

三次元表面き裂の延性不安定破壊
に関する数値破壊力学的研究

吉田有一郎

目 次

	頁
1章 緒 言	2
2章 LBBの概念と不安定破壊条件	6
2.1 LBBの概念	6
2.2 延性破壊における破壊条件	9
2.2.1 J積分、COAに基づく破壊条件	9
2.2.2 不安定破壊に対するコンプライアンスの影響	19
2.2.3 実弾面応力基準条件	22
2.2.4 全面塑性解とエンジニアリングアプローチ	22
2.2.5 Two Criteria Approach	24
2.3 まとめ	33
3章 二次元き裂進展解析における破壊条件の検討	35
3.1 二次元き裂進展解析における破壊条件	35
3.2 解析方法	35
3.3 J積分の評価	42
3.4 J積分抵抗値 (J_R 値)	48
3.5 不安定破壊発生点	57
3.6 スタビリティダイアグラム	57
3.7 まとめ	62
4章 ラインスプリング法による三次元表面き裂の J積分評価とき裂進展解析	66
4.1 ライスプリング法	66
4.2 コンプリメンタリエネルギー法による 片側き裂材の剛性とJ積分	67
4.3 片側き裂材の剛性とJ積分の評価式 の係数の評価	70
4.4 表面き裂のJ積分評価	73
4.4.1 厚肉シェルラインスプリング法	73
4.4.2 弾塑性解析法	73
4.4.3 表面き裂のモデル化と軸力N および曲げモーメントMの評価法	80
4.4.4 J積分評価と考察	80

4.5	表面き裂の進展解析	80
4.5.1	き裂進展とJ積分評価	80
4.5.2	き裂進展解析と考察	86
4.6	まとめ	88
5章	ラインスプリング法による平板表面き裂の貫通解析	95
5.1	COA条件を使用した平板表面き裂の進展解析	95
5.2	COA条件を使用したき裂進展解析	95
5.2.1	COAの定義	95
5.2.2	COAの評価	95
5.3	解析したき裂形状	100
5.4	解析結果	105
5.4.1	荷重-変位曲線	105
5.4.2	き裂進展形状	105
5.5	LBB条件に関する考察	105
5.5.1	LBB成立条件	105
5.5.2	実断面応力基準条件の検討	108
5.6	まとめ	113
6章	ラインスプリング法による配管表面き裂の貫通解析	116
6.1	配管表面き裂のき裂進展解析	116
6.2	解析方法	116
6.2.1	配管のラインスプリング法	116
6.2.2	き裂進展解析	118
6.3	解析した配管表面き裂	118
6.4	解析結果と考察	124
6.5	まとめ	124
7章	スーパーコンピュータによる三次元弾塑性 有限要素解析とJ積分評価	129
7.1	スーパーコンピュータによる三次元表面き裂 の破壊力学パラメータ評価	129
7.2	スーパーコンピュータにおける高速化の手法	129
7.2.1	ベクトル計算機とスカラー計算機	129
7.2.2	剛性マトリックスの作成	129
7.2.3	剛性方程式の解法	131

7.3	計算速度	134
7.4	三次元表面き裂の弾性解析	137
7.5	弾塑性解析への展開	137
7.5.1	弾塑性解析法	137
7.5.2	接線剛性法における高速化の手法	141
7.6	パラレルスカイライン法	141
7.6.1	パラレルスカイライン法	141
7.6.2	計算速度	144
7.7	三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価	146
7.7.1	J積分の評価法	146
7.7.2	解析した表面き裂	146
7.7.3	解析結果と考察	149
7.8	まとめ	155
8章	三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分 評価のベンチマークテスト	157
8.1	破壊力学ベンチマークテスト	157
8.2	配管未貫通き裂のJ積分評価とき裂進展解析	157
8.2.1	問題の設定	157
8.2.2	解析結果と考察	159
8.3	平板未貫通き裂のJ積分評価とき裂進展解析	172
8.3.1	問題の設定	172
8.3.2	解析結果と考察	176
8.4	まとめ	188
9章	三次元弾塑性有限要素法による表面き裂の進展解析	190
9.1	三次元表面き裂のき裂進展解析と安定性評価	190
9.2	エンジニアリングアプローチ法	190
9.3	解析したき裂形状	190
9.4	荷重変位曲線とJ積分	192
9.5	エンジニアリングアプローチ法を使用した き裂進展解析	192
9.6	配管貫通き裂のき裂開口変位	199
9.7	まとめ	199
10章	結 言	202

参考文献	204
研究業績	215
謝辞	220

第 1 章 緒 言

1 章 緒 言

従来の線形破壊力学は、高張力鋼のような高強度低じん性の材料に発生する溶接欠陥に生じるき裂の安全性、すなわち、ぜい性破壊が発生する可能性を評価するために発達した。これに対し、原子力プラントの圧力容器や配管には比較的じん性の高い中強度鋼や高じん性のステンレス鋼が使用され、ぜい性破壊が発生する可能性は低い。しかし、地震などの過大な負荷が生じる際、大きな塑性変形を生じた後に不安定破壊(tearing instability)が生じる可能性を検討することが必要である。特に、原子力発電所のステンレス鋼配管において応力腐食割れ(stress corrosion cracking)によるき裂が発見された事例もあり、潜在欠陥による配管のギロチン破断可能性の評価は重要な問題となった。このようなギロチン破断可能性の有無により、配管の設計基準も異なったものになるため、安全性の評価結果は原子力プラントの設計に経済的な影響を及ぼす。そのため延性不安定破壊に関する多くの研究が実施された。

破壊力学の発展の経緯を考えれば、本研究を開始した当時(1982年)は、線形破壊力学が成功を納め、さらに非線形破壊力学の研究が盛んに展開された時期である。線形破壊力学では、二次元き裂の応力拡大係数は解析的手法、および、有限要素法、境界要素法などの数値解析手法により精度良く評価することが可能になり、さらに、航空宇宙関係の研究者が当時世界最高速のスーパーコンピュータ CDC STAR100を使用して膨大な三次元表面き裂の弾性解析を実施し、応力拡大係数の資料を作成することに成功した。しかし、非線形破壊力学では、二次元き裂のJ積分、き裂開口変位CODなどの破壊力学パラメータに関する種々の研究成果が得られていたものの、三次元表面き裂に関してはコンピュータの計算能力にも限界があり、また、膨大な数値計算を必要としない計算モデルの開発もなかったため、ほとんど研究がなされていない状況にあった。

そこで著者は、三次元表面き裂に弾塑性破壊力学を適用し、延性材料の不安定破壊を解析する手法を確立し、延性不安定破壊の材料力学的側面について検討することを目的として、数値解析手法として主として弾塑性有限要素法を使用した研究を行なった。

研究は最初、二次元き裂を対象として、当時問題となっていた進展き裂に関するJ積分の評価法の検討、J抵抗曲線とCOA抵抗曲線の関係の検討、負荷系のコンプライアンスが不安定破壊に及ぼす影響の検討などを実施し、延性不安定破壊の研究における問題点を整理・確認することから始めた。二次元き裂の進展解析ではJ積分支配き裂進展条件とCOA支配き裂進展条件の等価性、コンプライアンスの影響などを確認した。

三次元表面き裂に関しては、研究開始当初はコンピュータの計算能力が限られ

ていたため、膨大な計算を必要とせずしかも高い計算精度の期待できる簡易計算モデルとしてラインスプリング法を使用し、三次元表面き裂のJ積分の評価法、き裂開口角COAの評価法、および、き裂進展解析手法を開発した。

その後、CRAY1に代表される米国のスーパーコンピュータに対抗すべく開発された国産スーパーコンピュータの第一号機HITAC S810/20が東京大学大型計算機センタに導入された。そこで、スーパーコンピュータを使用し、三次元表面き裂の弾塑性解析における膨大な数値計算を処理するため、スーパーコンピュータ用高速三次元弾塑性有限要素解析プログラムの開発を行ない、従来の有限要素解析で考慮されていなかった、スーパーコンピュータ上における効果的な有限要素解析用計算手法を開発した。特に連立一次方程式の解法では、有限要素法特有のデータ構造を考慮し、複数演算器による並列処理を可能とするパラレルスカイライン法を開発した。

研究の後半では、開発されたスーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dを使用し、機械学会の研究分科会で実施された配管表面き裂のJ積分評価、平板表面き裂のJ積分評価のベンチマークテストに参加し、J積分評価手法に関して検討した。さらに、米国Battelle Columbus研究所が実施した破壊力学国際ベンチマークテストにおける配管表面き裂材の破壊試験結果のデータを、FEM3Dによる三次元弾塑性有限要素解析によるJ積分評価結果とエンジニアリングアプローチ法により解析し、配管表面き裂の不安定成長をJ抵抗曲線から評価可能なことを示し、詳細な数値計算に基づく安定性評価手法が現実的なものであり、しかもきわめて精度が高く有効なことを確認した。

本論文の構成を以下に示す。

第2章では本研究の主要なテーマであるLBBの概念と不安定破壊条件について述べ、本研究の背景および、不安定破壊の研究の状況と本研究の関係を示した。

第3章では二次元き裂進展解析における破壊条件の検討について述べ、二次元のき裂進展解析における破壊力学パラメータであるJ積分の評価方法に関する検討、J抵抗曲線とCOA抵抗曲線の関係の検討、および、不安定破壊におけるコンプライアンスの影響の検討を行った。

第4章では三次元表面き裂の簡易計算モデルでありしかも高い精度が期待できるラインスプリング法による三次元表面き裂のJ積分評価とき裂進展解析について述べ、ラインスプリング法によるJ積分評価手法、および、き裂進展解析手法を開発した。

第5章ではラインスプリング法による平板表面き裂の貫通解析を実施し、平板表面き裂のき裂進展解析における荷重-変位曲線を示し、初期き裂形状とき裂進展の安定性の関係、および、実断面応力基準条件について述べた。

第6章ではラインスプリング法による配管表面き裂の貫通解析を実施し、貫通

後の周方向へのき裂進展解析手法を示した。また、初期き裂形状とき裂進展の安定性の関係について述べた。

第7章ではスーパーコンピュータによる三次元弾塑性有限要素解析とJ積分評価を実施し、スーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dを開発し、三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価が短時間に実行可能なことを示した。

第8章では三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価のベンチマークテストと題し、日本機械学会で行なわれたいくつかの破壊力学解析ベンチマークテストに参加し、FEM3Dにより三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価を行なった結果について述べた。

第9章では三次元弾塑性有限要素法による三次元表面き裂の進展解析を実施し、米国Battelle Columbus研究所の破壊力学国際ベンチマークテストにおける配管表面き裂材の破壊実験結果を、FEM3Dにより計算されたJ積分とエンジニアリングアプローチにより解析し、表面き裂の不安定成長を評価した結果について述べた。

第10章では結言として本研究における成果について述べた。

第 2 章 L B B の概念と不安定破壊条件

2章 LBBの概念と不安定破壊条件

2.1 LBBの概念

LBB(Leak Before Break)は破断前漏洩と呼ばれる概念であり、内部流体を含んだ構造物(圧力容器、配管)の内面からき裂が成長する場合、まず、き裂が壁を貫通して、内部流体が大量に漏洩し、その後、急速な破断に至るという現象である。もし、構造物においてLBBの成立が保証されれば、き裂が壁を貫通し、内部流体が漏洩する際に、漏洩検出器を使用してき裂の貫通を確認できるため、プラントを停止し、構造物の破断を未然に防ぐことが可能である。したがって、LBBは構造物の安全性を評価するうえで重要な概念である。

軽水炉の設計においては、1次冷却系配管の多くの箇所において、完全な周方向の破断(ギロチン破断)が生じても安全性が確保できるように、非常炉心冷却系、配管振れ止め装置などの防護設計が行なわれている。しかし、破壊力学的な解析によりLBBが成立することが保証されれば、配管のギロチン破断の可能性は無くなり、配管振れ止め装置などの防護装置は必要が無くなるため、プラントの建設費用の低減や、保守の簡略化が可能になる[矢川84b][矢川84d][矢川85d]。したがって、LBBの成立に関して多くの研究が実施されている。

配管や圧力容器などの構造物の安全性を確認するための判断のフローを図2.1[矢川88]に示す。図2.1の中でLBBを立証するためには、き裂が構造物の壁を貫通する際の安定性、貫通したき裂から内部流体が漏洩し検知される際の安定性、が保証されなければならない。そのためには、き裂成長の安定性についての評価が不可欠である。

構造物に作用する日常的な負荷は疲労き裂の進展を引き起こす。疲労負荷によるき裂進展量は応力拡大係数とパリズ則を使用して評価することが可能である[北川72]。三次元表面き裂の応力拡大係数の資料はRaju, Newman[Raju79]により、曲げと引張りを受ける平板中の表面き裂の応力拡大係数として与えられている。また、白鳥・三好ら[白鳥85]により、き裂面に任意分布力を受ける三次元表面き裂の応力拡大係数が影響係数として与えられている。影響係数を使用すれば残留応力が存在する場合の応力拡大係数も簡便に評価することが可能である。き裂に作用する負荷の変動によるき裂進展速度の加速・減速現象についても種々のモデルを使用し考慮することが可能であろう[矢川88]。

地震などにより過大な負荷が構造物に作用する場合は、ステンレス鋼などの高じん性材料からなる配管や圧力容器は、き裂先端に塑性域が広がるため、非線形破壊力学に基づいてき裂進展の安定性を評価することが必要である。全面降伏状態における高じん性材料の不安定破壊はTearing Instability(延性不安定破壊)と呼ばれる。き裂成長の安定性を評価する方法としては、以下の3通りの方法が

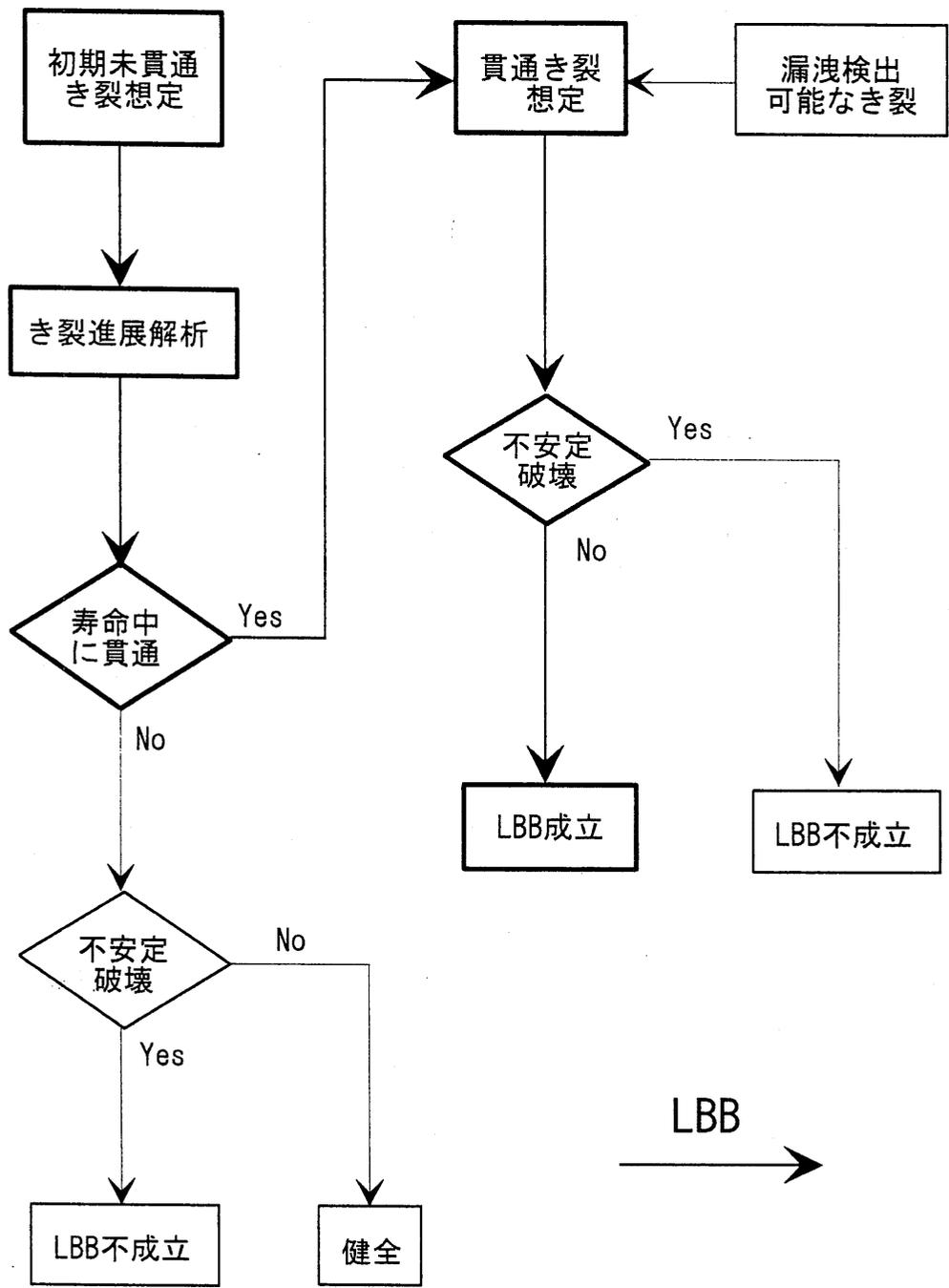


図 2.1 LBBの成立を確認する判断のフロー

考えられている。

(1) J積分あるいはき裂先端開口角CTOA、き裂開口角COAなどを用いてき裂進展解析を実施し、き裂成長の安定性を評価する方法。

(2) き裂を含む断面の塑性崩壊によりギロチン破断が生じると考え、実断面応力基準条件を用いて評価する方法。

(3) J積分と塑性崩壊を両方考慮したTwo Criteria Approachを使用する方法。

J積分に基づくき裂成長の安定性評価に関しては、配管の変形を、リガメント上の応力分布が流動応力で近似される塑性関節の簡便なモデルで評価し、き進展解析を実施した例として、Tada, Parisら[Tada80]の研究、Zahoor, Kanninenの研究[Zahoor81a], [Zahoor81b]、Wilkowskiらの研究[Wilkowski81]、Panの研究[Pan84]などがある。J積分を全面塑性解により評価し、エンジニアリングアプローチによるき裂進展解析をした研究例としては、Hutchinson, Parisの研究[Hutchinson79]、矢川・高橋ら[矢川82]の研究、German, Kumar[German83]の研究、矢川・植田らの研究[矢川85b]、などがある。J積分を弾塑性有限要素解析により評価してき裂進展解析を実施した研究としては、Shih, deLorenziらの研究[Shih79]、Kanninenらの研究[Kanninen79]、Zahoor, Abou-Sayedの研究[Zahoor81c]、Yagawaらの研究[Yagawa83]、高橋・矢川の研究[高橋83], [高橋85]、白鳥・三好らの研究[白鳥82]、坂らの研究[坂81]などがある。実断面応力基準条件に関する研究としては、Kanninen, Broekらの研究[Kanninen78]、Hasegawa, Sakataらの研究[Hasegawa83]、矢川・鹿島らの研究[矢川84a]などがある。関連の研究は数多く、ここで引用した他にも多くの研究例がある。

本研究では、以上の数多くの研究に対し、有限要素法を中心とする詳細な数値解析に基づく延性不安定破壊の研究という立場をとり、主として三次元表面き裂の延性不安定破壊研究におけるJ積分の評価法の開発、き裂進展解析手法の開発、および、き裂進展解析における破壊力学パラメータの有効性の検討などを実施した。二次元き裂においては、進展き裂のJ積分の評価方法の検討、J積分、き裂開口角COAなど破壊条件の関係についての検討、および、延性不安定破壊に対するコンプライアンスの効果について検討を行なった。三次元表面き裂に関しては、ラインスプリング法を用いた三次元表面き裂のJ積分評価法、き裂進展解析法の提案を行ない、平板中の三次元表面き裂のJ積分評価とき裂進展解析を実施した。J積分とCOA条件に基づくき裂進展の安定性評価と実断面応力基準条件の関係についても検討を行なった。また、配管表面き裂のき裂進展解析を行ないき裂進展の安定性評価を実施した。さらに、三次元有限要素法による詳細解析を実施するため、スーパーコンピュータ用高速弾塑性有限要素解析プログラムの開発を行なった。本解析プログラムにより、数例の三次元表面き裂のJ積分評価を行ない、J積分が短時間に精度良く評価可能なことを示した。さらに、配管表面き裂のJ

積分評価を行ない、エンジニアリングアプローチ法による配管表面き裂の安定性解析を実施し、配管表面き裂の破壊実験における表面き裂の不安定成長が精度良く評価可能なことを示した。すなわち、本研究は、一貫した数値解析により、数値解析に基づく三次元表面き裂の延性不安定破壊評価が工学上きわめて有効であり、しかも経済的にも十分実用的であることを示した研究である。

2.2では、J積分に基づくき裂成長の安定性評価、実断面応力基準条件の考え方、全面塑性解とエンジニアリングアプローチ、および、Two Criteria Approachについて簡単に説明する。

2.2 延性破壊における破壊条件

2.2.1 J積分, COAに基づく破壊条件[Paris79],[Hutchinson79],[Shih79]

ステンレス鋼のような高じん性材料からなるき裂材が負荷を受けて変形する場合、図2.2に示すように、最初き裂先端部分に塑性域が生じき裂先端の鈍化が起こる。さらに負荷が増加するとJ積分が J_{Ic} に達した時点でき裂進展が開始する。ぜい性材料の場合はき裂進展開始直後に不安定破壊が生じるが、高じん性材料では安定なき裂成長が生じ、負荷の増加とともにき裂は安定成長を続ける。安定なき裂成長量は材料の種類や温度により異なる。ただし、材料を固定して考える場合、横軸に J/σ_0 (σ_0 は降伏応力または耐力)をとり、き裂先端近傍が平面ひずみの条件を満たしていれば、図2.2のJ抵抗曲線で示されるき裂先端の鈍化、安定なき裂成長への温度の影響は少ないことが知られている。平面ひずみの条件が満たされていれば、J抵抗曲線は試験片の形状にも依存しない。J抵抗曲線上で安定なき裂成長が生じる部分は傾きほぼ一定であることが知られている。したがって、安定なき裂成長が生じている場合、式(2.1)が成り立つ。

$$\frac{dJ}{da} \times \frac{1}{\sigma_0} = \text{constant (temperature independent)} \quad (2.1)$$

さらに、実際の試験片を考慮すると式(2.2)が成り立つ。

$$T = \frac{dJ}{da} \times \frac{E}{\sigma_0^2} = \text{constant} \quad (2.2)$$

ここでEは材料のヤング係数である。Tはティアリングモジュラスと呼ばれる。

Tが試験形状に依存しない定数であることに関しては、以下のような説明がされている[Paris79]。

図2.3に示す引張りを受ける中央き裂試験片を考える。き裂長さを $2a$ 、試験片幅を W 、厚さを B 、長さを L とする。安定なき裂進展が生じる際に全断面降伏

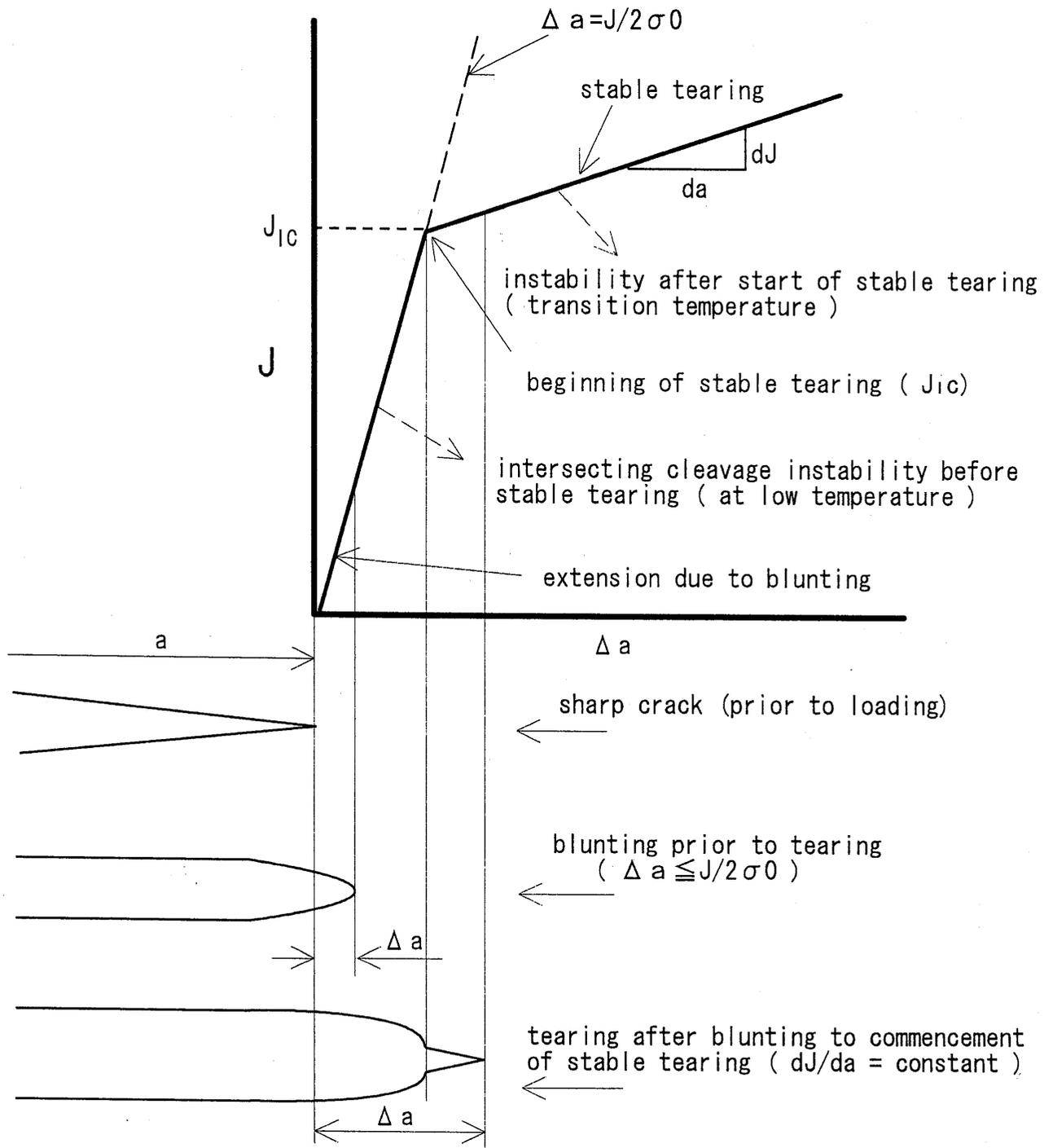


図2.2 安定き裂成長とJ抵抗曲線

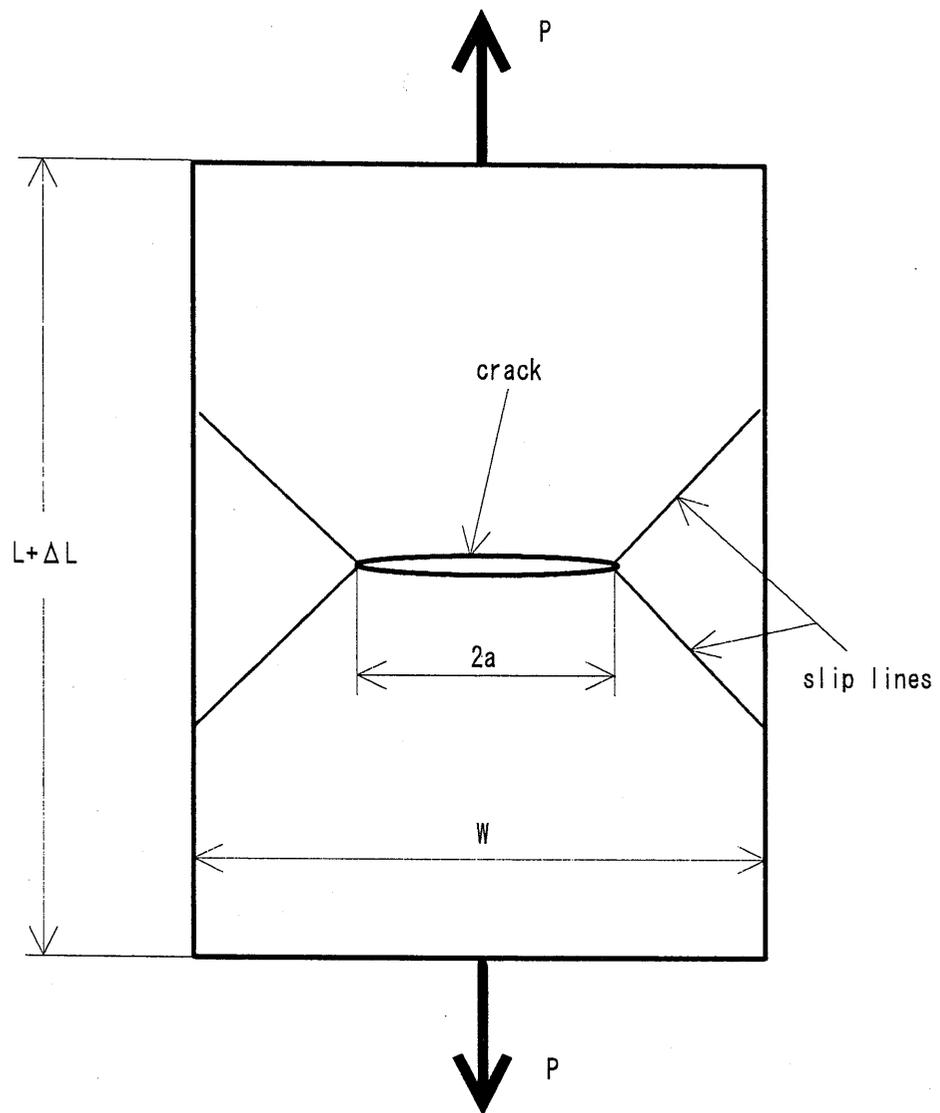


図2.3 引張りを受ける中央き裂試験片

状態にあるとすれば、塑性変形は試験片と45度の角度を有する直線すべり線場で近似でき、極限荷重 P_L は、

$$P_L = \sigma_0(W - 2a)B \quad (2.3)$$

である。試験片長さの増加分 ΔL の塑性成分 $\Delta L_{plastic}$ は、塑性変形が大きい範囲では、き裂先端開口変位 δ_T と以下の関係がある。

$$d(\Delta L_{plastic}) = d(\delta_T) \quad (2.4)$$

き裂先端開口変位 δ_T は J 積分と以下の関係があることが知られている。

$$\delta_T = \alpha \frac{J}{\sigma_0}, \quad d\delta_T = \alpha \frac{dJ}{\sigma_0} \quad (2.5)$$

ここで α は 1 で近似される値である (例えば [白鳥 81a])。式 (2.4) と式 (2.5) より、

$$d(\Delta L_{plastic}) = \frac{dJ}{\sigma_0} \quad (2.6)$$

である。J 積分の増加により J 抵抗曲線で示されるよういき裂の安定成長が生じ、荷重の低下 dP_L が生じる。

$$dP_L = -2\sigma_0 daB \quad (2.7)$$

この荷重の低下にともなう弾性変形による試験片長さの減少は、

$$d(\Delta L_{elastic}) = \frac{dP_L L}{AE} = \frac{-2\sigma_0 daL}{WE} \quad (2.8)$$

