



## 第2章 曲げ変形制御型制震構造の基本特性

- 2. 1 はじめに
- 2. 2 層間設置型システムの基本特性 (既往研究)
- 2. 3 曲げ変形制御型制震構造の基本特性
- 2. 4 まとめ

## 第2章 曲げ変形制御型制震構造の基本特性

### 2.1 はじめに

ダンパを層間に設置した通常の制震建物の場合、その力学モデルは建物柱梁フレームを表すばね要素とダンパを表す Maxwell モデルを並列に考慮した 3 要素 Maxwell モデルで表される。このような構造形式では、ダンパの減衰係数に最適値が存在することや、最大の制御効果が剛性条件により決まることなどが知られている。しかしながら、本研究で提案する曲げ変形制御型制震構造では、コア壁の曲げ回転を拘束する位置にダンパが設置され、本来の制御対象方向である水平変形に対しては直接制御力が加わらない点の特徴である。すなわち、制御対象自由度に従属する自由度に対して制御を行う間接的な制御方式となる。

本章では、最も基本的な 1 質点モデルを対象として、曲げ変形制御による振動低減の基本原理や制御効果について明らかにする。まず、曲げ変形（従属自由度）に Maxwell 型ダンパが設置された 1 質点モデルの動特性が、層間設置型と同様な単純な 3 要素 Maxwell モデルで厳密に表現できることを示す。次に、3 要素 Maxwell モデルを対象に得られている知見を活かしながら、所要の制御効果を実現するために必要とされる構造性能について考察する。

### 2.2 層間設置型システムの基本特性（既往研究）<sup>20)</sup>

層間にオイルダンパが組み込まれた建物の力学特性を表す最も基本的なモデルである 1 質点振動モデルを図 2.1 に示す。 $M$  及び  $K_0$  はそれぞれ建物質質量及び建物柱梁フレーム剛性を表し、Maxwell モデルの部分がダンパ部を表している。 $k$  はブレース等の反力要素の剛性を直列に考慮した剛性、 $C$  はオイルダンパの減衰係数を表す。なお、ここではフレームの内部減衰は考慮しないこととする。

Maxwell モデルで表されたダンパ部の釣合式は次式で表される。

$$\frac{\dot{F}}{k} + \frac{F}{C} = \dot{x} \quad (2.1)$$

ここで、 $F$  : 発生荷重,  $x$  : Maxwell モデルの変形である。(2.1) 式の右辺に円振動数  $p$  の調和変形  $x = \delta e^{ipt}$  が加わる場合を考え、これに対する発生荷重を  $F = k^* \delta e^{ipt}$  と置いて Maxwell モデルの複素剛性  $k^*$  を求めると、

$$k^* = \frac{kCpi}{k + Cpi} = \frac{k\lambda i}{1 + \lambda i} \quad (2.2)$$

ここで、 $\lambda$ は次式で定義される Maxwell モデルの動特性を支配するパラメータである。

$$\lambda = \frac{Cp}{k} \quad (2.3)$$

図 2.1 のモデル全体の複素剛性  $K^*$  は、(2.2) 式に  $K_0$  を加えたものとなる。

$$K^* = K_0 + \frac{\lambda i}{1 + \lambda i} k \quad (2.4)$$

フレームを含んだ系全体の等価剛性  $K_e$  及び減衰定数  $h_e$  は次式で表される。

$$K_e = \text{Re}[K^*] = K_0 + \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} k \quad (2.5)$$

$$h_e = \frac{1 \text{Im}[K^*]}{2 \text{Re}[K^*]} = \frac{\lambda k}{2\{K_0 + (K_0 + k)\lambda^2\}} \quad (2.6)$$

(2.6) 式はある  $\lambda$  で極大値をとることが知られている。 $h_e$  を極大にする  $\lambda_{opt}$  は、 $dh_e/d\lambda = 0$  の条件により次式の様に得られる。

$$\lambda_{opt} = \sqrt{\frac{K_0}{K_0 + k}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha}} \quad (2.7)$$

ここで、 $\alpha$  はフレームとダンパ部の剛性比を表し、次式で定義される値である。

$$\alpha = \frac{k}{K_0} \quad (2.8)$$

この様に、系の減衰定数を最大にする  $\lambda$  の値は剛性比に依存する。(2.7) 式の最適設定時に実現される減衰定数  $h_m$  は、(2.6) 式に (2.7) 式を代入すれば得られる。

$$h_m = \frac{\alpha}{4\sqrt{1 + \alpha}} \quad (2.9)$$

(2.9) 式を図示したものが図 2.2 である。剛性比  $\alpha$  が大きいほど  $h_m$  は大きくなる。逆に言えば、 $h_m$  は  $\alpha$  により限界付けられることが分かる。

