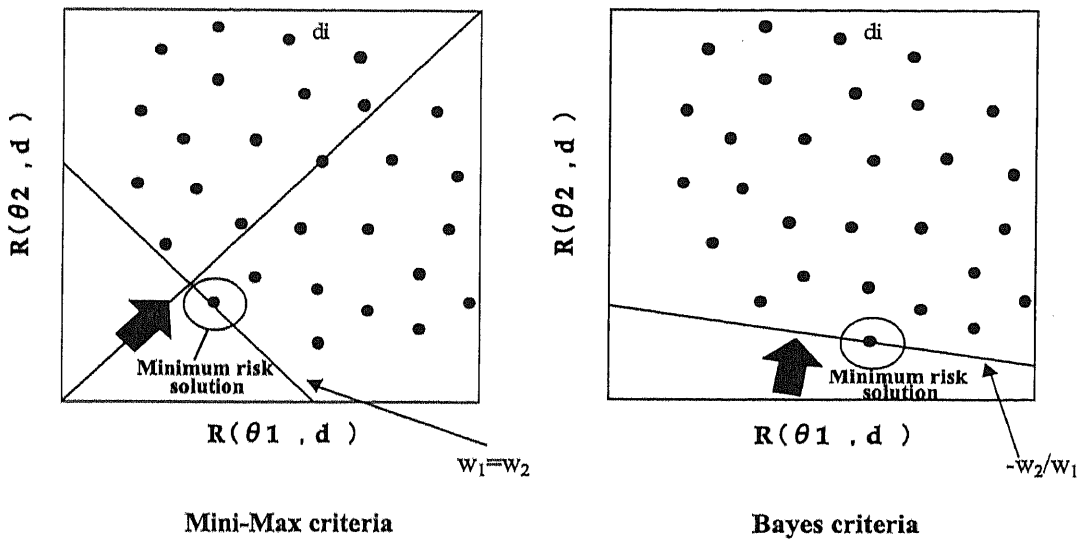


Fig.5.10 Assessment of decision function using Mini-Max criteria and Bayes criteria

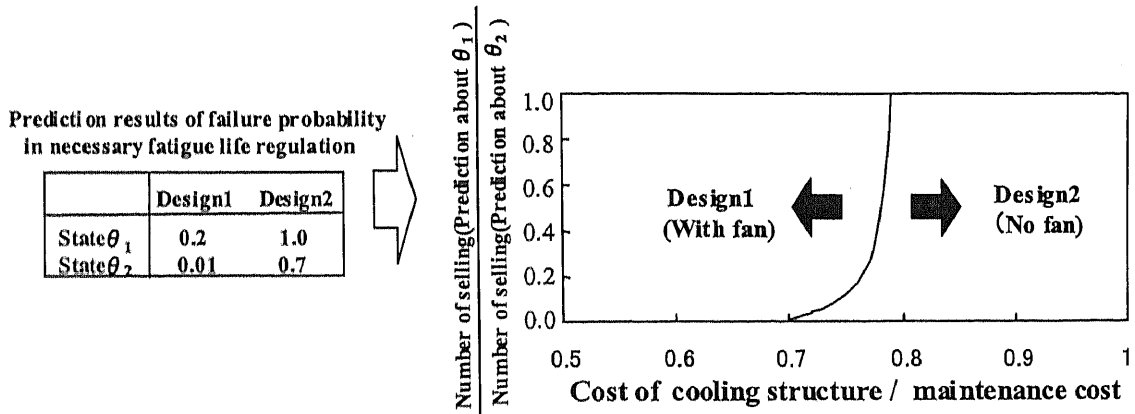


Fig. 5.11 Design support using information on expected loss cost

## 第6章 総括

本論文では、高密度実装の構造信頼性が十分であるか、また構造信頼性確保の要求を満たすために信頼性設計をいかに行うべきかについて、主として半導体パッケージの実装信頼性を予測するための方法および信頼性予測を高精度化するための方法を確立することを目的に、構造信頼性工学を基本とした実用に則した信頼性解析方法を開発した。