である。もし、試験片が剛な試験機により負荷を受けているとすれば、試験片の弾性変形の減少量がき裂の進展により生じる塑性変形量を越えた時は (き裂進展はつきつぎに新たなき裂進展を引き起こすため) 不安定破壊が生じる。これを式 (2.6)、式 (2.8) により表わせば、式 (2.9) が得られる。

$$T = \frac{dJ}{da} \times \frac{E}{\sigma_0^2} \leq \frac{2L}{W} \quad (\text{center cracked strip}) \quad (2.9)$$

式 (2.9) の左辺は材料の性質にのみ依存する量であり、右辺はき裂材の形状にのみ依存する無次元量である。

次に、図2.4に示す引張りを受ける表面き裂を考える。き裂深さは深く、リガメント部はすべて降伏しているものとする。き裂深さを a 、き裂長さを l 、板厚を t とする。引張応力を σ とする。リガメント部以外は弾性状態にあるものとするれば、

$$\frac{\sigma_f(t-a)}{t} \leq \sigma \leq \sigma_0 \quad (2.10)$$

である。き裂深さが深い場合、すべり線場が図2.4の横断面上に示した様になると考えられるため、流動応力 σ_f は σ_0 にほぼ等しい。

き裂材を正面から見た場合、図2.4の表面き裂は、き裂を閉口させる応力 σ' (き裂面における平均値) が作用している板厚貫通き裂と等価である。応力の釣り合いを考えると、式(2.11)が成り立つ。

$$\sigma' t = \sigma_0 (t - a) \quad (2.11)$$

弾性解析の結果(例えば[岡村77])から、貫通き裂の開口変位 δ を求めると、

$$\delta = \frac{2l}{E} (\sigma - \sigma') \quad (2.12)$$

式(2.11)と式(2.12)より、表面き裂のき裂先端開口変位 δ_t を式(2.13)により近似する。

$$\delta_t - \delta = \frac{2l}{E} \left[\sigma - \sigma_0 \left(1 - \frac{a}{t} \right) \right] \quad (2.13)$$

ふたたび式(2.5)を使用すると (α を 1.0 として)、

$$d(\delta_{t, plastic}) = \frac{dJ}{\sigma_0} \quad (2.14)$$

さらに、式(2.13)より、式(2.15)が得られる。

$$d(\delta_{t, elastic}) = \frac{2l\sigma_0 da}{Et} \quad (2.15)$$

したがって、ふたたび弾性変形の減少量がき裂進展による塑性変形の増加量より大きいという条件より、不安定破壊の発生条件は、式(2.16)で与えられる。

したがって、表面き裂の場合にも、ティアリングモジュラスが試験片形状に依存

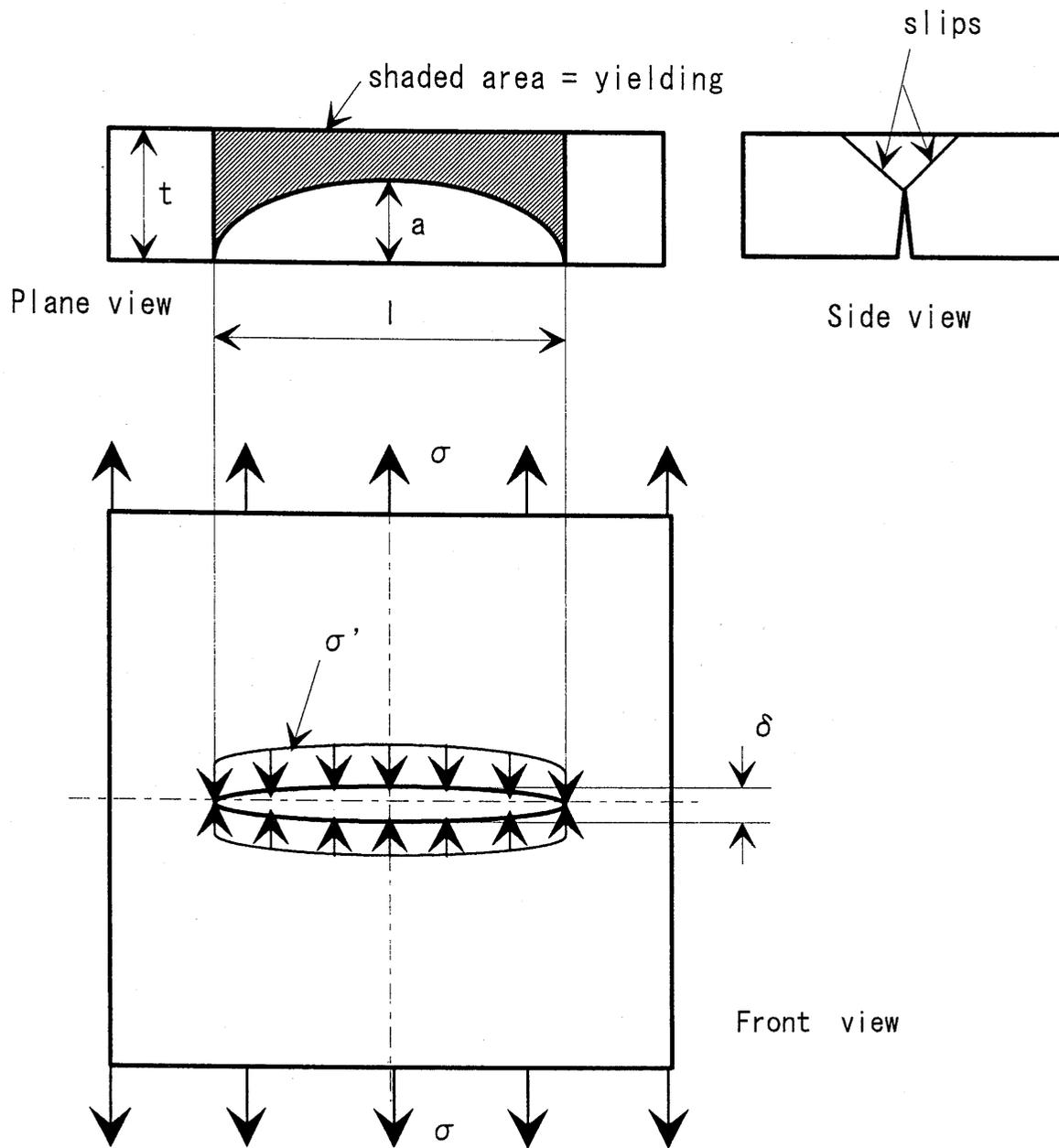


図2.4 引張りを受ける表面き裂

$$T = \frac{dJ}{da} \times \frac{E}{\sigma_0^2} \leq \frac{2l}{t} \quad (\text{deep surface flow}) \quad (2.16)$$

しない延性不安定破壊のパラメータになることがわかる。

J積分をき裂進展解析のパラメータとして使用することの理論的裏付けに関しては、より詳細な説明[Hutchinson79]もある。J積分は塑性変形が全ひずみ理論により記述される場合に明確に定義される。進展するき裂先端では弾性的な除荷が生じ比例負荷も成り立たない。したがってこの説明では、J積分を進展き裂の一般的な破壊力学パラメータと考えるには無理があることを認めた上で、ある限られた範囲(力学的状況)におけるJ積分の有効性を論じている。ある限られた範囲とは以下の3点により説明される力学的状況である。

(1)停留き裂の場合、き裂材の変形は比例負荷の状態を扱う全ひずみ理論で十分精度良く記述できるため、J積分は有効である。

(2)き裂の安定成長量は試験片寸法に比較するとごく小さいため、比例負荷の状態が成り立たないのはき裂先端近傍のみであり、残りの大部分の変形状態は全ひずみ理論で十分精度良く記述できる。

(3)そのような状態においては、或る条件が満たされれば、たとえ大規模降伏状態であってもJ積分抵抗曲線が試験片形状に依存しない量となり、小規模降伏状態におけるK抵抗曲線と同様に扱うことが可能である。この場合、J抵抗曲線はK抵抗曲線の自然な拡張になっている。

以上の考え方を式を用いて表現すると以下のようなになる。図2.5によりき裂先端近傍の変形状態を示す。全ひずみ理論により記述されるき裂先端近傍におけるひずみ場の特異性は式(2.17)で与えられる(H.R.R.特異性[Hutchinson68]、[Rice68]と呼ばれる)。

$$\varepsilon_{ij} = k_n J^{n/(n+1)} r^{-n/(n+1)} \bar{\varepsilon}_{ij}(\theta) \quad (2.17)$$

ここで、 r 、 θ はき裂先端を原点とする極座標である。 θ に関する分布形を表わす ε_{ij} は加工硬化指数と平面応力、平面ひずみのいずれの応力状態にあるかにより決まる。 k_n は次元をあわせるための定数である。式(2.17)により記述される特異性が成り立つ領域をRで示すと、Rはき裂材のリガメントの数分の一程度の大きさである。き裂進展により生じる弾性的な除荷領域はき裂の進展量 Δa 程度の大きさであるため、J積分支配き裂成長の条件は、

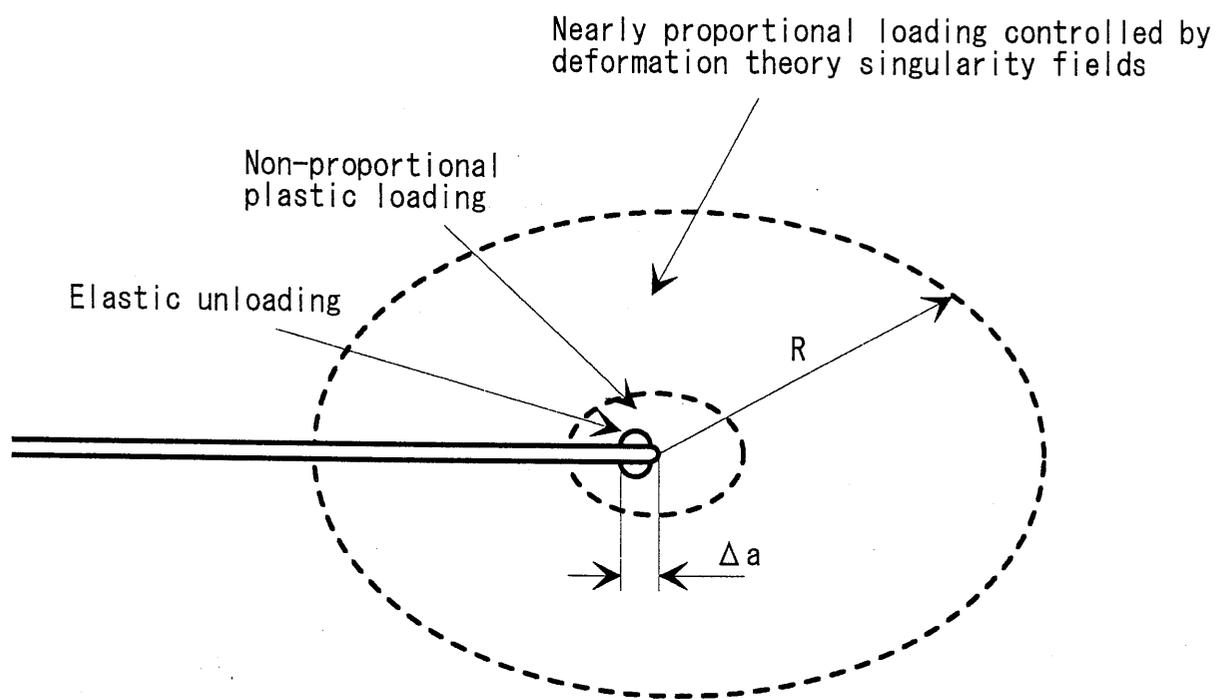


図 2.5 き裂先端近傍の応力状態

$$\delta a < R \quad (2.18)$$

である。き裂が進展し同時に J 積分が上昇する場合、式 (2.17) より、

$$d\varepsilon_{ij} = \left. \begin{aligned} & \frac{n}{n+1} k_n J^{-1/(n+1)} dJ r^{-n/(n+1)} \bar{\varepsilon}_{ij}(\theta) - \\ & k_n J^{n/(n+1)} da \frac{\partial}{\partial x} [r^{-n/(n+1)} \bar{\varepsilon}_{ij}(\theta)] \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

ここで、式 (2.20) を用いて、式 (2.19) から式 (2.21)、式 (2.22) が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x} = \cos\theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (2.20)$$

$$d\varepsilon_{ij} = k_n J^{n/(n+1)} r^{-n/(n+1)} \left\{ \frac{n}{n+1} \frac{dJ}{J} \bar{\varepsilon}_{ij} + \frac{da}{r} \tilde{\beta}_{ij} \right\} \quad (2.21)$$

$$\tilde{\beta}_{ij}(\theta) = \frac{n}{n+1} \cos\theta \bar{\varepsilon}_{ij} + \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{\varepsilon}_{ij} \quad (2.22)$$

式 (2.21) の第 1 項は停留き裂と同じひずみの分布形状 ε_{ij} を有しているため比例負荷に関する項であり、第 2 項は比例負荷以外の項である。 ε_{ij} と β_{ij} の大きさが同程度であることより、式 (2.21) において第 1 項が第 2 項よりも卓越するための条件、すなわち、考えている領域でひずみ分布が比例負荷状態にあるとみなせるための条件は、

$$\frac{da}{r} < \frac{dJ}{J} \quad (2.23)$$

である。材料に依存する量 D を式 (2.24) で定義する。D はき裂の進展量であり、中強度の炭素鋼で J 抵抗曲線の J 積分値が J_{Ic} の倍程度の値になる程度の進展量を想定している。き裂進展が比例負荷領域の内側のごく狭い領域で生じる場合 ($D \ll R$) を考えれば、式 (2.23) は式 (2.25) となる。

$$\frac{1}{D} = \frac{dJ}{da} \frac{1}{J} \quad (2.24)$$

すなわち、式 (2.25) で示される、き裂先端を囲む領域においては、ひずみ分布の特異性が J 積分により記述されるひずみ場が存在し、J 積分支配き裂進展が成り

$$D < r < R \quad (2.25)$$

立つと考えられる。大規模降伏状態にあるき裂材では、 R はリガメント長さ b の数分の一になるため、式(2.26)により新しい無次元パラメータ ω を導入すれば、 J 積分支配き裂進展条件は、式(2.27)で与えられる。

$$\omega = \frac{b}{J} \frac{dJ}{da} \quad (2.26)$$

$$\omega > 1 \quad (2.27)$$

式(2.27)の ω がいくつならば良いのかは、個々のき裂材について検討することが必要である。原子炉圧力容器鋼材 A533B に関する Shih らの計算結果 [Shih79] から Hutchinson らが算出した値は $\omega \gg 40$ であるが、他の材料、試験片に関しては明らかにされていない。

き裂開口角 COA の理論的裏付けについては Shih ら [Shih79] による以下の説明がある。Rice による増分理論に基づく完全塑性体 (加工硬化指数無限大) についての結果によれば、き裂近傍のひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}$ はき裂開口変位 $d\delta$ とき裂進展量 da により以下の式で表わされる。

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{d\delta}{r} f_{ij}(\theta) + \frac{\sigma_0}{E} \frac{da}{r} \ln \frac{R(\theta)}{r} g_{ij}(\theta) \quad (2.28)$$

ここで $R(\theta)$ はき裂先端から弾塑性境界までの距離、 g_{ij} は 1 のオーダの無次元関数である。 f_{ij} は式(2.17)の ε_{ij} と同様に、停留き裂の θ 方向におけるひずみ分布を表わし、無次元の関数である。式(2.28)の第 2 項はき裂進展による除荷による項である。Shih らの計算結果では、A533B 鋼のような高じん性材料の場合には、き裂のごく近傍では式(2.28)の第 2 項の特異性 $((1/r) \ln(R/r))$ が卓越しているが、き裂先端開口変位 δ_c に比較して十分大きい領域においては第 1 項が支配的であることが示されている。すなわち、式(2.29)が成り立つ場合、き裂先端におけるひずみ分布はき裂開口角 $d\delta/da$ により記述される。

$$\frac{d\delta}{da} > \frac{\sigma_0}{E} \ln \left(\frac{R(\theta)}{r} \right) \quad (2.29)$$

式(2.29)は加工硬化の無い完全塑性体に関する評価であり、加工硬化を有する材料や種々の形状を有するき裂材についての有効性については別途検討することが

必要である。Shihはいくつかの試験片について二次元有限要素解析を実施し、破壊力学パラメータとしてのき裂開口変位の有効性を検討している。

式(2.26),(2.37)から式(2.30)が導かれる。式(2.29)から式(2.31)が導かれる。

$$T_J = \frac{dJ}{da} \frac{E}{\sigma_0^2} > 1 \quad (2.30)$$

$$T_b = \frac{d\delta}{da} \frac{E}{\sigma_0} > 1 \quad (2.31)$$

Shihらによれば、有限要素法によるき裂進展解析の結果では、き裂開口角COAは0.2~0.3radであり、一方 σ_0/E は0.002程度である。したがって、式(2.31)が成立する範囲は広いとされている。

2.2.2 不安定破壊に対するコンプライアンスの影響

一般に配管き裂材と負荷系は図2.6に示すようなばねを介して引張りを受けるき裂材としてモデル化することができる。荷重をP、荷重点の変位を Δ_T 、試験片のコンプライアンスを C_s 、ばねのコンプライアンスを C_M とすれば、

$$C_M P + C_s P = \Delta_T \quad (2.32)$$

である。ここで、式(2.32)の両辺をき裂長さaで微分すれば、

$$(C_M + C_s) \frac{dP}{da} + P \frac{dC_s}{da} = \frac{d\Delta_T}{da} \quad (2.33)$$

である。式(2.33)中、安定なき裂成長が生じている場合は、負荷系の変位の微小な増加に対してき裂も微量進展するため、 $d\Delta_T / da > 0$ である。これに対し不安定なき裂成長が生じる場合は、負荷系の変位が増加することなしにき裂が進展するため、式(2.33)の右辺は ≤ 0 になる。荷重制御型の負荷系においてはばねのコンプライアンス C_M が無限大なので、式(2.33)の右辺 ≤ 0 なる条件は $dP \leq 0$ と等価である。すなわち、荷重制御型の負荷系においては、不安定破壊は最大荷重点の直後に生じる。

ばねのコンプライアンスが有限の場合、式(2.33)の右辺 ≤ 0 なる条件は、き裂進展によるき裂材の荷重点変位の増加量($P dC_s$)よりも、き裂進展による荷重の低下(除荷)に伴う、系(ばね+試験片)のコンプライアンスの変位の減少量

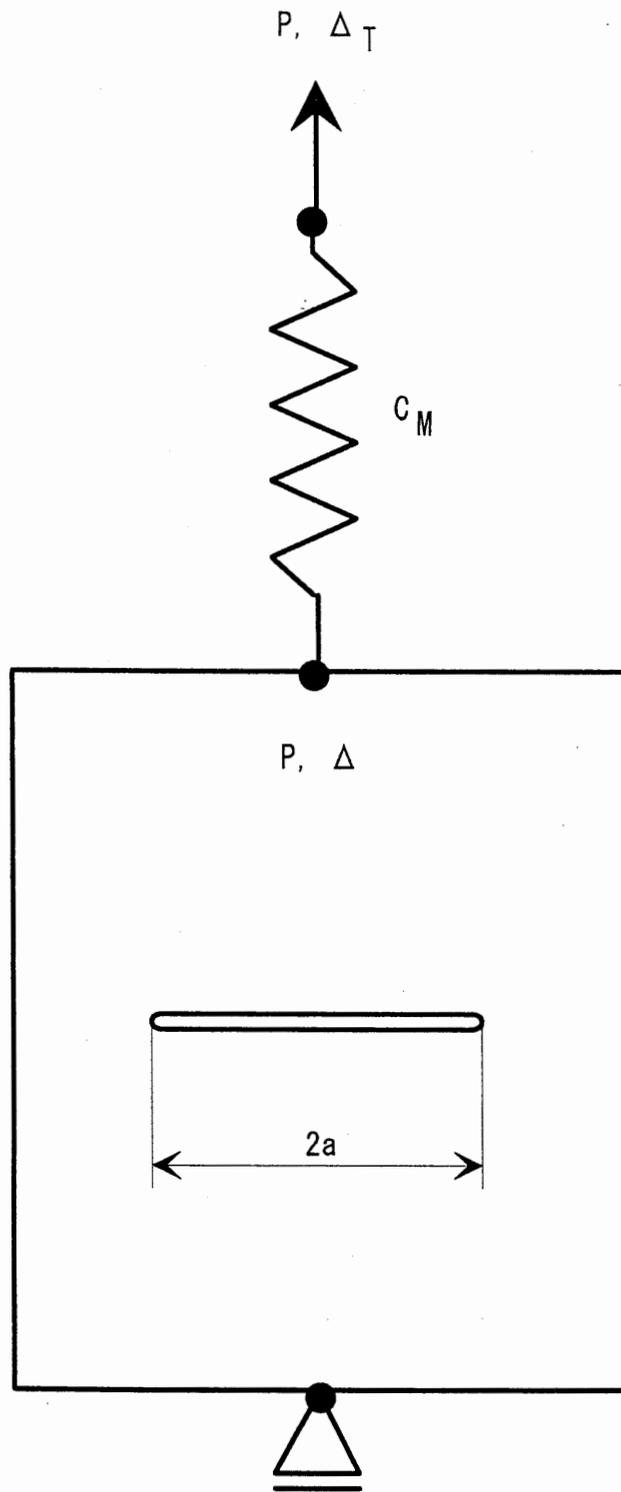


図 2.6 コンプライスを有する負荷系

$(C_s + C_M) dP$ が大きいことを意味する。すなわち不安定破壊を考えるためには、系（ばね＋試験片）のコンプライアンスを考慮する必要がある。

延性不安定破壊の発生条件は、荷重点変位を一定とした場合の、き裂進展にともなう系の J 積分（き裂進展力）の増加率と材料の J 抵抗曲線の増加率により式 (2.32) で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)_{\Delta_T} &< \frac{dJ_{mat}}{da} && (stability) \\ \left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)_{\Delta_T} &> \frac{dJ_{mat}}{da} && (instability) \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

式 (2.34) をティアリングモジュラスで表わせば式 (2.35) が得られる。

$$\left. \begin{aligned} T &< T_{mat} && (stability) \\ T &> T_{mat} && (instability) \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

次にコンプライアンスの影響を考慮した系の J 成分を求める。まず、J 積分の増分に関して式 (2.36) が成立する。

$$dJ = \left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)_P da + \left(\frac{\partial J}{\partial P}\right)_a dP \quad (2.36)$$

次に、荷重点変位 Δ_T が一定の条件より、

$$d\Delta_T = C_M dP + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a}\right)_P da + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial P}\right)_a dP = 0 \quad (2.37)$$

すなわち、

$$dP = -da \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a}\right)_P \left[C_M + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial P}\right)_a \right]^{-1} \quad (2.38)$$

式 (2.36) と式 (2.38) より、式 (2.39) が得られる。

$$\left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)_{\Delta_T} = \left(\frac{\partial J}{\partial a}\right)_P - \left(\frac{\partial J}{\partial P}\right)_a \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a}\right)_P \left[C_M + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial P}\right)_a \right]^{-1} \quad (2.39)$$

式 (2.39) で C_M が 0 の場合が変位制御型の負荷系であり、 C_M が無限大の場合が荷重制御型の負荷系である。

2.2.3 実断面応力基準条件

ステンレス鋼のように高いじん性を有する材料の場合、き裂の不安定成長が開始する荷重が、塑性崩壊荷重ときわめて近いことが考えられる。加工硬化のない平面ひずみ状態のき裂材については、すべり線場を用いて塑性崩壊荷重を求めることが可能である。加工硬化のある場合でも、降伏応力の代わりに流動応力を用いることにより塑性崩壊荷重を推定することが可能である。さらに、一般のき裂材について大規模降伏状態におけるJ積分を評価することは有限要素法などの解析手法による膨大な数値計算を必要とするため容易ではない。したがって、簡便な評価式により塑性崩壊荷重を評価し不安定破壊の発生を予想することができれば工学的には有利である。そこで実際の配管の破壊試験における応力基準破壊条件の有効性に関して多くの検討が行なわれている。高じん性材料では不安定破壊に先立ち相当量のき裂進展が生じ、き裂のリガメント面積の変化が無視できないため、実際のき裂面積を用いて破壊応力を算定したのが実断面応力基準条件である。工学的には魅力ある条件ではあるが、理論的な理由付けに乏しく、不安定破壊の発生に大きな影響を有する系のコンプライアンスの影響が全く考慮できないのが欠点である。したがって、不安定破壊の研究においては、第1近似的な手法として、使用されるべきと考えるが、J積分あるいはCOAに基づく詳細破壊解析との関連については、種々の材料、き裂材形状について検討する必要がある。

2.2.4 全面塑性解とエンジニアリングアプローチ

J積分によりき裂の進展開始と安定成長を評価するためには、あるき裂長さにおけるき裂部材のJ積分評価を実施することが必要である。J積分の評価対象となるき裂部材は弾塑性状態にあるため、数値的にJ積分を評価するためには弾塑性有限要素法などの数値解析手法が必要である。しかし、弾塑性有限要素解析は多くの計算時間を必要とする。そこでJ積分の簡易評価手法として全面塑性解(Fully Plastic Solution)が提案された。全面塑性解はIlyushin[Ilyushin46]の法則を利用し、全ひずみ理論に従い指数硬化型の応力ひずみ関係を有するき裂部材の変位、J積分を評価する方法である。全面塑性解を利用すれば、Ramberg-Osgood型の応力ひずみ関係を有するき裂部材の変位、J積分を評価することが可能になる。き裂部材の応力ひずみ関係がRamberg-Osgood型の式(2.40)で与えられる場合、図2.6に示す、き裂長さ $2a$ 、板幅 w の中央き裂材のJ積分は式(2.41)で、荷重点変位は式(2.42)で、き裂中央部でのき裂開口変位は式(2.43)で与えられる[矢川88],[Turner84]。

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_y} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n \quad (2.40)$$

$$J = f_1(a_e, \frac{2a}{W})(\frac{P}{P_0})^2 + \alpha \sigma_y \epsilon_y (w-2a)(\frac{a}{w}) h_1(\frac{2a}{w}, n)(\frac{P}{P_0})^{n+1} \quad (2.41)$$

$$\Delta = f_2(a_e, \frac{2a}{w})(\frac{P}{P_0}) + \alpha \epsilon_y a h_2(\frac{2a}{w}, n)(\frac{P}{P_0})^n \quad (2.42)$$

$$\Delta_c = f_3(a_e, \frac{2a}{w})(\frac{P}{P_0}) + \alpha \epsilon_y a h_3(\frac{2a}{w}, n)(\frac{P}{P_0})^n \quad (2.43)$$

ここで、 P_0 は塑性崩壊荷重あるいは参照荷重である(例えば中央き裂材では $w \sigma_y$ とすることが可能)。 a_e はIrwinの塑性域補正であり、(2.44)で与えられる。 β は平面応力の場合は2、平面ひずみの場合は6である。

$$a_e = a + \frac{1}{\beta \pi} \left(\frac{n-1}{n+1} \right) \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{P}{P_0} \right)^2} \quad (2.44)$$

式(2.41)、(2.42)、(2.43)の第1項は弾性成分を示し、第2項は塑性成分(全面塑性解)を示す。弾性成分はき裂材に関する従来の弾性解から評価できる。塑性成分は有限要素解析から評価することが可能である。二次元き裂材の面外せん断に対する全面塑性解がShih[Shih76]により与えられている。平面ひずみ状態のき裂材、および三次元き裂材に対する全面塑性解は、非圧縮性を正確に扱える有限要素解析により評価されている。平面ひずみ状態の二次元き裂部材の全面塑性解はGoldmanら[Goldman74]、矢川ら[Yagawa81]、Shihら[Shih84a]により与えられている。配管貫通き裂材に対する全面塑性解はGermanら[German83]、矢川ら[矢川85b]、[Yagawa85c]により与えられている。また、三次元表面き裂材の全面塑性解は矢川ら[矢川85a]により与えられている。全面塑性解は解を得るのが数値的に難しい問題であり、三次元表面き裂に対する実用的な全面塑性解のデータベース作成には膨大な数値計算を必要とする。しかし、一度三次元表面き裂の全面塑性解のデータベースを整備してしまえば、J積分の評価が簡便に行なえるため、全面塑性解の利用は工学的に極めて有益な手法である。

全面塑性解を使用してJ積分評価と安定き裂成長解析を行なう手法がエンジニアリングアプローチ法であり、米国のEPRI(Electric Power Research Institute)を中心として研究された手法である。

2.2.5 Two Criteria Approach

Two Criteria Approachの最初のモデルはCEGBのDowling, Townley[Dowling75]により提唱された。Dowling, Townleyは、弾性状態におけるき裂部材の破壊条件として応力拡大係数を使用した式(2.45)を与え、大規模降伏状態における破壊条件として、塑性崩壊荷重を使用した式(2.46)を与えた。さらに、弾性状態と大規模降伏状態の中間領域での破壊条件として、応力拡大係数から評価されるき裂開口変位とDBCSモデルより評価されるき裂開口変位を等しいと考えて求められる[白鳥80]式(2.47)を与えている。Dowling, Townleyの破壊条件は図2.7の破壊評価線図として示される。式(2.45)中の f (修正係数の逆数)、および、式(2.46)中の g はき裂部材の形状によって決まる係数である。 a はき裂長さ、 w はき裂部材の板厚である。式(2.45)の σ_{of} はぜい性破壊時の破壊応力、式(2.46)中の σ_{ou} は塑性崩壊時の破壊応力を示している。式(2.46)中の σ_u は引張り強さである。式(2.47)の Q (形状係数)もき裂部材の形状により決まる値である。式(2.47)のより一般的な表現として式(2.48)が与えられている。

$$\sigma_{of} = \frac{f(a/w)K_{IC}}{(\pi a)^{1/2}} \quad (2.45)$$

$$\sigma_{ou} = g(a/w)\sigma_u \quad (2.46)$$

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_u} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[\exp \left(-\frac{\pi K_{IC}^2}{8\sigma_u^2 a Q^2} \right) \right] \quad (2.47)$$

$$\frac{L_f}{L_u} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[\exp \left(-\frac{\pi L_k^2}{8L_u^2} \right) \right] \quad (2.48)$$

式(2.48)中の L_f は破壊時の荷重・応力、 L_u は引張り強さから求められる塑性崩壊荷重、 L_k は応力拡大係数から求まる破壊荷重である。破壊荷重より得られるデータ点は式(2.45)、(2.46)、(2.47)、(2.48)で表わされる直線・曲線の近傍に集まることが予想される。

Dowling, Townleyは、他の研究者による破壊実験の結果が図2.7で良く整理できることを示している。しかし、Dowling, Townleyの破壊評価線図、図2.7では、破壊に先立ち安定き裂成長が生じる場合の扱い、および、加工硬化の影響の扱いが不十分である。