ここで、加振振動数  $p$  が与条件であれば (2.3) 式の関係からダンパの減衰係数  $C$  を決定することができるが、Maxwell モデルが組込まれた振動系の見かけの固有振動数（共振振動数）は、減衰係数  $C$  と連動して変化する。図 2.1 の 1 質点モデルの共振振動数  $\omega_e$  は、共振条件  $\omega_e^2 = \text{Re}[K^*]/M$  と (2.5) 式から、次の様に表される。

$$\omega_e^2 = \left( 1 + \frac{\alpha(C\omega_e/k)^2}{1+(C\omega_e/k)^2} \right) \omega_0^2 \quad (2.10)$$

ここで、 $\omega_0$  はフレームのみの固有振動数であり次式で表される。

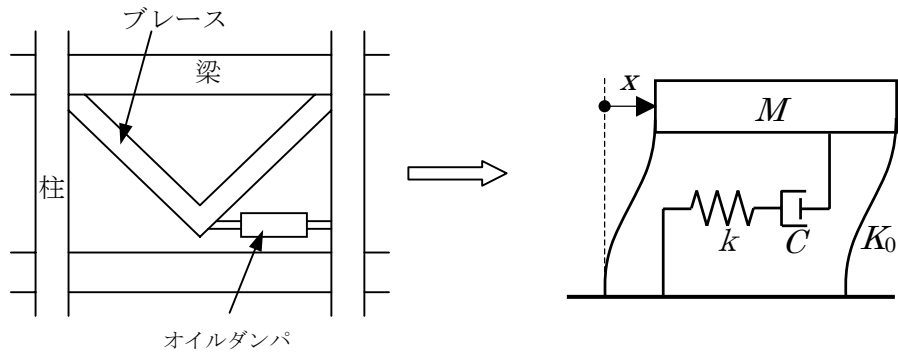
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0}{M}} \quad (2.11)$$

(2.10) 式中の  $(C\omega_e/k)$  に  $\lambda_{opt}$  の値を代入すれば、最適設定時の共振振動数  $\omega_e$  が求まる。すなわち、 $(C\omega_e/k)^2 = 1/(1+\alpha)$  を (2.10) 式に代入すると、

$$\omega_e = \omega_0 \sqrt{\frac{2(1+\alpha)}{2+\alpha}} \quad (2.12)$$

と定まり、これより最適減衰係数が次の様に求まる。

$$C_{opt} = \frac{k}{\omega_0} \sqrt{\frac{2+\alpha}{2(1+\alpha)^2}} \quad (2.13)$$



(a) 設置状況

(b) 3要素 Maxwell型1質点振動モデル

図 2.1 層間設置型制震構造の力学モデル

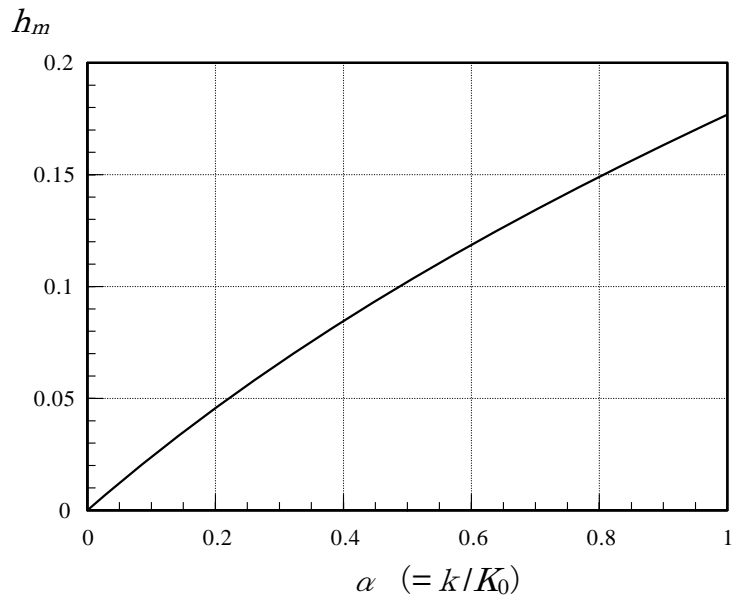


図 2.2 剛性比と最大付加減衰定数の関係

ところで、図 2.1 に示した 1 質点 3 要素 Maxwell モデルの共振曲線は、定点理論として知られる特徴的な性質を有していることを示そう。図 2.1 の質点に円振動数  $p$  の調和地動  $y = \delta e^{ipt}$  が加わる時の運動方程式は、フレーム  $K_0$  の内部粘性減衰を無視すると次の連立式で表される。

$$\begin{cases} M\ddot{x} + K_0\dot{x} + F = Mp^2\delta e^{ipt} \\ \frac{\dot{F}}{k} + \frac{F}{C} = \dot{x} \end{cases} \quad (2.14)$$

