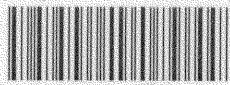


変動振幅荷重を受ける構造体の
疲労き裂伝播シミュレーション

Simulation of fatigue crack propagation in structures
under variable amplitude loading

横浜国立大学附属図書館



11909372

平成 19 年 3 月

大 川 鉄 平

377.5
00

博士論文

変動振幅荷重を受ける構造体の
疲労き裂伝播シミュレーション

Simulation of fatigue crack propagation in structures
under variable amplitude loading

横浜国立大学附属図書館



11909372

指導教員 角 洋一 教授

横浜国立大学大学院 工学府

システム統合工学専攻 海洋宇宙システム工学コース

平成 19 年 3 月

04SB201 大川 鉄平

目次

第1章 序論	1
1.1 背景	1
1.1.1 疲労研究の動向	1
1.1.2 船体構造におけるシミュレーションに基づいた疲労き裂管理	2
1.1.3 CP-System の現状と課題	4
1.2 目的	4
第2章 3次元板骨構造の複数き裂同時進展解析	7
2.1 有限体における単一き裂進展解析法	7
2.1.1 境界値問題の定義	7
2.1.2 半無限き裂の折れ曲がり進展解析	10
2.1.3 有限境界影響の考察	14
2.2 3次元板骨構造の複数き裂同時進展解析法	17
2.2.1 き裂を有する3次元板骨構造の境界値問題の定義	17
2.2.2 複数き裂の同時進展解析	19
2.2.3 局所対称性規準の適用によるき裂進展経路の決定	26
第3章 疲労き裂伝播の数値シミュレーション	27
3.1 有限要素解析の繰り返し計算による疲労き裂進展シミュレーション	27
3.1.1 シミュレーション手順	27
3.1.2 疲労き裂伝播寿命の推定法	29
3.1.3 疲労き裂伝播則に基づくき裂進展長さの決定法	30
3.1.4 き裂進展長さの再設定法	31
3.1.5 結合要素について	32
3.2 解析例	33
3.2.1 解析例1 -応力拡大係数の精度検証-	33
3.2.2 解析例2 -複数疲労き裂の同時進展-	36
3.3 スカイライン法の適用による有限要素解析の効率化	44
第4章 き裂開閉口シミュレーションによる疲労き裂伝播寿命推定	50
4.1 集中力対を受ける半無限き裂の解析解	50
4.2 半無限き裂における応力拡大係数の変化率を考慮したき裂結合力モデル	52

4.3 き裂開閉口モデルの定式化	56
4.3.1 き裂面近傍の弾塑性変形を表す棒要素の導入	56
4.3.2 最大荷重時の計算	57
4.3.3 最小荷重時の計算	58
4.3.4 き裂開口/閉口荷重時の計算	61
4.3.5 RPG 荷重時の計算	64
4.4 シミュレーション手順	68
4.4.1 き裂開閉口シミュレーション	68
4.4.2 き裂進展時にき裂縁に取り込まれる棒要素長さの計算法	69
4.4.3 き裂開閉口モデルの CP-System への結合	71
第5章 き裂開閉口モデルの妥当性について	73
5.1 Budiansky と Hutchinson による解析解との比較	73
5.1.1 数値計算モデルの定式化	74
5.1.2 計算条件	77
5.1.3 計算結果と考察	77
5.2 FLARP との比較	84
5.2.1 計算条件	84
5.2.2 計算結果と考察	87
5.3 疲労試験との比較	93
5.3.1 CT 試験片を用いた変動振幅荷重疲労試験	93
5.3.2 疲労き裂伝播シミュレーション	96
5.3.3 実験結果とシミュレーション結果の比較	97
5.4 き裂先端塑性拘束影響を考慮した疲労き裂伝播シミュレーション	101
5.4.1 塑性拘束係数と T -stress の関係	101
5.4.2 CT, CCT 試験片に対する疲労き裂伝播シミュレーション	103
第6章 船体構造の疲労き裂伝播シミュレーション	110
6.1 船体構造の解析モデル	110
6.2 構造詳細形状の影響について	114
6.2.1 シミュレーション手法	114
6.2.2 計算結果と考察	114
6.3 溶接残留応力の影響について	123
6.3.1 溶接残留応力を考慮した疲労き裂伝播シミュレーション	123
6.3.2 溶接残留応力の計測	124
6.3.3 計算結果と考察	127

6.4 波浪荷重を受ける船体構造の疲労き裂伝播シミュレーション	131
6.4.1 嵐モデルに基づく荷重データの作成	131
6.4.2 嵐モデルを用いた疲労き裂伝播シミュレーション	134
6.5 種々の荷重条件下での疲労き裂伝播シミュレーション	140
6.5.1 等価荷重振幅が作用する場合	140
6.5.2 1種類の嵐が繰り返し作用する場合	144
6.5.3 嵐のレベルが徐々に増大する場合	153
6.5.4 荷重振幅が20年間で斬増あるいは斬増-斬減する場合	155
6.5.5 船体構造の余寿命評価のための荷重設定法に関する考察	161
第7章 結論	162
謝辞	164
参考文献	165
付録	169

第1章 序論

1.1 背景

1.1.1 疲労研究の動向

構造物の疲労強度研究は約 150 年の歴史がある。しかしながら、現在でも構造物の破損事故の 80%程度が疲労を原因として生じており、疲労破壊を防止するための完全な解決策は未だ見つかっていない。疲労に関する系統的な研究は、1850 年代の蒸気機関車の車軸破断事故を発端として Wöhler により始められ、1886 年には鋼に対する最も基本的な S-N 線図が確立された。S-N 線図を用いた疲労強度設計法は現在においても様々な構造物において適用されているが、これは極めて現象論的なアプローチであり、疲労き裂発生の定義が不明確である等のいくつかの問題を抱えている。一方、1963 年に Paris と Erdogan によって応力拡大係数範囲と疲労き裂伝播速度の関係性が示されたことにより¹⁾、破壊力学に基づいた疲労強度評価の研究が萌芽し、主として航空機設計の分野において成長を遂げてきた。1971 年に Elber は、疲労き裂は最小荷重に至る前に閉口していることを発見し、き裂開口区間に対応する応力拡大係数範囲(有効応力拡大係数範囲)によってき裂伝播速度を律する Paris-Elber 則を提案した²⁾(Paris-Elber 則に下限界有効応力拡大係数範囲の影響を考慮して修正したものを修正 Paris-Elber 則という)。この疲労き裂の閉口現象は、過去の繰り返し荷重においてき裂先端に形成された塑性域中をき裂が進展することで、き裂縁に残留引張変形層が形成されることが主たる要因であると説明されている。この Elber の発見により、き裂進展速度に対する応力比の影響あるいは変動振幅荷重の影響についても合理的に説明できる可能性が示され、この後、多くの研究者により種々の条件下でのき裂開閉口荷重を推定するための様々な試みが行われることとなる。例えば Elber は文献²⁾において、2024-T3 アルミニウム合金を供試材とする試験片を用いて応力比を変化させた疲労試験により、き裂開口比と応力比の関係の近似式を提案した。加藤らは JIS SM50B 鋼に対して Elber の提案式よりもさらに広範囲の応力比に適用できる実験近似式(本論文では加藤の式と呼ぶ)を提案した³⁾。一定振幅荷重下でのき裂進展速度に対する応力比の影響については、これらの実験近似式を用いることで、ほぼ問題無く取り扱うことができると考えられる。

一方、変動振幅荷重下での疲労き裂伝播挙動は、一定振幅荷重の場合に比べて極めて複雑であり、荷重順序が重要な因子となる。例えば、一定振幅荷重において単一の過大荷重を負荷した場合、あるいは最大荷重をステップダウンした場合には、その後のき裂進展速度は大きく減少する。通常、構造物に作用する荷重は変動振幅荷重であるため、このようなき裂進展の不規則挙動を考慮できるか否かにより、構造物の疲労寿命推定結果は大きく変化する可能性がある。過大荷重負荷によるき裂進展の遅延を考慮した手法として、Wheeler モデル⁴⁾がよく知られている。Wheeler

モデルではき裂先端の塑性域が過去の過大荷重により形成された塑性域内にある間は、き裂進展が減速すると仮定し、その期間のき裂進展速度をほぼ現象論的に決定する。Wheeler モデルと類似した手法としては文献⁵⁾⁻⁹⁾等が挙げられる。これらの手法の利点はモデル化が単純であるため、計算コストを低く抑えられることである。有限要素解析によってき裂開閉口挙動を直接シミュレートする試みは盛んに行われているが¹⁰⁾¹¹⁾、モデリングの困難さ、あるいは膨大な計算コストがネックとなり、現状では構造物の疲労寿命推定への適用は困難である。

Dugdale モデルあるいは BCS モデルを利用したき裂開閉口シミュレーション法¹²⁾⁻¹⁷⁾は、有限要素解析の問題点を克服するために考案された手法といえる。Newman は Dugdale モデルを応用して残留引張変形層の厚さを近似的に求めただけでなく、棒要素を用いて残留引張変形層を離散的に扱うことで、変動振幅荷重にもほぼ完全に対応できるき裂開閉口シミュレーション法を開発した¹⁵⁾。この Newman のき裂開閉口モデルが公表されてから、この手法を適用するプロジェクト研究が世界規模で実施され、「FASTRAN」と呼ばれるソフトウェアが開発されている。しかし Newman のモデルではき裂伝播速度の解析結果を実験結果に合わせるために、平面応力状態におけるき裂先端の塑性拘束係数を 3 に近い値にしている等、やや論理的根拠に欠けている部分がある。豊貞は Newman のモデルでは棒要素を剛完全塑性体としているために Dugdale モデルとの整合性が取れていないことを指摘し、棒要素を弾完全塑性体として修正したき裂開閉口モデルを提案した¹⁶⁾¹⁷⁾。またき裂進展時に残留引張変形層としてき裂面に取り込まれる棒要素長さの計算に塑性収縮¹⁸⁾を考慮することで、平面応力状態で塑性拘束係数を 1 に近い値でシミュレーションでできることを示した。更に豊貞は、疲労き裂進展はき裂先端部で塑性仕事が行なわれる間に起きると考え、疲労き裂伝播速度を律する新たなパラメータとして ΔK_{RP} (き裂先端に繰り返し引張塑性域が形成される区間に対応した応力拡大係数範囲) が適切であることを提唱し¹⁹⁾、き裂開閉口モデルにおける ΔK_{RP} の数値的な解析法を確立した²⁰⁾。この手法を基に開発したプログラム「FLARP」は変動振幅荷重に対する疲労き裂の伝播寿命を高精度に推定できることが実験的に確認されている。また最初の結晶粒内での疲労き裂伝播はせん断型で生じると仮定することにより、疲労き裂発生寿命についても開口型の疲労き裂と同様の手法で推定できる可能性があることを主張している²¹⁾。無き裂状態から破壊に至るまでの疲労き裂寿命予測を全て破壊力学に基づいて論じることができれば、現状の S-N 線図ベースの疲労強度設計に代替し得る新たな疲労寿命予測の理論体系が生まれる可能性がある。

1.1.2 船体構造におけるシミュレーションに基づいた疲労き裂管理

船体構造設計における疲労強度評価は S-N 線図に基づいた手法が一般的であり、安全寿命設計の考え方によって、設計寿命(通常 20~30 年)の間に疲労き裂が発生しないあるいは構造部材の板厚を貫通しないように設計する。しかしながら、現実には作用荷重や工作精度のバラツキ等の多くの不確定要素が存在するため、疲労き裂発生は完全には抑制できていないのが現状である²²⁾。

疲労き裂は Fig.1.1 のように縦通材とウェブスチフナの交差部などの構造不連続部より生じる。疲労き裂が縦通材を介してそれと交差するスキン材(外板あるいは内殻)に至り、それを貫通した場合、液体貨物の漏洩あるいは倉内浸水といった船舶の機能にとって致命的な損傷に結びつく危険性がある。それ故、き裂が致命的な状態に成長しないように検査と補修によって疲労き裂を管理していく必要がある。合理的な疲労き裂管理のためには、き裂の余寿命を破壊力学に基づいた手法により精度良く推定する必要がある。

角回し溶接部から生じた疲労き裂は、以下のようにその伝播形態を変化させながら成長する。

- ①溶接止端から生じ、フェイスを進展する表面き裂(Fig.1.2(a)参照)
- ②フェイスとウェブを同時に進展する板厚貫通き裂(Fig.1.2(b)参照)
- ③ウェブを進展する板厚貫通き裂(Fig.1.2(c)参照)

疲労き裂伝播挙動の推定のためには、き裂伝播形態に応じて応力拡大係数などの破壊力学パラメータを適切に計算する必要がある。Fig.1.2(a)の表面き裂は半楕円形状の表面き裂として近似することが可能であり、3次元ソリッド要素を用いた有限要素モデルにより解析することができる。ただし現状では3次元6面体要素の完全な自動生成アルゴリズムは存在しないため、手作業によるモデル作成が必要となる。そのため、き裂を含まない有限要素モデルを用いた応力解析結果から Newman-Raju の近似式²³⁾や影響関数法²⁴⁾⁻²⁷⁾を用いて応力拡大係数を求めることが多い。き裂がフェイスの板厚を貫通した後は、シェル要素による有限要素モデル化が可能となる。Fig.1.2(b)のき裂はフェイスに2つ、ウェブに1つのき裂先端が存在し、それらが同時に進展する。それ故、これらのき裂の同時進展による相互影響を考慮した解析が必要となる。フェイスを完全に破断した後は Fig.1.2(c)のウェブだけのき裂伝播となる。このき裂がスキン材方向に真直ぐ進展した場合、スキン材の板厚を貫通して前述のような重大事故に結びつく危険性が高いが、一方き裂が湾曲しながら進展してスキン材を逸れる場合も考えられ、そのような場合には構造の機能にはほとんど影響を与えない。そのため、Fig.1.2(c)のき裂に対してはき裂伝播経路の推定も重要となる。また、このような比較的長大なき裂に対しては構造不静定性による荷重再配分が応力拡大係数に強く影響するため、その影響を適切に考慮することが重要である²⁸⁾。残留応力の影響はすべてのき裂伝播形態において十分留意しておく必要がある。

船体構造の健全性を維持するためには、Fig.1.2(a)のような発生直後の短いき裂を早期に検出しておくことが望ましいが、船体構造のき裂検査は一般的に検査員の目視により行われるため、現実的にそれは困難である。一方、Figs.1.2(b),(c)のようなき裂は比較的検出が容易であるが、通常その伝播寿命は全体の数%程度であると考えられる。しかしながら船体構造では、き裂が比較的長い状態に成長したとしても、構造不静定性あるいは圧縮残留応力等の影響により、き裂進展が遅延停留傾向を示す場合もあると考えられている。角はそのような事実に着目し、設計の段階で発生が想定される疲労き裂の伝播シミュレーションを行うことで、その伝播挙動を制御できれば、Fig.1.3 に示す疲労き裂管理法を適用できる可能性があることを提案している²⁹⁾³⁰⁾。これによると、シミュレーションに基づき適切な検査間隔を設定することで、仮に使用中の船舶に疲労き裂が発生したとしても、それが発見可能な状態で検査および補修を行うことができる。

1.1.3 CP-System の現状と課題

角らは、船体構造等の板骨溶接構造の疲労き裂伝播形態制御と寿命管理のための疲労き裂伝播シミュレーションプログラム「CP-System」を開発してきた²⁹⁾⁻³⁶⁾。CP-System では板厚貫通き裂を2次元平面のき裂進展問題とみなし、逐次有限要素解析によりその伝播挙動をシミュレートする。CP-System の主な特徴は以下の通りである。

- 有限要素解と解析解の重ね合わせ法³⁷⁾³⁸⁾による応力拡大係数などのき裂先端応力場パラメータの計算
- 第一摂動法と局所対称性規準($K_{II}=0$)³⁹⁾を組み合わせたき裂進展経路の推定³¹⁾
- 加藤の式³⁾と修正 Paris-Elber 則を適用したき裂成長寿命の推定
- 改良 Paving 法⁴⁰⁾⁴¹⁾を用いたき裂伝播領域内での自動要素生成
- スーパーエレメント⁴²⁾の利用による大規模構造物への適用
- 重ね合わせ法の適用による残留応力の考慮⁴³⁾
- 単一平面内での複数き裂同時進展への対応³⁵⁾

CP-System は溶接構造体の疲労き裂伝播挙動を十分な精度シミュレートできることが確認されているが、実用上以下の3点について改良を要する。

- 異平面での複数き裂同時進展(例えば Fig.1.2(b)のき裂伝播)への対応
- 計算速度の高速化
- 変動振幅荷重への対応

本研究ではこれらに関して考察し、CP-System の高度化を目指す。

1.2 目的

本研究の目的は以下の通りである。

(1)CP-System の高度化

- 単一平面内での複数き裂同時進展解析を3次元板骨構造に拡張して定式化し、プログラムを改良する。
- 解析速度の改善のために、有限要素解析における連立一次方程式の求解にスカイライン法⁴⁴⁾を適用し、その効果を考察する。
- 変動振幅荷重への対応のために、有限要素解析と結合するためのき裂開閉口モデルを提案し、CP-System と結合する。
- 既存の手法あるいは実験との比較により、開発したプログラムの妥当性の検討を行う。

(2)船体構造の疲労き裂伝播シミュレーション

- 開発したプログラムを船体構造の疲労き裂に適用し、プログラムの有用性を確認すると共に、荷重条件、構造詳細形状、溶接残留応力の影響について考察する。

- 嵐モデル^{45)~47)}による荷重履歴を仮定し、変動振幅荷重下での疲労き裂伝播挙動について考察する。

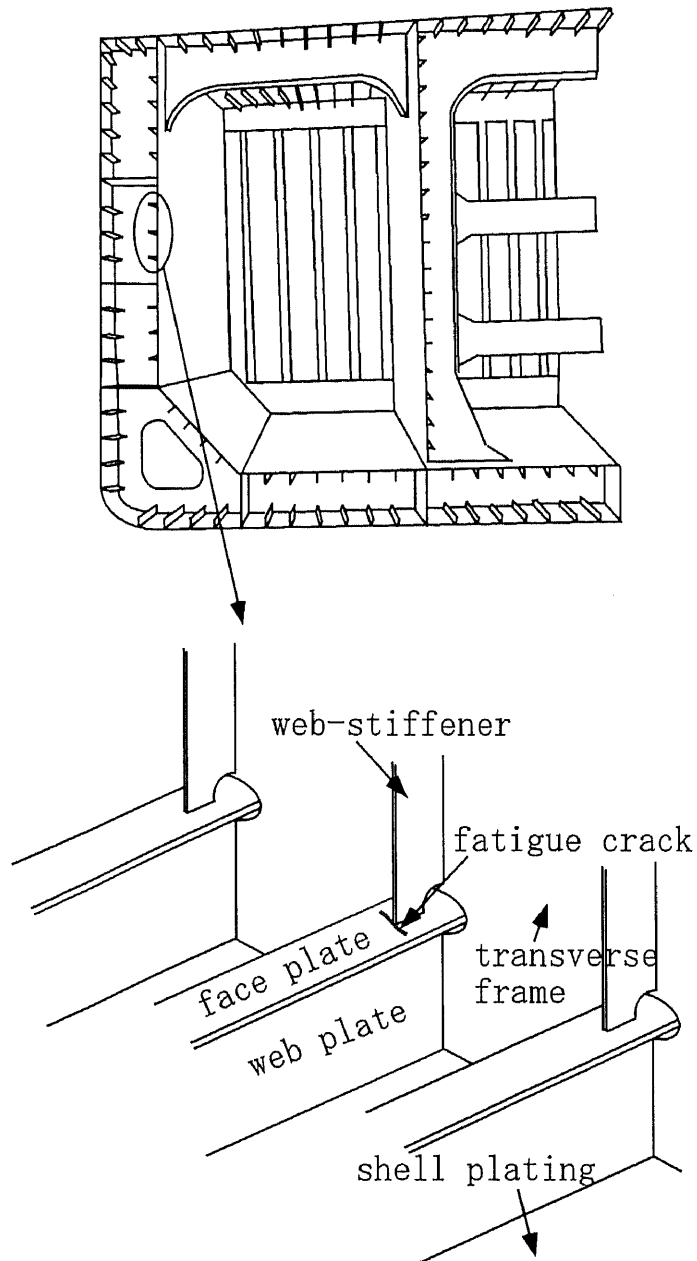


Fig.1.1 Fatigue crack at the intersection of structural member of an oil tanker.

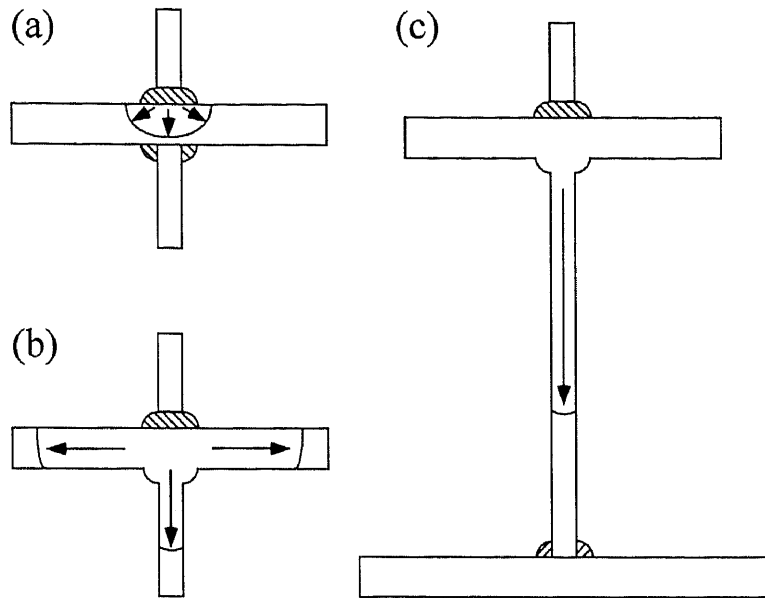


Fig.1.2 Fatigue crack propagation in a longitudinal stiffener; (a) surface crack at the weld toe, (b) through-the-thickness crack in the face-plate and the web-plate, (c) through-the-thickness crack in the web-plate.

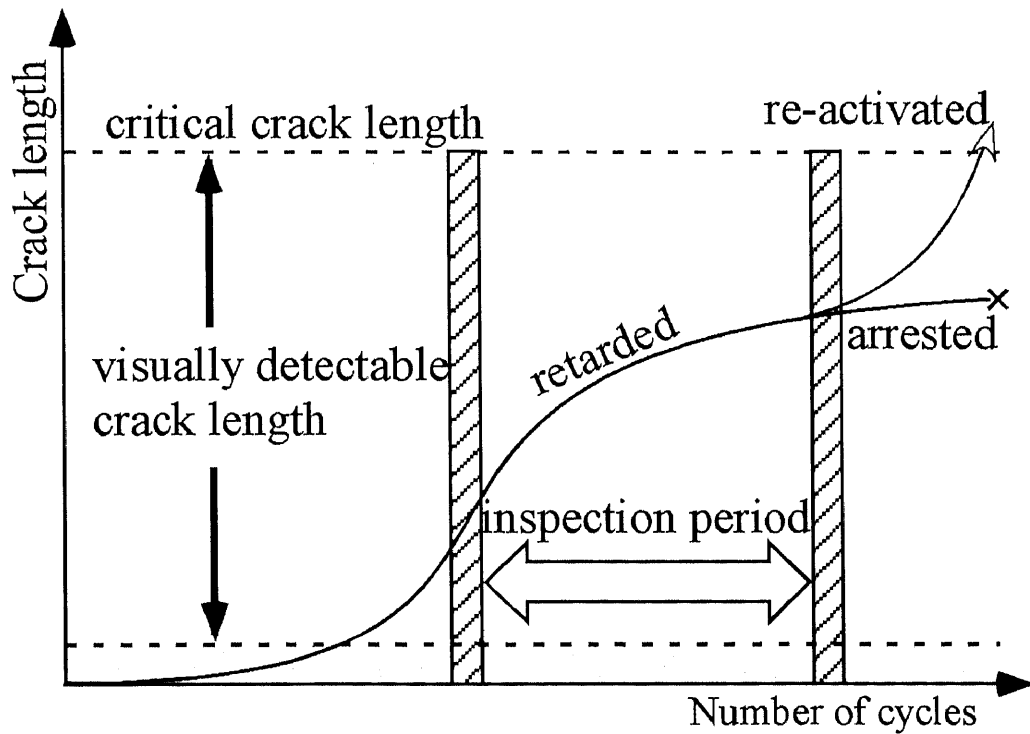


Fig.1.3 The concept of fatigue crack management in a ship structure.

第2章 3次元板骨構造の複数き裂同時進展解析

2.1 有限体における単一き裂進展解析法³¹⁾

2.1.1 境界値問題の定義

3次元板骨構造の複数き裂同時き裂進展解析を行うに際し、まずはその基礎となる角によって導かれた有限体における単一き裂進展の解析法を説明する。Fig.2.1 に示す直線状き裂を有する有限な弾性体を考える。この境界値問題は

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} &= 0 && \text{in } V, \\ \sigma_{ij}n_j &= t_i && \text{on } S_t \text{ and } S_c^\pm, \\ u_i &= v_i && \text{on } S_u,\end{aligned}\quad (2.1)$$

と表される。ここに σ_{ij} 、 u_i はそれぞれ応力テンソルと変位ベクトルを表し、表面力 t_i は応力境界 S_t 及びき裂面 S_c^\pm に、強制変位 v_i は変位境界 S_u にそれぞれ作用する。この状態から Fig.2.2 のようにき裂が緩やかに折れ曲がって進展する問題を考える。き裂進展の x_1 軸への投影長さを h とし、き裂先端の x_1 軸からの外れを $\lambda(h)$ とすると、この境界値問題は

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} &= 0 && \text{in } V, \\ \sigma_{ij}n_j &= t_i && \text{on } S_t, S_c^\pm \text{ and } S_b^\pm, \\ u_i &= v_i && \text{on } S_u,\end{aligned}\quad (2.2)$$

となる。ここに S_b^\pm はき裂進展で新たに形成されたき裂面を表す。このき裂進展後の問題は Fig.2.3 に示すように、き裂進展前の問題(Fig.2.3(b))とき裂伝播経路上の S_b^\pm に作用していた内力を打ち消す分布力 t_{bi} を作用させ、その他の境界条件を零とする問題(Fig.2.3(c))の重ね合わせとして考えることができる。Fig.2.3(c)の境界値問題は以下のように表される。

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} &= 0 && \text{in } V, \\ \sigma_{ij}n_j &= 0 && \text{on } S_t \text{ and } S_c^\pm, \\ \sigma_{ij}n_j &= t_{bi} && \text{on } S_b^\pm, \\ u_i &= 0 && \text{on } S_u,\end{aligned}\quad (2.3)$$

明らかにき裂進展前の問題(Fig.2.3(b))の解は、き裂進展後の問題(Fig.2.3(a))のき裂先端の応力特異性に影響を及ぼさないため、Fig.2.3(a)の応力拡大係数の解は Fig.2.3(c)のそれと等しい。そのため以後では Fig.2.3(c)の解析法について論じる。

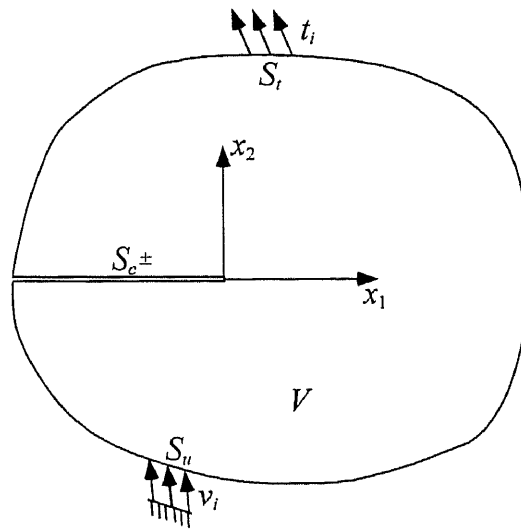


Fig.2.1 Straight crack in a finite body.

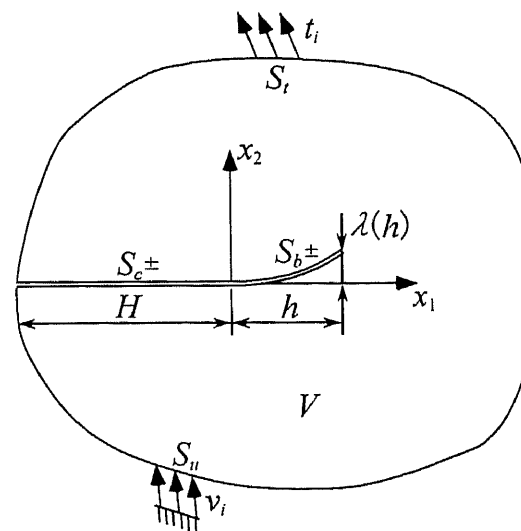


Fig.2.2 Straight crack with slightly curved extension.

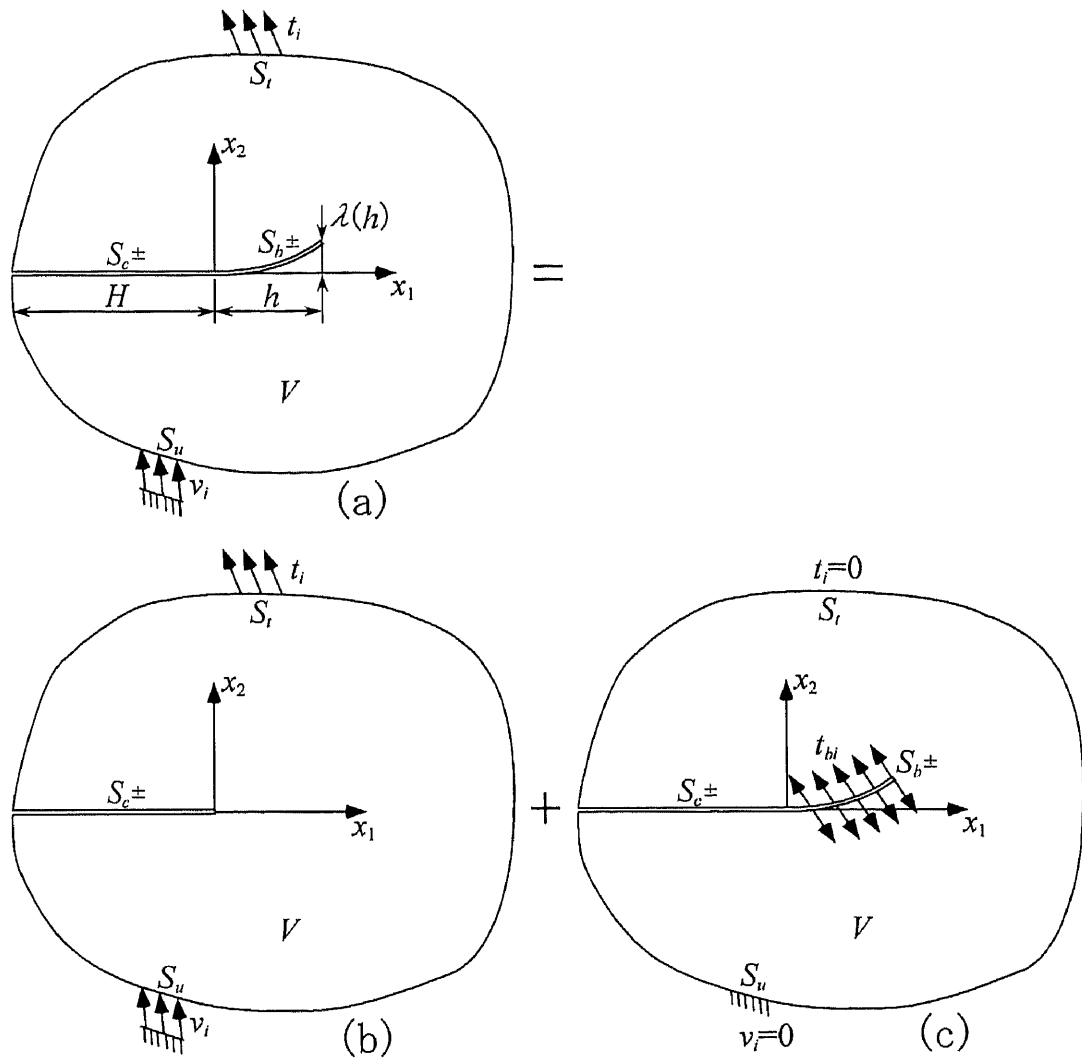


Fig.2.3 Decomposition of the problem.

2.1.2 半無限き裂の折れ曲がり進展解析

有限体のき裂進展を考察する前に、まずは無限体内での半無限直線き裂の折れ曲がり進展に対する解析を行い、それに対するき裂先端および遠方での漸近解を求める。Fig.2.4 に示すように主き裂延長線上に x_1 軸、それに垂直に x_2 軸を定義し、き裂進展経路の x_1 軸からの外れ $\lambda(h)$ を

$$\lambda(x_1) = \alpha x_1 + \beta x_1^{3/2} + \gamma x_1^2, \quad (2.4)$$

と近似する。また折れ曲がりき裂の先端を軸が交差するように

$$\xi_1 = x_1, \quad (2.5)$$

$$\xi_2 = x_2 - \lambda(h), \quad (2.6)$$

なる直交座標系を定める。よって ξ_1 軸からのき裂進展経路のずれ $\eta(\xi_1)$ は

$$\eta(\xi_1) = \lambda(\xi_1) - \lambda(h), \quad (2.7)$$

となる。

ここで $Z = \xi_1 + i\xi_2$ として、 ξ_1 軸上 $\xi_1 \leq h$ に切断を持つ Mushkelishvili の応力関数 $F(Z), W(Z)$ を用いると応力場は

$$\begin{aligned} \sigma_{11} + \sigma_{22} &= 2[F(Z) + \overline{F(Z)}], \\ \sigma_{22} - \sigma_{11} - 2i\sigma_{12} &= 2[(Z - \overline{Z})\overline{F'(Z)} + W(\overline{Z}) - \overline{F(Z)}], \end{aligned} \quad (2.8)$$

と与えられる。Fig.2.5 に示すようにき裂面における直応力、せん断応力をそれぞれ T_n, T_s とすると境界条件は

$$F(Z) + \overline{F(Z)} + e^{-2i\theta} [(Z - \overline{Z})\overline{F'(Z)} + W(\overline{Z}) - \overline{F(Z)}] = -(T_n - iT_s), \quad (2.9)$$

となる。ここで $F(Z), W(Z)$ を η に関して以下のように展開する

$$\begin{aligned} F(Z) &= F_0(Z) + F_1(Z) + O(\eta^2), \\ W(Z) &= W_0(Z) + W_1(Z) + O(\eta^2), \end{aligned} \quad (2.10)$$

ここで $F_0(Z), W_0(Z)$ は η に関して 0 次、 $F_1(Z), W_1(Z)$ は 1 次の項を表すものとする。き裂面では $Z = \xi_1 + i\eta(\xi_1)$ となるので $F(Z), W(Z)$ を η に関して 1 次までの項で近似すると

$$\begin{aligned} F(Z) &= F_0^\pm(\xi_1) + i\eta F_0^{\pm'}(\xi_1) + F_1^\pm(\xi_1), \\ W(Z) &= W_0^\pm(\xi_1) + i\eta W_0^{\pm'}(\xi_1) + W_1^\pm(\xi_1), \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。(2.11)式を(2.9)式に代入して $\theta = \eta'(\xi_1) \ll 0$ に注意すると

$$\begin{aligned} &F_0^\pm(\xi_1) + W_0^\mp(\xi_1) + F_1^\pm(\xi_1) + W_1^\mp(\xi_1) + i\eta[F_0^\pm(\xi_1) + W_0^\mp(\xi_1)] \\ &+ 2i\eta\left\{F_0^\mp(\xi_1) - W_0^\mp(\xi_1)\right\} = -[T_n - iT_s], \end{aligned} \quad (2.12)$$

となる。(2.12)式を η に関する 0 次、1 次の項にそれぞれ分離すると

$$F_0^\pm(\xi_1) + W_0^\mp(\xi_1) = -[T_n - iT_s], \quad (2.13)$$

$$F_1^\pm(\xi_1) + W_1^\mp(\xi_1) = -i\eta[F_0^\pm(\xi_1) + W_0^\mp(\xi_1)] - 2i\left\{\eta\left[F_0^\mp(\xi_1) - W_0^\mp(\xi_1)\right]\right\}, \quad (2.14)$$

となる。 $F_0(Z) + W_0(Z)$ 及び $F_0(Z) - W_0(Z)$ の境界値はそれぞれ

$$\begin{aligned} [F_0(\xi_1) + W_0(\xi_1)]^+ + [F_0(\xi_1) + W_0(\xi_1)]^- &= -2(T_n - iT_s), \\ [F_0(\xi_1) - W_0(\xi_1)]^+ - [F_0(\xi_1) - W_0(\xi_1)]^- &= 0, \end{aligned} \quad (2.15)$$

と与えられるので、 $F_0(Z) = W_0(Z)$ となる。(2.13), (2.15) 両式を (2.14) 式に代入すると $F_1(Z) + W_1(Z)$ に対する境界値は

$$[F_1(\xi_1) + W_1(\xi_1)]^+ + [F_1(\xi_1) + W_1(\xi_1)]^- = 2[i\eta(T_n - iT_s)' - 2(\eta T_s)'], \quad (2.16)$$

となる。Muskhelishvili の公式⁴⁸⁾より

$$F_0(Z) = W_0(Z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{Z-h}} \int_0^h [T_n - iT_s] \frac{\sqrt{h-\xi_1}}{Z-\xi_1} d\xi_1, \quad (2.17)$$

$$F_1(Z) + W_1(Z) = \frac{1}{\pi\sqrt{Z-h}} \int_0^h [\eta T_n' + 2\eta' T_s - i\eta T_n'] \frac{\sqrt{h-\xi_1}}{Z-\xi_1} d\xi_1, \quad (2.18)$$

となる。(2.18)式は部分積分により

$$\begin{aligned} F_1(Z) + W_1(Z) &= \frac{1}{\pi\sqrt{Z-h}} \left[\left\{ \int_0^h \eta' T_s \frac{\sqrt{h-\xi_1}}{Z-\xi_1} d\xi_1 + \frac{1}{2} \int_0^h \eta T_s \frac{d\xi_1}{\sqrt{h-\xi_1}(Z-\xi_1)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \int_0^h \eta T_s \frac{\sqrt{h-\xi_1}}{(Z-\xi_1)^2} d\xi_1 \right\} - i \left\{ - \int_0^h \eta' T_n \frac{\sqrt{h-\xi_1}}{Z-\xi_1} d\xi_1 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \int_0^h \eta T_n \frac{d\xi_1}{\sqrt{h-\xi_1}(Z-\xi_1)} - \int_0^h \eta T_s \frac{\sqrt{h-\xi_1}}{(Z-\xi_1)^2} d\xi_1 \right\} \right], \end{aligned} \quad (2.19)$$

となる。ここで T_n, T_s はき裂進展前のき裂先端部近傍の応力分布及びき裂進展経路により次のように定めることができる

$$\begin{aligned} T_n(\xi_1) &= \sigma_{22}(\xi_1) - 2\lambda'(\xi_1)\sigma_{12}(\xi_1) + O(\lambda^2), \\ T_s(\xi_1) &= \lambda'\{\sigma_{22}(\xi_1) - \sigma_{11}(\xi_1)\} + \sigma_{12}(\xi_1) + O(\lambda^2). \end{aligned} \quad (2.20)$$

ここで $\sigma_{ij}(\xi_1)$ は

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11}(\xi_1) &= \sigma_{11}(x_1, 0) + \lambda(x_1)\sigma_{11,2}(x_1, 0) + O(\lambda^2), \\
 \sigma_{22}(\xi_1) &= \sigma_{22}(x_1, 0) + \lambda(x_1)\sigma_{22,2}(x_1, 0) + O(\lambda^2), \\
 \sigma_{12}(\xi_1) &= \sigma_{12}(x_1, 0) + \lambda(x_1)\sigma_{12,2}(x_1, 0) + O(\lambda^2),
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

と近似できる。進展前のき裂先端近傍での $\sigma_{ij}(x_1, 0)$ は

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11}(x_1, 0) &= \frac{k_I}{\sqrt{2\pi x_1}} + T + b_I \sqrt{\frac{x_1}{2\pi}} + O(x_1), \\
 \sigma_{22}(x_1, 0) &= \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi x_1}} + b_{II} \sqrt{\frac{x_1}{2\pi}} + O(x_1), \\
 \sigma_{12}(x_1, 0) &= \frac{k_{III}}{\sqrt{2\pi x_1}} + b_{III} \sqrt{\frac{x_1}{2\pi}} + O(x_1),
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

で表される。ここで k_I, k_{II} は応力拡大係数、 T, b_I, b_{II} はより高次のき裂先端応力場パラメータであり、それぞれき裂進展前の問題を解くことで定められる。(2.21),(2.22)式を(2.20)式に代入すると

$$\begin{aligned}
 T_n(\xi_1) &= \left(k_I - \frac{3}{2} \alpha k_{II} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi \xi_1}} - \frac{5\beta k_{II}}{2\sqrt{2\pi}} + \left(b_I - \frac{7}{2} \gamma k_{II} - \frac{5}{2} \alpha b_{II} \right) \sqrt{\frac{\xi_1}{2\pi}} + O(\xi_1), \\
 T_s(\xi_1) &= \left(k_{II} + \frac{1}{2} \alpha k_I \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi \xi_1}} - \alpha T + \frac{\beta k_I}{2\sqrt{2\pi}} + \left(b_{II} - 3\sqrt{\frac{\pi}{2}} \beta T + \frac{1}{2} \gamma k_I - \frac{1}{2} \alpha b_I \right) \sqrt{\frac{\xi_1}{2\pi}} + O(\xi_1),
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

と T_n, T_s がき裂進展経路 λ に対して具体的に表示された。

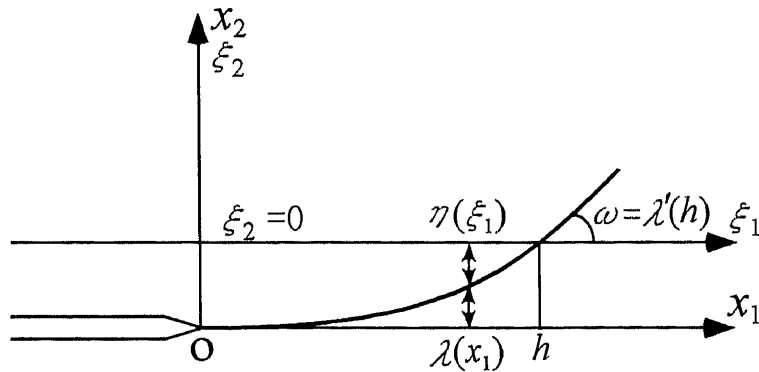


Fig.2.4 Local coordinate systems.

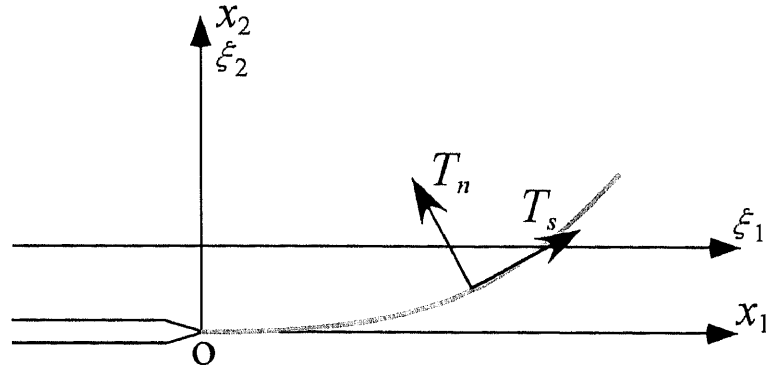


Fig.2.5 Stress components on the extended crack.

き裂先端の漸近解

き裂進展後のき裂先端部の応力分布について考える。き裂先端部におけるき裂の傾きを $\omega = \lambda'(h)$ 、き裂先端からの距離を r とすると、き裂延長線上に働く直応力 $\sigma_{\omega\omega}$ およびせん断応力 $\sigma_{r\omega}$ は (2.12) 式を書き換えて

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega\omega} - i\sigma_{r\omega} = & 2F_0(h+r)(1-i\omega) + 2i\omega\bar{F}_0(h+r) \\ & + 2i\omega r\bar{F}'_0(h+r) + F_1(h+r) + W_1(h+r), \end{aligned} \quad (2.24)$$

と与えられる。(2.17),(2.19)両式に(2.23)式に代入して、(2.24)式より微小な r について

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega\omega} &= K_I / \sqrt{2\pi r} + O(1), \\ \sigma_{r\omega} &= K_{II} / \sqrt{2\pi r} + O(1), \end{aligned} \quad (2.25)$$

となる。ここに K_I, K_{II} は

$$\begin{aligned} K_I &= \left(k_I - \frac{3}{2}\alpha k_{II} \right) - \frac{9}{4}\beta k_{II} h^{1/2} + \left(\frac{b_I}{2} - 3\gamma k_{II} - \frac{5}{4}\alpha b_{II} \right) h + O(h^{3/2}), \\ K_{II} &= \left(k_{II} + \frac{\alpha}{2} k_I \right) + \left(\frac{3}{4}\beta k_I - 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\alpha T \right) h^{1/2} + \left(\gamma k_I + \frac{b_{II}}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\beta T - \frac{\alpha}{4} b_I \right) h + O(h^{3/2}), \end{aligned} \quad (2.26)$$

である。

遠方漸近解

境界影響の評価するためにき裂より遠方の漸近解を求めておく

$$R \equiv |Z| \gg h, \quad (2.27)$$

を仮定すると(2.17),(2.19)式は

$$F_0(Z) = W_0(Z) = F_0^f(Z) + O((h/R)^{3/2}), \quad (2.28)$$

$$F_1(Z) + W_1(Z) = F_1^f(Z) + O((h/R)^{3/2}), \quad (2.29)$$

と与えられる。ここで F_0^f, F_1^f は遠方漸近解の主要項で、

$$F_0^f(Z) = \frac{1}{4Z\sqrt{2\pi Z}} \left[\left(k_1 - \frac{3}{2}\alpha k_{II} \right) - i \left(k_{II} + \frac{\alpha}{2}k_1 \right) \right] h, \quad (2.30)$$

$$F_1^f(Z) = \frac{1}{2Z\sqrt{2\pi Z}} \left[\frac{1}{2}\alpha k_{II} - i \left(\frac{3}{2}\alpha k_1 \right) \right] h, \quad (2.31)$$

となる。対応する遠方応力場は

$$\sigma_{ij} = \left[(k_1 - \alpha k_{II})\sigma_{ij}^f + (k_{II} - \alpha k_1)\sigma_{IIij}^f \right] h + O((h/R)^{3/2}), \quad (2.32)$$

となる。ここに

$$\sigma_{ij}^f = \frac{1}{4R\sqrt{2\pi R}} \begin{cases} 2 \cos(3\theta/2) - 3 \sin \theta \sin(5\theta/2) & i = j = 1, \\ 2 \cos(3\theta/2) + 3 \sin \theta \sin(5\theta/2) & i = j = 2, \\ 3 \sin \theta \cos(5\theta/2) & i \neq j, \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\sigma_{IIij}^f = \frac{1}{4R\sqrt{2\pi R}} \begin{cases} -4 \sin(3\theta/2) - 3 \sin \theta \cos(5\theta/2) & i = j = 1, \\ 3 \sin \theta \cos(5\theta/2) & i = j = 2, \\ 2 \cos(3\theta/2) - 3 \sin \theta \sin(5\theta/2) & i \neq j, \end{cases}$$

ただし $\theta = \arg(Z)$ である。(2.33)式は Bueckner の基本応力場⁴⁹⁾として知られ、単位応力拡大係数を持つ直線状き裂の単位き裂進展に伴う遠方での相互作用を表す。

2.1.2 有限境界影響の考察

前節では無限体内での半無限き裂の進展について考慮したが、ここでは有限境界がある場合のき裂進展について Schwartz-Neumann の繰り返し計算法を用いた解析法について述べる。この解析法の手順を以下に示す。

- ① 与えられた境界条件に対するき裂進展前の境界値問題(2.1)を解き、き裂先端の応力場パラメータ $k_I, k_{II}, T, b_I, b_{II}$ を定める。
- ② き裂の折れ曲がり成長により生成された破面 S_b^\pm を自由表面とするべく、境界値問題(2.3)の

t_{bi} を①の解を用いて定め、前節の手法により半無限き裂に対する摂動解を求める。

- ③ ②による解は S_i, S_c^\pm, S_u 上での境界条件を満足しないので、これを打ち消す境界値問題を定めて再び①、②の解析を繰り返す。

ここで、き裂進展の投影長 h はき裂先端から物体表面までの距離に比べ十分小であるとして、き裂進展後の応力拡大係数を h に関する1次の項まで求める。まず①、②に対して得られる解をそれぞれ、 $\sigma_{ij}^{A(0)}, \sigma_{ij}^{B(0)}$ とする。このとき $\sigma_{ij}^{A(0)}$ は h に関して無関係であるので

$$\sigma_{ij}^{A(0)} = O(1), \quad \text{in } V, \quad (2.34)$$

である。一方、摂動解の漸近形から $\sigma_{ij}^{B(0)}$ は

$$\sigma_{ij}^{B(0)} = \begin{cases} O(1) & \text{in the near tip field,} \\ O(h) & \text{in the far field,} \end{cases} \quad (2.35)$$

である。従って、次の繰り返して得られる解 $\sigma_{ij}^{A(1)}, \sigma_{ij}^{B(1)}$ の h についてのオーダーは明らかに

$$\sigma_{ij}^{A(1)} = O(h), \quad \text{in } V, \quad (2.36)$$

$$\sigma_{ij}^{B(1)} = \begin{cases} O(h) & \text{in the near tip field,} \\ O(h^2) & \text{in the far field,} \end{cases} \quad (2.37)$$

となる。すなわちこれ以上の繰り返し計算は h に対してより高次のオーダーの解が得られることとなるため、これ以上の繰り返しは不要であることがわかる。よってき裂進展後のき裂先端近傍での応力場は

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij}^{A(0)} + \sigma_{ij}^{B(0)}) + (\sigma_{ij}^{A(1)} + \sigma_{ij}^{B(1)}) + O(h^{3/2}), \quad (2.38)$$

で与えられる。

$\sigma_{ij}^{A(1)}$ を求めるために、(2.32)式で与えられる遠方漸近解を打ち消す境界値問題を解く必要がある。そこで u_{ij}^f, u_{III}^f をそれぞれ $\sigma_{ij}^f, \sigma_{III}^f$ に対応する変位場として

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij,j} &= 0 && \text{in } V, \\ \bar{\sigma}_{ij} n_j &= -[(k_{\perp} - \alpha k_{\parallel}) \sigma_{ij}^f + (k_{\parallel} - \alpha k_{\perp}) \sigma_{III}^f] n_j && \text{on } S_i \text{ and } S_c^\pm, \\ \bar{u}_i &= -[(k_{\perp} - \alpha k_{\parallel}) u_{ij}^f + (k_{\parallel} - \alpha k_{\perp}) u_{III}^f] && \text{on } S_u, \end{aligned} \quad (2.39)$$

という境界値問題を定義すると、その解 $\bar{\sigma}_{ij}$ を用いて $\sigma_{ij}^{A(1)}$ は

$$\sigma_{ij}^{A(1)} = \bar{\sigma}_{ij} h + O(h^{3/2}), \quad (2.40)$$

で与えられる。ここで境界値問題(2.39)に対する応力拡大係数を $\bar{k}_{\perp}, \bar{k}_{\parallel}$ とすると、この問題のき裂進展後の応力拡大係数は(2.26)式から

$$\begin{aligned}\bar{K}_I &= \left(\bar{k}_I - \frac{3}{2} \alpha \bar{k}_{II} \right) + O(h^{1/2}), \\ \bar{K}_{II} &= \left(\bar{k}_{II} + \frac{\alpha}{2} \bar{k}_I \right) + O(h^{1/2}),\end{aligned}\tag{2.41}$$

となる。よって有限境界を考慮した場合のき裂進展後の応力拡大係数は

$$\begin{aligned}K_I &= \left(k_I - \frac{3}{2} \alpha k_{II} \right) - \frac{9}{4} \beta k_{II} h^{1/2} + \left[\frac{b_I}{2} - 3\gamma k_{II} - \frac{5}{4} \alpha b_{II} + \left(\bar{k}_I - \frac{3}{2} \alpha \bar{k}_{II} \right) \right] h + O(h^{3/2}), \\ K_{II} &= \left(k_{II} + \frac{\alpha}{2} k_I \right) + \left(\frac{3}{4} \beta k_I - 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \alpha T \right) h^{1/2} + \left[\gamma k_I + \frac{b_{II}}{2} - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \beta T - \frac{\alpha}{4} b_I \right. \\ &\quad \left. + \left(\bar{k}_{II} + \frac{\alpha}{2} \bar{k}_I \right) \right] h + O(h^{3/2}),\end{aligned}\tag{2.42}$$

となる。

2.2 3次元板骨構造の複数き裂同時進展解析法⁵⁰⁾

2.2.1 き裂を有する3次元板骨構造の境界値問題の定義

Fig.2.6 に示す有限な平板を組み合わせた3次元物体を考える。物体を各領域に1つ以下のき裂先端が存在する M 個の領域 $\Omega_l (l=1, \dots, M)$ に分割し、それぞれのき裂先端を原点とする直交座標系 $(O^l - x_1^l - x_2^l - x_3^l)$ を定義する。各領域は $x_1^l - x_2^l$ 平面での2次元問題として扱い、物体力 f_i^l は領域 Ω_l に、外力 t_i^l は応力境界 S_i^l 及びき裂面 $S_c^{l\pm}$ に、強制変位 v_i^l は変位境界 S_u^l にそれぞれ作用する。領域 Ω_l の境界は Γ_l で表し、領域 Ω_l とその隣接する領域 Ω_n との境界は $\Gamma_l \cap \Gamma_n$ で表される。また $n_j^l (j=1, 2)$ を領域 Ω_l の境界の外向き方向余弦とし、 β_{km}^{lg} 及び $\beta_{km}^{ng} (k, m=1, 2, 3)$ をそれぞれ領域 Ω_l と Ω_n で定義されている座標系の全体座標系に対する方向余弦とする。このとき、き裂進展前に対する境界値問題は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 \sigma'_{ij} + f_i^l &= 0 && \text{in } \sum_l \Omega_l, \\
 \sigma'_{ij} n_j^l &= t_i^l && \text{on } \sum_l S_i^l \text{ and } \sum_l S_c^{l\pm}, \\
 u_i^l &= v_i^l && \text{on } \sum_l S_u^l, \\
 \beta_{km}^{lg} u_m^l - \beta_{km}^{ng} u_m^n &= 0 && \text{on } \sum_n (\Gamma_l \cap \Gamma_n) \text{ for } l = 1, \dots, M, \\
 \beta_{ki}^{lg} \sigma'_{ij} n_j^l + \sum_n \beta_{ki}^{ng} \sigma_{ij}^n n_j^n &= 0 && \text{on } \sum_n (\Gamma_l \cap \Gamma_n) \text{ for } l = 1, \dots, M, \\
 &&& (i, j = 1, 2, k, m = 1, 2, 3)
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

ここで σ'_{ij} と u_i^l は領域 Ω_l 内での応力テンソルと変位ベクトルを表す。上式の第4式、第5式はそれぞれ隣接領域との変位の適合、力の釣り合い条件を表している。ただし実際の数値計算においては各領域を Fig.2.7 のように長さが零で十分剛な棒要素により結合するため、上式の第4式、第5式は自動的に満たされる。このとき、第 l 番目のき裂に対するき裂先端近傍の応力場は

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11}(x_1, 0) &= \frac{k_I^l}{\sqrt{2\pi x_1^l}} + T^l + b_I^l \sqrt{\frac{x_1^l}{2\pi}} + O(x_1^l), \\
 \sigma_{22}(x_1, 0) &= \frac{k_I^l}{\sqrt{2\pi x_1^l}} + b_I^l \sqrt{\frac{x_1^l}{2\pi}} + O(x_1^l), \\
 \sigma_{12}(x_1, 0) &= \frac{k_{II}^l}{\sqrt{2\pi x_1^l}} + b_{II}^l \sqrt{\frac{x_1^l}{2\pi}} + O(x_1^l),
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

と表せる。ここに、 k_I^l, k_{II}^l はモード I 及びモード II の応力拡大係数、 T^l はき裂先端線に平行な一様応力成分、 b_I^l, b_{II}^l はモード I 及びモード II のき裂先端からの距離の平方根に比例する応力項の係数である。

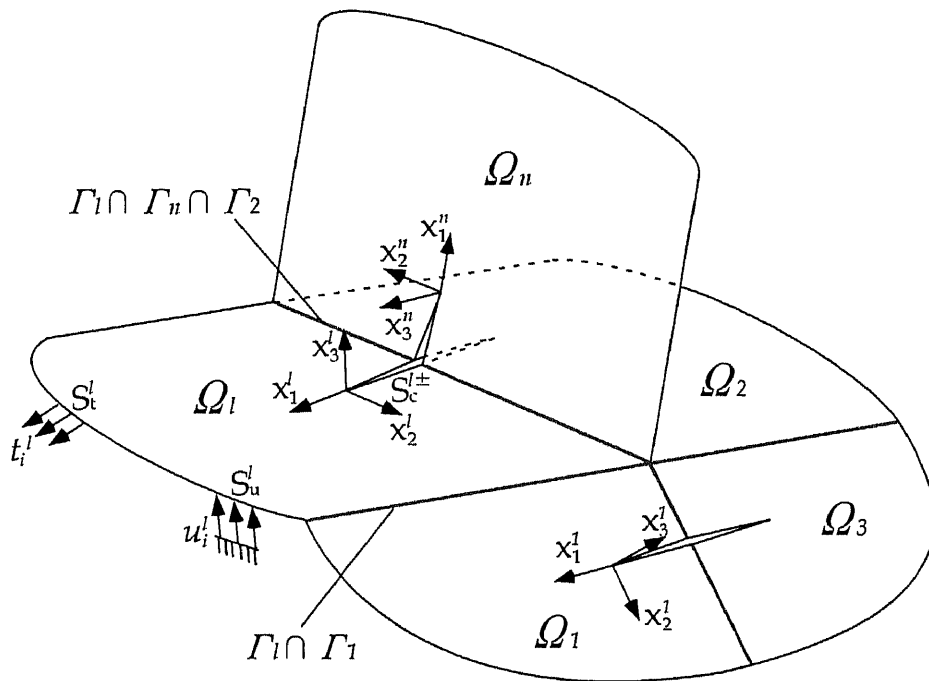


Fig.2.6 A cracked 3-dimensional structure consist of thin plates.

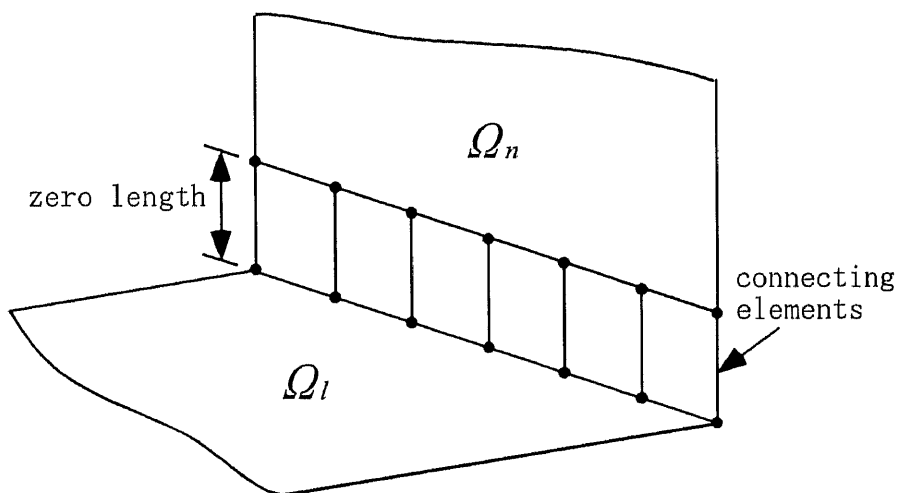


Fig.2.7 Two neighboring domains connected by connecting elements.

2.2.2 複数き裂の同時進展解析

Fig.2.8(a)のように各き裂が同時に緩やかに折れ曲がって進展する状態を考える。Fig.2.9 に示すようにき裂進展の x_1' 軸上への投影長を h_l とし、そのき裂伝播経路の x_1' 軸からの外れ $\lambda_l(x_1')$ を

$$\lambda_l(x_1') = \alpha' x_1' + \beta' (x_1')^{3/2} + \gamma' (x_1')^2, \quad (2.45)$$

と近似する。き裂進展後の問題はき裂進展前の問題(Fig.2.8(b))と、各き裂の進展経路上 $S_b^{l\pm}$ に作用している内力を打ち消す力対分布 T_l' を作用させ、それ以外の境界条件は全て零とする問題(Fig.2.8(c))の重ね合わせと考えることができる。Fig.2.8(c)の境界値問題は以下のように記述できる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j}^l + f_i^l &= 0 && \text{in } \sum_l \Omega_l, \\ \sigma_{ij}^l n_j^l &= 0 && \text{on } \sum_l S_l' \text{ and } \sum_l S_c^{l\pm}, \\ \sigma_{ij}^l n_j^l &= T_i^l && \text{on } \sum_l S_b^{l\pm} \\ u_i^l &= 0 && \text{on } \sum_l S_u^l, \\ \beta_{km}^{lg} u_m^l - \beta_{km}^{ng} u_m^n &= 0 && \text{on } \sum_n (\Gamma_l \cap \Gamma_n) \text{ for } l=1, \dots, M, \\ \beta_{ki}^{lg} \sigma_{ij}^l n_j^l + \sum_n \beta_{ki}^{ng} \sigma_{ij}^n n_j^n &= 0 && \text{on } \sum_n (\Gamma_l \cap \Gamma_n) \text{ for } l=1, \dots, M, \\ &&& (i, j = 1, 2, k, m = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (2.46)$$

(2.46)式は文献³⁵⁾と同様の考え方で解析することができる。Fig.2.10 に示すように第 l 番目のき裂進展を無限板内でのき裂進展として置き換えて考えると、このき裂進展後の応力拡大係数 $K_I^{\infty l}$, $K_{II}^{\infty l}$ は(2.26)式より

$$\begin{aligned} K_I^{\infty l} &= (k_1^l - \frac{3}{2} \alpha' k_{II}^l) - \frac{9}{4} \beta' k_{II}^l h_l^{1/2} + (\frac{b_1^l}{2} - 3\gamma' k_{II}^l - \frac{5}{4} \alpha' b_{II}^l) h_l + O(h_1^{3/2}), \\ K_{II}^{\infty l} &= (k_{II}^l + \frac{1}{2} \alpha' k_1^l) + (\frac{3}{4} \beta' k_1^l - 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \alpha' T^l) h_l^{1/2} \\ &\quad + (\gamma' k_1^l - \frac{3\sqrt{2\pi}}{4} \beta' T^l + \frac{1}{2} b_{II}^l - \frac{1}{4} \alpha' b_1^l) h_l + O(h_1^{3/2}). \end{aligned} \quad (2.47)$$

となる。

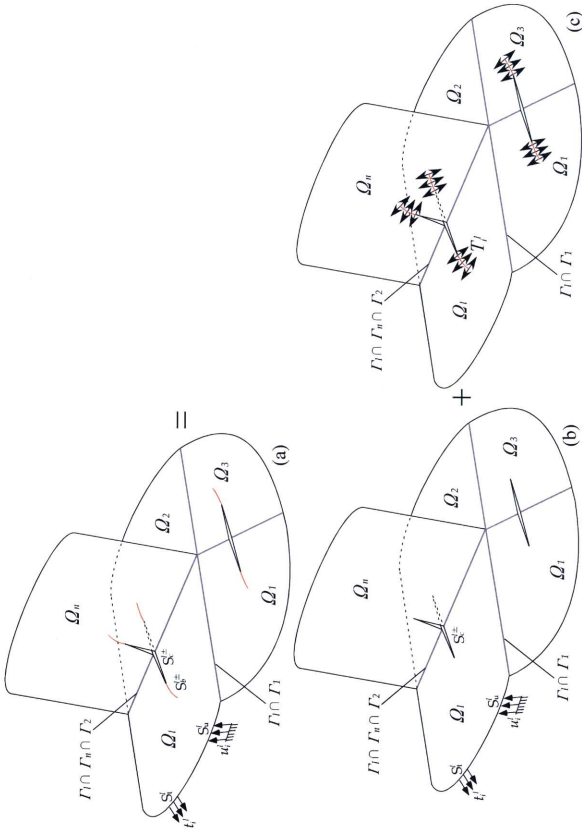


Fig.2.8 Decomposition of the crack growth problem in a 3-dimensional plate structure.