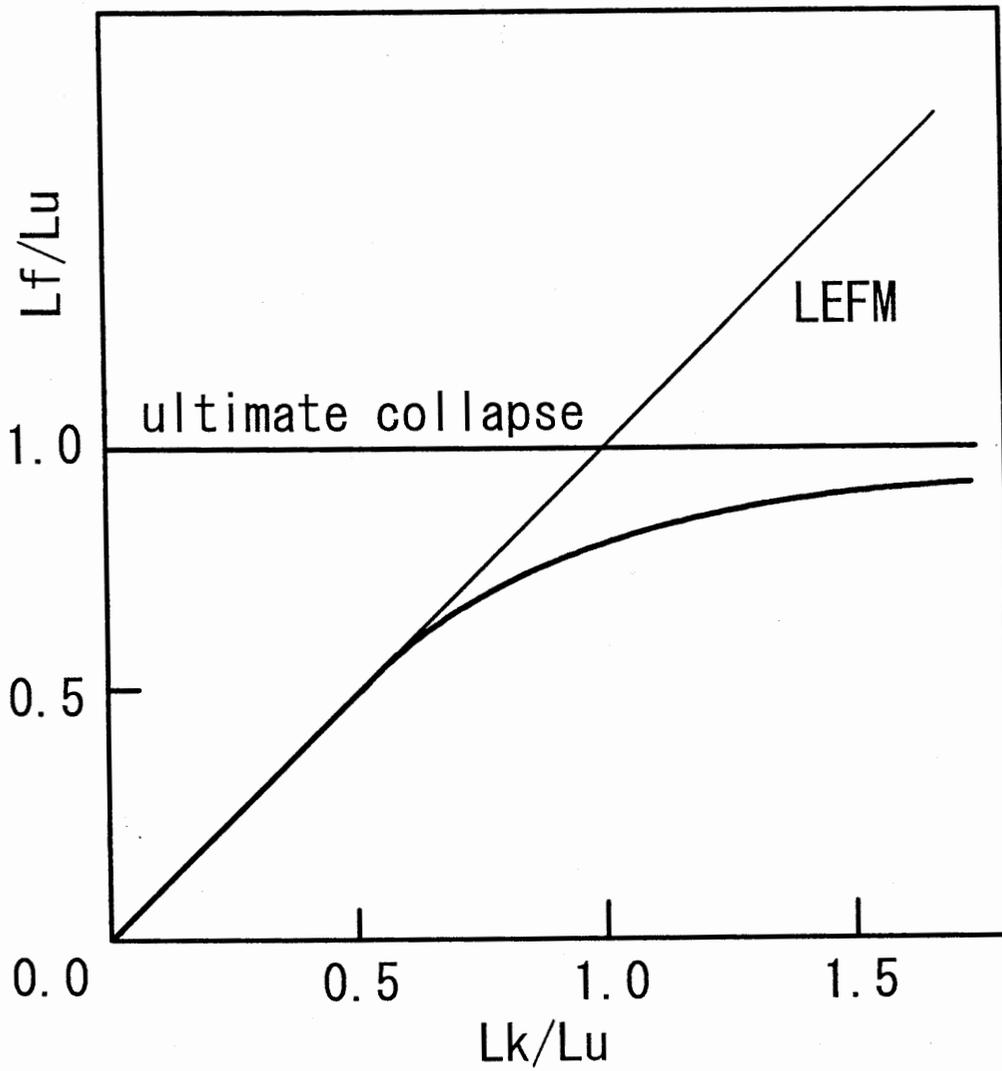


図 2.7 破壊評価線図 (CEGBG, Dowling, Townley)

Dowling, Townleyの考え方を踏襲し、応力拡大係数に基づく破壊条件のパラメータを式(2.49)で表わし、塑性崩壊に基づく破壊条件のパラメータを式(2.50)で表わし、式(2.48)を書き直すと式(2.51)が得られる。式(2.51)で与えられる破壊評価線図を図2.8に示す。

$$K_r = \frac{\text{load applied}}{\text{LEFM failure load}} = \frac{K_1}{K_{1c}} \quad (2.49)$$

$$S_r = \frac{\text{load applied}}{\text{plastic collapse failure load}} = \frac{\sigma}{\sigma_c} \quad (2.50)$$

$$K_r^2 = \frac{S_r^2}{(8/\pi^2) \ln \sec\{(\pi/2)S_r\}} \quad (2.51)$$

き裂部材に関して、式(2.49)、式(2.50)を用い、 (K_r, S_r) を求め、図2.8に記入した時、式(2.51)で表わされる破壊評価線図の内側に入れば、き裂部材は安全、外側に入れば、き裂材は破壊の可能性があるかと判定される。図2.8で示される破壊評価線図がCEGBのR6法の原形である。

CEGBのMilne[Milne79]はステンレス鋼のように高い加工硬化を有する鋼材に破壊評価線図を適用するため、図2.8に示す破壊評価線図の修正を行なった。応力拡大係数による破壊条件に関しては、式(2.52)のように、応力拡大係数の代わりにJ積分を導入した。式(2.52)の分子の J_{e1} は弾性的に評価される値である。また塑性崩壊荷重による破壊条件は式(2.53)で与え、引張り強さの代わりに流動応力(降伏応力と引張り強さの平均値)を使用する。

$$K_r = \left(\frac{J_{e1}}{J_{1c}}\right)^{1/2} \quad (2.52)$$

$$S_r = \frac{\sigma}{\sigma_c(a/w)} \quad (2.53)$$

Milneはき裂の安定成長を次のように扱うことを提案している。

- (1)き裂部材に働く荷重から式(2.52)、式(2.53)を使用して (K_r, S_r) を評価する。この点は図2.9(a)の点 L_1 に相当する。
- (2)荷重を増加して点 L_1 を破壊評価線図の上の点 L_1 (図2.9(a)参照)に移動させる。
- (3)更に荷重を増加させ、最大荷重点に至るまで、き裂を進展させ、破壊評価線

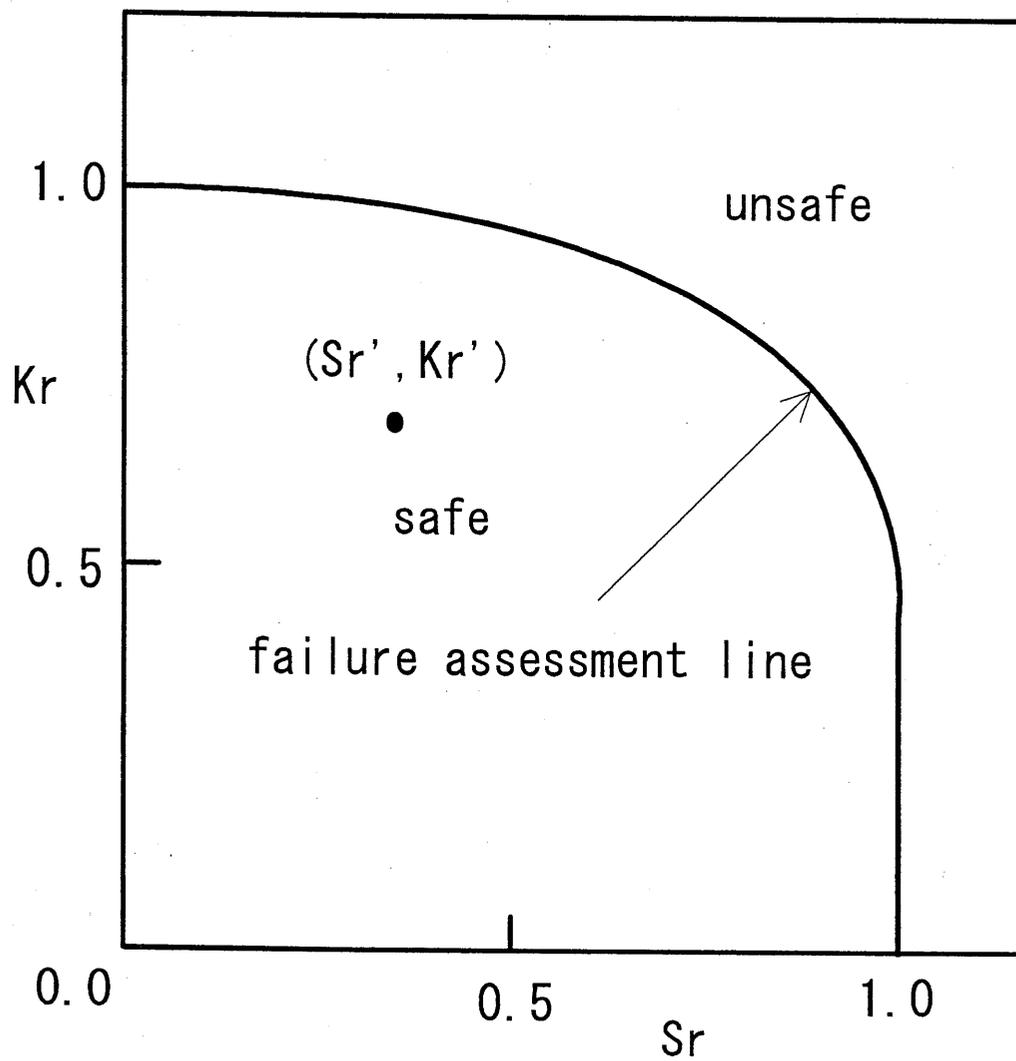


図 2.8 破壊評価線図 (CEGB)

図の上を点 L_i から点 L_m に移動させる(図2.9(b))。点 L_m における $K_{r,m}$ は式(2.54)で与えられ、J積分 J_m はき裂長さ $a + \Delta a$ に関して評価される。破壊抵抗値 J_m はJ抵抗曲線の傾きを一定として、式(2.55)により評価される。さらに $S_{r,m}$ はき裂長さ $a + \Delta a$ に関して式(2.56)で評価される。

$$K_{r,m} = \left(\frac{J_{e,m}}{J_m} \right)^{1/2} \quad (2.54)$$

$$J_m = J_{1c} + \Delta a \frac{dJ}{da} \quad (2.55)$$

$$S_{r,m} = \frac{\sigma_m}{\sigma_c(a/w)} \quad (2.56)$$

以上の手順により、最大荷重点と最大荷重点に至るまでのき裂進展量が評価される。また、 $0L_i/0L_1$ により、き裂進展開始点までの安全率が計算できる。

R6法については、Milneが、実験データと全面塑性解によるJ積分の評価に基づき、式(2.57)、(2.58)で与えられる、修正された破壊評価線図を与えている。 σ_0 は降伏応力である。

$$K_r = S_r' [(8/\pi^2) \ln \sec(\pi S_r'/2)]^{-1/2} \quad (2.57)$$

$$S_r' = S_r - (1 - K_r^{1/2})(\sigma_u/\sigma_0 - 1) \quad (2.58)$$

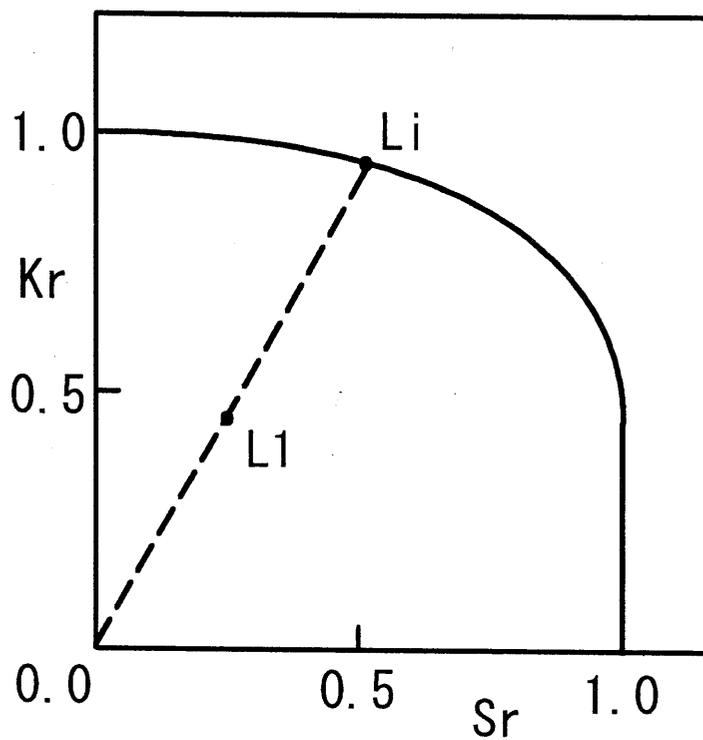
また、Ainsworth[Ainsworth84]は、Ramberg-Osgood型の式による材料特性の評価値(α 、 n)に対する依存性が小さく、加工硬化の小さな材料に適する、式(2.59)、(2.60)により与えられる破壊評価線図を提案している。現在、R6法はRev.3が最

$$K_r = [\lambda E \varepsilon_{ref} / \sigma_{ref} + (1-\lambda) + \gamma S_r^2 / (1+S_r^2)]^{-1/2} \quad (2.59)$$

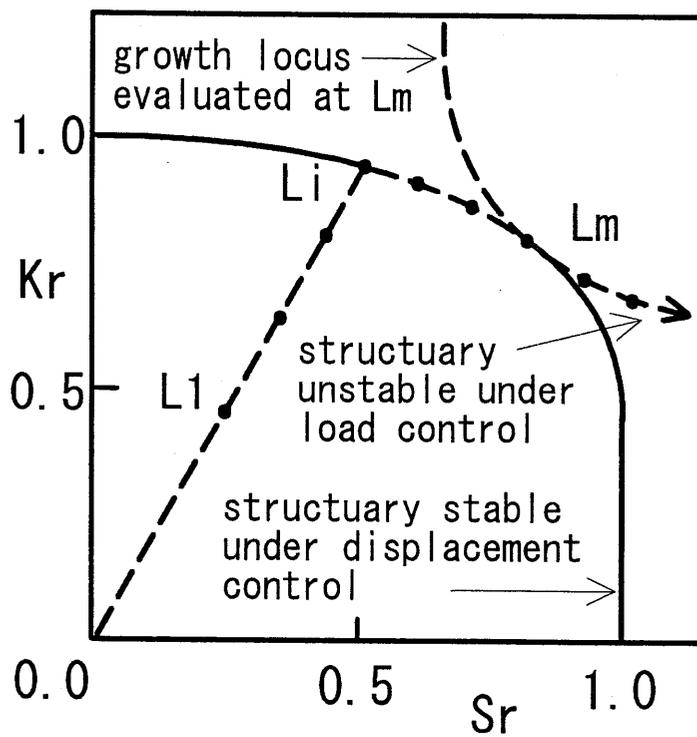
新の規格である[Milne86]。

$$\sigma_{ref} = P \sigma_0 / P_0, \quad \varepsilon_{ref} / \varepsilon_0 = \sigma / \sigma_0 + \alpha (\sigma / \sigma_0)^n \quad (2.60)$$

Milneの破壊評価線図、Ainsworthの破壊評価線図はともにR6法で扱う破壊評価線図のオプションとして取り込まれている。Milneの破壊評価線図とAinsworthの破



(a) Li: き裂進展開始



(b) Lm : 最大荷重点

図 2.9 破壊評価線図 (CEGB, Milne)

壊評価線図[Ainsworth84]を図2.10に示す。この二つの破壊評価線図の差異については、浅野[浅野89]が配管貫通き裂材に対して検討を行なっている。

Bloom[Bloom80]によれば、CEGBのR6法については、米国では1980年ころは未だ有効性についての検討はあまりなされていなかった。ただし、1984年のTuner[Tuner84]による解説によれば、米国ではEPRI(Electric Power Research Institute)を中心として、き裂部材の弾塑性破壊力学解析のためのエンジニアリングアプローチ(Engineering Approach)法を開発するプロジェクトが実施されていること、および、このプロジェクトは三つの部分よりなり、

(1)Part1では、二次元形状の破壊力学試験片、軸対称き裂を有する配管、および、二次元近似したノズルコーナき裂の全面塑性解のテーブルと、全面塑性解を用いてJ積分あるいはき裂開口変位を評価する手法を与える。

(2)Part2では、全面塑性解の有効性とR6法への導入について述べる。

(3)Part3では、数種の内部三次元き裂および表面き裂に関する全面塑性解を含める予定。

であることが述べられている。Bloom[Bloom83]はMilneの提案に加え、破壊評価線図を描く際のJ積分評価としてEPRIのエンジニアリングアプローチ法を取り入れ、破壊評価線図に加工硬化の影響とき裂部材の形状の影響を取り込んだ。また、塑性崩壊荷重は降伏応力を基準として定めている。Bloomの破壊評価線図[Bloom83]を図2.11に示す。現在、EPRIによる規格は、ASMEのSection XI、Division 1、Appendix Hの範囲外のき裂材の扱いに関して、Case N-494、Case N-512、で扱われている。この中には、二次元き裂材だけでなく、配管における周方向表面き裂および、軸方向表面き裂の破壊評価線図も含まれている。

Two Criteria Approach法は、き裂部材の最大荷重を評価することが破壊可能性の評価指標になっている。厳密に考えれば、LBBはき裂が貫通した状態でのき裂部材の安全性を保證することが必要である。板厚の75%以上のき裂は貫通き裂と見なすことにすれば、き裂の貫通後の安定性に関する評価は必要ではない。しかし、より厳密な評価をしようとするならば、き裂の貫通後の挙動に関する解析、および、き裂部材のコンプライアンスを考慮した安全性評価が必要である。EPRIのエンジニアリングアプローチ法は全面塑性解によるき裂の安定性解析が実施できる点で、本来のLBBの判定が実施できる可能性があると考えられる。ただし、R6法、および、エンジニアリングアプローチ法ともに、精度、有効性や適用範囲については、詳細解析による検証が必要である。特に表面き裂材のように複雑な形状を有するき裂材に関しては、有限要素法とJ抵抗曲線あるいはCOA抵抗曲線などを使用した詳細き裂進展解析による検討が必要と考えられる。

本研究は、ラインスプリング法、あるいは、弾塑性有限要素法を使用した詳細き裂進展解析の手法について検討している。本研究で開発された手法は、R6法や

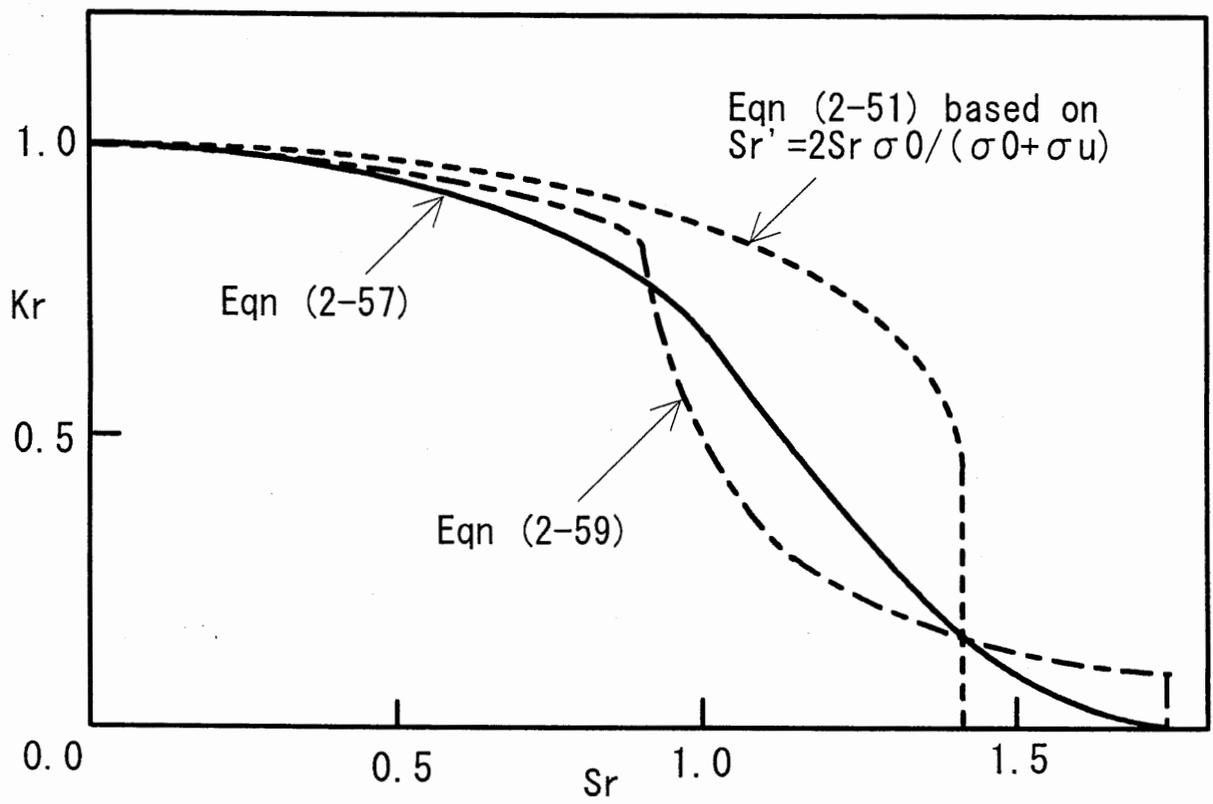


図 2.10 破壊評価線図 (CEGB Rev.3, Milne, Ainsworth)

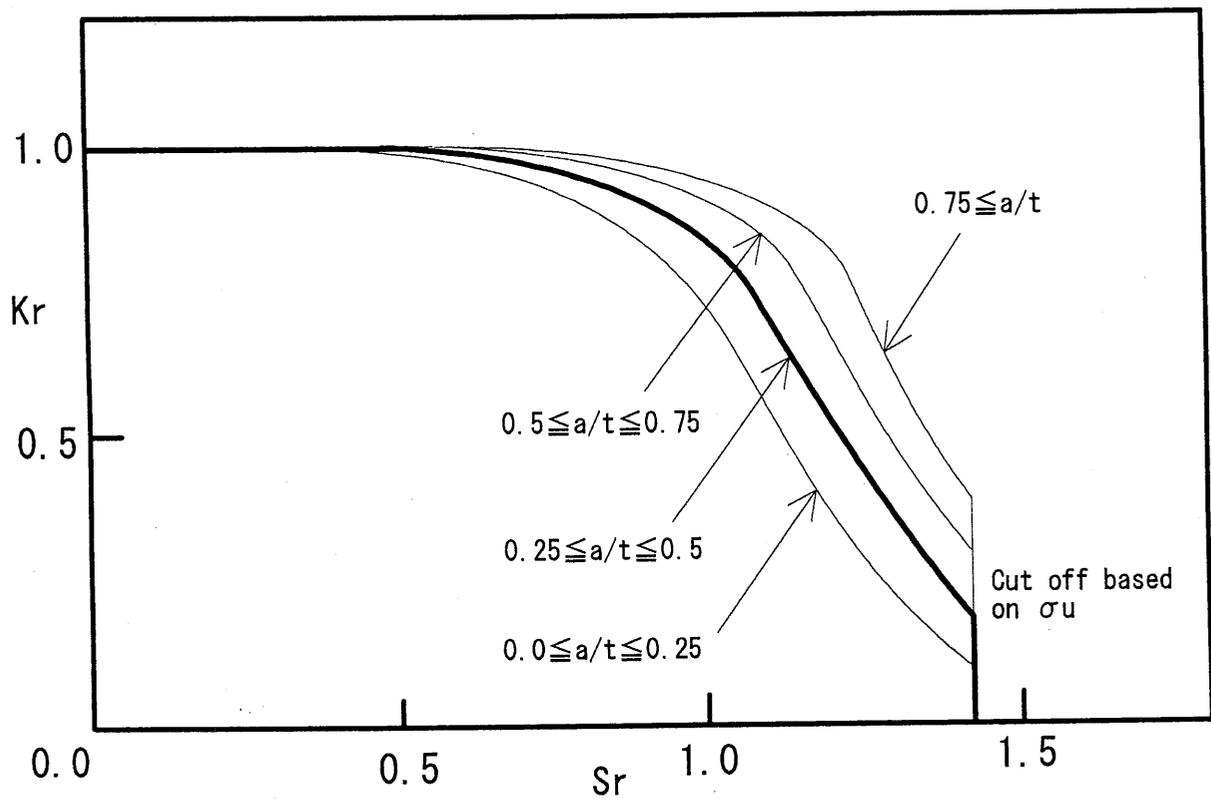


図 2.11 破壊評価線図 (EPRI, Bloom)

エンジニアリングアプローチ法の、精度、有効性や適用範囲を保証するための、実験と並ぶ数値実験法として位置づけられると考える。

2.3 まとめ

本章ではLBBの概念と不安定破壊条件の研究について解説し、従来の研究に対する本研究の立場と研究内容について述べた。また、本研究における主要な研究事項である、J積分支配き裂進展条件、COA支配き裂進展条件、実断面応力基準条件の考え方と問題点について述べ、さらに、全面塑性解とエンジニアリングアプローチ法、および、Two Criteria Approach法の考え方を示し、本研究との関係について述べた。

第 3 章 二次元き裂進展解析 における破壊条件の検討

3章 二次元き裂進展解析における破壊条件の検討

3.1 二次元き裂進展解析における破壊条件

き裂の安定成長および不安定成長開始を記述する破壊力学的パラメータについての研究が数多く行なわれている[Paris79],[Kanninen79],[Shih79],[Kanninen81],[坂81],[矢川82],[白鳥82],[高橋83]。これらの研究のうち、き裂の安定成長および不安定破壊開始を律する破壊力学パラメータについての研究が興味を集めている。現在、これらの破壊力学パラメータとして、J積分に基礎を置くTモジュラス[Paris79]、き裂先端での局所的な開口角CTOA (Crack Tip Opening Angle)、き裂進展部の平均的な開口角COA (Crack Opening Angle) および塑性仕事係数 T_w [坂81]などが提唱されている。

これらのパラメータの有効性、および相互の関連については数多くの研究がなされているが、内容は大きく2つに分類される[Kanninen81]。一つは Generation Phaseと称されているもので、実験により得られた標点間変位とき裂進展量の関係などを基礎にして破壊力学パラメータTモジュラス、CTOA、COAなどの挙動を調べるものであり、他の一つは Application Phaseと呼ばれ、破壊力学パラメータの挙動を仮定し、これより試験片あるいは構造物の挙動(例えば荷重-変位曲線)などを調べる方法である。これらの研究によりTモジュラス、CTOA、COAとも初めの遷移期を除いては、き裂進展に対しほぼ一定の値をとることが報告されている[Shih79][Kanninen79][高橋83]。これについて破壊力学パラメータのうち、き裂進展を律するものとしてどれが最も適切であり得るかという問題がある。この問題を厳密に評価するには、これらパラメータの詳細な解析が必要とされる。Tモジュラスを例にとる場合、その基礎になる進展き裂に対するJ積分の解析に関しては多くの方法[Garwood75][Ernst81][矢川82]が提唱されているが、いまだ確定した評価法が定まっているとはいえない。

上記の観点より、本論分においては中央き裂試験片、小型引張試験片の不安定延性破壊解析を有限要素法により行ない、進展き裂に対するJ積分の評価、COAを一定とした場合のJ積分抵抗値(J_R 値)、および、不安定破壊発生点のコンプライアンス依存性について考察する。

3.2 解析方法

有限要素法によるき裂進展および不安定破壊発生解析方法は、文献[白鳥82]に示される物と同様の方法であり、き裂進展は宮本・三好[宮本71]、および、Andersson[Andersson73]により提唱された節点解放法を用いる。要素としては線形三角形要素を使用し、山田の方法[三好76]による弾塑性解析法によりき裂を一要素ずつ離散的に進展させる。図3.1、図3.2に解析の対象とした中央き裂試験片

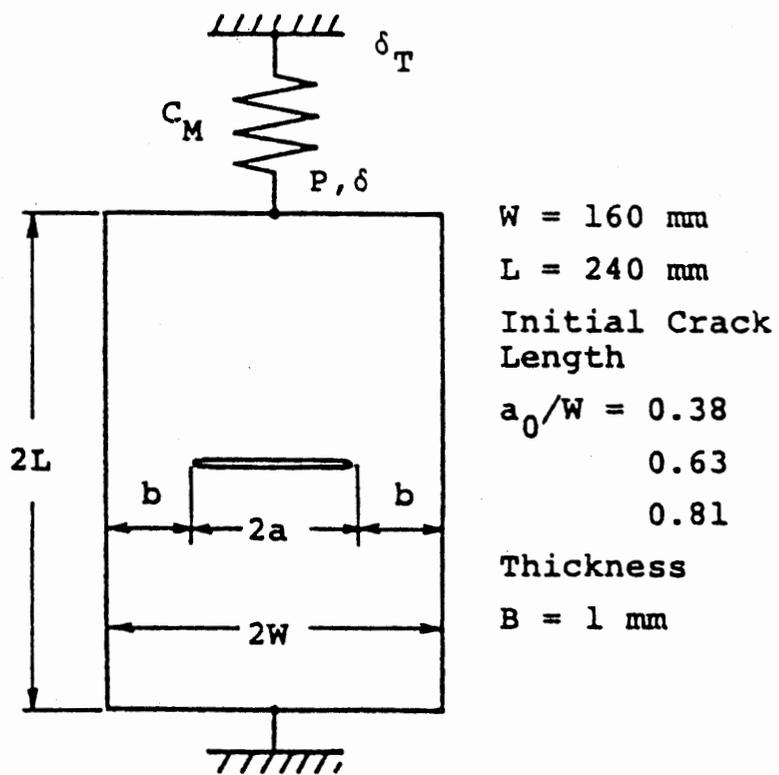
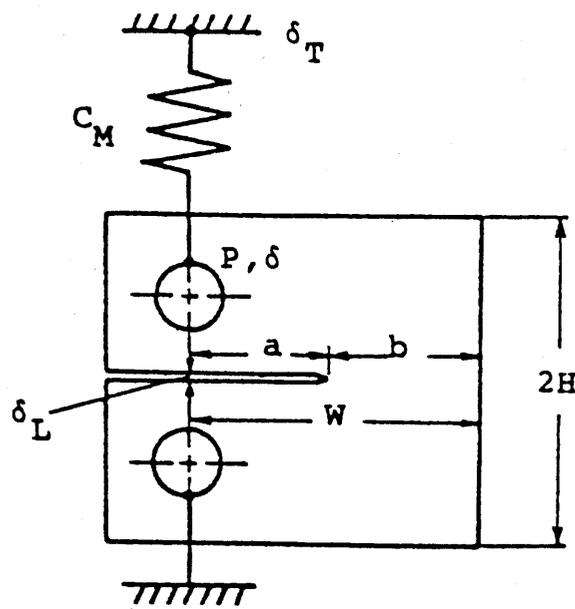


図3.1 中央き裂試験片 (CCP試験片)



$W = 50.8 \text{ mm}$
 $H = 30.5 \text{ mm}$
 Initial Crack Length
 $a_0/W = 0.50$
 0.65
 0.80
 Thickness
 $B = 1 \text{ mm}$

图3.2 小型引張試驗片 (CT試驗片)

(CCP試験片)、および、小型引張試験片 (CT試験片) を示す。材料は圧力容器鋼A533Bを考え、その材料定数を表3.1に示す。応力-ひずみ関係は、式(3.1)のRamberg-Osgood形に従うものと仮定した。

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} = \frac{\sigma}{\sigma_Y} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^n \quad (3.1)$$

また、き裂進展条件としては相当量のき裂進展に対してその一定性が認められているCOAき裂進展条件を用い、その値としては

$$COA_c = 0.22rad = const. \quad (3.2)$$

を用いた。

有限要素法による解析は、平面応力を仮定して行なった。要素分割図を図3.3、図3.4に示す。き裂進展以前およびき裂進展時におけるJ積分の評価は以下に示す4とおりの方法で行なった。