応答変位を  $x = Xe^{ipt}$  と置くと、次式が得られる。

$$\left\{ -p^2M + K_0 + \frac{kCpi}{k + Cpi} \right\} Xe^{ipt} = Mp^2\delta e^{ipt} \quad (2.15)$$

したがって、変形応答倍率を表す共振曲線が次式の様に表される。

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{(p/\omega_0)^2 \sqrt{1 + \lambda_0^2 (p/\omega_0)^2}}{\sqrt{(1 - (p/\omega_0)^2)^2 + (1 + \alpha - (p/\omega_0)^2)^2 \lambda_0^2 (p/\omega_0)^2}} \quad (2.16)$$

$$\text{ここで、} \lambda_0 = \frac{C\omega_0}{k} \quad (2.17)$$

(2.16) 式は  $\lambda_0$  (すなわち  $C$ ) の値に関わらず、次の特定座標点を常に通る性質を有している。

$$\left( \frac{p}{\omega}, \left| \frac{x}{y} \right| \right) = \left( \sqrt{\frac{2+\alpha}{2}}, \frac{2+\alpha}{\alpha} \right) \quad (2.18)$$

図 2.3 に  $\alpha = 0.5$  の場合の共振曲線を示す。 $C$  の設定値として、(2.13) 式的最適値に加えて、1/2 倍および 2 倍の場合についても示してある。図より分かる様に、減衰係数の調整ずれに対する応答の変化はそれほど敏感ではない。また、

(2.13) 式的最適値に設定された時の共振曲線は、(2.18) 式の特定点で極大となっている様子も分かる。厳密に特定点で極大となる条件から最適減衰係数を求めると、(2.13) 式と若干異なる表現の解が得られるが、算定される値は  $\alpha$  が小さい範囲ではほとんど一致する。なお、(2.9) 式により示された剛性比と付加減衰定数の関係は、減衰係数を 0 及び  $\infty$  とした 2 つの共振振動数 ( $\omega_0, \omega_L$ ) の差が大きいほど共振曲線の交点の高さが低くなることに対応する。 $\omega_L$  は次式で表される実固有値である。

$$\omega_L = \sqrt{\frac{K_0 + k}{M}} \quad (2.19)$$

ここで、これまで剛性比  $\alpha$  を用いて表現されていた (2.9) 式, (2.12) 式, (2.13) 式を、振動数比の形で表現してみる。

$$\alpha = \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2} - 1 \quad (2.20)$$

であるから、これを代入すると、

$$h_m = \frac{\omega_L^2 - \omega_0^2}{4\omega_0\omega_L} \quad (2.21)$$

$$\omega_e = \omega_0\omega_L \sqrt{\frac{2}{\omega_L^2 + \omega_0^2}} \quad (2.22)$$

$$C_{opt} = \frac{k}{\omega_e} = \frac{k}{\omega_0\omega_L} \sqrt{\frac{\omega_L^2 + \omega_0^2}{2}} \quad (2.23)$$