本論文は6章より構成されている。各章の内容は以下のようにまとめられる。

第1章では、高密度実装構造の変遷と強度信頼性の問題について概括するとともに、構造設計や信頼性確保に対する構造信頼性工学の必要性を述べた。

第2章では、機械的シミュレーションに応答曲面法やモンテカルロ法を導入し、高密度設計に内在する不確実要因の関数として、応力やひずみといった構造応答を近似的に表現することで、構造応答の確率分布や不良発生確率を効率的に算出することが可能になることを示した。半導体パッケージの構造信頼性解析に適用することにより、破損に影響を及ぼす要因の影響度を、複数の構造応答が存在する場合でも、結合不良発生確率を指標に評価できることを示した。

第3章では、信頼性予測においては、応答曲面モデルにおける誤差やばらつき要因の検査データ不足などにより不確かさが内在する場合があることを考慮し、ベイズ理論を用いて応答曲面近似式あるいは信頼度自体を高精度化することを試みた。半導体パッケージの構造信頼性予測に試適用し、設計空間情報あるいは信頼性試験情報が得られるたびに逐次アップデートすることにより高精度化可能であることを示した。さらに、設計空間情報が複数の領域において応答曲面近似式として蓄積されるに従い、設計空間情報の未知の部分に対して積極的に新たな応答曲面モデルで表現し、状態量推定アルゴリズムと多重仮説検定を導入することにより、新たな相互作用項を含んだ複数の応答曲面モデルを、適合確率を指標に算定できることを示した。これにより、対象とする設計空間内における各変数の相互作用項に関する情報を抽出できる可能性を示した。

第4章では、高密度実装構造において重要なBGA(Ball Grid Array)はんだ接合部の疲労強度信頼性データとフリップチップ用アンダーフィル樹脂の接着信頼性データを効率的に取得するための試験法および評価法の開発に取り組んだ。まず、はんだ接合部単体の電気抵抗変化測定とBGAはんだ接合部の機械的疲労試験を組み合わせることにより、バンプ接合部の疲労寿命分布を効率的に取得することを可能とした。疲労寿命確率分布の適合性や分散値のサイクル数依存性には、さらなるデータの拡充が必要であるが、疲労強度の確率分布を効率的に取得するための試験法として有効であると考えられる。次に、温度サイクル試験においてチップ/アンダーフィル界面コーナー部に生じる熱応力を、機械荷重により模擬する機械

的疲労試験法を提案し、応力解析および実試験により、アンダーフィル樹脂の接着信頼性評価試験としての有効性を確認した。さらに、確率モデルによる評価法を提案し、剥離発生確率分布を効率的に算出できることを示した。

第5章では、半導体パッケージの実装信頼性設計に応用することにより、市場での負荷因子などの高密度実装設計に内在する不確実要因の影響を考慮した上で、信頼性を定量的に評価できることを示した。さらに、損失関数を導入した統計的決定理論を用いることにより設計案の策定を行なうことを試み、期待損失を最小化する設計案の策定に有効であることを示した。高密度設計において、新しい材料や構造の信頼性、あるいは新しい使用環境や新たな負荷想定の子機器における信頼性を評価する場合には、従来の経験的な安全係数が持つ簡便性だけでは現実には対処できない問題も多い。本論文で示した実装信頼性解析手法は、高密度実装設計に内在する不確実性を考慮し、様々な負荷を想定した上で信頼性を予測することが可能であり、安全係数を適正化するのに有用であると考えられる。

今後は、不良発生に伴う損失を加味したコストモデルに基づき設計を行なうことが、必要十分な品質(性能、信頼性)を確保しつつ、ライフサイクルコストを低減するためにも、より一層重要になると考えられる。タグチメソッドやシックスシグマ手法のようにロバスト設計の実現に向けた設計手法が、従来より広く用いられている。しかしながら、複数の構造応答をバランスさせる必要がある場合や、信頼性評価・改善についての詳細な取扱いが必要な場合においては、従来のロバスト設計手法がもつ簡便性だけでは対処できない場合も多く、本論文で提案した信頼性解析手法が不可欠である。従来のロバスト設計手法がもつ簡便性ととの整合性を図りながら、コストモデルに基づく合理的な設計手法を構築していくことが重要であると考えられる。