(1) J積分を径路 Γ に沿って式(3.3)により評価する。この場合、き裂進展時にき裂先端近傍で除荷が生じるが、形式的に式(3.3)を使用する。径路としては、図3.3、図3.4に示す6本の径路 (図中太線) を用いる。J積分の値としては外側寄りの径路2本の平均を J_o 、内側寄りの径路2本の平均を J_i 、すべての径路の平均を J_A とする。

ここに、 W : ひずみエネルギー密度、 T : 表面力ベクトル、 u : 変位ベクトルである。

$$J = \int_{\Gamma} (W dy - \bar{T} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) \quad (3.3)$$

(2) J積分をRiceらの簡便式により評価する。この場合、中央き裂試験片に対しては式(3.4)[Rice73]、CT試験片に対しては式(3.5)[Ernst81]を用いる。ここに、 A は荷重-変位曲線下の面積、 G は弾性ひずみエネルギー解放率、 η はリガメント長さ b_0 と板幅 W により決まる定数であり、添え字0は初期形状に対する値であることを示す。この方法によるJ積分の値を J_s とする。

$$J = G_0 + \frac{1}{b_0} (A - \frac{1}{2} P \delta) \quad (3.4)$$

(3) き裂進展を考慮したGarwoodの式によりJ積分を評価する。この場合、J積分は中央き裂試験片に対しては、式(3.6)[矢川82]により、CT試験片に対しては式(3.7)[Garwood75]により評価される。

表3.1 原子炉圧力容器鋼A533Bの材料定数

ヤング係数	E GPa	206
ポアソン比	ν	0.3
降伏応力	σ_Y MPa	431
α		1.67
n		9
弾塑性破壊靱性値	J_c MJ/m ²	0.30

$$1 \text{ GPa} = 1.02 \times 10^2 \text{ kgf/mm}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 1.02 \times 10^{-1} \text{ kgf/mm}^2$$

$$1 \text{ MJ/m}^2 = 1.02 \times 10^2 \text{ kgf/mm}$$

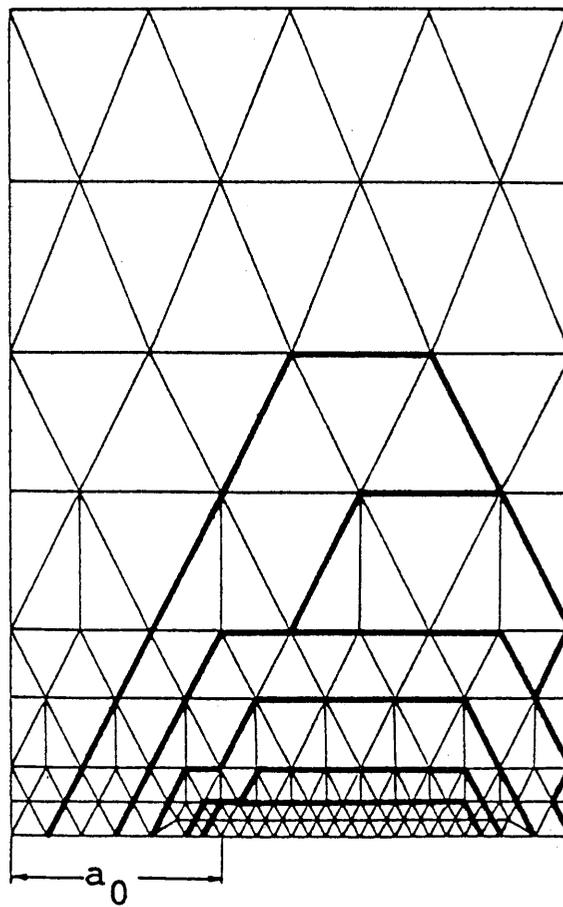


図3.3 中央き裂試験片の要素分割図

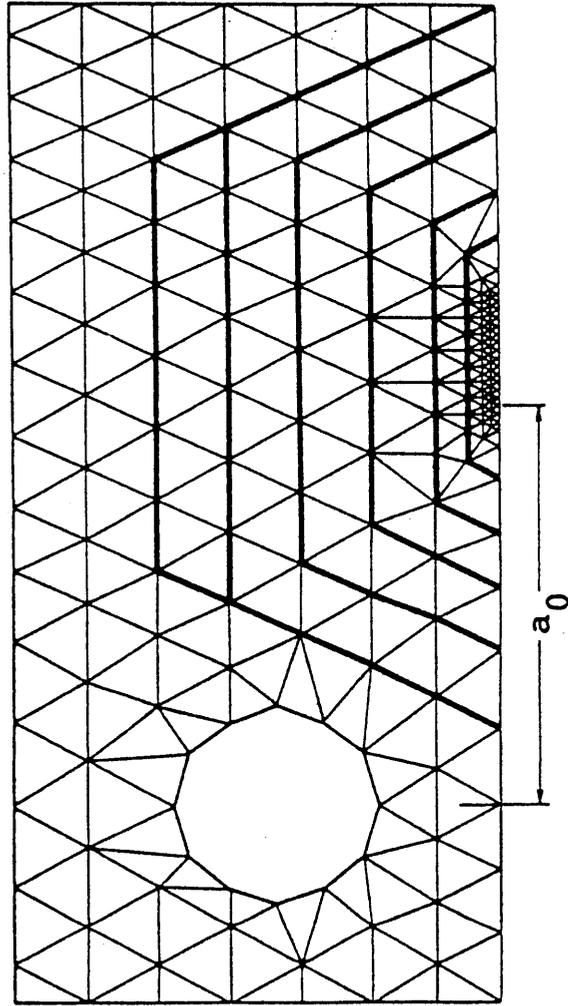


図3.4 CT試験片の要素分割図

$$J = \frac{\eta}{b_0} A, \quad \eta = 2 + 0.522 \frac{b_0}{W} \quad (3.5)$$

$$J_{n+1} = \frac{1}{b_n} (J_n b_{n+1} + G_{n+1} b_{n+1} - G_n b_n + \frac{1}{2} P_n \delta_{n+1} - \frac{1}{2} P_{n+1} \delta_n) \quad (3.6)$$

$$J_{n+1} = \frac{1}{b_n} \{ J_n b_{n+1} + (P_n + P_{n+1}) (\delta_{n+1} - \delta_n) \} \quad (3.7)$$

ここに、 b はリガメント長さ、 G は弾性ひずみエネルギー解放率、添え字はき裂進展の段階数を示す。この方法による J 積分の値を J_0 とする。

(4) CT試験片の進展き裂に対して、Ernst[Ernst81]により提唱された式(3.8)を用いて、 J 積分を評価する。この方法による J 積分の値を J_0 とする。

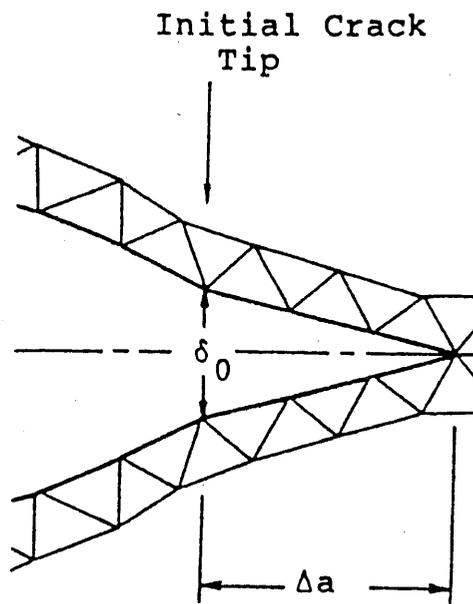
$$J_{n+1} = \left\{ J_n + \frac{\eta_n}{2b_n} (\delta_{n+1} - \delta_n) \right\} \\ \times \left\{ 1 - \frac{\gamma_n}{b_n} (b_n - b_{n+1}) \right\}$$

$$\eta_n = 2 + 0.522 \frac{b_n}{W}, \quad \gamma_n = 1 + 0.76 \frac{b_n}{W} \quad (3.8)$$

以上、4とおりの方法により J 積分を評価し、相互の関係について考察する。なおき裂進展条件として用いる COA の算出方法として図 3.5 に示す方法を使用した。

3.3 J 積分の評価

図 3.6、図 3.7 はき裂進展前 ($J/J_0 \leq 1$) における中央き裂試験片と CT 試験片の J 積分の値を示したものである。図よりわかるように、径路積分による J 積分値 J_0 、 J_1 、 J_A と式 (3.4)、(3.5) による J 積分値 J_0 はほぼ一致している。したがって、き裂進展前に対しては径路間の J 積分の差異はあまりなく、簡便式による値と良く一致する。図 3.8、3.9 はき裂進展後に対する中央き裂試験片と CT 試験片の J 積分と変位の関係を示したものであり、図中の線は式 (3.6) (中央き裂試験片)、式 (3.7) と式 (3.8) (CT 試験片) を用いて計算した値である。き裂進展前においては、式 (3.4)、(3.5) による値と径路積分による値が良い一致を示すが、き裂進展とともに、径路積分による値はばらつきはじめる。特にき裂進展に伴う応力変動の影響を受けやすい内側径路の J 積分値 J_1 にはその傾向が顕著に



$$\text{COA} = \delta_0 / \Delta a$$

き裂は $J = J_c$ で進展を始め、以後 $\text{COA} \geq (\text{COA})_c$ が満足されると進展する

図3.5 COAの算定方法

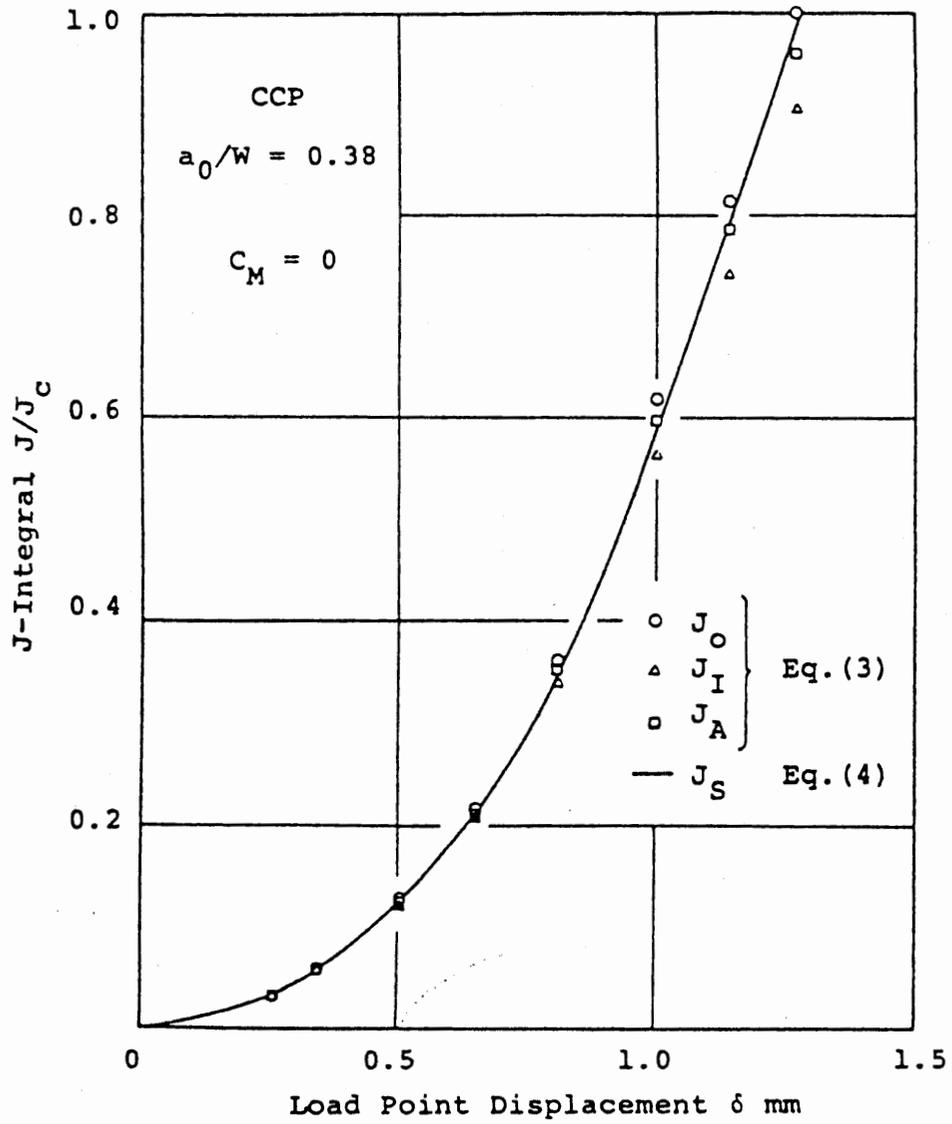


図3.6 中央き裂試験片のJ積分（き裂進展前）

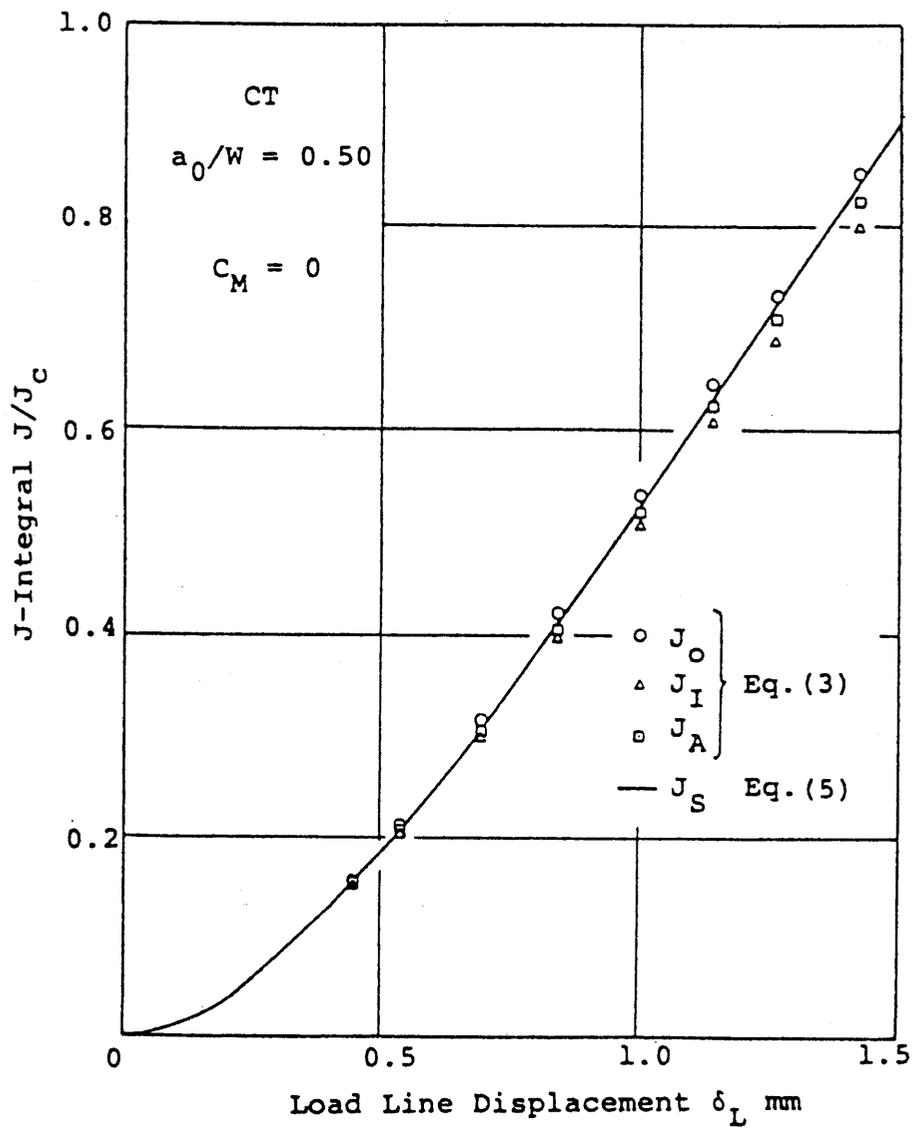


図3.7 CT試験片のJ積分（き裂進展前）

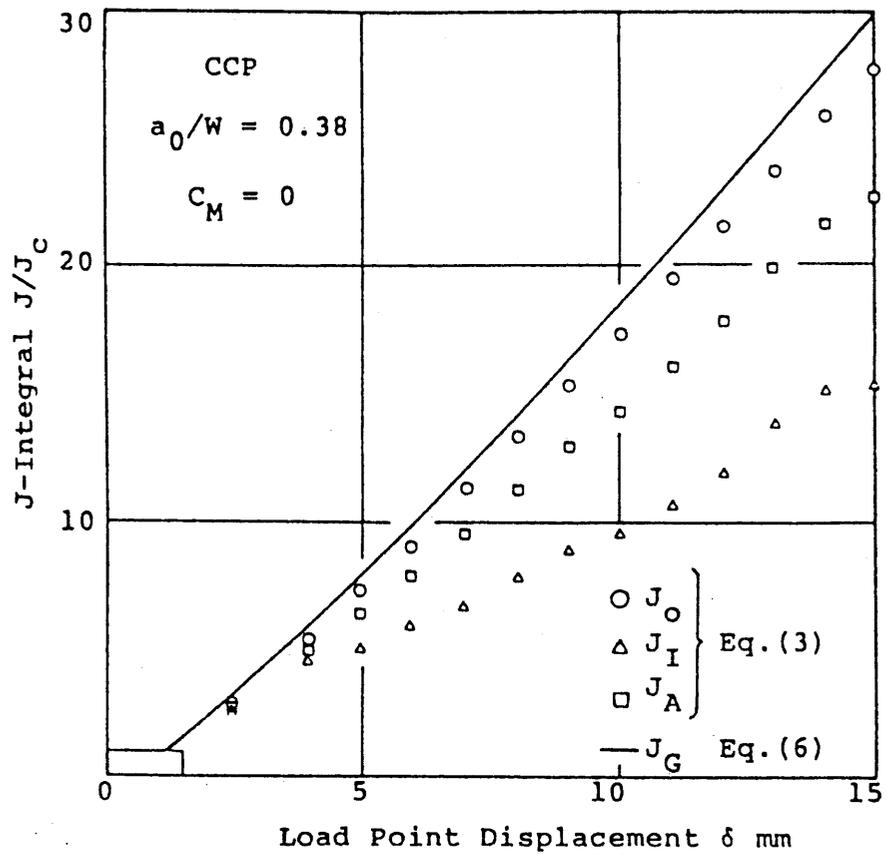


図3.8 中央き裂試験片のJ積分（き裂進展後）

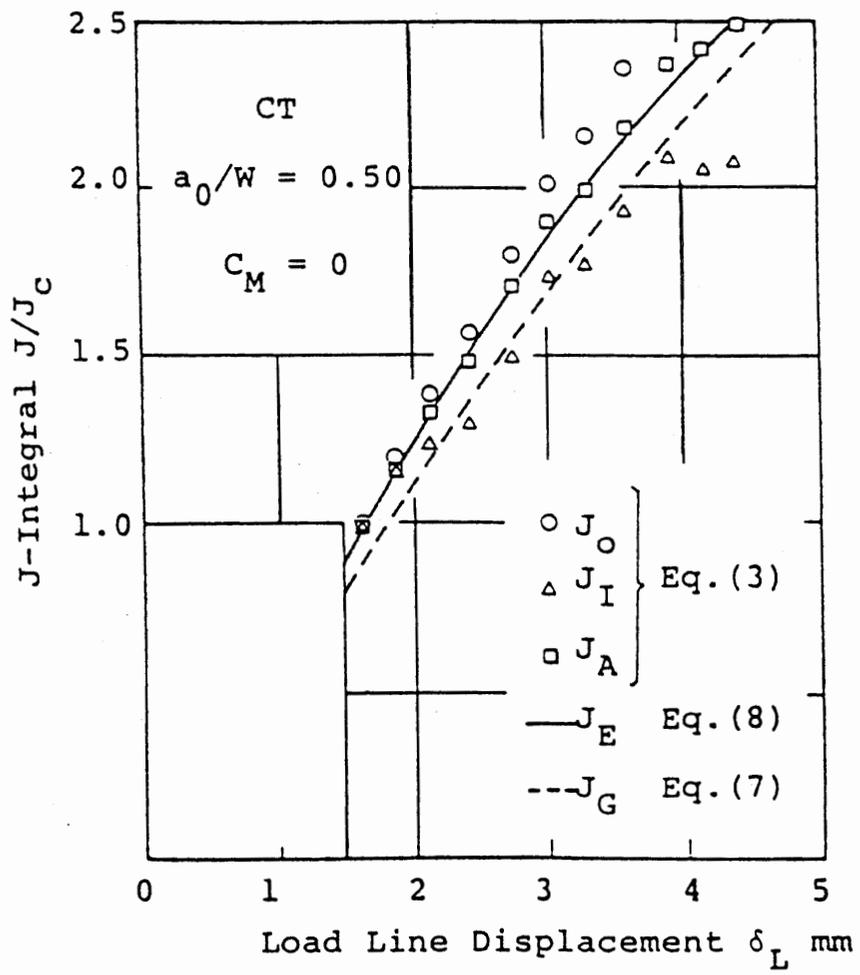


図3.9 CT試験片のJ積分（き裂進展後）

現われている。したがって、き裂進展時におけるJ積分の評価法としては、得られた荷重-変位曲線より式(3.6)、(3.8)により計算するのが良い。径路積分による評価は径路の取り方に任意性があり、かなりばらつくことが予想される。径路積分による方法を用いる場合は、外側寄りの径路を何本か選びその平均値を用いるのが良いと思われる。

3.4 J積分抵抗値 (J_R 値)

ここでは、き裂進展条件としてCOA条件を用いた場合、J積分抵抗値がき裂長さ、試験片形状にどのように依存するかを検討した。図3.10~3.12は、中央き裂試験片に対する J_R 値とき裂進展量 Δa の関係を示したものである。有限要素法により求められた荷重-変位曲線より、Garwoodの漸化式、式(3.6)により得られたJ積分抵抗値 J_R (図中の実線)は、き裂進展量に対し、良好な直線性を示した。径路積分による J_o (外側径路)、 J_A (平均値)もき裂進展量 Δa に対して直線性を示している。 J_i (内側径路)については直線よりのばらつきが大きいようである。また、初期き裂長さが小さいほど、径路間のJ積分値のばらつきが大きくなる。外側径路によるJ積分 J_o と式(3.6)はかなり良い一致を示している。これは文献[矢川82]におけるGeneration Phaseによる解析結果とも一致している。図3.13は、 J_R 値として漸化式、式(3.6)を用いた場合の J_R 値とき裂進展量の関係をき裂長さをパラメータとして示したものである。この線図のこう配 (dJ_R/da) がTモジュラスき裂進展条件の材料抵抗値 T_{mat} に対応するが、き裂長さによらずそのこう配はほぼ一定であり、その一定性も a/W がかなり大きいところまで保持される。ここで、COA=一定のき裂進展条件に対し、 dJ_R/da が一定となる部分をJ積分支配き裂進展と考えると、J積分支配き裂進展が満足されているということである。図3.13には、このことを検討するため式(3.9)により ω を算出し、き裂進展量

$$\omega = \frac{b}{J_R} \frac{dJ_R}{da} \quad (3.9)$$

に対する ω の関係も示してある。Shihらによれば、中央き裂試験片のような引張り形の試験片に対するJ積分支配き裂進展条件は $\omega \geq 40$ であるが、この解析の場合は、 $\omega \approx 1$ に対してもJ積分支配き裂進展が満足されている。次にCT試験片に対する結果を検討する。図3.14~3.16はCT試験片に対する J_R 値とき裂進展量の関係を示したものである。CT試験片の場合は、全径路の平均値 J_A と式(3.8)によるJ積分値 J_e が良い一致を示す。また、中央き裂試験片の場合と同様に、 J_R 値はき裂進展量に対し直線性を示すが、き裂進展量が大きくなると、 J_R 値は直線よりはずれてくる。図3.17は J_R 値として式(3.8)を用いた場合、 J_R 値と ω の関