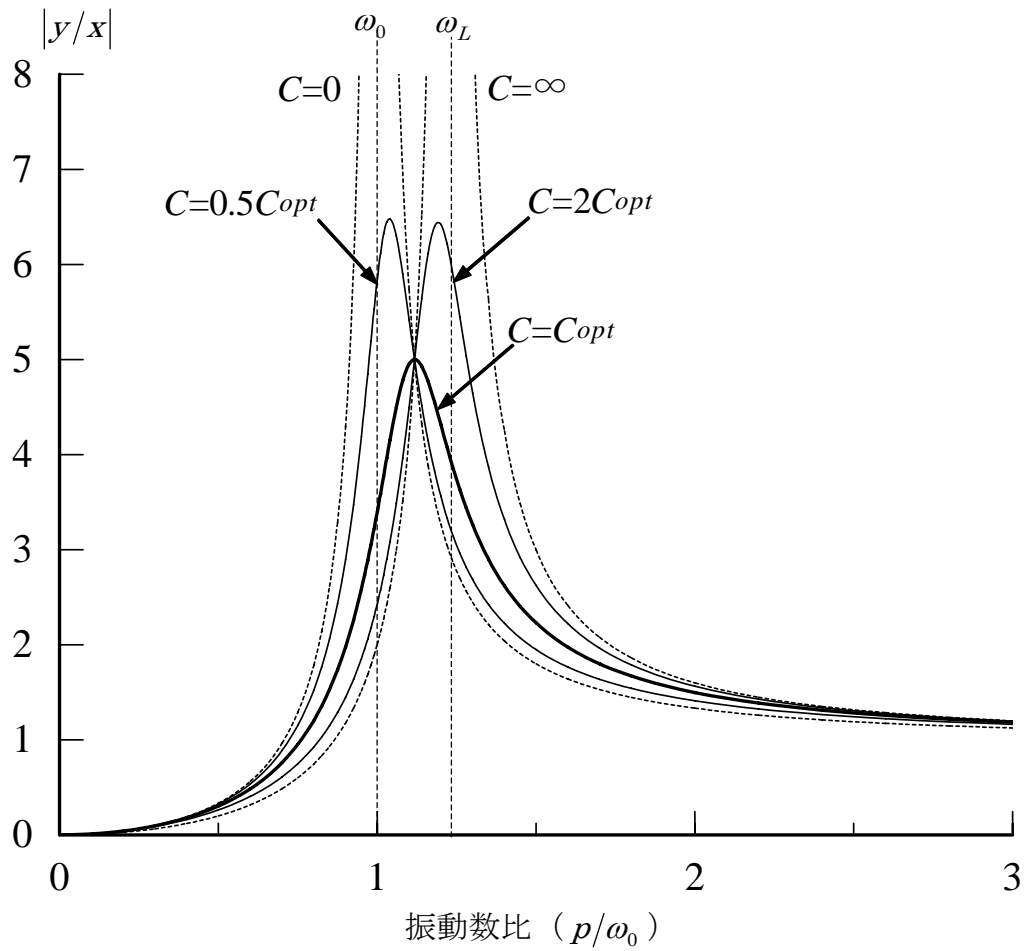


図 2.3 3要素 Maxwell モデルの共振曲線

(地動に対する変位応答倍率： $\alpha=0.5$ )

## 2.3 曲げ変形制御制震構造の基本特性

### 2.3.1 曲げ変形制御型制震構造と 3 要素 Maxwell モデルの関係

図 2.4-(a)に示す様な曲げ変形が卓越する構造物を考える。全体の質量を頂部に集中させた 1 質点系として捉えたと、この構造物の釣り合い式は、質点の水平自由度  $x$  と回転自由度  $\theta$  について、一般的に次の様に表される。

$$\begin{Bmatrix} q \\ m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r & -u \\ -u & s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

ここで、 $q$ ：水平外力、 $m$ ：回転モーメント外力である。 $r$ 、 $u$ 、 $s$  の値は構造形式（断面性能）に依り定まる定数である。剛性行列の各要素の値は構造形式に依るが、例えば図 2.4-(b)に示す様な一様断面の曲げせん断棒モデルの場合、次の様に表される。

$$\begin{Bmatrix} q \\ m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{(1+4\gamma)h^3} & -\frac{6EI}{(1+4\gamma)h^2} \\ -\frac{6EI}{(1+4\gamma)h^2} & \frac{4(1+\gamma)EI}{(1+4\gamma)h} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

ここで、 $\gamma$ ：曲げ変形に対するせん断変形の比率を表す、次式で定義される係数である。

$$\gamma = \frac{3EI}{GA_s h^2} \quad (2.26)$$

(2.24) 式において  $m=0$  と置き、水平自由度のみについて縮約すると次の関係が得られる。

$$q = \left( r - \frac{u^2}{s} \right) x \quad (2.27)$$

(2.27) 式は図 2.4 に示す構造物の等価水平剛性を表しており、これを  $K_0$  と置く。すなわち、

$$K_0 = r - \frac{u^2}{s} \quad (2.28)$$

次に、図 2.5-(a)に示すように曲げ変形制御用ダンパが設置された構造物(曲げ変形制御型制震構造)を考える。スーパービームとコネクティング柱を介して上

下方向に設置されたダンパの力学モデルは、図 2.5-(b)に示されるように回転自由度に対してのみ抵抗力を生じる回転 Maxwell モデルで表される。回転ダッシュポットの減衰係数  $C_R$  は、上下方向に設置されたダンパの減衰係数  $C_v$  と回転半径（コア壁中立点からの設置位置までの距離）により定まる。回転バネ  $k_R$  についても同様であるが、この剛性  $k_R$  には、コネクティング柱の軸剛性やスーパービームの曲げ剛性が全て直列に含まれることはもちろんである。