## 公表論文

- (1) 廣畑賢治, 川上崇, 向井稔, 川村法靖, 于強, 白鳥正樹, 応答曲面法およびベイズ理論に基づく構造信頼性設計手法の提案, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.67, No.660, pp.1297-1304, (2001).
- (2) K.Hirohata, T.Kawakami, M.Mukai, N.Kawamura, K.Takahashi, Qiang Yu and Masaki Shiratori, Stochastic structural reliability design for electronics packages using response surface methodology and Bayes' theory, Proc. InterPACK' 01, IPACK2001-15590, (2001).
- (3) 廣畑賢治, 川村法靖, 向井稔, 川上崇, 瀬川雅雄, 高橋邦明, 于強, 白鳥正樹, 圧着工法によるフリップチップの接続マージン評価(研究論文), エレクトロニクス実装学会誌, Vol.5, No.1, pp.47-53, (2002).
- (4) 廣畑賢治, 川村法靖, 向井稔, 川上崇, 青木秀夫, 高橋邦明, 于強, 白鳥正樹, チップ/アンダーフィル樹脂接着信頼性の機械的疲労試験法による検討(研究論文), エレクトロニクス実装学会誌.  
(採録決定済み)
- (5) K.Hirohata, N.Kawamura, M.Mukai, T.Kawakami, H.Aoki, and K.Takahashi, Mechanical Fatigue Test Method for Chip/Underfill Delamination in Flip-Chip Packages, Proc. 2000 IEMT/IMC Symposium, pp.82-87, (2000).

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、終始かわらぬ懇切な御指導を賜りました横浜国立大学大学院 工学研究科 白鳥正樹教授に心より感謝の意を表します。また、本研究をまとめるにあたって、懇切丁寧な御助言を賜りました横浜国立大学大学院 工学研究科 于強助教授に深く感謝致します。

本論文を作成するに際して、御教示を賜りました横浜国立大学大学院 工学研究科 中桐滋教授、遠藤孝雄教授、森下信教授、高田一教授に厚く御礼申し上げます。

本研究を開始、遂行するにあたって、御支援を賜るとともに研究の機会を与えていただいた株式会社 東芝 研究開発センター 菊入信孝室長、技術企画室 笠原章裕参事、ならびに、終始懇切丁寧なる御指導、御鞭撻を賜りました研究開発センター 川上崇研究主幹には心より御礼申し上げます。本研究の共同研究者でもあり、研究の過程において、懇切な御助言を賜りました株式会社 東芝 研究開発センター 川村法靖研究主務、向井稔主務、さらに、本研究を遂行するにあたり終始励ましの御言葉をいただいた、同 高橋浩之研究主務、釘宮哲也氏には厚く御礼申し上げます。

本研究を遂行するにあたり、株式会社 東芝 デジタルメディアネットワーク社 デジタルメディアデベロップメントセンター 高橋邦明主査には、高密度実装設計の視点から有益な御助言を頂きました。また、株式会社 東芝 生産技術センター 瀬川雅雄グループ長、セミコンダクター社 プロセス技術推進センター 青木秀夫主務より、実装技術全般についてお教えいただきました。さらに、東芝 CAE システムズ株式会社 CAE 技術部 吉田有一朗部長には、構造信頼性設計に関する有益な御助言をいただきました。これらの方々に深く感謝致します。

本研究の遂行において、ともに研究を行なっていただいた横浜国立大学大学院 荻屋貴司氏、ならびに様々な形でご協力頂いた横浜国立大学 白鳥・于研究室諸氏に心より感謝致します。また、研究活動が円滑に行なえるよう数々の便宜をはかっていただきました横浜国立大学 澁谷忠弘助手、廣田光氏、東芝 TLC 株式会社 篠崎清氏に厚く御礼申し上げます。

最後に、大学での研究に理解を示し、精神的にも支えてくれた妻まゆみと両親には、心から深く感謝致します。