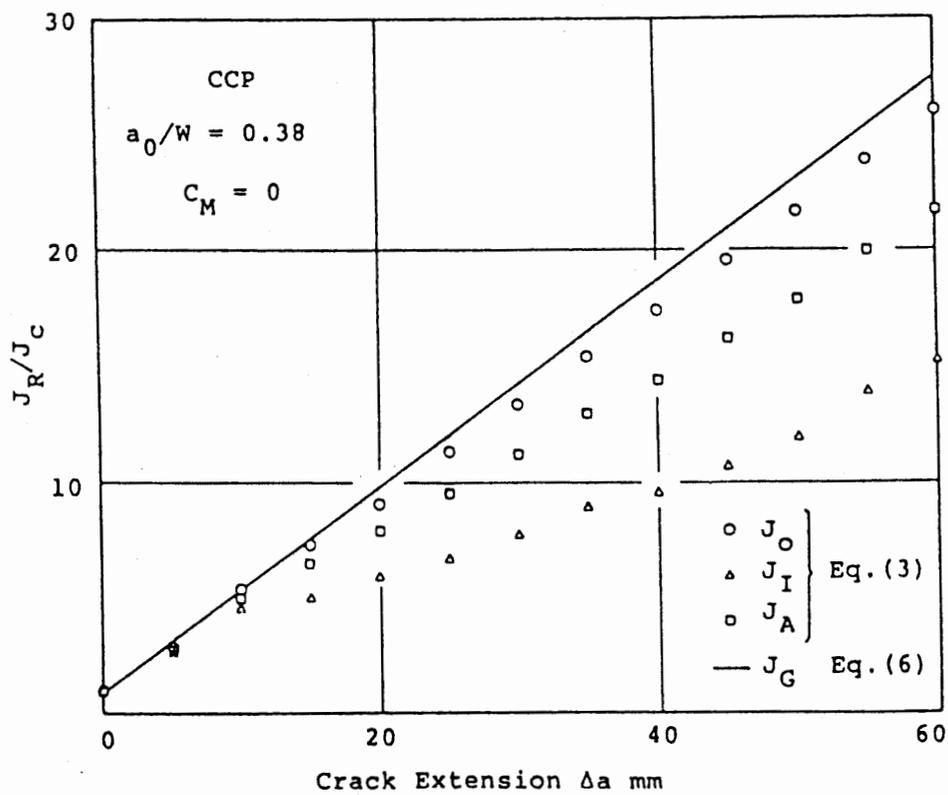


図3.10 中央き裂試験片に対する J_R 値
とき裂進展量 Δa の関係

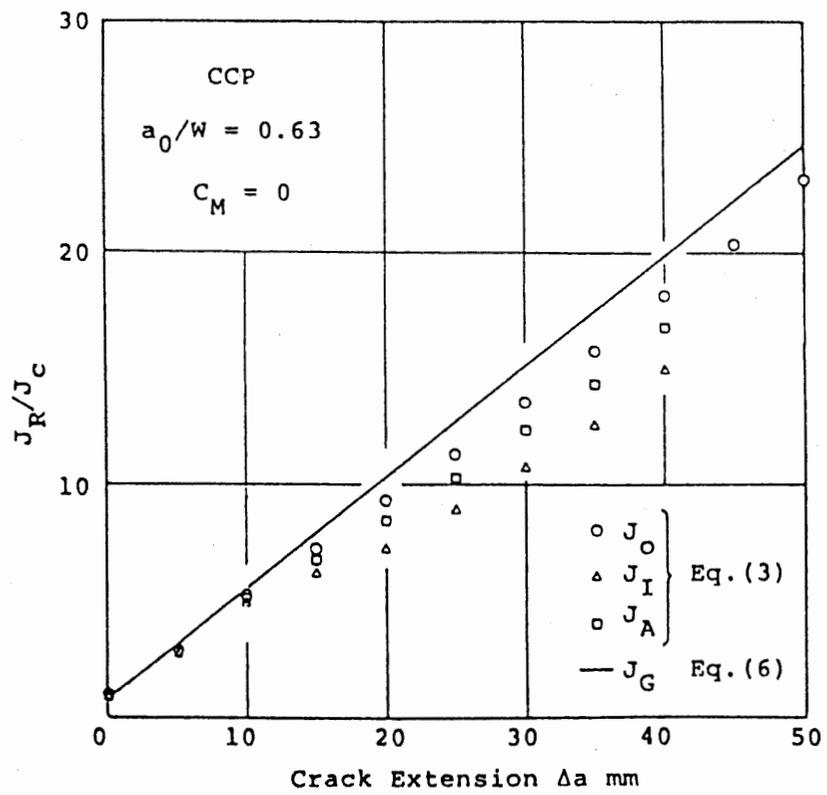


図3.11 中央き裂試験片に対する J_R 値
 とし裂進展量 Δa の関係

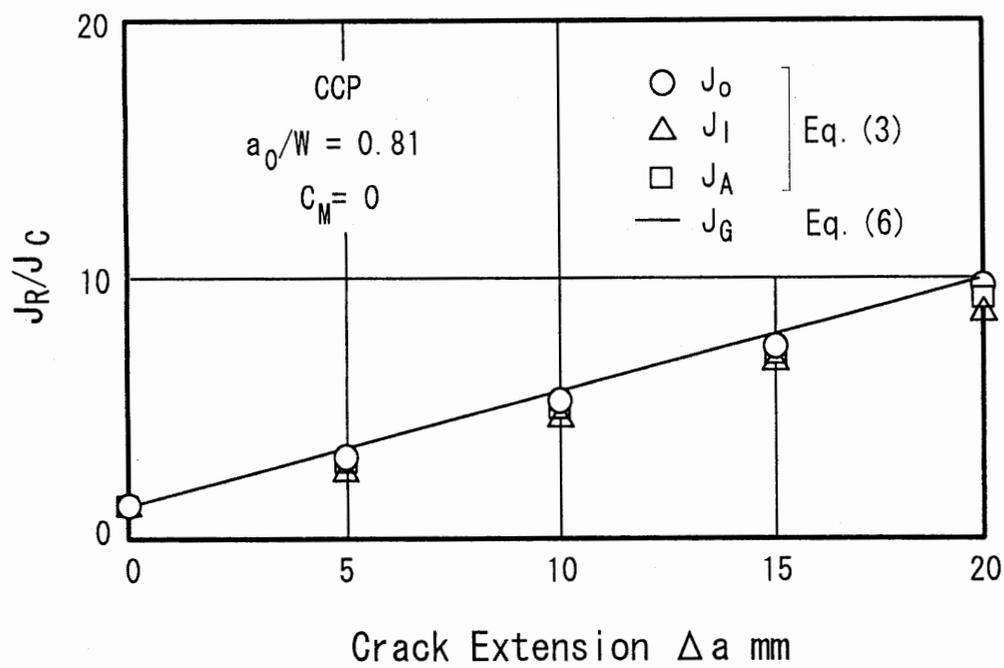


図3.12 中央き裂試験片に対する J_R 値
 とき裂進展量 Δa の関係

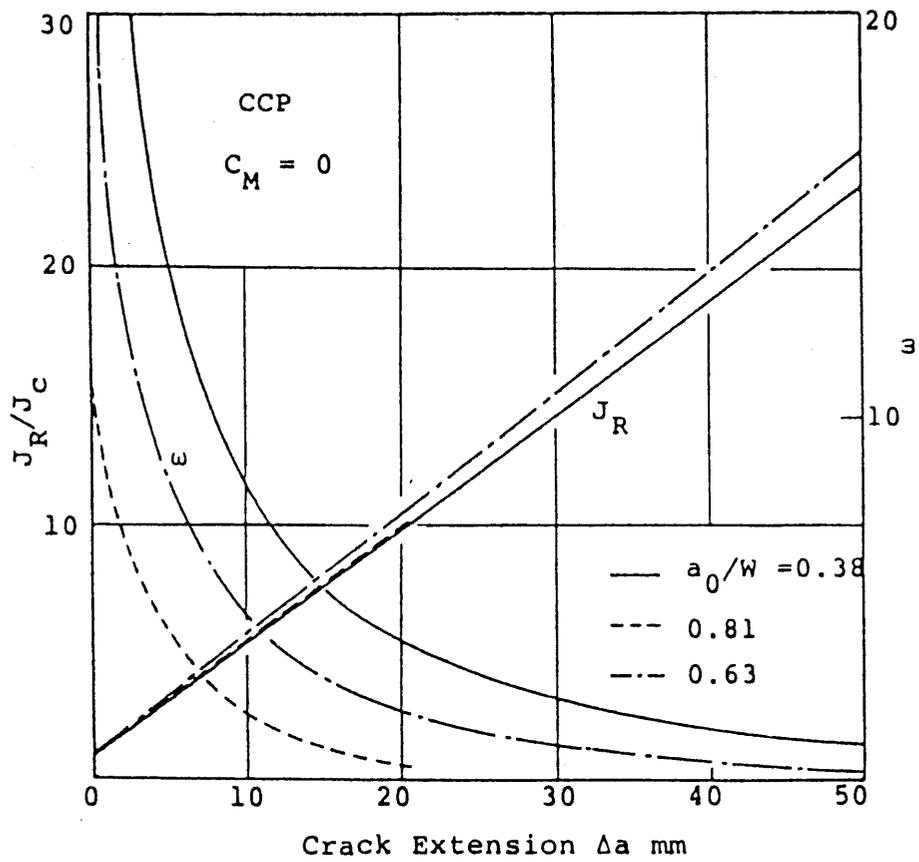


図3.13 式(3.6)より求められる J_R 値
 とき裂進展量 Δa の関係

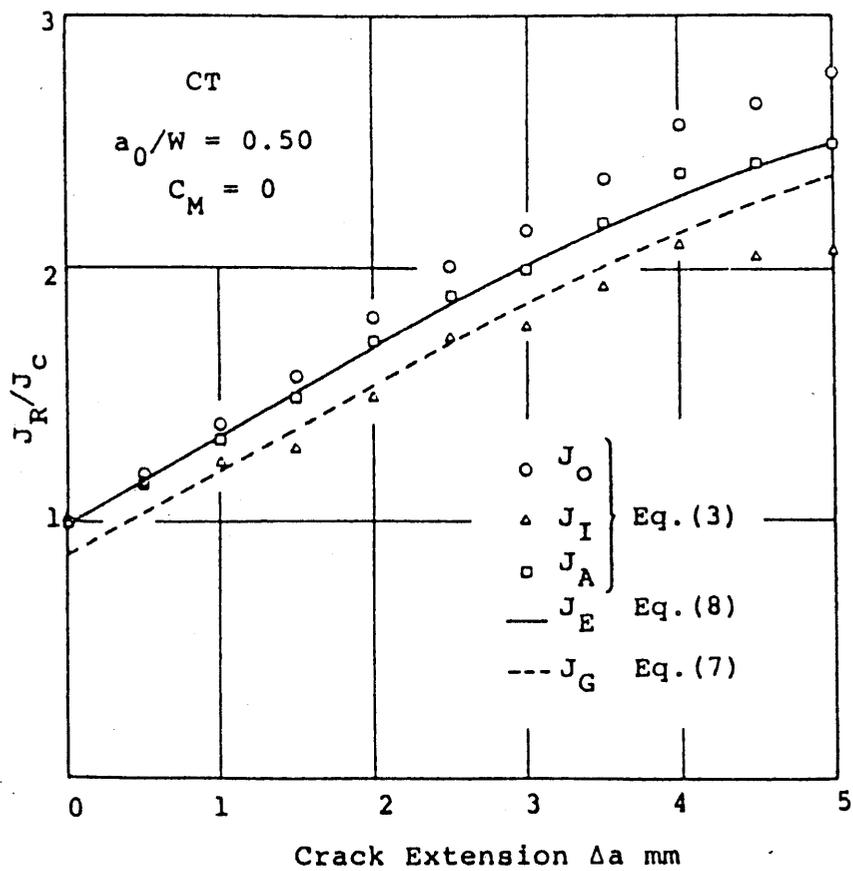


図3.14 CT試験片に対する J_R 値
 とし裂進展量 Δa の関係

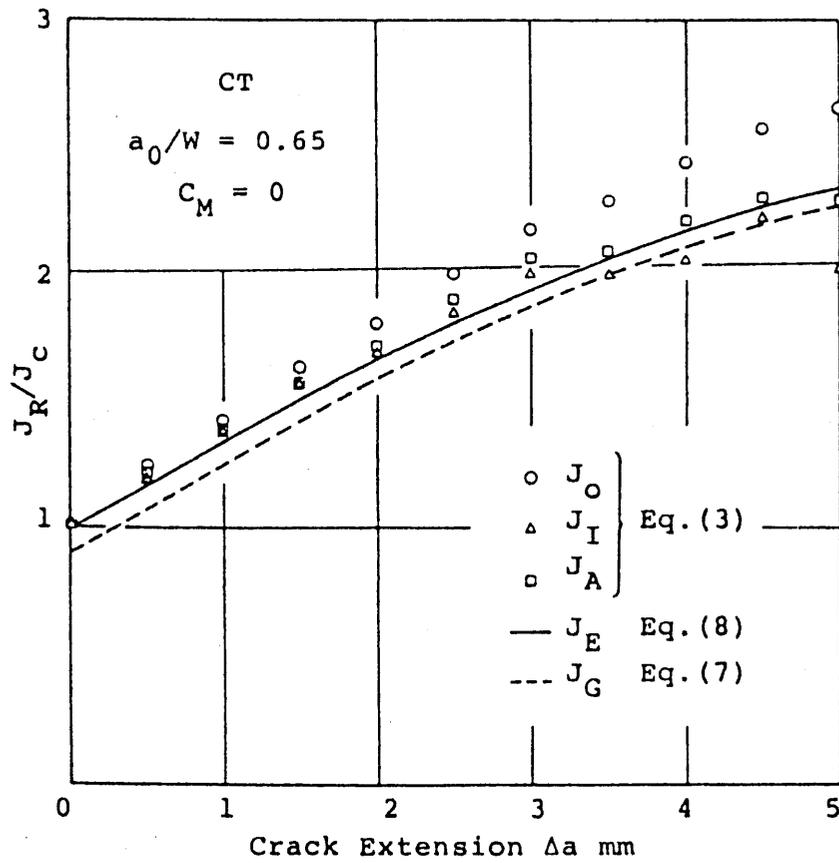


図3.15 CT試験片に対する J_R 値
 とき裂進展量 Δa の関係

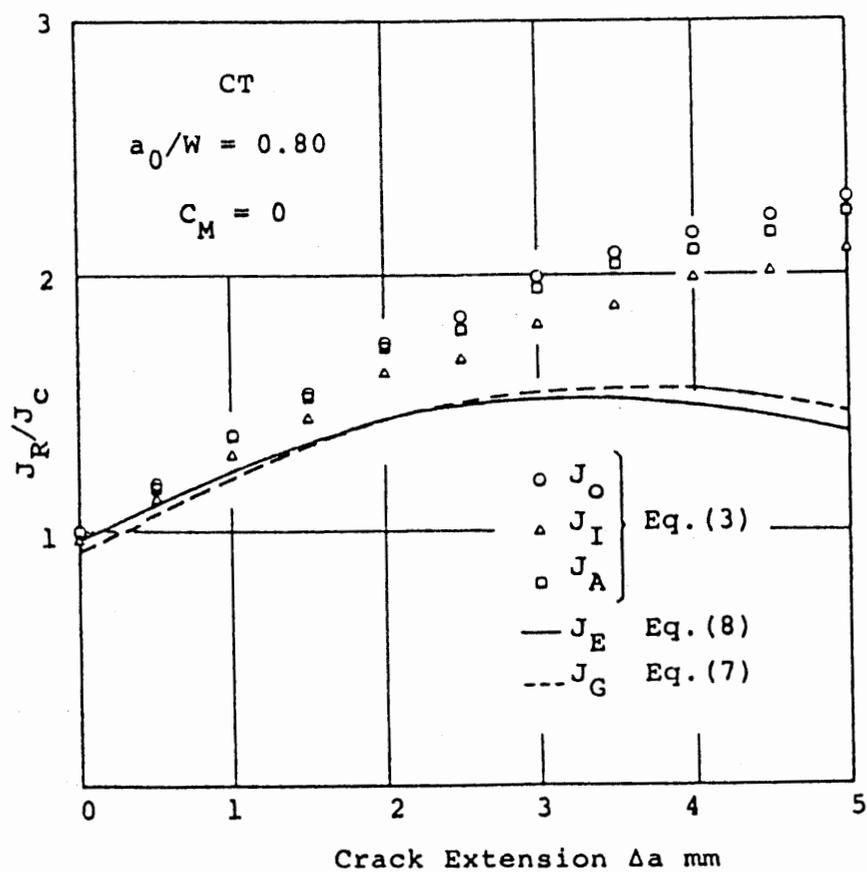


図3.16 CTき裂試験片に対する J_R 値
 とき裂進展量 Δa の関係

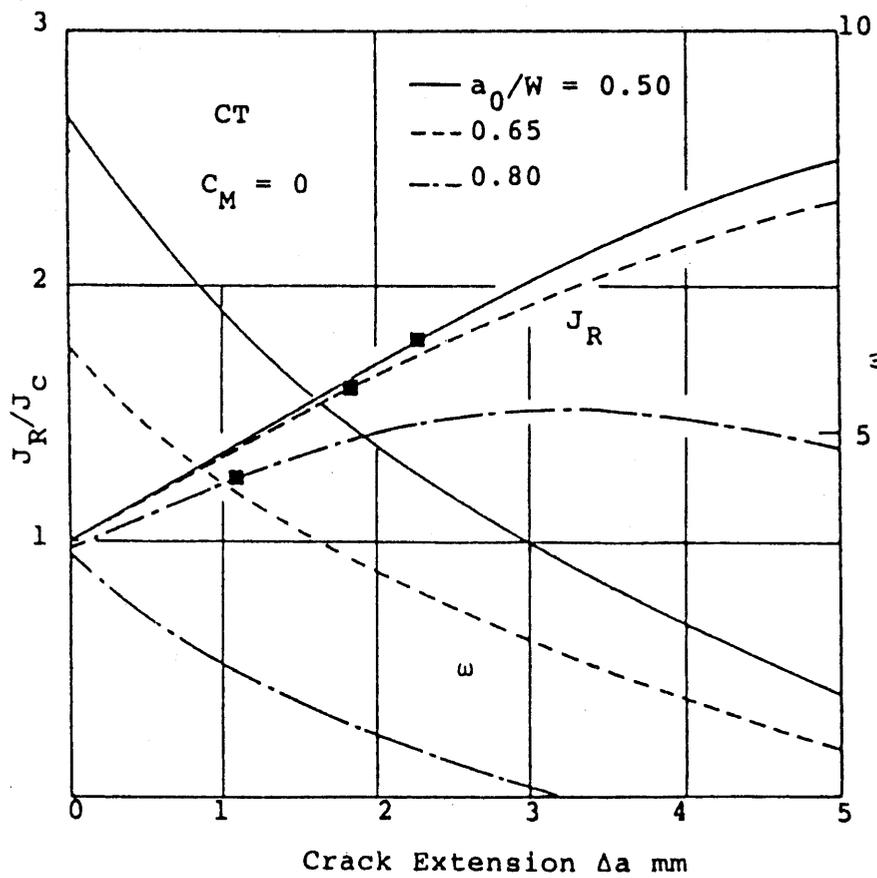


図3.17 式(3.8)より求められる J_R 値
 とき裂進展量 Δa の関係

係を示したものであり、中央き裂試験片の場合と同じように、 J_R 値の直線性がなくなる点 (■印) を J 積分支配き裂進展が有効でなくなると考えれば、この点の ω の値は、1.6~3.9である。 J 積分支配き裂進展が成立するのは、CT試験片のような曲げ形に関しては、 $\omega \geq 2.5$ であるから、この条件はほぼ満足されることになる。

COA_0 を一定とした場合の J_R 値のこう配 (T_{max} 値に対応) は、図3.13、3.17に示すように各き裂長さに対し、その値は140~75MJ/m³までの値を取る。したがって、 COA_0 を一定とした Application Phaseによる解析の場合、 T_{max} 値には試験片およびき裂長さに対する依存性、つまり形状依存性が認められる。

3.5 不安定破壊発生点

図3.1に示す構造の不安定延性破壊発生点は、次のようにして求められる。構造系の全変位 δ_T は、

$$\delta_T = \delta + PC_M \quad (3.10)$$

である。不安定破壊は $d\delta_T/da \leq 0$ で生じると考えられるから、式(3.10)より、

$$d\delta_T = d\delta + dPC_M \quad (3.11)$$

となり、 $d\delta/dP \geq -C_M$ ($dP \leq 0$) で不安定破壊が生じることになる。したがって、有限要素法で求めた荷重-変位曲線より ($-d\delta/dP$) を評価し、これが系のコンプライアンス C_M に等しくなった点において不安定破壊が生じる。

図3.18、3.19は中央き裂試験片、CT試験片に対する荷重-変位曲線を示したものであり、コンプライアンス C_M (単位厚さあたりの値で示している。Eはヤング係数) が小さいほど不安定破壊の生じにくいことを示している。本論分においては、き裂を進展させた時、 $COA \geq COA_0$ ならば不安定破壊が発生したと判定される。図3.20は、中央き裂試験片に対する COA と Δa の関係を示したものであり、 $COA \geq COA_0$ となる点Aにおいて不安定破壊が発生する。一方、図3.21は $d\delta/dP$ と Δa の関係を示したものであり、 $d\delta/dP \geq -C_M$ なる点を求めると、この時の値は $\Delta a = 50\text{mm}$ となり、図3.20の点Aにおける $\Delta a = 50\text{mm}$ に一致する。

3.6 スタビリティダイアグラム

コンプライアンス C_M を有する系の不安定破壊はき裂進展条件にかかわらず、

$$\frac{d\delta}{dP} + C_M \geq 0 \quad (3.12)$$

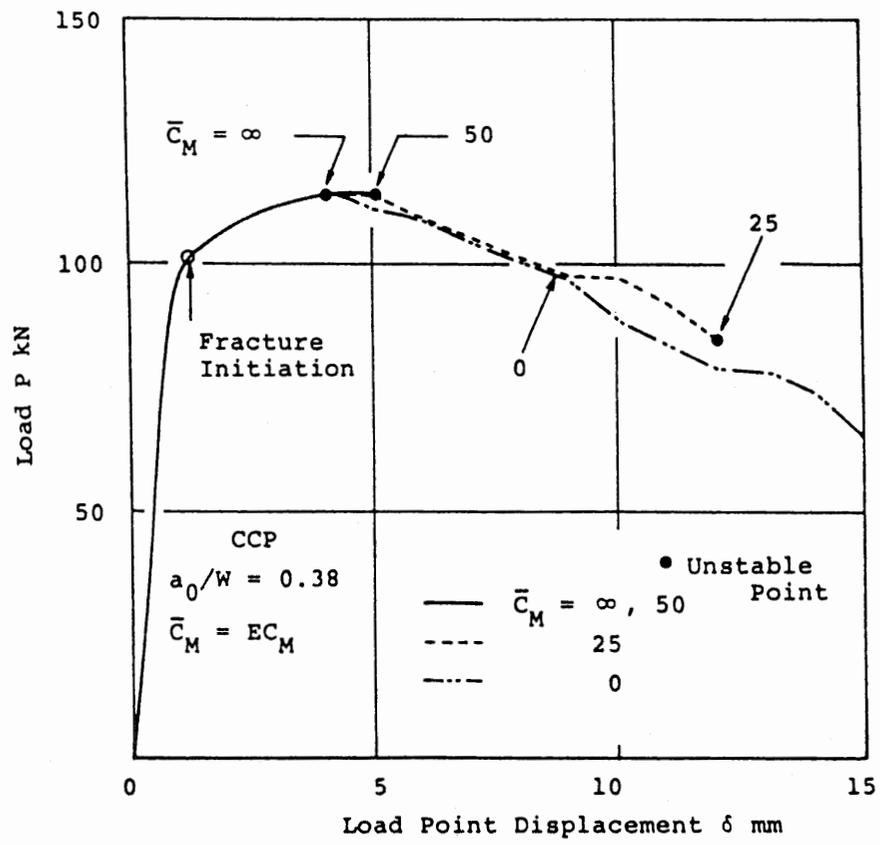


図3.18 中央き裂試験片の荷重-変位曲線

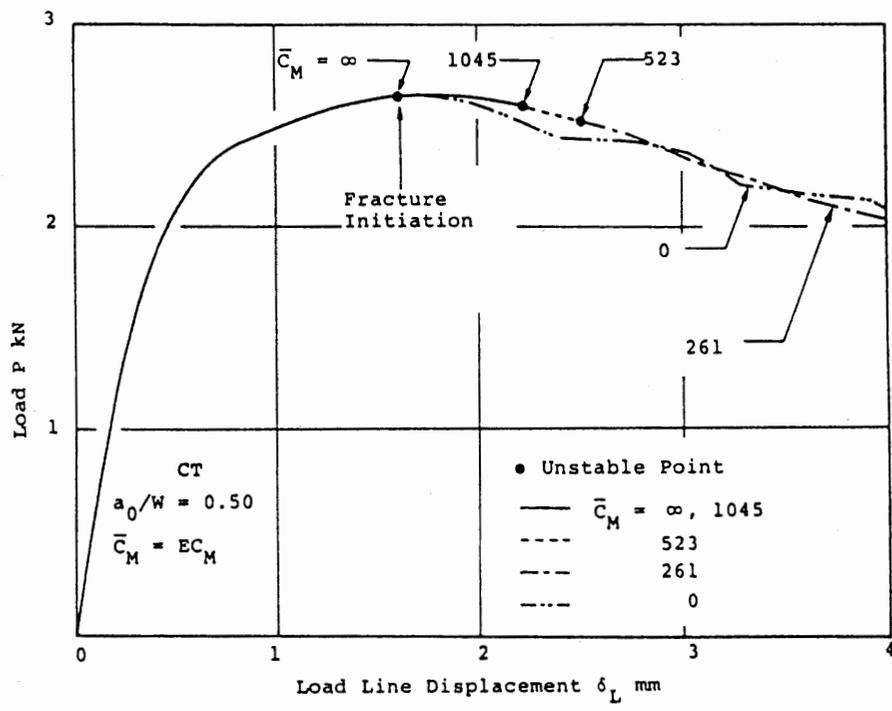


図3.19 CT試験片の荷重-変位曲線

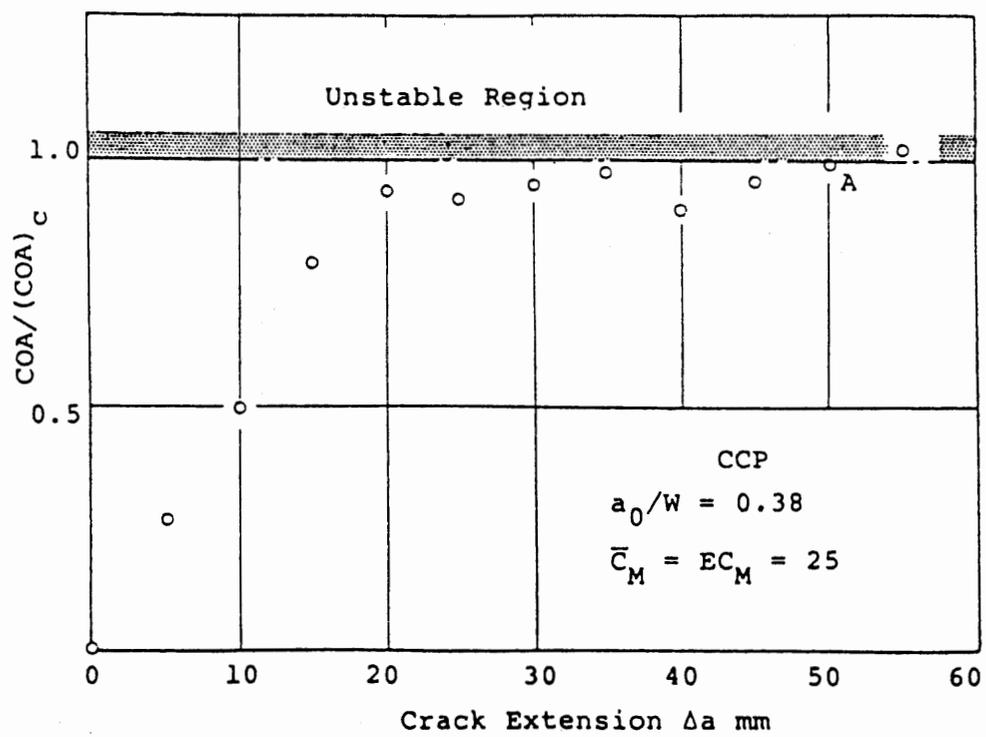


図3.20 中央き裂試験片におけるCOAと Δa の関係

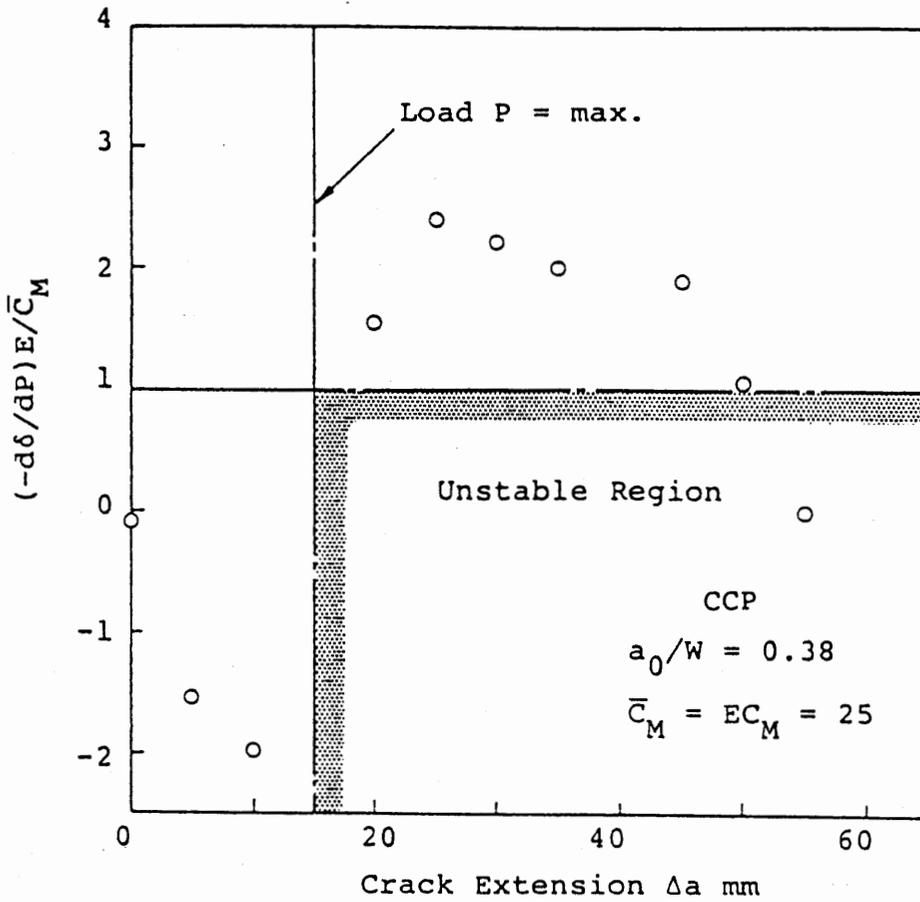


図3.21 CT試験片におけるCOAと Δa の関係

で生じる。いま、試験片の弾性コンプライアンスを C_E とし、材料の降伏とき裂進展による試験片のコンプライアンスの変化を ΔC とすると、 $d\delta/dP$ は、

$$\frac{d\delta}{dP} = C_E + \Delta C \quad (3.13)$$

で表わせる。したがって、式(3.12)、(3.13)より系の不安定破壊発生条件は、

$$C_E + \Delta C + C_M \geq 0 \quad (3.14)$$

となる。Application Phaseによりき裂進展条件の妥当性を調べる場合、不安定破壊発生点における ΔC が式(3.14)を最も満足するものが、一番適切なき裂進展条件と考えられる。図3.22は中央き裂材に対してCOAき裂進展条件により推定した不安定破壊発生点における ΔC と C_E の値を示したものである(スタビリティ・ダイアグラム)。図には比較のためTモジュラスき裂進展条件による値も示している。図3.23はCOAおよびTモジュラスき裂進展条件を用いた場合のCT試験片の荷重-荷重線変位の関係を示したものである。両者ともほとんど差異がなく、Application Phaseでき裂進展条件の妥当性を検討する場合、判定基準として試験片の荷重-変位関係を用いるには十分な注意を要する。

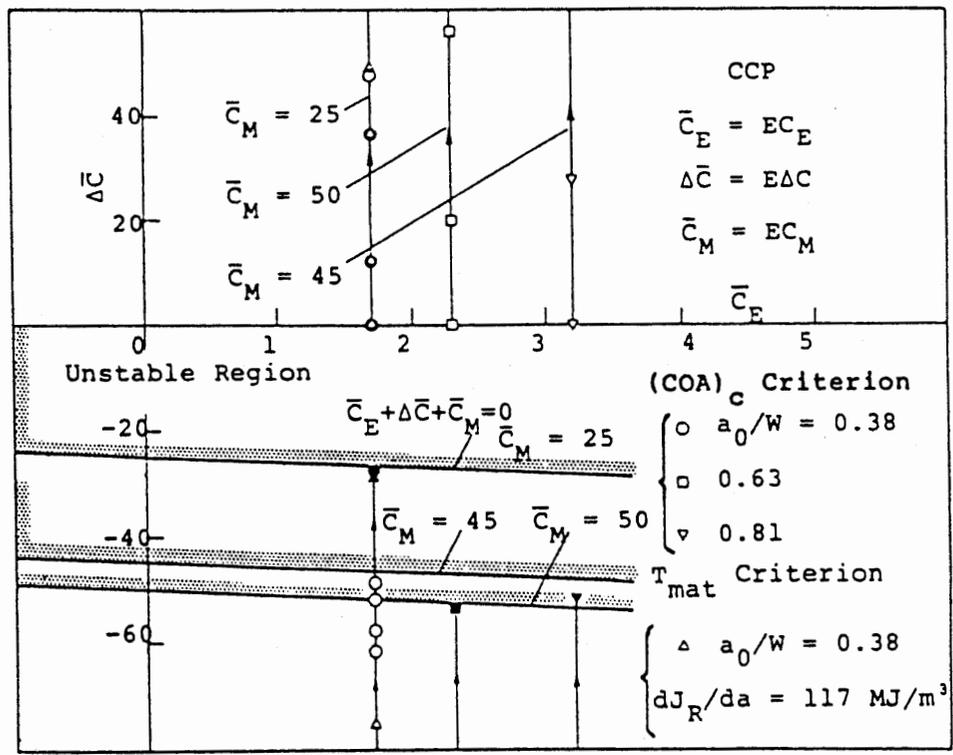
3.7 まとめ

不安定延性破壊におけるJ積分の評価および安定性解析(Application Phase)を有限要素法により行ない、以下の結論を得た。

(1) 中央き裂試験片およびCT試験片の進展き裂に対するJ積分の評価は、荷重-変位関係に基づくGarwoodあるいはErnstによる漸化式を用いるのがばらつきがなくて良い。

(2) COAき裂進展条件による不安定延性破壊の解析においては、J積分抵抗値は中央き裂試験片に対し $\omega \geq 40$ なる条件にとらわれず、リガメント長さ b がほとんどなくなるまでJ積分き裂進展の有効性 ($dJ_R/da = \text{一定}$) を保持している。これに対し、CT試験片においては、 ω が4以下においてはその有効性が消滅するようであり、曲げに対するJ積分支配き裂進展条件 $\omega \geq 2.5$ とほぼ一致している。また中央き裂試験片とCT試験片では、 dJ_R/da の値が異なり、形状依存性が認められる。

(3) COAき裂進展条件を用いて中央き裂試験片、CT試験片の不安定破壊発生点を求め、系のコンプライアンスが不安定破壊に及ぼす効果について検討し、これを系の安定・不安定を示す線図であるスタビリティ・ダイアグラムに表わした。



ぬりつぶした印は不安定点を示す

図3.22 不安定破壊発生点における ΔC と C_E の関係 (スタビリティダイアグラム)

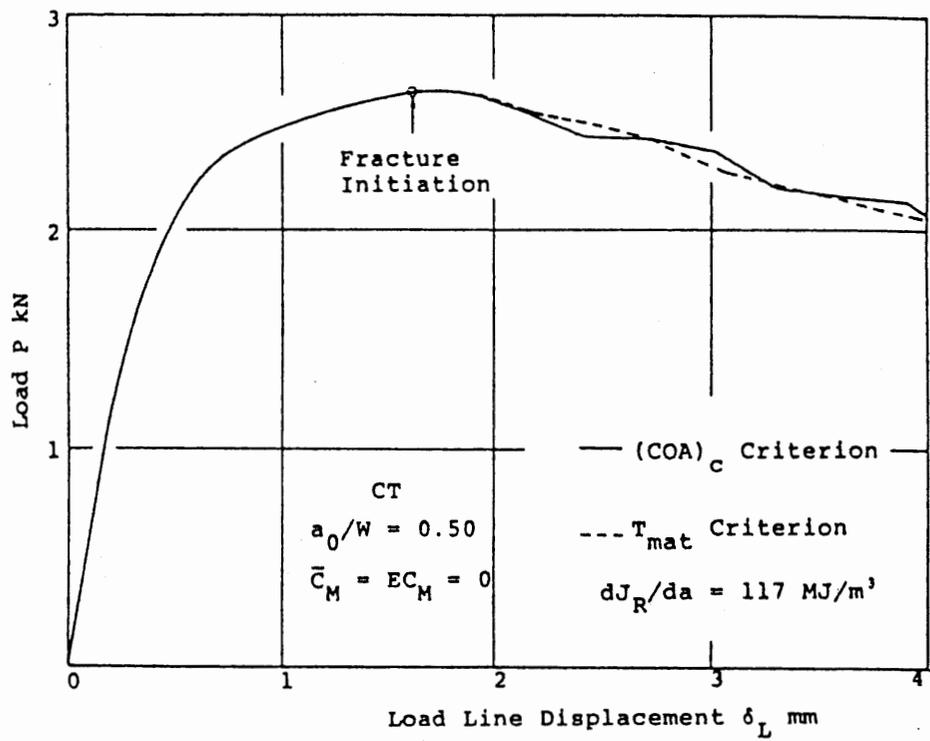


図3.23 小型引張試験片の荷重-荷重点変位曲線

第 4 章 ラインスプリング法による
三次元表面き裂の J 積分評価
とき裂進展解析

4章 ラインスプリング法による三次元表面き裂のJ積分評価とき裂進展解析

4.1 ラインスプリング法

三次元表面き裂の破壊力学パラメータである応力拡大係数（K値）やJ積分を評価するためには、三次元表面き裂のき裂周囲の変位分布、応力分布を評価することが必要である。有限要素法、境界要素法などの数値解析手法を使用して三次元応力解析を実施するためには膨大な演算量と相当の計算時間を必要とする。現在では、演算速度のきわめて速いスーパーコンピュータと専用プログラムを使用すれば、三次元応力解析も短時間で実施できる。しかし、三次元表面き裂の破壊力学パラメータの数値解析においては、K値の解析がようやくできる程度でありJ積分の十分な解析は計算時間的にかなり困難という状況が長く続いていた（三次元表面き裂のK値の資料として有名なRaju, Newman[Raju79]の解はNASA Langley研究所のスーパーコンピュータCDC STAR-100で計算された。STAR 100は最高演算速度が80MFLOPS程度[村田85]であり、現在東京大学大型計算機センタで稼働しているスーパーコンピュータHITAC S3800の最高演算速度32GFLOPS(4CPU構成)に比較すると1/400の速度でしかない）。