今、円振動数  $p$  の調和振動を考えると、この回転 Maxwell モデルの複素剛性が (2.24) 式の (2,2) 要素に累加されるため、建物全体の等価水平剛性は次の複素剛性となる。

$$K^* = r - \frac{u^2}{s + k_R^*} \quad (2.29)$$

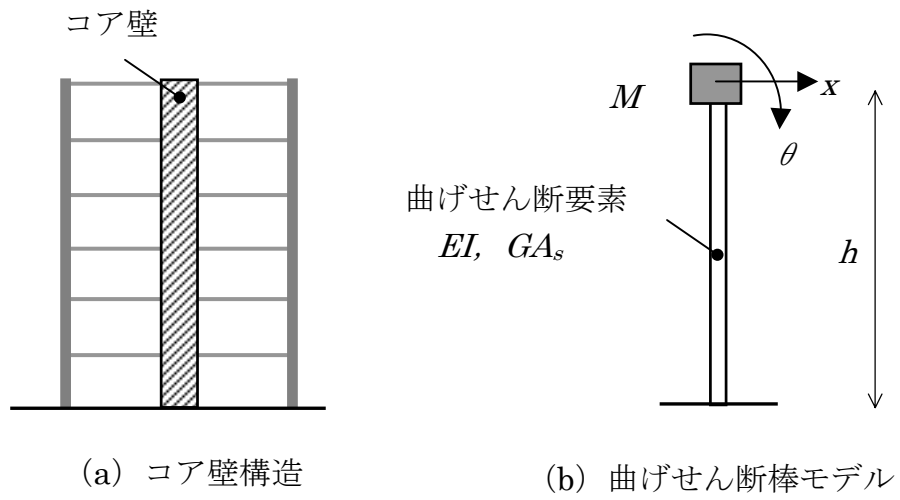


図 2.4 曲げ卓越型構造物

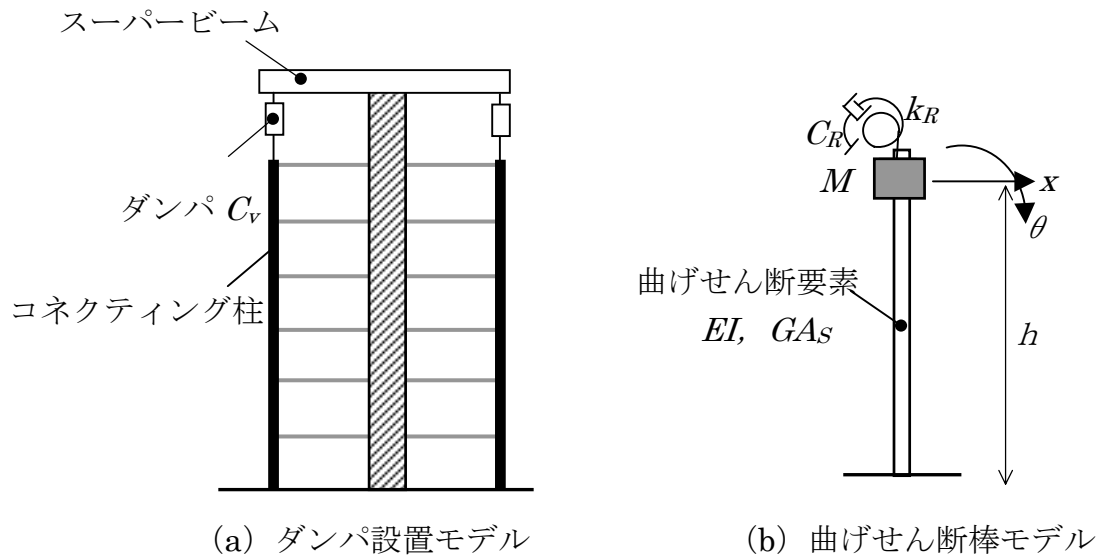


図 2.5 曲げ変形制御型制震構造物

ここで、 $k_R^*$ は回転 Maxwell モデルの複素剛性であり、次式で表される。

$$k_R^* = \frac{k_R C_R p i}{k_R + C_R p i} \quad (2.30)$$

ダンパ設置後の水平複素剛性 (2.29) 式を、建物のみの水平剛性  $K_0$  と付加分  $\Delta k$  に分けて表現してみる。すなわち、

$$K^* = K_0 + \Delta k = \left( r - \frac{u^2}{s} \right) + \Delta k \quad (2.31)$$

この付加剛性  $\Delta k$  を具体的に展開して変形すると、

$$\Delta k = \frac{u^2}{s} - \frac{u^2}{s + \frac{k_R C_R p i}{k_R + C_R p i}} = \frac{\frac{u^2}{s(s+k_R)} k_R \frac{u^2}{s^2} C_R p i}{\frac{u^2}{s(s+k_R)} k_R + \frac{u^2}{s^2} C_R p i} \quad (2.32)$$