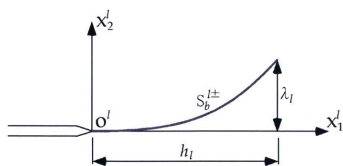


Fig.2.9 Extension of the l -th crack.

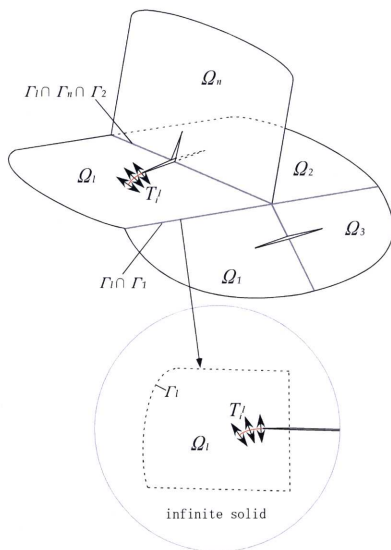


Fig.2.10 Crack propagation in an infinite solid.

隣接領域との相互作用

(2.47)式は半無限き裂に対する解であるので、2.12節で考察したように $S_i^l, S_c^{l\pm}, S_u^l$ 上で境界条件を満足しておらず、また周辺領域との境界での力の釣り合い条件と変位の適合条件も満足しない。そこで Fig.2.11 のように無限板でのき裂進展によって Γ_l 上に生じた応力あるいは変位の不整合を打ち消す問題を定義し、その解を加算する必要がある。境界で打ち消すべき変位 u_i^l 及び表面力 t_i^l は(2.32)式で表される遠方応力場を参照すると、

$$\begin{aligned} u_i^l &= \left[(k_i^l - \alpha^l k_{ii}^l) u_{ii}^l + (k_{ii}^l - \alpha^l k_i^l) u_{ii}^l \right] h_l + O(h_l^{3/2}), \\ t_i^l &= \left[(k_i^l - \alpha^l k_{ii}^l) \sigma_{ij}^l + (k_{ii}^l - \alpha^l k_i^l) \sigma_{ii}^l \right] n_j^l h_l + O(h_l^{3/2}), \end{aligned} \quad (2.48)$$

となる。 $u_{ii}^l, \sigma_{ij}^l, u_{ii}^l, \sigma_{ii}^l$ は(2.33)式で与えられる Bueckner のモード I 及びモード II の変位と応力の基本場である。よって、解くべき境界値問題は、

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j}^h + f_i^h &= 0 && \text{in } \sum_h \Omega_h, \\ \sigma_{ij}^h n_j^h &= -\delta_{lh} t_i^l && \text{on } \sum_h S_i^h \text{ and } \sum_h S_c^{h\pm}, \\ u_i^h &= -\delta_{lh} u_i^l && \text{on } \sum_h S_u^h, \\ \beta_{km}^{hg} u_m^h - \beta_{km}^{ng} u_m^n &= -\delta_{lh} \beta_{ki}^{lg} u_i^l && \text{on } \sum_n (\Gamma_h \cap \Gamma_n) \text{ for } h=1, \dots, M, \\ \beta_{ki}^{hg} \sigma_{ij}^h n_j^h + \sum_n \beta_{ki}^{ng} \sigma_{ij}^n n_j^n &= -\delta_{lh} \beta_{ki}^{lg} t_i^l && \text{on } \sum_n (\Gamma_h \cap \Gamma_n) \text{ for } h=1, \dots, M, \\ &&& (i, j = 1, 2, k, m = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (2.49)$$

と定義される。ただし、 δ_{lh} は Kronecker のデルタを表す。ここで、(2.49)の境界値問題を直接解く代わりに、純粋な Bueckner の基本場に対する境界値問題

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j}^h + f_i^h &= 0 && \text{in } \sum_h \Omega_h, \\ \sigma_{ij}^h n_j^h &= -\delta_{lh} \sigma_{\lambda ij}^l n_j^l && \text{on } \sum_h S_i^h \text{ and } \sum_h S_c^{h\pm}, \\ u_i^h &= -\delta_{lh} u_{\lambda i}^l && \text{on } \sum_h S_u^h, \\ \beta_{km}^{hg} u_m^h - \beta_{km}^{ng} u_m^n &= -\delta_{lh} \beta_{ki}^{lg} u_{\lambda i}^l && \text{on } \sum_n (\Gamma_h \cap \Gamma_n) \text{ for } h=1, \dots, M, \\ \beta_{ki}^{hg} \sigma_{ij}^h n_j^h + \sum_n \beta_{ki}^{ng} \sigma_{ij}^n n_j^n &= -\delta_{lh} \beta_{ki}^{lg} \sigma_{\lambda ij}^l n_j^l && \text{on } \sum_n (\Gamma_h \cap \Gamma_n) \text{ for } h=1, \dots, M, \\ &&& (i, j = 1, 2, k, m = 1, 2, 3, \lambda = \text{I, II}) \end{aligned} \quad (2.50)$$

を考え、この問題に対する領域 Ω_l のき裂先端での応力拡大係数の解を $\bar{k}_{\lambda\mu}^l(\lambda, \mu = \text{I, II})$ と定義する。ここに、 λ は Bueckner の基本場のモード、 μ は得られる応力拡大係数のモードを表す。また、後に述べる他のき裂群による相互作用を考慮するために、領域 $\Omega_l (l=1, \dots, M)$ の基本場に対する他の領域 $\Omega_m (m=1, \dots, M)$ での応力拡大係数を、 $\bar{k}_{\lambda\mu}^{ml}(\lambda, \mu = \text{I, II}; m, l=1, \dots, M)$ と定義しておく。

境界値問題(2.49)に対する応力拡大係数の解 $\bar{k}_I^{\prime\prime}$, $\bar{k}_{II}^{\prime\prime}$ は(2.48)式から明らかに

$$\begin{aligned}\bar{k}_I^{\prime\prime} &= [(k_I^{\prime} - \alpha^{\prime} k_{II}^{\prime}) \bar{k}_{I1}^{\prime\prime} + (k_{II}^{\prime} - \alpha^{\prime} k_I^{\prime}) \bar{k}_{II1}^{\prime\prime}] h_I + O(h_I^{3/2}), \\ \bar{k}_{II}^{\prime\prime} &= [(k_I^{\prime} - \alpha^{\prime} k_{II}^{\prime}) \bar{k}_{II1}^{\prime\prime} + (k_{II}^{\prime} - \alpha^{\prime} k_I^{\prime}) \bar{k}_{II1}^{\prime\prime}] h_I + O(h_I^{3/2}),\end{aligned}\quad (2.51)$$

となる。よって、このき裂進展後に対する応力拡大係数 $K_I^{\prime\prime}$, $K_{II}^{\prime\prime}$ は(2.41)式から

$$\begin{aligned}K_I^{\prime\prime} &= [(k_I^{\prime} - \alpha^{\prime} k_{II}^{\prime}) \bar{k}_{II1}^{\prime\prime} + (k_{II}^{\prime} - \alpha^{\prime} k_I^{\prime}) \bar{k}_{II1}^{\prime\prime}] h_I \\ &\quad - \frac{3}{2} \alpha^{\prime} [(k_I^{\prime} - \alpha^{\prime} k_{II}^{\prime}) \bar{k}_{III}^{\prime\prime} + (k_{II}^{\prime} - \alpha^{\prime} k_I^{\prime}) \bar{k}_{III}^{\prime\prime}] h_I + O(h_I^{3/2}), \\ K_{II}^{\prime\prime} &= [(k_I^{\prime} - \alpha^{\prime} k_{II}^{\prime}) \bar{k}_{III}^{\prime\prime} + (k_{II}^{\prime} - \alpha^{\prime} k_I^{\prime}) \bar{k}_{III}^{\prime\prime}] h_I \\ &\quad + \frac{1}{2} \alpha^{\prime} [(k_I^{\prime} - \alpha^{\prime} k_{II}^{\prime}) \bar{k}_{III}^{\prime\prime} + (k_{II}^{\prime} - \alpha^{\prime} k_I^{\prime}) \bar{k}_{III}^{\prime\prime}] h_I + O(h_I^{3/2}).\end{aligned}\quad (2.52)$$

となる。

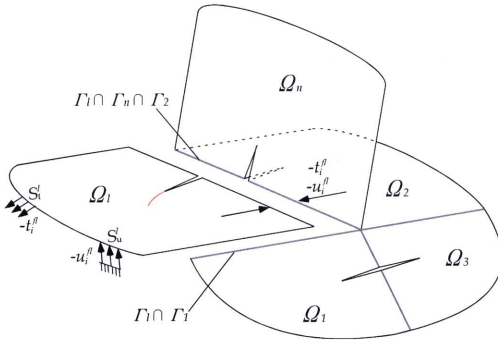


Fig.2.11 Auxiliary problem for the interaction effect with finite domain.

き裂群の同時進展による相互作用

領域 Ω_m でのき裂進展によって生じる領域 Ω_l のき裂に対する応力拡大係数 \bar{k}_I^{lm} , \bar{k}_{II}^{lm} は

$$\begin{aligned}\bar{k}_I^{lm} &= [(k_I^m - \alpha^m k_{II}^m) \bar{k}_{I I}^{lm} + (k_{II}^m - \alpha^m k_I^m) \bar{k}_{I II}^{lm}] h_m + O(h_m^{3/2}), \\ \bar{k}_{II}^{lm} &= [(k_I^m - \alpha^m k_{II}^m) \bar{k}_{II I}^{lm} + (k_{II}^m - \alpha^m k_I^m) \bar{k}_{II II}^{lm}] h_m + O(h_m^{3/2}),\end{aligned}\quad (2.53)$$

となる。よってこのき裂の進展後の応力拡大係数 K_I^{lm} , K_{II}^{lm} は、(2.53)式と同様に

$$\begin{aligned}K_I^{lm} &= [(k_I^m - \alpha^m k_{II}^m) \bar{k}_{I I}^{lm} + (k_{II}^m - \alpha^m k_I^m) \bar{k}_{I II}^{lm}] h_m \\ &\quad - \frac{3}{2} \alpha^m [(k_I^m - \alpha^m k_{II}^m) \bar{k}_{II I}^{lm} + (k_{II}^m - \alpha^m k_I^m) \bar{k}_{II II}^{lm}] h_m + O(h_m^{3/2}), \\ K_{II}^{lm} &= [(k_I^m - \alpha^m k_{II}^m) \bar{k}_{II I}^{lm} + (k_{II}^m - \alpha^m k_I^m) \bar{k}_{II II}^{lm}] h_m \\ &\quad + \frac{1}{2} \alpha^m [(k_I^m - \alpha^m k_{II}^m) \bar{k}_{I I}^{lm} + (k_{II}^m - \alpha^m k_I^m) \bar{k}_{I II}^{lm}] h_m + O(h_m^{3/2}).\end{aligned}\quad (2.54)$$

となる。き裂群全ての同時進展による相互影響 K_I^{cl} , K_{II}^{cl} は、Fig.2.12 に示すように各き裂のそれぞれの進展による相互影響を足し合わせたものになるので、

$$\begin{aligned}K_I^{cl} &= \sum_{m \neq l} K_I^{lm}, \\ K_{II}^{cl} &= \sum_{m \neq l} K_{II}^{lm},\end{aligned}\quad (2.55)$$

となる。

(The interaction effect with
other extending cracks) =

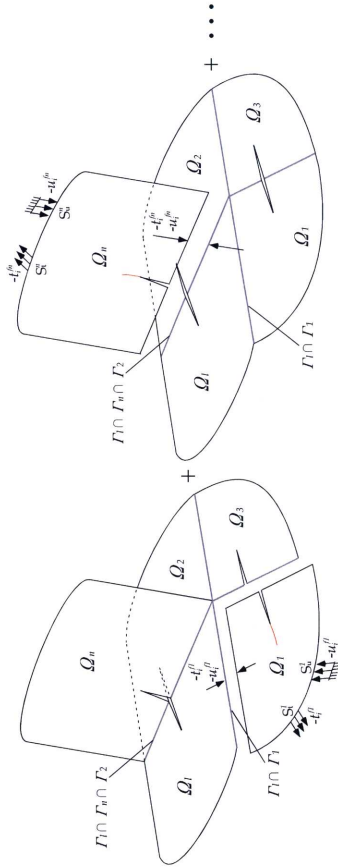


Fig.2.12 Auxiliary problems for the interaction effect with other extending cracks.

2.2.3 局所対称性規準の適用によるき裂進展経路の決定

全てのき裂が同時進展した後の応力拡大係数は、(2.47),(2.52),(2.55)式の和となるので、

$$\begin{aligned} K_I^l &= K_I^{\infty l} + K_I^{\beta l} + K_I^{\gamma l}, \\ K_{II}^l &= K_{II}^{\infty l} + K_{II}^{\beta l} + K_{II}^{\gamma l}, \quad l=1, \dots, M \end{aligned} \quad (2.56)$$

となる。ここでき裂進展経路の推定に局所対称性規準($K_{II}=0$)³⁹⁾を適用すると

$$K_{II}^l = 0, \quad l=1, \dots, M \quad (2.57)$$

となる。滑らかなき裂伝播経路を考慮すると、(2.57)式を h に関して恒等的に零とすることができるので、き裂伝播経路の形状パラメータ $\alpha^l, \beta^l, \gamma^l$ は

$$\begin{aligned} \alpha^l &= -2 \frac{k_{II}^l}{k_I^l}, \\ \beta^l &= \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{T^l}{k_I^l} \alpha^l, \\ \gamma^l &= \left\{ \frac{3\sqrt{2\pi}}{4} \beta^l T^l - \frac{1}{2} b_{II}^l + \frac{1}{4} \alpha^l b_I^l - \sum_{m=1}^M \left[(k_I^m - \alpha^m k_{II}^m) \bar{k}_{III}^{lm} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (k_{II}^m - \alpha^m k_I^m) \bar{k}_{III}^{lm} - \frac{1}{2} \alpha^m (k_I^m \bar{k}_{II}^{lm} + k_{II}^m \bar{k}_{II}^{lm}) \right] \frac{h_m}{h_l} \right\} / k_I^l. \end{aligned} \quad (2.58)$$

と得ることができる。

第3章 疲労き裂伝播の数値シミュレーション

3.1 有限要素法の繰り返し計算による疲労き裂進展シミュレーション

3.1.1 シミュレーション手順

疲労き裂伝播シミュレーションシステム(CP-System)は設計者がき裂進展解析を簡便に実施するために開発されたプログラムである。本研究では3次元板骨構造の複数疲労き裂同時進展に対応するべく、第2章で説明した手法を適用し、プログラムを改良した。シミュレーションの主な手順は以下の通りである(Fig.3.1 参照)。

- ① データ入力：GUIを用いた専用プリプロセッサ³⁶⁾によりき裂伝播領域、初期き裂形状、材料定数、溶接残留応力等を入力する。き裂が伝播しない周辺領域はスーパーエレメント⁴²⁾として取り込む。このとき負荷荷重の情報はスーパーエレメントに含まれることになる。
- ② メッシュ分割：き裂伝播領域において改良Paving法⁴⁰⁾⁴¹⁾により四辺形有限要素が自動生成される。本研究ではき裂伝播領域にはメンブレイン要素を使用し、各領域は構造体の剛性マトリックスの成分に比べ十分大きな剛性係数を有する棒要素によって結合される。
- ③ 有限要素解析：外荷重に対する問題、残留応力に対する問題、Buecknerの基本場⁴⁹⁾に対する問題及び有限要素解と解析解の重ね合わせ法³⁷⁾³⁸⁾のための補助問題をそれぞれ有限要素解析によって解き、き裂先端近傍の応力を求める。
- ④ き裂先端応力場の解析：有限要素解と解析解の重ね合わせ法により、外荷重と残留応力に対するき裂先端応力場パラメータ(応力拡大係数 k_I, k_{II} 、一様応力項 T 及びき裂先端からの距離の平方根に比例する項 b_I, b_{II})及びBuecknerの基本場に対する応力拡大係数 $\bar{k}_{\mu}^{lm}(\lambda, \mu=I, II; l, m=1, \dots, M)$ をそれぞれ算出する。
- ⑤ き裂伝播寿命の計算：疲労き裂伝播則に基づいてき裂進展長さに対する繰り返し数を求め、前ステップまでのものに積算する。
- ⑥ き裂状態のチェックとき裂進展長さの再設定：複数き裂間の繰り返し数の誤差、 K_{II} と K_I の割合、 K_I の前ステップに対する変化率をチェックし、許容値を超えた場合はき裂進展長さを再設定して②に戻る。
- ⑦ き裂伝播経路の推定：疲労き裂伝播則によって各き裂のき裂進展長さを決定後、(2.58)式によってき裂進展経路を決定する。
- ⑧ き裂進展経路に沿ってき裂を伸ばし、②に戻る。

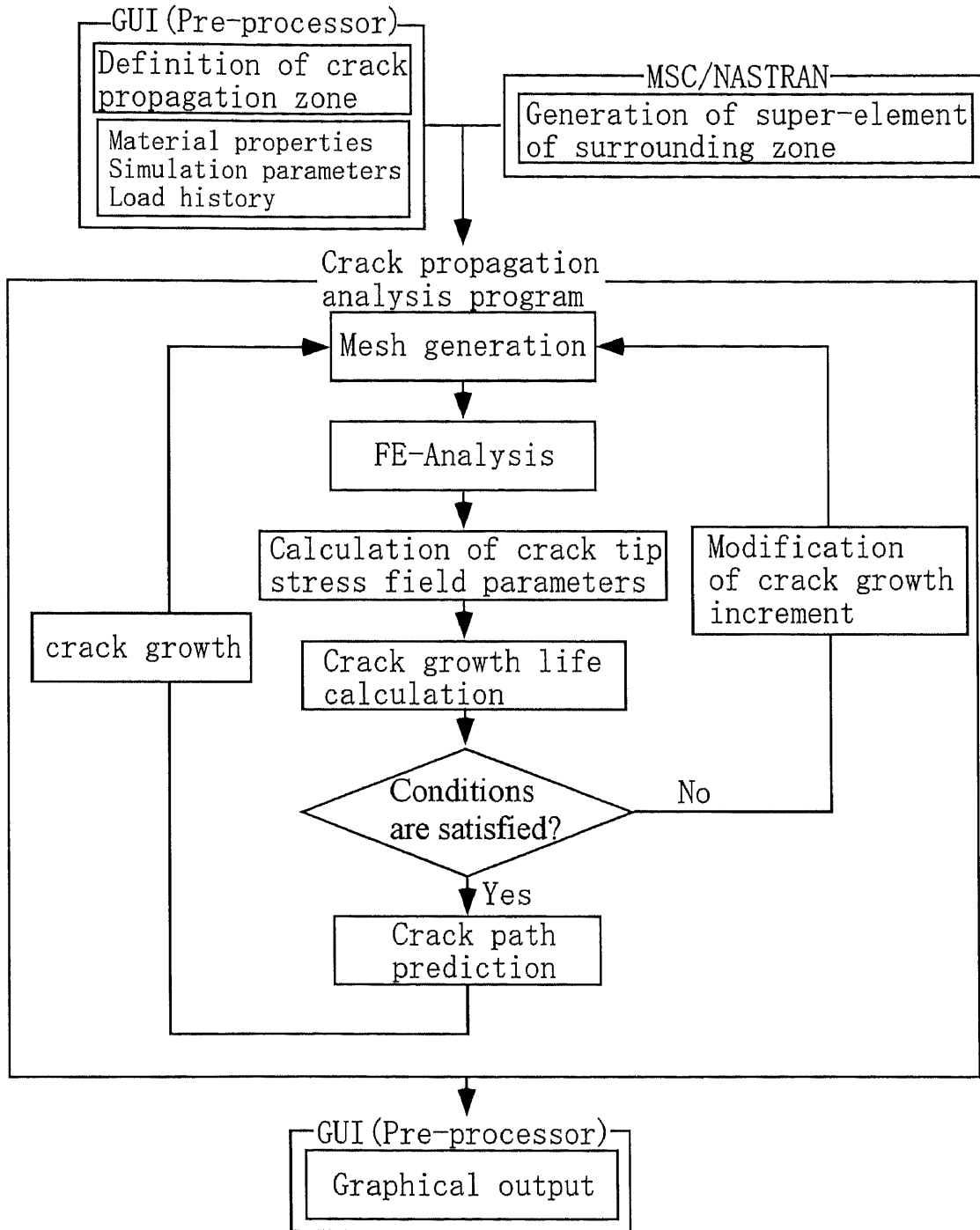


Fig.3.1 Flowchart of the CP-System.

3.1.2 疲労き裂伝播寿命の推定法

本研究では、疲労き裂伝播寿命の推定において

- (1) 加藤の式³⁾+修正 Paris-Elber 則に基づく簡易法
- (2) き裂開閉口シミュレーション

の2種類の手法を状況に応じて選択できるようにした。手法(1)は従来から CP-System に用いられている手法であるが、変動振幅荷重に伴う荷重順序の影響を考慮することができないため、一定振幅荷重の場合にのみ適用することができる。本節ではこの手法(1)による疲労き裂伝播寿命の推定法について解説する。一方、手法(2)は変動振幅荷重に対応するための手法であり、その詳細は第4章以降において解説する。

長さ a のき裂の単位外荷重に対する応力拡大係数を K_e 、残留応力に対する応力拡大係数を K_r とし、最大荷重と最小荷重に対する荷重倍率をそれぞれ F_{\max} , F_{\min} とする。このとき、応力拡大係数範囲 ΔK 及び応力比 R はそれぞれ

$$\Delta K = (F_{\max} - F_{\min})K_e, \quad (3.1)$$

$$R = \frac{F_{\min}K_e + K_r}{F_{\max}K_e + K_r}, \quad (3.2)$$

となる。加藤の式によると、き裂開口比 U は

$$U = \begin{cases} 1/(1.5 - R) & (-\infty \leq R \leq 0.5) \\ 1 & (0.5 \leq R \leq 1), \end{cases} \quad (3.3)$$

と与えられるので、有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} は

$$\Delta K_{\text{eff}} = U \cdot \Delta K, \quad (3.4)$$

となる。き裂進展速度は修正 Paris-Elber 則により

$$da/dN = C\{(\Delta K_{\text{eff}})^m - (\Delta K_{\text{eff}})_{\text{th}}^m\}, \quad (3.5)$$

と与えられる。ここに C, m はき裂伝播定数、 $(\Delta K_{\text{eff}})_{\text{th}}$ は下限界応力拡大係数範囲であり、いずれも材料定数である。き裂が長さ a_1 まで進展したとすると、それまでに要した繰返し数 N_1 は

$$N_1 = \int_{a_1}^a \frac{1}{C\{(\Delta K_{\text{eff}})^m - (\Delta K_{\text{eff}})_{\text{th}}^m\}} da, \quad (3.6)$$

となる。ただし、実際の数値計算では、少量の繰返し数 ΔN に対するき裂進展量 Δa

$$\Delta a = \Delta N \cdot C\{(\Delta K_{\text{eff}})^m - (\Delta K_{\text{eff}})_{\text{th}}^m\}, \quad (3.7)$$

を計算し、き裂長さ a_1 に至るまでの繰返し数を積算したほうが便利である。

3.1.3 疲労き裂伝播則に基づくき裂進展長さの決定法

複数疲労き裂の同時進展を考慮する場合、各き裂の進展長さの割合を疲労き裂伝播則に基づいて定める必要がある。き裂進展長さの決定は次ステップの有限要素解析で得られる応力拡大係数に影響してくるだけでなく、(2.58)式のき裂伝播経路パラメータ γ^l にも影響を及ぼす。以下に加藤の式と修正 Paris-Elber 則に基づいたき裂進展長さの決定法を説明する。

複数の領域 $\Omega_l (l=1, \dots, M)$ のき裂を想定し、単位外荷重に対する応力拡大係数を K_e^l 、残留応力に対する応力拡大係数を K_r^l とし、最大荷重と最小荷重に対する荷重倍率をそれぞれ F_{\max} , F_{\min} とする。このとき、応力拡大係数範囲 ΔK^l 及び応力比 R^l はそれぞれ

$$\Delta K^l = (F_{\max} - F_{\min}) K_e^l, \quad (3.8)$$

$$R^l = \frac{F_{\min} K_e^l + K_r^l}{F_{\max} K_e^l + K_r^l}, \quad (3.9)$$

となる。加藤の式によると有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff}^l は

$$\Delta K_{\text{eff}}^l = U^l \cdot \Delta K^l, \quad (3.10)$$

ただし

$$U^l = \begin{cases} 1/(1.5 - R^l) & (-\infty \leq R^l \leq 0.5) \\ 1 & (0.5 \leq R^l \leq 1), \end{cases} \quad (3.11)$$

となる。ここで

$$\Delta K_{\text{eff}}^l \geq \Delta K_{\text{eff}}^n \quad (n=1, \dots, M; n \neq l), \quad (3.12)$$

と仮定し、 Ω_l のき裂進展長さを h_l と設定する。有効応力拡大係数範囲を一定とした場合、長さ h_l のき裂進展に対応する繰り返し数は、修正 Paris-Elber 則により

$$\Delta N = h_l / [C^l \{(\Delta K_{\text{eff}}^l)^{m^l} - (\Delta K_{\text{eff}}^l)_{\text{th}}^{m^l}\}], \quad (3.13)$$

となる。ここに C^l , m^l , $(\Delta K_{\text{eff}}^l)_{\text{th}}$ は領域 Ω_l での材料定数である。よって他領域 $\Omega_n (n=1, \dots, M; n \neq l)$ でのき裂進展長さは

$$h_n = h_l [C^n \{(\Delta K_{\text{eff}}^n)^{m^n} - (\Delta K_{\text{eff}}^n)_{\text{th}}^{m^n}\}] / [C^l \{(\Delta K_{\text{eff}}^l)^{m^l} - (\Delta K_{\text{eff}}^l)_{\text{th}}^{m^l}\}] \quad (n=1, \dots, M; n \neq l), \quad (3.14)$$

となる。

3.1.4 き裂進展長さの再設定法

CP-System ではシミュレーションの精度を一定以上に保つために、計算ステップ毎に

- 複数き裂間の繰り返し数の誤差
- K_{II} と K_I の割合
- K_I の前ステップに対する変化率

について検定し、これらが許容値を超えた場合にはき裂進展長さを再設定して計算し直す。以下にこのき裂進展長さの再設定法を示す。

領域 $\Omega_l (l=1, \dots, M)$ のき裂に対するき裂長さ(a_l)～繰り返し数(N_l)関係は次式で与えられるとする。

$$a_l = f_l(N_l), \quad (3.15)$$

i 番目の計算ステップを想定し、この計算ステップに対する累積繰り返し数を N_l^i 、それに対応するき裂長さを a_l^i とする。ここで、 Ω_l 領域のき裂の現時点での累積繰り返し数が、他のき裂の繰り返し数よりも小さい場合を考える。すなわち

$$N_l^i \leq N_n^i \quad (n=1, \dots, M; n \neq l), \quad (3.16)$$

とする。複数き裂間の繰り返し数の誤差が許容値を超えた場合は、領域 Ω_l のき裂の繰り返し数に合うように他の領域のき裂進展長さを調整して

$$h_n = h_n^{\text{old}} \{f_n(N_l^i) - a_n^{i-1}\} / (a_n^i - a_n^{i-1}) \quad (n=1, \dots, M; n \neq l), \quad (3.17)$$

となる。ただし h_n^{old} は再設定前のき裂進展長さである。 K_{II} と K_I の割合、あるいは K_I の前ステップに対する変化率が許容値を超えた場合には、き裂進展長さを短くして再設定する。き裂進展長さ h_l は、 α を $0 < \alpha < 1$ の定数として

$$h_l = h_l^{\text{old}} [f_l\{\alpha(N_l^i - N_l^{i-1}) + N_l^{i-1}\} - a_l^{i-1}] / (a_l^i - a_l^{i-1}) \quad (l=1, \dots, M), \quad (3.18)$$

となる。

3.1.5 結合要素について

2.2.2節で示したように、き裂進展に伴う隣接領域との相互作用と他のき裂群の進展に伴う相互作用を考慮するために、(2.50)式で表される Bueckner の基本場に対する境界値問題を解く必要がある。この境界値問題では(2.50)式の第3式で表される領域間での変位のギャップ(あるいはオーバーラップ)を付与する必要があるが、本研究では以下に示す結合要素の伸縮を利用した手法を採用する。

領域 Ω_I の境界節点変位を u_i^I 、領域 Ω_{II} の境界節点変位を u_i^{II} 、両者の変位差($u_i^I - u_i^{II}$)を u_i^f とすると結合要素の要素剛性方程式は $i=1,2,3$ として

$$\begin{bmatrix} K & 0 & 0 & -K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 & 0 & -K & 0 \\ 0 & 0 & K & 0 & 0 & -K \\ -K & 0 & 0 & K & 0 & 0 \\ 0 & -K & 0 & 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & -K & 0 & 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^I \\ u_2^I \\ u_3^I \\ u_1^{II} \\ u_2^{II} \\ u_3^{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Ku_1^f \\ Ku_2^f \\ Ku_3^f \\ -Ku_1^f \\ -Ku_2^f \\ -Ku_3^f \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

となる。ただし剛性値 K はペナルティ数と同じ意味を持つので、き裂伝播領域内の剛性値と比べて十分大きな値とする必要がある。領域 Ω_I のき裂進展を考慮すると $u_i^f (i=1,2,3)$ は(2.50)式より

$$\begin{aligned} u_1^f &= -(\beta_{11}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{12}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \\ u_2^f &= -(\beta_{21}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{22}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \\ u_3^f &= -(\beta_{31}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{32}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \quad \lambda = I, II \end{aligned} \quad (3.20)$$

となるので、これを(3.19)式に代入すると

$$\begin{bmatrix} K & 0 & 0 & -K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 & 0 & -K & 0 \\ 0 & 0 & K & 0 & 0 & -K \\ -K & 0 & 0 & K & 0 & 0 \\ 0 & -K & 0 & 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & -K & 0 & 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^I \\ u_2^I \\ u_3^I \\ u_1^{II} \\ u_2^{II} \\ u_3^{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -K(\beta_{11}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{12}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \\ -K(\beta_{21}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{22}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \\ -K(\beta_{31}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{32}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \\ K(\beta_{11}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{12}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \\ K(\beta_{21}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{22}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \\ K(\beta_{31}^{I\lambda} u_{\lambda 1}^{II} + \beta_{32}^{I\lambda} u_{\lambda 2}^{II}) \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$\lambda = I, II$

となる。

3.2 解析例

3.2.1 解析例 1 -応力拡大係数の精度検証-

Fig.3.2 の単軸一様引張荷重を受けるアングル型板組み構造について疲労き裂伝播シミュレーションを行い、その応力拡大係数の計算結果を汎用解析コード MSC.Nastran と比較する。本解析例では2つのき裂先端の同時進展をシミュレートするため、き裂伝播領域を各き裂先端それぞれに対して定義し、その周囲にはスーパーエレメントを結合した。Fig.3.3 にき裂伝播領域のメッシュ分割図、Fig.3.4 に周辺構造(スーパーエレメント)のメッシュ分割図をそれぞれ示す。2つのき裂先端がほぼ同じ長さずつ、板幅方向に真直ぐ進展している様子がわかる。Fig.3.5 にシミュレーションにより得られた応力拡大係数範囲の変化を示す。図中には MSC.Nastran による応力拡大係数範囲の計算結果も同時に示している。MSC.Nastran による解析ではき裂先端には特異要素 CRAC2D⁵¹⁾を、その他の構造にはシェル要素をそれぞれ使用し、き裂長さが 25, 50, 75mm の3ケースについてモデル化した。Fig.3.5 より、き裂が長くなるとやや MSC.Nastran との結果とのずれが生じるが、十分妥当な計算結果が得られているといえる。き裂が長くなるとその部材に作用する面内曲げモーメントが大きくなり、それは結合される隣接構造に面外曲げモーメントとして伝達されるが、本研究ではメンブレン要素によるモデル化を行っているために面外曲げに対する抵抗が無く、応力拡大係数がやや高めに計算されたと考えられる。

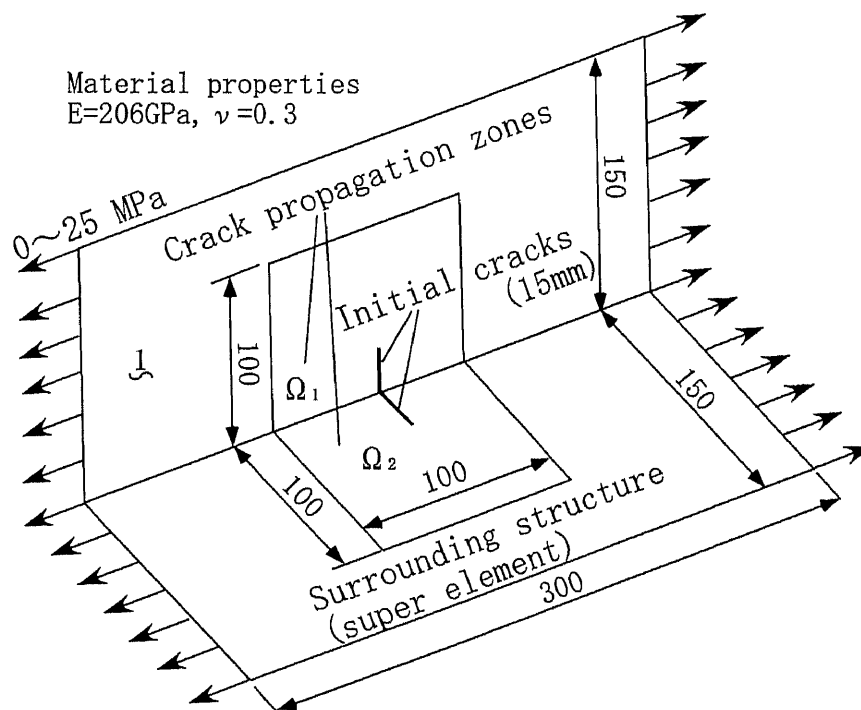


Fig.3.2 A cracked 3-dimensional angled panel structure subjected to uniaxial tension.

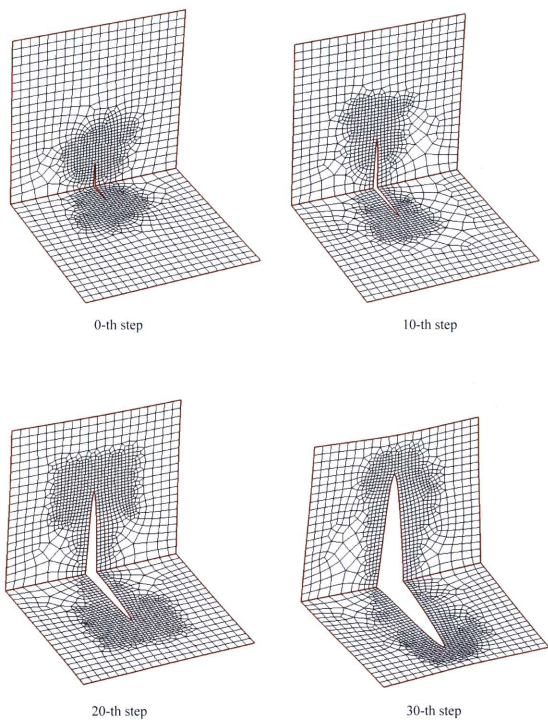


Fig.3.3 Finite element in the crack propagation zone (example 1).

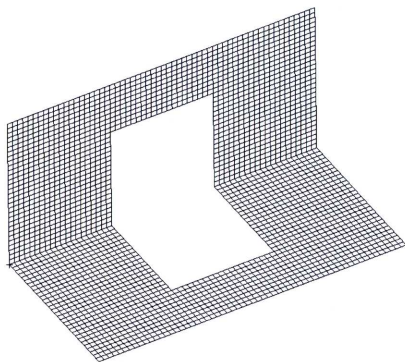


Fig.3.4 Finite element of the surrounding structure (example 1).

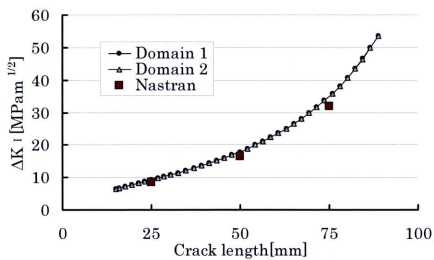


Fig.3.5 Variation of stress intensity ranges.

3.2.2 解析例 2 -複数疲労き裂の同時進展-

Fig.3.6 に示す3つのき裂先端を有する I 形梁について、複数疲労き裂同時進展シミュレーションを行う。境界条件は Fig.3.7 に示す case(a)~(c)の3種とし、それぞれのき裂伝播挙動を比較する。初期き裂はフェイスに幅 40mm、ウェブに深さ 20mm とし、各き裂先端に対してそれぞれき裂伝播領域を設定した(フェイスに Ω_1, Ω_2 、ウェブに Ω_3)。き裂伝播寿命の計算には 3.1.2 節で示した加藤の式と修正 Paris-Elber 則に基づいた手法を適用し、材料定数は

ヤング率： $E=206[\text{GPa}]$ 、ポアソン比： $\nu=0.3$ 、

疲労き裂伝播定数： $C=1.5 \times 10^{-11}$, $m=2.9$ (SI 単位)

下限界有効応力拡大係数範囲： $(\Delta K_{\text{eff}})_{\text{th}}=2.75\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$

を用いた。ここに、疲労き裂伝播定数および下限界有効応力拡大係数範囲は文献⁵²⁾を参照した値である。Fig.3.8 にき裂伝播領域のメッシュ分割図(case (a) 解析終了時点)、Fig.3.9 に周辺構造のメッシュ分割図をそれぞれ示す。

Figs.3.10, 3.11 に各領域でのき裂伝播経路を示す。フェイスのき裂は境界条件に関係なく幅方向にほぼ真直ぐ進展している。一方、ウェブのき裂は境界条件 case (a)及び(b)の場合は深さ方向にほぼ真直ぐ進展しているが、境界条件 case(c)の場合はき裂進展部にせん断応力が作用するため、き裂は固着端方向にやや傾いて進展している。Figs.3.12~3.14 に各境界条件に対する応力拡大係数範囲の変化、Figs.3.15~3.17 にき裂成長曲線をそれぞれ示す。一様引張応力が作用する境界条件 case (a)の場合は各領域においてき裂進展速度の差はそれほど無いが、ウェブに曲げ応力が作用する境界条件 case (b)及び(c)の場合はフェイスに比べ、ウェブのき裂進展速度は相対的に遅くなっていることがわかる。Fig.3.18 にフェイスとウェブのき裂長さの関係を示す。いずれの境界条件の場合でも、シミュレーションの終盤ではフェイスのき裂長さがウェブに比べて増大する傾向がある。これは、フェイスのき裂が境界に近づくことで、そのき裂伝播速度が急激に増大するためである。

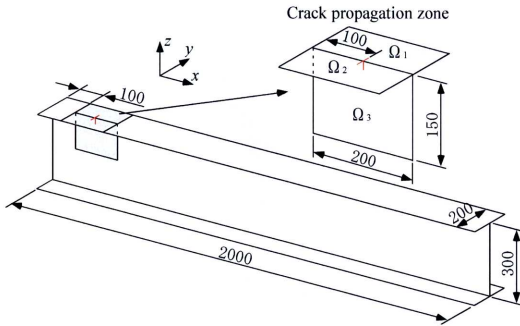


Fig.3.6 A cracked I-section beam.

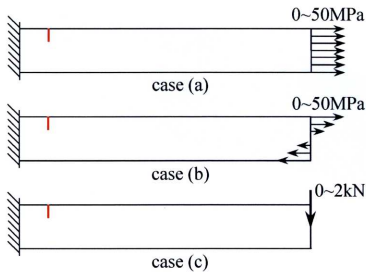


Fig.3.7 Boundary conditions.

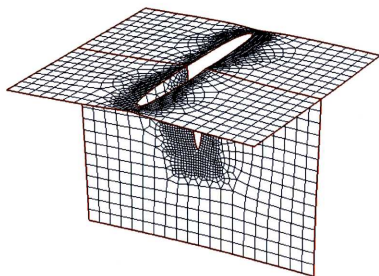


Fig.3.8 Finite element in the crack propagation zone (example 2).

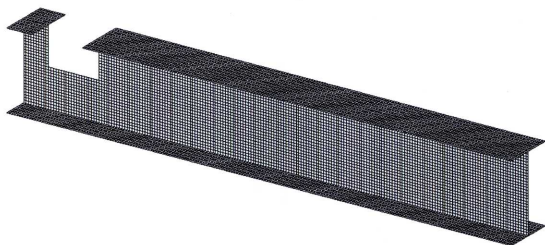


Fig.3.9 Finite element of the surrounding structure (example 2).

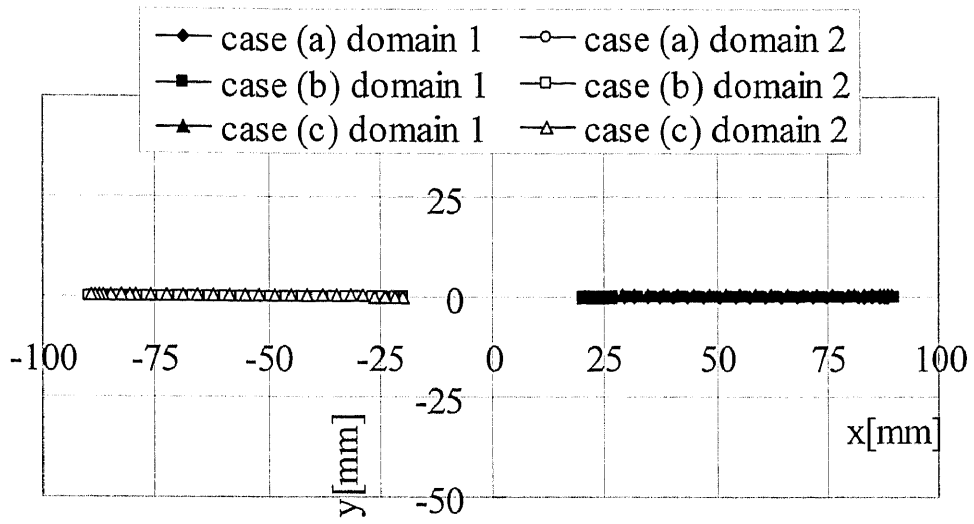


Fig.3.10 Crack paths in the face-plate.

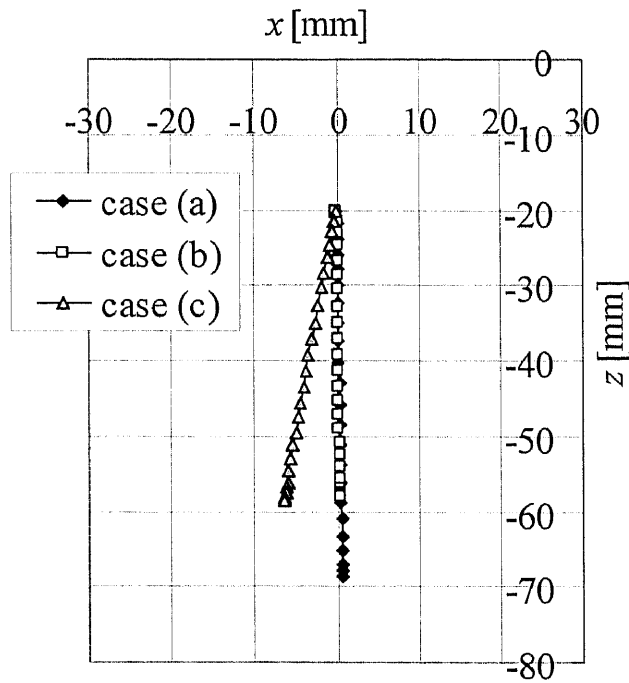


Fig.3.11 Crack paths in the web-plate.

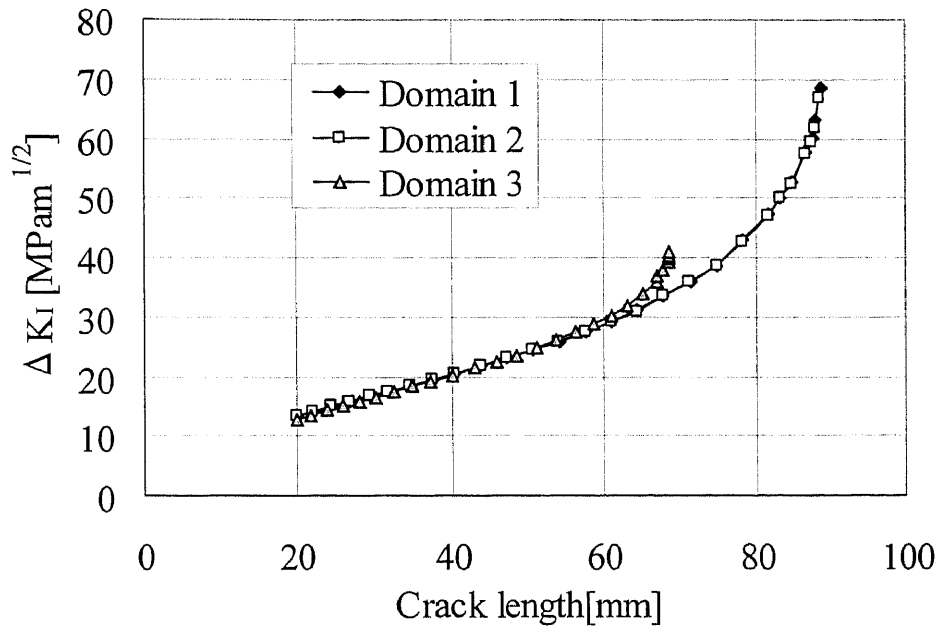


Fig.3.12 Variation of stress intensity ranges for the case (a).

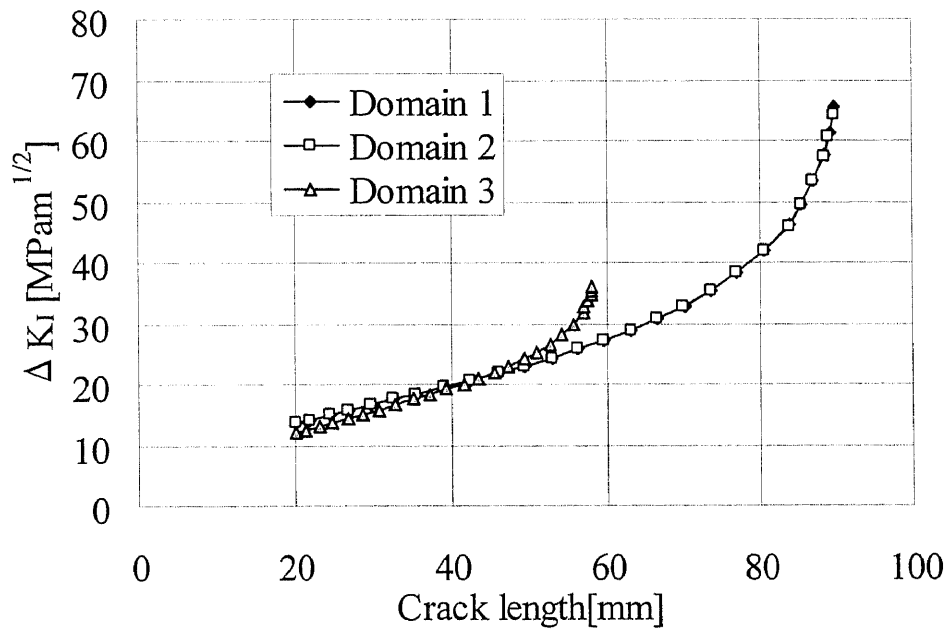


Fig.3.13 Variation of stress intensity ranges for the case (b).

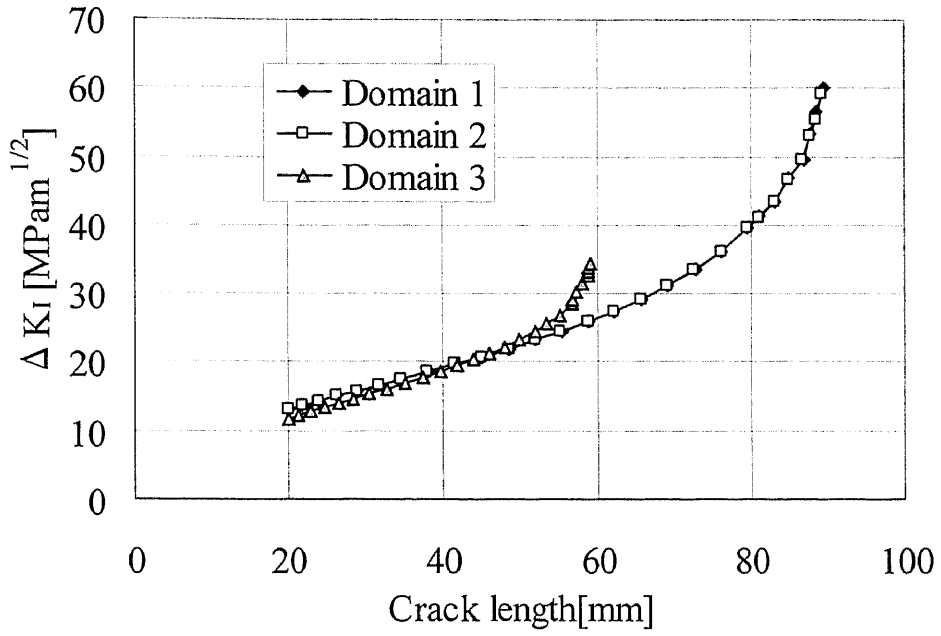


Fig.3.14 Variation of stress intensity ranges for the case (c).

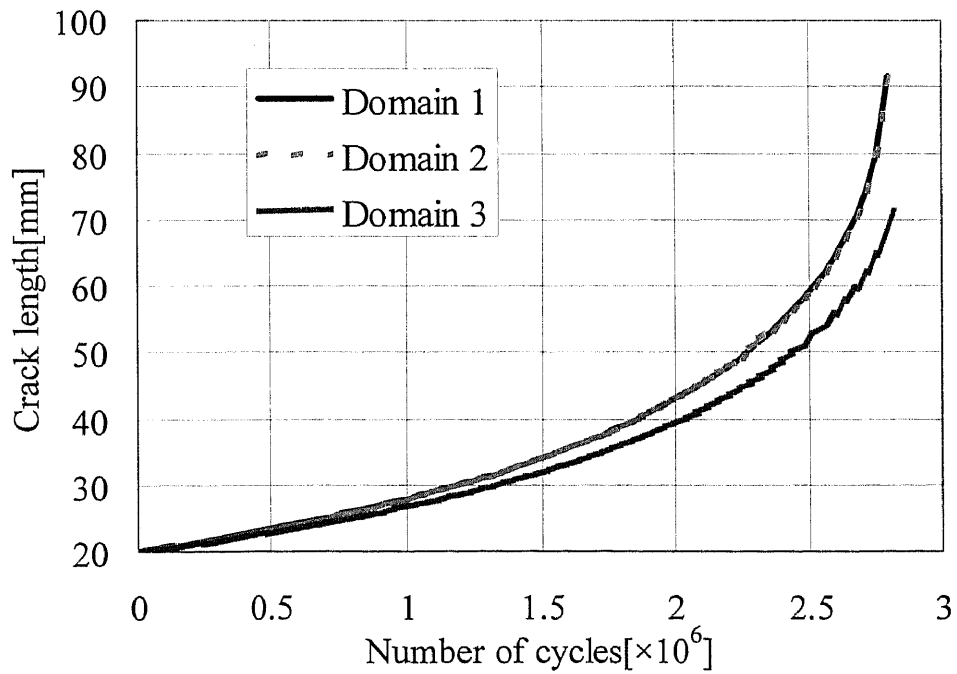


Fig.3.15 Crack growth curves for the case (a).

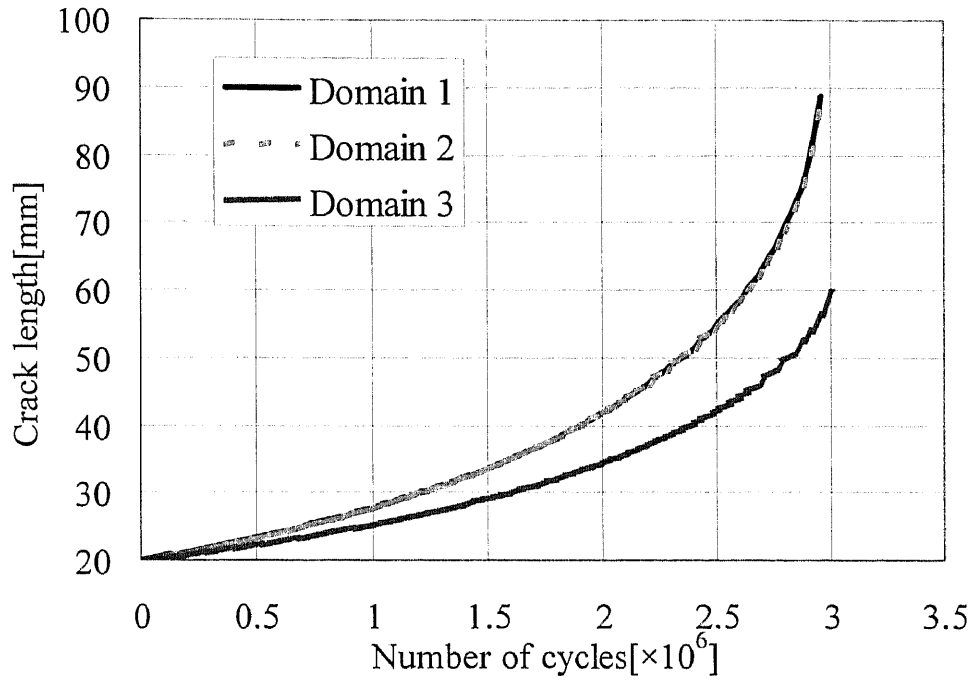


Fig.3.16 Crack growth curves for the case (b).

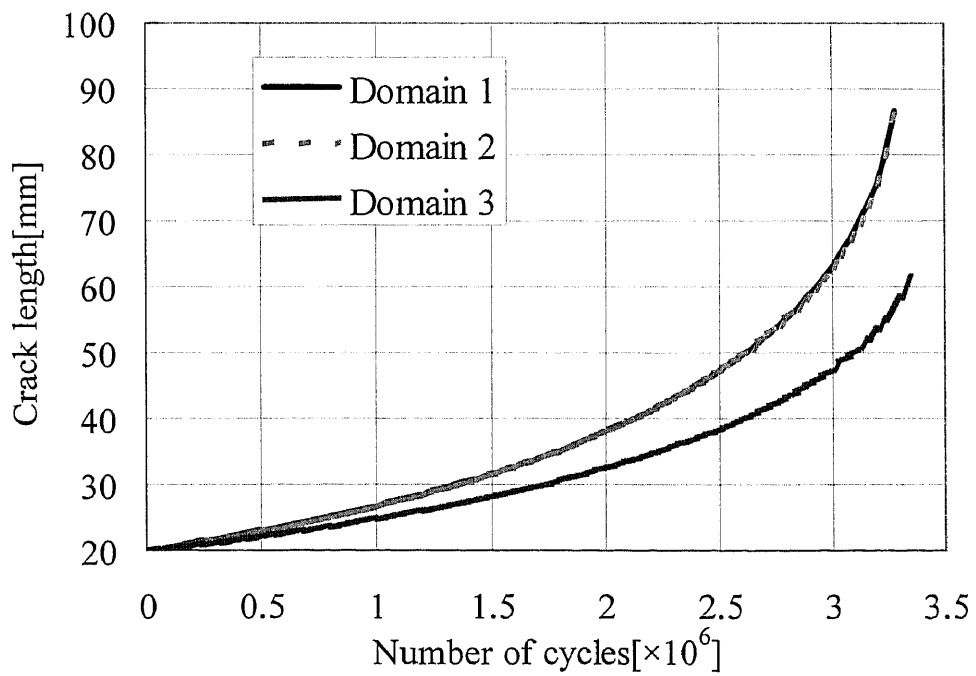


Fig.3.17 Crack growth curves for the case (c).

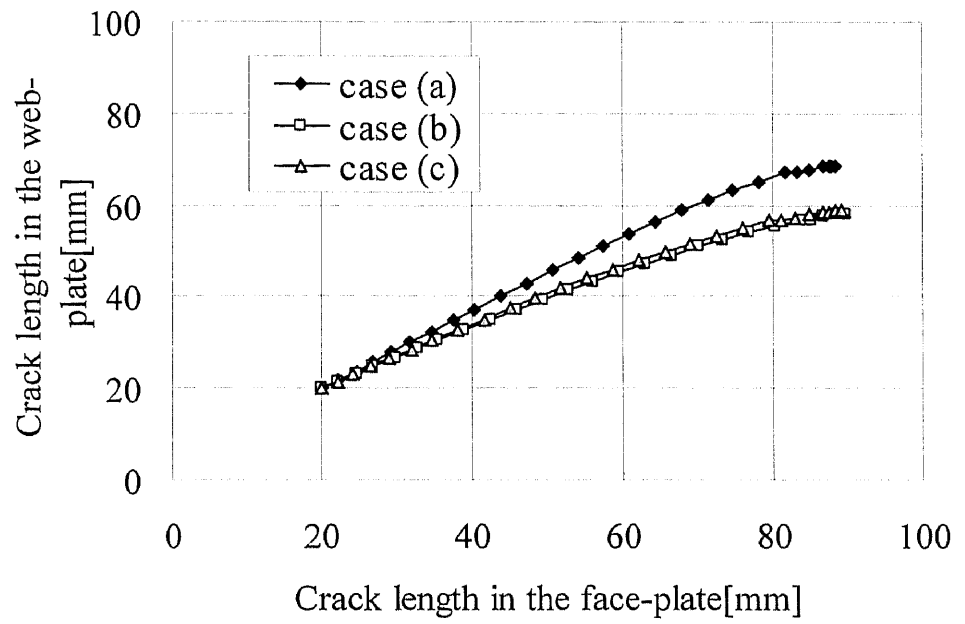


Fig.3.18 Relation between crack width and depth for each boundary condition.

3.3 スカイライン法の適用による有限要素解析の効率化

タイトなスケジュールの下で運用される船舶に疲労き裂が発見された場合、その疲労き裂伝播挙動の診断と補修スケジュールの決定は迅速に行われる必要がある。そのため、CP-System を用いた疲労き裂診断に許容される期間は限られており、実用的には数時間以内で計算を完了できる必要があると考えられる。しかしながら現状の CP-System では、き裂伝播領域が複数ある場合には計算が数日に及ぶ場合もある。以下、その原因を考察し、解析速度の改善についての検討を行う。ただし、使用するコンピュータの性能によって計算時間は変わってくるので、本節の計算は全て DELL 製 WS(Precision530,インテル(R)Xeon プロセッサ 2.4GHz)を使用した前提で議論する。

3.1 節で説明したように、CP-System では step-by-step の有限要素解析によりき裂伝播挙動をシミュレートする。各計算ステップでは外荷重及び残留応力に対する問題(以後、OP と略す)、モード I 及びモード II の Bueckner の基本場に対する問題(以後、BP と略す)、有限要素解と解析解の重ね合わせ法に必要となる 5 ケースの補助問題(以後、LP と略す)に対してそれぞれ有限要素解析を実施する必要がある。また BP と LP についてはき裂伝播領域の数(N_d とする)によって解く問題数が倍増するので、1 ステップあたりの有限要素解析の回数は

$$[\text{Number of calculations}] = 7 \times N_d + 2, \quad (3.22)$$

となる。ただし、現状の有限要素解析プログラムでは連立一次方程式の求解に直説法(Gauss の消去法)を用いており、直接法では剛性マトリックスの LU 分解に計算時間のほとんどを費やすので、同じ構造で境界条件だけが異なる場合の計算回数は 1 回とみなすと

$$[\text{Number of calculations}] = 2 \times N_d + 1, \quad (3.23)$$

となる。

Fig.3.19 に 3.2.1 節で示した解析例(き裂伝播領域数:2、平均自由度数:約 4,200)の計算ステップに対するその時点での総計算時間を示す。計算ステップと総計算時間はほぼ線形の関係となっており、全 36 ステップでの総計算時間は約 8.2 時間であった。Fig.3.20 に 20 ステップ目におけるメッシュ分割も含めた計算時間の内訳を示す。本解析では $N_d=2$ であるので計算回数は LP が 2 回、OP が 1 回、BP が 2 回の計 5 回となっている。OP 及び BP の計算時間は LP の計算時間の約 16 倍となっていることがわかる。OP 及び BP の計算で大きく時間を要した原因は、これらの計算ではき裂伝播領域の周囲にスーパーエレメントを結合しているためであると考えられる。当初の有限要素解析プログラムでは Fig.3.21 に示すバンドマトリックス法を用いており、剛性マトリックスの非零成分が対角項付近に集まる性質を利用して計算量及びメモリ使用量を節減するようにしている。しかし本解析例のようにき裂伝播領域の周囲にスーパーエレメントを結合する場合、節点番号の配置にも依存するが、Fig.3.22 のようにバンド幅がかなり広くなり、ほとんどフルマトリックスで計算される場合もある。実際に、Fig.3.20 の OP では自由度数が 4,294 に対し、バンド幅が 4,087 であり、ほぼフルマトリックスでの計算となっていた。

このような問題を解消するために、本研究では連立一次方程式の求解にバンドマトリックス法よりも計算効率が良く、構造解析で広く使われているスカイライン法⁴⁴⁾を適用し、プログラムを

高速化した。スカイライン法では Fig.3.23 に示すように、剛性マトリックスの対角成分から縦方向に非零成分の範囲だけを取り出し、1次元配列としてメモリに格納する。その際、Fig.3.23(b) 下図のように対角成分のアドレスを記憶する必要がある。

Fig.3.24 に前述の解析例にスカイライン法を適用した場合の計算時間を示す。総計算時間はバンドマトリックス法によるものの1/10以下となっている。Fig.3.25 及び Table 3.1 に20ステップ目の計算時間の内訳を示す。スカイライン法を適用したことで、LP では計算時間が以前の1/19程度、OP 及びBP では1/63程度となっており、スーパーエレメントを利用する場合に特に計算が高速化されていることが確認できる。また改良後のプログラムでは、メッシュ分割に計算時間の大半を要していることがわかる。今後、更に計算を高速化するにはメッシュ分割の高速化を検討する必要がある。

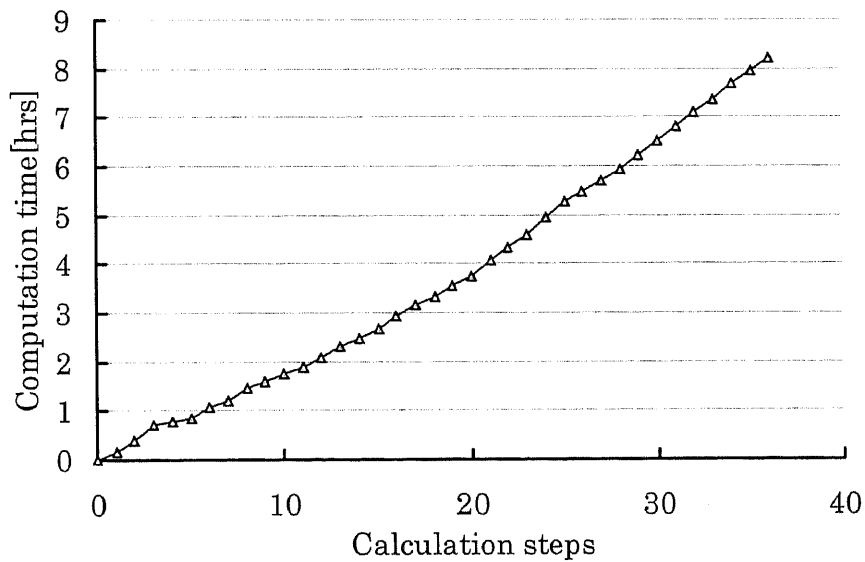


Fig.3.19 Relation between calculation steps and total computation time.