このような状況下において三次元表面き裂のK値の簡易評価法としてRice [Rice72]により提案されたのがラインスプリングモデルである。ラインスプリングモデルによる三次元表面き裂のK値は発表当時、交替代入法、有限要素法等の数値解析手法により得られた解と異なった値を示していた[三好76]ようである。その後、Parks[Parks81]によりラインスプリングモデルが再構成され、K値の計算およびJ積分の計算が行なわれた。ParksによるK値はRaju, Newman[Raju79]による値と良い一致を示した。

Parksのモデルは無限平板中の表面き裂を扱っていたため、有限板幅のき裂材、あるいは複数き裂を有するき裂材を扱うことが不可能である。三好ら[三好82]はラインスプリングモデルの考え方を有限要素法に発展させ、ラインスプリングを有限要素法の要素として定式化し、平板としてシェル要素を使用する、ラインスプリング法を提案した。ラインスプリングモデルは表面き裂部（1次元）における積分方程式の解を求める計算、ラインスプリング法はシェル要素の有限要素法計算であるため、ともに三次元有限要素法に比較して計算量を大幅に低減することが可能である。さらに、ラインスプリング法では、任意のシェル構造物中の表面き裂のK値、J積分の評価を行なうことが可能である。

ラインスプリング法の平板部分のモデル化の改良としては、三好ら[三好84a]による厚肉シェル要素の使用、Delale, Erdogan[Delale81]によるReissner Plateの使用（Erdoganらの方法は積分方程式法であり、厚肉シェル要素と同様にせん断力の影響を考慮している）がある。円筒シェルなどのシェル構造物中の表

面き裂に対してK値の計算を行なっている例もある[Parks82], Delale, Erdogan [Delale82]。

三好ら[三好85b]、Parksら[Parks82]、Kumarら[Kumar84]は加工硬化を有する弾塑性状態のラインスプリング要素を導入することにより、J積分の評価を試みた。本章においては、このラインスプリング要素による弾塑性ラインスプリング法に関して述べる。三好ら、Parksら、KumarらはそれぞれJ積分の評価を実施した。Parksのラインスプリングモデルは汎用構造解析プログラムABAQUSに組み込まれている。しかし、表面き裂の進展解析法を提案し、実際に表面き裂の貫通解析を実施したのは三好ら[三好85a][三好85b][三好85c][三好86a]のみである。

4. 2 コンプリメンタリエネルギー法による片側き裂材の剛性とJ積分

図4.1のように単位厚さあたり軸力Nおよび曲げモーメントMを受け、平面ひずみ状態で弾塑性変形している片側き裂材を考える（軸力N、曲げモーメントMは板幅中央に関して定義する）。この場合、弾塑性変形は全ひずみ理論で記述され、除荷を伴わない範囲で非線形弾性体の変形と等価であると考えられる。き裂の存在による変位と回転を δ 、 θ 、コンプリメンタリエネルギーを Ω_c とすれば、式(4.1)が得られる。

$$\delta = \frac{\partial \Omega_c}{\partial N}, \quad \theta = \frac{\partial \Omega_c}{\partial M} \quad (4.1)$$

式(4.1)を増分形で表わせば、式(4.2)が得られる。 C_{ij} は片側き裂材のコンプライアンスである。さらに、 Ω_c をき裂長さaで偏微分すると、J積分が式(4.3)で得られる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{Bmatrix} d\delta \\ d\theta \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dN \\ dM \end{Bmatrix} \\ C_{ij} &= \frac{\partial^2 \Omega_c}{\partial Q_i \partial Q_j}, \quad Q_i = N, \quad Q_j = M \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

$$J = \frac{\partial \Omega_c}{\partial a} \quad (4.3)$$

したがって、 Ω_c を軸力N、曲げモーメントM、板幅t、き裂長さaおよび材料定数 m_i の関数として式(4.4)のように与えれば、

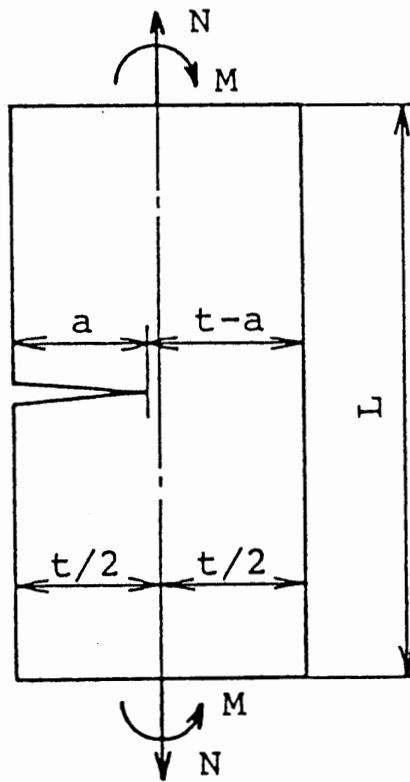


図4.1 単位厚さあたり軸力 N および曲げモーメント M を受ける片側き裂材

$$\Omega_c = \Omega_c(N, M; t, a; m_i) \quad (4.4)$$

任意の荷重状態における片側き裂材の剛性とJ積分が式(4.2)、式(4.3)より求められる。上記のように、コンプリメンタリエネルギーを用いて片側き裂材の剛性とJ積分を評価する方法をコンプリメンタリエネルギー法と呼ぶことにする。本論分では、片側き裂材の構成方程式としてスウィフトの式、式(4.5)を使用する。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} && (\sigma \leq \sigma_Y) \\ \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} + \alpha \varepsilon_Y \left\{ \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^n - 1 \right\} && (\sigma \geq \sigma_Y) \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

ここに、 E 、 σ_Y 、 n 、 α 、 ε_Y は、それぞれ、ヤング係数、降伏応力、加工効硬化指数、加工効硬化係数、降伏ひずみである。さらに、 Ω_c の関数形として、式(4.6)の形を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \Omega_c &= \Omega_c^e + \Omega_c^p \\ \Omega_c^e &= A^* N^2 + 2B^* NM + C^* M^2 \\ \Omega_c^p &= \alpha \sigma_Y \varepsilon_Y \frac{t^2}{n+1} f^{\frac{n+1}{2}} \\ f &= \frac{AN^2 + 2BNM/t + CM^2/t^2}{\{\sigma_Y(t-a)\}^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

ここに、 Ω_c^e 、 Ω_c^p はコンプリメンタリエネルギーの弾性成分（厳密には線形成分）および塑性成分（非線形成分）を表わす。係数 A^* 、 B^* 、 C^* は片側き裂材の軸力 N と曲げモーメント M に対する K 値の補正係数 F_N 、 F_M より、式(4.7)、(4.8)、(4.9)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} A^* &= \frac{1-\nu^2}{E} \int_0^a F_N^2 da \\ B^* &= \frac{1-\nu^2}{E} \int_0^a F_N F_M da \\ C^* &= \frac{1-\nu^2}{E} \int_0^a F_M^2 da \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

$$F_N = \sqrt{\frac{2}{t} \tan\left(\frac{\pi a}{2t}\right)} \frac{[0.752 + 2.02\left(\frac{a}{t}\right) + 0.37\{1 - \sin\left(\frac{\pi a}{2t}\right)\}^3]}{\cos\left(\frac{\pi a}{2t}\right)} \quad (4.8)$$

$$F_M = \frac{6}{t} \sqrt{\frac{2}{t} \tan\left(\frac{\pi a}{2t}\right)} \frac{[0.923 + 0.199\{1 - \sin\left(\frac{\pi a}{2t}\right)\}^4]}{\cos\left(\frac{\pi a}{2t}\right)} \quad (4.9)$$

ここに ν はポアソン比である。式(4.2)、(4.3)を用いて片側き裂材の剛性とJ積分を評価するには、式(4.6)の係数A、B、Cを評価する必要がある。A、B、Cは材料と形状に依存する値であるが、材料を決定すれば形状のみに依存し、 a/t の関数として表わすことができる。

4.3 片側き裂材の剛性とJ積分の評価式の係数の評価

式(4.6)の係数A、B、Cを有限要素法により決定する。材料としては原子炉圧力容器鋼A533Bを想定し、材料定数を表4.1のように定めた。式(4.6)の f はNとMの2次式であり、 $\lambda = M/N$ とおいて f を表わすと、式(4.10)が得られる。したがって、3個の λ の値に対して有限要素法により Ω_c を求め、 Ω_c から比例係数 β を求めてやれば、A、B、Cが決定できる。次に a/t をパラメータとして

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{1}{\{\sigma_y(t-a)\}^2} \left(A + \frac{2B\lambda}{t} + \frac{C\lambda^2}{t^2} \right) N^2 \\ &= \beta N^2 \\ \beta &= \frac{1}{\{\sigma_y(t-a)\}^2} \left(A + \frac{2B\lambda}{t} + \frac{C\lambda^2}{t^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

A、B、Cを求めれば、A、B、Cを a/t の多項式として表示することができる。本論文では λ の値として、 $\lambda=0$ （単純引張り）から、 $\lambda=-a/2$ （ミッドリガメントテンションの状態）までを4等分し、 $\lambda=0$ 、 $-a/8$ 、 $-2a/8$ の3種類を採用した。 a/t の値としては、 $1/8$ 、 $2/8$ 、 $3/8$ 、 $4/8$ 、 $5/8$ 、 $6/8$ 、 $7/8$ の7種類を用いた。また、平面ひずみ状態の Ω_c を精度良く評価するため、白鳥ら[白鳥81b]により開発された改良アイソパラメトリック8節点2次要素による有限要素法プログラムを使用している。 $a/t = 4/8$ に対する要素分割を図4.2に示す。求めら

表4.1 原子炉压力容器鋼A533Bの材料定数

Young's Modulus	E	206GPa
Poisson's Ratio	ν	0.3
Yield Stress	σ_Y	431MPa
n		9
α		1.67
J_{IC}		0.2MJ/m ²
COA_C		0.22rad

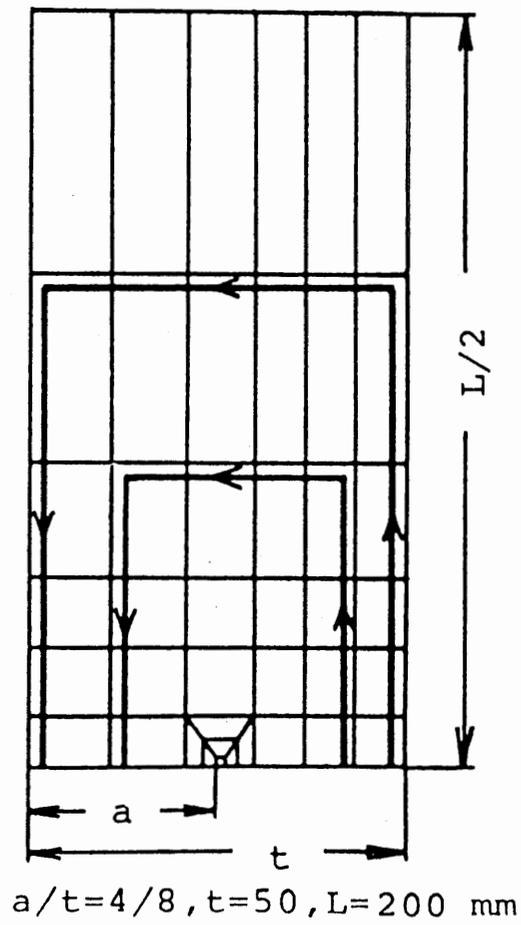


図4.2 片側き裂材の要素分割 ($a/t = 4/8$)

れた式(4.6)の係数A、B、Cを a/t に関する7次多項式で補間した。これを図4.3、図4.4、図4.5に示す。求められた係数A、B、Cを用い、式(4.3)より得られるJ積分と有限要素法による径路積分(図4.2に示す2本の積分路の平均値)による値の比較を図4.6に示す。両者は良い一致を示している。コンプリメンタリエネルギー法によりJ積分を評価する手法はKumarら[Kumar84]、高橋ら[高橋90],[高橋91],[高橋92]、松原ら[松原91]によっても検討されている。全面塑性解に基づく片側き裂材のコンプリメンタリエネルギーの評価についてはParksら[Parks83],Shihら[Shih84a][Shih84b]を始めとする多くの研究が行なわれている。

4.4 表面き裂のJ積分評価

4.4.1 厚肉シェルラインスプリング法

厚肉シェルラインスプリング法では、シェル要素としてせん断変形を許すAhmadの厚肉シェル要素[Ahmad70][Zienkiewicz71][Katnik77]を用いている。厚肉シェル要素の各節点はx、y、z方向の変位と中央面に対する法線に垂直な2軸まわりの回転 α 、 β の計5自由度を有する。厚肉シェル要素に適合する2次のラインスプリング要素は、各節点において変位 δ 、回転 θ の2自由度を有する。厚肉シェル要素を図4.7に2次のラインスプリング要素を図4.8に示す。2次のラインスプリング要素の定式化の詳細については文献[三好84a]を参照されたい。

4.4.2 弾塑性解析法

厚肉シェル要素は弾性状態とし、塑性変形はラインスプリング要素のみに限定する。この仮定により、厚肉シェル要素には弾性の剛性マトリックスを用い、ラインスプリング要素には式(4.2)に基づく増分形の剛性マトリックスを用いることによって増分形式の全体剛性方程式が得られ、区分的線形弾塑性解析を行なうことができる。この場合、剛性方程式を解くことは、ラインスプリング要素について考えれば、式(4.2)で与えられる微分方程式を解くことに等しい。式(4.2)をそのまま用いるのは、微分方程式の解法としてオイラー法を用いることに対応している。オイラー法で精度よい解を得るためには、計算ステップを細かくとる必要がある。そこで、有限要素法の増分計算の回数を増やさずに精度の良い解を得るため、予測子修正子法[McCalla72]のうち2次の予測子法に対応する方法を用いた。この方法では、n回目の増分計算における式(4.2)の弾塑性コンプライアンス $C_{ij,n}$ はn-1回め、n-2回めの弾塑性コンプライアンスによって修正され、式(4.11)のように与えられる。

$$C_{ij,n} = \frac{1}{12}(23C_{ij,n} - 16C_{ij,n-1} + 5C_{ij,n-2}) \quad (4.11)$$

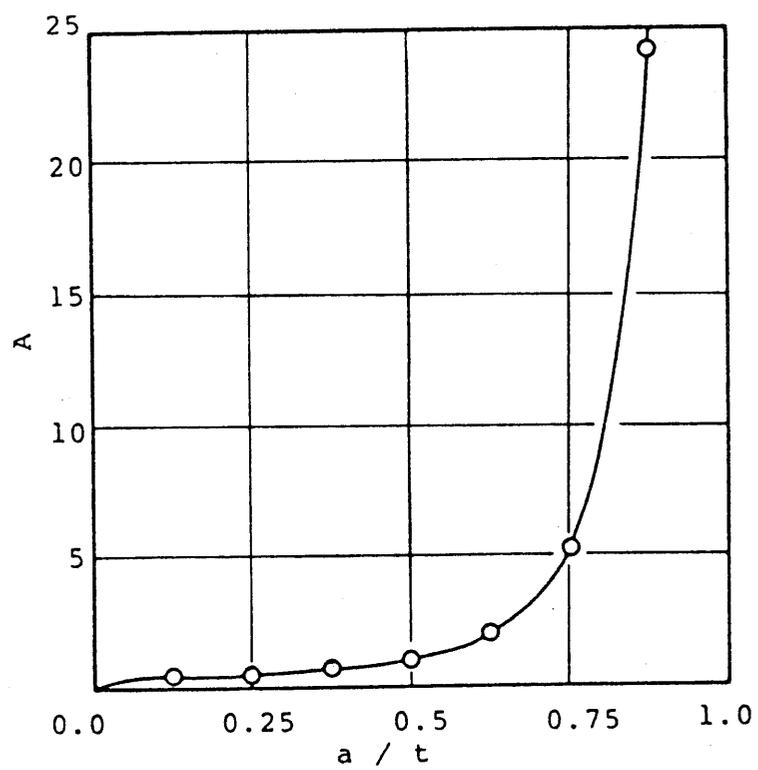


図4.3 係数Aとa/tの関係

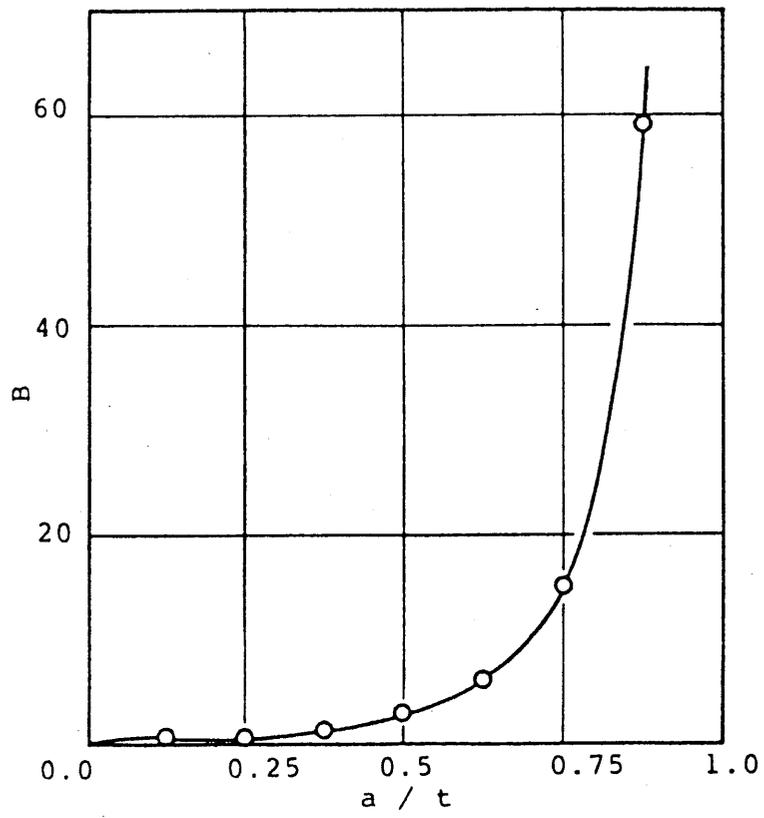


図4.4 係数Bと a/t の関係

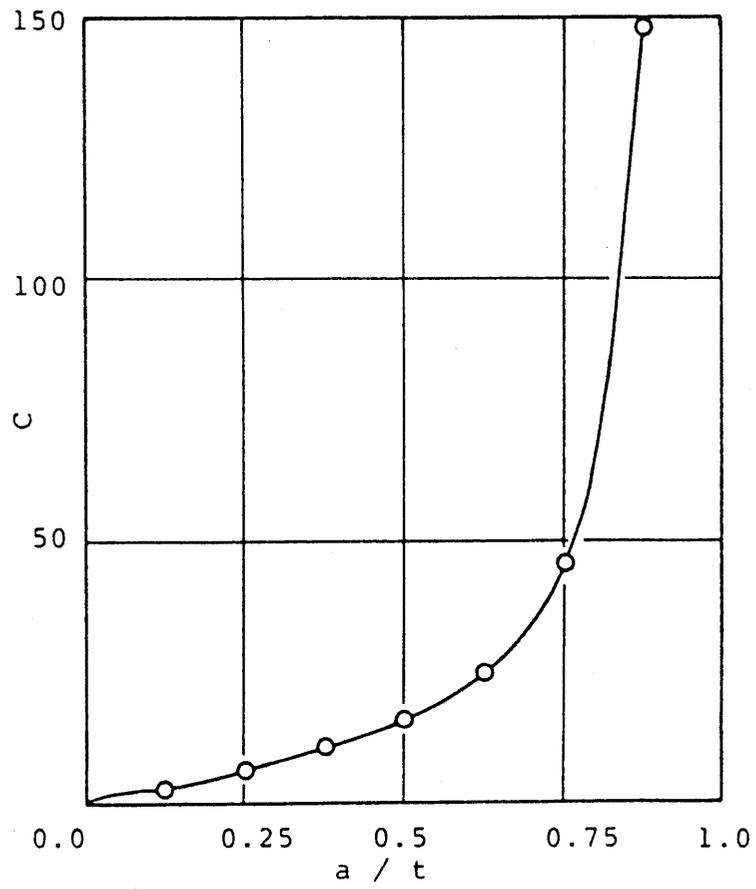


図4.5 係数Cと a/t の関係

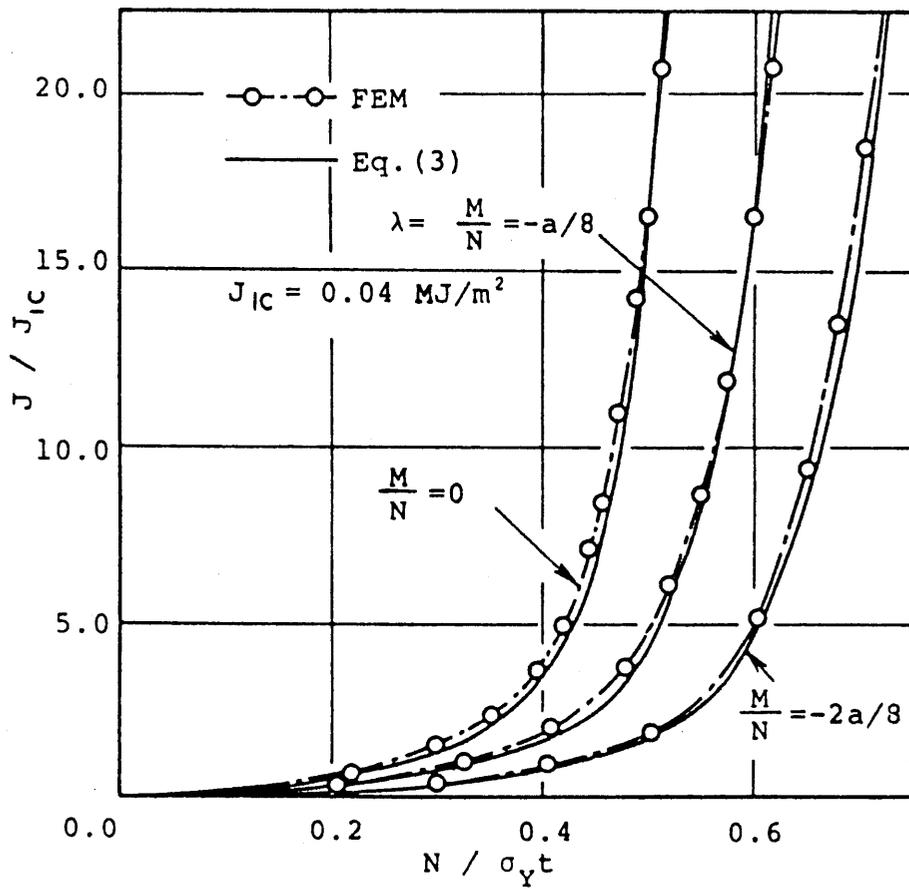


図4.6 式(4.3)より得られるJ積分と有限要素法の径路積分によるJ積分の比較

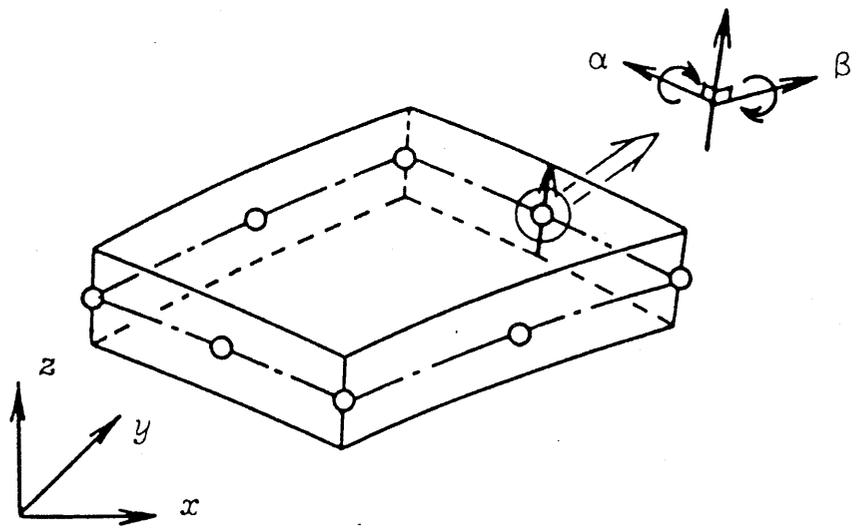


図4.7 厚肉シェル要素

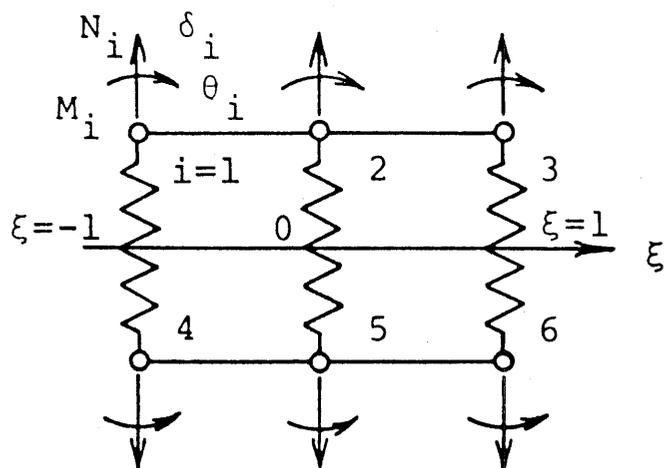


図4.8 2次のラインスプリング要素

4.4.3 表面き裂のモデル化と軸力Nおよび曲げモーメントMの評価法

三好らは、ラインスプリング法における表面き裂端部のK値の精度低下を防ぐ手法として修正ラインスプリング法[三好83]を提唱した。修正ラインスプリング法では、K値の精度の改善法として次の2点をあげている。

(1) 表面き裂端部の形状を修正し、表面き裂端部の剛性が不当に高く評価されることを防ぐ。

(2) ラインスプリング要素に作用する単位厚さあたりの軸力N、曲げモーメントMの評価法として、ラインスプリング要素の剛性マトリックと変位 δ 、回転 θ から得られる等価節点力を用いて評価を行なう合力法を用いる。

本論文においてもこの修正ラインスプリング法の手法を採用し、J積分の精度向上を計った。

4.4.4 J積分評価と考察

解析を行なった表面き裂材の形状は、き裂長さ $2c$ 、き裂深さ a 、板厚 t 、板の長さ L 、板幅 W とし、

$$a/c = 0.2, 0.4, 0.6$$

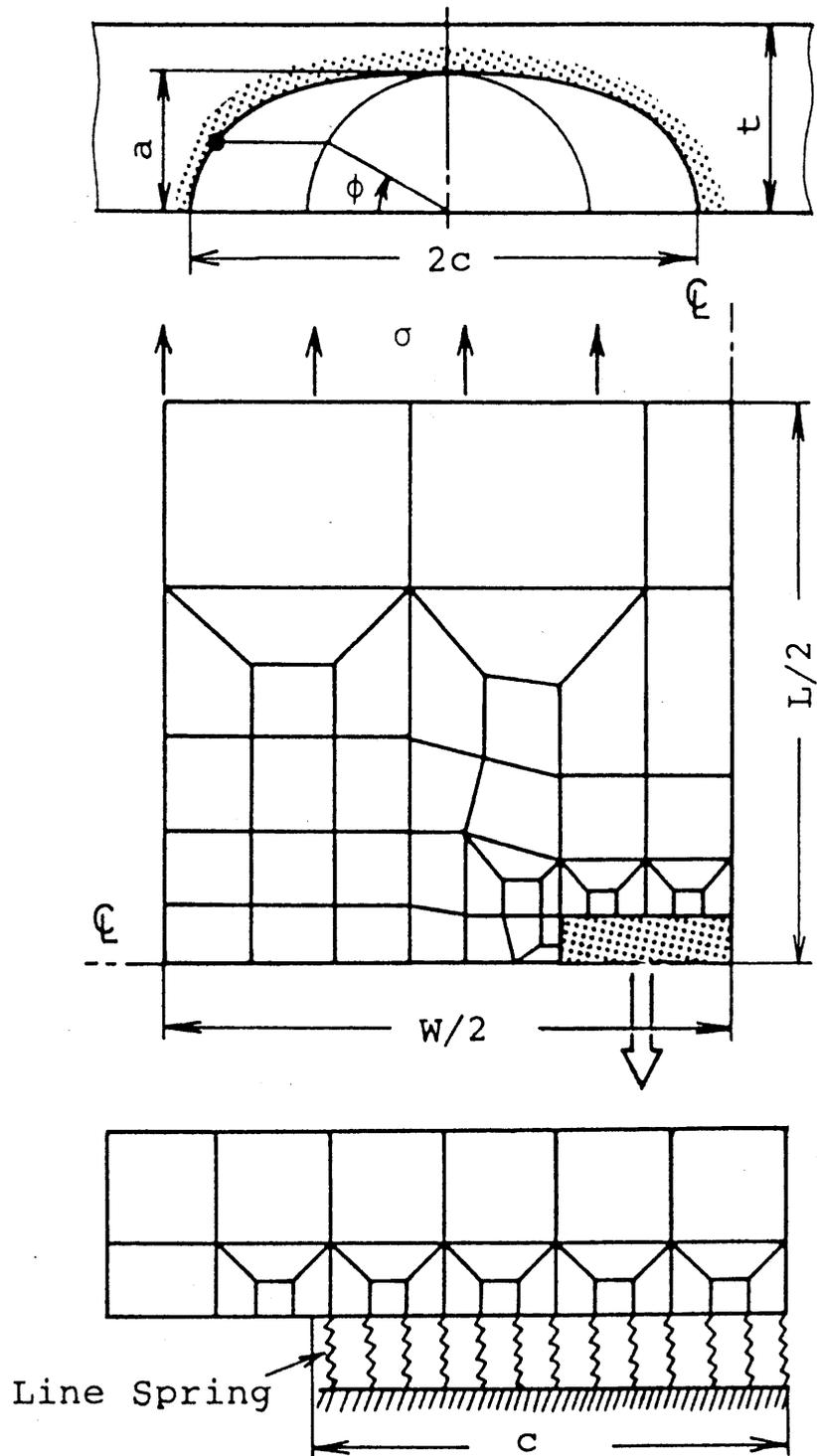
$$a/t = 0.4, L = W = 9.6c, t = 50\text{mm}$$