(2.32) 式の構成を (2.30) 式と比較すると分かる様に、(2.32) 式は

$$\frac{u^2}{s(s+k_R)} k_R = \tilde{k} \quad (2.33)$$

$$\frac{u^2}{s^2} C_R = \tilde{C} \quad (2.34)$$

と置き換えた、水平バネ  $\tilde{k}$  と水平ダッシュポット  $\tilde{C}$  からなる Maxwell モデルの複素剛性に等しい。したがって、図 2.5 の曲げ変形制御型制震構造物は、図 2.6 に示す 3 要素 Maxwell モデルと厳密に対応することになり、一般的な層間型を前提に考察した 2.2 節の結果をそのまま利用することができる。すなわち、ダンパ設置前の固有振動数  $\omega_0$ 、ダンパのバネで剛結した時の固有振動数  $\omega_L$  をそれぞれ実固有値解析により求めれば、曲げ変形制御型制震構造で実現できる最大の付加減衰定数  $h_m$  や共振振動数  $\omega_e$  もそれぞれ (2.21) 式、(2.22) 式により正確に算定することができる。再記すると、

$$h_m = \frac{\omega_L^2 - \omega_0^2}{4\omega_0\omega_L} \quad (2.21)$$

$$\omega_e = \omega_0\omega_L \sqrt{\frac{2}{\omega_L^2 + \omega_0^2}} \quad (2.22)$$

すなわち、 $h_m$ ,  $\omega_e$  を求める場合、(2.24) 式の剛性行列の各要素を知る必要は

ない。なお、(2.24) 式の各要素が明らかな場合、(2.28) 式、(2.33) 式、(2.34) 式の値をそれぞれ算定して評価しても良いが、当然ながら同一の結果が得られる。

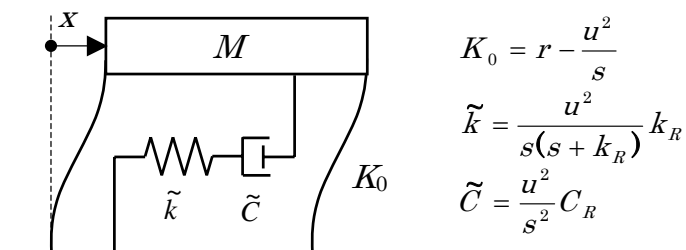


図 2.6 曲げ変形制御型制震構造物と等価な 3 要素 Maxwell 型 1 質点振動モデル

以上、曲げ変形制御型制震構造物の特性が、一般的な 3 要素 Maxwell モデルと厳密に対応することを明らかにした。曲げ変形制御型システムの構造計画上の問題は、いかに振動数変化（剛性変化）を大きくできる構造形式を実現するかを集約される。次節では、曲げ変形拘束による剛性変化に基づいて、目標とする付加減衰を実現するために要求される構造性能について考察する。

### 2.3.2 目標付加減衰定数と所要構造性能

図 2.5-(b)に示した、曲げ変形制御機構を備えた一様断面曲げせん断モデルを用いて、目標とする減衰定数を実現するための所要構造性能について考察する。まず、回転 Maxwell モデルの剛性(回転バネ  $k_R$ )を次式で表現する。ここで、 $\beta$  はダンパ機構部剛性比率を表すものである。

$$k_R = \beta \frac{EI}{h} \quad (2.35)$$

ここで、  $EI$  : 壁の曲げ剛性  
 $h$  : 壁の高さ

尚、回転 Maxwell モデルの剛性(回転バネ  $k_R$ )は、コネクティング柱の軸剛性やスーパービームの曲げ剛性が全て直列に含まれ、次式で表される。

$$\frac{1}{k_R} = \frac{1}{k_{v_{SB}} \cdot \ell^2} + \frac{1}{k_{v_{HIDAM}} \cdot \ell^2} + \frac{1}{k_{v_{CC}} \cdot \ell^2} \quad (2.36)$$

ここで、  $k_{v_{SB}}$  : スーパービームの曲げ剛性  
 $k_{v_{HIDAM}}$  : ダンパの軸剛性  
 $k_{v_{CC}}$  : コネクティング柱の軸剛性  
 $\ell$  : コア壁中立点からの設置位置までの距離

上記の回転バネを剛結した場合の釣り合い式は、

$$\begin{Bmatrix} q \\ m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{(1+4\gamma)h^3} & -\frac{6EI}{(1+4\gamma)h^2} \\ -\frac{6EI}{(1+4\gamma)h^2} & \left\{ \frac{4(1+\gamma)}{1+4\gamma} + \beta \right\} \frac{EI}{h} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

前述したが、 $\gamma$ は曲げ変形に対するせん断変形の比率(以降、曲げせん断変形比率)を表し、次式で定義される係数である。

$$\gamma = \frac{3EI}{GA_s h^2} \quad (2.38)$$

この場合、剛性行列の各要素が明らかたため容易に計算が実行できて、

$$K_0 = \frac{3EI}{(1+\gamma)h^3} \quad (2.39)$$

$$\tilde{k} = \frac{9\beta EI}{(1+\gamma)\{4(1+\gamma) + \beta(1+4\gamma)\}h^3} \quad (2.40)$$