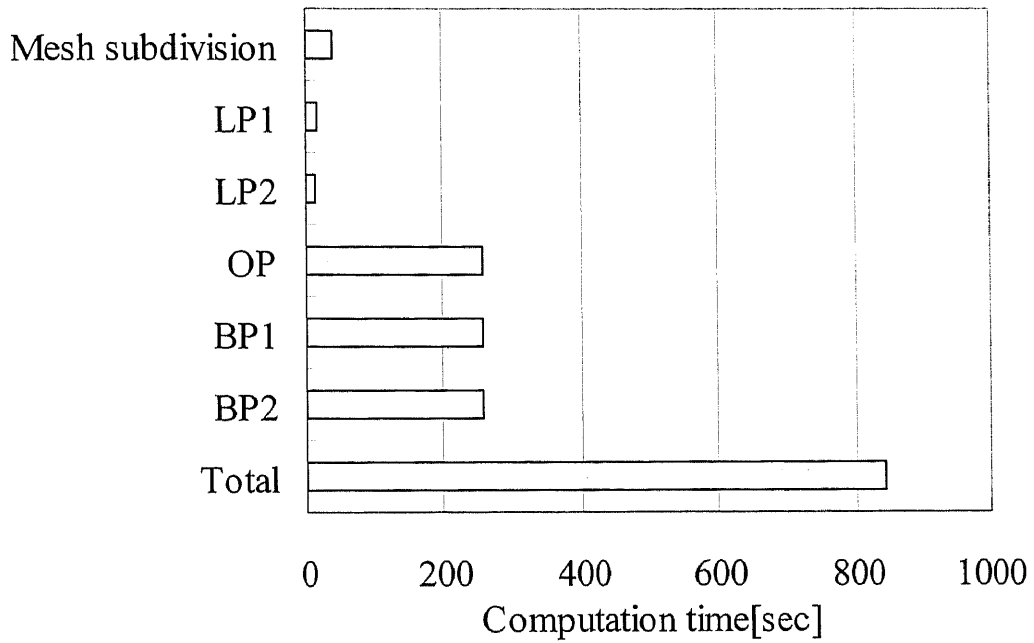


Fig.3.20 Detail of the computation time at the 20th step.

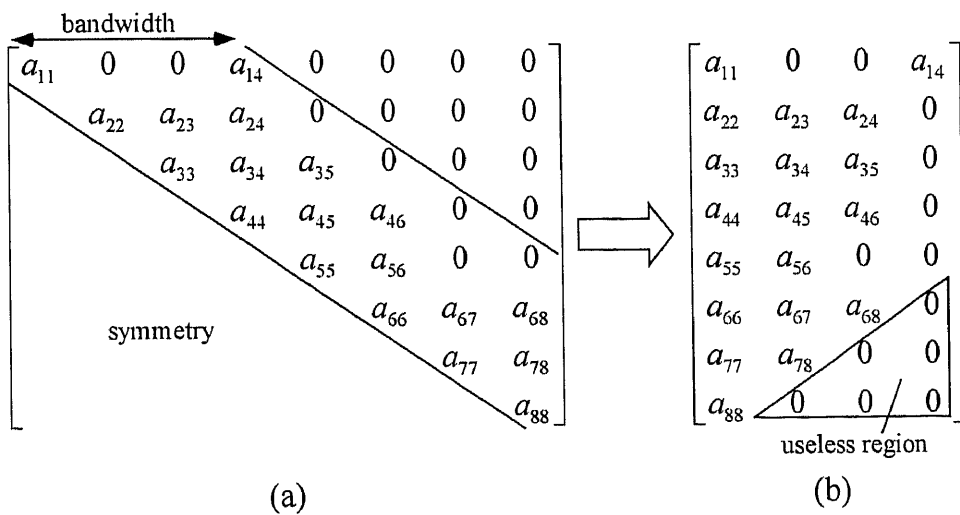


Fig.3.21 Elements storage scheme of the band matrix method; (a) stiffness matrix, (b) stored elements.

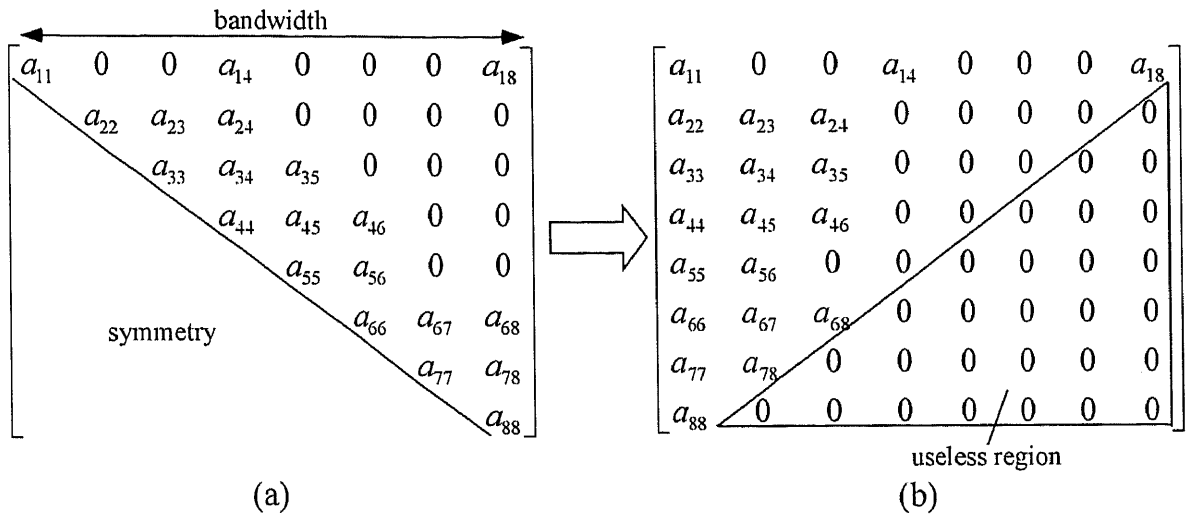


Fig.3.22 Inefficient case of the band matrix method; (a) stiffness matrix, (b) stored elements.

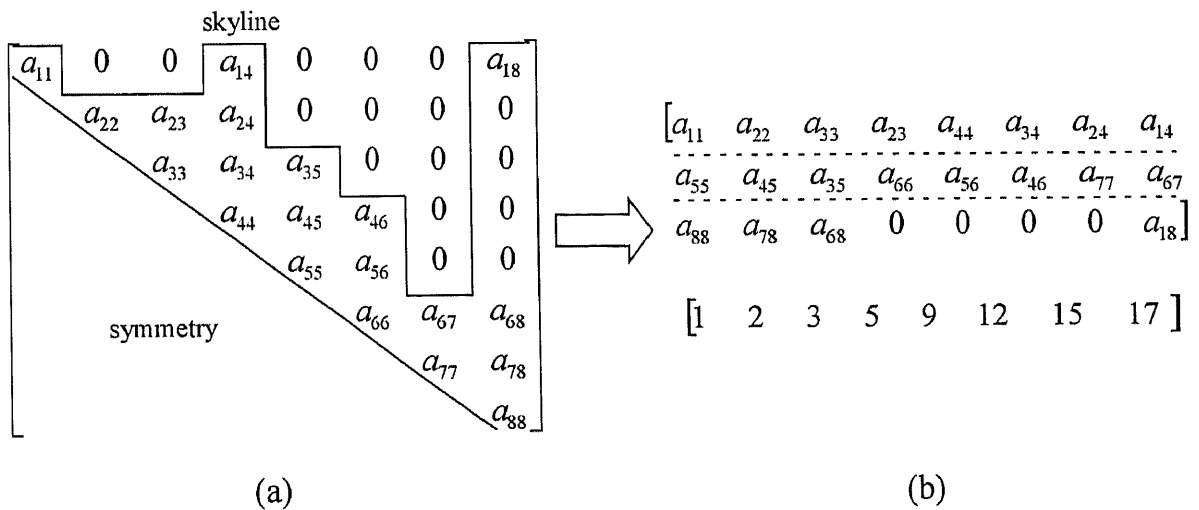


Fig.3.23 Element storage scheme of the skyline method; (a) stiffness matrix, (b) stored elements and the address of the diagonal elements.

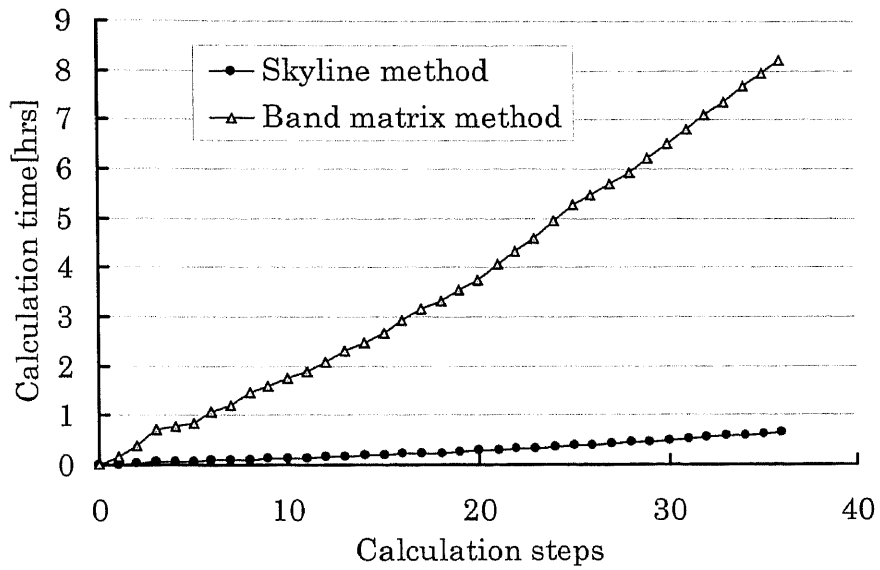


Fig.3.24 Comparison of total calculation time.

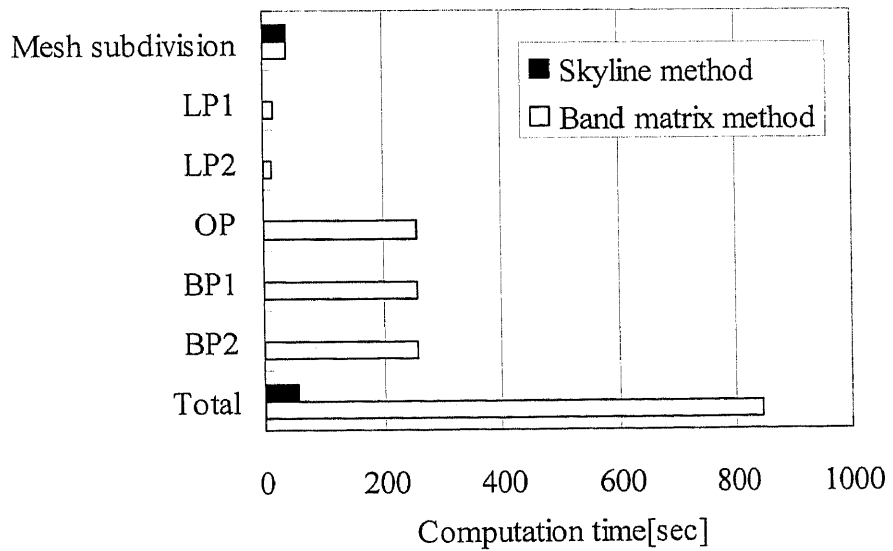


Fig.3.25 Comparison of the detailed computation time at the 20th step.

Table 3.1 Computation time list at the 20-th step (unit:sec).

	mesh subdivision	LP1	LP2	OP	BP1	BP2	Total
Degree of freedom	-	1818	1816	4156	4156	4156	-
skyline method	42.0	0.9	0.8	4.1	4.1	4.1	56.0
band matrix method	42.0	16.2	15.8	257.4	257.4	257.4	846.2

第4章 き裂開閉口シミュレーションによる 疲労き裂伝播寿命推定

4.1 集中力対を受ける半無限き裂の解析解

本研究ではき裂を有する有限体の問題を扱うが、き裂先端の塑性域寸法が物体の代表寸法(き裂長さ、リガメント長さ等)に比べ十分小である場合、そのき裂先端近傍の挙動は半無限き裂(無限板中の無限な長さを持ったき裂)に対するものとほぼ同様と考えられる。任意形状の有限体に対する疲労き裂開閉口モデルの定式化は極めて困難であるが、それをき裂先端近傍の漸近解としての半無限き裂で置き換えれば定式化をかなり簡略化することができる。

まず Fig.4.1 に示す集中力対を受ける半無限き裂の応力拡大係数と変位の解析解を求める。このき裂に対する Westergaard の応力関数⁵³⁾は、 $z=x+iy$ とすると

$$Z_I(z) = \frac{1}{\pi(z+\xi)} \sqrt{\frac{\xi}{z}} P \quad Z_{II}(z) = 0, \quad (4.1)$$

と与えられる。ここで

$$\frac{d\tilde{Z}_I(z)}{dz} = Z_I(z), \quad \frac{dZ_I(z)}{dz} = Z_I'(z) \quad (4.2)$$

と定義すると、応力及び変位は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \operatorname{Re} Z_I - y \operatorname{Im} Z_I' \\ \operatorname{Re} Z_I + y \operatorname{Im} Z_I' \\ -y \operatorname{Re} Z_I' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2 \operatorname{Im} Z_{II} + y \operatorname{Re} Z_{II}' \\ -y \operatorname{Re} Z_{II}' \\ \operatorname{Re} Z_{II} - y \operatorname{Im} Z_{II}' \end{Bmatrix}, \quad (4.3)$$

$$2G \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\kappa-1}{2} \operatorname{Re} \tilde{Z}_I - y \operatorname{Im} Z_I \\ \frac{\kappa+1}{2} \operatorname{Im} \tilde{Z}_I - y \operatorname{Re} Z_I \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\kappa-1}{2} \operatorname{Im} \tilde{Z}_{II} + y \operatorname{Re} Z_{II}' \\ -\frac{\kappa-1}{2} \operatorname{Re} \tilde{Z}_{II} - y \operatorname{Im} Z_{II}' \end{Bmatrix}, \quad (4.4)$$

により与えられる。ここに、 E をヤング率、 ν をポアソン比とすると、 G 及び κ は

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (4.5)$$

$$\kappa = \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu) & \text{for plane stress} \\ 3-4\nu & \text{for plane strain,} \end{cases} \quad (4.6)$$

である。これより、 x 軸上の応力 $\sigma_y(x)$ は

$$\sigma_y(x) = \operatorname{Re} Z_1(x) = \frac{P\sqrt{\xi}}{\pi(x+\xi)\sqrt{x}}, \quad (4.7)$$

となるので、応力拡大係数はその定義により

$$K = \frac{2}{\sqrt{2\pi\xi}} P, \quad (4.8)$$

となる。またき裂面の変位は

$$v(x) = \frac{2}{E'} \operatorname{Im} \tilde{Z}_1(x) = \frac{2P}{\pi E'} \ln \left| \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{-x}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{-x}} \right|, \quad (4.9)$$

ただし

$$E' = \begin{cases} E & \text{for plane stress} \\ E/(1-\nu^2) & \text{for plane strain,} \end{cases} \quad (4.10)$$

となる。

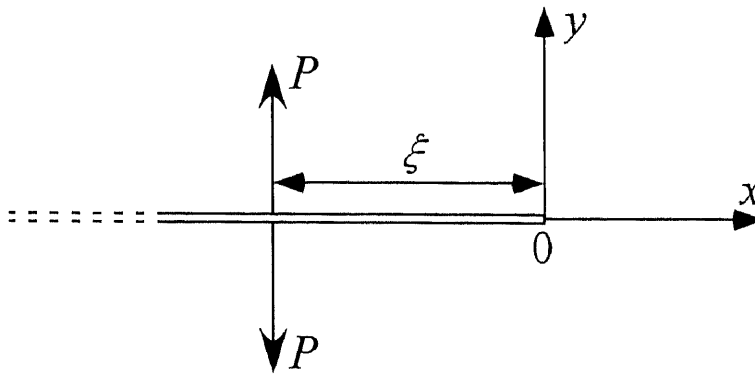


Fig.4.1 A semi-infinite crack subjected to concentrated coupled force.

4.2 半無限き裂における応力拡大係数の変化率を考慮したき裂結合力モデル

Fig.4.2 に示す応力境界 S_t 上に表面力 t_i 、変位境界 S_u に強制変位 u_i がそれぞれ作用する有限体内のき裂を考える。このき裂先端近傍における弾性応力の漸近解は、第2章と同様に、

$$\begin{aligned}\sigma_x(x,0) &= \frac{k_I}{\sqrt{2\pi x}} + T + b_I \sqrt{\frac{x}{2\pi}} + O(x), \\ \sigma_y(x,0) &= \frac{k_I}{\sqrt{2\pi x}} + b_I \sqrt{\frac{x}{2\pi}} + O(x), \\ \tau_{xy}(x,0) &= \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi x}} + b_{II} \sqrt{\frac{x}{2\pi}} + O(x),\end{aligned}\tag{4.11}$$

と近似することができる。ここに、 k_I, k_{II} はモード I 及び II の応力拡大係数、 T はき裂に平行な一様応力成分、 b_I, b_{II} はき裂先端からの距離の平方根に比例するモード I 及び II 成分の係数である。

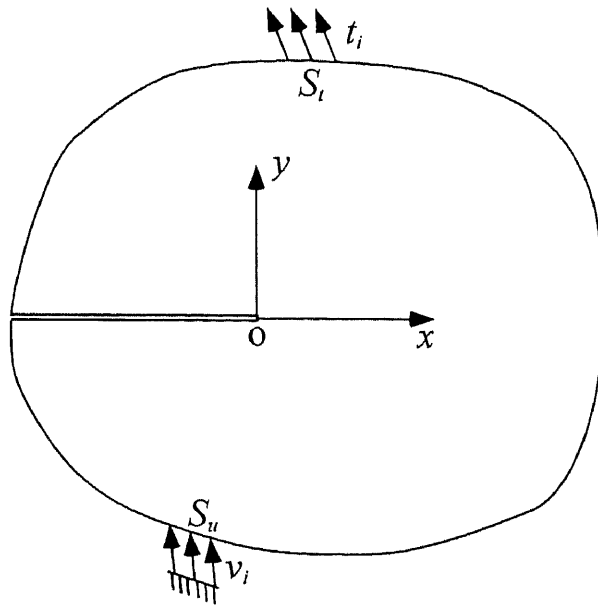


Fig.4.2 A cracked body subjected to external load and prescribed displacement.

Fig.4.2 のき裂を、それと同様のき裂先端応力場を有する半無限き裂に置き換えて考える。物体の材料を弾完全塑性体とすると、Fig.4.3(a)に示すように、き裂先端では長さ a の引張塑性域が生じ、その引張塑性域内ではき裂面に対する垂直方向の応力は $\lambda\sigma_Y$ で頭打ちとなる。ここに λ は塑性拘束係数(2章で定義した λ とは全く別のパラメータである)、 σ_Y は降伏応力である。Fig.4.3(a)の問題は、Fig.4.3(b)に示す塑性域先端までき裂を進展させることで、進展後のき裂先端における応力拡大係数が \bar{k} となる問題と、Fig.4.3(c)に示す仮想き裂部で結合力 $-\lambda\sigma_Y$ が作用する問題の重ね合わせとして考えることができる。Fig.4.3(b)の応力拡大係数 $k_b(=\bar{k})$ は、(2.42)式を参考に有限体影響を考慮すると

$$k_b = \bar{k} = k_1 + \{b_1/2 + \bar{k}_1\}a, \quad (4.12)$$

となる。ただし \bar{k}_1 は有限境界の影響を表すパラメータである。(4.12)式を見ると、その右辺の括弧内はき裂進展長さに対する応力拡大係数の変化率を表していることがわかる。Fig.4.3(c)の応力拡大係数 k_c は、(4.8)式を用いて

$$k_c = -2\lambda\sigma_Y \int_0^a \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} d\xi, \quad (4.13)$$

となる。仮想き裂先端では応力の特異性が存在しないことから Fig.4.3(b)及び(c)の応力拡大係数の和を零とすることができる。すなわち

$$k_1 + \{b_1/2 + \bar{k}_1\}a - 2\lambda\sigma_Y \int_0^a \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} d\xi = 0, \quad (4.14)$$

が成り立つ。これよりき裂先端塑性域長さは

$$a = \pi k_1^2 / \{8\lambda^2 \sigma_Y^2 - \pi(b_1 + 2\bar{k}_1)k_1\}, \quad (4.15)$$

と得られる。ただし、 a は微小値として2次の項は省略して計算している。

Fig.4.3(b)の変位 v_b は \bar{k} を用いて

$$v_b(x) = \frac{2\sqrt{2(-x)\bar{k}}}{E'\sqrt{\pi}}, \quad (4.16)$$

と与えられる。ただし座標原点 $x=0$ は仮想き裂先端に移行した。Fig.4.3(c)の変位 v_c は(4.9)式より

$$v_c(x) = -\frac{2\lambda\sigma_Y}{\pi E'} \int_0^a \ln \left| \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{-x}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{-x}} \right| d\xi, \quad (4.17)$$

となる。(4.17)式右辺の積分を解くと

・ $x > -a$ のとき

$$2\sqrt{-ax} + (a+x) \ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{-x}}{-\sqrt{a} + \sqrt{-x}},$$

• $x=-a$ のとき

$$2a,$$

• $x<-a$ のとき

$$2\sqrt{-ax} + (a+x) \ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{-x}}{\sqrt{a} - \sqrt{-x}}, \quad (4.18)$$

となる。解くべき問題 Fig.4.3(a)の変位は、 $v_b(x)$ と $v_c(x)$ の重ね合わせとして与えられるので

$$v(x) = \frac{2\sqrt{2(-x)\hat{k}}}{E'\sqrt{\pi}} - \frac{2\lambda\sigma_Y}{\pi E'} \int_0^a \ln \left| \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{-x}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{-x}} \right| d\xi, \quad (4.19)$$

となる。また、き裂先端開口変位 CTOD は(4.19)式に $x=-a$ を代入して

$$\text{CTOD} = \frac{2\sqrt{2(a)}}{E'\sqrt{\pi}} \{k_1 + (b_1/2 + \bar{k}_1)a\} - \frac{4\lambda\sigma_Y a}{\pi E'}, \quad (4.20)$$

となる。

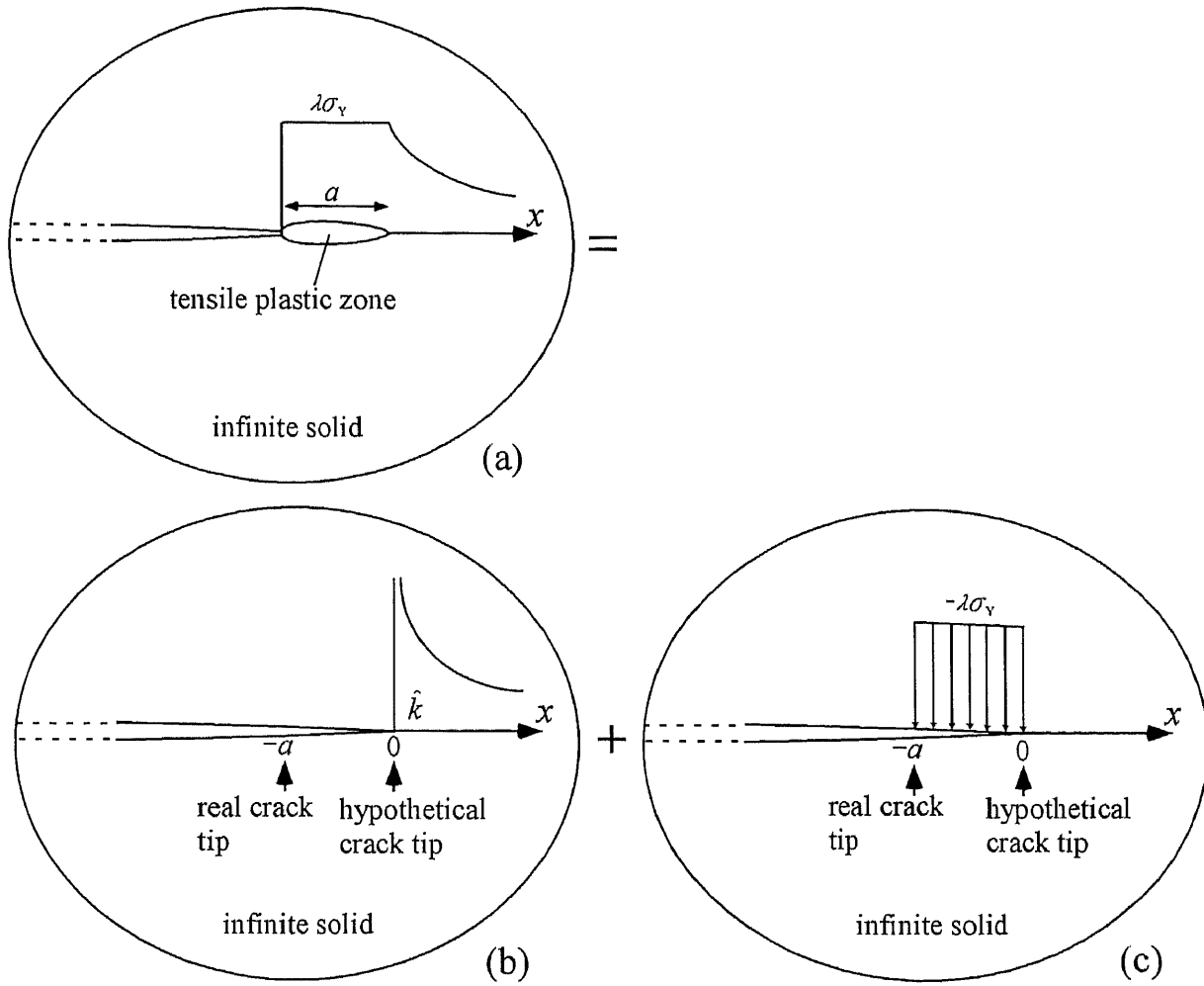


Fig.4.3 Strip yield model in an infinite solid; (a) Original problem, (b) A semi-infinite crack having stress intensity factor \hat{k} , (c) A semi-infinite crack subjected to internal load.

4.3 き裂開閉ロモデルの定式化⁵⁴⁾

4.3.1 き裂面近傍の弾塑性変形を表す棒要素の導入

Fig.4.4 に本研究で提案する疲労き裂開閉ロモデルの概念図を示す。き裂結合力モデルにより仮想き裂部の変位を計算することで、それを基に仮想き裂部に棒要素を配置し、それがき裂進展によって分断されることで実き裂部に残留引張変形層を堆積させていく。き裂先端塑性域及び残留引張変形層域に配置する棒要素の総数は n 個とし、仮想き裂先端を第1番目の要素、実き裂先端の仮想き裂側の要素を第 k 要素と定義する。また第 i 要素の要素中心の座標を x_i 、区間を $[b_i, b_{i+1}]$ とする(つまり、実き裂先端の座標は b_{k+1} となる)。ただし、これらの値は座標系の定義から全て負の値となることに注意を要する。本研究では半無限き裂に対してモデル化するので、棒要素は実き裂先端からの距離が h までの有限な領域のみに配置することになる。 h は仮想き裂のサイズに比して十分大きな値とする必要があると考えられ、この適切な選択方については5章で議論する。

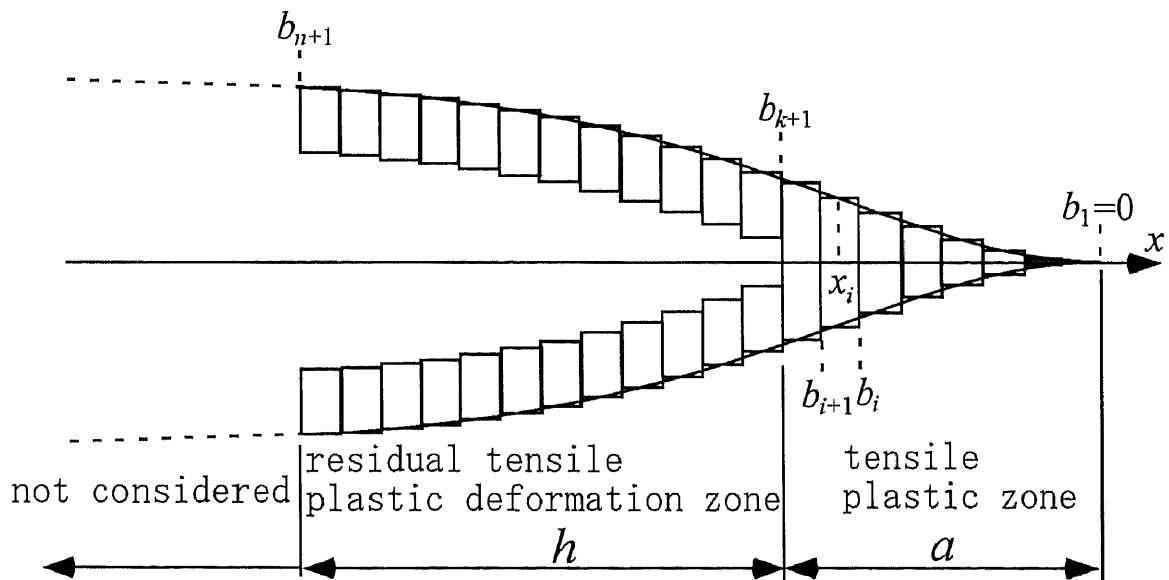


Fig.4.4 Schematic illustration of the crack opening/closing model.

4.3.2 最大荷重時の計算

き裂に最大荷重が作用し、それによって生じる塑性域の先端が過去に生じた塑性域先端よりも前方にある状態を考える(最大荷重時に形成された塑性域が過去に形成された塑性域内に留まる場合、後述する最小荷重時の計算を全て最大荷重に対応したパラメータで置き換えた収束計算が必要となる)。このときの結合力モデルは Fig.4.3 において仮想き裂先端の \bar{k} を最大荷重に対応した \bar{k}_{\max} で置き換えたものになる。最大荷重に対応する k_i, b_i, \bar{k}_i をそれぞれ $k_{\max}, b_{\max}, \bar{k}_{\max}$ とすると塑性域長さ a は(4.15)式から

$$a = \pi k_{\max}^2 / \{ 8\lambda^2 \sigma_Y^2 - \pi(b_{\max} + 2\bar{k}_{\max})k_{\max} \}, \quad (4.21)$$

となり、 \bar{k}_{\max} は(4.12)式から

$$\bar{k}_{\max} = k_{\max} + \{ b_{\max} / 2 + \bar{k}_{\max} \} a, \quad (4.22)$$

となる。最大荷重時のき裂開口変位 $v_{\max}(x)$ は(4.19)式から

$$v_{\max}(x) = \frac{2\sqrt{2(-x)}\bar{k}_{\max}}{E'\sqrt{\pi}} - \frac{2\lambda\sigma_Y}{\pi E'} \int_0^x \ln \left| \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{-x}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{-x}} \right| d\xi, \quad (4.23)$$

となる。(4.23)式右辺の第1項は仮想き裂先端で \bar{k}_{\max} が作用する問題の変位、第2項はき裂結合力が作用する問題の変位にそれぞれ対応する。最大荷重時の塑性域内の棒要素には $\lambda\sigma_Y$ の引張応力が作用しているので、本来の棒要素長さ l_i ($i=1, \dots, k$) は Fig.4.5 のように応力 $\lambda\sigma_Y$ から解放されたものとして

$$l_i = v_{\max}(x_i) / (1 + \lambda\sigma_Y / E'), \quad (4.24)$$

となる。

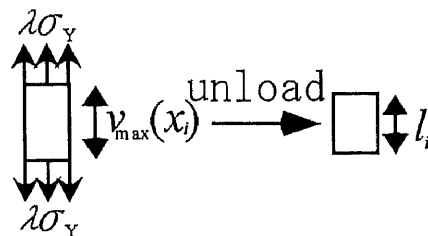


Fig.4.5 Contraction of i -th bar element.

4.3.3 最小荷重時の計算

Fig.4.6(a)に示すように、最小荷重時ではき裂先端に圧縮塑性域が形成され、き裂面はそれまでに形成された残留引張変形層のために接触し、圧縮応力が生じる。この状態は、仮想き裂先端において \bar{k}_{\min} が作用する問題(Fig.4.6(b))と、最小荷重時に仮想き裂部及び実き裂面に作用する応力を分布力対として作用させた問題(Fig.4.6(c))の重ね合わせとして表すことができる。このときの仮想き裂部の長さ a^* は、過去の履歴を考慮して現時点で最も前方にある引張塑性域の長さである。

最小荷重時に生じる棒要素の応力及び変位は以下のようにして計算する。最小荷重に対応する k_I, b_I, \bar{k}_I をそれぞれ $k_{\min}, b_{\min}, \bar{k}_{\min}$ とすると、 \bar{k}_{\min} は(4.12)式から

$$\bar{k}_{\min} = k_{\min} + \left\{ b_{\min} / 2 + \bar{k}_{\min} \right\} a^*, \quad (4.25)$$

となる。第 j 要素に働く一様応力を σ_j とすると、第 i 要素の変位 $v_{\min}(x_i)$ は

$$v_{\min}(x_i) = \frac{2\sqrt{2(-x_i)}\bar{k}_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^n \sigma_j v(x_i, x_j), \quad (4.26)$$

となる。ここに $v(x_i, x_j)$ はき裂面の区間 $[b_j, b_{j+1}]$ に単位分布力対が作用した時の第 i 要素の中心位置(座標値 x_i)における変位であり、(4.9)式を参照すると

$$v(x_i, x_j) = \frac{2}{\pi E'} \int_{-b_j}^{b_{j+1}} \ln \left| \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{-x_i}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{-x_i}} \right| d\xi, \quad (4.27)$$

と与えられる。(4.27)式を解くと

・ $x_i > b_j$ のとき

$$v(x_i, x_j) = \frac{2}{\pi E'} \left\{ 2\sqrt{b_{j+1}x_i} - 2\sqrt{b_jx_i} + (-b_{j+1} + x_i) \ln \frac{\sqrt{-b_{j+1}} + \sqrt{-x_i}}{\sqrt{-b_{j+1}} - \sqrt{-x_i}} - (-b_j + x_i) \ln \frac{\sqrt{-b_j} + \sqrt{-x_i}}{\sqrt{-b_j} - \sqrt{-x_i}} \right\},$$

・ $b_{j+1} < x_i < b_j$ のとき

$$v(x_i, x_j) = \frac{2}{\pi E'} \left\{ 2\sqrt{b_{j+1}x_i} - 2\sqrt{b_jx_i} + (-b_{j+1} + x_i) \ln \frac{\sqrt{-b_{j+1}} + \sqrt{-x_i}}{\sqrt{-b_{j+1}} - \sqrt{-x_i}} - (-b_j + x_i) \ln \frac{\sqrt{-b_j} + \sqrt{-x_i}}{-\sqrt{-b_j} + \sqrt{-x_i}} \right\},$$

・ $x_i < b_{j+1}$ のとき

$$v(x_i, x_j) = \frac{2}{\pi E'} \left\{ 2\sqrt{b_{j+1}x_i} - 2\sqrt{b_jx_i} + (-b_{j+1} + x_i) \ln \frac{\sqrt{-b_{j+1}} + \sqrt{-x_i}}{-\sqrt{-b_{j+1}} + \sqrt{-x_i}} - (-b_j + x_i) \ln \frac{\sqrt{-b_j} + \sqrt{-x_i}}{-\sqrt{-b_j} + \sqrt{-x_i}} \right\}, \quad (4.28)$$

となる。また、弾性変形後の棒要素の変位はき裂面変位と一致するので

$$v_{\min}(x_i) = (1 + \sigma_i / E') l_i, \quad (4.29)$$

が成り立つ。よって(4.26)式と(4.29)式を等値して

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)}\hat{k}_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^n \sigma_j v(x_i, x_j) = (1 + \sigma_i / E') l_i, \quad (4.30)$$

となる。更にこれを書き直すと

$$\sigma_i = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}\hat{k}_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_j v(x_i, x_j) - l_i \right\} / \left\{ \frac{l_i}{E'} + v(x_i, x_i) \right\}, \quad (4.31)$$

となる。(4.31)式は $\sigma_i (i=1, \dots, n)$ を未知数とする n 元の連立一次方程式であり、Gauss-Seidel 法で解くことができる。つまり適当な初期値を $\sigma_i (i=1, \dots, n)$ に代入して(通常零を代入)

$$i=1 \quad \sigma_1 = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_1)}\hat{k}_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=2}^n \sigma_j v(x_1, x_j) - l_1 \right\} / \left\{ \frac{l_1}{E'} + v(x_1, x_1) \right\},$$

を計算し、得られた結果を基に σ_1 を更新して、以後同様の手順で

$$i=2 \quad \sigma_2 = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_2)}\hat{k}_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^n \sigma_j v(x_2, x_j) - l_2 \right\} / \left\{ \frac{l_2}{E'} + v(x_2, x_2) \right\},$$

⋮
⋮
⋮

$$i=n \quad \sigma_n = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_n)}\hat{k}_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{n-1} \sigma_j v(x_n, x_j) - l_n \right\} / \left\{ \frac{l_n}{E'} + v(x_n, x_n) \right\},$$

と順番に計算する。 $i=n$ の計算後は再び $i=1$ に戻り、計算結果が十分収束するまで繰り返す。この

とき、棒要素は弾完全塑性体であり、実き裂部では引張応力を受け持たないので

- ・ $x_i < -a^*$ (実き裂部) では $\sigma_i > 0$ なら $\sigma_i = 0$, $\sigma_i < -\lambda\sigma_Y$ なら $\sigma_i = -\lambda\sigma_Y$
- ・ $-a^* < x_i < 0$ (仮想き裂部) では $\sigma_i > \lambda\sigma_Y$ なら $\sigma_i = \lambda\sigma_Y$, $\sigma_i < -\lambda\sigma_Y$ なら $\sigma_i = -\lambda\sigma_Y$

と収束計算中に置き換えを行う必要がある。得られた棒要素応力を再び(4.26)式に代入することで、最小荷重時の棒要素変位 $v_{\min}(x_i)$ が得られる。最小荷重時に圧縮降伏した棒要素の長さは、(4.24)式と同様の考え方で

$$l_i = v_{\min}(x_i) / (1 - \lambda\sigma_Y / E'), \quad (4.32)$$

となる。

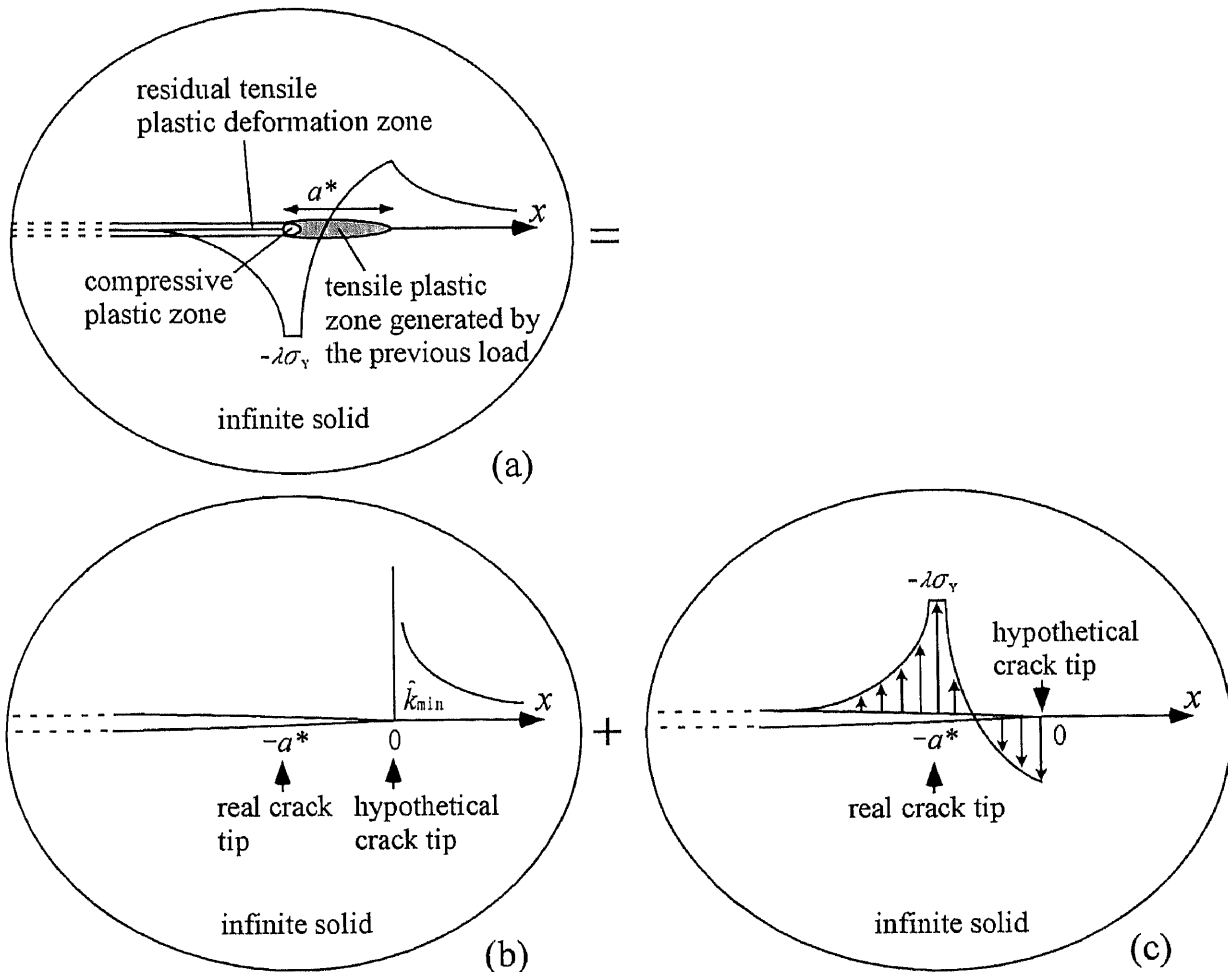


Fig.4.6 Superposition at the minimum load; (a) Original problem, (b) A semi-infinite crack having stress intensity factor \hat{k}_{\min} , (c) A semi-infinite crack subjected to internal load.

4.3.4 き裂開口/閉口荷重時の計算

負荷過程においてき裂面が完全に開口する瞬間の荷重をき裂開口荷重、除荷過程においてき裂面が最初に接触する瞬間の荷重をき裂閉口荷重と定義し、そのときの応力拡大係数をそれぞれ k_{OP} 及び k_{CL} とする。本計算モデルではき裂開口荷重時とき裂閉口荷重時の定式化は全く同じとなり、負荷過程で計算するか、それとも除荷過程で計算するかの違いだけである。そこで以後ではき裂開口荷重時のみについて説明する。

き裂開口荷重時には、実き裂面に応力は作用しないので、Fig.4.7 に示す重ね合わせが成り立つ。負荷過程において最後に実き裂面で接触を失った棒要素を第 m 要素とすると、そこでのき裂面の変位 $v_{OP}(x_m)$ が、その棒要素長さ l_m に一致した瞬間の実き裂先端での応力拡大係数を k_{OP} と定義することができる(仮想き裂先端では \hat{k}_{OP} となる)。よって

・ $i=1, \dots, k$ の要素(仮想き裂部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)}\hat{k}_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^k \sigma_j v(x_i, x_j) = (1 + \sigma_i / E')l_i, \quad (4.33)$$

・ $i=m$ の要素(き裂面接触部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_m)}\hat{k}_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^k \sigma_j v(x_m, x_j) = l_m, \quad (4.34)$$

・ $i=k+1, \dots, n; i \neq m$ の要素(実き裂部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)}\hat{k}_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^k \sigma_j v(x_i, x_j) \geq l_i, \quad (4.35)$$

が成り立つ。ここで

・ $i=1, \dots, k$ の要素(仮想き裂部)では

$$\sigma_i = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}\hat{k}_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \sigma_j v(x_i, x_j) - l_i \right\} / \left\{ \frac{l_i}{E'} + v(x_i, x_i) \right\}, \quad (4.36)$$

・ $i=k+1, \dots, n$ の要素(実き裂部)では

$$\hat{k}_{OP}'(i) = \left\{ l_i + \sum_{j=1}^k \sigma_j v(x_i, x_j) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}}{E'\sqrt{\pi}} \right\}, \quad (4.37)$$

として計算し、 $\hat{k}_{OP}'(i) (i=k+1, \dots, n)$ の中で最大となるものを \hat{k}_{OP} とすると、き裂開口時の条件を満たすことができる。

具体的な収束計算の手順を以下に示す。まず適当な初期値を $\sigma_i (i=1, \dots, k)$ 及び \hat{k}_{OP} に代入して(通

常零を代入)

$$i=1 \quad \sigma_1 = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_1)}\widehat{k}_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=2}^k \sigma_j v(x_1, x_j) - l_1 \right\} / \left\{ \frac{l_1}{E'} + v(x_1, x_1) \right\},$$

を計算し、得られた結果を基に σ_1 を更新して、以後同様の手順で

$$i=2 \quad \sigma_2 = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_2)}\widehat{k}_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^k \sigma_j v(x_2, x_j) - l_2 \right\} / \left\{ \frac{l_2}{E'} + v(x_2, x_2) \right\},$$

⋮

$$i=k \quad \sigma_k = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_k)}\widehat{k}_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_k, x_j) - l_k \right\} / \left\{ \frac{l_k}{E'} + v(x_k, x_k) \right\},$$

と計算する。このとき最小荷重時と同様に

$$\sigma_i > \lambda\sigma_Y \text{ なら } \sigma_i = \lambda\sigma_Y, \sigma_i < -\lambda\sigma_Y \text{ なら } \sigma_i = -\lambda\sigma_Y$$

と置き換えを行う必要がある。 $i=k+1, \dots, n$ の要素ではこれまでに得られた $\sigma_i (i=1, \dots, k)$ を用いて

$$i=k+1 \quad \widehat{k}_{OP}'(k+1) = \left\{ l_{k+1} + \sum_{j=1}^k \sigma_j v(x_{k+1}, x_j) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_{k+1})}}{E'\sqrt{\pi}} \right\},$$

⋮

$$i=n \quad \widehat{k}_{OP}'(n) = \left\{ l_n + \sum_{j=1}^k \sigma_j v(x_n, x_j) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_n)}}{E'\sqrt{\pi}} \right\},$$

と計算し、 $\widehat{k}_{OP}'(i) (i=k+1, \dots, n)$ の中で最大となるものを \widehat{k}_{OP} として再び $i=1$ の計算に戻る。以上の計算を計算結果が十分収束するまで繰り返す。得られた \widehat{k}_{OP} から k_{OP} は

$$k_{OP} = k_{\max} (\widehat{k}_{OP} / \widehat{k}_{\max}), \quad (4.38)$$

となり、 $\Delta K_{\text{eff}} (\Delta K_{OP})$ は

$$\Delta K_{\text{eff}} = k_{\max} - k_{OP}, \quad (4.39)$$

となる。

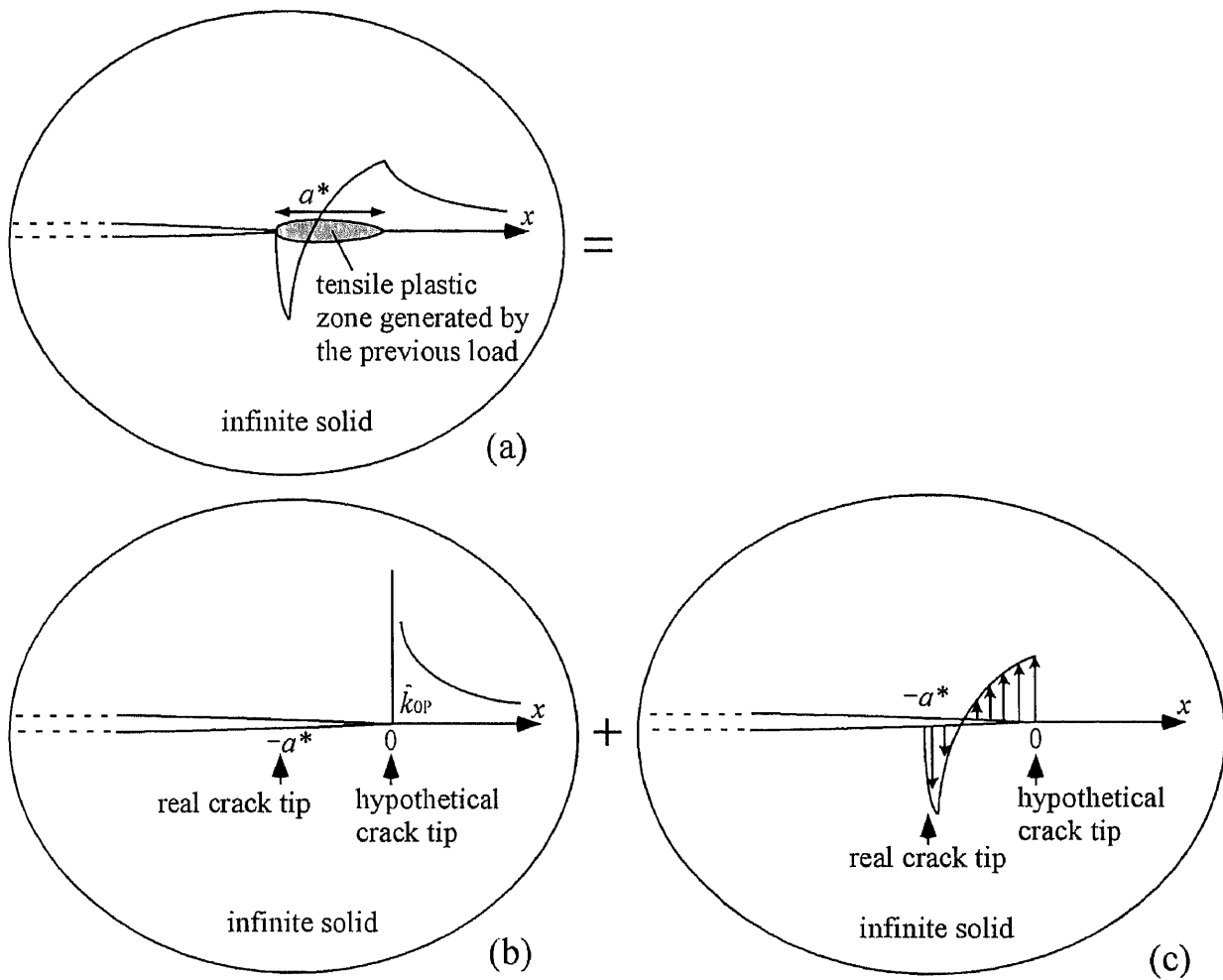


Fig.4.7 Superposition at the crack opening load; (a) Original problem, (b) A semi-infinite crack having stress intensity factor \hat{k}_{OP} , (c) A semi-infinite crack subjected to internal load.

4.3.5 RPG 荷重時の計算

負荷過程において、き裂先端に繰り返し引張塑性域が形成される瞬間の荷重を RPG 荷重 (Re-tensile Plastic zone Generated Load)¹⁷⁾¹⁹⁾と呼ぶ。本計算モデルではき裂先端の棒要素(第 k 要素)が $\lambda\sigma_Y$ となった瞬間の実き裂先端に対する応力拡大係数を k_{RPG} する(仮想き裂先端では \widehat{k}_{RPG} となる)。RPG 荷重時の重ね合わせを Fig.4.8 に示す。通常 RPG 荷重はき裂開口荷重より大きくなるが、圧縮残留応力場等の場合ではき裂が完全には開口していない状態でき裂先端に再引張塑性域が形成される場合もある。この場合、RPG 荷重からき裂開口荷重に至るまでにはき裂先端塑性域はほとんど成長せず、その間の荷重増分は主としてき裂開口のために費やされる。そのため、このような場合にはき裂開口荷重を RPG 荷重として置き換える必要がある。よって

(i) RPG 荷重 > き裂開口荷重の場合

・ $i=1, \dots, k-1$ の要素(仮想き裂部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)\widehat{k}_{\text{RPG}}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_i, x_j) - \lambda\sigma_Y v(x_i, x_k) = \left(1 + \frac{\sigma_i}{E'}\right) l_i, \quad (4.40)$$

・ $i=k$ の要素(実き裂先端)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_k)\widehat{k}_{\text{RPG}}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_k, x_j) - \lambda\sigma_Y v(x_k, x_k) = \left(1 + \frac{\lambda\sigma_Y}{E'}\right) l_k, \quad (4.41)$$

・ $i=k+1, \dots, n$ の要素(実き裂部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)\widehat{k}_{\text{RPG}}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_i, x_j) - \lambda\sigma_Y v(x_i, x_k) \geq l_i, \quad (4.42)$$

(ii) き裂開口荷重 > RPG 荷重の場合(最後に接触を失った棒要素を第 m 要素とする)

・ $i=1, \dots, k-1$ の要素(仮想き裂部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)\widehat{k}_{\text{RPG}}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_i, x_j) - \lambda\sigma_Y v(x_i, x_k) = \left(1 + \frac{\sigma_i}{E'}\right) l_i, \quad (4.43)$$

・ $i=k$ の要素(実き裂先端)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_k)\widehat{k}_{\text{RPG}}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_k, x_j) - \lambda\sigma_Y v(x_k, x_k) \geq \left(1 + \frac{\lambda\sigma_Y}{E'}\right) l_k, \quad (4.44)$$

・ $i=m$ の要素(き裂面接触部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_m)}\widehat{k}_{\text{RPG}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j \nu(x_m, x_j) - \lambda \sigma_Y \nu(x_m, x_k) = l_m, \quad (4.45)$$

・ $i=k+1, \dots, n; i \neq m$ の要素(実き裂部)では

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)}\widehat{k}_{\text{RPG}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j \nu(x_i, x_j) - \lambda \sigma_Y \nu(x_i, x_k) \geq l_i, \quad (4.46)$$

が成り立つ。ここで

・ $i=1, \dots, k-1$ の要素(仮想き裂部)では

$$\sigma_i = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}\widehat{k}_{\text{RPG}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{k-1} \sigma_j \nu(x_i, x_j) - \lambda \sigma_Y \nu(x_i, x_k) - l_i \right\} / \left\{ \frac{l_i}{E'} + \nu(x_i, x_i) \right\}, \quad (4.47)$$

・ $i=k$ の要素(実き裂先端)では

$$\widehat{k}'_{\text{RPG}}(k) = \left\{ \left(1 + \frac{\lambda \sigma_Y}{E'} \right) l_k + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j \nu(x_k, x_j) + \lambda \sigma_Y \nu(x_k, x_k) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_k)}}{E'\sqrt{\pi}} \right\}, \quad (4.48)$$

・ $i=k+1, \dots, n$ の要素(実き裂部)では

$$\widehat{k}'_{\text{RPG}}(i) = \left\{ l_i + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j \nu(x_i, x_j) + \lambda \sigma_Y \nu(x_i, x_k) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}}{E'\sqrt{\pi}} \right\}, \quad (4.49)$$

として、 $\widehat{k}'_{\text{RPG}}(i) (i=k, \dots, n)$ の中で最大となるものを \widehat{k}_{RPG} とすれば、このときき裂が完全開口かつ実き裂先端要素の応力が $\lambda \sigma_Y$ となる条件を満たす。

具体的な計算手順は、まず適当な初期値を $\sigma_i (i=1, \dots, k-1)$ 及び \widehat{k}_{RPG} に代入して(通常零を代入)

$$i=1 \quad \sigma_1 = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_1)}\widehat{k}_{\text{RPG}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=2}^{k-1} \sigma_j \nu(x_1, x_j) - \lambda \sigma_Y \nu(x_1, x_k) - l_1 \right\} / \left\{ \frac{l_1}{E'} + \nu(x_1, x_1) \right\},$$

を計算し、得られた結果を基に σ_1 を更新して、以後同様の手順で

$$i=2 \quad \sigma_2 = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_2)}\widehat{k}_{\text{RPG}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^{k-1} \sigma_j \nu(x_2, x_j) - \lambda \sigma_Y \nu(x_2, x_k) - l_2 \right\} / \left\{ \frac{l_2}{E'} + \nu(x_2, x_2) \right\},$$

・
・
・

$$\sigma_{i=k-1} = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_{k-1})}\widehat{k}_{\text{RPG}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k-2} \sigma_j v(x_{k-1}, x_j) - \lambda\sigma_Y v(x_{k-1}, x_k) - l_{k-1} \right\} / \left\{ \frac{l_{k-1}}{E'} + v(x_{k-1}, x_{k-1}) \right\},$$

と計算する。ただし、棒要素は弾完全塑性体であるので

$$\sigma_i > \lambda\sigma_Y \text{ なら } \sigma_i = \lambda\sigma_Y, \sigma_i < -\lambda\sigma_Y \text{ なら } \sigma_i = -\lambda\sigma_Y$$

と収束計算の過程で置き換えを行う必要がある。\$i=k, \dots, n\$ の要素ではこれまでに得られた \$\sigma_i (i=1, \dots, k-1)\$ を用いて

$$i=k \quad \widehat{k}_{\text{RPG}}'(k) = \left\{ \left(1 + \frac{\lambda\sigma_Y}{E'} \right) l_k + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_k, x_j) + \lambda\sigma_Y v(x_k, x_k) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_k)}}{E'\sqrt{\pi}} \right\},$$

$$i=k+1 \quad \widehat{k}_{\text{RPG}}'(k+1) = \left\{ l_{k+1} + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_{k+1}, x_j) + \lambda\sigma_Y v(x_{k+1}, x_k) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_{k+1})}}{E'\sqrt{\pi}} \right\},$$

⋮

$$i=n \quad \widehat{k}_{\text{RPG}}'(n) = \left\{ l_n + \sum_{j=1}^{k-1} \sigma_j v(x_n, x_j) + \lambda\sigma_Y v(x_n, x_k) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_n)}}{E'\sqrt{\pi}} \right\},$$

と計算し、\$\widehat{k}'_{\text{RPG}}(i) (i=k, \dots, n)\$ の中で最大となるものを \$\widehat{k}_{\text{RPG}}\$ として \$i=1\$ の計算に戻る。以上の計算を解が十分収束するまで繰り返し、得られた \$\widehat{k}_{\text{RPG}}\$ から \$k_{\text{RPG}}\$ は

$$k_{\text{RPG}} = k_{\text{max}} (\widehat{k}_{\text{RPG}} / \widehat{k}_{\text{max}}), \tag{4.50}$$

となり、\$\Delta K_{\text{RP}}\$ は

$$\Delta K_{\text{RP}} = k_{\text{max}} - k_{\text{RPG}}, \tag{4.51}$$

となる。

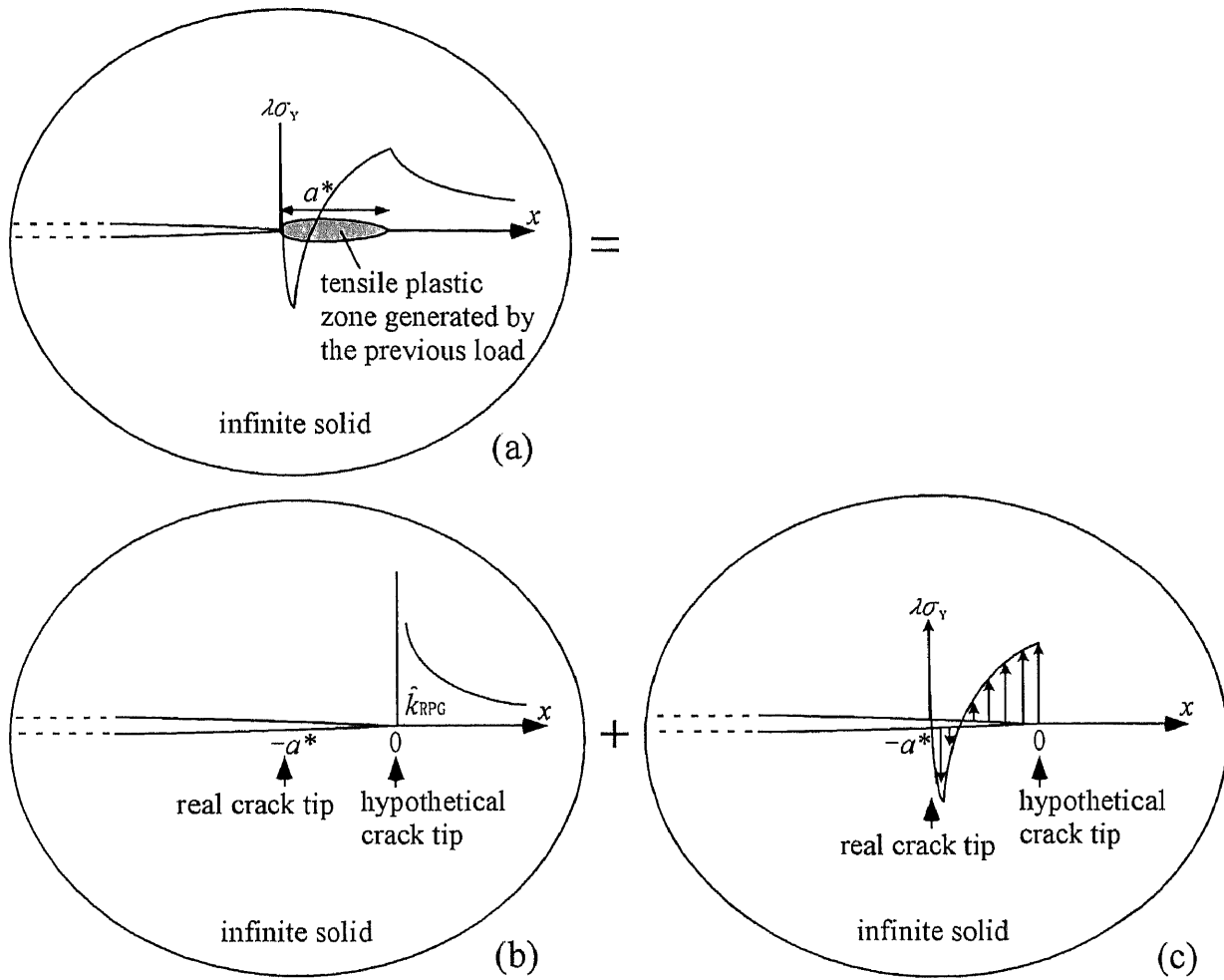


Fig.4.8 Superposition at the RPG load; (a) Original problem, (b) A semi-infinite crack having stress intensity factor \hat{k}_{RPG} , (c) A semi-infinite crack subjected to internal load.