の3種類とした。いずれも対称性を利用し、全体の $1/4$ を解析した。図4.9に厚肉シェル要素とラインスプリング要素による要素分割を示す。外力はき裂材上端に等分布引張応力 σ を与え、 $\sigma/\sigma_y = 0.8$ まで 0.1 きざみで8段階に分けて与えた。材料はA533B鋼であり、材料定数としては表4.1の値を用いた。J積分の評価法としては、ラインスプリング要素(片側き裂材)に作用する軸力Nと曲げモーメントMより式(4.3)、(4.6)を用いてJ積分を求めた。き裂前縁におけるJ積分の分布を図4.10~4.12に示す。いずれの場合も、負荷レベルが上がるほどJ積分の分布こう配が大きくなる様子がわかる。図中、 $2\phi/\pi$ が $0\sim 0.1$ においては、 $\phi = 0$ でJ積分が評価できないためJ積分値をプロットしていない。計算時間はHITAC-M280Hにより一解析あたり約3分であった。

4.5 表面き裂の進展解析

4.5.1 き裂進展とJ積分評価

き裂進展解析は荷重増分過程と破壊過程よりなる[三好76]。増分過程における解析法は、4.4.2に述べてあるので、ここでは破壊過程について述べる。ラインスプリング法においては、シェル要素はラインスプリング要素(片側き裂材)に対してコンプライアンスとして作用しているので、一つの片側き裂材を考えると、これは図4.13に示す負荷状態にあると考えられる。ここで荷重点Bの変位を一定にしたままき裂を Δa 進展させると、点Aにおける変位(δ, θ)と、片側き裂材にかかる内力(N, M)は両方とも変化する。両者の関係は式(4.1)を



a : Crack Depth $2c$: Crack Length
 t : Plate Thickness W : Plate Width
 L : Plate Length

図4.9 厚肉シェル要素とラインスプリング要素による要素分割

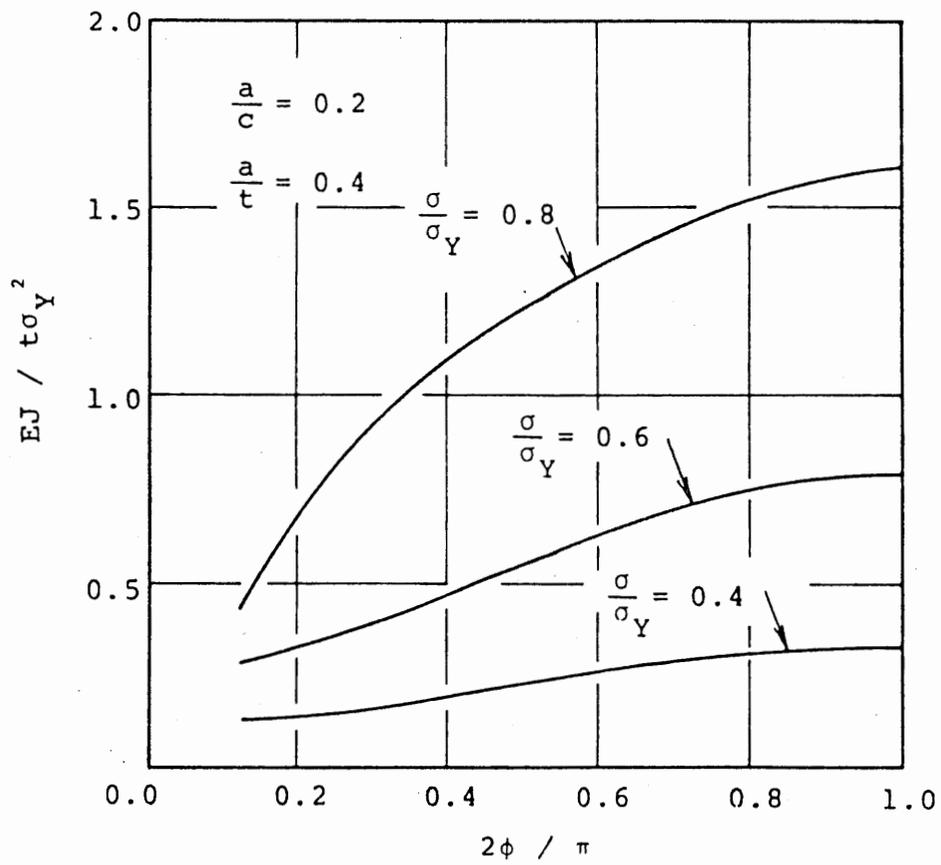


図4.10 き裂前縁におけるJ積分の分布

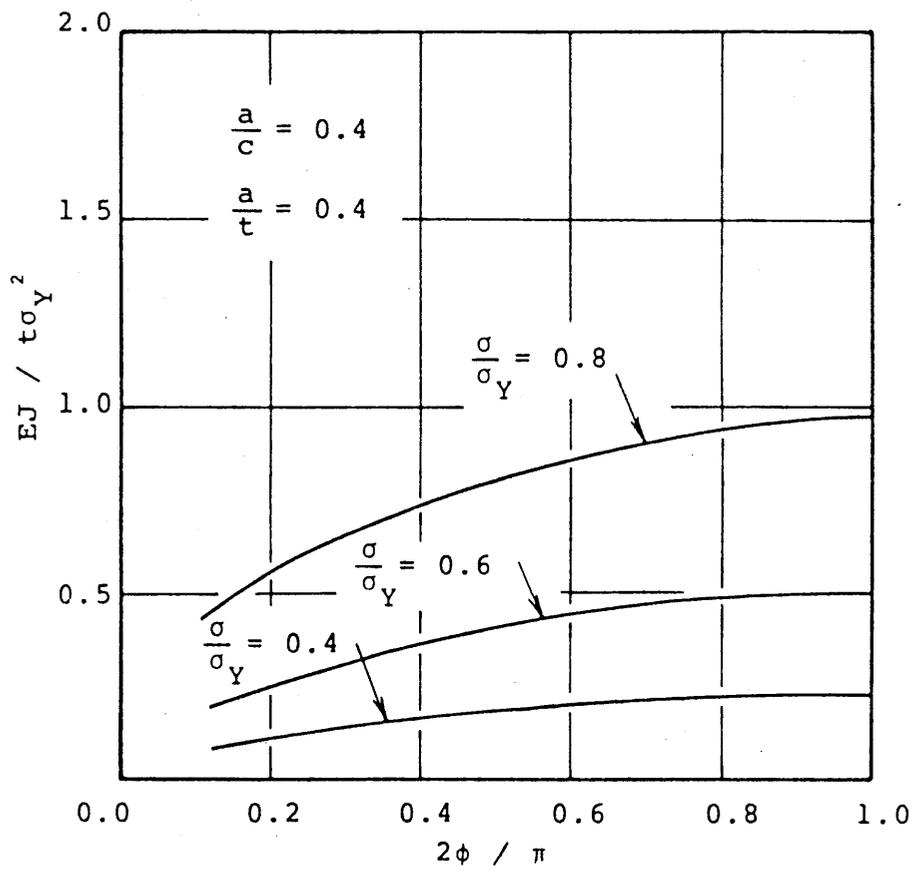


図4.11 き裂前縁におけるJ積分の分布

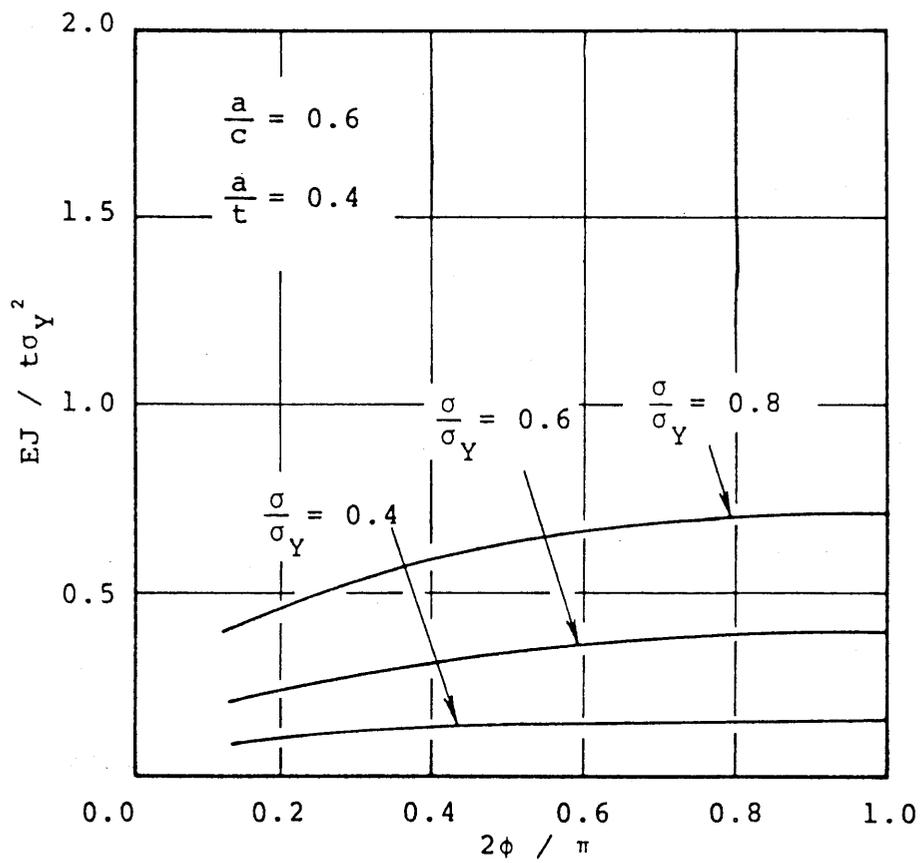


図4.12 き裂前縁におけるJ積分の分布

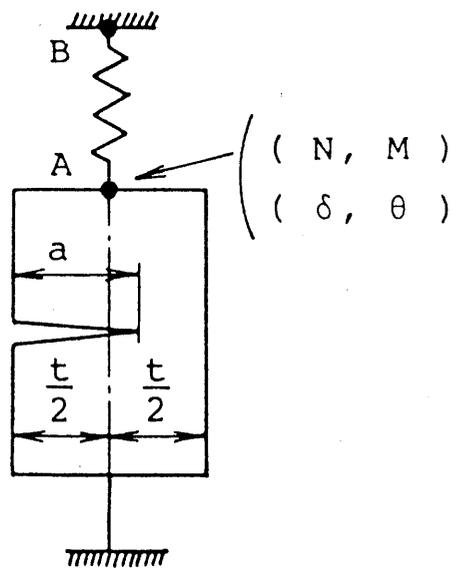


図4.13 片側き裂材の負荷状態

き裂長さの変化も含めた増分形で表わすことにより式(4.12)のように得られる。式(4.12)の両辺に剛性 s_{ij} を掛けると式(4.13)が得られる。

$$\begin{Bmatrix} d\delta \\ d\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dN \\ dM \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial a} \\ \frac{\partial \theta}{\partial a} \end{Bmatrix} da \quad (4.12)$$

$$\begin{Bmatrix} dN \\ dM \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta \\ d\theta \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \delta N^* \\ \delta M^* \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} dN^* \\ dM^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial a} \\ \frac{\partial \theta}{\partial a} \end{Bmatrix} da \quad (4.13)$$

ここで、 dN^* 、 dM^* は、き裂進展にともなう内力の変化と考えることができる。き裂の進展するラインスプリング要素においては、式(4.13)を用いて剛性マトリックスを求めれば良い。き裂が進展する場合のJ積分評価式としては式(4.3)、(4.6)を用いるが、き裂長さ a はき裂進展後の値を用いる。また、破壊過程の解析では、4.4.2で述べた予測子法が用いられないので、増分過程、破壊過程ともに計算ステップを十分細かくとったオイラー法を使用した。

4.5.2 き裂進展解析と考察

表面き裂は、初期き裂形状、負荷状態などにより進展時の形状変化が異なるものと考えられるが、本解析では、外力として引張力を考え、最初半だ円形であったき裂が長軸の長さを一定とし、深さ方向にのみ進展すると仮定する。この仮定は、ラインスプリング法においてき裂の成長方向が板厚方向に限定されること、および、き裂前縁と板表面の交叉する点においてJ積分が評価できないことによる。なお、この仮定は、引張りの場合、表面き裂が板厚方向と直交する方向にはほとんど成長しないことから、実際とは矛盾しないと考えられる。き裂進展解析は次のような手順で行なう。

(1) 変位制御形の負荷を与え、増分解析を行なってラインスプリング要素の隅節点(図4.8の $i=1,3$)のJ積分に注目する。

(2) J積分が、図4.14に示すJ積分抵抗曲線のき裂進展領域に入った隅節点については、 $\Delta a = 1\text{mm}$ 、隅節点の両隣の間節点(図4.8の $i=2$)については、要素内でき裂進展量が線形に分布するように $\Delta a = 0.5\text{mm}$ 進めて破壊過程の解析

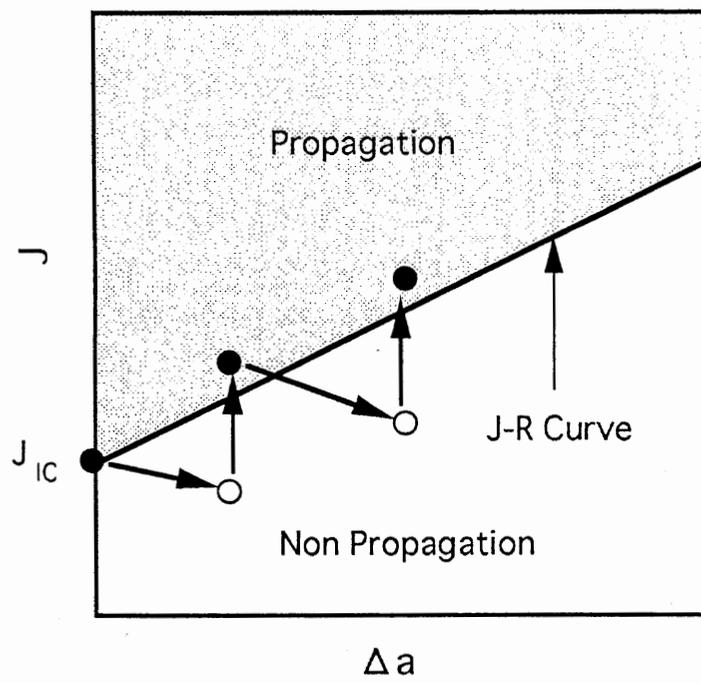


図4.14 J積分抵抗曲線とき裂進展

を行なう。

(3) き裂進展が所定の状態に達するまで(1)、(2)を繰り返す。

本方法では、き裂前縁すべてにわたってJ積分抵抗曲線を満たすようにき裂進展が生じ、強制変位増分とき裂進展量 Δa を十分小さくとることによって、精度の良い解が得られる。解析した表面き裂の形状、材料は、4.3の場合と同じであるが、 $a/c=0.2$ のみについて解析した。外力は、表面き裂上端部に0.05mmずつ強制変位を与え、J積分抵抗曲線に関する値は以下のように与えた。

$$J_{ic}=0.04\text{MJ/m}^2, \quad dJ/da=46.6\text{MJ/m}^3$$

解析は、き裂最深部の進展量が14mm(0.7a)に達するまで行なった。図4.15にき裂の進展状況を示す。図4.15の番号は、き裂進展回数(STEP)を示す。すなわち、き裂は初期形状の半だ円表面き裂の中央部より進展を開始し(図4.15のSTEP1)、徐々に端部へと進展を続ける(図4.15のSTEP2,3,4)ことがわかる。さらにき裂が進展すると、き裂はほぼ半だ円形状を保ちながら進展を続けるが、き裂端部に比較してき裂中央部でのき裂進展量が多いことがわかる。き裂進展時のJ積分の分布を図4.16、4.17に示す。実線はき裂進展前の分布を、破線はき裂進展後の分布を示している。図4.16、4.17の()内の数字は、図4.15のき裂進展回数に、図4.16の点A、B、C、Dは図4.15の点A、B、C、Dと対応する。点A、B、C、Dは、き裂進展時のき裂進展部と非進展部の境界にあたり、図4.16ではJ積分の分布に段差を生じる点になっている。この段差を生じる点は図4.15でき裂がSTEP1→2→3→4と進展するのに対応し、図4.16でA→B→C→Dとき裂端部方向へ移動し、き裂進展がき裂左端に達した段階で、J積分の分布は再び滑らかなになる。図4.17はき裂が相当量進展した後のJ積分の分布である。き裂進展の影響で若干ばらつきが生じているが、全体としては滑らかな分布になる。図4.18には、き裂前縁における3個の点E、F、GのJ積分とき裂進展量 Δa の関係を示す。いずれの点においても、J積分とき裂進展量 Δa は、与えられた抵抗曲線を満足している。なお、このき裂進展解析の解析時間は、HITAC-M280Hにより約30分であった。

4.6 まとめ

本章では、加工硬化を有する片側き裂材が単位厚さあたり軸力N、曲げモーメントMを受ける場合のコンプリメンタリエネルギー Ω_c の表示式を導き、これより片側き裂材の剛性およびJ積分を評価した。この結果と厚肉シェルラインスプリング法を組み合わせることにより、加工硬化を有する表面き裂のJ積分評価とき裂進展解析を行なった。本章で得られた結論は以下のとおりである。

(1) コンプリメンタリエネルギー Ω_c を用いて求められる片側き裂材のJ積分は有限要素法の径路積分による値と良く一致する。

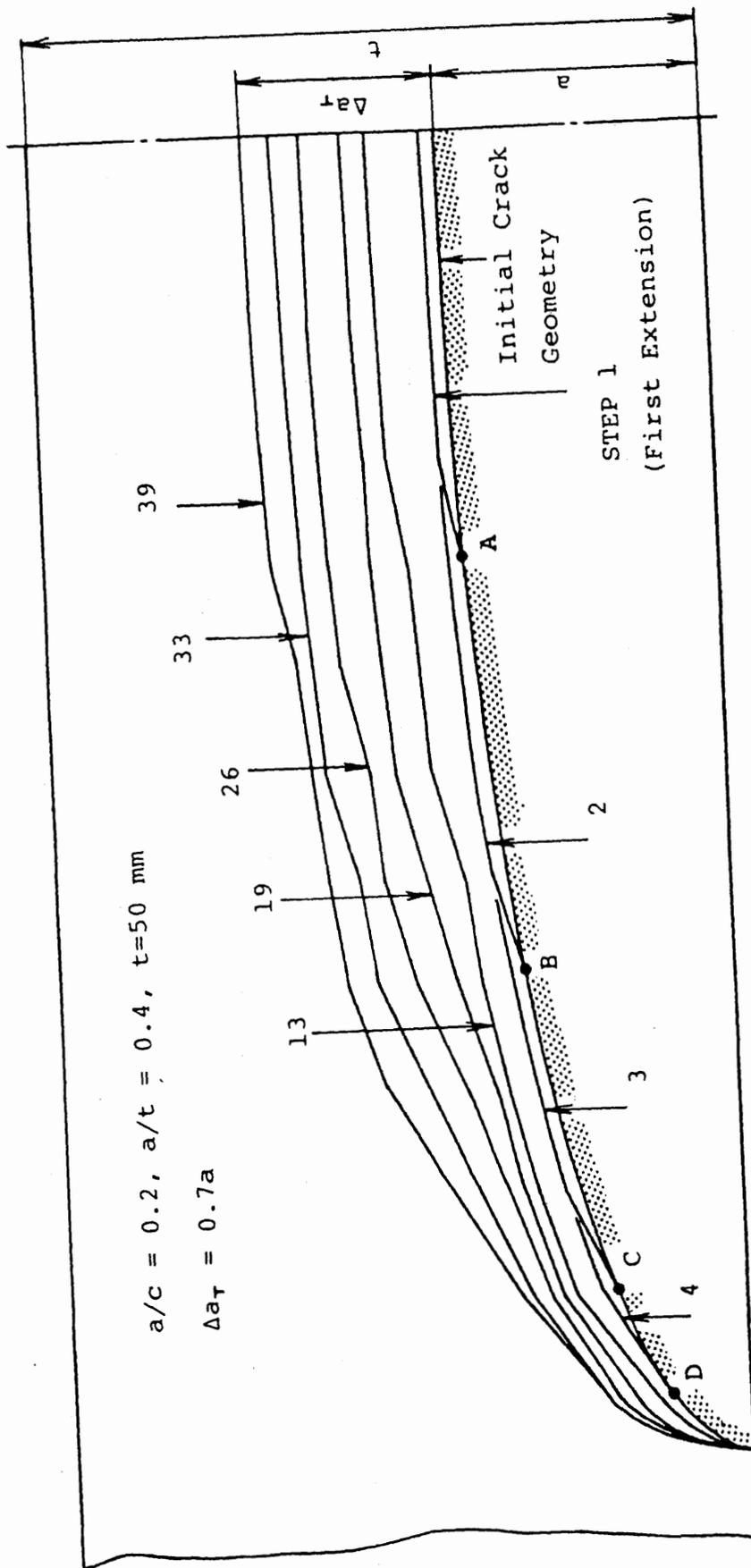


図4.15 き裂の進展状況

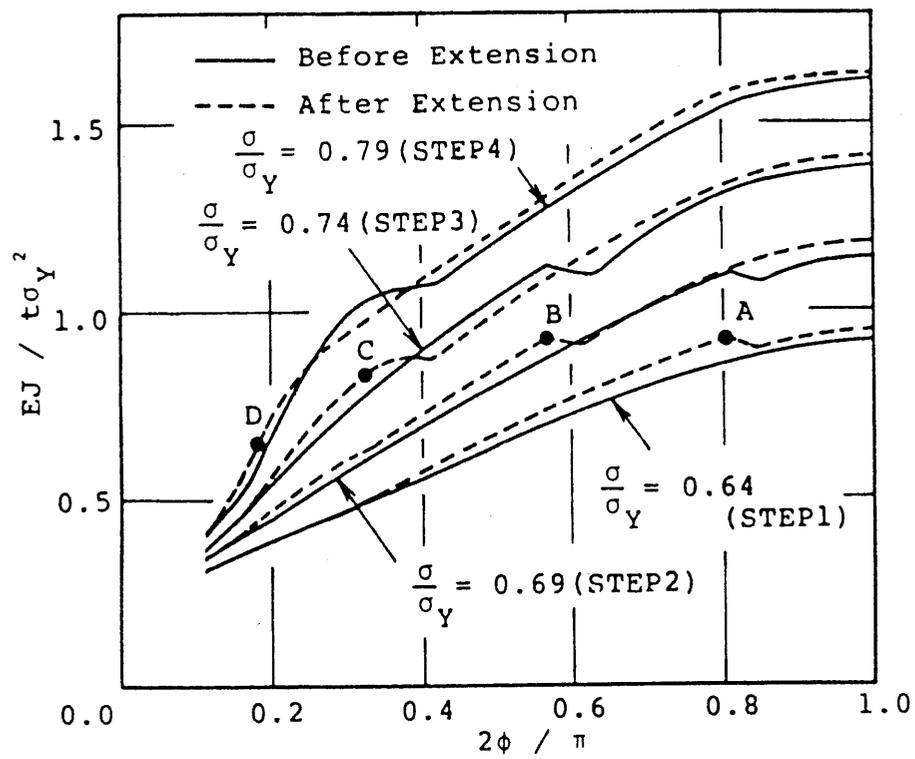


図4.16 き裂前縁におけるき裂進展時のJ積分の分布

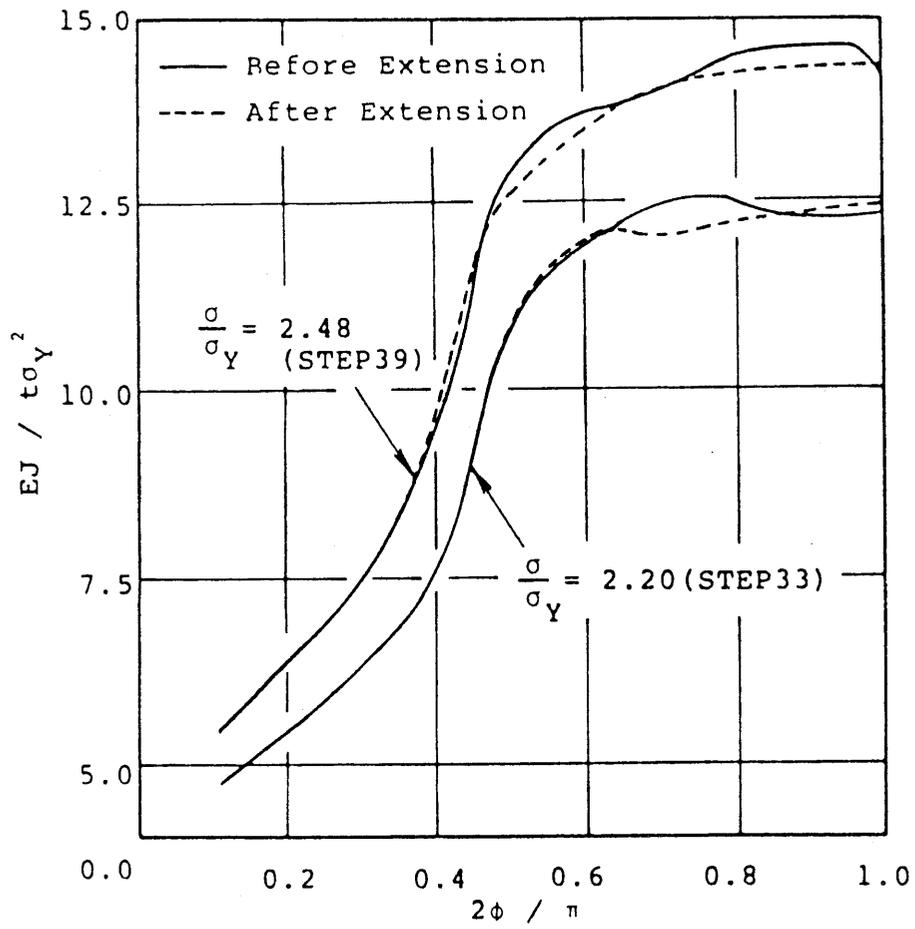


図4.17 き裂前縁におけるき裂進展時のJ積分の分布

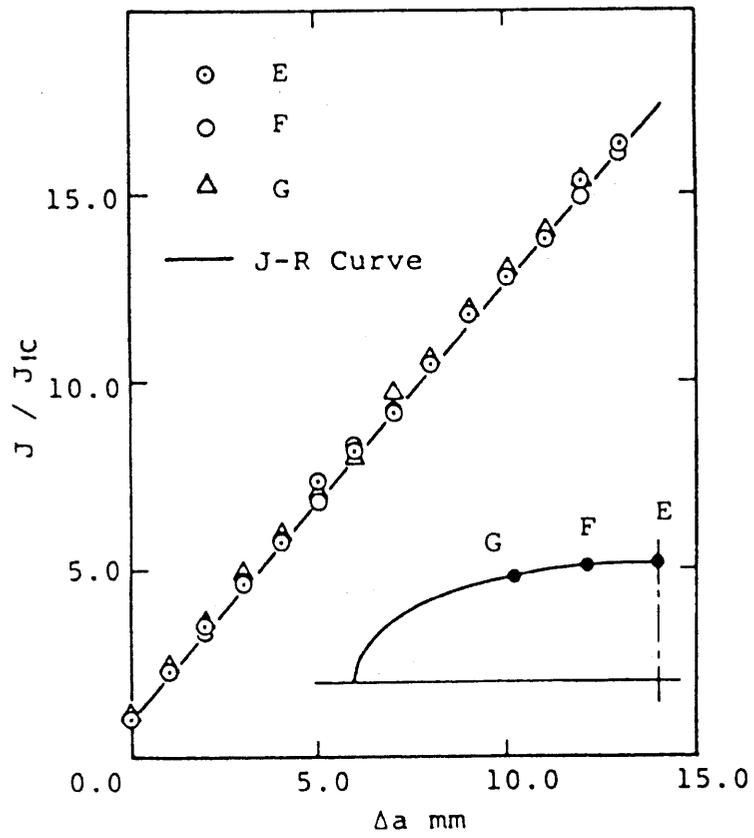


図4.18 き裂前縁の点におけるJ積分とき裂進展量 Δa の関係

(2) 厚肉シェルラインスプリング法とコンプリメンタリエネルギー法を組合わせた解析法により、加工硬化を有する表面き裂のJ積分評価を短時間（本解析では一例あたり約3分）で行なうことができる。

(3) 表面き裂の進展に伴うき裂形状変化、き裂前縁におけるJ積分の分布を解析した。

第 5 章 ラインスプリング法による 平板表面き裂の貫通解析

5章 ラインスプリング法による平板表面き裂の貫通解析

5.1 COA条件を使用した平板表面き裂の進展解析

第4章ではラインスプリング法の定式化について示し、ラインスプリング法によりJ積分評価およびき裂進展解析が短時間で精度良く実施可能であることを示した。また、J積分抵抗曲線を破壊条件とした Application Phase Analysis (応用解析)の結果も示した。LBBを精度良く評価するためには、き裂貫通時の安定性を評価することが必要である。しかし、き裂の貫通直前のように、リガメントがほとんどなくなる場合、き裂進展を支配する条件として何を採用すれば良いかについてはこれまで研究例がない。ただし、2章で述べたように、J積分支配き裂進展条件と比較して、COA条件はより大きなき裂進展に適用可能なことが知られている。そこで、本章では、破壊条件としてCOA(き裂開口角)を使用したき裂進展解析の方法について述べ、さらに、平板表面き裂の進展解析と安定性評価を行なった結果[三好85a][三好85b][三好85c],[Miyoshi86c],[Miyoshi86d]について述べる。

5.2 COA条件を使用したき裂進展解析

5.2.1 COAの定義

進展するき裂の先端形状のモデルを図5.1に示す。ここに δ_0 は初回のき裂進展時のき裂先端開口変位、 δ_t は $a = a_0$ における開口変位、また Δa はき裂進展量である。図5.1よりCOAは式(5.1)で与えられる。

$$COA = \frac{\delta_t - \delta_0}{\Delta a} \quad (5.1)$$

5.2.2 COAの評価

まず初回のき裂進展時のき裂先端開口変位 δ_0 は、図5.2に示すように、ラインスプリング要素(片側き裂材)の板幅中央におけるき裂開口変位 δ_c 、 θ_c 、き裂深さ a_0 、板幅 t により、式(5.2)で与えられる。

$$\delta_0 = \delta_c + \left(\frac{t}{2} - a_0\right)\theta_c \quad (5.2)$$

次に、き裂進展開始後のCOAについて考える。き裂進展解析は増分過程と破壊過程からなる。 δ_0 および θ_0 と表面き裂材の荷重点変位 $\Delta \eta$ の関係を図5.3に示す。増分過程は図5.3のA→Bに対応する。この場合、式(5.1)の δ_t は式(5.3)で与えられる(図5.4(a)参照)。