したがって、剛性比は次式で表される。

$$\alpha = \frac{\tilde{k}}{K_0} = \frac{3\beta}{4(1+\gamma) + \beta(1+4\gamma)} \quad (2.41)$$

(2.40) 式からも分かる通り、曲げ変形制御型制震構造に特有の性質として、Maxwell モデル部の単体剛性  $k_R$  を無限大 ( $\beta \rightarrow \infty$ ) としても、水平方向に換算された付加剛性は無制限に大きくはならないことが挙げられる。

$$\lim_{k_R \rightarrow \infty} \tilde{k} = \frac{u^2}{s} \neq 0 \quad (2.42)$$

例えば、一様断面曲げせん断モデルの剛性比 (2.41) 式において、 $\beta \rightarrow \infty$  とすると、

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \alpha = \frac{3}{1+4\gamma} \quad (2.43)$$

となり、 $\gamma=0$  (せん断変形無視) の場合に最大値 3 をとることが分かる。これは、ダンパ設置前は片持ち梁モデルの水平剛性  $K_0 = 3EI/h^3$  であったものが、頂部回転拘束後は、両端固定梁モデルの水平剛性  $K_0 = 12EI/h^3$  になることを表しており、せん断変形を考慮すると実現可能な剛性比は更に小さくなる。すなわち、曲げ変形制御型制震構造の剛性比には原理上の限界値が存在する。

図 2.7 は、曲げせん断変形比率( $\gamma$ )及びダンパ機構部剛性比率( $\beta$ )を変化させた時の最大減衰定数  $h_m$  を図示したものである。これより、例えば  $\gamma=0.4$  の場合、 $\beta=0.5$  程度の剛性を有するダンパ機構が実現できれば、最大 5% の減衰を付加することが可能であることが分かる。 $\gamma$  を支配するパラメータは、コア壁の断面形状や高さ、使用材料のポアソン比等であり  $\beta$  を支配するパラメータは、ダンパ自体の単体剛性、ダンパ設置位置 (中立点からの距離)、コネクティング柱、及びスーパービームの断面性能等である。建築計画を勘案しながらこれらの構