4.4 シミュレーション手順

4.4.1 き裂開閉口シミュレーション

き裂開閉口シミュレーションの大まかな手順を Fig.4.9 に示す。本計算モデルでは各計算ステップで ΔK_{RP} を計算した後にき裂を進展させる。 ΔK_{RP} 規準の疲労き裂伝播則¹⁷⁾¹⁹⁾は次式で与えられる。

$$da/dN = C(\Delta K_{RP})^m, \quad (4.52)$$

ただし、 C, m はそれぞれ材料定数である。これより、1 計算ステップでのき裂進展量 Δc は

$$\Delta c = \Delta N \cdot da/dN, \quad (4.53)$$

となる。 ΔN は 1 計算ステップあたりの荷重の繰り返し数に対応しており、荷重順序が完全にランダムな場合は $\Delta N=1$ とする必要がある。ただし、一定振幅荷重やブロック荷重等の場合には必ずしも $\Delta N=1$ とする必要は無く、ある程度一度に繰り返し数を増加させても問題は生じない。本研究では 1 ステップあたりの最大繰り返し数増分を $\Delta N=200$ とした。

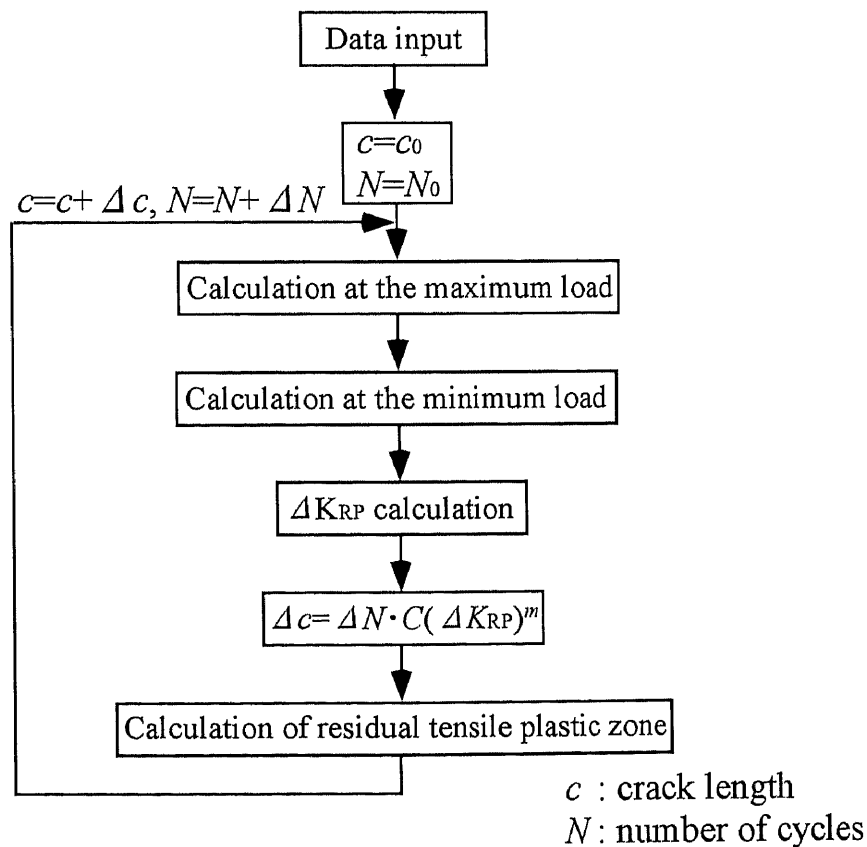


Fig.4.9 Flowchart of the crack opening/closing simulation

4.4.2 き裂進展時にき裂縁に取り込まれる棒要素長さの計算法

4.3.1節で述べたように本計算モデルでは、仮想き裂部に配置した棒要素がき裂進展によって分断されることでき裂縁に残留引張変形層を堆積させていく。棒要素をどのタイミングで切り離すかによってき裂に取り込まれる残留引張変形層の厚さは大きく変化し、当然、き裂開閉口荷重やRPG荷重にも大きく影響を及ぼす。Newman¹⁵⁾はFig.4.10(a)のように、最小荷重時にき裂を進展させる手法を採用した。しかしながら、疲労き裂進展は負荷過程におけるき裂先端での塑性変形の結果として生じるという考え方が一般的であり、この場合Fig.4.10(b)に示すように残留引張変形層厚さはNewmanのモデルよりも薄くなる。そのためNewmanは計算結果を実験に合わせるために、かなり大きな塑性拘束係数を用いて残留引張変形層を薄くする必要があったと考えられる。しかしながら、塑性拘束係数を変化させると、残留引張変形層厚さと塑性域長さとの整合性がとれなくなる可能性がある。

一方、豊貞はこのようなNewmanのモデルの問題点を指摘した上で、塑性収縮の考え方に基づいた棒要素長さの修正法を提案した¹⁷⁾¹⁸⁾。豊貞によると、除荷過程で進展した領域は降伏応力オーダの引張の結合力が解放されるため棒要素は収縮し、その収縮量はき裂進展部を含むき裂面の接触応力が完全に解放される場合の収縮量のある割合で与えられるという。本研究では豊貞とほぼ同様の手法で棒要素長さを計算する。

き裂が Δc だけ進展した直後の最小荷重時に、き裂面の接触応力が完全に解放された場合のき裂開口変位 $\tilde{v}(x_i)$ は、き裂進展後のき裂先端の棒要素を第 k' 要素とすると

$$\tilde{v}(x_i) = \frac{2\sqrt{2(-x_i)k_{\min}}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^{k'} \sigma_j v(x_i, x_j), \quad (4.54)$$

となる。ただし、応力 σ_j は最小荷重時と同様に収束計算によって求めておく必要がある。これより、完全に接触応力が解放された場合の収縮量は

$$\delta_i = v_{\min}(x_i) - \tilde{v}(x_i), \quad (4.55)$$

となる。き裂進展部の棒要素長さは δ_i の κ 倍だけ収縮するとして

$$l_i = \frac{1}{1 - \lambda\sigma_y/E'} (v_{\min}(x_i) - \kappa\delta_i), \quad (4.56)$$

ただし

$$\kappa = \begin{cases} \alpha(\gamma_e/\gamma_{pi})^n & (\alpha(\gamma_e/\gamma_{pi})^n < 1 \text{の場合}) \\ 1 & (\alpha(\gamma_e/\gamma_{pi})^n \geq 1 \text{の場合}), \end{cases} \quad (4.57)$$

となる。ただし、 γ_e は現在最も前方にある塑性域長さ、 γ_{pi} は現荷重サイクルでの引張塑性域長さ、 α, n は定数である。定数 α, n 一定振幅荷重下での疲労試験結果を基に決定する必要がある。

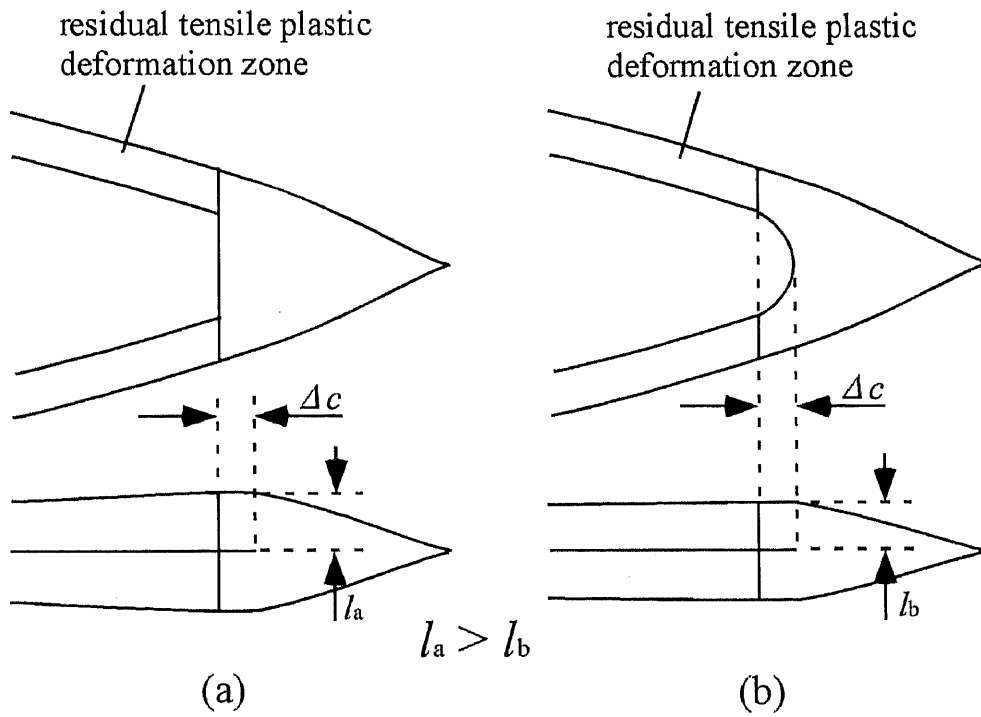


Fig.4.10 Difference of the thickness of the residual tensile plastic deformation zone;
 (a) crack extension at the minimum load, (b) crack extension during the loading process.

4.4.3 き裂開閉口モデルの CP-System への結合

CP-System に本研究で考案したき裂開閉口モデルを結合し、自動プログラムを作成した。従来の CP-System では加藤の式と修正 Paris-Elber 則を用いてき裂伝播寿命の計算をしていた部分を、疲労き裂開閉口シミュレーションによって置き換えたものとなる。シミュレーション手順を以下に示す(Fig.4.11 参照)。

- ① データ入力：GUIを用いた専用プリプロセッサによりき裂伝播領域、初期き裂形状、材料定数、溶接残留応力等を入力する。き裂が伝播しない周辺領域はスーパーエレメントとして取り込む。このとき負荷荷重の情報はスーパーエレメントに含まれることになる。
- ② メッシュ分割：き裂伝播領域において改良Paving法により四辺形有限要素が自動生成される。本研究ではき裂伝播領域にはメンブレイン要素を使用し、各領域は構造体の剛性マトリックスの成分に比べ十分大きな剛性係数を有する棒要素によって結合される。
- ③ 有限要素解析：外荷重に対する問題、残留応力に対する問題、Buecknerの基本場に対する問題及び有限要素解と解析解の重ね合わせのための補助問題をそれぞれ有限要素解析によって解き、き裂先端近傍の応力を求める。
- ④ き裂先端応力場の解析：有限要素解と解析解の重ね合わせ法により、外荷重と残留応力に対するき裂先端応力場パラメータ(応力拡大係数 k_I, k_{II} 、一様応力項 T 及びき裂先端からの距離の平方根に比例する項 b_I, b_{II})及びBuecknerの基本場に対する応力拡大係数 $\bar{k}_{i\mu}^{lm}(\lambda, \mu=I, II; l, m=1, \dots, M)$ をそれぞれ算出する。
- ⑤ き裂開閉口シミュレーション：き裂開閉口シミュレーションによって前ステップから現在までのき裂伝播寿命を求める。き裂開閉口シミュレーションに必要なき裂先端応力場パラメータ等は前ステップと現ステップにおいて有限要素解析で得た値を線形内挿して用いる。
- ⑥ き裂状態のチェックとき裂進展長さの再設定： K_{II} と K_I の割合、 K_I の前ステップに対する変化率、複数き裂間の繰り返し数の誤差をチェックし、許容値を超えた場合はき裂進展長さを再設定して②に戻る。
- ⑦ き裂伝播経路の推定：疲労き裂伝播則によって各き裂のき裂進展長さを決定後、(2.58)式によってき裂進展経路を決定する。
- ⑧ き裂進展経路に沿ってき裂を伸ばし、②に戻る。

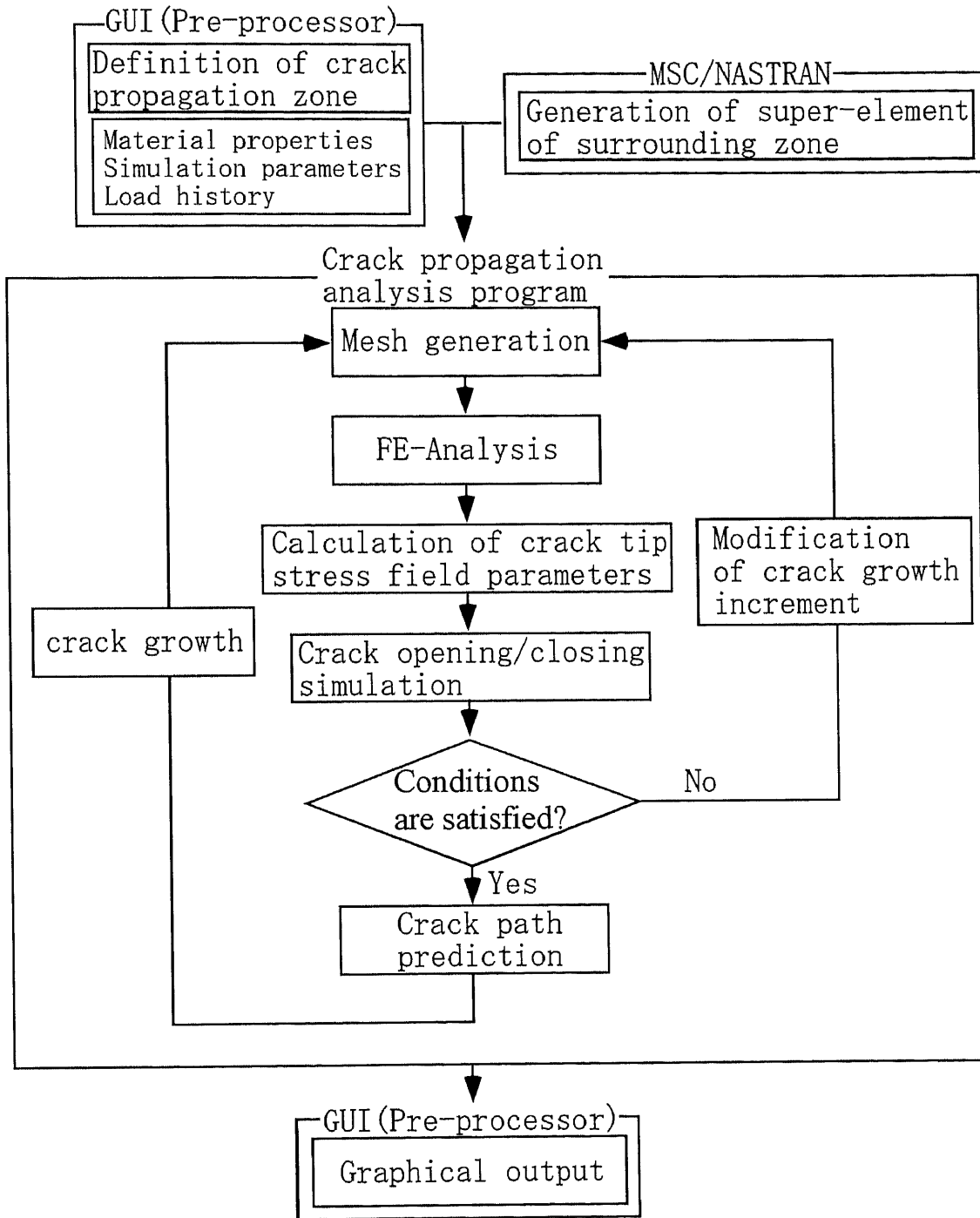


Fig.4.11 Flowchart of the CP-System combined with crack opening/closing simulation.

第5章 き裂開閉口モデルの妥当性について

5.1 Budiansky と Hutchinson による解析解¹³⁾との比較

Budiansky と Hutchinson は半無限き裂に対する Dugdale モデル(き裂結合力モデル)を応用して、残留引張変形層を有するき裂の境界条件を定義し、Muskhelishvili の応力関数⁴⁸⁾を用いて疲労き裂開閉口挙動を解析した。Budiansky と Hutchinson は応力拡大係数が定常状態(K_{\max} 及び K_{\min} が常に一定)で進展する疲労き裂に対して、Fig.5.1 に示す境界条件を仮定した。 K_{\max} に対する仮想き裂部の変位 $v_{\max}(x)$ が K_{\min} に対する除荷弾性域の変位にそのまま適用されており、残留引張変形層の厚さは実き裂部の全域において l_R の一定値であることから、このき裂開閉口モデルは本研究で提案する数値計算モデルにおいて棒要素を剛完全塑性体とした場合と等価であると考えられる。そこで本節では、定常状態で進展する疲労き裂に対する剛完全塑性体を用いた数値計算モデルを示し、それにより得られる解と Budiansky と Hutchinson の解との整合性を確かめる。

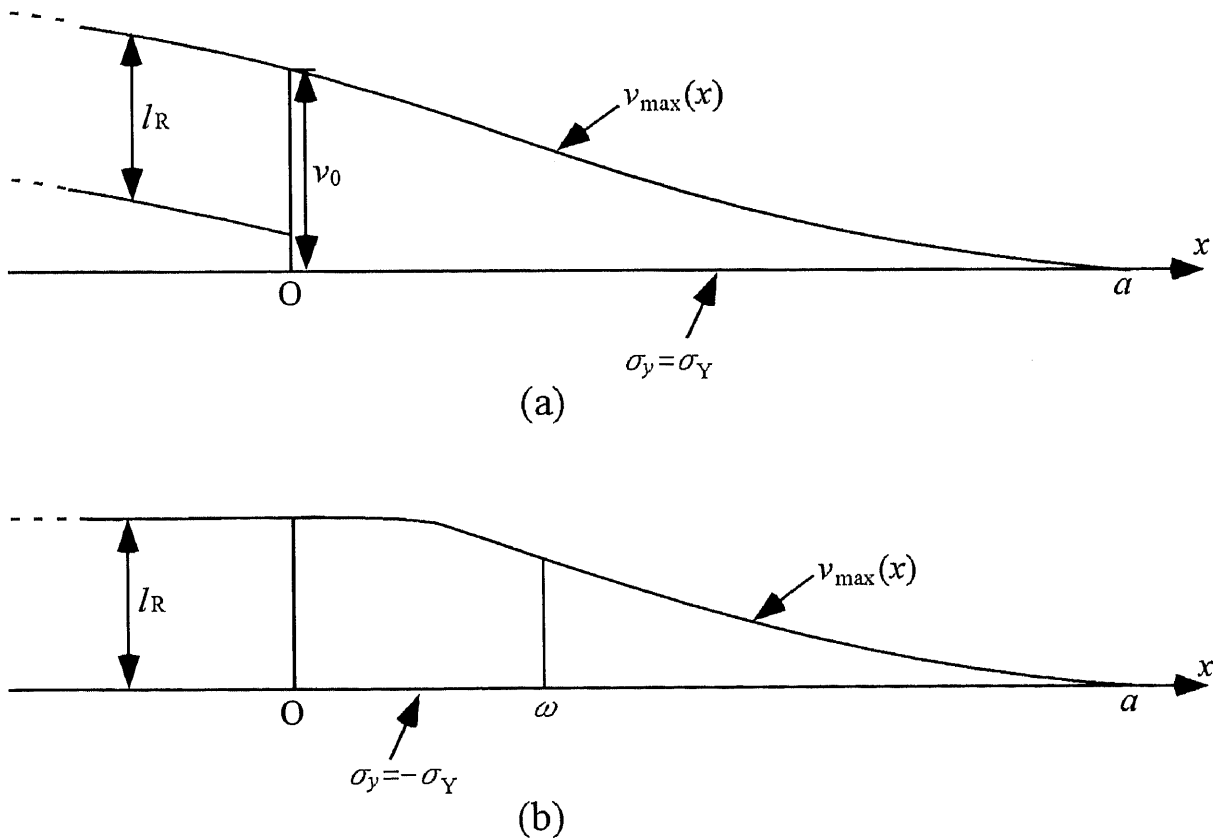


Fig.5.1 Boundary conditions of a growing crack; (a) $K = K_{\max}$, (b) $K = K_{\min}$.

5.1.1 数値計算モデルの定式化

半無限き裂に応力拡大係数 K_{\max} が作用した時のき裂先端塑性域長さは

$$a = (\pi/8)(K_{\max} / \sigma_Y)^2, \quad (5.1)$$

となる。ここに σ_Y は材料の降伏応力であり、塑性拘束係数はここでは考慮していない。このときのき裂開口変位は

$$v_{\max}(x) = \frac{2\sqrt{2(-x)}K_{\max}}{E'\sqrt{\pi}} - \frac{2\sigma_Y}{\pi E'} \int_0^a \ln \left| \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{-x}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{-x}} \right| d\xi, \quad (5.2)$$

ただし

$$E' = \begin{cases} E & \text{for plane stress} \\ E/(1-\nu^2) & \text{for plane strain,} \end{cases} \quad (5.3)$$

である。ここで、き裂先端開口変位 v_0 は(5.2)式に $x=-a$ を代入したものとなる。これよりき裂先端塑性域内の棒要素長さ $l_i (i=1, \dots, k)$ は

$$l_i = v_{\max}(x_i), \quad (5.4)$$

となる。また実き裂部の棒要素長さは $l_i (i=k+1, \dots, n)$ は、実き裂部内で一様であるので

$$l_i = l_R, \quad (5.5)$$

とする。ただし l_R はこの時点では未知数である。

K_{\min} が作用した時のき裂開口変位は第 j 要素に働く一定直応力を σ_j とすると

$$v_{\min}(x_i) = \frac{2\sqrt{2(-x_i)}K_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^n \sigma_j v(x_i, x_j), \quad (5.5)$$

ただし

$$v(x_i, x_j) = \frac{2}{\pi E'} \int_{-b_i}^{-b_{j+1}} \ln \left| \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{-x_i}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{-x_i}} \right| d\xi, \quad (5.6)$$

である。(5.6)式の解は(4.28)式により与えられる。仮想き裂部の除荷弾性域及び残留引張変形層域では、き裂開口変位は棒要素長さに一致するので

$$\frac{2\sqrt{2(-x_i)}K_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{j=1}^n \sigma_j v(x_i, x_j) = l_i, \quad (5.7)$$

が成り立つ。これを書き直すと

$$\sigma_i = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}K_{\min}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_j \nu(x_i, x_j) - l_i \right\} / \nu(x_i, x_i), \quad (5.8)$$

となる。(5.8)式は Gauss-Seidel 法により解くことができる。その際、棒要素は剛完全塑性体であり、実き裂部では引張荷重を受け持たないので

- ・ $x_i < -a^*$ (実き裂内) では $\sigma_i > 0$ なら $\sigma_i = 0$, $\sigma_i < -\sigma_Y$ なら $\sigma_i = -\sigma_Y$
- ・ $-a^* < x_i < 0$ (仮想き裂内) では $\sigma_i > \sigma_Y$ なら $\sigma_i = \sigma_Y$, $\sigma_i < -\sigma_Y$ なら $\sigma_i = -\sigma_Y$

と収束計算の過程で置き換えを行う必要がある。

ただし、これでは実き裂部の棒要素長さ l_R が定まらない。そこで実き裂先端の実き裂側要素(第 $k+1$ 要素)の応力は、実き裂先端の仮想き裂側に生じる圧縮降伏応力 $-\sigma_Y$ から滑らかに接続される必要があることから、

$$-0.99\sigma_Y < \sigma_{k+1} < -\sigma_Y, \quad (5.9)$$

という条件を加え、これを満たす棒要素長さ l_R を以下のように探索すればよい。まず l_R に初期値としてき裂先端開口変位 v_0 を代入して、(5.8)式を Gauss-Seidel 法により計算した後、得られた σ_{k+1} から

$$\sigma_{k+1} = -\sigma_Y \text{ の場合は } l_R \rightarrow l_R - 0.5l_R$$

$$\sigma_{k+1} > -0.99\sigma_Y \text{ の場合は } l_R \rightarrow l_R + 0.5l_R$$

と l_R を再設定する。探索の回数を i とすると、以後も同様にして

$$\sigma_{k+1} = -\sigma_Y \text{ の場合は } l_R \rightarrow l_R - (0.5)^i l_R$$

$$\sigma_{k+1} > -0.99\sigma_Y \text{ の場合は } l_R \rightarrow l_R + (0.5)^i l_R$$

という置き換えを(5.9)式が満たされるまで繰り返せばよい。

圧縮塑性域のサイズ ω は圧縮降伏している棒要素の範囲によって定めることができる。圧縮降伏した棒要素の中で最も前方にある要素を第 c 要素とすると、

$$\omega = b_c + a, \quad (5.10)$$

となる。ここに b_c は第 c 要素の前端の座標値である。ただし、この ω の計算法では棒要素サイズ以下の精度を得ることはできない。

き裂開口/閉口荷重時の計算法

き裂開口及び閉口荷重時に満たすべき境界条件を Fig.5.2(a)及び(b)にそれぞれ示す。き裂開口荷重時に対応する応力拡大係数が K_{OP} 、き裂閉口荷重時に対するものが K_{CL} となる。き裂開口荷重時に最後に接触を失う位置は必ずき裂先端であるのに対し、き裂閉口荷重時に最初に接触する位置はき裂先端からわずかに離れた位置となる。そこで、き裂開口荷重時に最後に接触を失う位置をき裂閉口荷重時と同様に未知であると考えれば、これらは全く同様の定式化とすることが可能であり、負荷過程において計算する場合はき裂開口荷重、除荷過程の場合はき裂閉口荷重にそれぞれ対応する。以下にはき裂開口荷重時に対する定式化を示す。負荷過程において最後に接触を失

った棒要素を第 m 要素とすると、そこでのき裂面の変位 $v_{OP}(x_m)$ が、その棒要素長さ l_m に一致した瞬間の応力拡大係数が K_{OP} となる。そこで

・ $i=1, \dots, k$ の要素では

$$\sigma_i = \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}K_{OP}}{E'\sqrt{\pi}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \sigma_j v(x_i, x_j) - l_i \right\} / v(x_i, x_i), \quad (5.11)$$

・ $i=k+1, \dots, n$ の要素では

$$K_{OP}'(i) = \left\{ l_i + \sum_{j=1}^k \sigma_j v(x_i, x_j) \right\} / \left\{ \frac{2\sqrt{2(-x_i)}}{E'\sqrt{\pi}} \right\}, \quad (5.12)$$

として、これを Gauss-Seidel 法により計算し、得られた $K_{OP}'(i)(i=k+1, \dots, n)$ の中で最大となるものを K_{OP} とすればき裂が完全開口となる条件を満たせる。ただしその収束計算の過程で

$$\sigma_i > \lambda\sigma_Y \text{ なら } \sigma_i = \lambda\sigma_Y, \sigma_i < -\lambda\sigma_Y \text{ なら } \sigma_i = -\lambda\sigma_Y$$

と置き換える必要がある。

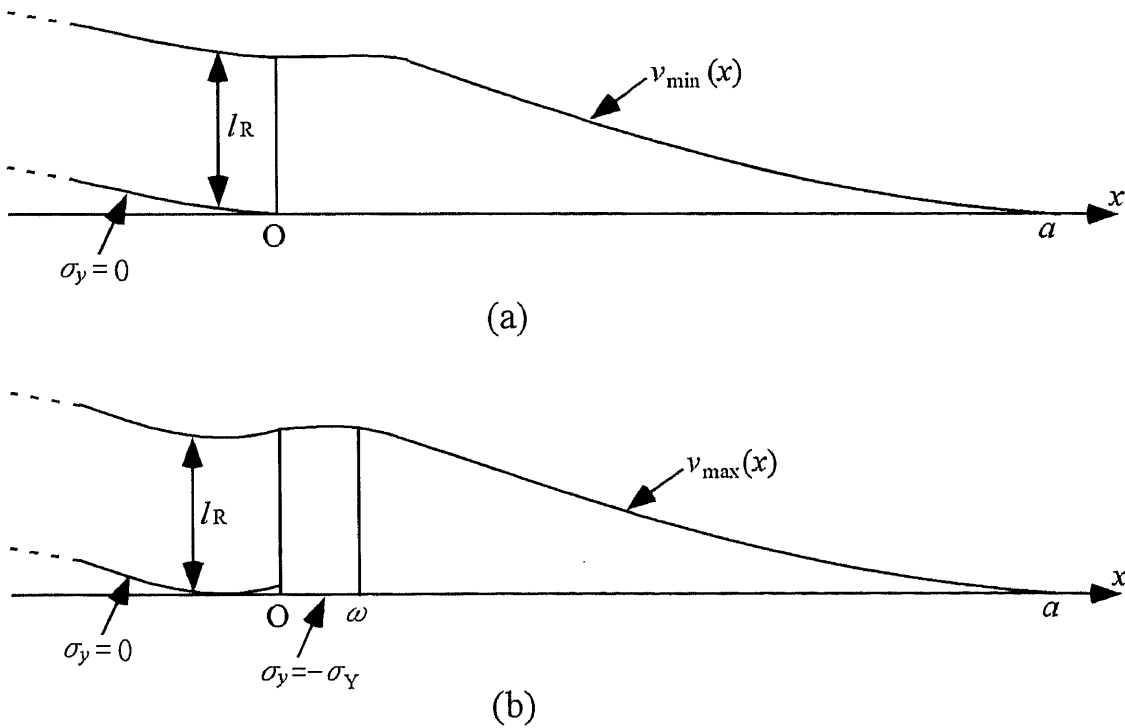


Fig.5.2 Boundary condition of a growing crack; (a) $K = K_{OP}$, (b) $K = K_{CL}$.

5.1.2 計算条件

本計算では棒要素の総数を 100 本とし、それらを仮想き裂部と実き裂部にそれぞれ 50 本ずつ配置した(すなわち $n=100$ 、 $k=50$ となる。棒要素配置の定義は Fig.4.4 参照)。実き裂部において棒要素を配置する範囲 h の影響を検討するために、 $h=1, 5, 10, 30, 100\text{mm}$ の 5 ケースを考慮した。仮想き裂部では第 k 要素のサイズを $1\mu\text{m}$ 、第 $k-1$ 要素を $4\mu\text{m}$ としてそれぞれ固定し、残りの要素(第 $1\sim k-2$ 要素)は均等に分割した。実き裂部では第 $k+1$ 要素のサイズを $1\mu\text{m}$ 、第 $k+2$ 要素は $4\mu\text{m}$ としてそれぞれ固定し、残りの要素(第 $k+3\sim n$ 要素)は実き裂先端から離れるに従い徐々に粗くした。計算パラメータは

応力拡大係数： $K_{\max}=10$, $K_{\min}=0$ [$\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$]

ヤング率： $E=206$ [GPa]、ポアソン比： $\nu=0.3$ 、降伏応力： 352 [MPa]

とした。(5.1)式より本計算例の最大荷重時の塑性域サイズは $a=0.317\text{mm}$ となる。

5.1.3 計算結果と考察

Table5.1 に $h=1, 5, 10, 30, 100\text{mm}$ に対する K_{OP}/K_{\max} , K_{CL}/K_{\max} , l_R/v_0 , ω/a の計算結果を示す。最下段には Budiansky と Huchinson による解を示しており、括弧内の数値は計算結果の Budiansky と Huchinson の解に対する誤差を表している。 $h=1\text{mm}$ の場合にやや誤差が生じることを除けば、本数値計算モデルによる結果は Budiansky と Huchinson の解と非常に良く一致している。

Figs.5.3~5.5 に $h=1, 10, 100\text{mm}$ の最小荷重時に対するき裂面の応力分布をそれぞれ示す。 $h=10, 100\text{mm}$ では実き裂面の応力はき裂先端から離れるに従い零に漸近しているのに対し、 $h=1\text{mm}$ ではき裂先端から最も離れた要素(第 n 要素)において -180MPa 程度のかかなり高い圧縮応力を示している。このため $h=1\text{mm}$ の場合は残留引張変形層厚さがやや薄くなり、 K_{OP} 及び K_{CL} は低めに計算されたと考えられる。これより、 K_{OP} 及び K_{CL} を精度良く求めるためには、 h は引張塑性域に比べて十分大きくする必要があると考えられる。

$h=10\text{mm}$ の計算モデルによる応力拡大係数の各段階に対する $x=-1\sim 0\text{mm}$ の領域における応力分布を Figs.5.6~5.8 に、き裂開口変位を Figs.5.9~5.12 にそれぞれ示す。これらは Fig.5.1 及び 5.2 の境界条件を満たしており、妥当な結果であるといえる。また応力分布は滑らかに計算されており、棒要素の配置方法も適切であると考えられる。以上より、本研究で提案するき裂開閉口の数値計算モデルと Budiansky と Huchinson モデルの解の整合性を確認することができた。

Table 5.1 Results of the numerical simulations.

	h/a	K_{OP}/K_{max} (error)	K_{CL}/K_{max} (error)	l_R/v_0 (error)	ω/a (error)
h=1mm	3.15	0.55 (1.26%)	0.476 (1.45%)	0.852 (0.47%)	0.0925 (0.43%)
h=5mm	15.8	0.557 (0%)	0.484 (0.21%)	0.857 (0.12%)	0.0925 (0.43%)
h=10mm	31.5	0.557 (0%)	0.485 (0.41%)	0.857 (0.12%)	0.0925 (0.43%)
h=30mm	94.6	0.557 (0%)	0.485 (0.41%)	0.857 (0.12%)	0.0925 (0.43%)
h=100mm	315	0.556 (0.18%)	0.484 (0.21%)	0.857 (0.12%)	0.0925 (0.43%)
Budiansky & Huchinson	—	0.557	0.483	0.856	0.0929

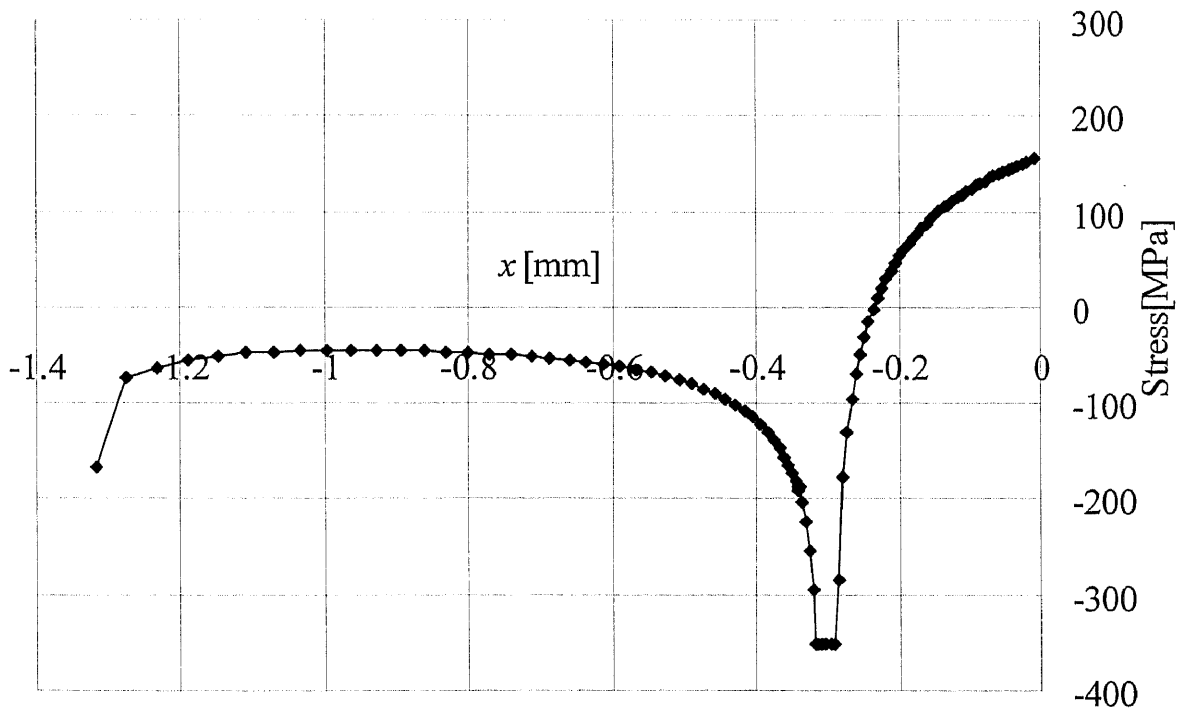


Fig.5.3 Stress distribution of the crack surface at $K=K_{min}$ ($h=1$ mm).

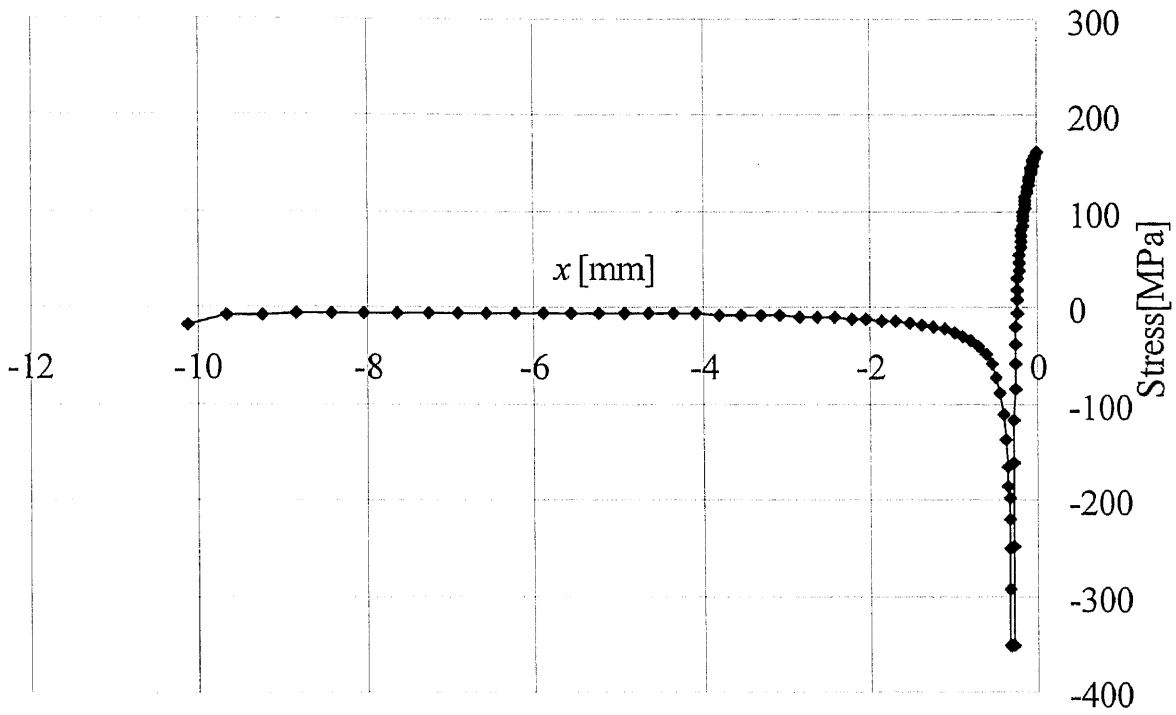


Fig.5.4 Stress distribution of the crack surface at $K=K_{\min}$ ($h=10\text{mm}$).

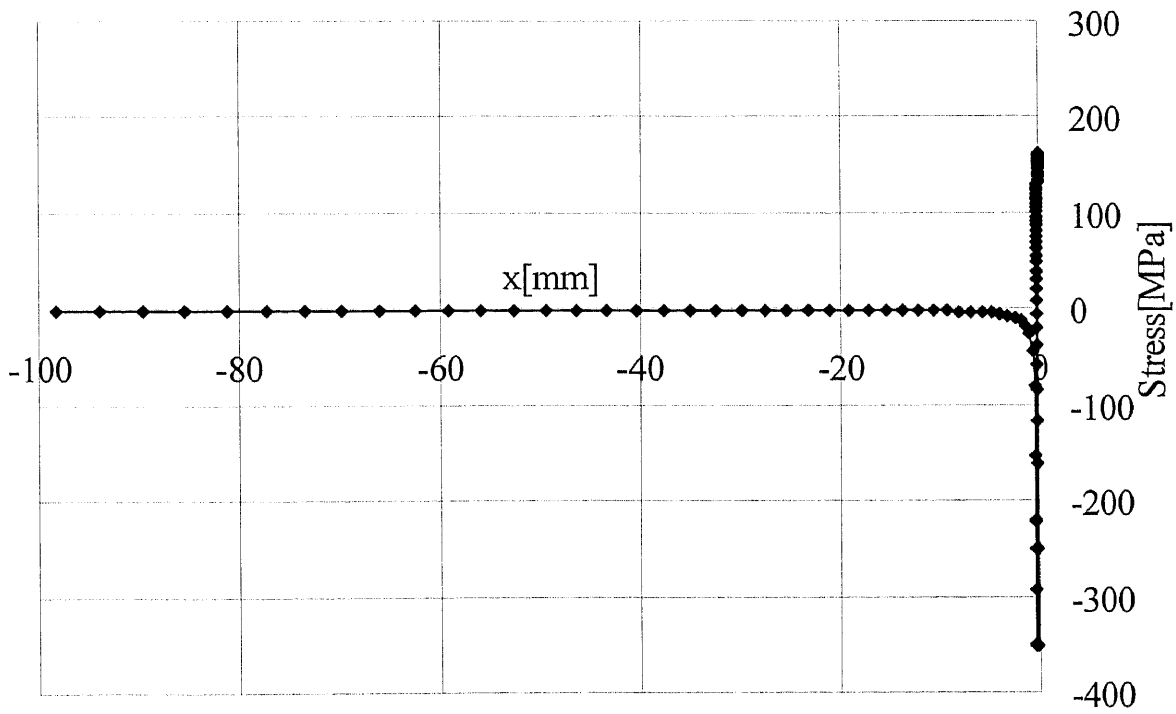


Fig.5.5 Stress distribution of the crack surface at $K=K_{\min}$ ($h=100\text{mm}$).

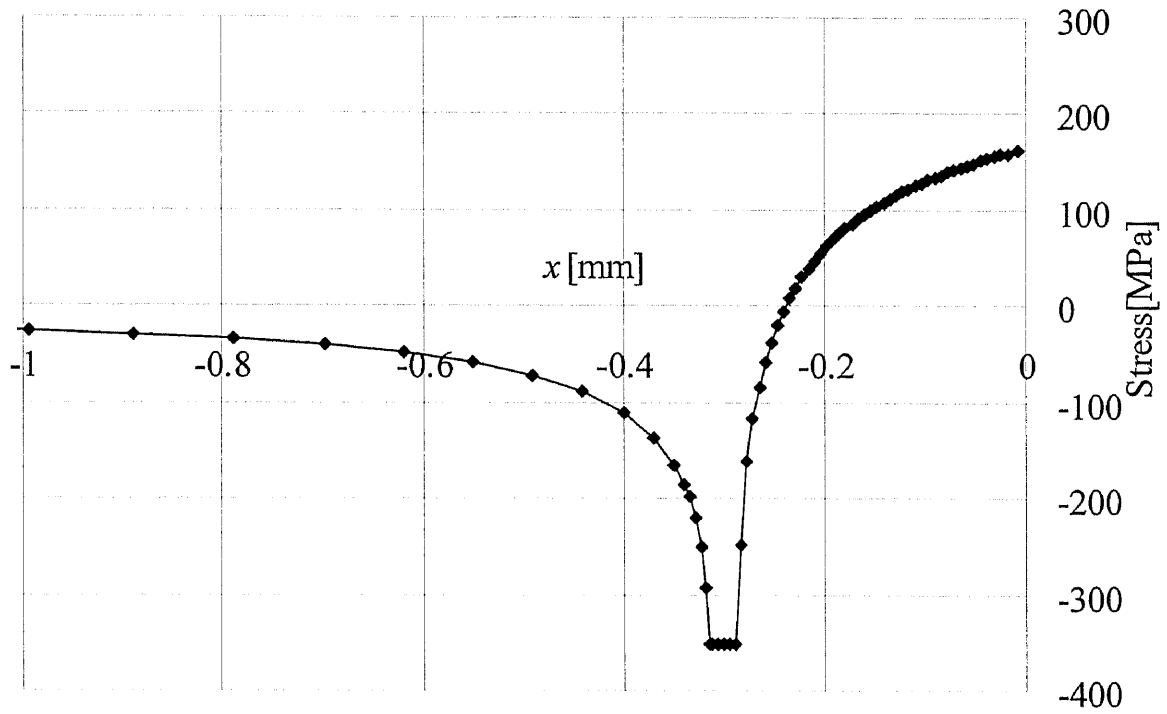


Fig.5.6 Stress distribution of the crack surface at $K=K_{\min}$ ($h=10\text{mm}$, $x=-1\sim 0\text{mm}$).

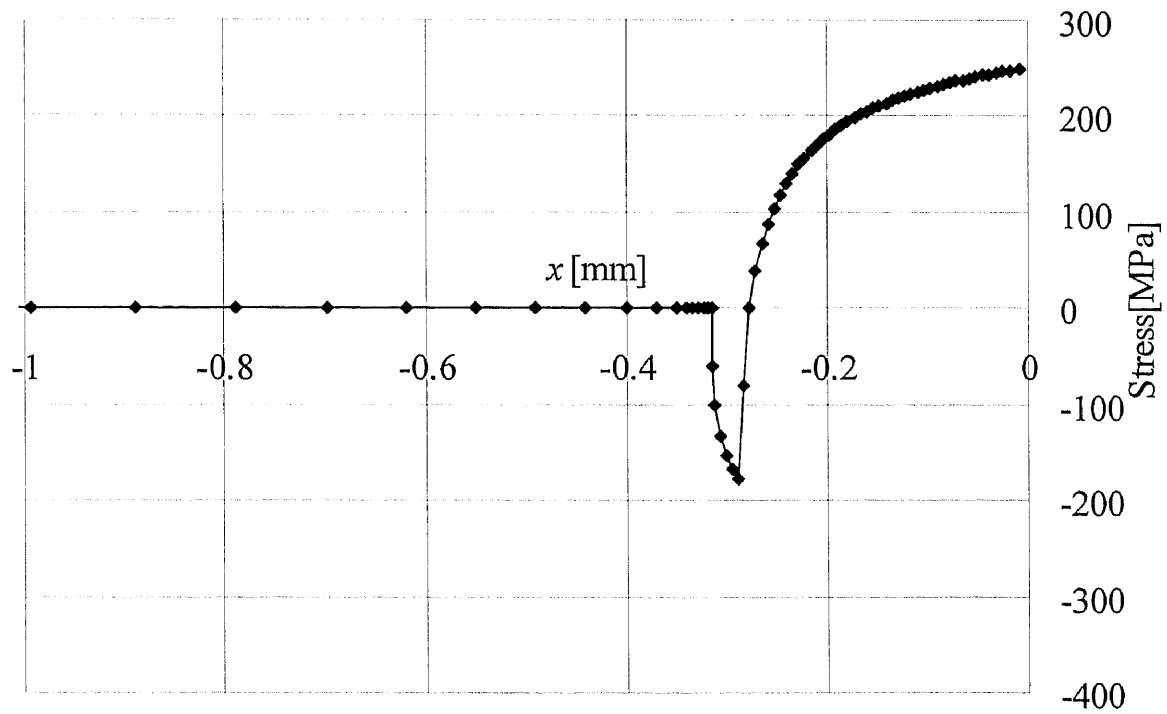


Fig.5.7 Stress distribution of the crack surface at $K=K_{\text{OP}}$ ($h=10\text{mm}$, $x=-1\sim 0\text{mm}$).

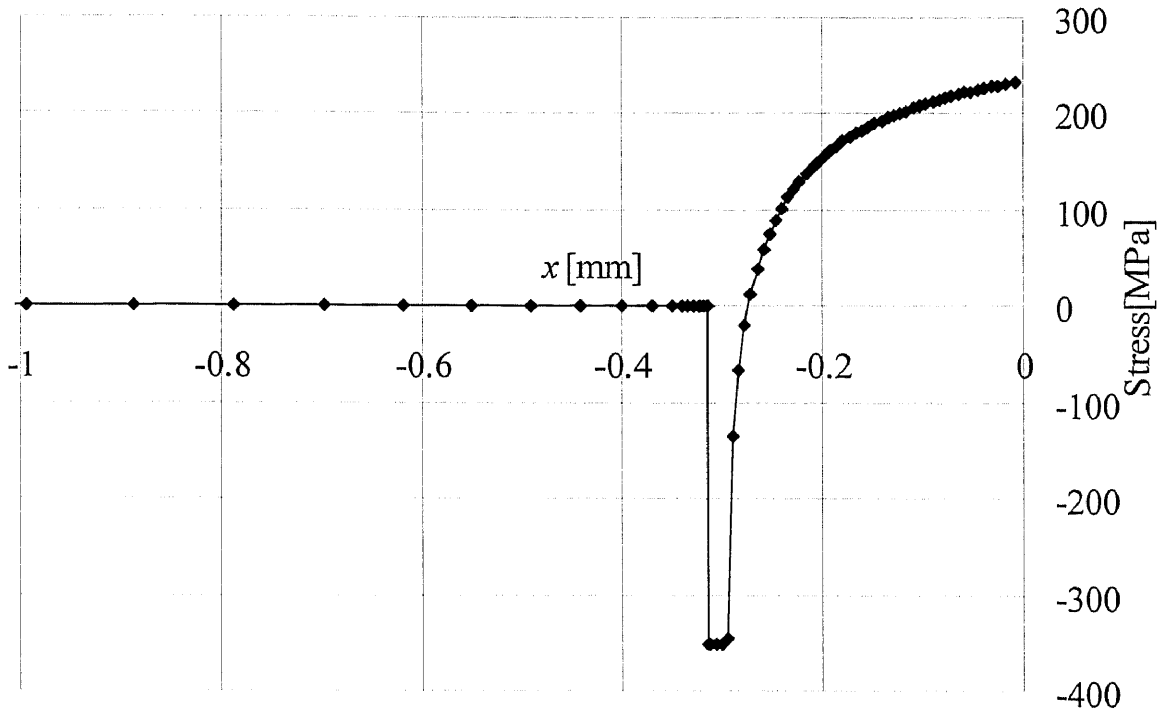


Fig.5.8 Stress distribution of the crack surface at $K=K_{CL}$ ($h=10\text{mm}$, $x=-1\sim 0\text{mm}$).

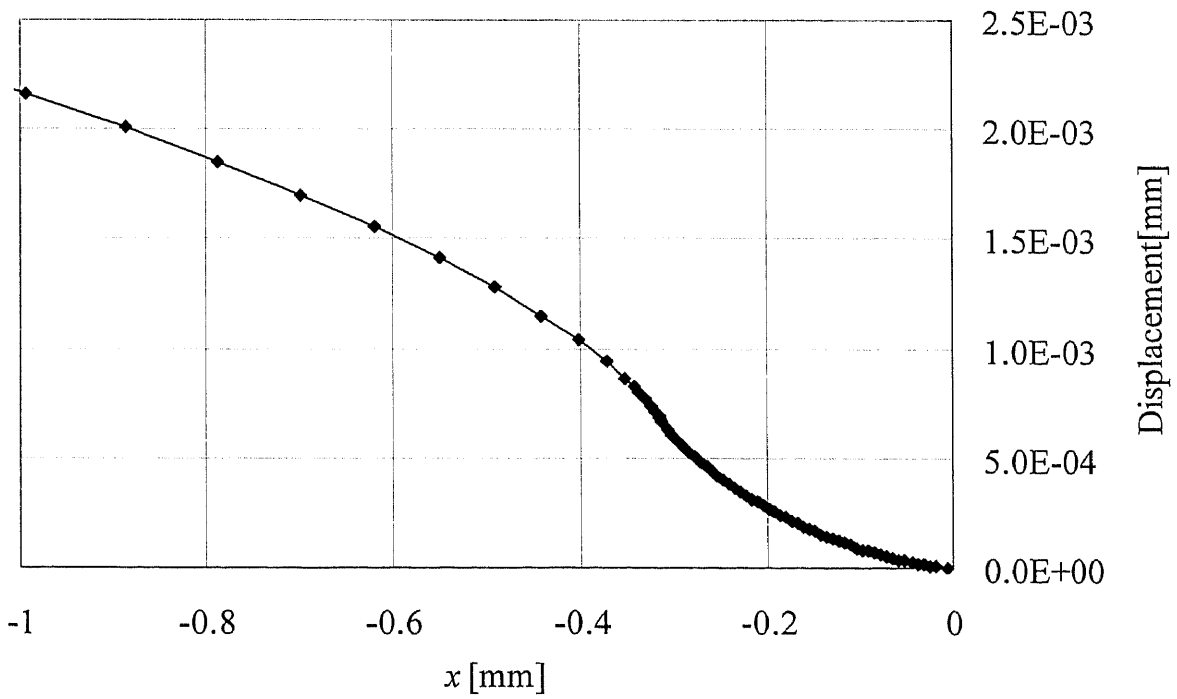


Fig.5.9 Displacement of the crack surface at $K=K_{max}$ ($h=10\text{mm}$).

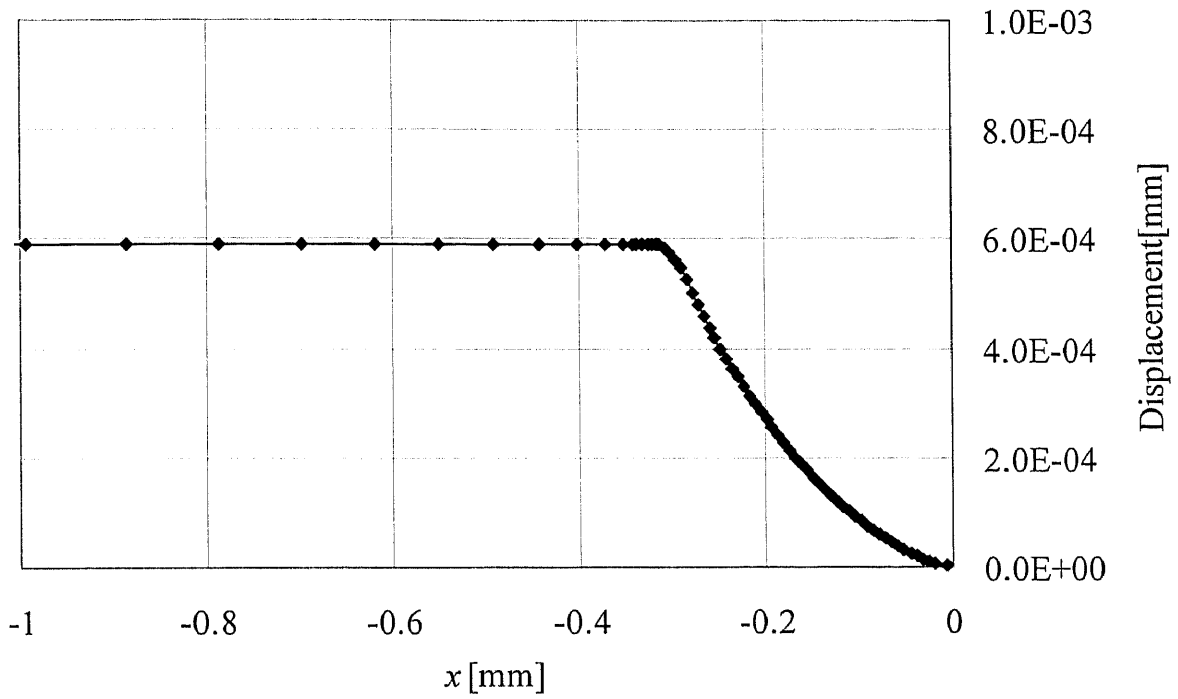


Fig.5.10 Displacement of the crack surface at $K=K_{\min}$ ($h=10\text{mm}$).

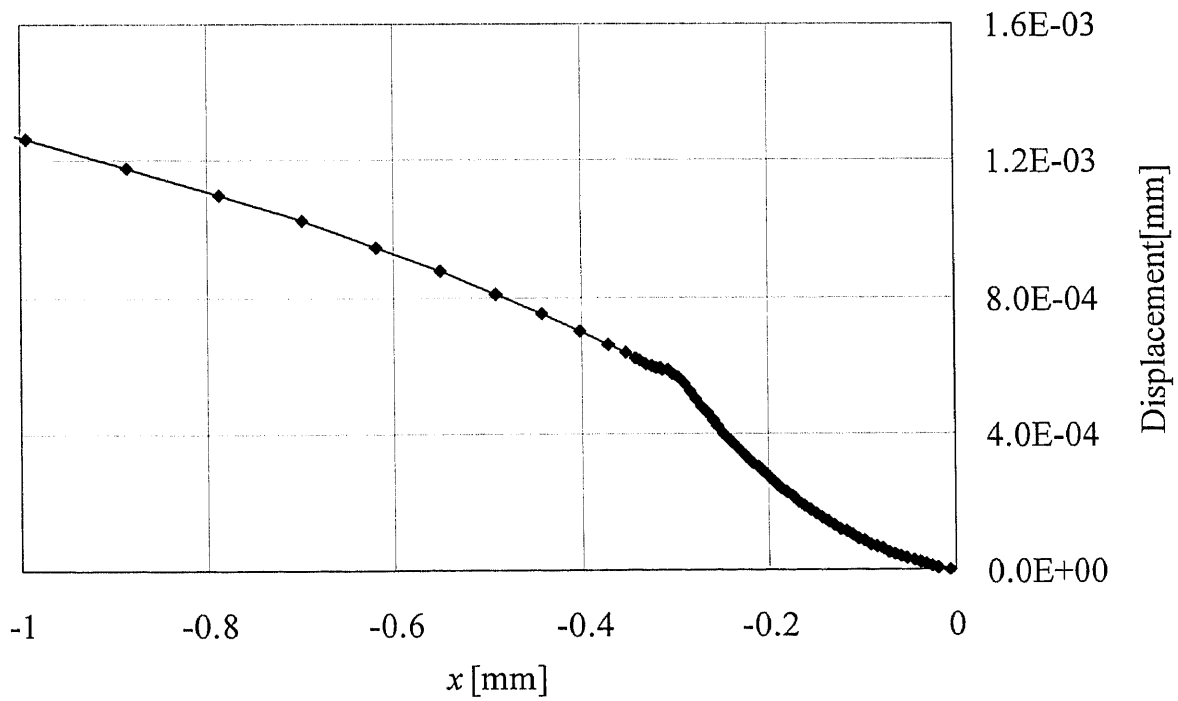


Fig.5.11 Displacement of the crack surface at $K=K_{OP}$ ($h=10\text{mm}$).

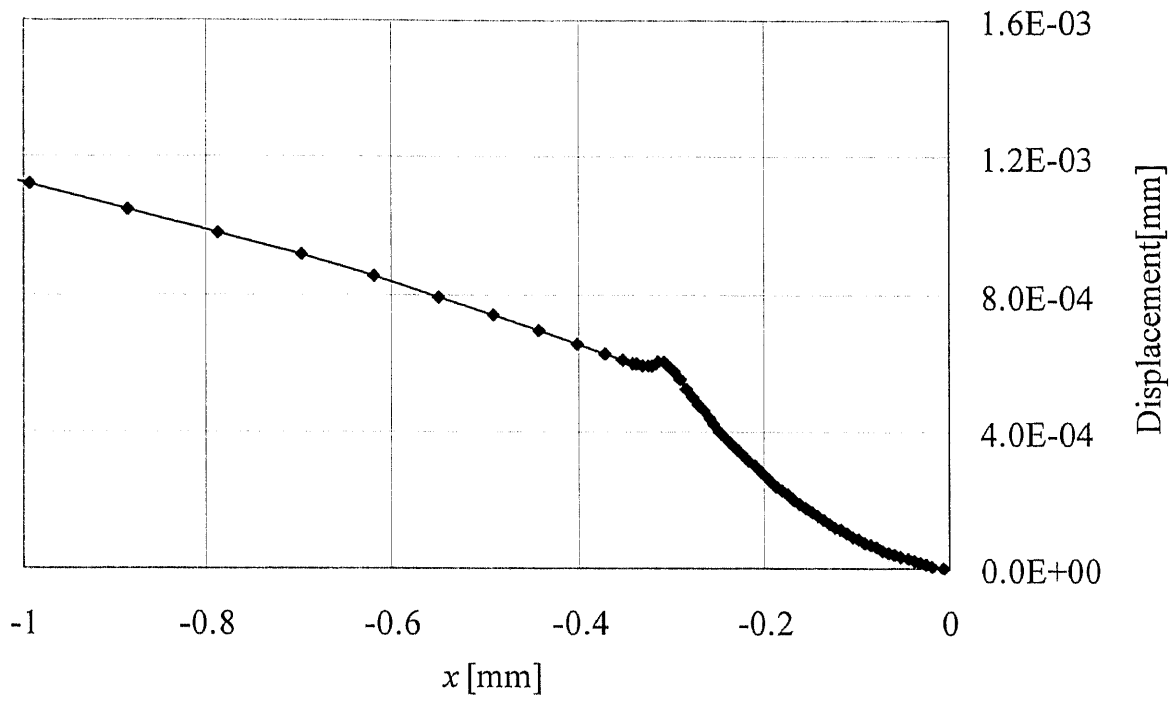


Fig.5.12 Displacement of the crack surface at $K=K_{CL}$ ($h=10\text{mm}$).

5.2 FLARP との比較

豊貞らは、疲労き裂伝播速度を律するパラメータとして ΔK_{RP} (き裂先端に引張塑性域が形成される区間に対応した応力拡大係数範囲) が適切であることを提唱するとともに、疲労き裂開閉口シミュレーションに基づく ΔK_{RP} の計算法及び疲労き裂伝播寿命の推定法を確立した¹⁷⁾¹⁹⁾²⁰⁾。この手法に基づいて開発されたプログラム「FLARP(Fatigue Life Assessment by RPG load)」は、変動振幅荷重下での疲労き裂伝播寿命を高精度に推定できることが実験との比較により確認されている。現在、FLARP の最も初期のバージョン FLARP I Version01 は一部のユーザーに配布されており、実構造の疲労強度設計に対する適用が本格化しつつある。本節では、本研究で提案する疲労き裂伝播寿命推定法の妥当性を確認するために、種々の荷重条件下での CCT 試験片の疲労き裂伝播挙動について解析し、その結果を FLARP による結果と比較する。

5.2.1 計算条件

Fig.5.13 に CCT 試験片の解析モデルを示す。初期き裂長さは $2a=10\text{mm}$ とし、掴み部は他に比べて十分剛であるとして、ヤング率を通常の 100 倍とした。Fig.5.14 にき裂伝播領域及び周辺領域のメッシュ分割図を示す。本計算の逐次有限要素解析は全 11 ステップであった。本計算では平面応力状態を仮定し、以下の計算パラメータを使用した。

き裂伝播定数(ΔK_{RP} 規準) : $C=3.514 \times 10^{-11}$, $m=2.692$ (SI 単位)

ヤング率 : $E=206[\text{GPa}]$, ポアソン比 : $\nu=0.3$, 降伏応力 : $\sigma_Y=352[\text{MPa}]$,

塑性拘束係数 : $\lambda=1.04$, 塑性収縮に関するパラメータ : $\alpha=0.1$, $n=0.1$

棒要素を配置する範囲 : $h=50[\text{mm}]$

き裂開閉口シミュレーションにおける棒要素は 5.1 節と同様に仮想き裂部と実き裂部にそれぞれ 50 本ずつ配置した ($n=100$, $k=50$)。仮想き裂部では第 k 要素のサイズを $1\mu\text{m}$ 、第 $k-1$ 要素を $4\mu\text{m}$ としそれぞれ固定し、残りの要素(第 $1\sim k-2$ 要素)は均等に配置した。実き裂部では Fig.5.15 に示すように最初の計算ステップとそれ以後では分割法が異なる。最初のステップでは第 $k+1$ 要素のサイズを $1\mu\text{m}$ 、第 $k+2$ 要素は $4\mu\text{m}$ としそれぞれ固定し、残りの要素(第 $k+3\sim n$ 要素)は実き裂先端から離れるに従い徐々に粗くした。2 ステップ目以降では、き裂進展によって新たにき裂面となった領域に 5 本の棒要素(第 $k+1\sim k+5$ 要素)を均等に配置し、残りの部分には 45 本の棒要素(第 $k+6\sim n$ 要素)を実き裂先端から離れるに従い徐々に粗くなるように配置した。以後のき裂開閉口シミュレーションでもこれと同様の棒要素配置法を採用している。

荷重条件は以下の 4 ケースとした。

case(1) 一定振幅荷重($R=0.05$) : 最大荷重 19.6kN、最小荷重 1kN

case(2) 一定振幅荷重($R=0.3$) : 最大荷重 26.6kN、最小荷重 8kN

case(3) スパイク荷重 : 最大荷重 19.6kN、最小荷重 0.1kN の一定振幅荷重においてき裂が 8mm

となった時点で 39.2kN の単一過大荷重

- case(4) ステップ荷重：最大荷重 39.2kN、最小荷重 0.1kN の一定振幅荷重においてき裂が 8mm となった時点で最大荷重 19.6kN、最小荷重 0.1kN に切り替える。

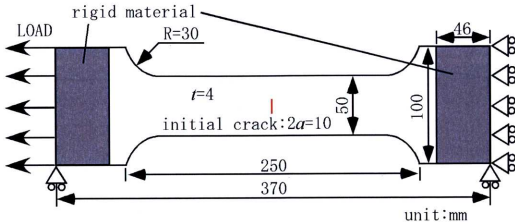


Fig.5.13 Center crack tension specimen.

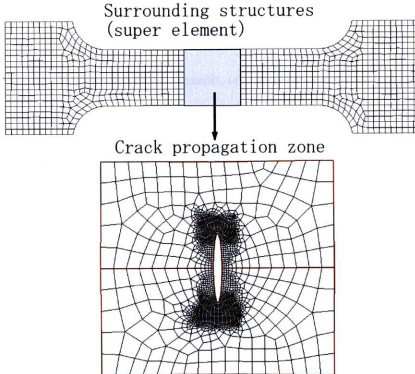


Fig.5.14 Finite element model of the center crack tension specimen.

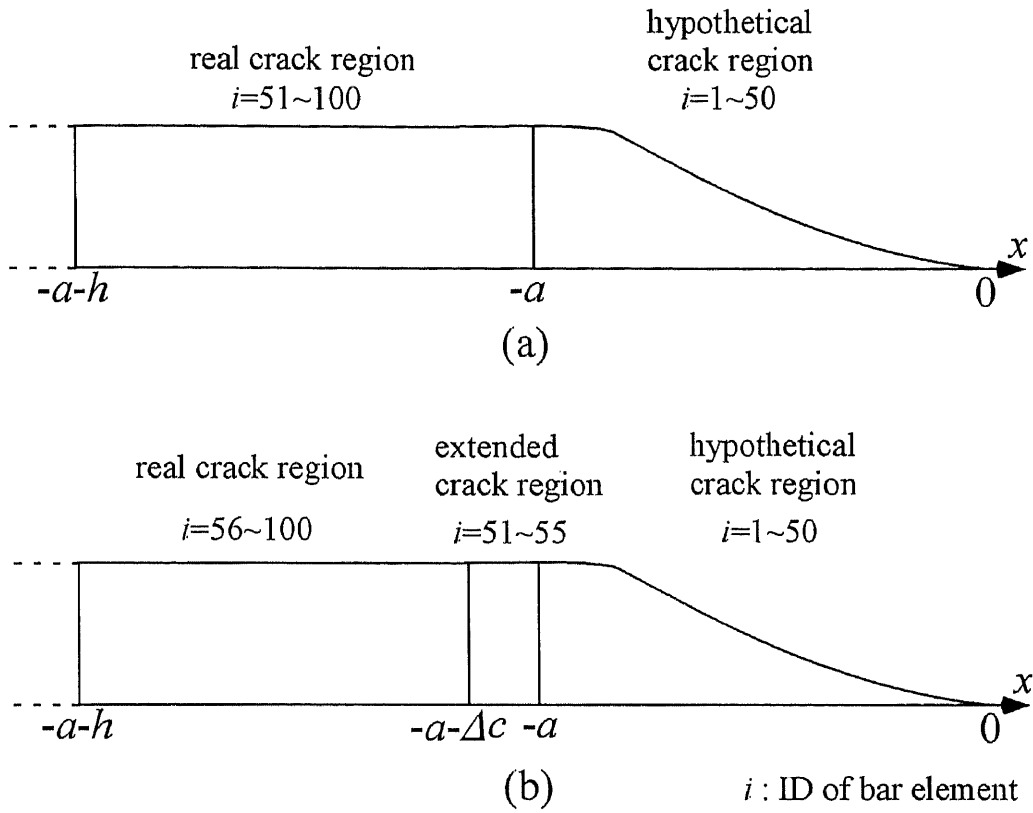


Fig.5.15 Configuration of bar elements; (a) initial step, (b) subsequent step.

5.2.2 計算結果と考察

Figs.5.16, 5.17 に case(1)に対する ΔK , ΔK_{RP} の変化とき裂成長曲線の計算結果をそれぞれ示す。図中には FLARP による計算結果も同時に示している。提案法による計算結果は FLARP による結果と良く一致している。Fig.5.18 に case(1)に対する計算において、 $a=8\text{mm}$ に達した時点での最小荷重時のき裂面の応力分布をそれぞれ示す。実き裂面の応力は、実き裂先端近傍において不連続に変化し、零となっている部分がある。この計算ではき裂進展時の塑性収縮を考慮しているため、実き裂先端において棒要素長さが急激に変化しており、最小荷重時でもき裂面が接触しない部分が見られる。Fig.5.19 にこの直後の RPG 荷重時のき裂面応力分布を示す。実き裂先端の応力は降伏応力には達しているが、そのわずかな前方には圧縮応力が依然として生じている。これは豊貞らの考察及び計算結果と一致する。

Figs.5.20~5.25 にその他の荷重条件に対する ΔK , ΔK_{RP} の変化とき裂成長曲線の計算結果をそれぞれ示す。応力比の影響、あるいは荷重変動に伴うき裂進展の加速、遅延現象についても、十分な精度で FLARP と同様の結果が得られている。ただし、case(2)の計算結果で顕著なように、き裂が試験片の端部に近づくと、提案法では ΔK_{RP} が FLARP によるものよりもやや低く計算される。これは、き裂が端部に近づき小規模降伏条件が満足されなくなった場合、本研究で提案する半無限き裂によるモデル化の限界が現れるためであるが、疲労き裂が試験片の端部に近づくと、通常その伝播速度は極めて速くなるため、全体のき裂伝播寿命にはほとんど影響を及ぼさないと考えられる。

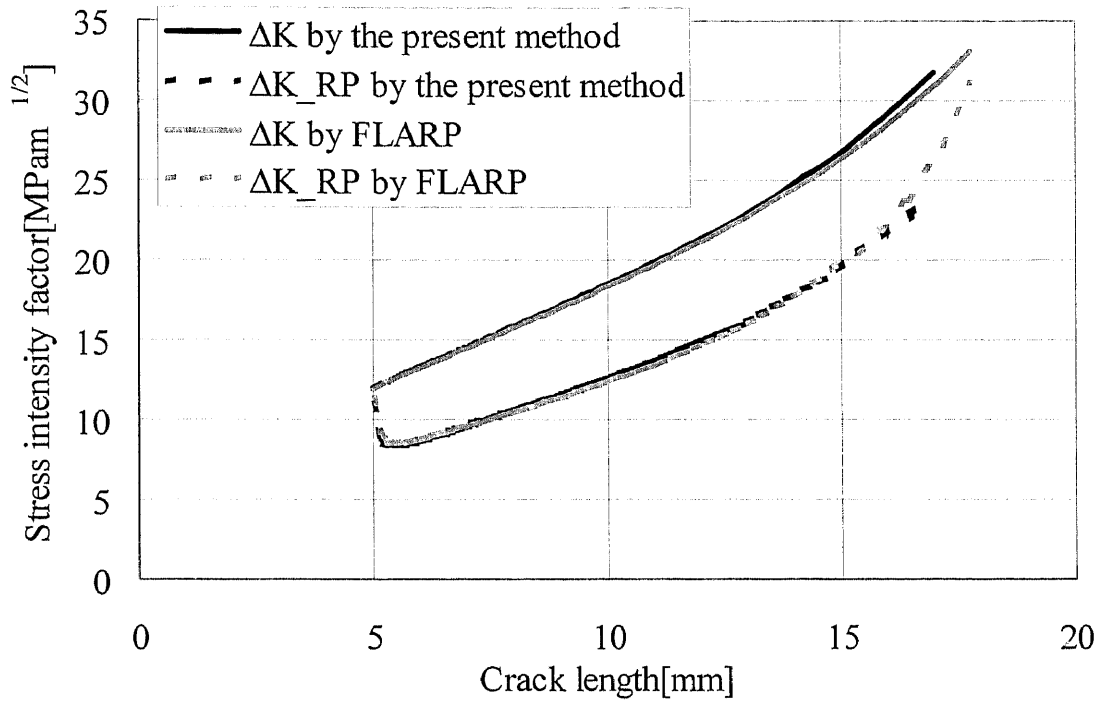


Fig.5.16 Variation of ΔK and ΔK_{RP} (case(1)).

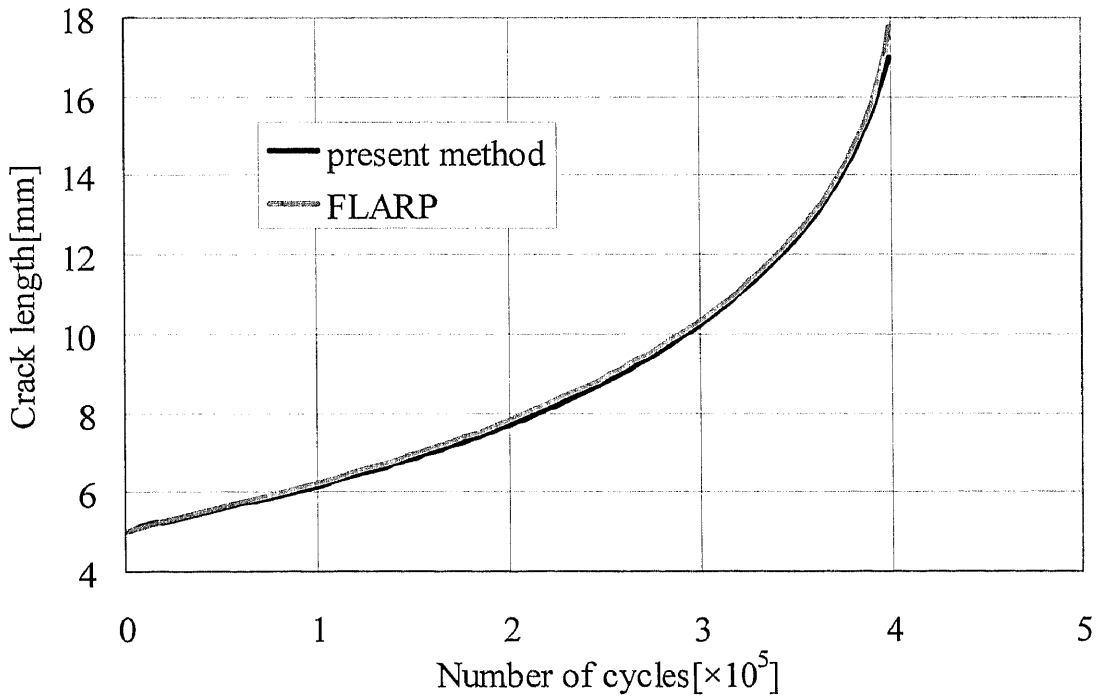


Fig.5.17 Crack growth curves (case(1)).

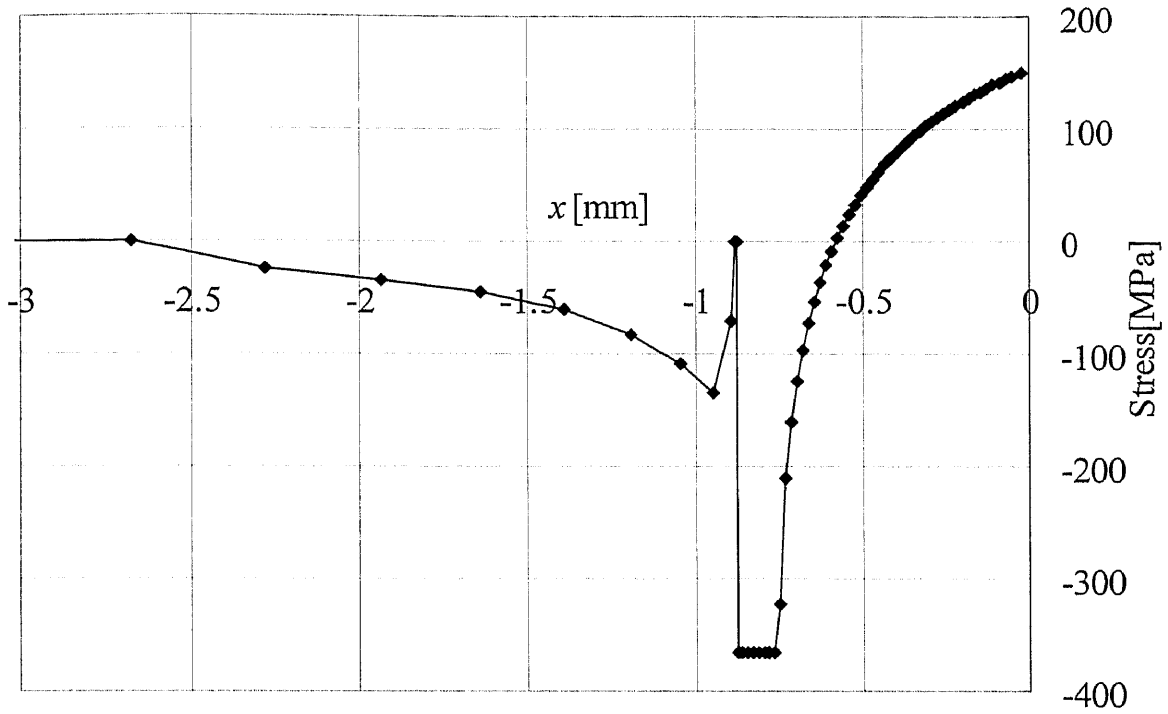


Fig.5.18 Stress distribution of crack surface at the minimum load (case(1)).

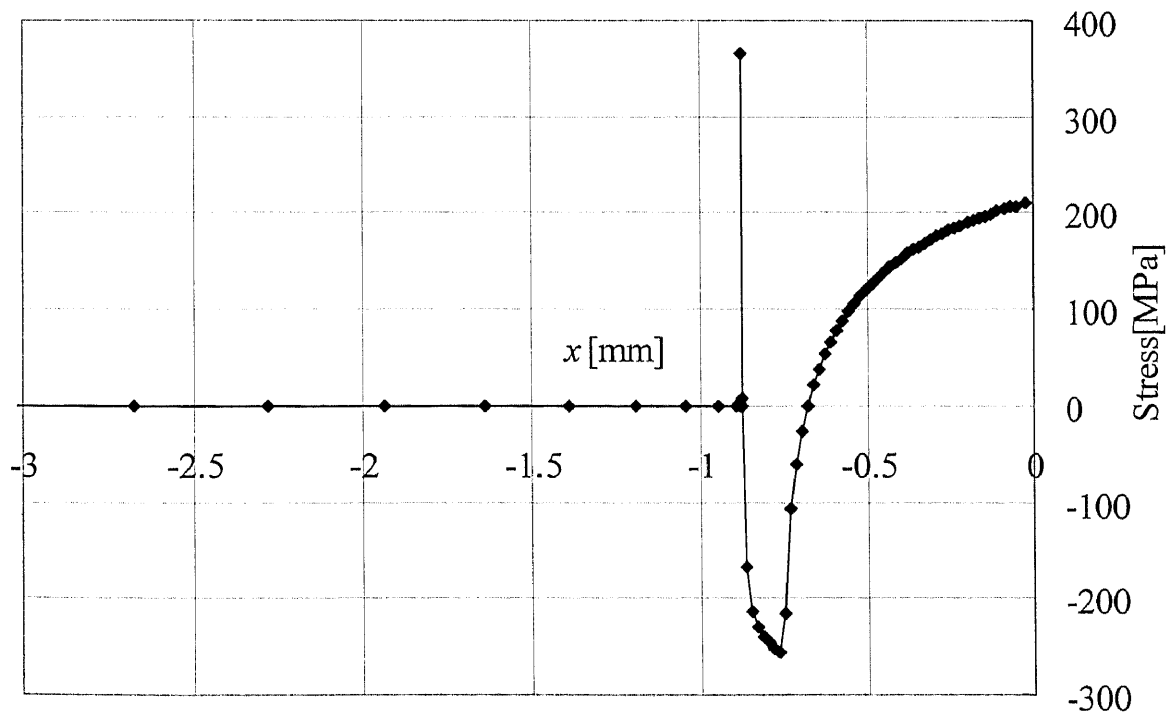


Fig.5.19 Stress distribution of crack surface at the RPG load (case(1)).

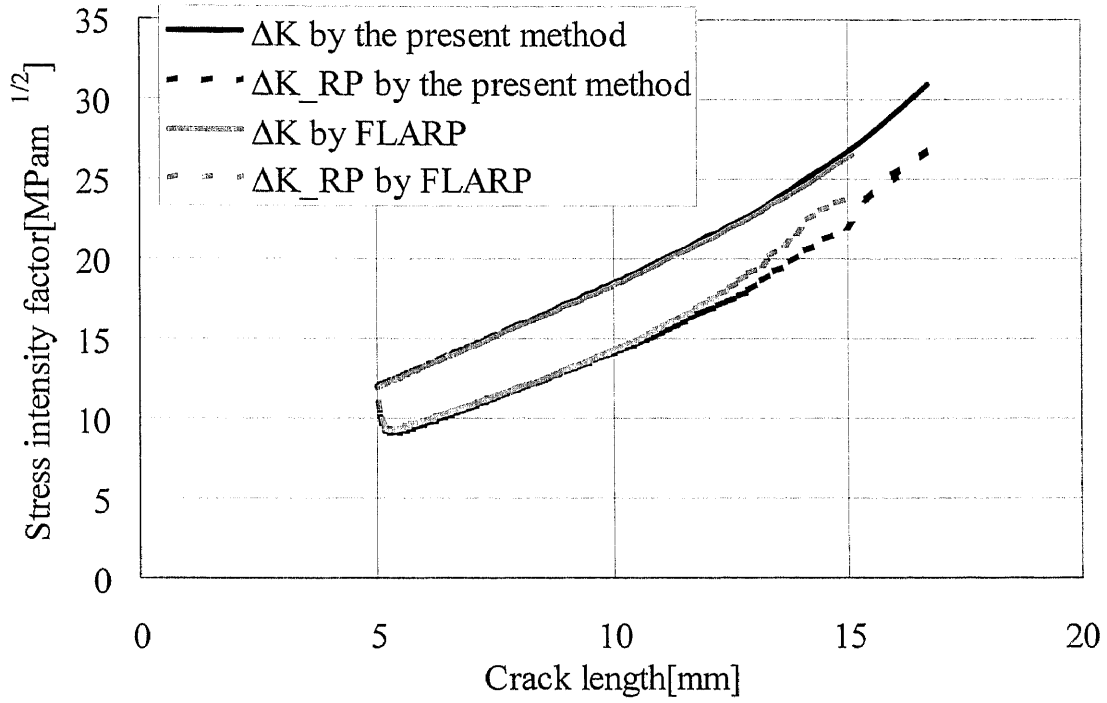


Fig.5.20 Variation of ΔK and ΔK_{RP} (case(2)).

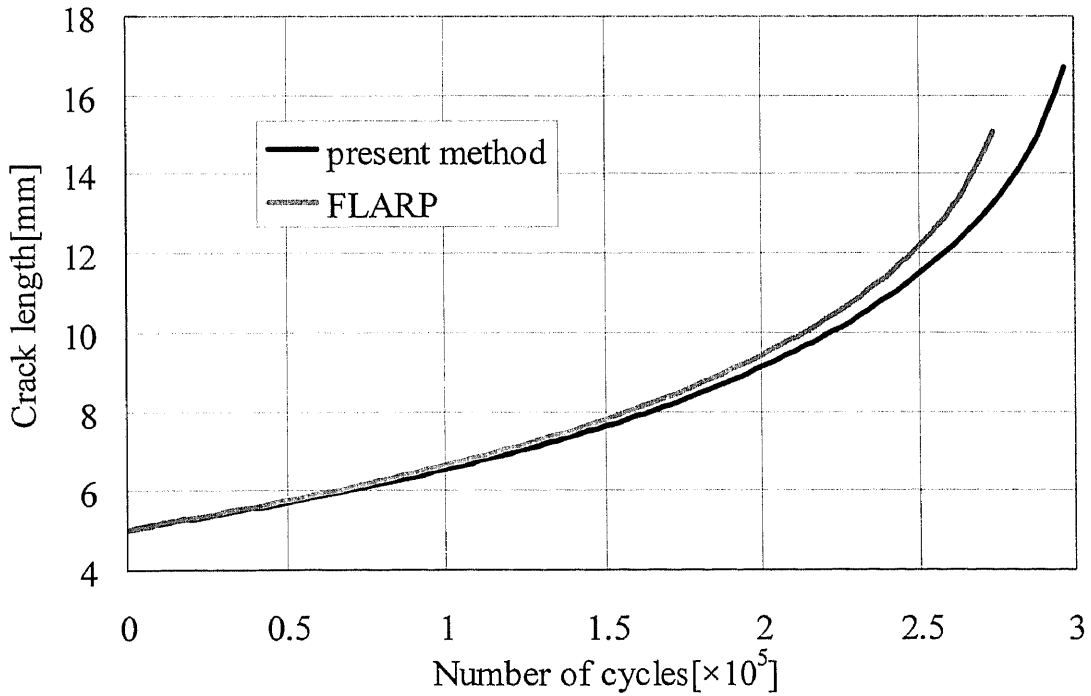


Fig.5.21 Crack growth curves (case(2)).

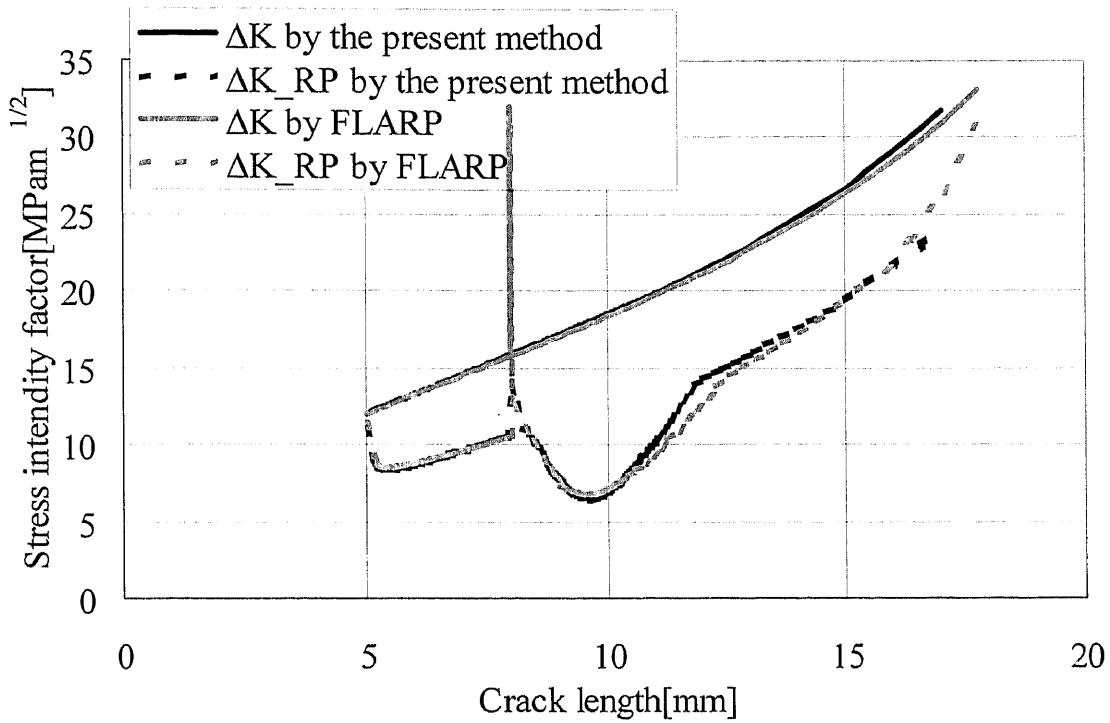


Fig.5.22 Variation of ΔK and ΔK_{RP} (case(3)).

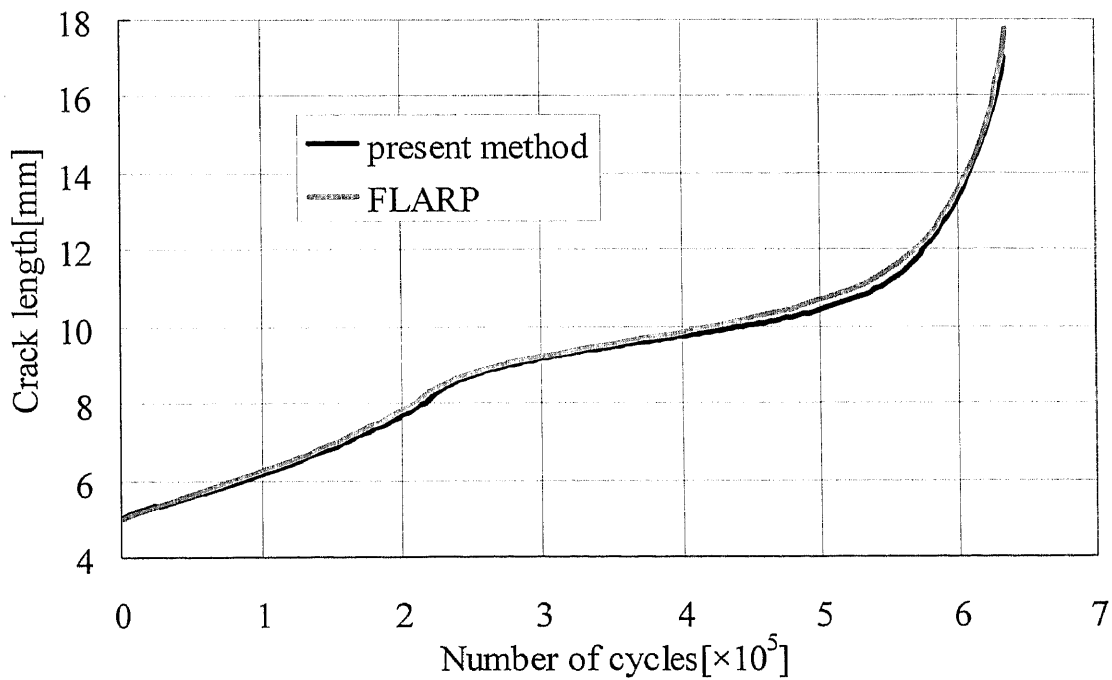


Fig.5.23 Crack growth curves (case(3)).

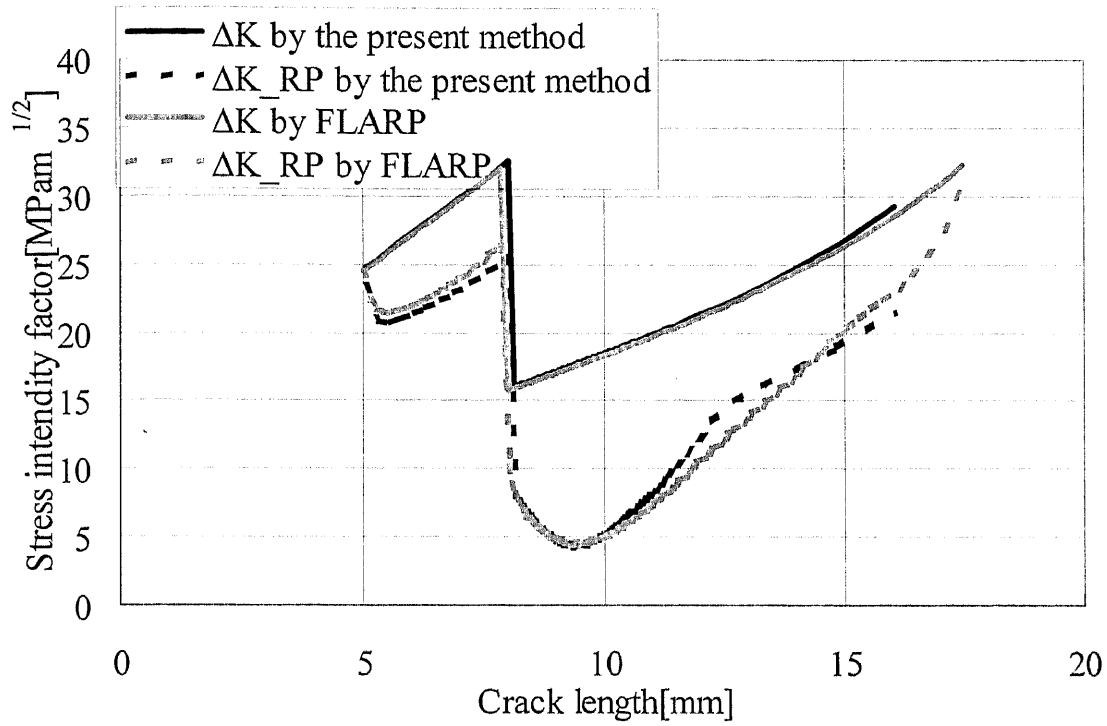


Fig.5.24 Variation of ΔK and ΔK_{RP} (case(4)).

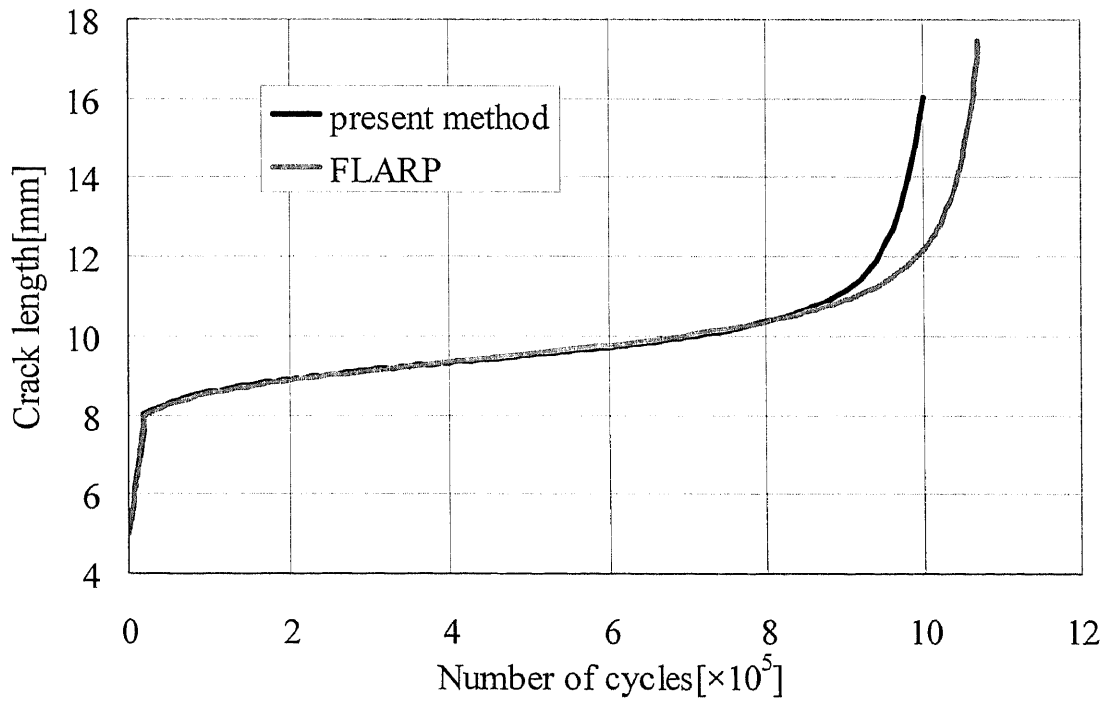


Fig.5.25 Crack growth curves (case(4)).

5.3 疲労試験との比較

5.3.1 CT 試験片を用いた変動振幅荷重疲労試験

CT 試験片を用いて種々の荷重条件下での疲労試験を行い、その結果をシミュレーションと比較する。実験に用いた CT 試験片の寸法を Fig.5.26 に示す。試験片の供試材として SM490A 鋼を用いた。JIS 規格による SM490A 鋼の機械的性質と化学成分を Table 5.2 に示す。荷重条件は以下の 5 ケースとした。

case(1) 一定振幅荷重($R=0.05$) : 最大荷重 2kN、最小荷重 0.1kN

case(2) 一定振幅荷重($R=0.3$) : 最大荷重 2.71kN、最小荷重 0.81kN

case(3) スパイク荷重 : 最大荷重 2kN、最小荷重 0.1kN の一定振幅荷重においてき裂が 6.5mm となった時点で 4kN の単一過大荷重

case(4) ステップ荷重 : 最大荷重 4kN、最小荷重 0.1kN の一定振幅荷重においてき裂が 6.5mm となった時点で最大荷重 2kN、最小荷重 0.1kN に切り替える。

case(5) ブロック繰り返し荷重 : 10 万サイクル毎に case(1)と case(2)を切り替える。

ただし、き裂長さは切欠きを含まない長さとして定義する。一定振幅荷重の荷重条件において、応力拡大係数範囲は、初期状態で $\Delta K \approx 10 \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ 、き裂長さ 6.5mm で $\Delta K \approx 15 \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ にそれぞれ相当する。

試験機は島津サーボパルサー 10 トン疲労試験機を使用し、繰り返し周波数は 10Hz とした。試験片を設置した様子を Fig.5.27 に示す。試験中のき裂長さの計測はクラックゲージあるいはマイクロスコープによる直接観察によって行った。クラックゲージは KV-25B を使用し、Fig.5.28 のようにき裂進展経路上に添付した。動ひずみ測定器には DPM-305A を用い、A-D 変換機 BNC-2090 によって A-D 変換して、パソコンにデータを収集した。データ収集の制御には LabView により自作したソフトウェアを使用した。直接観察には KEYENCE 製デジタルマイクロスコープ VHX-200 及びズームレンズ VH-Z25(倍率 25~175 倍)を使用した。

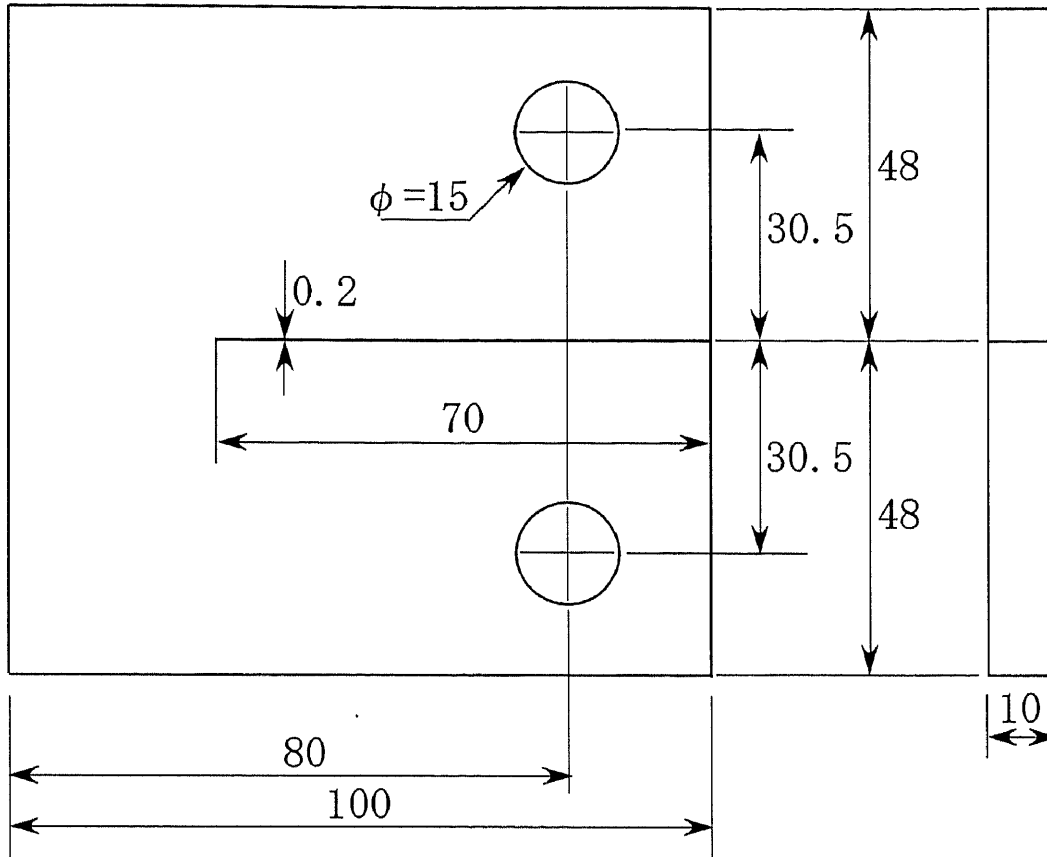


Fig.5.26 Compact tension specimen.

Table 5.2 Material properties of SM490A.

Tensile test				
Y. P. (N/mm ²)	T. S. (N/mm ²)		EL. (%)	
345	536		25	
361	529		26	
Chemical composition (%)				
C × 100	Si × 100	Mn × 100	P × 1000	S × 1000
16	35	143	17	3
16	33	137	14	4

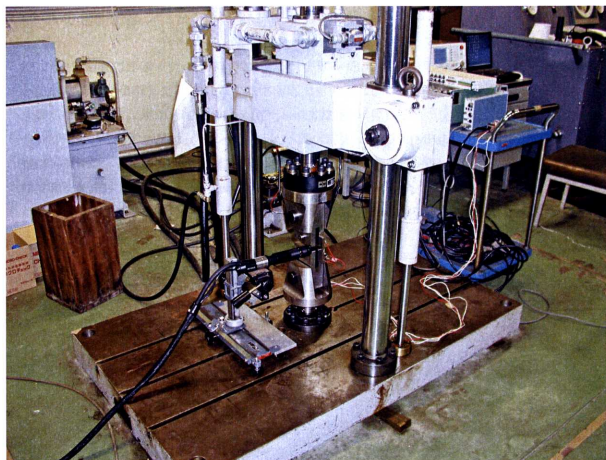


Fig.5.27 Experimental setup.

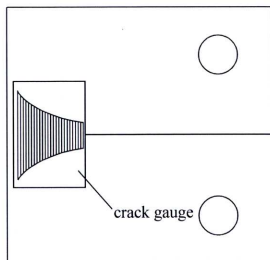


Fig.5.28 Crack gauge.

5.3.2 疲労き裂伝播シミュレーション

CT試験片の有限要素モデルを Fig.5.29 に示す。ピン部はヤング率を通常の 100 倍として、その中心に集中荷重を負荷した。本計算では平面応力を仮定し、以下の計算パラメータを使用した。

き裂伝播定数(JK_{Rp} 規準) : $C=3.514 \times 10^{-11}$, $m=2.692$ (SI 単位)

ヤング率 : $E=206$ [GPa], ポアソン比 : $\nu=0.3$, 降伏応力 : $\sigma_Y=352$ [MPa],

塑性拘束係数 : $\lambda=1.04$, 塑性収縮に関するパラメータ : $\alpha=0.15$, $n=0.1$

棒要素を配置する範囲 : $h=50$ [mm]

ただし、塑性収縮に関するパラメータ $\alpha=0.15$ は一定振幅荷重試験の結果を基に決定した値である。

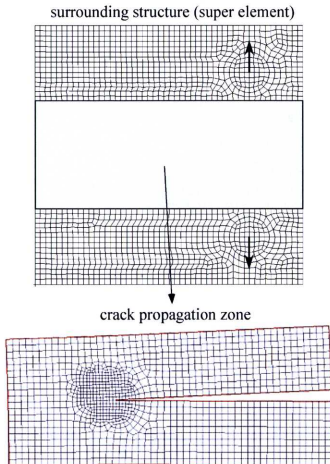


Fig.5.29 Finite element model of the compact tension specimen.

5.3.3 実験結果とシミュレーション結果の比較

疲労き裂成長曲線の実験結果とシミュレーション結果の比較を Figs.5.30~5.34 に示す。これらの結果は一定振幅荷重、変動振幅荷重いずれの場合も十分な精度で一致している。case(4)のステップ荷重に対する結果では、荷重ステップダウン後のき裂進展の減速期間がシミュレーションの方が長く、危険側の推定となっている。疲労き裂進展速度は同じ材料であってもかなりばらつくことを考えると、この計算結果は十分妥当といえるが、危険側の推定を避けたい場合には、塑性収縮に関するパラメータ n を変化させることで、き裂進展の減速の程度を調整することができる(パラメータ n は一定振幅荷重の場合には影響しない)。Fig.5.35 に $n=0.7$ とした場合の計算結果を示す。 $n=0.7$ とすることでほぼ実験と一致する結果を得ることができた。本研究ではき裂進展時の棒要素長さの計算において、豊貞らの塑性収縮の考え方に基づく手法を適用したが、今後き裂進展時の棒要素長さの決定に関して、詳細な検討を行う必要があると考えられる。

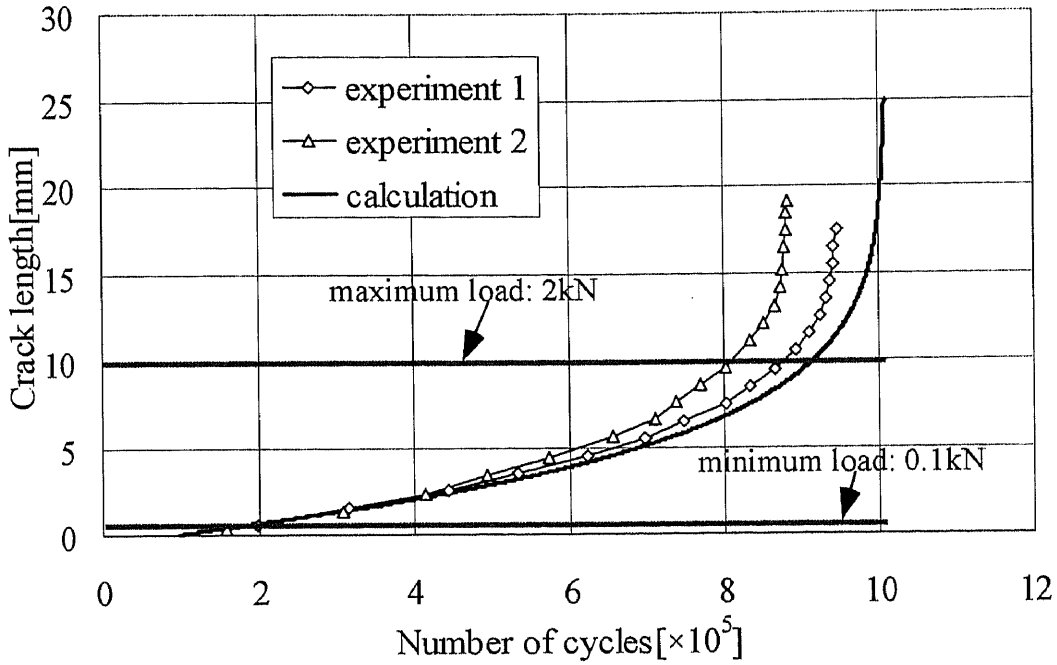


Fig.5.30 Comparison between experimental and analytical crack growth curves (case(1)) .

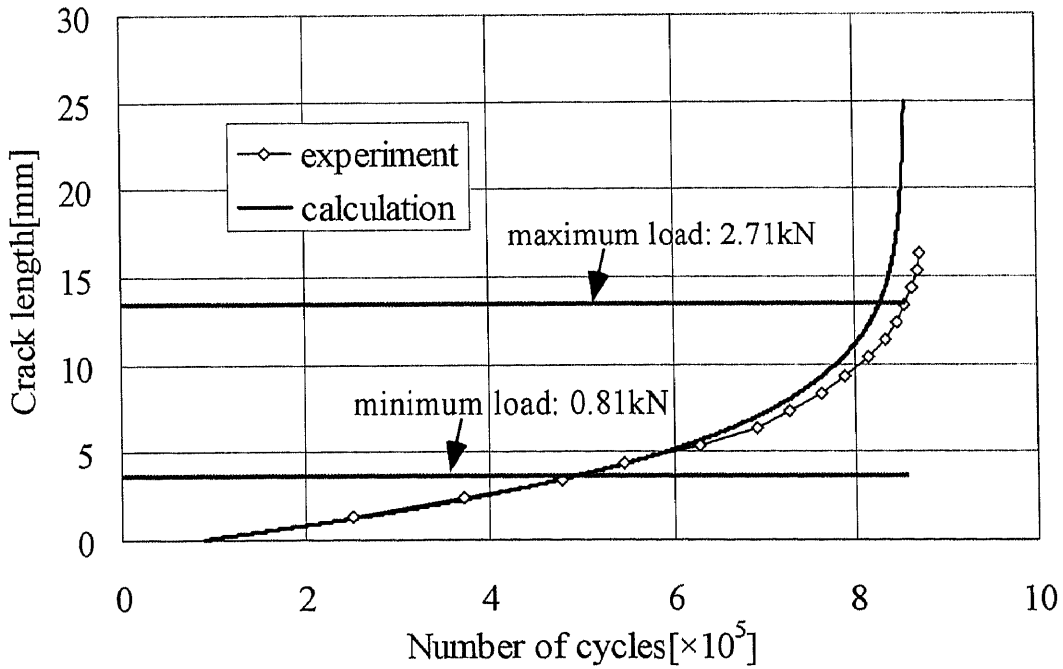


Fig.5.31 Comparison between experimental and analytical crack growth curves (case(2)) .

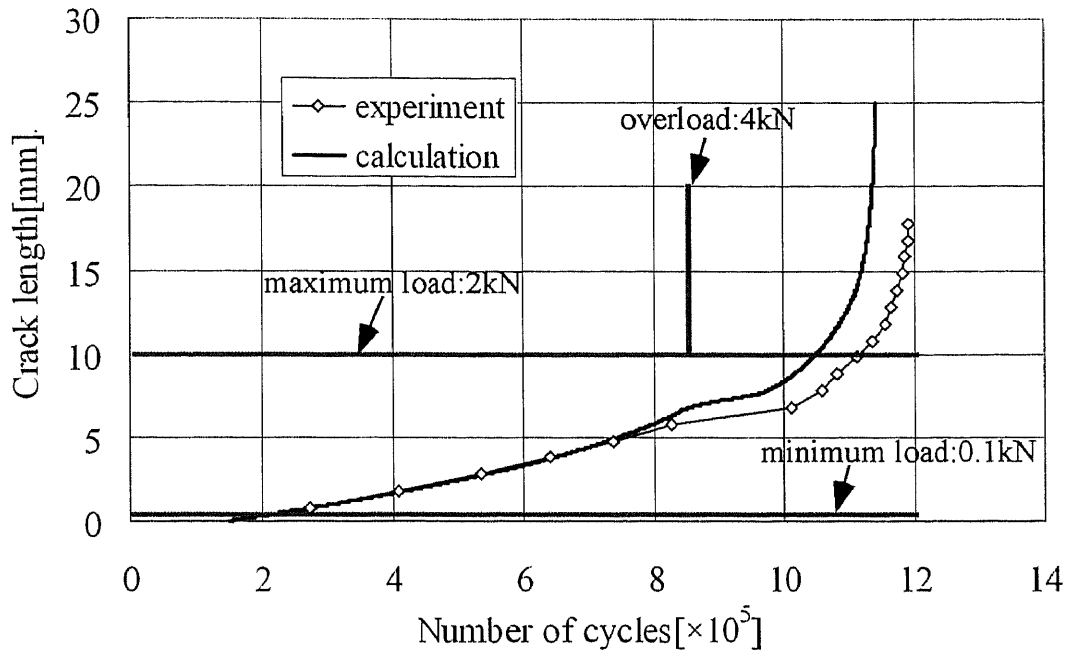


Fig.5.32 Comparison between experimental and analytical crack growth curves (case(3)).

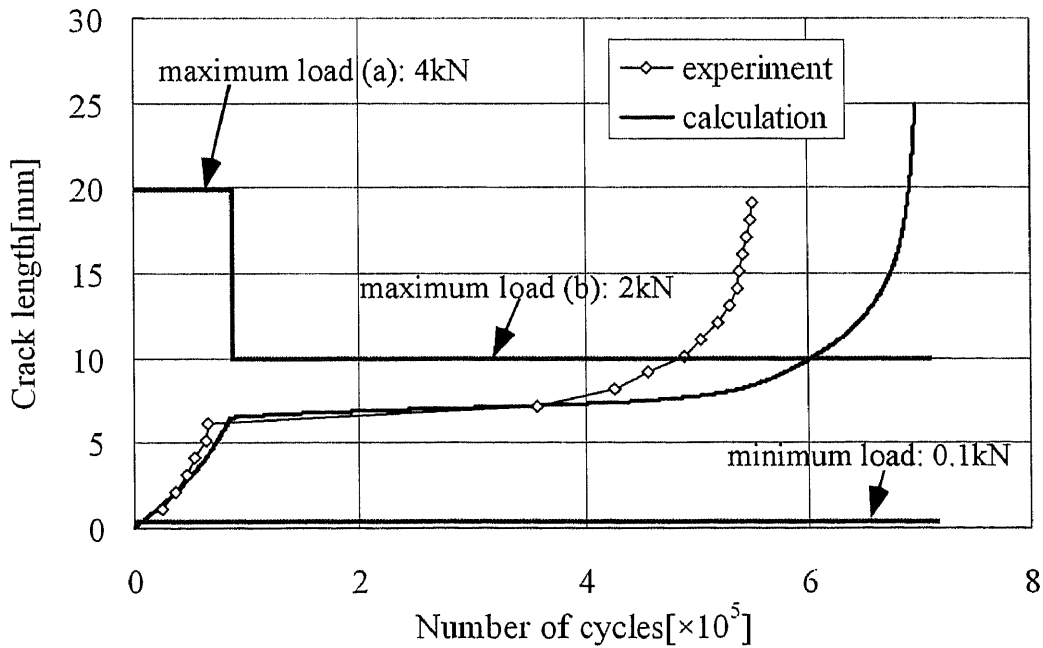


Fig.5.33 Comparison between experimental and analytical crack growth curves (case(4)).

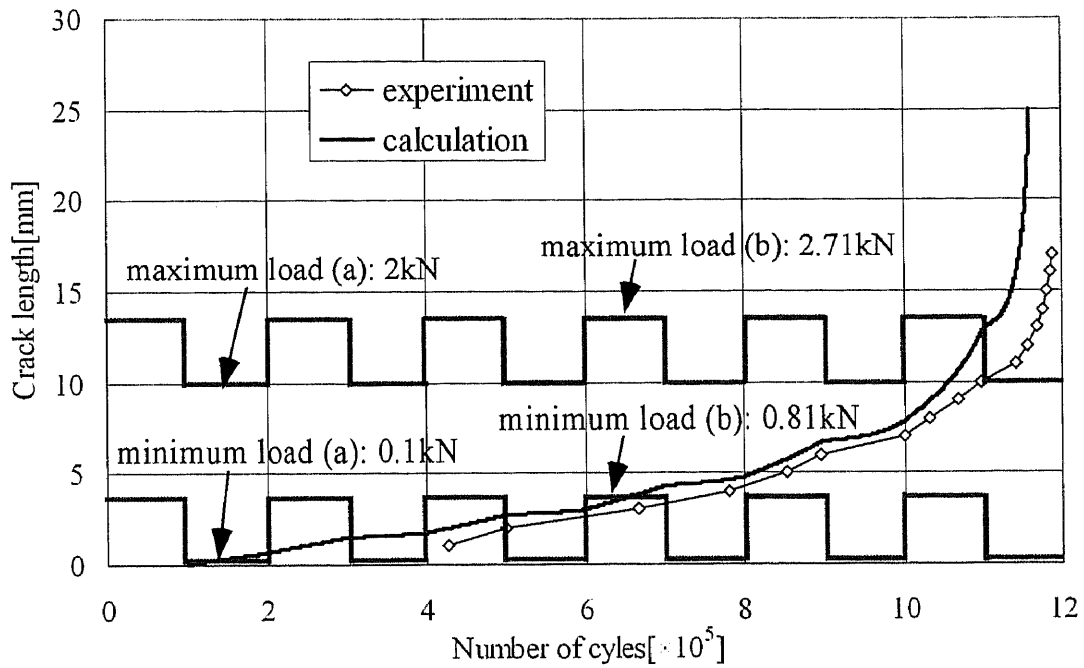


Fig.5.34 Comparison between experimental and analytical crack growth curves (case(5)) .

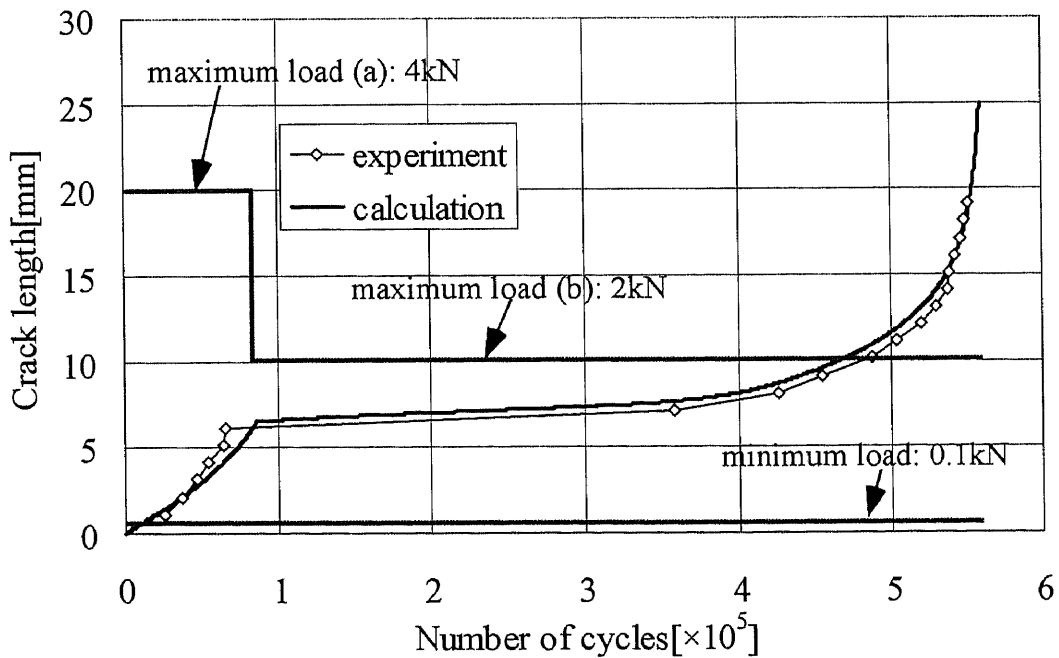


Fig.5.35 Comparison between experimental and analytical crack growth curves (case(4), $n=0.7$) .

5.4 き裂先端塑性拘束影響を考慮した疲労き裂伝播シミュレーション

Paris 則では、小規模降伏条件下での疲労き裂伝播速度は、試験片の形状には関係なく応力拡大係数範囲によって規定されると仮定するが、最近の報告⁵⁵⁾⁻⁵⁷⁾によると疲労き裂進展速度は試験片の形状によってかなり異なることが判明している。疲労き裂伝播速度が試験片形状に依存する原因は、試験片のき裂先端における塑性拘束(応力多軸性)の相違であるという考え方が一般的である。本研究で提案するき裂開閉口モデルでは、き裂先端塑性拘束影響を塑性拘束係数 λ によって定量的に取り入れることができるので、各試験片のき裂先端応力場に応じて塑性拘束係数を適切に求めることができれば、疲労き裂進展速度の試験片形状依存をシミュレートできる可能性がある。本節では、Hutař らの研究⁵⁷⁾を参考にして塑性拘束係数と T -stress(き裂に平行な一様応力成分)の関係を導出し、その関係を用いて CT 試験片と CCT 試験片の疲労き裂伝播シミュレーションを行い、そのき裂伝播速度の相違を検討する。またシミュレーション結果を Hutař らの提案式と比較し、シミュレーション法の妥当性について考察する。

5.4.1 塑性拘束係数と T -stress の関係

Hutař らの報告によると、き裂先端の応力拡大係数が K_I 、 T -stress が T 、降伏応力が σ_Y であるときのき裂先端塑性域長さ $S_p(K_I, T)$ は

$$S_p(K_I, T) = \mu^4(T/\sigma_Y) S_p(K_I, T=0), \quad (5.13)$$

と表される。ここに、 $S_p(K_I, T=0)$ は $T=0$ の場合のき裂先端塑性域長さであり、 $\mu(T/\sigma_Y)$ は

$$\mu(T/\sigma_Y) = 1 - 0.30(T/\sigma_Y) + 0.52(T/\sigma_Y)^2 - 0.85(T/\sigma_Y)^3, \quad (5.14)$$

と与えられる。

塑性拘束係数 λ と T -stress の関係は以下のように導くことができる。き裂先端塑性域長さ $S_p(K_I, T)$ と応力拡大係数 K_I は一般に以下の関係がある。

$$S_p(K_I, T) = \varphi \left(\frac{K_I}{\lambda(T)\sigma_Y} \right)^2, \quad (5.15)$$

ただし、 φ は定数である。 $T=0$ の場合のき裂先端塑性域長さ $S_p(K_I, T=0)$ は

$$S_p(K_I, T=0) = \varphi \left(\frac{K_I}{\lambda(T=0)\sigma_Y} \right)^2, \quad (5.16)$$

となるので、(5.13)式により

$$\lambda(T) = \lambda(T=0) / \mu^2(T/\sigma_Y), \quad (5.17)$$

となる。ここで $\lambda(T=0)=1$ とすると

$$\lambda(T) = 1 / \mu^2(T / \sigma_Y), \quad (5.18)$$

となる。 λ と T/σ_Y の関係を Fig.5.36 に図示する。CP-System では T -stress を有限要素解析によって算出するので、(5.18)式によって λ を修正した上でき裂開閉口シミュレーションを行うことができる。

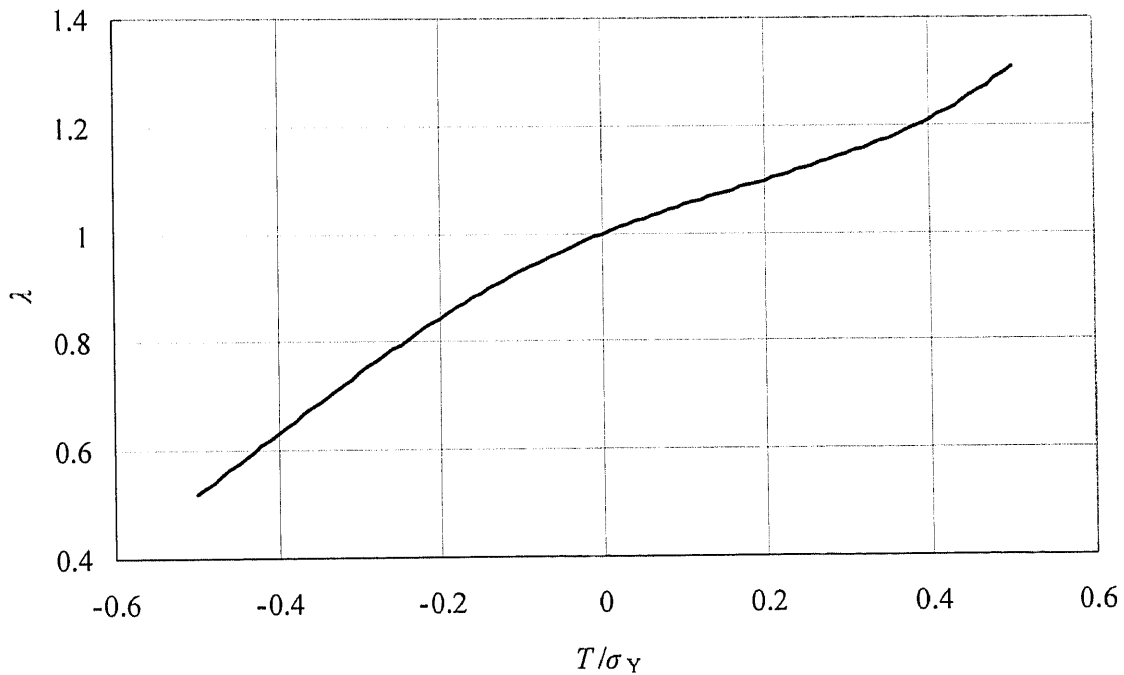


Fig.5.36 Relation between λ and T/σ_Y .

5.4.2 CT, CCT 試験片に対する疲労き裂伝播シミュレーション

CT 試験片及び CCT 試験片の解析モデルを Figs.5.37, 5.38 にそれぞれ示す。これらの寸法は ASTM E647⁵⁸⁾に準拠している。ピン部の剛性は試験片に比べて十分剛であると考えられるので、その板厚を 100mm とし、試験片に接触する半分のみモデル化した。また CCT 試験片は対称条件を用いた 1/2 モデルとした。各試験片の有限要素モデルを Figs.5.39, 5.40 にそれぞれ示す。荷重条件は $R=0$ の一定振幅荷重とし、各試験片の初期き裂に対して $\Delta K \approx 10 \text{MPm}^{1/2}$ となるように設定すると、CT 試験片の最大荷重は 0.4ton、CCT 試験片では 3ton となる。応力状態は平面応力を仮定し、以下の計算パラメータを使用した。

き裂伝播定数(ΔK_{RP} 規準) : $C=3.514 \times 10^{-11}$, $m=2.692$ (SI 単位)

ヤング率 : $E=206$ [GPa], ポアソン比 : $\nu=0.3$, 降伏応力 : $\sigma_Y=415$ [MPa],

塑性収縮に関するパラメータ : $\alpha=0.1$, $n=0.1$

棒要素を配置する範囲 : $h=50$ [mm]

Fig.5.41 にシミュレーションによって得られた各試験片に対するき裂長さ(a/W)と T -stress の関係を示す。CT 試験片の T -stress は正の値となり、き裂が短い状態では零に近い値をとり、き裂の進展に伴って徐々に増大している。CCT 試験片の場合は、 T -stress は負の値となり、その絶対値はき裂が短い状態で公称応力(76.6MPa)とほぼ等しく、き裂進展に伴って徐々に増大している。Fig.5.42 にき裂長さ(a/W)と塑性拘束係数 λ の関係を示す。CT 試験片では $\lambda > 1$ となり、塑性拘束が高められるが、最大でも $\lambda=1.08$ 程度である。一方、CCT 試験片では $\lambda < 1$ となるため、塑性拘束は低く、塑性拘束係数は最小で $\lambda=0.6$ 程度まで減少している。Fig.5.43 に各試験片に対する応力拡大係数範囲とき裂伝播速度の関係を示す。図中には Hutař により提案された、 T -stress の影響を考慮して修正したき裂伝播則⁵⁷⁾

$$da/dN = C \{ \mu(T/\sigma_Y) \Delta K_I \}^m, \quad (5.19)$$

による計算結果も同時に示す。この Hutař の提案式は完全片振り($R=0$)の条件下において、CT, CCT 試験片のき裂伝播速度の相違を十分な精度で再現できることが実験的に確認されている。(5.19)式における C, m は、 $\lambda=1$ の場合き裂伝播定数であり、本計算では

き裂伝播定数 : $C=2.917 \times 10^{-12}$, $m=3.118$ (SI 単位)

とした。これらは $\lambda=1$ とした場合の RPG 基準による疲労き裂伝播シミュレーション結果から求めた値である。提案法による計算結果は、Hutař の提案式による結果と定性的にはよい一致を示している。今後、塑性拘束係数の修正に関して、き裂結合モデルによるき裂開口変位との整合性に関する検討が必要であると考えられる。

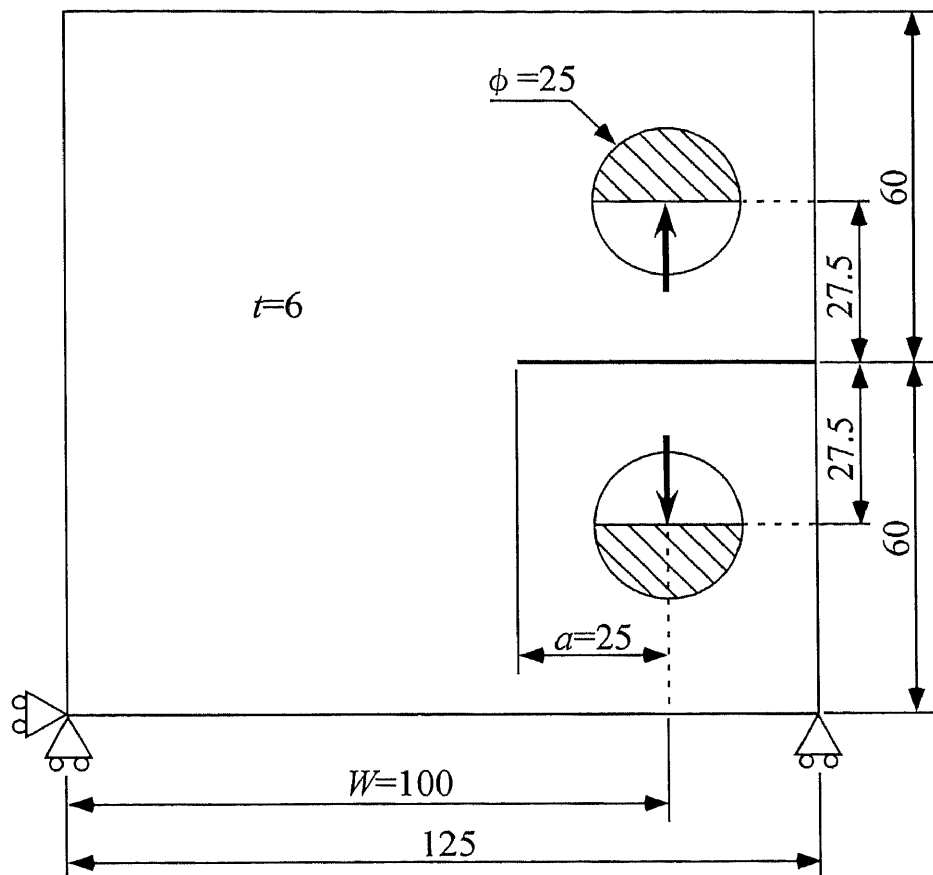


Fig.5.37 Analysis model of CT specimen.