造要素を効果的に組み合わせ、大きな剛性変化を持たせる構造形式を設計できれば、高い減衰性能を備えた曲げ変形制御型制震構造の実現が可能となる。

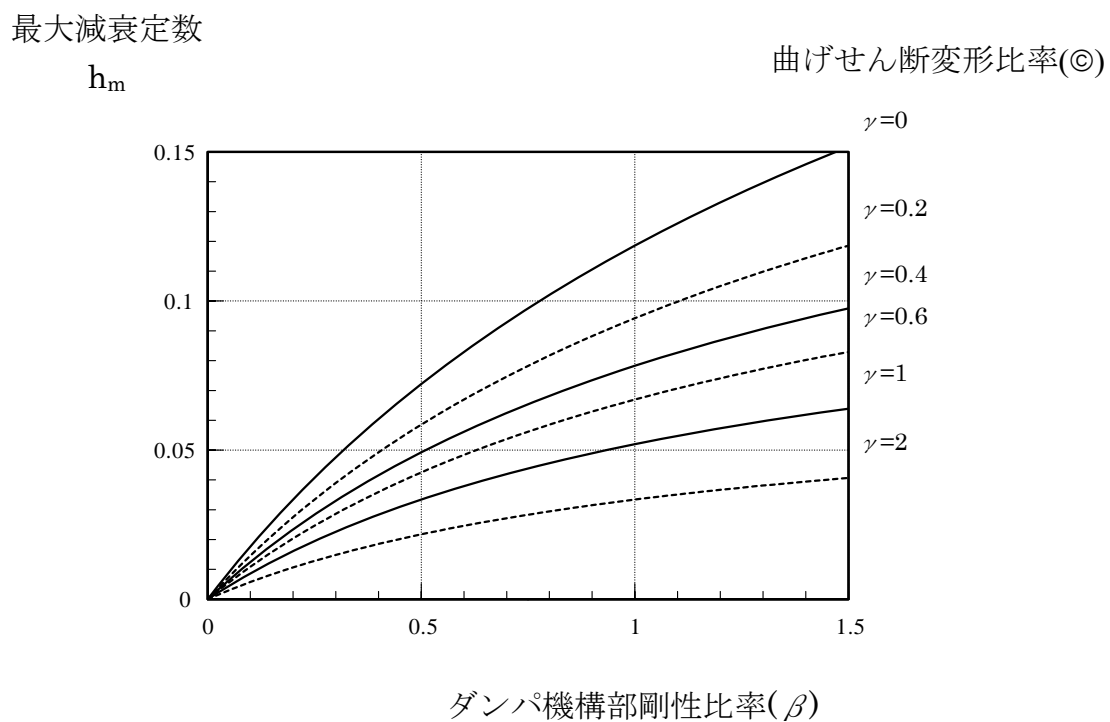


図 2.7 曲げ変形制御型構造物の減衰定数

## 2.4 まとめ

本章では、最も基本的な 1 質点モデルを対象として、曲げ変形制御による振動低減の基本原理や制御効果について明らかにした。まず、一般的な層間設置型制震構造の動特性を表すモデルである、3 要素 Maxwell 型 1 質点モデルを対象に得られている知見について整理した後、曲げ変形（従属自由度）に Maxwell 型ダンパが設置された曲げ変形制御型制震構造の動特性が、層間設置型と同様な単純な 3 要素 Maxwell モデルで厳密に表現できることを示した（図 2.8）。したがって、曲げ変形制御型システムにおいても、構造計画上の問題は、いかに振動数変化（剛性変化）を大きくできる構造形式を実現するかに集約される。そこで、曲げ変形拘束による剛性変化に基づいて、目標とする付加減衰を実現するために要求される構造性能について考察し、曲げせん断変形比率（ $\gamma$ ）及びダンパ機構部剛性比率（ $\beta$ ）と付加減衰の関係を明らかにした。

なお、本章では 1 質点モデルを対象とした検討に焦点を絞ったが、複雑で大規模な実際の建造物における不可避の課題である、連続的に分布する質量の影響や高次モードの問題、弾塑性応答時の挙動等については、具体的な試設計建建物モデルにより、次章以降において詳細に検討を行うこととする。

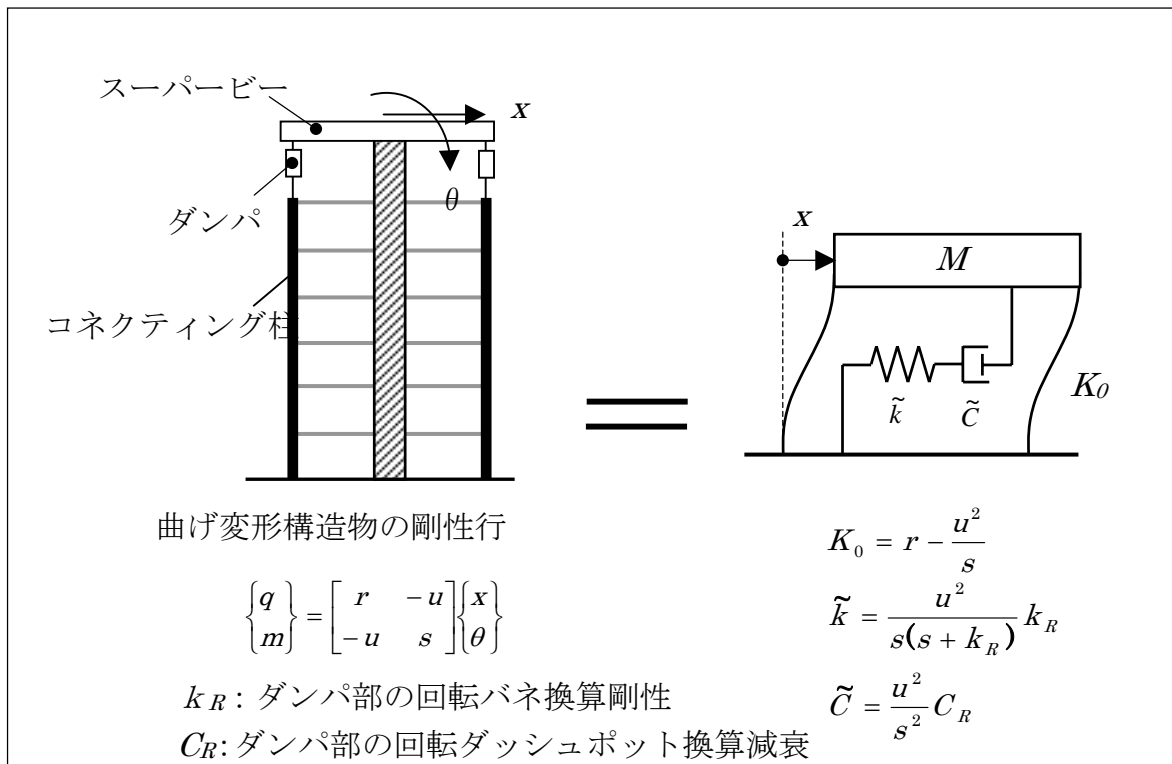


図 2.8 曲げ変形制御型制震構造物と等価な 3 要素 Maxwell 型 1 質点振動モデル