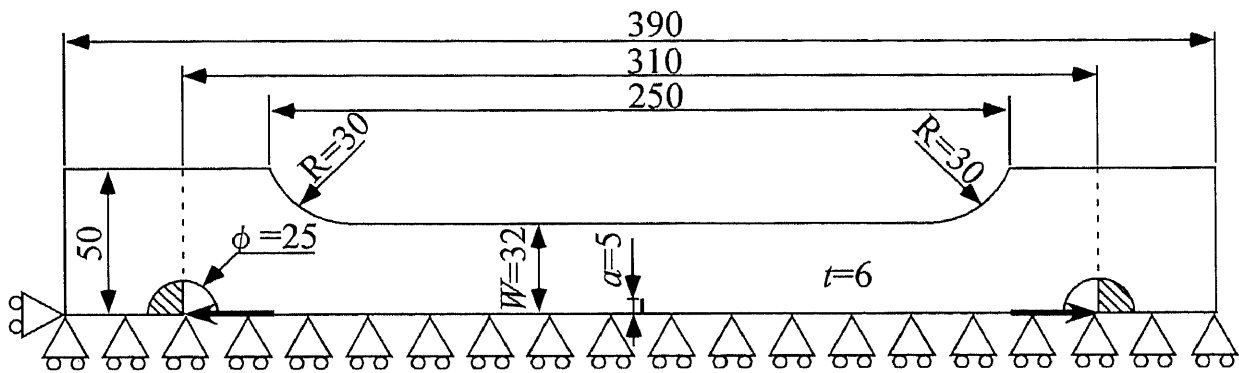


Fig.5.38 Analysis model of CCT specimen.

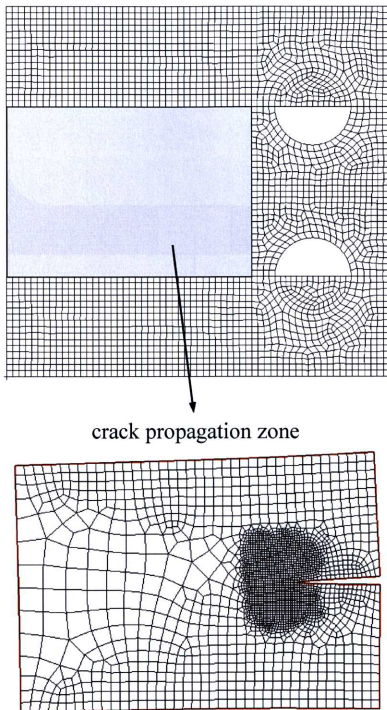


Fig.5.39 Finite element model of CT specimen.

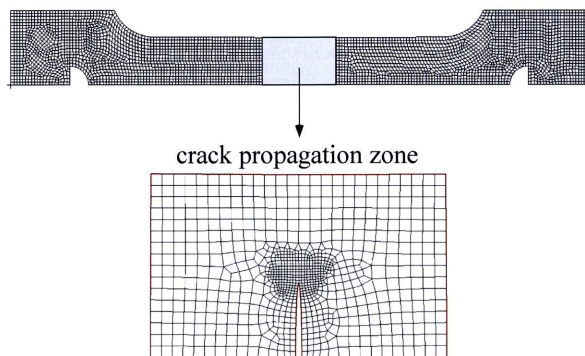


Fig.5.40 Finite element model of CCT specimen.

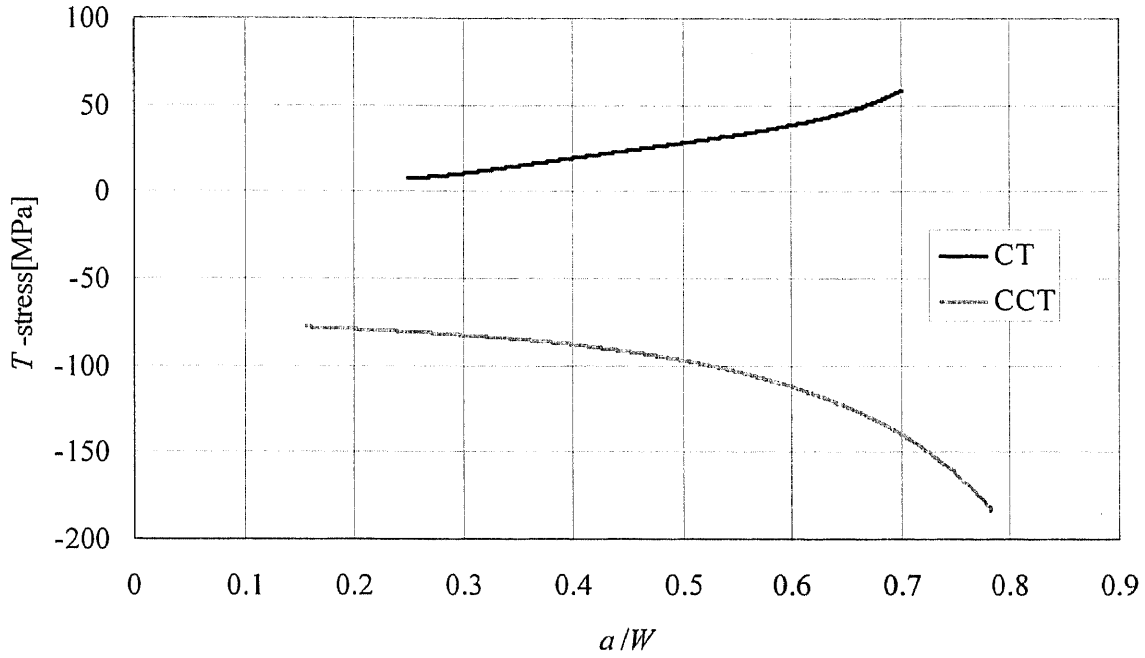


Fig.5.41 Relation between a/W and T -stress for each specimen type.

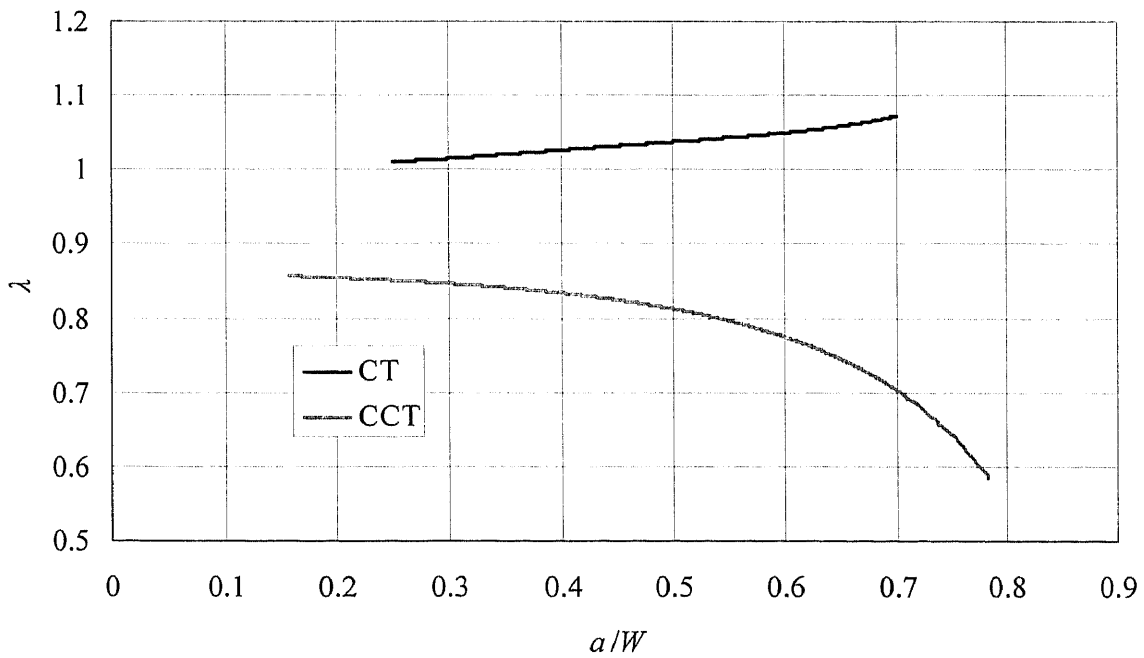


Fig.5.42 Relation between a/W and λ for each specimen type.

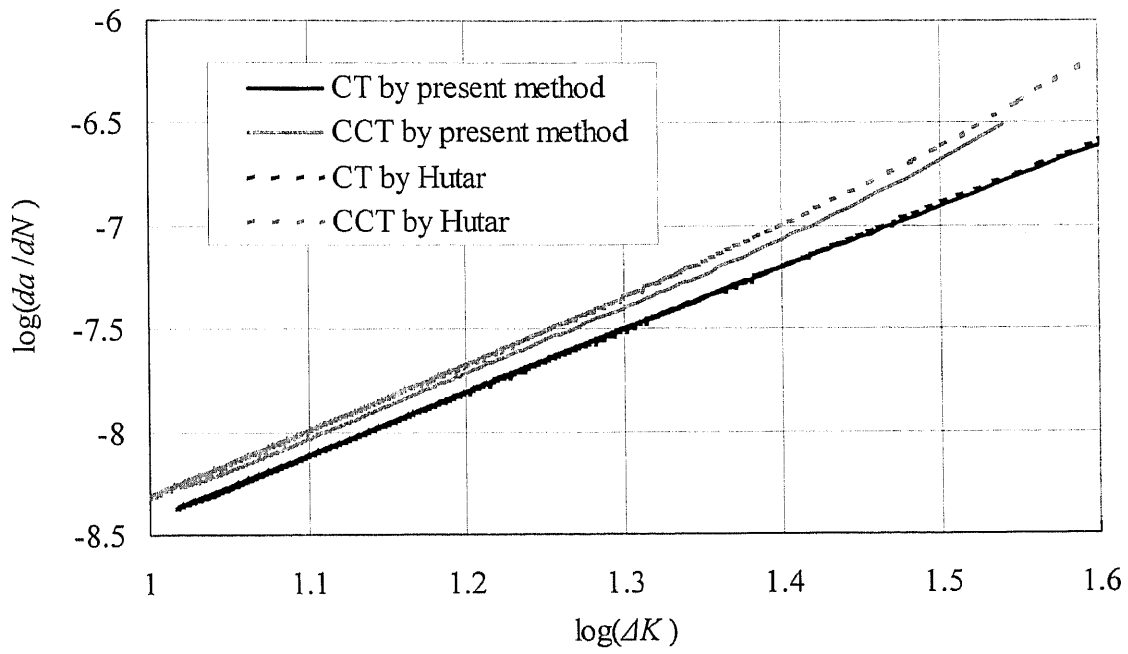


Fig.5.43 Relation between ΔK and da/dN for each specimen type (unit: ΔK [MPam^{1/2}], da/dN [m/cycle]).

第6章 船体構造の疲労き裂伝播シミュレーション

6.1 船体構造の解析モデル

解析モデルを Fig.6.1 に示す。標準的なダブルハルタンカーの縦通材と横部材との交差部を 2 トランススペース、1.5 ロンジスペースの範囲についてモデル化している。実際の船体構造は幅方向に同様の構造が連続することから、解析モデルの幅方向端部は対称条件とした。ウェブスチフナの構造詳細形状は Fig.6.2(a)~(d)の4種を考慮した。(a)は小型のスチフナタイプ、(b)は応力集中を軽減するために端部をソフトな形状としたタイプ、(c)は大型のブラケットタイプ、(d)は(c)にバックブラケットを付けたものである。負荷荷重は Fig.6.3(a)のスキン材への一様水圧荷重と Fig.6.3(b)の軸力荷重の2種類を考慮した。解析モデルのメッシュ分割図を Fig.6.4 に示す。これは構造詳細形状(b)に対するものであり、き裂伝播領域はまだ考慮していない。水圧荷重(50kPa)および軸力荷重(50MPa)に対する変形図、応力分布図をそれぞれ Figs.6.5, 6.6 示す。この解析では、汎用解析コード MSC.Nastran を使用し、材料定数はヤング率を 206GPa、ポアソン比を 0.3 とした。

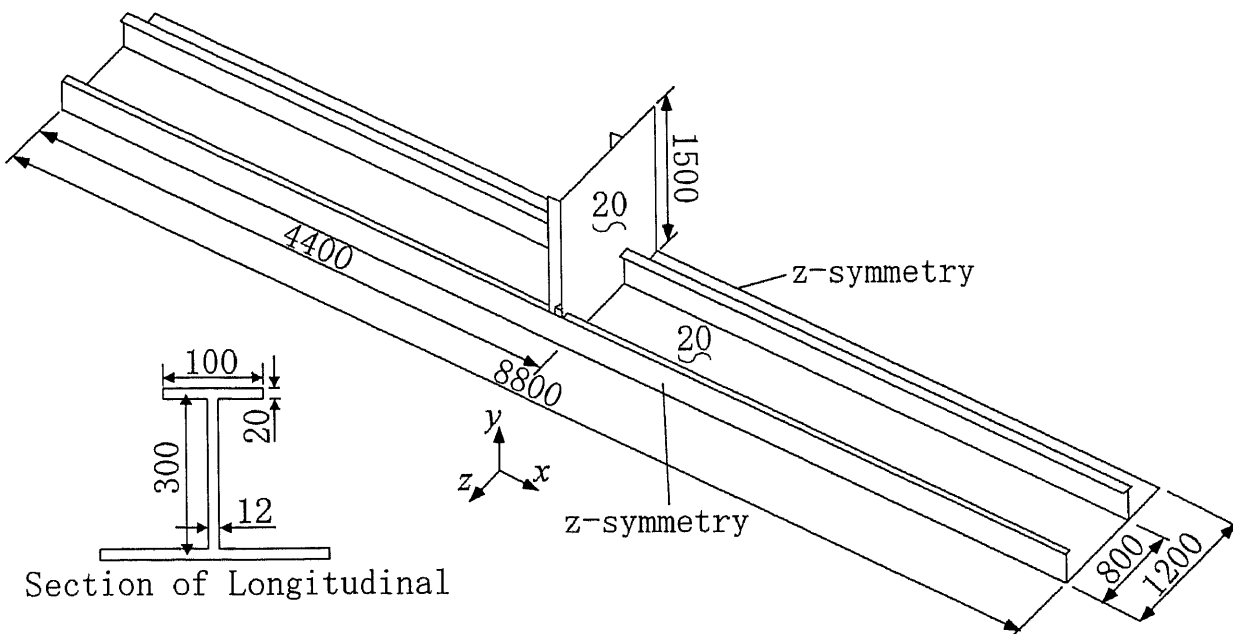


Fig.6.1 Analysis model of a stiffened panel structure.

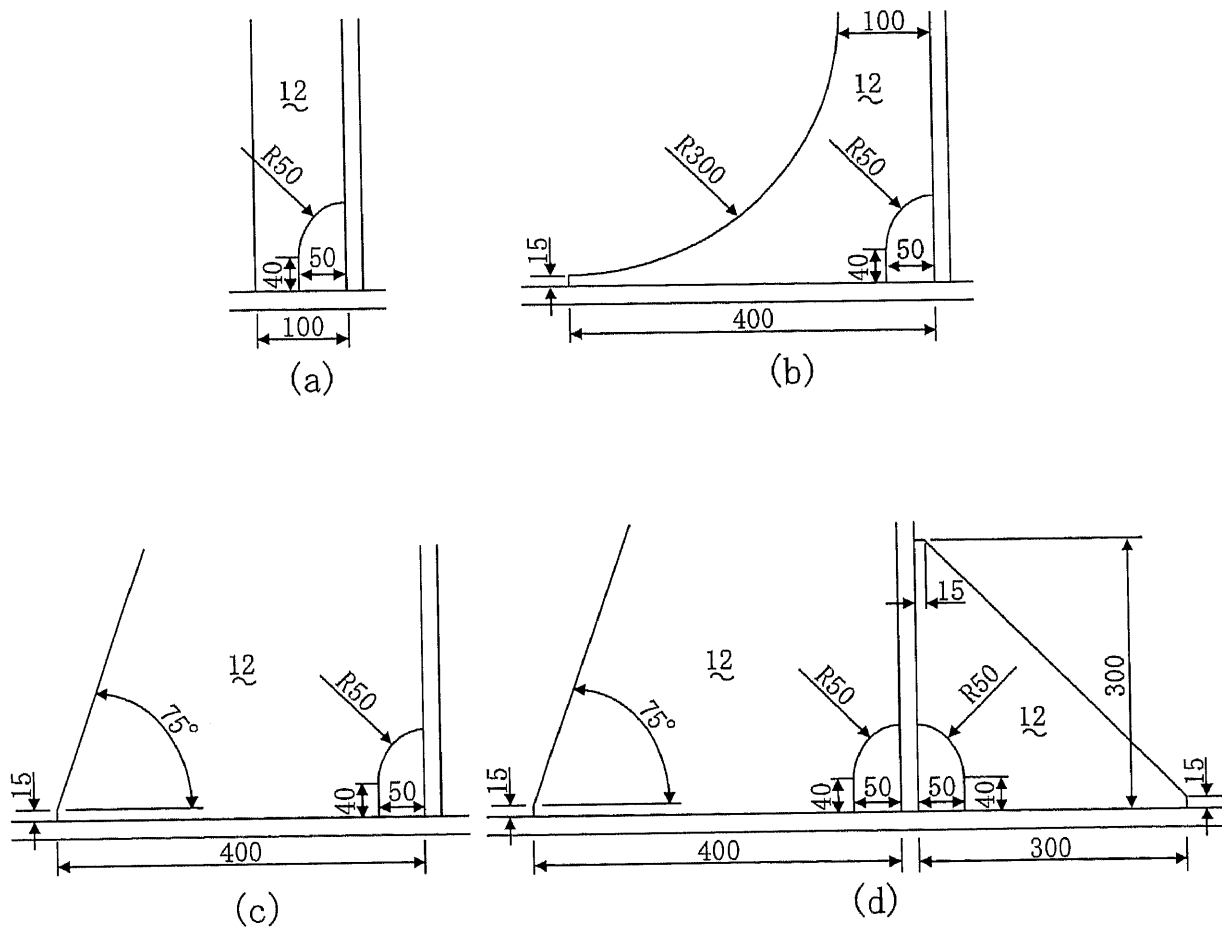


Fig.6.2 Structural details of web-stiffeners; (a) flat bar stiffener, (b) web-stiffener with rounded end, (c) large bracket, (d) large bracket with a back bracket.

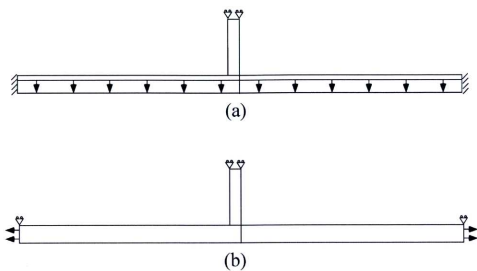


Fig.6.3 Loading conditions; (a) water pressure, (b) axial force.

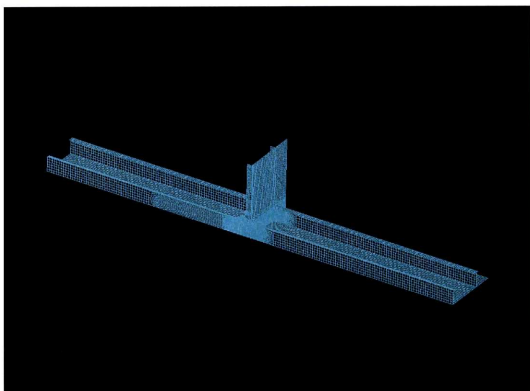


Fig.6.4 Finite element model of a stiffened panel structure.

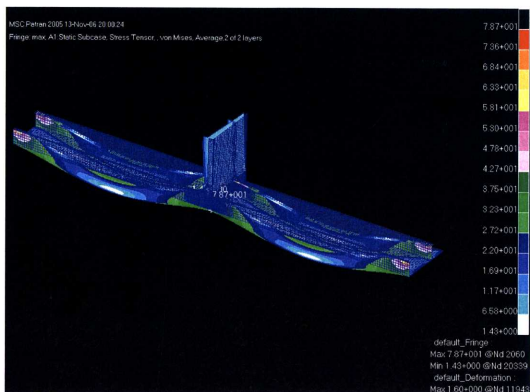


Fig.6.5 Deformation and stress distribution diagram under water pressure.

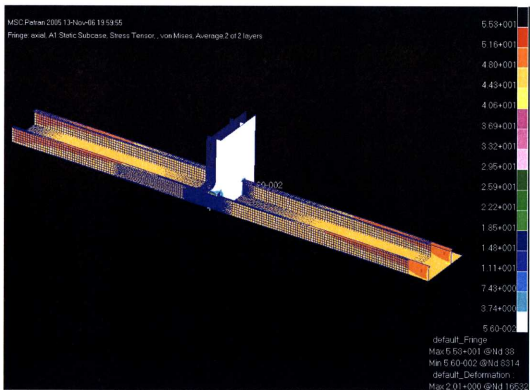


Fig.6.6 Deformation and stress distribution diagram under axial force.

6.2 構造詳細形状の影響について⁵⁰⁾

6.2.1 シミュレーション手法

Fig.6.2(a)~(d)の4種の構造詳細形状に対してそれぞれ一定振幅荷重下での疲労き裂伝播シミュレーションを行い、それらの疲労き裂伝播形態について検討する。Fig.6.7に構造詳細 Type(b)に対するき裂伝播領域とその周辺構造の有限要素モデルを示す。初期き裂はウェブスチフナのトウ部よりフェイスに生じたき裂がフェイスを半幅 20mm、ウェブを 10mm(これは板厚を考えないシェルモデルとしてのき裂長さとしている)進展した状態を仮定しており、フェイスとウェブにそれぞれき裂伝播領域を設定している。き裂がフェイスを破断した後は、ウェブのみのき裂進展として新たにき裂伝播領域を設定し直し、シミュレーションを再開する。

荷重条件は水圧荷重あるいは軸力荷重が単独で作用する状態を仮定し、それぞれ完全方振り ($R=0$)の一定振幅荷重とする。荷重範囲は水圧荷重では 50kPa、軸力荷重では 50MPa とした。本計算では、き裂伝播寿命の推定において、修正 Paris-Elber 則と加藤の式による簡易的手法を適用した。き裂伝播定数 C 、 m 及び下限界有効応力拡大係数範囲 $(\Delta K_{eff})_{th}$ は

き裂伝播定数(ΔK_{eff} 規準) : $C=1.5 \times 10^{-11}$, $m=2.9$ (SI 単位)

下限界有効応力拡大係数範囲 : $(\Delta K_{eff})_{th}=2.75 \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$
とした⁵²⁾。

6.2.2 計算結果と考察

Fig.6.8 にシミュレーションにより得られた水圧荷重下での縦通材ウェブのき裂伝播経路を示す。図中の座標原点は各モデルのウェブスチフナ端部に設定してある。水圧荷重下ではき裂はウェブ中を横隔壁側に傾いて進展する傾向があり、特に構造詳細形状(b),(c),(d)はき裂先端がスキン材に近づくに従って大きく湾曲し、き裂のスキン材への進入を免れる可能性が高いことがわかる。一方スチフナ型の構造詳細形状(a)は他の構造詳細形状に比べてき裂伝播方向の傾きが小さく、き裂はスキン材に進入する可能性が高いといえる。これより、水圧荷重下では構造詳細形状の選択に応じて疲労き裂の危険度が大きく変化する可能性があるといえる。Fig.6.9 にフェイスのき裂伝播経路を示す。フェイスのき裂は構造詳細形状に関係なくほぼ真直ぐ幅方向に進展する。

Fig.6.10 にウェブにおける水圧荷重下のき裂長さと同係数範囲の関係を示す。ウェブの応力拡大係数範囲はき裂進展に伴って極めて複雑に変化していることがわかる。応力拡大係数範囲が急激に増大する部分はフェイスが破断した瞬間に対応しており、構造詳細形状(b),(c),(d)では応力拡大係数が大幅に増大した後、暫くの間ほぼ一定値を保つが、き裂長さが 300mm を超えた辺りから再び増大し始める。一方、構造詳細形状(a)では応力拡大係数範囲がフェイスの破断に伴って大幅に増大した後、緩やかに減少している。Fig.6.11 にフェイスのき裂長さと同係数範囲の

関係を示す。応力拡大係数範囲の絶対値は高い順に(a), (d), (c), (b)であり、き裂発生位置の公称応力あるいはウェブスチフナ端部の応力集中が強く影響していると考えられる。Fig.6.12 にき裂成長曲線を示す。ウェブのき裂進展速度はフェイス破断後に急激に増大していることがわかる。また、き裂伝播寿命は構造詳細形状に応じてき裂伝播寿命は大きく異なっており、特にフェイス破断までに顕著な差異が生じている。

Figs.6.13, 6.14 に軸力荷重下でのウェブ及びフェイスでのき裂伝播経路をそれぞれ示す。軸力荷重下ではいずれの構造詳細形状でもウェブのき裂はスキン材方向に、フェイスのき裂はフェイス幅方向にそれぞれほぼ真直ぐ進展する。Figs.6.15, 6.16 に軸力荷重下でのウェブとフェイスにおけるき裂長さと応力拡大係数範囲の関係をそれぞれ示す。水圧荷重の場合と同様に、ウェブの応力拡大係数範囲はフェイス破断に伴い大きく増大している。ただし、水圧荷重の場合とは異なり、構造詳細形状に応じた応力拡大係数範囲の変化はあまり無い。Fig.6.17 にそれに対応するき裂成長曲線を示す。水圧荷重下の場合と比較すると、軸力荷重下ではき裂伝播経路および寿命に対する構造詳細形状の影響が生じ難いといえる。

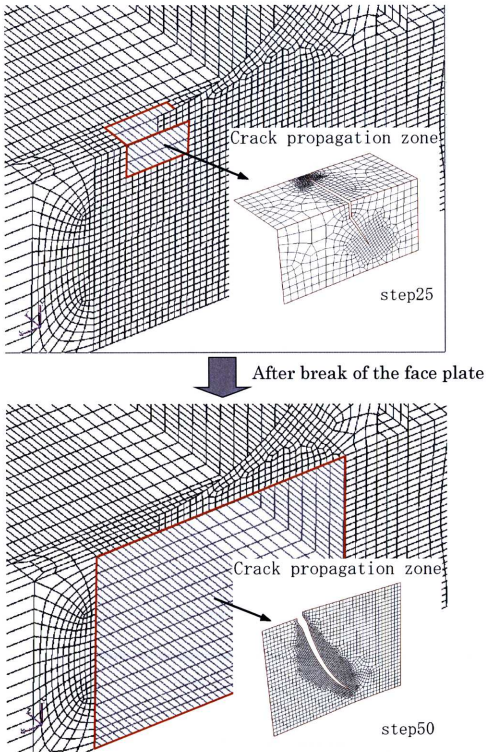


Fig.6.7 Finite element model considering crack propagation.

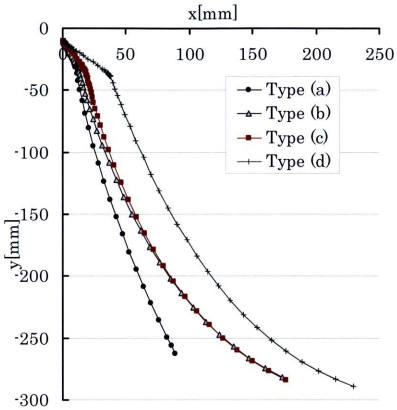


Fig.6.8 Crack paths in the web-plate under water pressure.

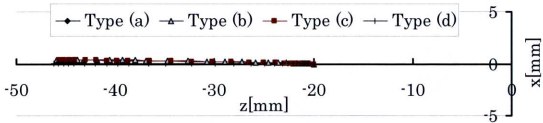


Fig.6.9 Crack paths in the face-plate under water pressure.

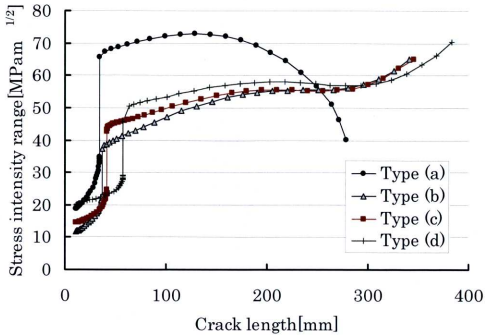


Fig.6.10 Variation of stress intensity ranges in the web-plate under water pressure.

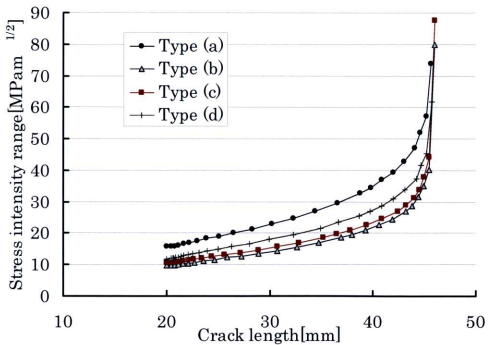


Fig.6.11 Variation of stress intensity ranges in the face-plate under water pressure.

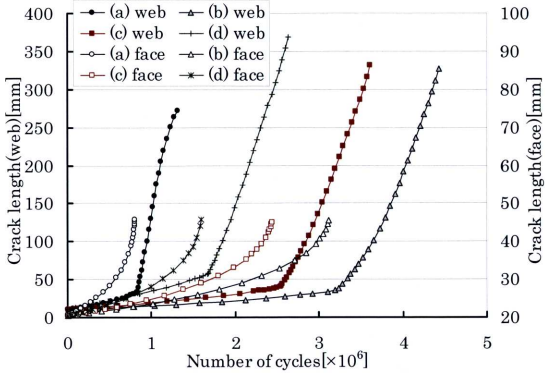


Fig.6.12 Crack growth curves under water pressure.

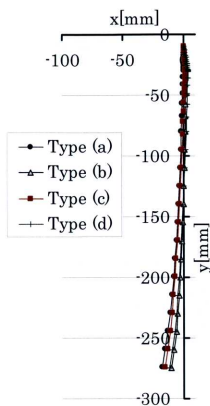


Fig.6.13 Crack paths in the web-plate under axial force.

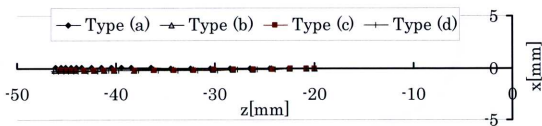


Fig.6.14 Crack paths in the face-plate under axial force.

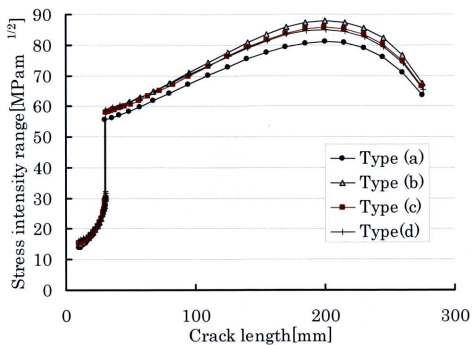


Fig.6.15 Variation of stress intensity ranges in the web-plate under axial force.

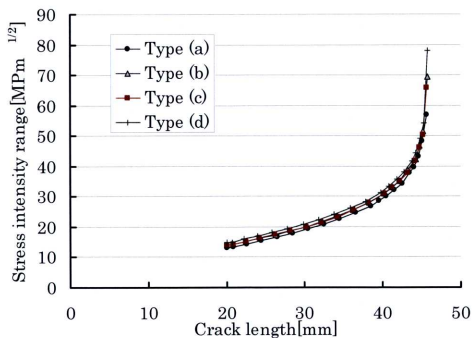


Fig.6.16 Variation of stress intensity ranges in the face-plate under axial force.

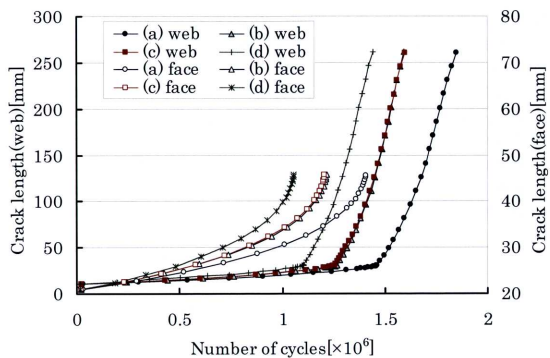


Fig.6.17 Crack growth curves under axial force.

6.3 溶接残留応力の影響について⁵⁰⁾

6.3.1 溶接残留応力を考慮した疲労き裂伝播シミュレーション

溶接残留応力は疲労き裂伝播挙動に多大な影響を及ぼすため、その影響を考慮したシミュレーションが必要である。本き裂伝播シミュレーションプログラムでは重ね合わせの原理を適用して残留応力の影響による応力拡大係数を求める⁴³⁾。残留応力を有するき裂材は Fig.6.18 に示す重ね合わせが成立する。Fig.6.18(a)が解くべき問題であり、残留応力場中をき裂が進展することで応力の再配分が生じ、き裂先端では応力集中が生じている。Fig.6.18(a)の応力状態は Fig.6.18(b)と(c)の応力状態の重ね合わせとして考えることができる。Fig.6.18(b)は無き裂状態での残留応力場であり、Fig.6.18(c)はき裂面上で Fig.6.18(b)の応力を打ち消す内圧を作用させたものである。Fig.6.18(b)の問題はき裂を有していないため、応力特異性を持たない。そのため、解くべき問題の応力拡大係数は Fig.6.18(c)の応力拡大係数と等しい。本シミュレーションプログラムでは有限要素解析においてき裂面上に内圧を直接負荷することで Fig.6.18(c)の応力拡大係数を求める。本節では残留応力は応力比 R にのみ影響を及ぼすと仮定し、加藤の式を適用して有効応力拡大係数範囲を計算し、疲労き裂伝播寿命を計算した(3.1.2 節参照)。

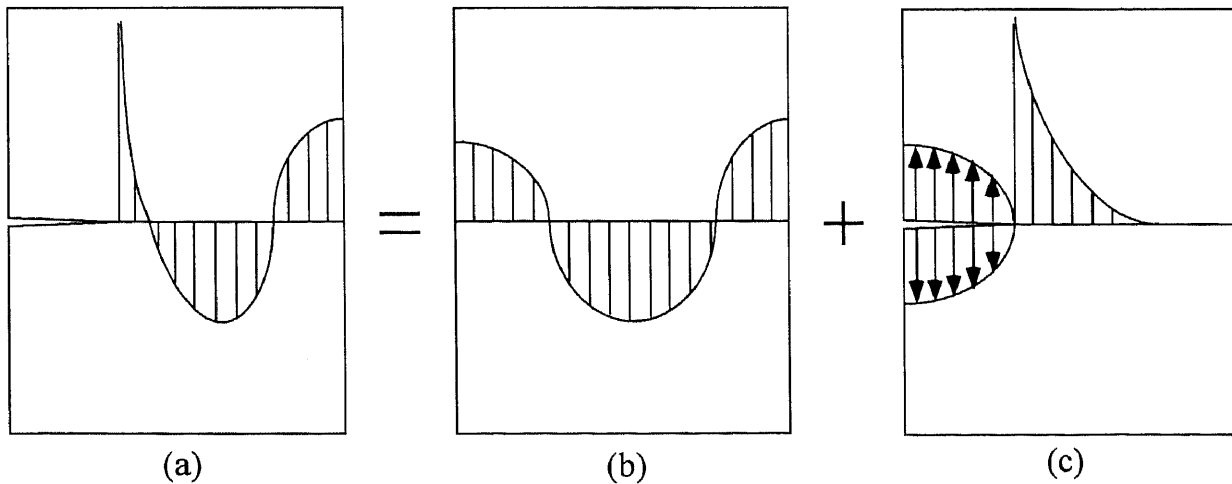


Fig.6.18 Superposition of stress field in a cracked body with residual stress; (a) a cracked body with residual stress, (b) residual stress field without crack, (c) a cracked body with internal pressure.

6.3.2 溶接残留応力の計測

Fig.6.19 に示す構造試験体を使用し、切り出し法によって残留応力分布を計測した。試験体の供試材の機械的性質及び化学成分を Table 6.1 に示す。残留応力計測は中央の縦通材について行い、ひずみゲージは Fig.6.20 に示す位置に添付した。Figs.6.21, 6.22 に計測した残留応力分布を示す。ウェブの残留応力は表裏の平均値を示している。溶接ビード近傍では x 方向にかなり高い引張残留応力が存在し、フェイスの端部及びウェブの中央部ではそれと平行するための圧縮残留応力が存在している。フェイスの左右の残留応力分布に非対称が生じている以外は、ほぼ妥当な計測結果であると考えられる。

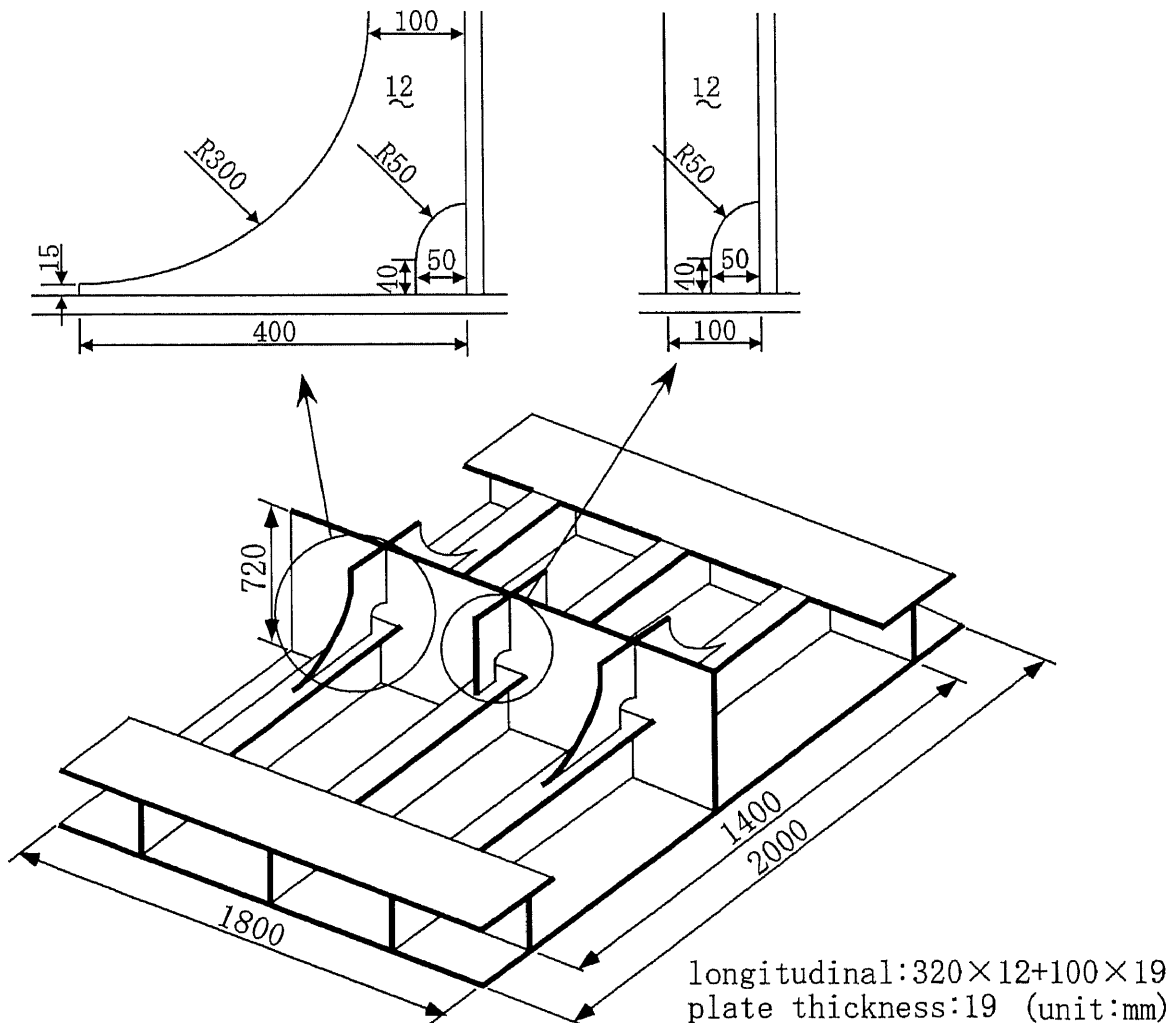


Fig.6.19 Specimen of a stiffened panel structure.

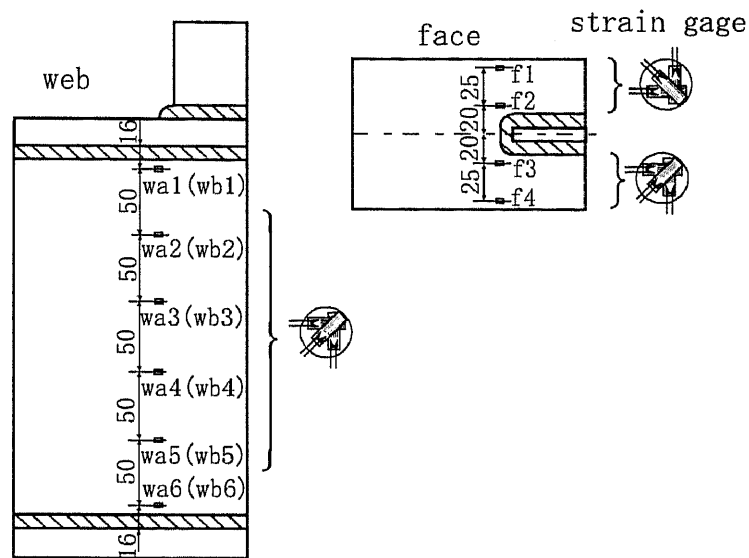


Fig.6.20 Location of strain gauges.

Table 6.1 Material properties of the specimen.

Tensile test					
thickness(mm)	Y. P. (N/mm ²)	T. S. (N/mm ²)		EL. (%)	
19	345	536		25	
12	361	529		26	
Chemical composition (%)					
thickness(mm)	C×100	Si×100	Mn×100	P×1000	S×1000
19	16	35	143	17	3
12	16	33	137	14	4

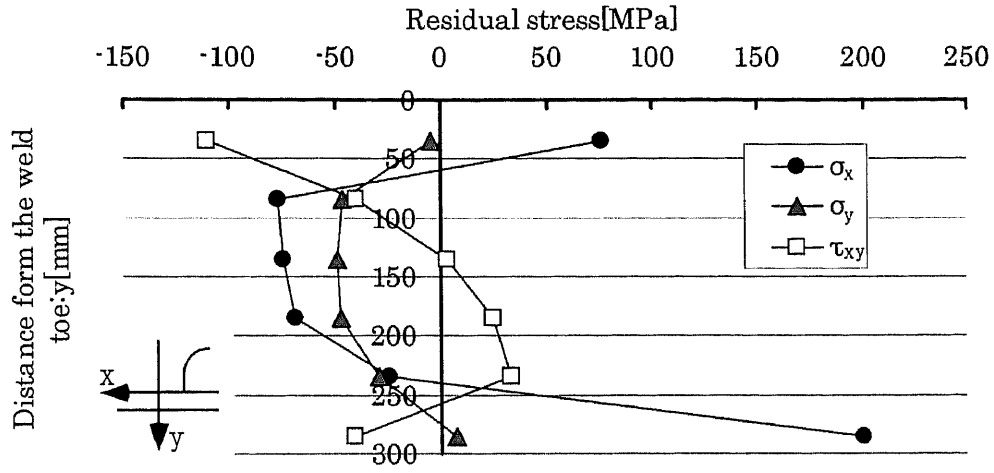


Fig.6.21 Residual stress distribution in the web-plate.

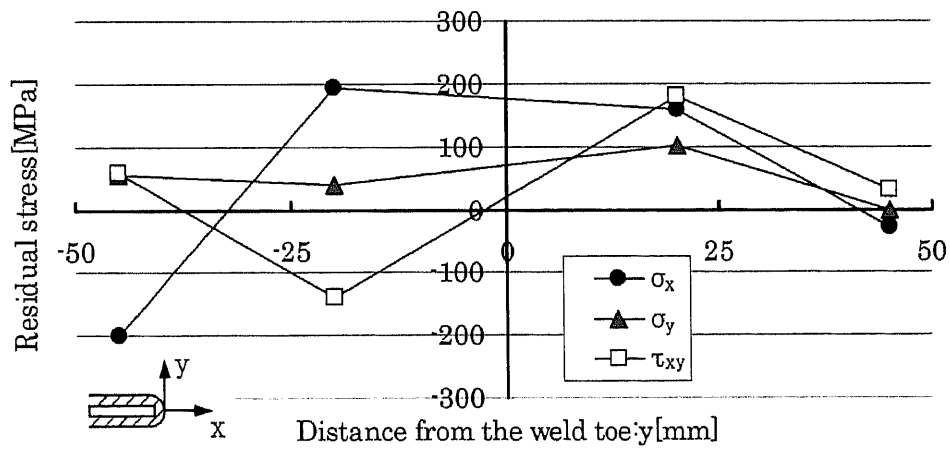


Fig.6.22 Residual stress distribution in the face-plate.

6.3.3 計算結果と考察

解析モデルは構造詳細形状(b)で荷重条件は水圧荷重(50kPa)とし、フェイスの残留応力は左右の平均値を与えた。き裂伝播定数 C , m 及び下限界有効応力拡大係数範囲 $(\Delta K_{\text{eff}})_{\text{th}}$ は 6.2 節と同様の値を用いた。Figs.6.23, 6.24 に有効応力拡大係数範囲とき裂長さの関係を示す。残留応力を考慮した場合、ウェブの有効応力拡大係数範囲はき裂が短い段階では溶接ビード近傍の引張残留応力の影響により高められるが、き裂長さが進展するに従い圧縮残留応力の影響を受け徐々に減少している。最終的にウェブの有効応力拡大係数範囲は下限界有効応力拡大係数範囲 $(\Delta K_{\text{eff}})_{\text{th}}=2.75\text{MPam}^{1/2}$ 程度まで減少している。フェイスのき裂は、常に引張残留応力の影響を受けており、その応力拡大係数は残留応力を考慮しない場合の 1.5 倍程度に高められている。Figs.6.25, 6.26 に残留応力を考慮した場合の応力比とき裂長さの関係を示す。ウェブの応力比はき裂が短い段階では正の値を示すが、き裂長さ 150mm 程度から負の値に転じ、き裂長さ 280mm 程度から急激に減少していることがわかる。フェイスの応力比は常に 0.5 以上であるので、加藤の式によると常に完全開口 ($U=1$) となる。Fig.6.27 にき裂成長曲線を示す。残留応力を考慮した場合、フェイス破断まではき裂伝播速度は加速されているが、ウェブ中のき裂は遅延傾向を示し、最終的に停留している。

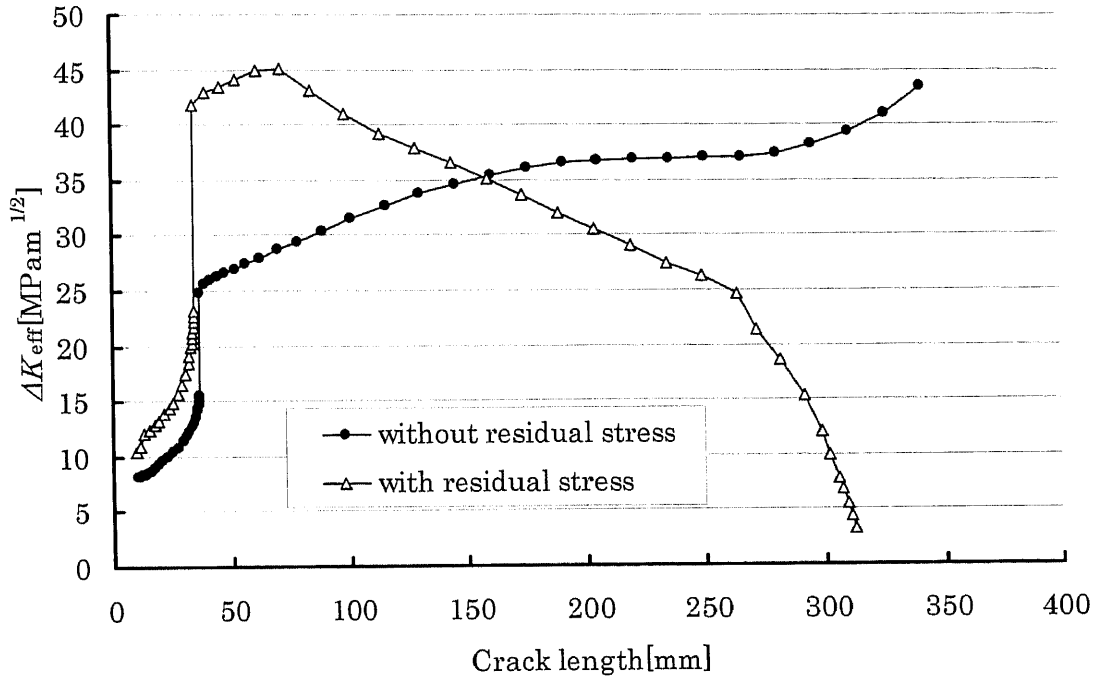


Fig.6.23 Variation of ΔK_{eff} in the web-plate with and without residual stress field.

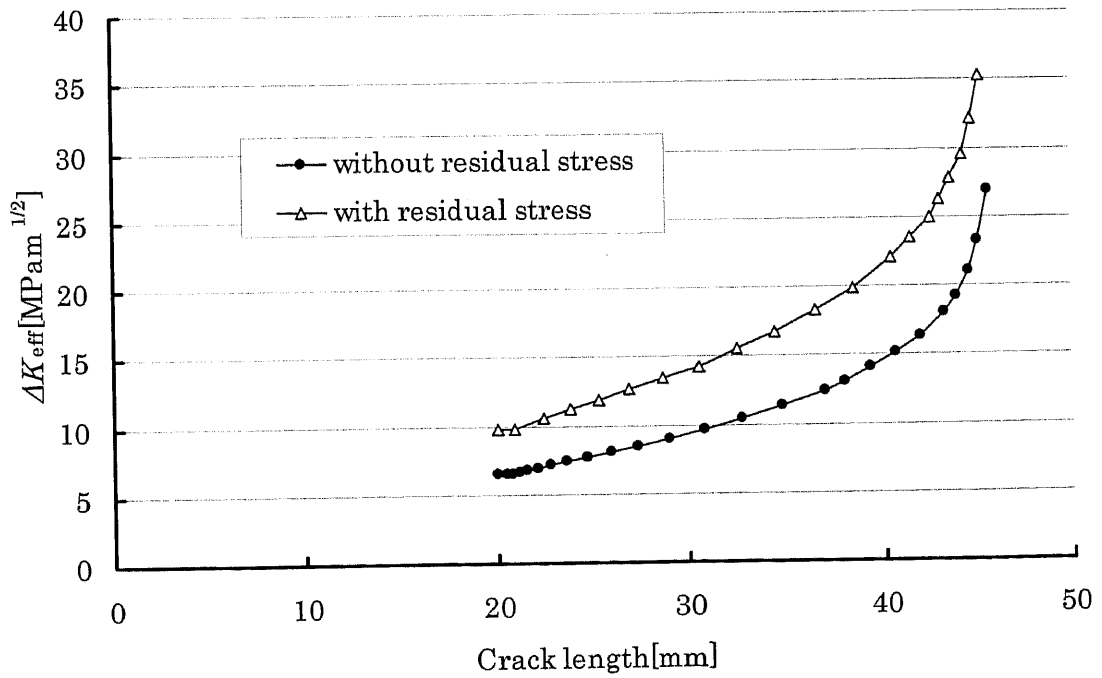


Fig.6.24 Variation of ΔK_{eff} in the face-plate with and without residual stress field.

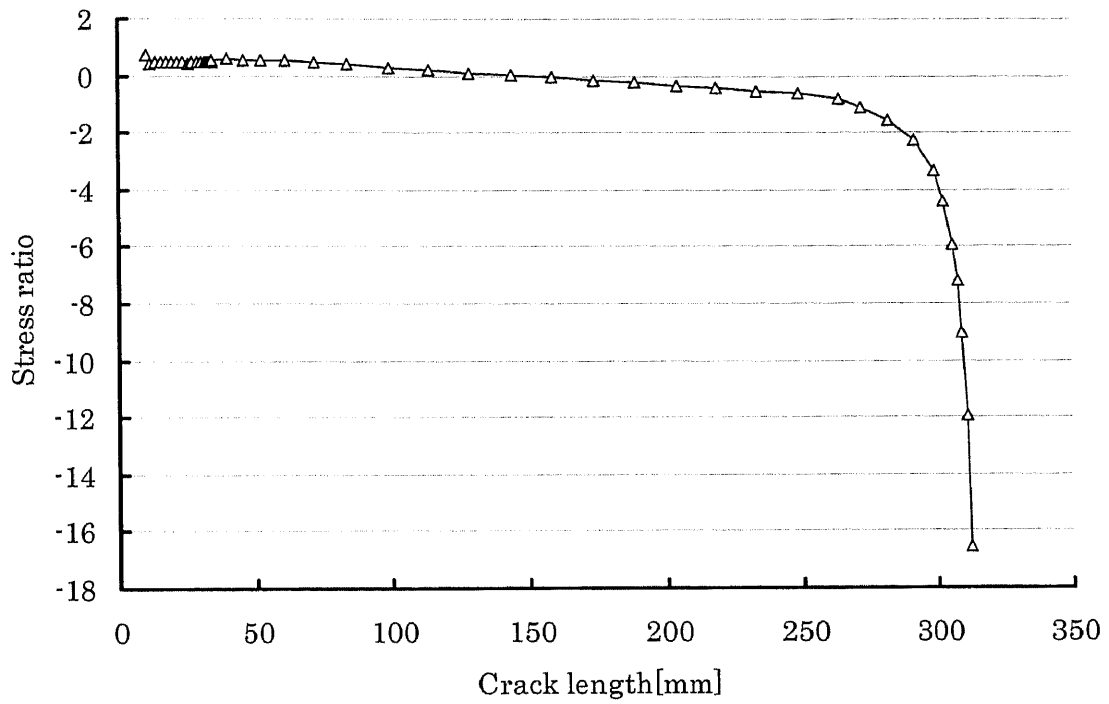


Fig.6.25 Variation of stress ratio in the web-plate with residual stress field.

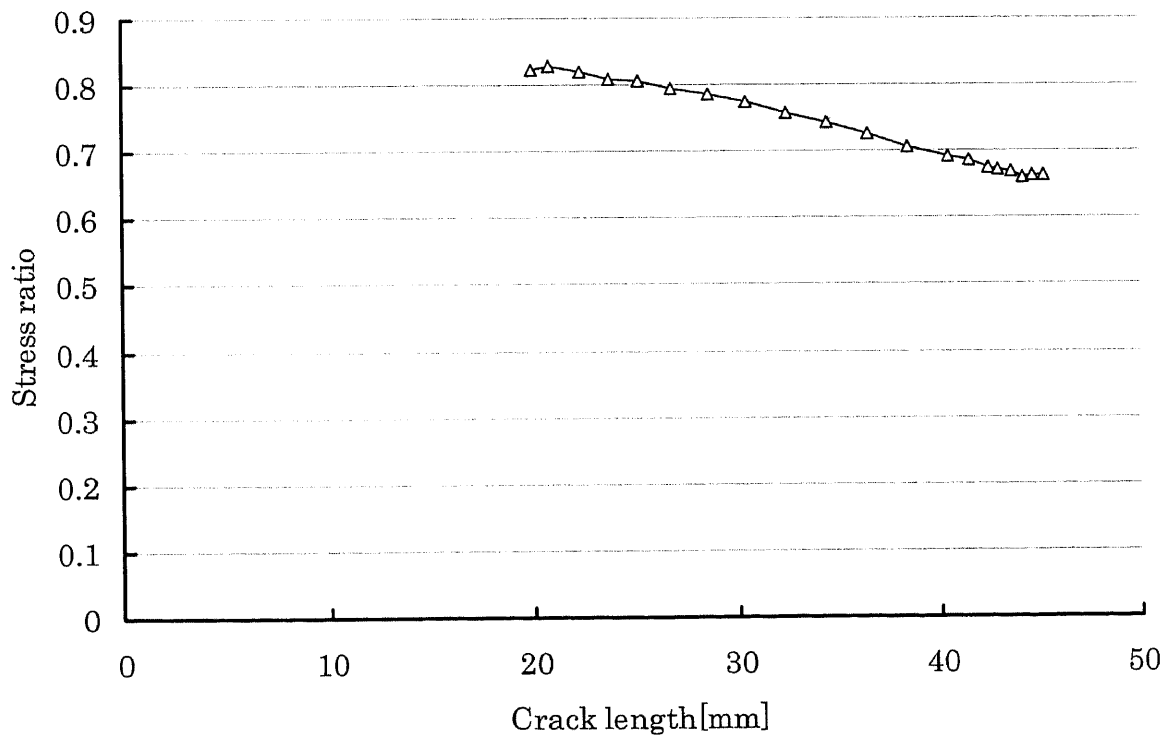


Fig.6.26 Variation of stress ratio in the face-plate with residual stress field.

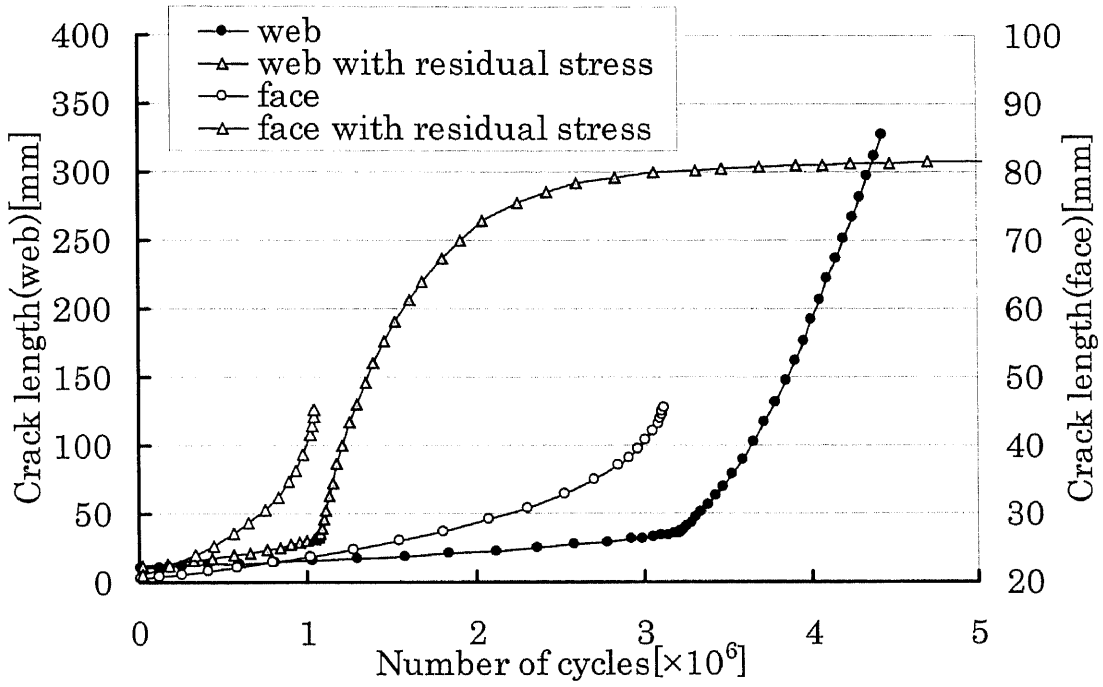


Fig.6.27 Crack growth curves with and without residual stress field.

6.4 波浪荷重を受ける船体構造の疲労き裂伝播シミュレーション⁵⁴⁾

本節では船舶が航行中に受ける不規則な波浪荷重を考慮し、嵐モデルによる荷重データを作成して疲労き裂伝播シミュレーションを行う。疲労き裂伝播寿命の推定には、き裂開閉口シミュレーションに基づく手法および加藤の式と修正 Paris-Elber 則に基づく簡易的な手法の両方を行い、それらの結果を比較する。以後では前者を提案法(present method)、後者を簡易法(simple method)とそれぞれ呼ぶ。計算に使用したパラメータは以下の通りである。

提案法：

き裂伝播定数(ΔK_{RP} 規準)： $C=3.514 \times 10^{-11}$, $m=2.692$ (SI 単位)

ヤング率： $E=206$ [GPa], ポアソン比： $\nu=0.3$, 降伏応力： $\sigma_y=352$ [MPa],

塑性拘束係数： $\lambda=1.04$, 塑性収縮に関するパラメータ： $\alpha=0.1$, $n=0.1$

棒要素を配置する範囲： $h=100$ [mm]

簡易法：

き裂伝播定数(ΔK_{eff} 規準)： $C=1.411 \times 10^{-11}$, $m=2.958$ (SI 単位)

下限界有効応力拡大係数範囲： $(\Delta K_{eff})_{th}=2.58$ [MPa $m^{1/2}$]

ΔK_{RP} 規準及び ΔK_{eff} 規準のき裂伝播定数はそれぞれ同様の鋼材に対して得られたパラメータである¹⁷⁾。また船体構造モデルは全て構造詳細形状(b)に対するものを使用し、荷重条件は水圧荷重とした。初期き裂及びき裂伝播領域の設定は 6.2 節と同様とした。

6.4.1 嵐モデルに基づく荷重データの作成

富田らは北太平洋を航行する 38 隻の船舶が 14 年間に遭遇した海象の調査結果に基づき、嵐モデルと呼ばれる荷重モデルを提案した⁴⁵⁾⁻⁴⁷⁾。その概要は以下の通りである。

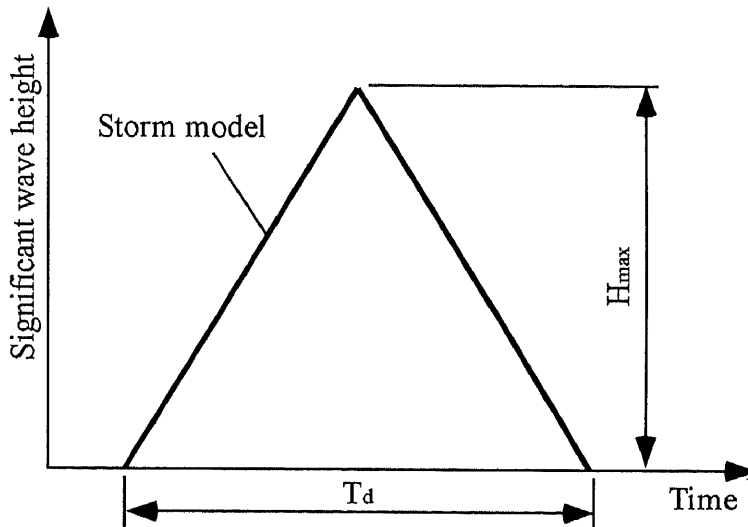
- (1) 船舶が遭遇する海象は、有義波高 5m 以上の嵐の状態と平穏な海象に分類でき、嵐の状態において有義波高は Fig.6.28 に示すように前半では時間とともに徐々に増加し、最大値に達した後は徐々に減少する。
- (2) 1 個の嵐の持続時間は有義波高に関わらず、平均すると 3.5 日(84 時間)となる。
- (3) 船舶が 20 年間に遭遇する嵐は、A~F の 6 つのレベルに分類でき、それらの発現頻度は Table 6.2 のようになる。全海象のうちで嵐の状態が占める割合は 4.5%となり、残りの 95.5%は波高 5m 以下の平穏な状態となる。
- (4) 船体に生じる応力範囲は波高に比例すると仮定し、応力範囲の繰り返しパターンは波高のパターンと同様とする。
- (5) 船舶に 20 年間に繰り返される応力範囲の長期分布は指数分布とし、総繰り返し数は 10^8 回とする。従って平均の繰り返し周期は 6.3 秒となり、1 個の嵐における応力の繰り返し総数は 48,000 回となる。

(6) 1個の嵐における応力範囲の頻度分布をレーレー分布とすると、応力範囲 S_i の繰り返し数 n_i は次式により表される。

$$n_i = 48000[\exp\{-\beta_j(S_i/S_{Fa,max})^2\} - \exp\{-\beta_j(S_{i+1}/S_{Fa,max})^2\}] \quad (6.1)$$

ここに $S_{Fa,max}$ は F 嵐の最大応力範囲であり、 β_j は Table 6.3 に示す全体の頻度分布を指数分布に合わせるための修正係数である。

本研究ではこの嵐モデルの考え方に従い、水圧荷重の最大範囲を 200kPa とする荷重頻度データを作成した(Table 6.4 参照)。200kPa の水圧荷重範囲に対して、構造詳細構造(b)のモデルのウェブスチフナ端部でのフェイスの公称応力範囲は 160MPa となる。Fig.6.29 に作成したデータに基づく水圧荷重範囲の長期分布を、指数分布と比較する。作成したデータは指数分布と良く一致していることが確認できた。



H_{max} : maximum wave height, T_d : duration of storm

Fig.6.28 Time history of significant wave height in rough sea.

Table 6.2 Classification of storms and number of encounters for 20 years.

Storm	Calm	A	B	C	D	E	F
Maximum H_s	$\leq 5m$	6m	7m	8m	9m	11m	15m
n for 20 years	-	42	25	12	7	6	1
% of occurrence	95.5	4.5					

Table 6.3 β_j for each storm.

Storm	A	B	C	D	E	F
β_j in eq. (6.1)	35.9	29.3	24.1	20.3	17.3	10.8

Table 6.4 Number of water pressure amplitude (ΔP_i) in each storm.

ΔP_i [kPa]	Calm	A	B	C	D	E	F
0.00	22976	1877	1538	1268	1071	914	571
6.67	12270	5202	4323	3607	3071	2638	1673
13.33	6453	7399	6330	5404	4678	4073	2657
20.00	3314	8167	7297	6447	5723	5083	3463
26.67	1644	7648	7241	6697	6147	5607	4047
33.33	779	6289	6402	6270	6001	5658	4389
40.00	347	4620	5130	5381	5416	5313	4495
46.67	143	3061	3762	4275	4562	4688	4388
53.33	53	1840	2540	3163	3609	3910	4108
60.00	17	1008	1585	2188	2692	3095	3703
66.67	4	504	917	1419	1898	2332	3223
73.33	0	231	492	864	1268	1676	2715
80.00	0	154	246	495	804	1150	2215
86.67	0	0	115	268	484	755	1754
93.33	0	0	82	136	277	474	1348
100.00	0	0	0	65	151	285	1007
106.67	0	0	0	53	78	164	732
113.33	0	0	0	0	39	91	517
120.00	0	0	0	0	31	48	356
126.67	0	0	0	0	0	25	238
133.33	0	0	0	0	0	12	155
140.00	0	0	0	0	0	6	99
146.67	0	0	0	0	0	3	61
153.33	0	0	0	0	0	0	37
160.00	0	0	0	0	0	0	22
166.67	0	0	0	0	0	0	12
173.33	0	0	0	0	0	0	7
180.00	0	0	0	0	0	0	4
186.67	0	0	0	0	0	0	2
193.33	0	0	0	0	0	0	1
200.00	0	0	0	0	0	0	1

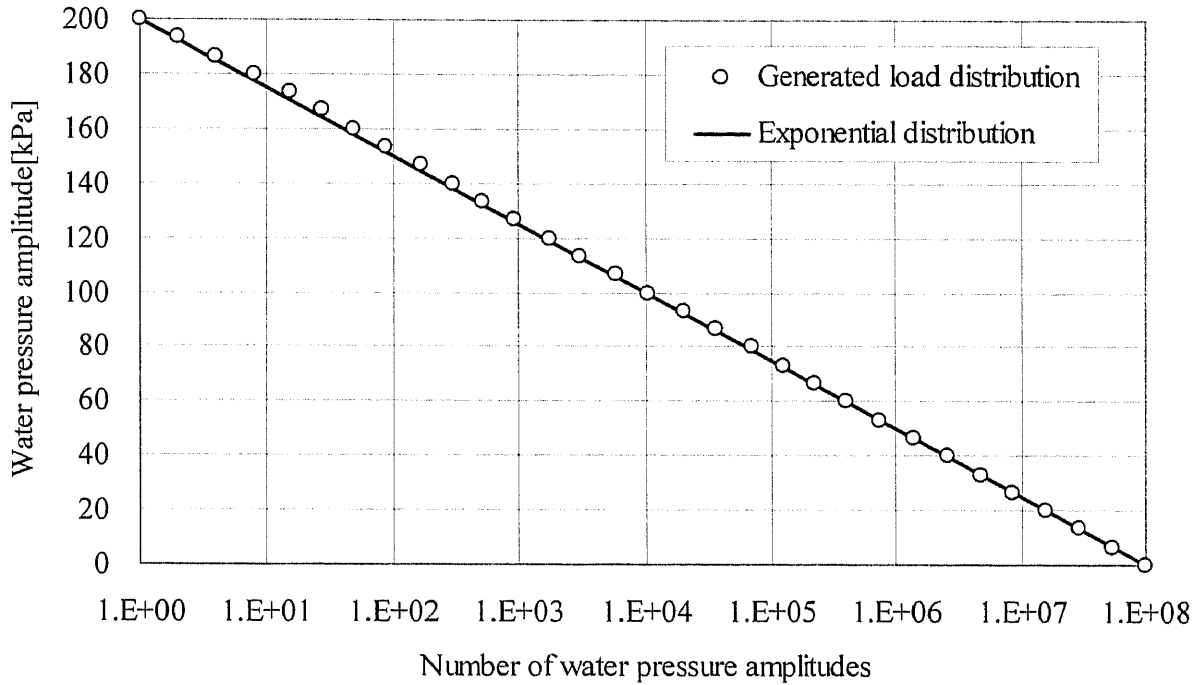


Fig.6.29 Long-term distribution of water pressure amplitude.

6.4.2 嵐モデルを用いた疲労き裂伝播シミュレーション

作成した嵐モデル荷重を用いて疲労き裂伝播シミュレーションを行った。平穏状態での荷重は疲労き裂伝播にほとんど影響を及ぼさないと仮定し、平穏状態の荷重は無視してA~Fの嵐がそれぞれTable 6.5に示す確率でランダムな順序で発生するものとした。平均の水圧荷重は25kPaとした。また同様の条件で10回荷重順序データを作成して疲労き裂伝播シミュレーションを行い、計算結果のバラツキを検討した。ただし、本シミュレーション手法では荷重順序の変化はほとんどき裂伝播経路に影響を及ぼさないため、き裂伝播経路を含めたシミュレーションは最初の1ケースだけを行い、以後では1ケース目の計算で得られたき裂先端応力場パラメータを用いてき裂伝播寿命の計算のみを行った。

Figs.6.30, 6.31にそれぞれウェブ、フェイスでのき裂伝播経路の計算結果を示す。これらは6.2節の一定振幅荷重での計算結果(Figs.6.8, 6.9)とほとんど変化がない。Figs.6.32, 6.33にウェブ及びフェイスでのき裂成長曲線をそれぞれ示す。Table 6.6にはフェイス破断まであるいはウェブのき裂が355mmに達するまでのき裂伝播寿命の平均値と標準偏差を示す。提案法によるき裂伝播寿命の計算結果は、簡易法による結果に比べてかなり長く、フェイス破断までのき裂伝播寿命の平均値を比較すると、提案法による結果は簡易法に比べ約2.3倍長くなっている。また、提案法によるき裂伝播寿命はバラツキが極めて大きく、フェイス破断までのき裂伝播寿命の標準偏差は簡易法と比べ1オーダー異なっている。

このような結果が得られた原因について考察する。Fig.6.34にある荷重ケースでの0~80万サイクルの範囲でのき裂成長曲線とそれに対応する負荷荷重を示す。提案法では4番目に比較的高レベルの嵐(D嵐)が作用した直後にき裂伝播速度が大きく減速している。Fig.6.35に荷重繰り返し数(0~80万サイクル)に対する ΔK_{RP} の変化を示す。高レベルの嵐が作用した直後の ΔK_{RP} は、それ以前に比べ明らかに減少している。Fig.6.36に荷重繰り返し数(0~80万サイクル)に対する塑性域サイズの変化を示す。高レベルの嵐が作用した後の塑性域サイズは、その次の高レベル嵐(12番目の嵐)が作用するまで減少し続けており、この期間では高レベルの嵐によって形成された塑性域中をき裂が進展していることがわかる。このような高レベルの嵐の影響によるき裂伝播の遅延が定期的にかかることで、き裂伝播寿命は大きく引き延ばされたと推察される。一方、簡易法では荷重順序の影響によるき裂伝播の遅延を考慮できないため、疲労き裂伝播寿命がかなり短寿命に評価される可能性があるといえる。また、き裂伝播寿命の推定結果が大きくばらついた原因は、高レベル嵐が作用するタイミングと関係していると考えられ、常にき裂が高レベル嵐により形成された塑性域内を進展するような状況が作られた場合にはき裂伝播寿命は極めて大きく引き延ばされる。実際の船体構造では、同じ航路を運行する同型の船舶であっても、疲労き裂が生じる場合もあればそうでない場合もある。本シミュレーション結果はそのような事実を説明するための一助となる可能性がある。

Table 6.5 Probability of occurrence of storm A~F.

Storm	A	B	C	D	E	F
Probability	42/93	25/93	12/93	7/93	6/93	1/93

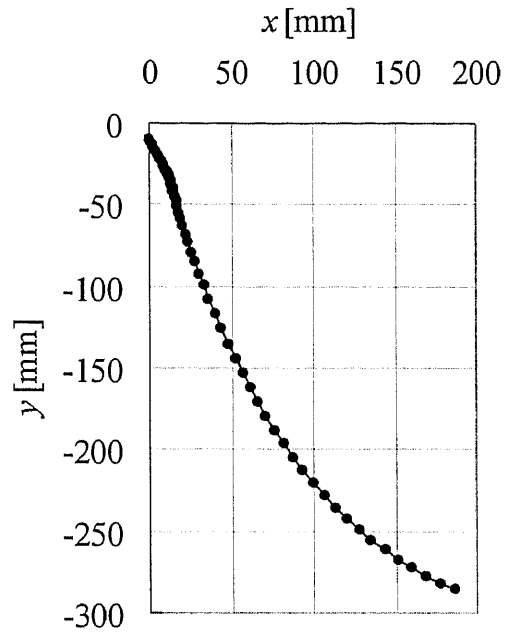


Fig.6.30 Crack paths in the web-plate under wave-induced loading.

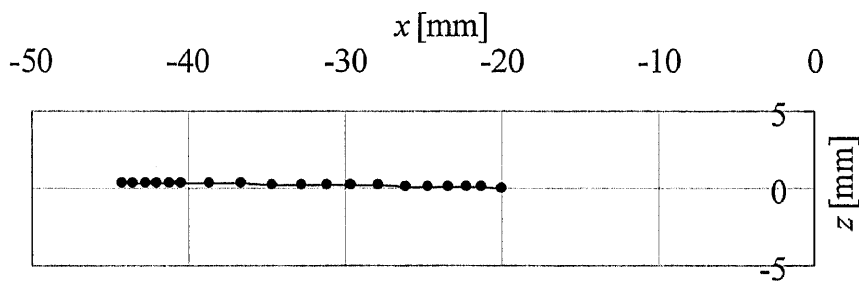


Fig.6.31 Crack paths in the face-plate under wave-induced loading.

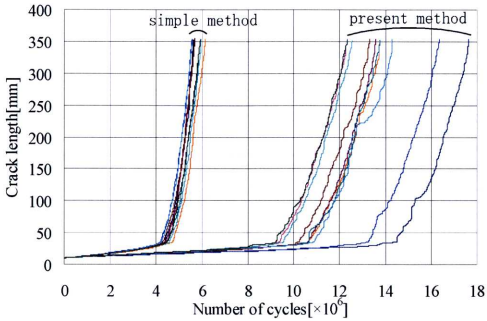


Fig.6.32 Crack growth curves in the web-plate under wave-induced loading.

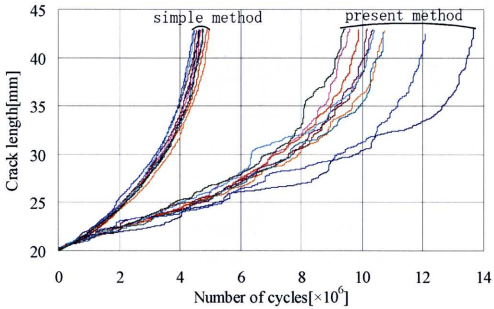


Fig.6.33 Crack growth curves in the face-plate under wave-induced loading.

Table 6.6 Average and standard deviation of the crack propagation lives (unit: cycles).

	applied method	average	standard deviation
break of the face plate	present method	1.07×10^7	1.22×10^6
	simple method	4.67×10^6	1.57×10^5
crack length in the web-plate = 355mm	present method	1.40×10^7	1.66×10^6
	simple method	5.76×10^6	1.89×10^5

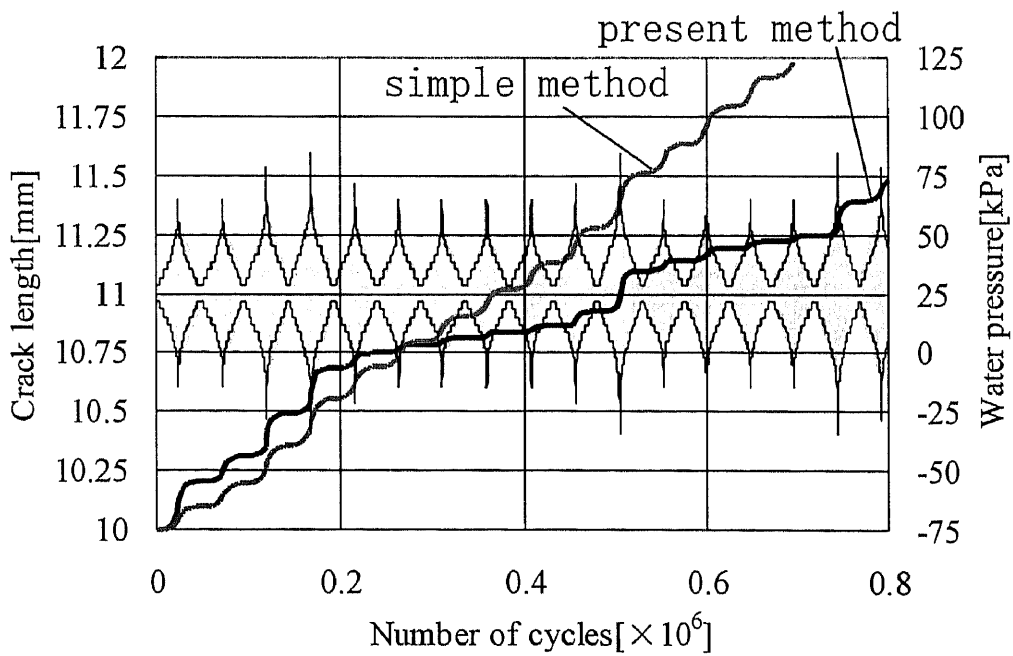


Fig.6.34 Crack growth curves in the web-plate for 0~800,000 cycles.

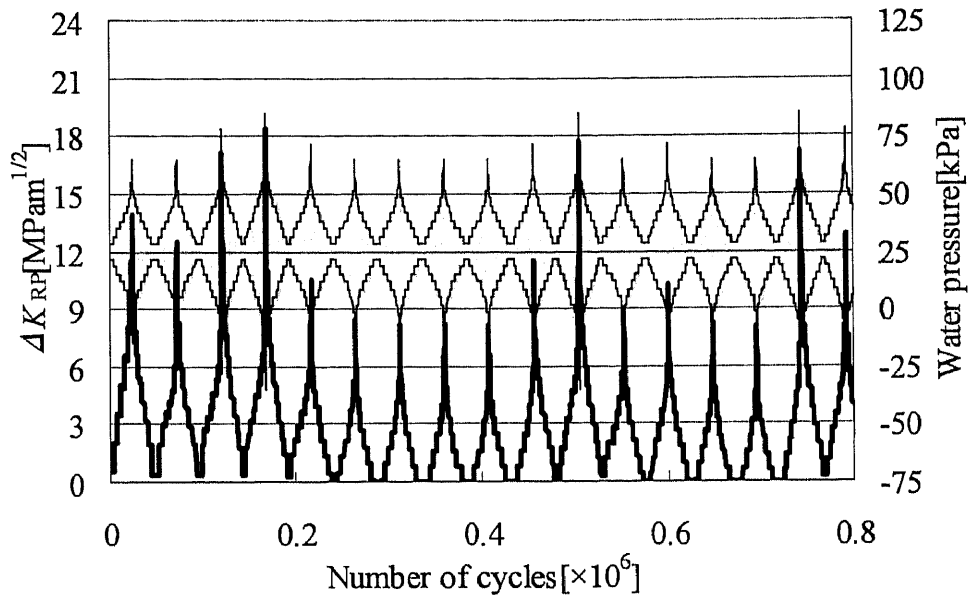


Fig.6.35 Variation of ΔK_{RP} in the web-plate for 0~800,000 cycles.

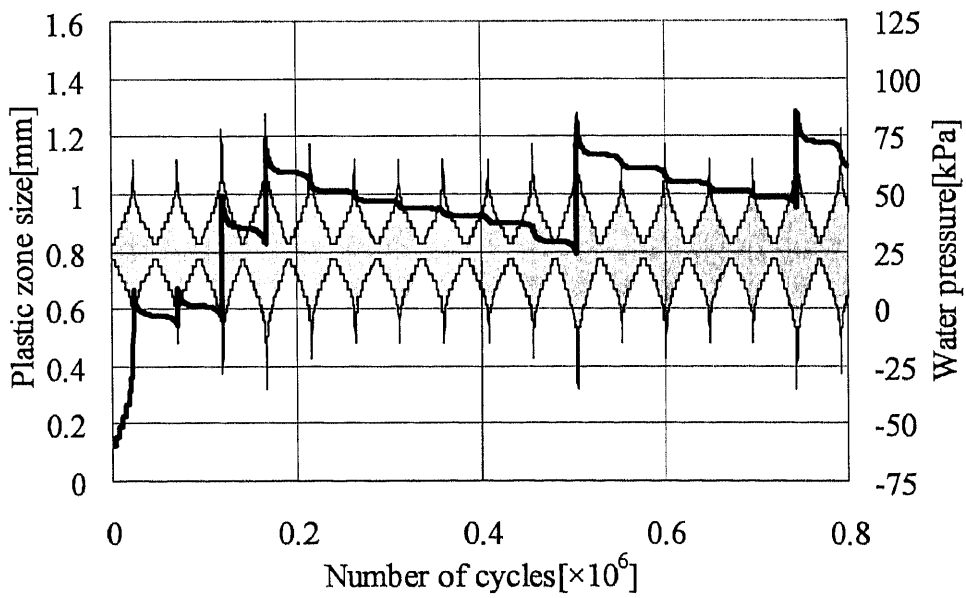


Fig.6.36 Variation of plastic zone size in the web-plate for 0~800,000 cycles.

6.5 種々の荷重条件下での疲労き裂伝播シミュレーション

前節でのシミュレーション結果より、提案法では疲労き裂伝播寿命が荷重順序によって大きくばらつくことがわかった。これより、船体構造の余寿命評価を行う際に、嵐の発生順序をランダムとすることは得策ではないと考えられ、十分信頼できる荷重設定法を検討する必要がある。本節では種々の荷重条件下での疲労き裂伝播シミュレーションを行い、船体構造の余寿命評価のための荷重設定法について考察する。本節の計算では6.4節と同様の計算パラメータを用いた。

6.5.1 等価荷重振幅が作用する場合

変動振幅荷重下の疲労き裂伝播寿命推定には等価応力範囲⁵²⁾を用いることが多い。等価応力範囲 $\Delta\sigma_{eq}$ は

$$\Delta\sigma_{eq} = \sqrt[m]{\sum(\Delta\sigma_i^m \cdot n_i) / \sum n_i}, \quad (6.2)$$

と与えられる。ここに $\Delta\sigma_i$ は応力振幅、 n_i はそれに対応する繰返し数、 m は疲労き裂伝播則のべき数である。等価荷重振幅 ΔP_{eq} の場合も同様に、荷重振幅 ΔP_i を用いて

$$\Delta P_{eq} = \sqrt[m]{\sum(\Delta P_i^m \cdot n_i) / \sum n_i}, \quad (6.3)$$

と計算することができる。Table 6.4を参照して平穏状態を除いた20年間の水圧荷重振幅の等価荷重振幅を計算すると $\Delta P_{eq}=38\text{kPa}$ となる(m は ΔK_{RP} 規準の値を用いた)。等価荷重振幅を一定振幅水圧荷重として与え、平均水圧荷重を25kPaとした場合のウェブとフェイスでのき裂成長曲線の計算結果をFigs.6.37, 6.38にそれぞれ示す。等価荷重振幅が作用する場合、提案法あるいは簡易法のどちらを用いた場合でもき裂伝播寿命にほとんど差異が現れない。Table 6.7に両手法でのき裂伝播寿命の計算結果を示す。等価荷重振幅によるき裂伝播寿命はTable 6.6の簡易法の平均値よりもわずかに短寿命であるが、ほぼ同程度といえる。一方、Table 6.6の提案法の平均値と比較すると、等価荷重振幅による計算結果は大幅に短寿命である。Figs.6.39, 6.40に繰返し数に対する ΔK_{RP} と ΔK の変化をそれぞれ示す。 ΔK_{RP} の計算結果にほとんど乱れは無く、妥当な結果であると考えられる。Figs.6.41, 6.42に繰返し数に対する塑性域サイズの変化を示す。ウェブ、フェイスいずれの場合も塑性域サイズはほぼ常に増加していることがわかる。一定荷重振幅下では、荷重順序の影響に伴うき裂進展の遅延が生じないため、提案法及び簡易法でほぼ同様の結果が得られると考えられる。

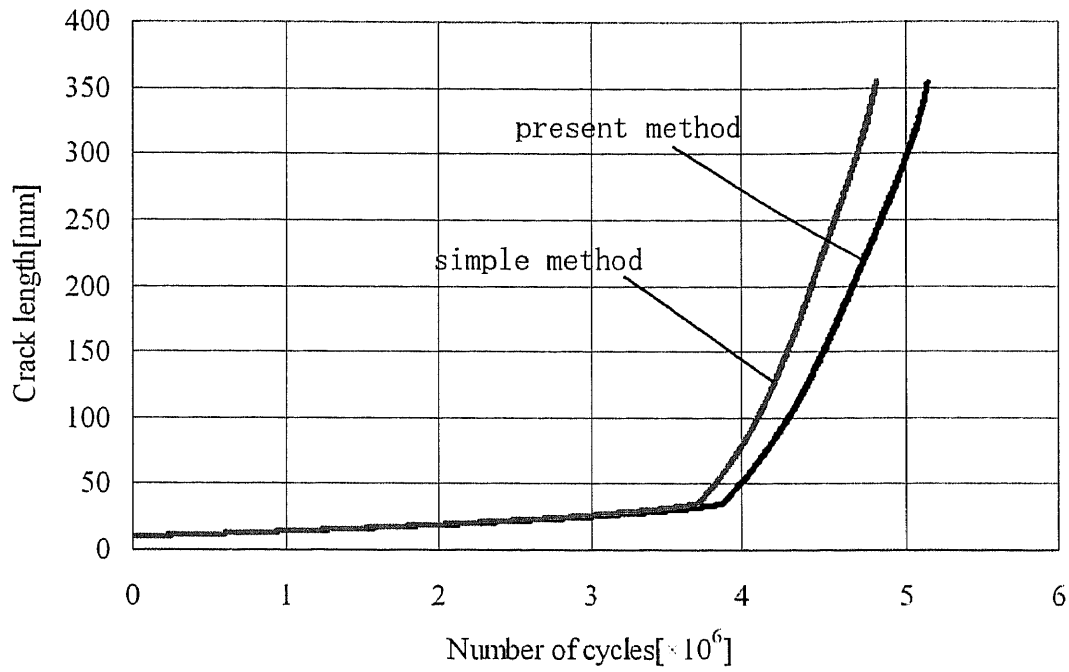


Fig.6.37 Crack growth curves in the web-plate under the equivalent load range.

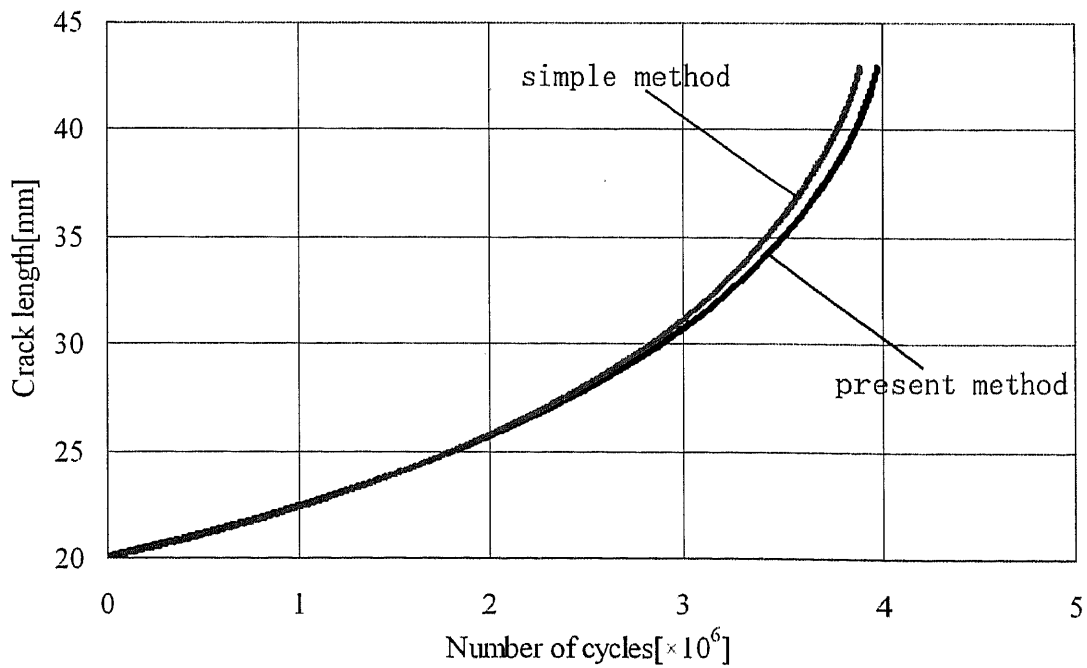


Fig.6.38 Crack growth curves in the face-plate under the equivalent load range.

Table 6.7 Crack propagation lives under the equivalent load range (unit: cycles).

	applied method	fatigue life
break of the face plate	present method	3.97×10^6
	simple method	3.89×10^6
crack length in the web-plate = 355mm	present method	5.13×10^7
	simple method	4.81×10^6

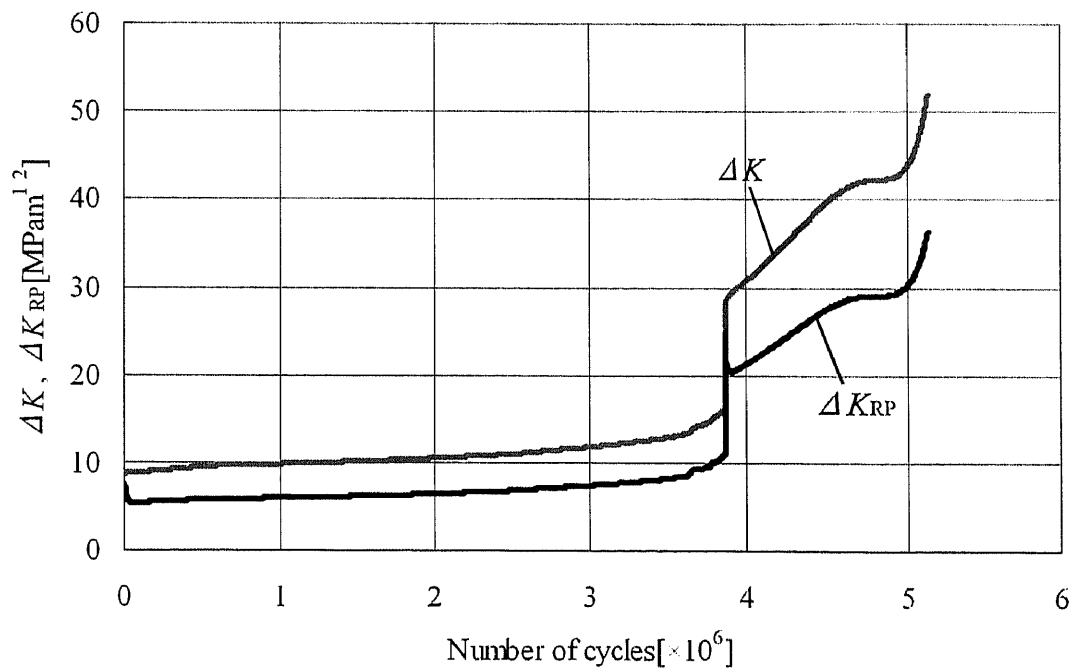


Fig.6.39 Variation of ΔK , ΔK_{RP} in the web-plate under the equivalent load range.

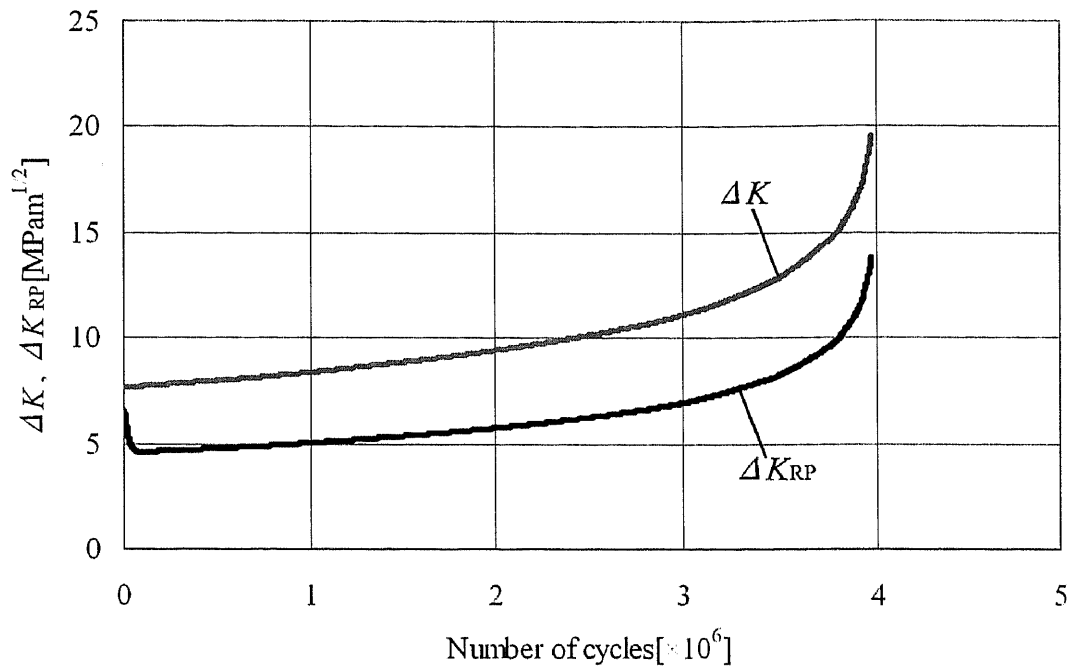


Fig.6.40 Variation of ΔK , ΔK_{RP} in the face-plate under the equivalent load range.

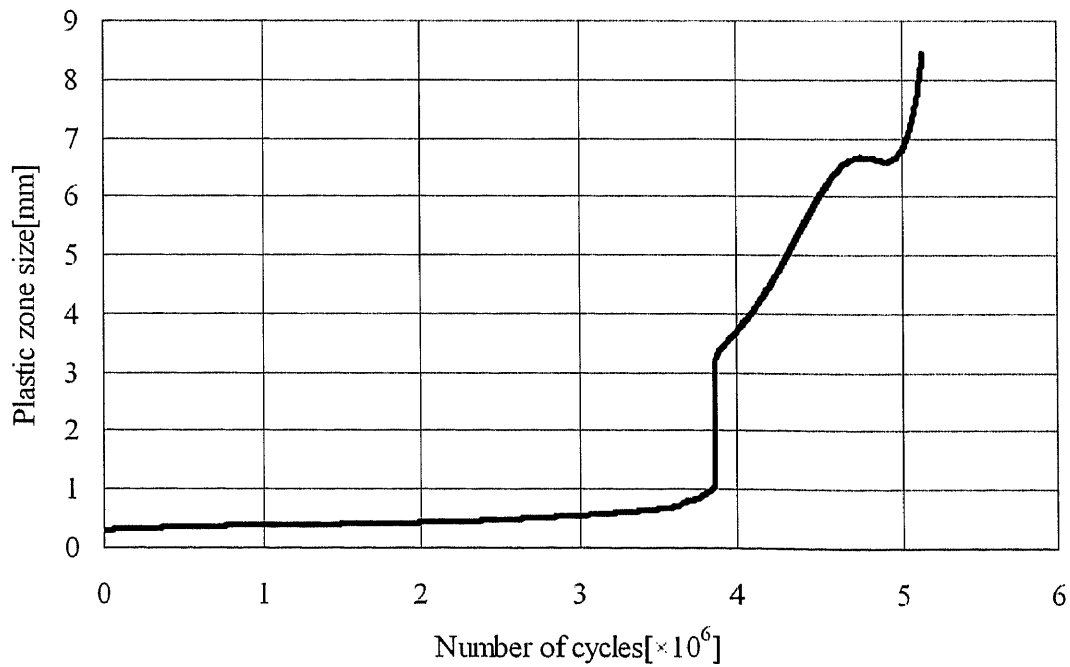


Fig.6.41 Variation of plastic zone size the web-plate under the equivalent load range.

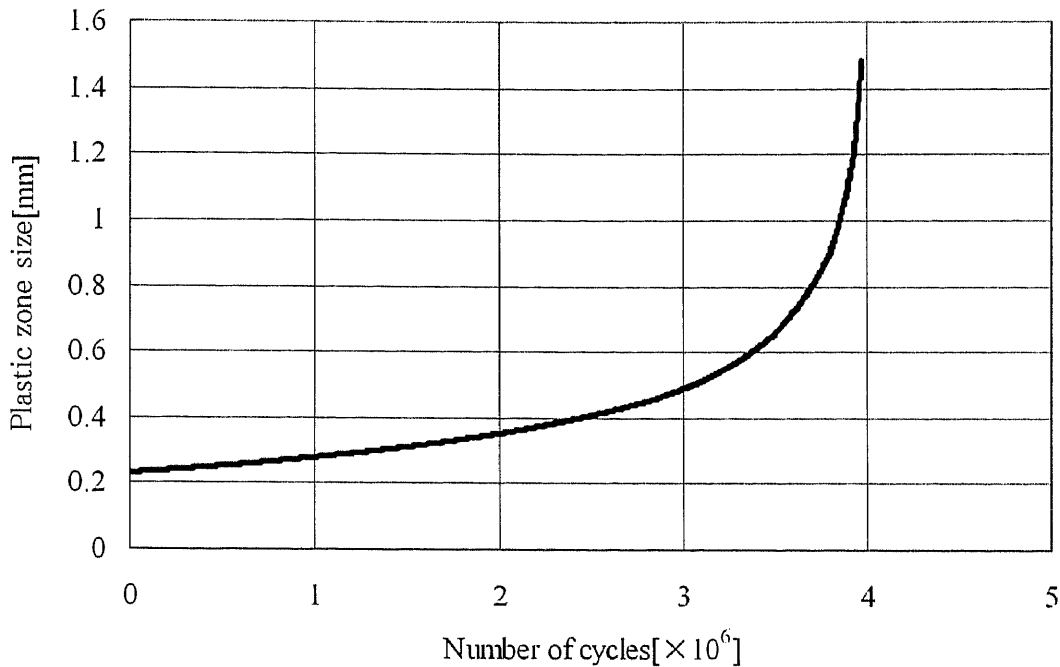


Fig.6.42 Variation of plastic zone size the face-plate under the equivalent load range.

6.5.2 1種類の嵐が繰り返し作用する場合

A~Fの嵐をそれぞれ1種類だけで繰り返し作用させた疲労き裂伝播シミュレーションを行った。平均の水圧荷重は全て25kPaとした。Figs.6.43~6.54に各嵐に対するウェブ及びフェイスでのき裂成長曲線を示す。Table 6.8にはき裂伝播寿命の計算結果を示す。疲労き裂伝播寿命の計算結果は、提案法の場合の方が簡易法に比して1.3~1.7倍程度長寿命であり、この割合は6.4節のランダムに嵐を荷重した場合に比べて小さくなっている(ランダム嵐の場合は平均2.3倍程度)。Fig.6.55にC嵐に対する0~80万サイクルの範囲でのき裂成長曲線とそれに対応する負荷荷重を示す。各嵐の最大荷重振幅の近傍においてき裂が大きく進展するが、その他の部分ではほとんど進展していない。Figs.6.56, 6.57に0~80万サイクルの範囲での ΔK_{RP} の変化と塑性域サイズの変化をそれぞれ示す。1個の嵐が作用する間の塑性域サイズの変化に着目すると、嵐における最大荷重振幅時に塑性域サイズは最大となり、それ以後ではき裂は最大荷重時に形成された塑性域中を進展していることがわかる。これより、1個の嵐が作用する間にもき裂伝播速度の遅延が生じ、き裂伝播寿命を引き延ばす結果となったと考えられる。

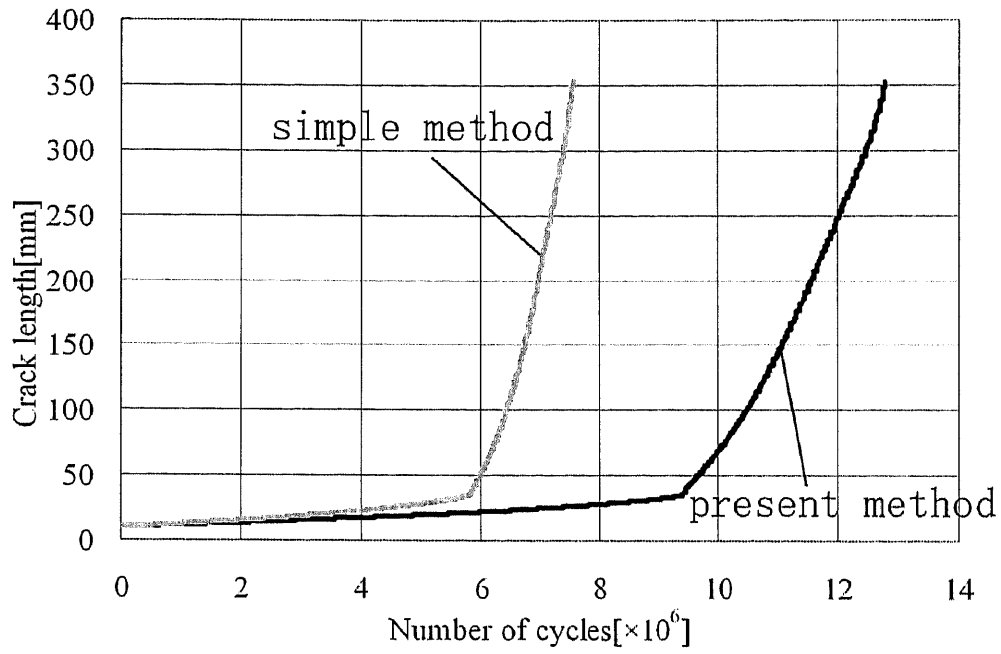


Fig.6.43 Crack growth curves in the web-plate for storm A.

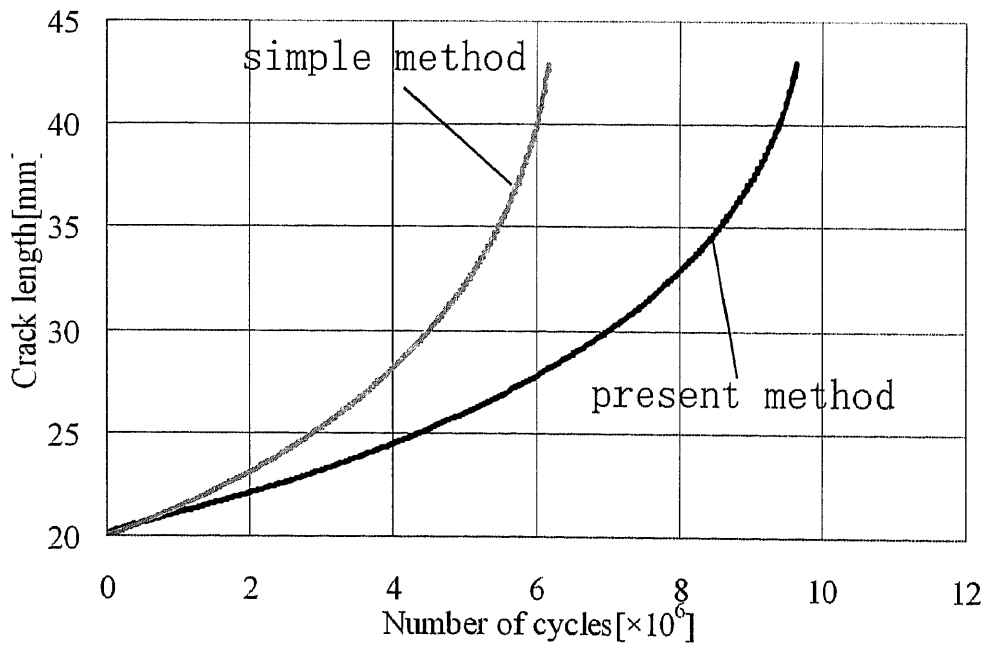


Fig.6.44 Crack growth curves in the face-plate for storm A.

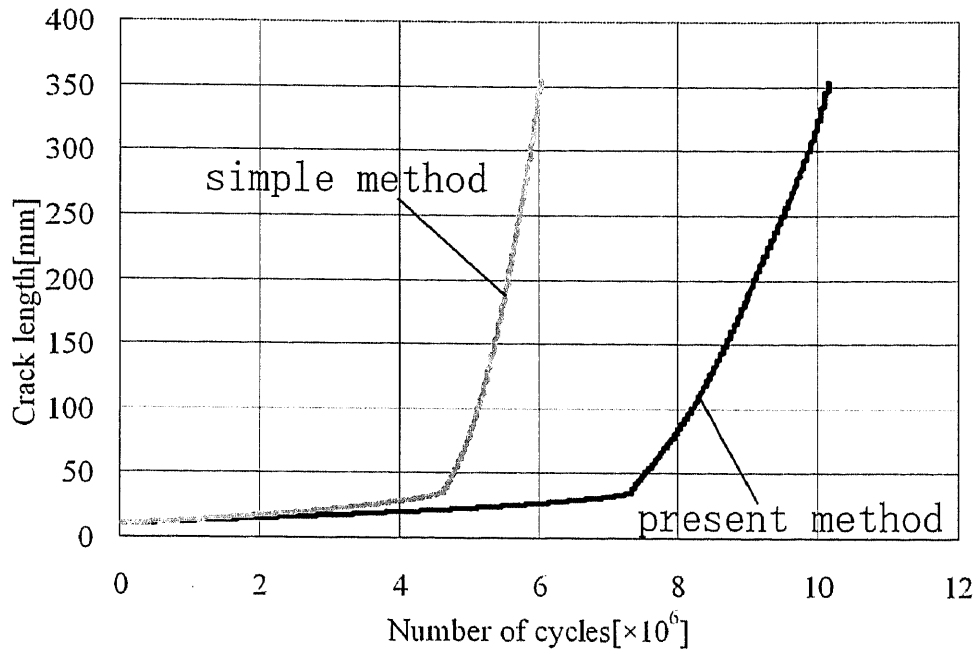


Fig.6.45 Crack growth curves in the web-plate for storm B.

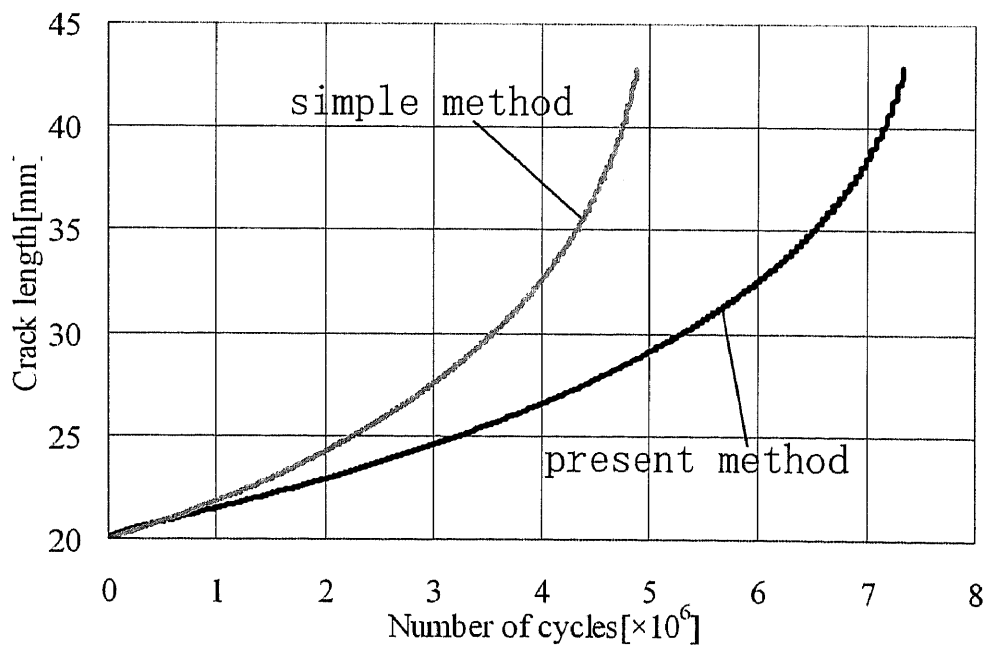


Fig.6.46 Crack growth curves in the face-plate for storm B.

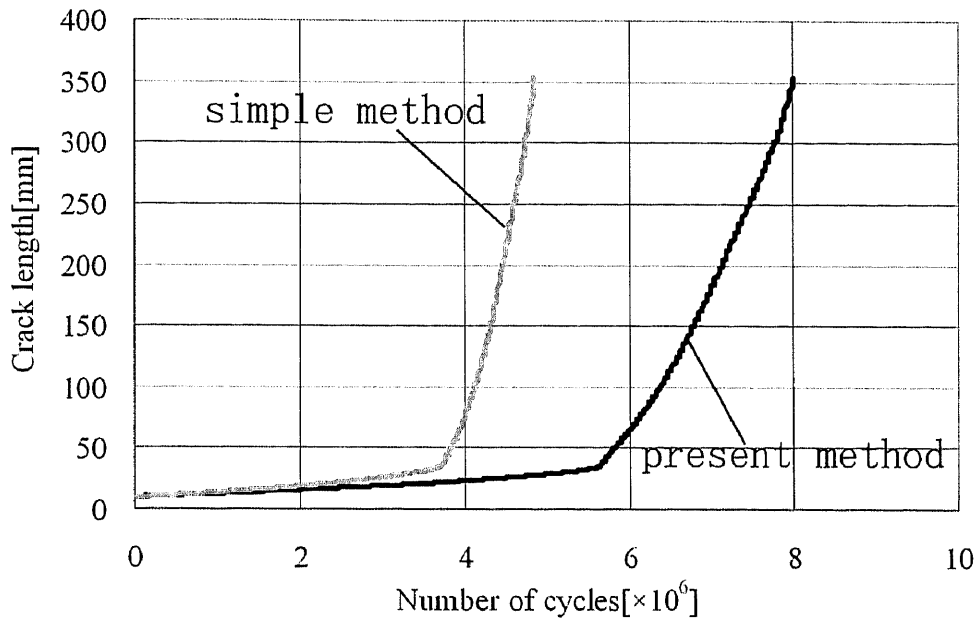


Fig.6.47 Crack growth curves in the web-plate for storm C.

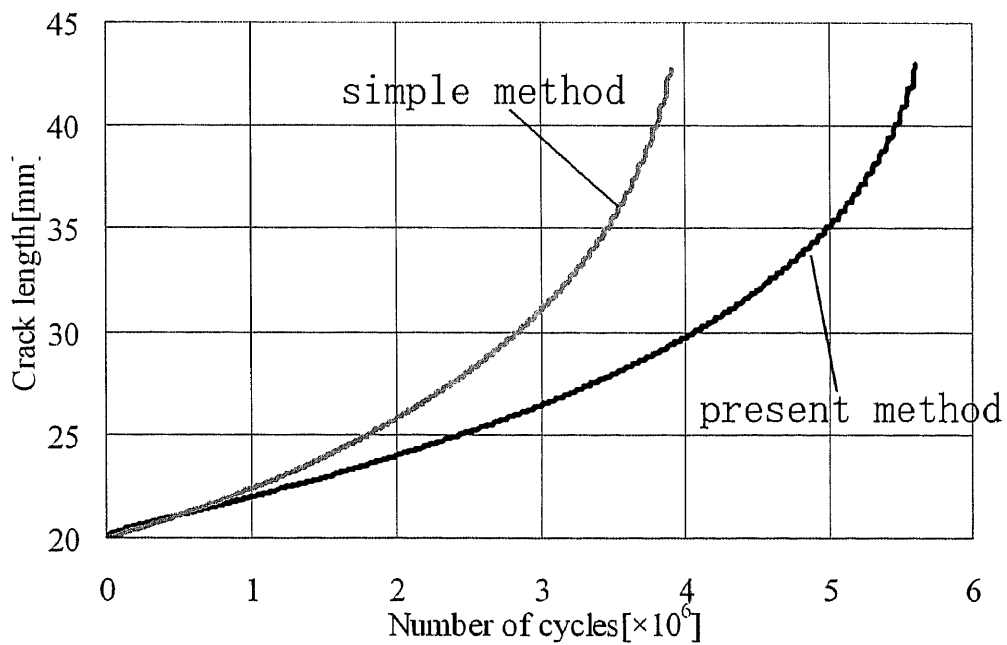


Fig.6.48 Crack growth curves in the face-plate for storm C.

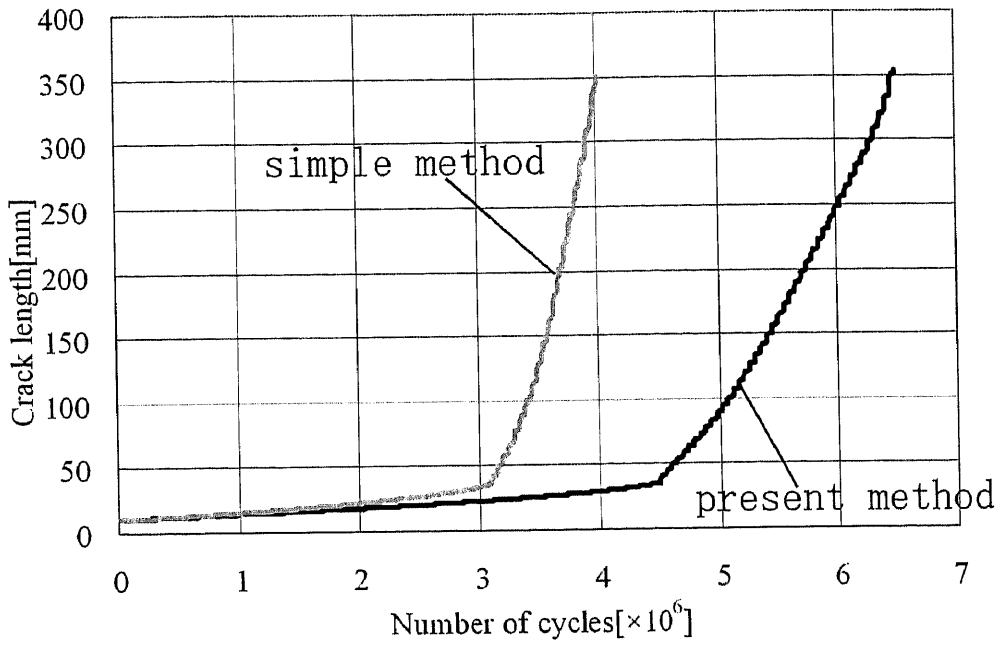


Fig.6.49 Crack growth curves in the web-plate for storm D.

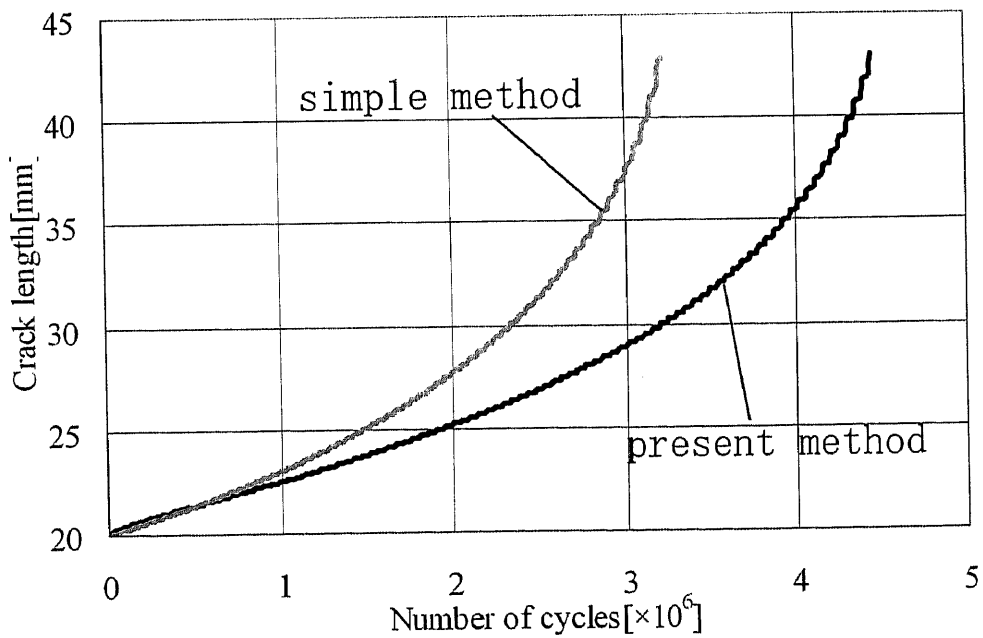


Fig.6.50 Crack growth curves in the face-plate for storm D.

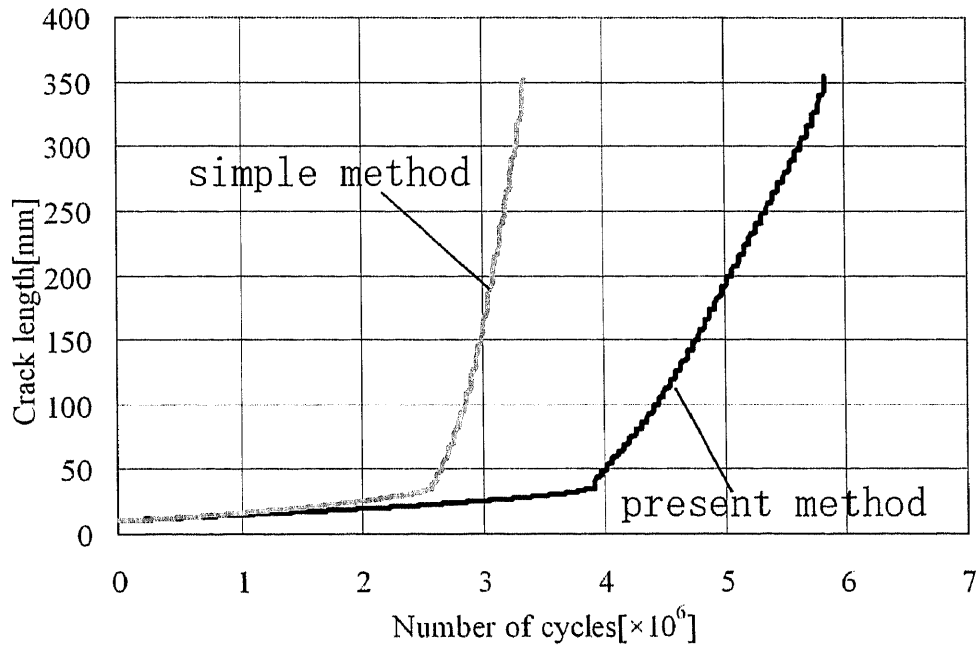


Fig.6.51 Crack growth curves in the web-plate for storm E.

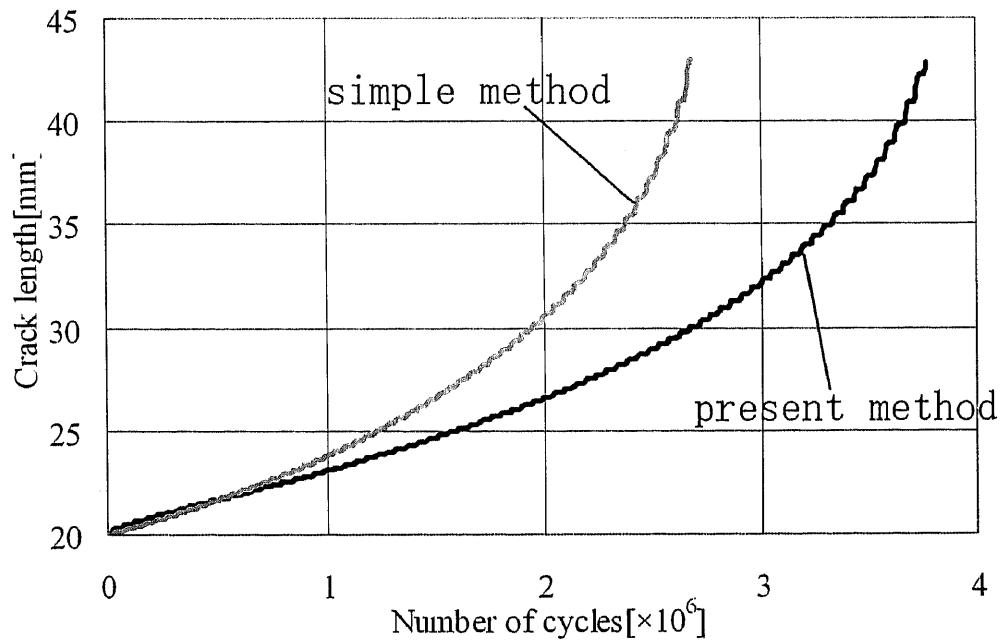


Fig.6.52 Crack growth curves in the face-plate for storm E.

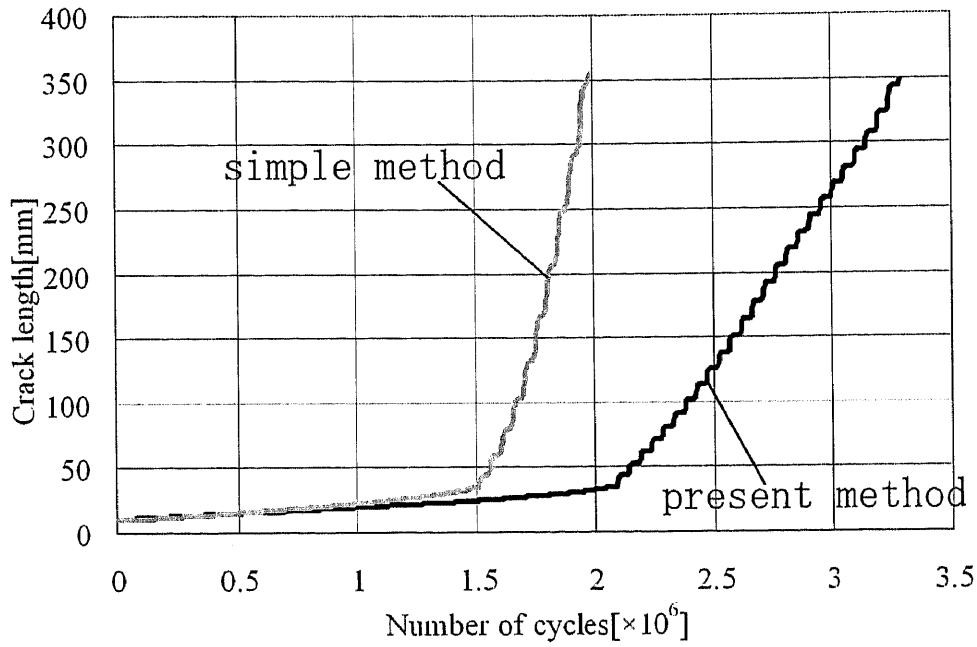


Fig.6.53 Crack growth curves in the web-plate for storm F.

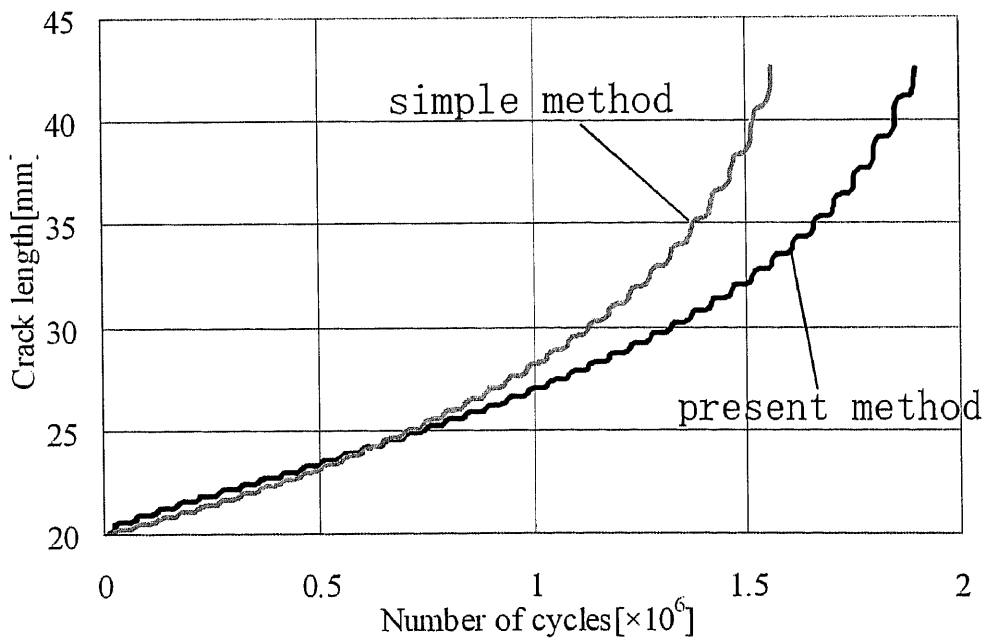


Fig.6.54 Crack growth curves in the face-plate for storm F.

Table 6.8 Crack propagation lives under repetition of a single storm (unit: cycles).

break of the face-plate						
applied method	storm-A	storm-B	storm-C	storm-D	storm-E	storm-F
present method	9.63×10^6	7.32×10^6	5.61×10^6	4.44×10^6	3.77×10^6	1.90×10^6
simple method	6.16×10^6	4.87×10^6	3.91×10^6	3.23×10^6	2.68×10^6	1.56×10^6
crack length in the web-plate = 355mm						
applied method	storm-A	storm-B	storm-C	storm-D	storm-E	storm-F
present method	12.8×10^7	10.2×10^7	7.99×10^7	6.50×10^7	5.84×10^7	3.29×10^7
simple method	7.55×10^6	6.02×10^6	4.83×10^6	4.01×10^6	3.34×10^6	1.98×10^6

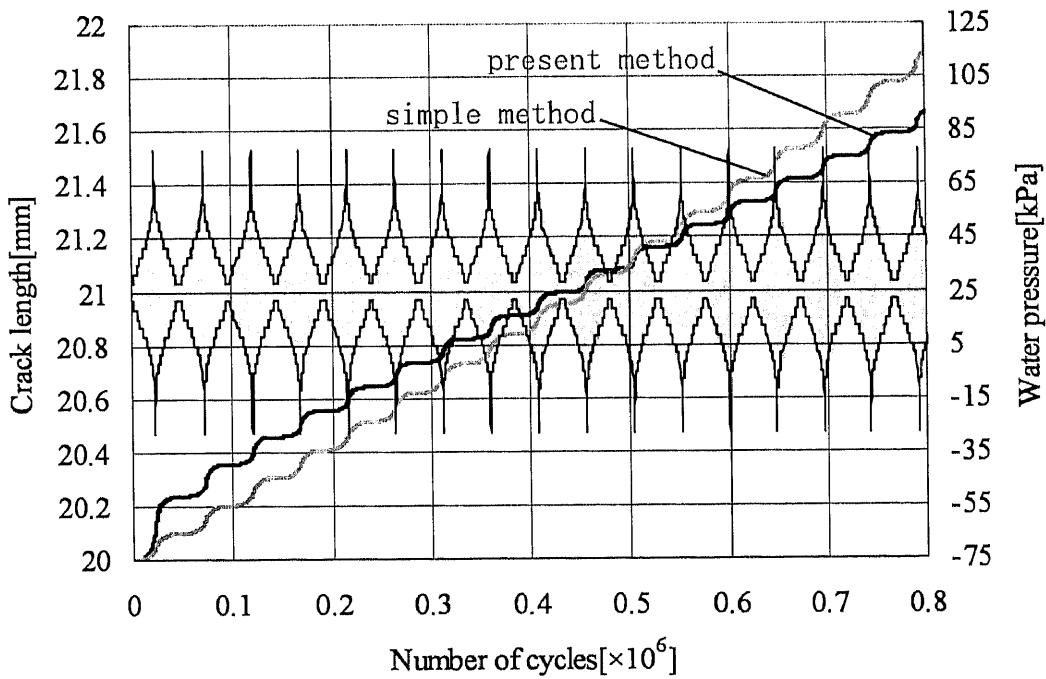


Fig.6.55 Crack growth curves in the face-plate for storm C (0~800,000 cycles).

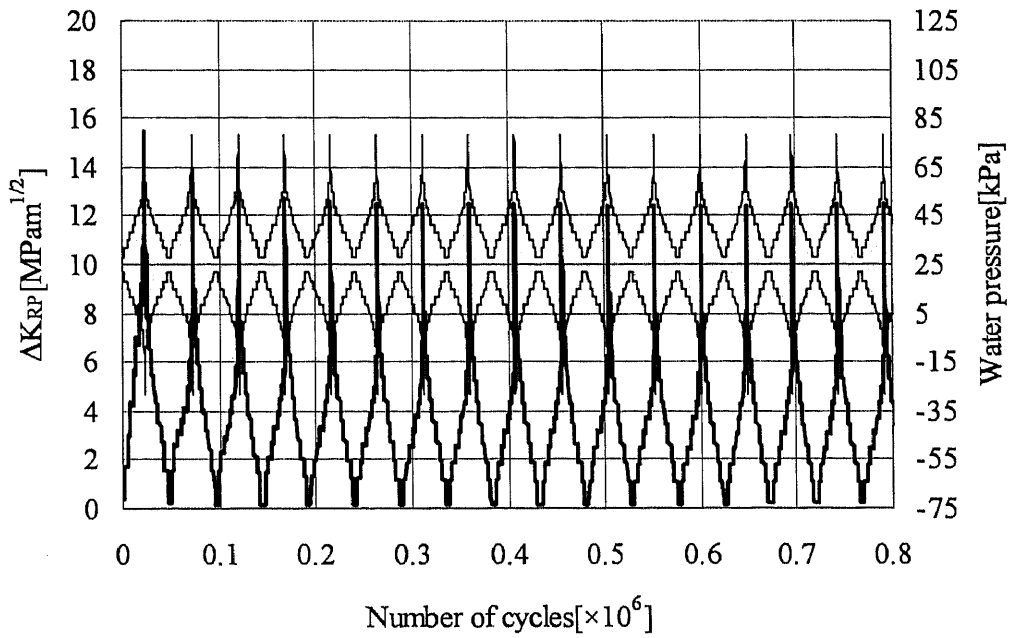


Fig.6.56 Variation of ΔK_{RP} in the face-plate for storm C (0~800,000 cycles).

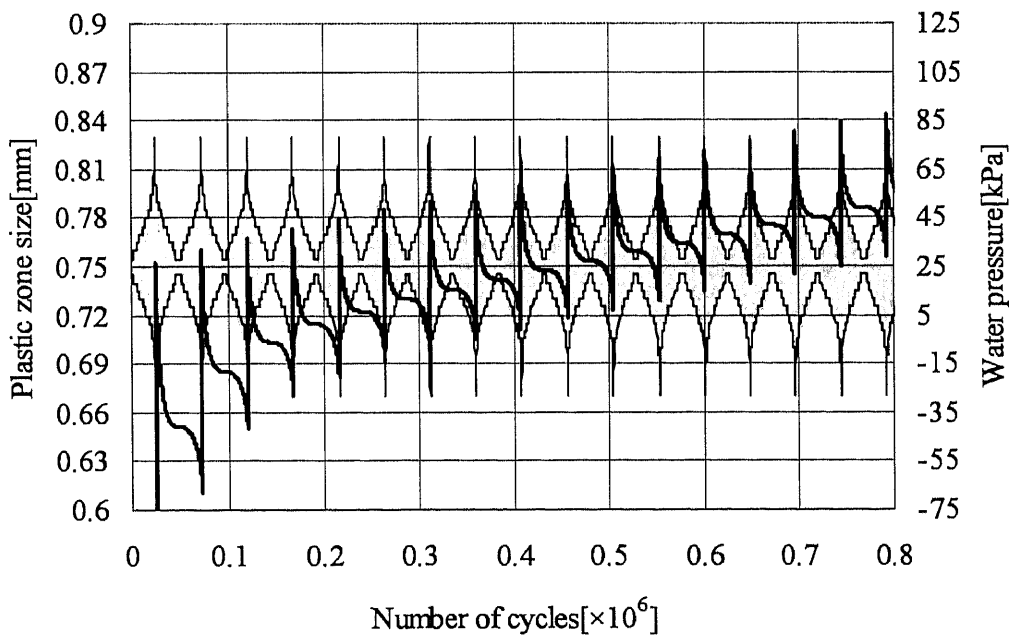


Fig.6.57 Variation of plastic zone size in the face-plate for storm C (0~800,000 cycles).

6.5.3 嵐のレベルが徐々に増大する場合

6.4 節のシミュレーション結果から、ランダムな順序で嵐を負荷した場合には、高レベル嵐が作用した直後の低レベル嵐が作用する期間に、大きなき裂進展の遅延が生じることがわかった。そこで、Fig.6.58 のように嵐レベルが徐々に増大する場合には、き裂進展の遅延はあまり生じず、最短側のき裂伝播寿命となると推察される。Fig.6.59, 6.60 に嵐レベルが徐々に増大する場合のき裂成長曲線の計算結果を、嵐がランダムな順序の場合と比較して示す。ただし、93 個分の嵐が終了した時点(4,464,000 サイクル)から、嵐を逆の順序で負荷していることに注意を要する。想定した通り、嵐レベル増大荷重の場合には、ランダムな嵐順序の場合と比べてかなり短寿命となった。Table 6.9 にき裂伝播寿命をまとめて示す。フェイス破断までのき裂伝播寿命は、提案法が簡易法に比して約 1.5 倍長く、これは 1 種類の嵐を繰り返し負荷した場合とほぼ同程度の割合である。

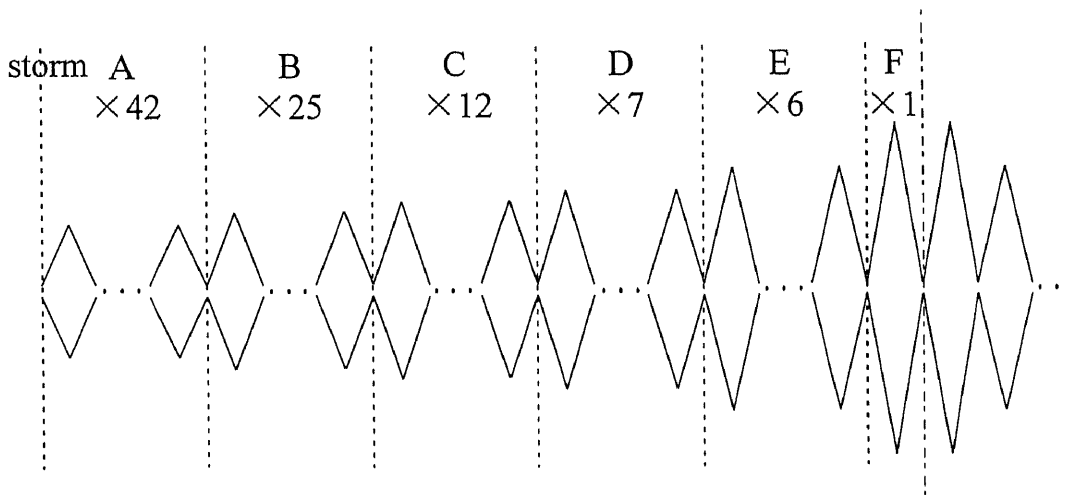


Fig.6.58 Sequence of the storms.

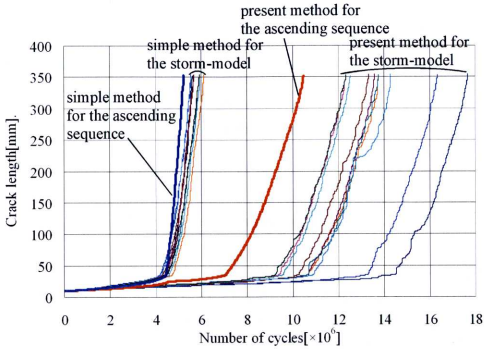


Fig.6.59 Crack growth curves in the web-plate under the random and the ascending sequence storms.

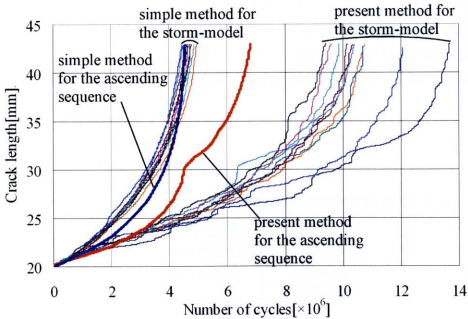


Fig.6.60 Crack growth curves in the face-plate under the random and the ascending sequence storms.

Table 6.9 Crack propagation lives under the ascending sequence storms (unit: cycles).

	applied method	crack propagation live
break of the face plate	present method	6.80×10^6
	simple method	4.54×10^6
crack length in the web-plate = 355mm	present method	10.5×10^7
	simple method	5.21×10^6

6.5.4 荷重振幅が20年間で斬増あるいは斬増－斬減する場合

20年間に作用する嵐93個に含まれる荷重(4,464,000サイクル)の順序を置き換え、Fig.6.61のように荷重振幅が斬増する場合をcase 1、Fig.6.62のように左右対称に荷重振幅が斬増－斬減する場合をcase 2とし、それぞれに対して疲労き裂伝播シミュレーションを行った。ただし、4,464,000サイクルでシミュレーションが終了しない場合には同様の荷重を繰り返し負荷している(case 1では荷重の順序を反転する)。平均水圧荷重はどちらの荷重ケースも25kPaとした。Figs.6.63~6.66にき裂成長曲線、Table 6.10にき裂伝播寿命の計算結果を示す。これらの結果では提案法と簡易法のき裂伝播寿命にほとんど差異は見られない。また、case(1)のき裂伝播寿命は提案法の方がわずかに短くなっており、これは提案法のき裂伝播寿命が簡易法によるものよりも短くなった唯一のケースである。Figs.6.67~6.70に各荷重ケースでの繰り返し数に対する ΔK_{RP} の変化と塑性域サイズの変化をそれぞれ示す。case 1の結果では荷重振幅がステップアップした直後、 ΔK_{RP} が一時的に増加していることがわかる。また塑性域サイズは常に増加しており、荷重順序の影響による ΔK_{RP} の減少は生じていない。case 2では荷重斬減の過程で、塑性域内をき裂が進展する期間があり、そこでは ΔK_{RP} は減少する。しかし、その期間はあまり長くはないため、全体の寿命にはそれほど影響を及ぼしていない。

Table 6.10 Crack propagation lives under gradual increasing or increasing/decreasing loading (unit: cycles).

	applied method	case 1	case 2
break of the face plate	present method	4.42×10^6	5.75×10^6
	simple method	4.50×10^6	5.40×10^6
crack length in the web-plate = 355mm	present method	4.66×10^7	6.61×10^7
	simple method	4.78×10^6	6.40×10^6

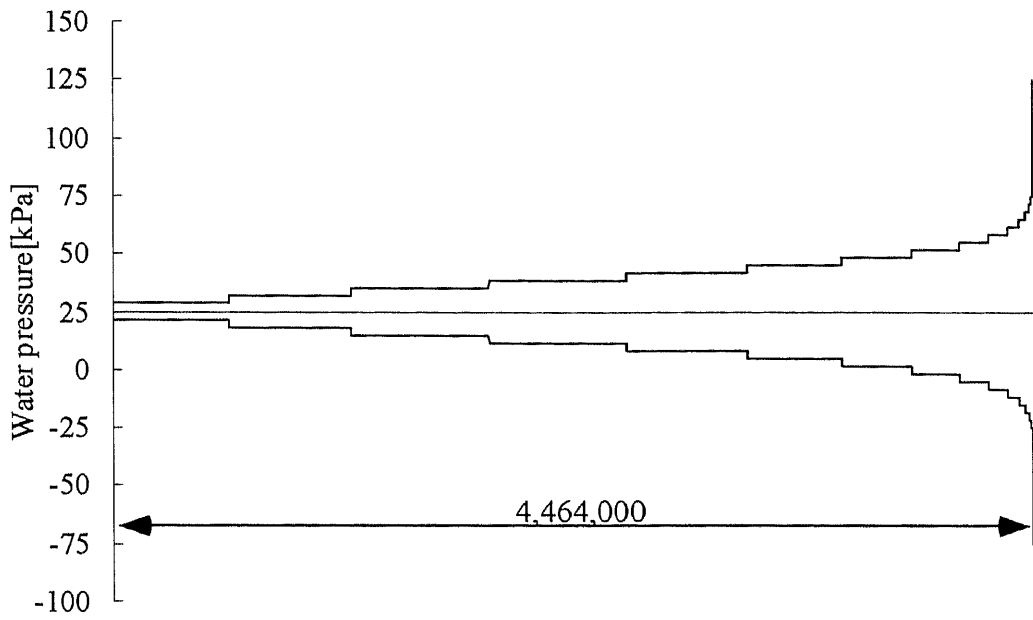


Fig.6.61 Loading pattern of water pressure for case 1.

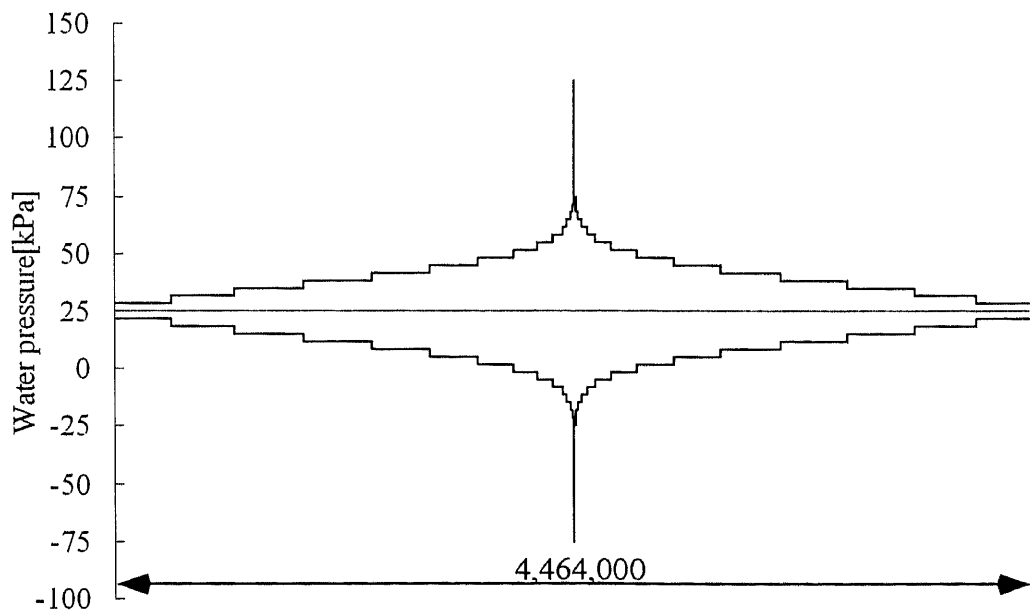


Fig.6.62 Loading pattern of water pressure for case 2.

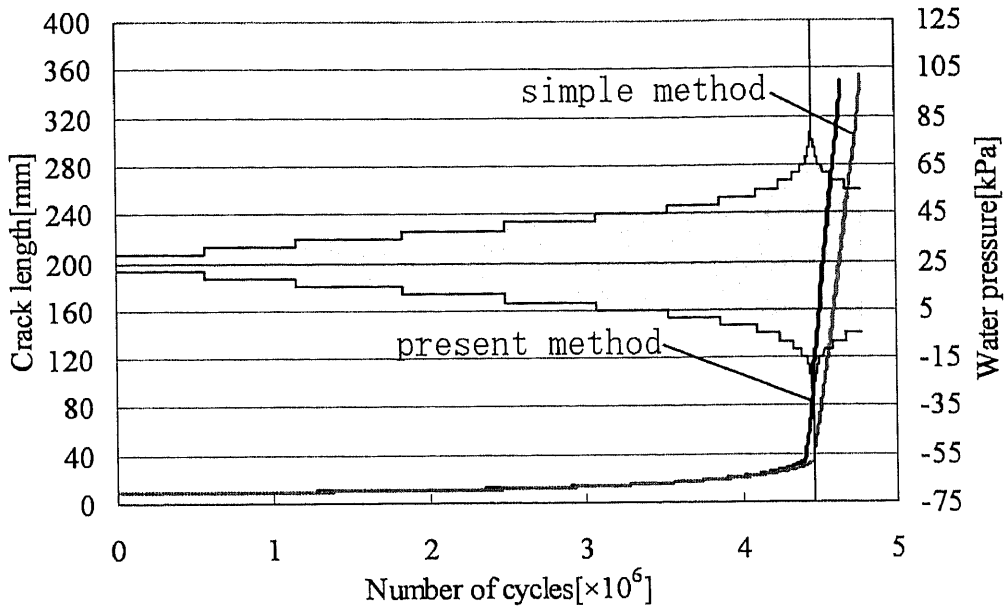


Fig.6.63 Crack growth curves in the web-plate for case 1.

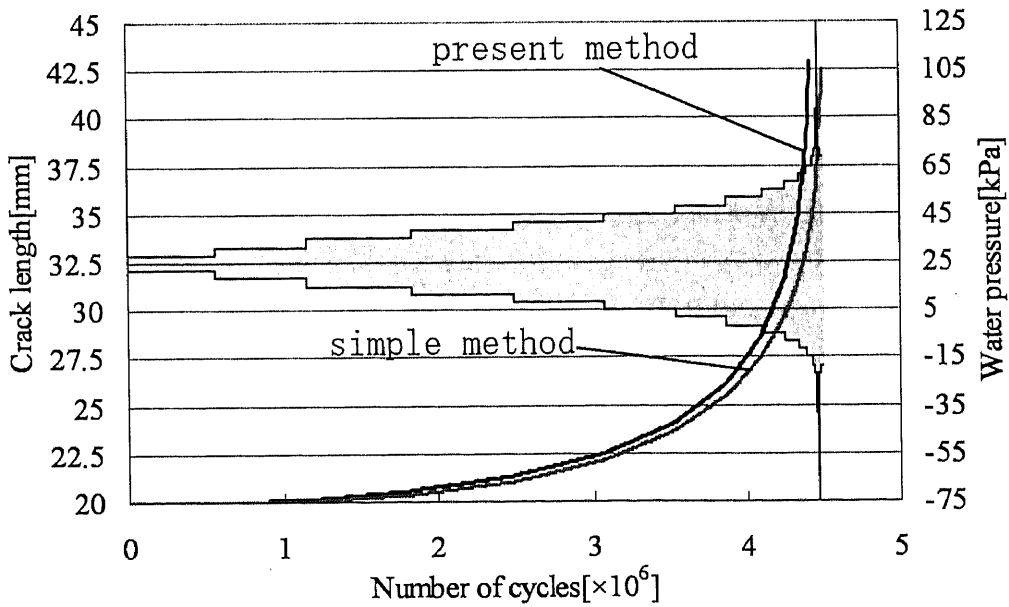


Fig.6.64 Crack growth curves in the face-plate for case 1.

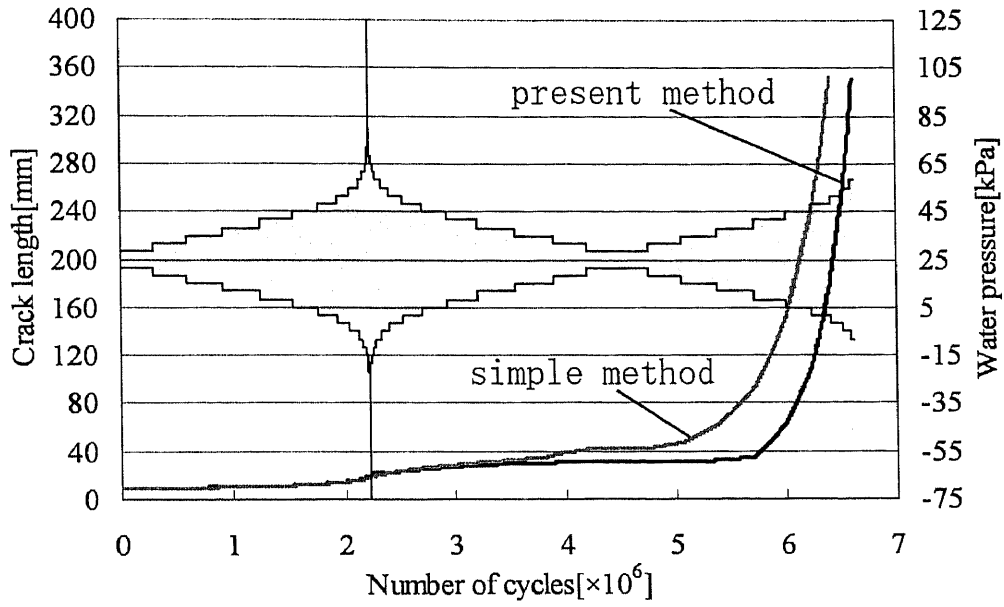


Fig.6.65 Crack growth curves in the web-plate for case2.

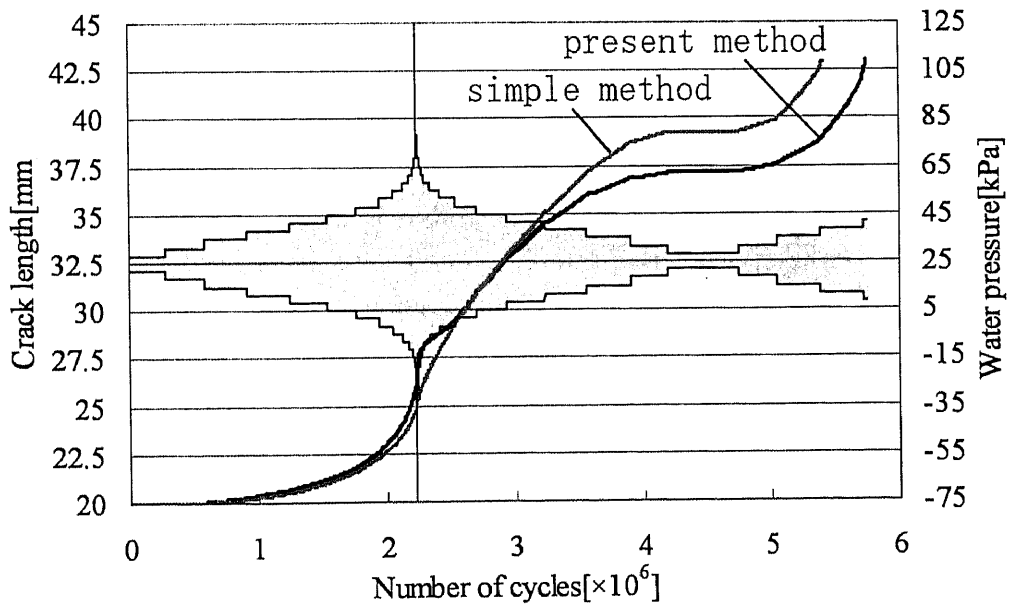


Fig.6.66 Crack growth curves in the web-plate for case2.

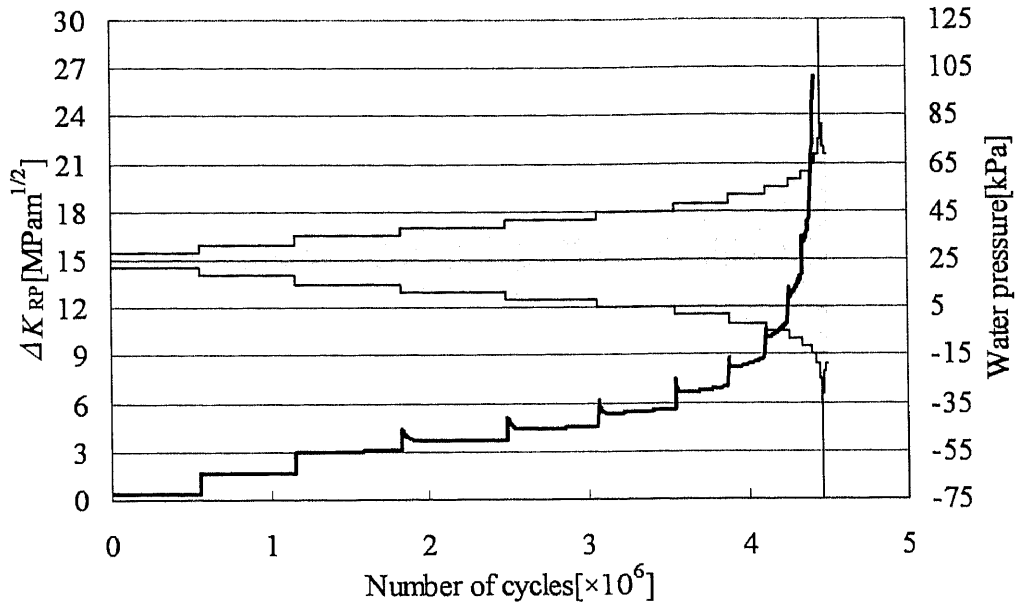


Fig.6.67 Variation of ΔK_{RP} in the face-plate for case 1.

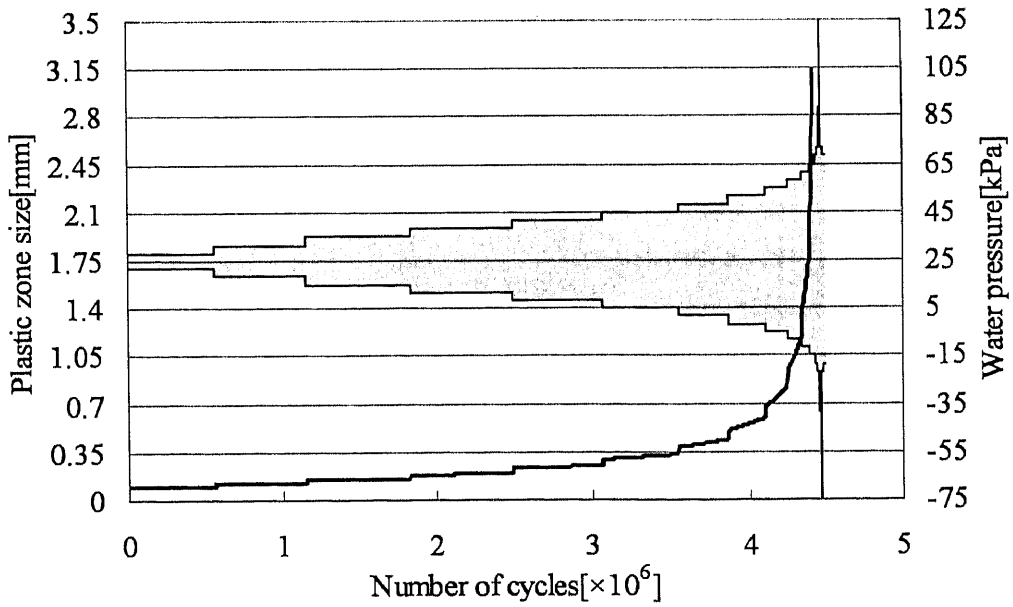


Fig.6.68 Variation of plastic zone size in the face-plate for case 1.

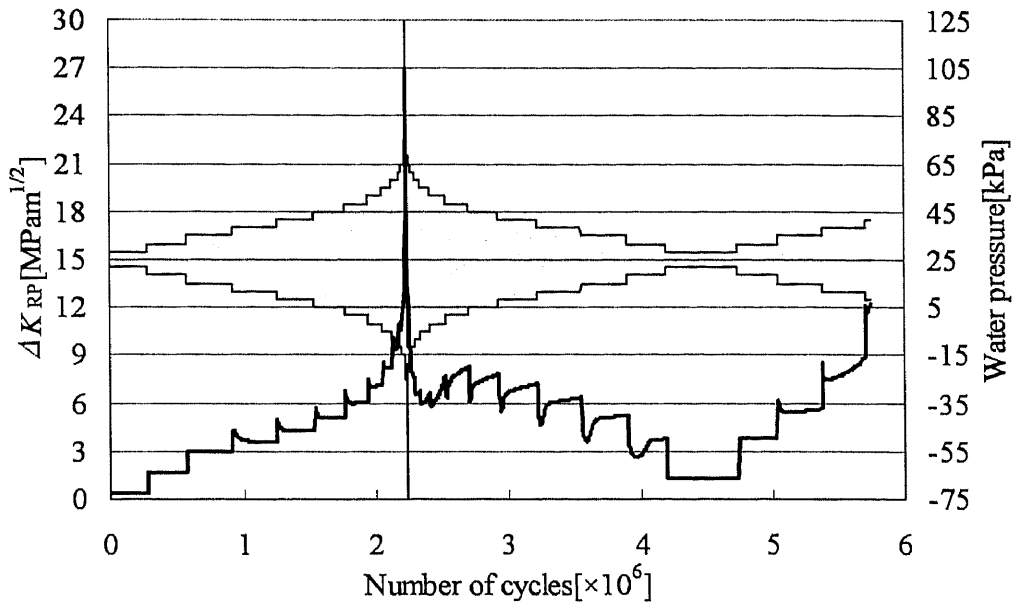


Fig.6.69 Variation of ΔK_{RP} in the face-plate for case 2.

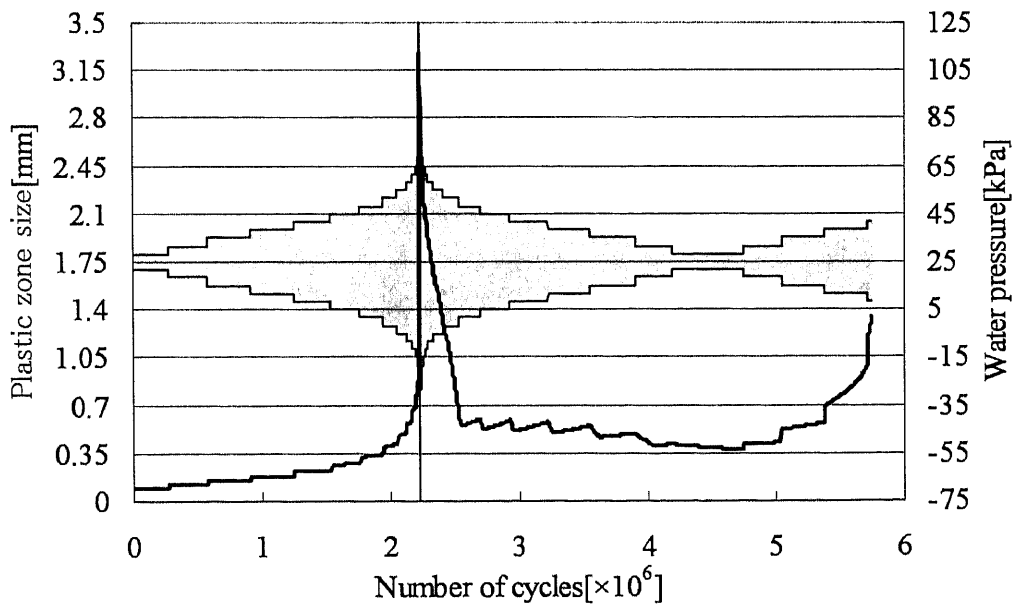


Fig.6.70 Variation of plastic zone size in the face-plate for case 2.

6.5.5 船体構造の余寿命評価のための荷重設定法に関する考察

一定振幅荷重あるいは漸増荷重の場合のように、荷重順序影響によってき裂進展の遅延が起きない場合には、提案法あるいは簡易法のどちらの手法を用いた場合でも、ほぼ同様のき裂伝播寿命を与えることがわかった。各荷重条件下でのき裂伝播寿命の計算結果の相対関係を把握するために、Fig.6.71 にランダム順序の嵐モデル(提案法、簡易法)、等価荷重振幅(提案法のみ)、嵐レベル増大荷重(提案法のみ)、漸増荷重(提案法のみ)に対するフェイズのき裂成長曲線を比較して示す。等価荷重振幅が作用する場合には、嵐モデル荷重に対して簡易法を適用した場合よりもわずかに短寿命側のき裂伝播寿命を与え、安全側の結果を与えることがわかる。これより、最安全の余寿命予測のためには等価振幅荷重を負荷荷重として設定し、簡易法によりき裂伝播寿命を評価すれば十分であるといえる。ただし、現実には嵐モデルに対する提案法の計算結果が示すように、荷重順序の影響により大幅なき裂進展の遅延が起きる場合があることを考慮すれば、等価荷重振幅を使用した場合には過度に保守的な余寿命を与える可能性もあるといえる。今後、船体構造に作用する荷重に関してその順序にも配慮した計測を実施し、信頼性とコストの両面で条件を満足しうるような荷重設定法を検討する必要があると考えられる。

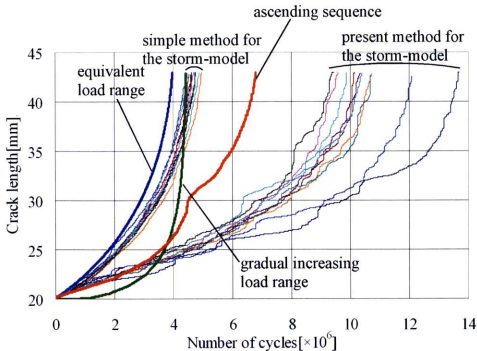


Fig.6.71 Comparison of crack growth curves for each loading sequence.

第7章 結論

本研究では疲労き裂伝播シミュレーションプログラム(CP-System)の実用性を向上させるために種々の検討を行い、プログラムを改良した。また、改良したプログラムを用いて船体縦通材の疲労き裂伝播シミュレーションを行い、プログラムの有用性を確認するとともに、船体縦通材の疲労き裂伝播挙動について詳細な考察を行った。本研究で得られた結論を以下に示す。

(1)CP-System の高度化について

- 角によって導かれた有限体の単一き裂進展解析法を基に、3次元板骨構造の複数き裂同時進展解析法を定式化し、複数疲労き裂進展の数値シミュレーション法を確立した。また簡単な解析例を用いてその妥当性を確認した。
- 計算速度を改善するために、有限要素解析における連立一次方程式の求解にスカイライン法を適用し、計算速度を以前の10倍以上に高速化した。
- CP-System を変動振幅荷重に対応させるために、有限要素解析と結合するための新たなき裂開閉口モデルを考案し、CP-System と結合した。き裂開閉口モデルの妥当性を確認するために、Budiansky と Hutchinson による解析解、FLARP 及び疲労試験との比較を行い、考案したき裂開閉口モデルが十分妥当であることを確認した。
- Hutař による提案式を用いて塑性拘束係数と T -stress の関係を導き、シミュレーションプログラムに導入することで、き裂先端塑性塑性拘束影響を考慮できる疲労き裂伝播シミュレーション法を考案した。改良したプログラムを用いて CT, CCT 試験片の疲労き裂伝播シミュレーションを行った結果、定性的には疲労き裂伝播速度に対する試験片形状依存をシミュレートすることができることがわかった。

(2)船体構造の疲労き裂伝播シミュレーションについて

- 船体縦通材の疲労き裂伝播形態は荷重条件あるいは構造詳細形状によって変化することがわかった。水圧荷重下でブラケット型の構造詳細形状の場合、き裂は曲進しやすい傾向があり、スキン材に達しない可能性が高い。一方、軸力荷重下では構造詳細形状によらずき裂はほぼ直進する。また溶接残留応力の影響により、き裂が停留する可能性があることも示した。
- 嵐モデルによる荷重順序は、場合によってはき裂進展を大きく遅延させる可能性があり、船体構造のき裂伝播寿命評価に簡易法を用いた場合、き裂伝播寿命がかなり短寿命に評価される可能性があるといえる。
- 一定振幅荷重あるいは漸増荷重の場合のように、荷重の相互作用によってき裂進展の遅延が起きない場合には、提案法あるいは簡易法のどちらの手法を用いた場合でも、ほぼ同様のき

裂伝播寿命を与えることがわかった。等価振幅荷重を負荷荷重として設定すれば、最安全側の余寿命予測をすることができるが、現実的なき裂伝播寿命が嵐モデルに対する提案法による結果であることを考えると、等価振幅荷重を使用した場合には過度に保守的な余寿命推定結果を与える可能性もあるといえる。

今後の課題

- き裂伝播領域をメンブレイン要素によりモデル化したが、船体構造では面外曲げあるいは面外せん断が作用する部材も多く、そのような部材のき裂伝播シミュレーションのためにはシェル要素によるモデル化が必要となる。
- き裂開閉口中の疲労き裂成長に関して詳細な考察を行い、き裂進展部の棒要素長さの決定法について検討する必要がある。
- き裂先端塑性拘束影響を考慮した疲労き裂伝播シミュレーションに関して、実験的な検証の基に手法の妥当性を確かめる必要がある。
- 船体構造に対するより現実的な疲労き裂伝播シミュレーションのために、具体的に船舶と航路を特定し、それに基づいた構造モデル化および負荷荷重の設定を行う必要がある。また嵐モデル荷重下での疲労試験によりシミュレーション結果の正当性を確かめる必要がある。
- 船体構造に作用する荷重に関してその順序にも配慮した計測を実施し、信頼性とコストの両面で条件を満足しうるような荷重設定法を検討する必要がある。

謝辞

本論文は筆者が横浜国立大学大学院工学府博士課程(後期)在学中、横浜国立大学教授角洋一先生の御指導と激励の下にまとめたものである。角洋一先生には、筆者が学部研究生時代からの6年間に渡り、終始研究に関して適切かつ暖かい御指導を頂くと同時に、研究以外についても多くを学ばせて頂いた。ここに厚く御礼申し上げます。

き裂開閉口モデルによるRPG荷重推定法の提唱者であり、本研究に際して極めて有益な示唆を頂いた九州大学教授豊貞雅宏先生、御多忙な中、本論文の審査を引き受けて頂き、極めて貴重な御教示を頂いた横浜国立大学教授白鳥正樹先生、筆者の副指導教員として終始暖かい御指導、御鞭撻を賜った横浜国立大学助教授川村恭己先生、和田大志先生にも心からなる感謝の意を表します。とりわけ川村恭己先生の御助力は、数値シミュレーションが主体である本研究において不可欠なものであった。

また、研究室の快適な環境を整備して頂くとともに、実験に関して御指導を頂いた横浜国立大学技術長道山俊一氏、本研究に関して度々有益な御助言を頂いた石川島播磨重工業(株)毛利雅志氏、FLARP研究会あるいは日本船舶海洋工学会論文集の紙面上において貴重な御討論を頂いた長崎大学助教授勝田順一先生、九州大学助教授後藤浩二先生、新日本製鐵(株)野瀬哲郎博士、島貫広志博士、三菱重工業(株)北村欧氏、(財)日本海事協会山本規雄博士にも深く謝意を表します。

筆者と同じく横浜国立大学知能構造システム研究室に在籍し、英文の推敲等で御協力を頂いた大学院生 Islam MD. Shahidul 博士(現バングラデッシュ工科大学助教授)、Ahmmad MD. Mobesher 氏、数値計算や実験のサポートをして頂いた大学院生佐川八恵子さん、中村真佐人君にも心から感謝致します。その他にも筆者の大学での研究生活において多くの教職員、大学院生、学部生より協力、激励を頂いたことに心から感謝致します。

最後に、筆者は横浜国立大学ベンチャービジネスラボラトリーおよび(財)日本科学協会の笹川科学研究助成による経済的支援を受けたことを記し、関係者各位に謝意を表します。

参考文献

- 1) P.Paris and F.Erdogan: A critical analysis of crack propagation laws, Trans ASME, Ser D, 85(4), (1963), pp.528-534.
- 2) W.Elber: Significance of fatigue crack closure, ASTM STP, 486, (1971), pp.230-241.
- 3) 加藤,栗原,川原:広範囲の応力比条件下での疲労き裂伝播速度式の検討-き裂開閉口挙動に基づいた考察-,日本造船学会論文集,第 153 号, (1983), pp.336-343.
- 4) O.E.Wheeler: Spectrum loading and crack growth, Trans ASME, Ser D, 94(1), (1972), pp.181-186
- 5) 白鳥,三好,宮本,森: Elber の式の基づく疲労き裂伝ばのシミュレーション,材料,第 26 巻,第 287 号, (1977), pp.760-766.
- 6) 川原,岩崎:ランダム荷重下での疲労亀裂伝播(第 1 報)-単一および多重の過大荷重による疲労亀裂伝播の遅延現象-,日本造船学会論文集,第 142 号, (1977), pp.245-254.
- 7) 川原,岩崎:ランダム荷重下での疲労亀裂伝播(第 2 報)-ブロックプログラム荷重下での疲労亀裂伝播-,日本造船学会論文集,第 144 号, (1978), pp.343-351.
- 8) 岩崎,川原:ランダム荷重下での疲労亀裂伝播(第 3 報)-応力比変動を含むブロックプログラム荷重下での疲労亀裂伝播-,日本造船学会論文集,第 147 号, (1980), pp.194-202.
- 9) 岩崎,加藤,川原:ランダム荷重下での疲労亀裂伝播(第 4 報)-ランダム荷重下およびブロックプログラム荷重下での疲労亀裂伝播の比較-,日本造船学会論文集,第 149 号, (1981), pp.268-278.
- 10) R.C.McClung: Finite element analysis of fatigue crack closure: a historical and critical review, The Seventh International Conference Beijing, China, (1999), pp.8-12.
- 11) K.Solanki, S.R.Daniewicz, J.C.Newman: Finite element analysis of plasticity-induced fatigue crack closure: an overview, Engineering Fracture Mechanics, 71, (2004), pp.149-171.
- 12) 白鳥,三好,宮本,森: BCS モデルに基づく疲労き裂伝ばのシミュレーション, 材料,第 26 巻,第 287 号, (1977), pp.753-759.
- 13) B.Budiansky and J.W.Hutchinson: Analysis of closure in fatigue crack growth, Journal of Applied Mechanics, 45, (1978), pp.267-276.
- 14) K.K.Lo: Fatigue crack closure following a step-increase load, Journal of Applied Mechanics, 47, (1980), pp.811-815.
- 15) J.C.Newman Jr., A crack-closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading, ASTM STP, 748, (1981), pp.53-84.
- 16) 豊貞,岡本,藤原:き裂開閉口を考慮した疲労き裂伝播モデル,日本造船学会論文集,第 152 号, (1983), pp.381-389.
- 17) 豊貞,丹羽:鋼構造物の疲労寿命予測,共立出版, (2001).
- 18) 丹羽,豊貞:き裂開閉口モデルにおけるき裂成長時の塑性収縮係数における一考察,日本造船学

会論文集,第 188 号, (2001), pp.669-678.

- 19) 豊貞,山口,丹羽,武中,梶本,矢島:新疲労き裂伝播パラメータの提案と高精度コンプライアンス計測法の開発-RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究(第 1 報)-,日本造船学会論文集,第 169 号, (1991), pp.245-255.
- 20) 豊貞,丹羽: RPG 荷重のシミュレーション-RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究(第 5 報)-,日本造船学会論文集,第 176 号, (1994), pp.427-438.
- 21) M.Toiyosada, K.Gotoh, T.Niwa: Fatigue life assessment for weld structures without initial defects: an algorithm for predicting fatigue crack growth from a sound site, *International Journal of Fatigue*, 26, (2004), pp.883-1002.
- 22) 日本造船研究協会:第 219 研究部会報告書,き裂伝播解析手法の実用化に関する研究, (1996).
- 23) Newman JC Jr, Raju IS: An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack. *Engineering Fracture Mechanics*, 15(1-2), (1981), pp.185-192.
- 24) 白鳥,三好,谷川:任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析,日本機械学会論文集(A 編), 51(467), (1985), pp.1828-1835.
- 25) 白鳥,三好,谷川:任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析:第 2 報,平板中の半だ円表面き裂に対する影響係数の解析とその応用,日本機械学会論文集(A 編), 52(474), (1986), pp.390-398.
- 26) 白鳥,三好,酒井,張:任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析:第 3 報,丸棒中の半だ円表面き裂に対する影響係数の解析とその応用,日本機械学会論文集(A 編), 53(488), (1987), pp.779-785.
- 27) 白鳥,三好,酒井:任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析:第 4 報,影響係数データベースの応力集中部への応用,日本機械学会論文集(A 編), 53(492), (1987), pp.1651-1657.
- 28) T.Xu and R.Bea: Load shedding of fatigue fracture in ship structures, *Marine Structure*, 10, (1997), pp.49-80.
- 29) Y.Sumii, M.Mohri, T.Okawa: Simulation-based fatigue crack management for ship structural details, 9th Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures, Lubeck Travemuende, Germany, (2004), pp.855-861.
- 30) Y.Sumii, M.Mohri, Y.Kawamura: Computational prediction of fatigue crack paths in the ship structural details, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 28, (2005), pp.107-115.
- 31) Y.Sumii, S.Nemat-Nasser, and L.M.Keer: On crack branching and curving in a finite body, *International Journal of Fracture*, 21, (1983), pp.67-79, Erratum, *International Journal of Fracture*, 24 (1984), p.159.
- 32) Y.Sumii, Y.Chen, and S.Hayashi: Morphological aspects of fatigue crack propagation Part I Computational procedure, *International Journal of Fracture*, 82-3, (1996), pp.205-220.
- 33) Y.Sumii, Y.Chen, and Z.N. Wang: Morphological aspects of fatigue crack propagation Part II Effect of stress biaxiality and welding residual stress, *International Journal of Fracture*, 82-3, (1996), pp.221-235.
- 34) Y.Sumii: Fatigue crack propagation and computational remaining life assessment of ship structure, *Journal of Marine Science and Technology*, 3-2, (1998), pp.102-112.

- 35) Y.Sumi, Z.N.Wang: A finite-element simulation method for a system of growing cracks in a heterogeneous material, *Mechanics of Material*, 28, (1998), pp.197-206.
- 36) 毛利,角,川村,松田:疲労き裂伝播経路予測のシステム化と疲労試験による検証,日本造船学会論文集,第 194 号, (2003), pp.185-192.
- 37) Y.Yamamoto and N.Tokuda: Determination of stress intensity factor in cracked plate by the finite element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 6,(1973), pp.427-439.
- 38) Y.Sumi and Y.Yamamoto: A combined analytical and finite element method for non-collinear crack growth in brittle solids. In: Kuhn, G., Mang, H. (Eds.), *Discretization Methods in Structural Mechanics*. Springer, Berlin, (1990), pp.243-252.
- 39) Goldstein R.V. and Salganik R.L.: Brittle fracture of solids with arbitrary cracks, *International Journal of Fracture*, 10,(1974), pp.507-523.
- 40) Y.Kawamura, Y.Mu, and Y.Sumi: Development of an automatic quadrilateral mesh generator for the simulation of curved crack growth, *Trans. of Japan Society of Computational Engineering*, (1999), Paper No.19990024.
- 41) 川村,角,毛利:メッシュ生成における要素形状の改善手法に関する考察,計算工学講演会論文集,Vol.8, (2003), pp.833-836.
- 42) 日本エムエスシー株式会社:MSC.Nastran スーパーエレメントユーザーズガイド, (2003).
- 43) 角,大橋:溶接残留応力場におけるき裂伝播経路の数値予測とぜい性破壊挙動に関する考察,日本造船学会論文集,第 162 号, (1987), pp.437-445.
- 44) K.J.Bathe: *Finite element procedure*, Prentice Hall College Div, (1995)
- 45) 富田,河辺,福岡,田所:波浪荷重の統計的性質と疲労強度評価のための波浪荷重のシミュレーション法(その 1),日本造船学会論文集,第 170 号, (1991), pp.631-644.
- 46) 富田,河辺,佐々木,福岡:波浪荷重の統計的性質と疲労強度評価のための波浪荷重のシミュレーション法(その 2),日本造船学会論文集,第 175 号, (1994), pp.251-260.
- 47) 富田,橋本,永元,河辺,福岡:波浪荷重の統計的性質と疲労強度評価のための波浪荷重のシミュレーション法(その 3 : 嵐モデルによる変動振幅荷重疲労試験結果),日本造船学会論文集,第 177 号, (1995), pp.381-390.
- 48) N.I.Mushkelishvili: *Some basic problems on the mathematical theory of elasticity*, Noordhoff, (1952).
- 49) Bueckner: Field singularities and related integral representations. In: *Mechanics of Fractures 1*, Noordhoff, Leiden, (1972), pp.239-314.
- 50) 大川,角,毛利,川村:船体縦通材の疲労き裂伝播に関する研究-3次元板骨構造の複数き裂同時進展解析-,日本船舶海洋工学会論文集,第 2 号, (2005), pp331-339.
- 51) 日本エムエスシー株式会社:MSC/NASTRAN ユーザーガイド線形静解析(V68), (1994).
- 52) 日本鋼構造協会:鋼構造物の疲労設計指針・同解説,技報堂出版, (1993).
- 53) 岡村:線形破壊力学入門,培風館, (1976).
- 54) 大川,角:変動振幅荷重を受ける構造体の疲労き裂伝播シミュレーション-き裂開閉口モデルを

- 結合した自動き裂伝播解析システムの開発-, 日本船舶海洋工学会論文集, 第 4 号, (2006) pp269-276.
- 55) R.S.Vecchio, J.S.Crompton, R.W.Hatzberg: Influence of specimen geometry on near threshold fatigue crack growth, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 10, (1987), pp.333-342.
- 56) T.Jie: T-stress and its implications for crack growth, *Engineering Fracture Mechanics*, 69, (2002), pp.1325-1337.
- 57) P.Hutař, S.Seitl, Z.Kněsl: Quantification of the effect of specimen geometry on the fatigue crack growth response by two-parameter fracture mechanics, *Materials Science and Engineering A*, 387-389, (2004), pp.491-494.
- 58) ASTM Standard: E647-81, ASTM, (1981).

付録

解析解と有限要素解の重ね合わせ法によるき裂先端応力場の解析³⁷⁾³⁸⁾

Fig.A.1 に示す直線状き裂を有する 2 次元物体を考える。この境界値問題は

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= 0 && \text{in } V, \\ \sigma_{ij}n_j &= t_i && \text{on } S_t, \\ u_i &= v_i && \text{on } S_u, \end{aligned} \tag{A.1}$$

と表せる。ここに σ_{ij} は応力テンソル、 u_i は変位ベクトル、 t_i は応力境界 S_t に作用する表面力、 v_i は変位境界 S_u に作用する強制変位をそれぞれ表す。

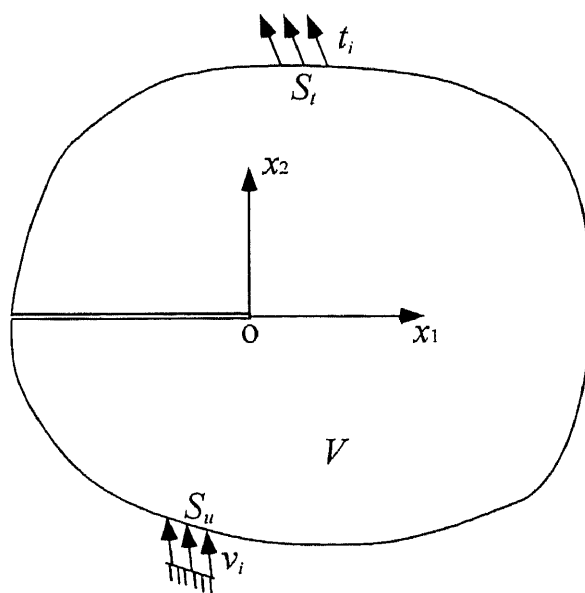


Fig.A.1 A cracked body subjected to external load and prescribed displacement.

このき裂先端近傍の応力場は、次式によって近似することができる。

$$\sigma_{ij} = \sum_{\mu=1}^5 \phi_{\mu} \sigma_{\mu ij}^a + O(r), \quad (\text{A.2})$$

ただし、

$$\phi_1 = k_1, \phi_2 = k_{II}, \phi_3 = T, \phi_4 = b_1, \phi_5 = b_{II}, \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{111}^a \\ \sigma_{122}^a \\ \sigma_{112}^a \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{211}^a \\ \sigma_{222}^a \\ \sigma_{212}^a \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{311}^a \\ \sigma_{322}^a \\ \sigma_{312}^a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{411}^a \\ \sigma_{422}^a \\ \sigma_{412}^a \end{Bmatrix} = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{511}^a \\ \sigma_{522}^a \\ \sigma_{512}^a \end{Bmatrix} = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \left(1 + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

である。ここに、(A.4)式は $r^{-1/2}$ 引張型特異応力項、(A.5)式は $r^{-1/2}$ せん断型特異応力項、(A.6)式は
 一様応力項、(A.7)式は $r^{1/2}$ 引張型特異応力項、(A.8)式は $r^{1/2}$ せん断型特異応力項にそれぞれ対応す
 る。各応力項に対応する変位成分 $u_{\mu i}^a$ ($\mu=1, \dots, 5, i=1, 2$) は、下記の通りである。

$$\begin{cases} u_{11}^a \\ u_{12}^a \end{cases} = \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi r}} \begin{cases} \left(\kappa - \frac{1}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \left(\kappa + \frac{1}{2} \right) \sin \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{cases}, \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{cases} u_{21}^a \\ u_{22}^a \end{cases} = \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi r}} \begin{cases} \left(\kappa + \frac{3}{2} \right) \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \left(\frac{3}{2} - \kappa \right) \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases}, \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{cases} u_{31}^a \\ u_{32}^a \end{cases} = \frac{(1+\nu)r}{4E} \begin{cases} (\kappa+1)\cos\theta \\ (\kappa-3)\sin\theta \end{cases}, \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{cases} u_{41}^a \\ u_{42}^a \end{cases} = \frac{(1+\nu)r}{3E} \sqrt{\frac{r}{2\pi r}} \begin{cases} \left(\kappa + \frac{1}{2} \right) \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{3}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ \left(\kappa - \frac{1}{2} \right) \sin \frac{3\theta}{2} - \frac{3}{2} \sin \frac{\theta}{2} \end{cases}, \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{cases} u_{51}^a \\ u_{52}^a \end{cases} = \frac{(1+\nu)r}{3E} \sqrt{\frac{r}{2\pi r}} \begin{cases} \left(\kappa + \frac{5}{2} \right) \sin \frac{3\theta}{2} + \frac{3}{2} \sin \frac{\theta}{2} \\ \left(\frac{5}{2} - \kappa \right) \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{3}{2} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases}, \quad (\text{A.13})$$

ここに、 E はヤング率、 ν はポアソン比であり、 κ は

$$\kappa = \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu) & \text{for plane stress} \\ 3-4\nu & \text{for plane strain,} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

と与えられる。

(A.1)式を有限要素法によって直接解いた解を σ_{ij}^e とすると、この解はき裂先端近傍の応力特異性を表現できないため、誤差を含んだものとなる。そこで、解くべき問題を Fig.A.2 に示す問題の重ね合わせとして考え、応力を次式によって表す。

$$\sigma_{ij} = \sum_{\mu=1}^5 \phi_{\mu} (\sigma_{\mu ij}^a - \sigma_{\mu ij}^r) + \sigma_{ij}^e, \quad (\text{A.15})$$

ここに、 $\sigma_{\mu ij}^r$ は、応力 $\sigma_{\mu ij}^a$ 及び変位 $u_{\mu i}^a$ を境界上で作用させた問題(Fig.A.2(c))に対する有限要素解であり、(A.15)式は与えられた境界条件を満たしていることがわかる。一方、き裂先端近傍の応力場は(A.2)式によって表されるので、(A.2)、(A.15)式を等値すると

$$\sum_{\mu=1}^5 \phi_{\mu} \sigma_{\mu ij}^a = \sum_{\mu=1}^5 \phi_{\mu} (\sigma_{\mu ij}^a - \sigma_{\mu ij}^r) + \sigma_{ij}^e, \quad (\text{A.16})$$

となる。これを変形することで次式が導かれる。

$$\sum_{\mu=1}^5 \phi_{\mu} \sigma_{\mu ij}^r = \sigma_{ij}^e, \quad (\text{A.17})$$

(A.17)式の5つの未知定数 $\phi_{\mu}(\mu=1, \dots, 5)$ を求めるために、き裂先端近傍の応力を評価して5元連立一次方程式を作成し、それを解く必要がある。応力は Fig.A.3 に示すき裂先端で規則正しく配置された要素の6点(P, Q, R, S, T, T*)において評価することが最適とされており、以下の5種類の平均応力を定義する。

$$\begin{aligned} \sigma(\text{I}) &= \frac{1}{2} [\sigma_{11}(\text{T}) + \sigma_{11}(\text{T}^*)], \\ \sigma(\text{II}) &= \frac{1}{2} [\sigma_{22}(\text{P}) + \sigma_{22}(\text{S})], \\ \sigma(\text{III}) &= \frac{1}{2} [\sigma_{22}(\text{Q}) + \sigma_{22}(\text{R})], \\ \sigma(\text{IV}) &= \frac{1}{2} [\sigma_{12}(\text{P}) + \sigma_{12}(\text{S})], \\ \sigma(\text{V}) &= \frac{1}{2} [\sigma_{12}(\text{Q}) + \sigma_{12}(\text{R})], \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

これより、(A.17)式をマトリックス表示すると以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^r(\text{I}) & \sigma_2^r(\text{I}) & \sigma_3^r(\text{I}) & \sigma_4^r(\text{I}) & \sigma_5^r(\text{I}) \\ \sigma_1^r(\text{II}) & \sigma_2^r(\text{II}) & \sigma_3^r(\text{II}) & \sigma_4^r(\text{II}) & \sigma_5^r(\text{II}) \\ \sigma_1^r(\text{III}) & \sigma_2^r(\text{III}) & \sigma_3^r(\text{III}) & \sigma_4^r(\text{III}) & \sigma_5^r(\text{III}) \\ \sigma_1^r(\text{IV}) & \sigma_2^r(\text{IV}) & \sigma_3^r(\text{IV}) & \sigma_4^r(\text{IV}) & \sigma_5^r(\text{IV}) \\ \sigma_1^r(\text{V}) & \sigma_2^r(\text{V}) & \sigma_3^r(\text{V}) & \sigma_4^r(\text{V}) & \sigma_5^r(\text{V}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^e(\text{I}) \\ \sigma^e(\text{II}) \\ \sigma^e(\text{III}) \\ \sigma^e(\text{IV}) \\ \sigma^e(\text{V}) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.19})$$

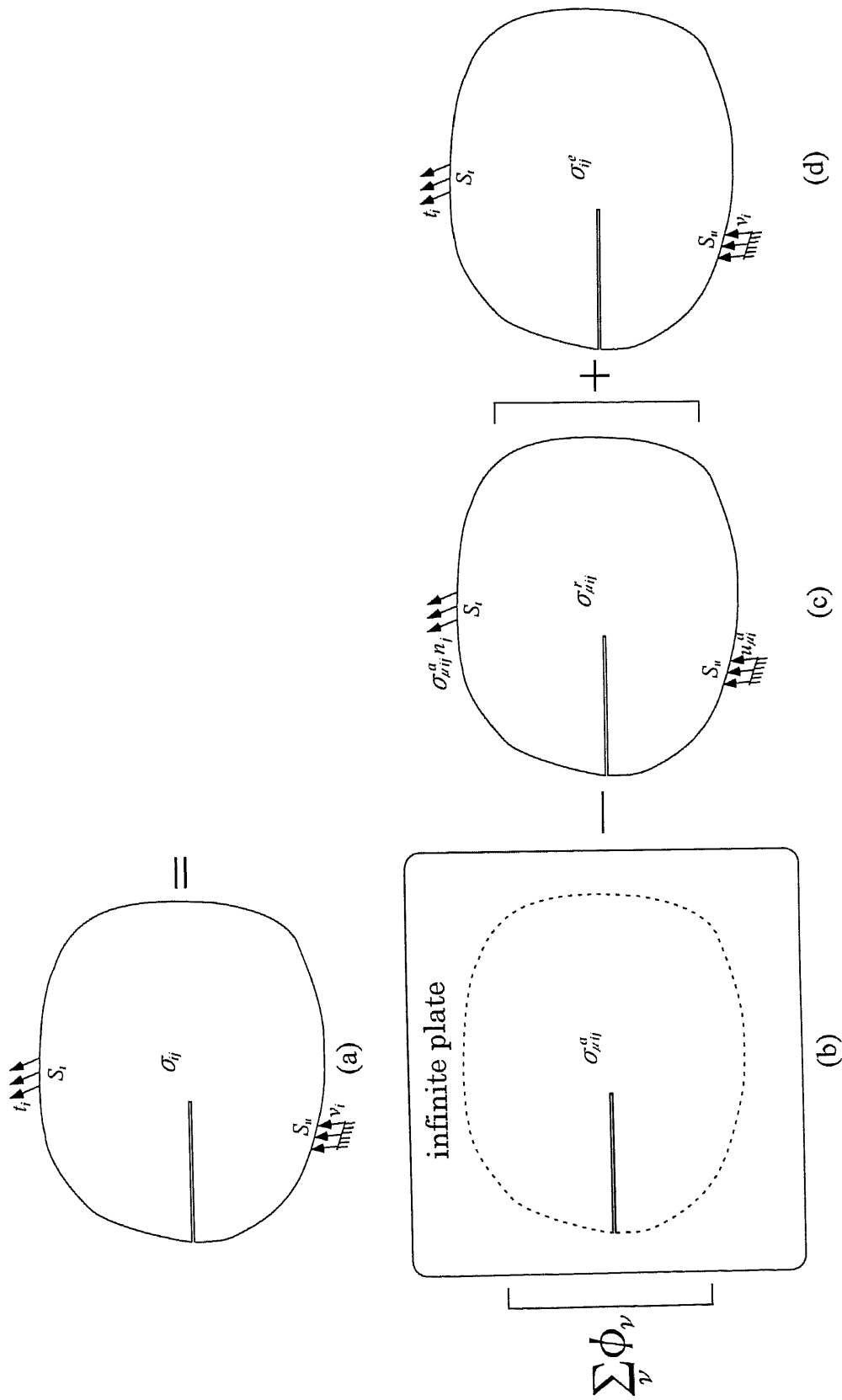


Fig.A.2 Superposition of analytical and finite element solutions; (a) The exact solution, (b) The analytical solution, (c) The first finite element solution, (d) The second finite element solution.

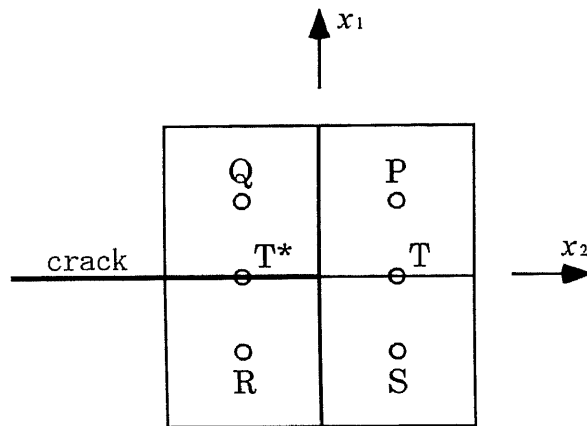


Fig.A.3 Stress evaluation points.