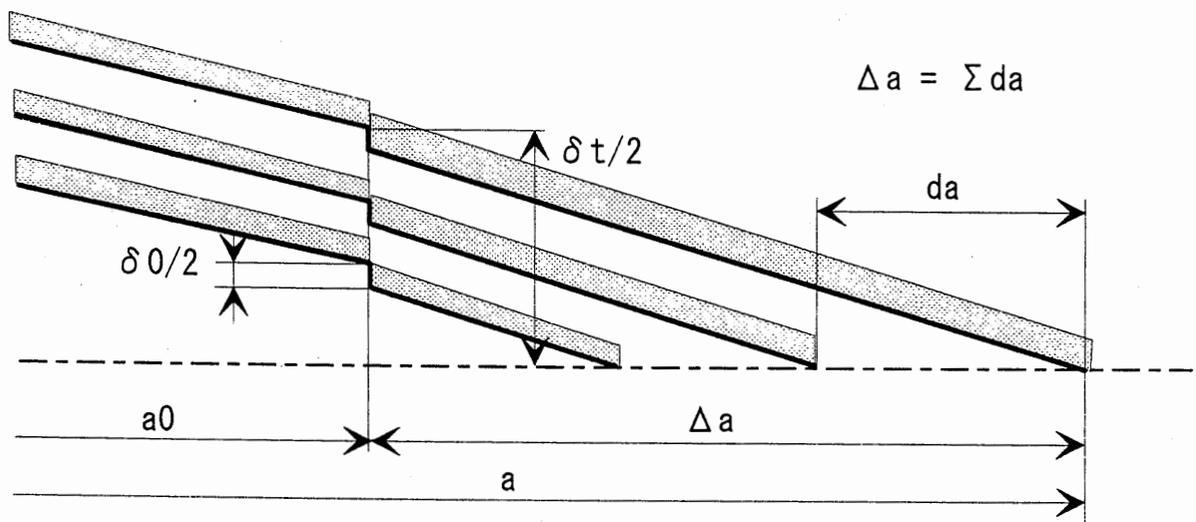


図5.1 進展するき裂の先端形状のモデル

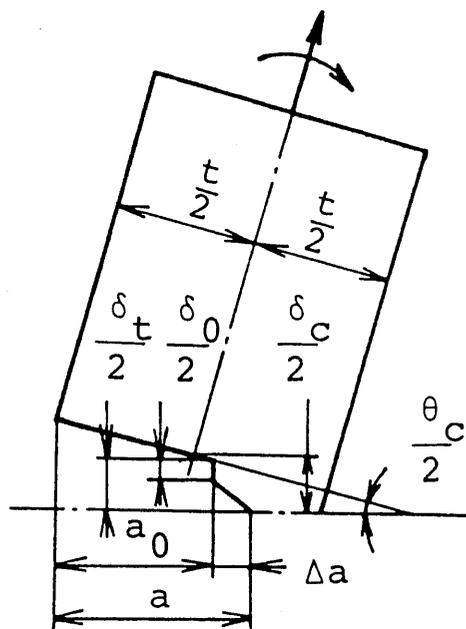


図5.2 初回のき裂進展時のき裂先端開口変位 δ_c

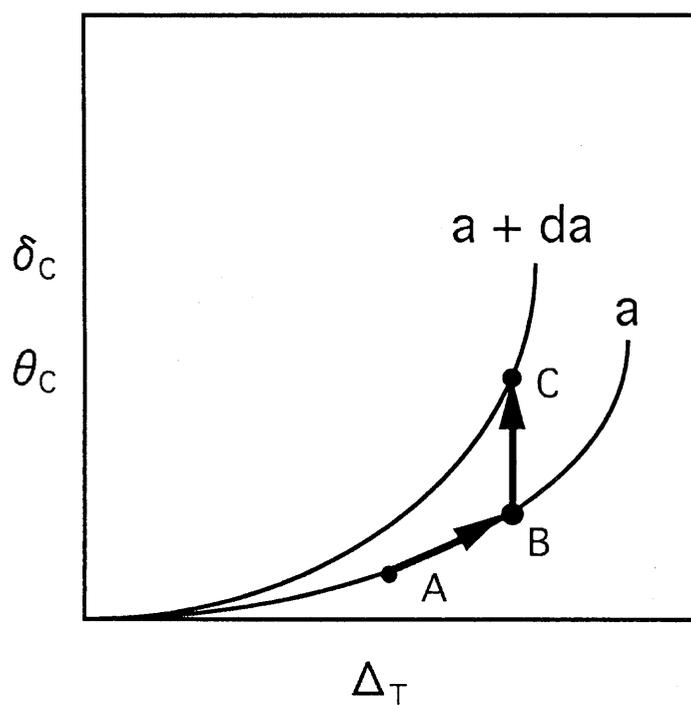


図5.3 δ_c 、 θ_c と表面き裂材の荷重点変位 Δ_T の関係

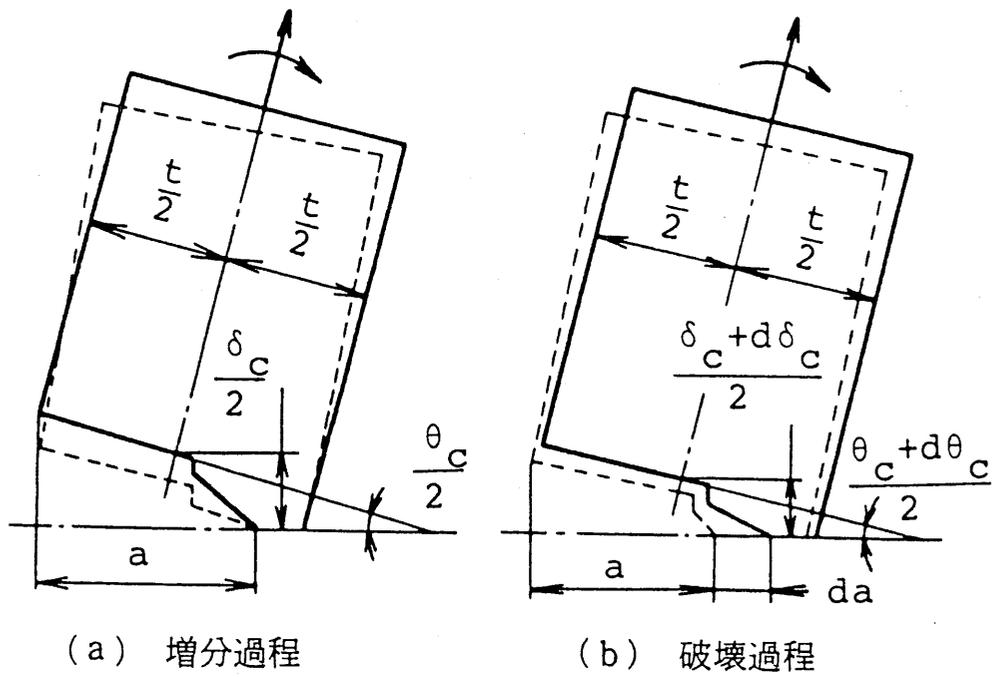


図5.4 き裂進展解析における増分過程と破壊過程

$$\delta_t = \delta_c + \left(\frac{t}{2} - a_0\right)\theta_c \quad (5.3)$$

式(5.1)～(5.3)によって求められるCOAが限界値COA_c以上となる場合、破壊過程を行なう。これは図5.3のB→Cに対応し、荷重点変位Δ_r一定としてき裂がda進展し、δ_c、θ_cがdδ_c、dθ_c増加する。き裂進展後のδ_tは式(5.4)で与えられる(図5.4(b)参照)。この場合、dδ_c、dθ_cはコンプリメンタリエネルギー法[三好84b]により評価する。COAは式(5.1)、(5.2)、(5.4)により与えられる。

$$\delta_t = (\delta_c + d\delta_c) + \left(\frac{t}{2} - a_0\right)(\theta_c + d\theta_c) \quad (5.4)$$

COA一定条件によるき裂進展解析の手順は次のように行なう。ただし、表面き裂は半だ円形の長軸の長さを一定とし、深さ方向(短軸方向)にのみ進展するものとする。

(1) 負荷は変位形とし増分解析を行なってラインスプリング要素のCOAを算出する。

(2) COAが限界値COA_cを越えたラインスプリング要素の端節点(図5.5のi=3)についてはda=1mm、両隣の間節点については、き裂進展量が線形に分布するようにda=0.5mmとして破壊過程を行なう。

(3) き裂進展が所定の量に達するまで(1)、(2)を繰り返す。

本手法の特徴は、き裂前縁のすべての点において破壊条件を満足しつつき裂が進展することであり、変位増分とき裂進展量を十分小さくすることによって精度の良い解が得られる。

5.3 解析したき裂形状

表5.1に示す14種類の表面き裂の進展解析を行なった。ただし、き裂材の板幅をW、長さをL、板厚をtとする。表面き裂は半だ円形とし、き裂長さを2c、き裂深さをa₀とする。W=L=1000mm、t=50mmである。表5.1中、A₀は初期き裂面積、Aはき裂材の断面積を示す。図5.6にNo.4のき裂材の要素分割を示す。対称性を利用して全体の1/4を解析した。材料として原子炉圧力容器鋼A533Bを想定した。材料定数を表5.2に示す。構成方程式はスウィフトの式、式(5.5)を用いた。

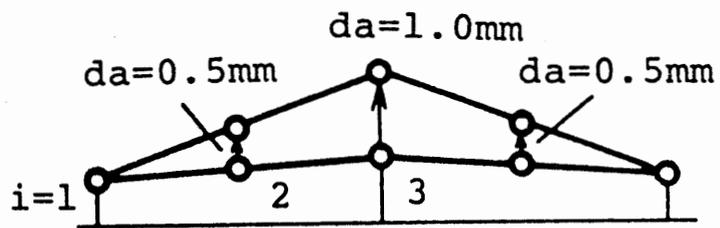


図5.5 ラインスプリング要素におけるき裂の進展方法

表5.1 解析した表面き裂のき裂形状

No.	$2c/W$	a_0/t	a_0/c	A_c/A (%)
1	0.2	0.4	0.2	6.3
2	0.4	0.32	0.08	10.1
3	0.5	0.26	0.052	10.2
4	0.5	0.64	0.128	25.1
5	0.6	0.22	0.037	10.4
6	0.6	0.5	0.083	23.6
7	0.7	0.45	0.064	24.7
8	0.7	0.7	0.1	38.5
9	0.8	0.4	0.05	25.1
10	0.8	0.6	0.075	37.7
11	0.8	0.8	0.1	50.3
12	0.9	0.52	0.058	36.8
13	0.9	0.7	0.078	49.5
14	0.94	0.68	0.072	50.2

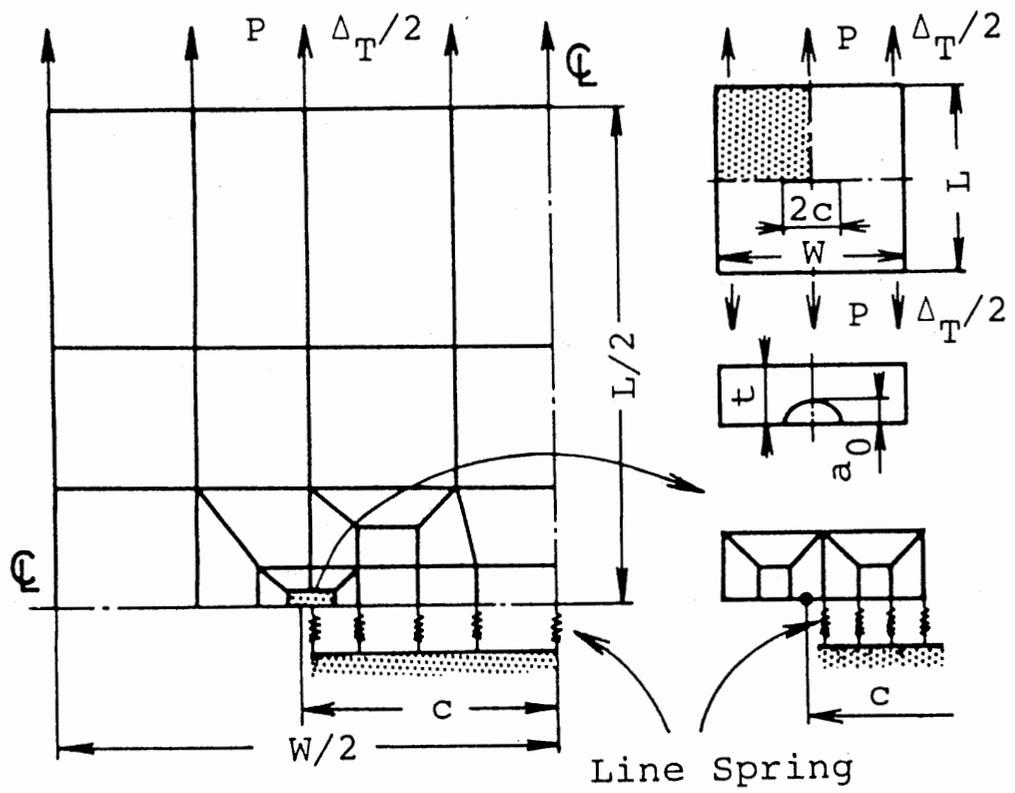


図5.6 平板表面き裂材の要素分割

表5.2 原子炉压力容器鋼A533Bの材料定数

Young's Modulus	E	206GPa
Poisson's Ratio	ν	0.3
Yield Stress	σ_Y	431MPa
n		9
α		1.67
J_{IC}		0.2MJ/m ²
COA_c		0.22rad

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} && (\sigma \leq \sigma_Y) \\ \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} + \alpha \varepsilon_Y \left\{ \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^n - 1 \right\} && (\sigma \geq \sigma_Y) \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

負荷は強制変位としてき裂材端部に増分的に与えた。その値は、0.02mm (表5.1のNo.11)、0.03mm (No.3~10,12~14)、0.04mm (No.1,2)とした。

5.4 解析結果

5.4.1 荷重-変位曲線

荷重-変位曲線を図5.7に示す。ここに Δ_r はき裂材の伸び、 P は荷重を表わす。●印は最大荷重点を、×印は表面き裂の貫通点を示す。図5.7中、No.1,2,4,8,10,11,13,14の表面き裂では荷重が単調に増加して貫通に至る。これに対しNo.3,5,6,7,9,12の表面き裂では貫通以前に最大荷重点が生じる。また、初期き裂面積のほぼ等しいき裂 (No.2,3,5; No.4,6,7,9; No.8,10,12; No.11,13,14) はほぼ等しい荷重-変位曲線を有することがわかる。

5.4.2 き裂進展形状

図5.8には解析結果の中から代表的な3種類の表面き裂について、き裂進展に伴う形状変化を示す。図5.8(a)と同様の進展形状を示すのは表1のNo.5であり、図5.8(c)と同様の進展形状を示すのはNo.11,14である。残りは図5.8(b)と同様の進展形状を示す。

図5.8(a)は浅くて扁平なき裂に対する進展形状で、き裂中央部が選択的に進展し貫通する。

図5.8(b)は解析例において最も多く見られた進展形状で、き裂はほぼ半だ円形状を保って進展し、き裂中央部が貫通する。

図5.8(c)は長くて深いき裂の進展形状で、き裂前縁全体にわたりき裂が進展し、中央部以外 (矢印) で貫通が生じている。

5.5 LBB条件に対する考察

5.5.1 LBB成立条件

Hasegawaら [Hasegawa83]は高じん性材料であるSUS304鋼の表面き裂材の引張試験を行なっている。Hasegawaらの用いた試験片は板幅 $W=100\text{mm}$ 、長さ $L=600\text{mm}$ 、板厚 $t=5.5\text{mm}$ 、き裂長さ $2c=30\text{mm}$ (矩形表面き裂、 $2c/W=0.3$) であり、き裂深さ a をパラメータとして実験を行なっている。彼らの実験で示されたき裂

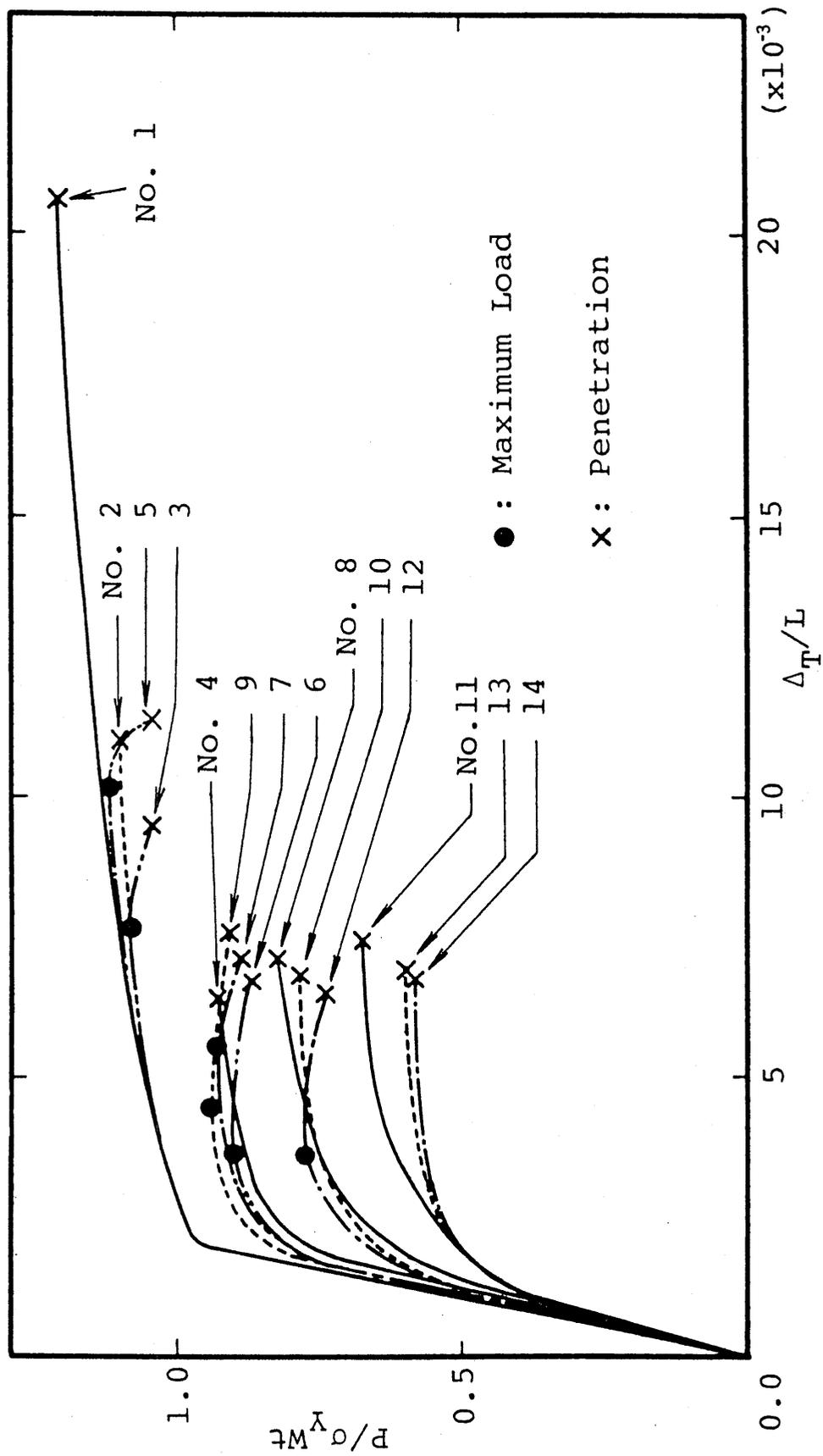


図5.7 平板表面き裂材の荷重-変位曲線

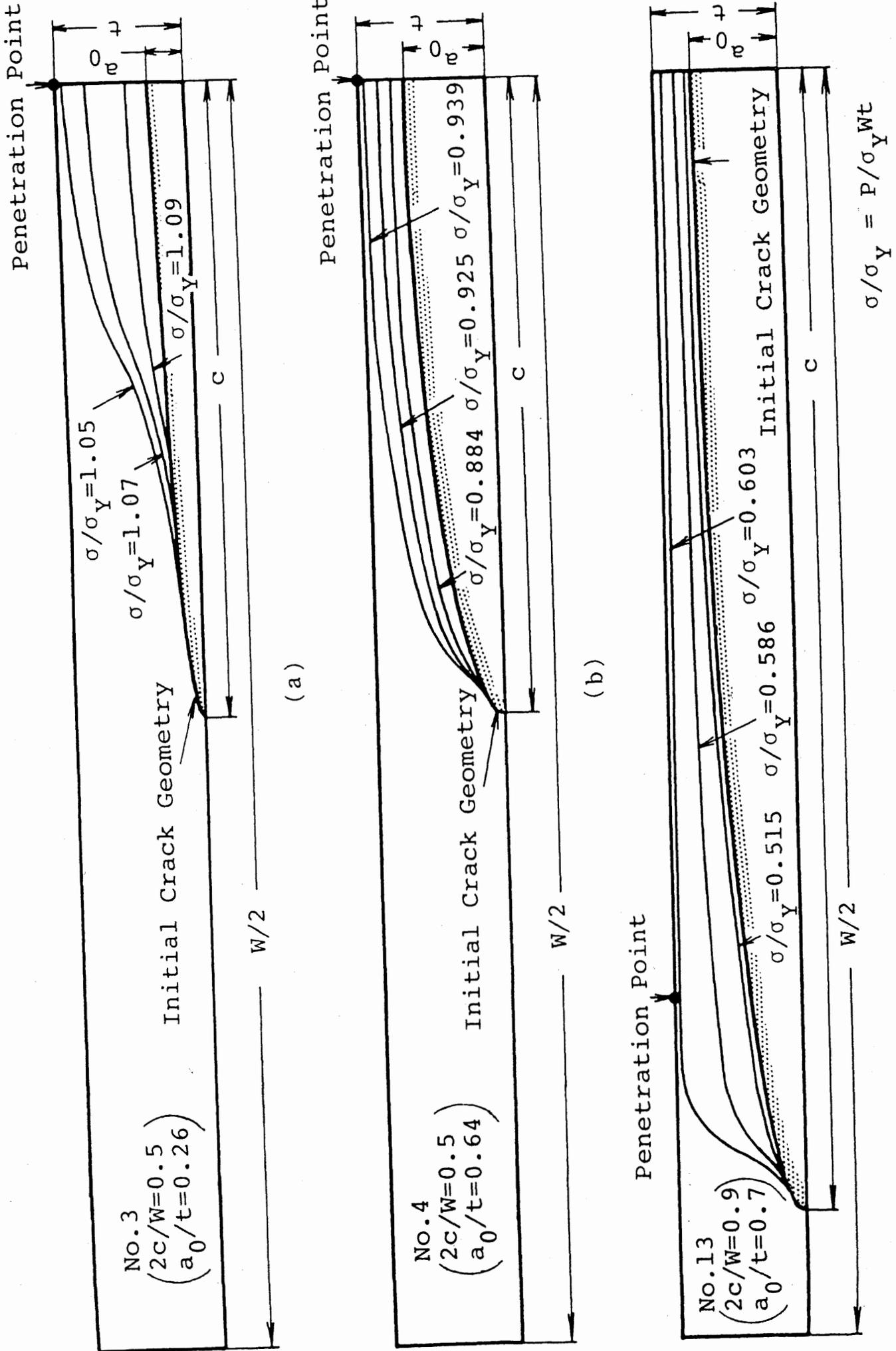


図5.8 き裂進展に伴う形状変化

材の荷重-変位曲線の概略図を図5.9に示す。図5.9中×印は表面き裂の貫通点を示し、●印は最大荷重点を示す。貫通後荷重がさらに上昇して最大荷重点に至るものをTypeA1とし、貫通後に最大荷重点を有するものをTypeA2とする。この二つをまとめてTypeAとする。TypeAは貫通後に最大荷重点を有する。

これに対して本論文で行なった解析ではTypeA（表5.1のNo.1,2,4,8,10,11,13,14）のほかに最大荷重点の後に貫通を生じる場合（表5.1のNo.3,5,6,7,9,12）が得られた。これをTypeBとし、荷重-変位曲線の概略図を図5.10に示す。

次に荷重制御型負荷のLBB成立条件を考える。不安定破壊は系のコンプライアンスの影響を受けるが、不安定破壊が最も発生しやすいのはコンプライアンスが無限大すなわち荷重制御型負荷の場合である。したがって、荷重制御型負荷の場合のLBB成立条件が最も安全側のLBB成立条件である。荷重制御型負荷の場合、最大荷重点の直後に不安定破壊が生じる。したがって、LBB成立条件は貫通後に最大荷重点を有することである。TypeA1は貫通後に最大荷重点を有しLBBは成立する。TypeA2も基本的にはTypeA1と同じでありLBBが成立するが、荷重のマージンが小さく、安全性はTypeA1より低い。TypeBは貫通前に最大荷重点を有し不安定破壊を生じるためLBBは成立しない。

ここでTypeAをLBB成立、TypeBをLBB不成立と呼ぶ。同一の材料・負荷形態・板厚の表面き裂材の場合、LBBの成立・不成立は初期き裂形状に依存すると考えられる。そこで、5.4の解析結果より、LBBの成立・不成立と初期き裂形状の関係を図5.11に示す。図5.11では、貫通前に最大荷重点を有するき裂(LBB不成立)を●印で示し、貫通後に最大荷重点を有するき裂(LBB成立)を○印で示す。縦軸にはき裂長さ $2c$ と板幅 W の比をとり、横軸には初期き裂面積 A_0 とき裂材断面積 A の比をとる。一点鎖線は中央き裂材(CCP)を示し、破線は与えられた $2c/W$ の値に対し $a_0 = t$ となる貫通表面き裂を示す。通常の表面き裂は破線の左側に存在する。二点鎖線は片側き裂材(SEN)を示す。LBBの成立するき裂と成立しないき裂の境界を実線で示す。図5.11より、 $2c/W$ が大で A_0/A が小さいき裂、すなわち浅くて長いき裂がLBBの成立しないき裂であることがわかる。図5.11中斜線部は、Kanninen[Kanninen78]らの条件を用いて求められるLBB成立範囲を示している。これについては5.5.2で述べる。

5.5.2 実断面応力基準条件の検討

図5.12には、表面き裂材および中央き裂材の、負荷応力とき裂面積の関係を示す。貫通前に最大荷重点を有する表面き裂(LBB不成立)に対しては、最大荷重点の負荷応力と初期き裂面積の関係を●印で示す。貫通後に最大荷重点を有する表面き裂(LBB成立)に対しては、貫通時の負荷応力と初期き裂面積の関係を○印で示す。また、三好ら[三好84b]による二次元中央き裂材(CCP)のき裂進展開始時の負荷応力と初期き裂面積の関係を△印で示し、最大荷重点の負荷応力とその時の

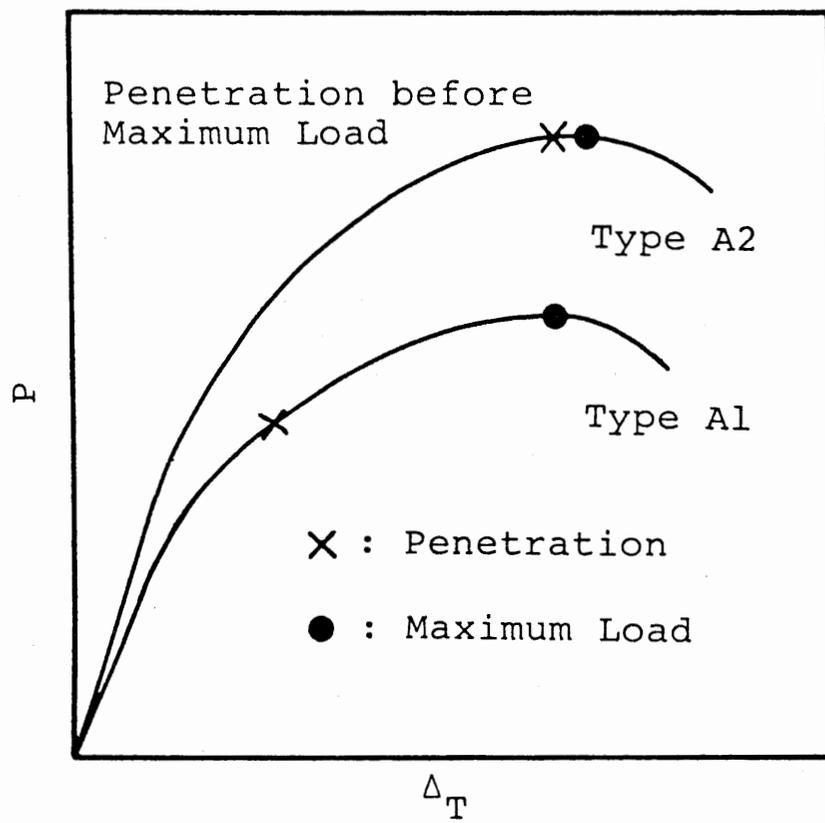


図5.9 Hasegawaらの実験で示されたき裂材の荷重-変位曲線 (TypeA1, TypeA2) の概略図

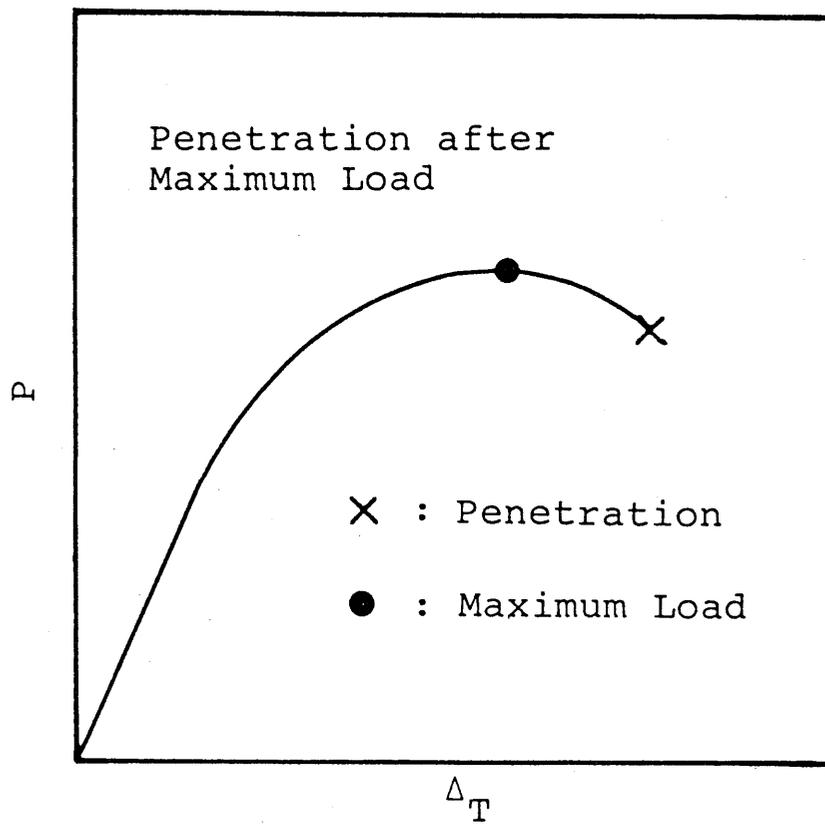


図5.10 本研究で得られたき裂材の
荷重-変位曲線 (TypeB) の概略図

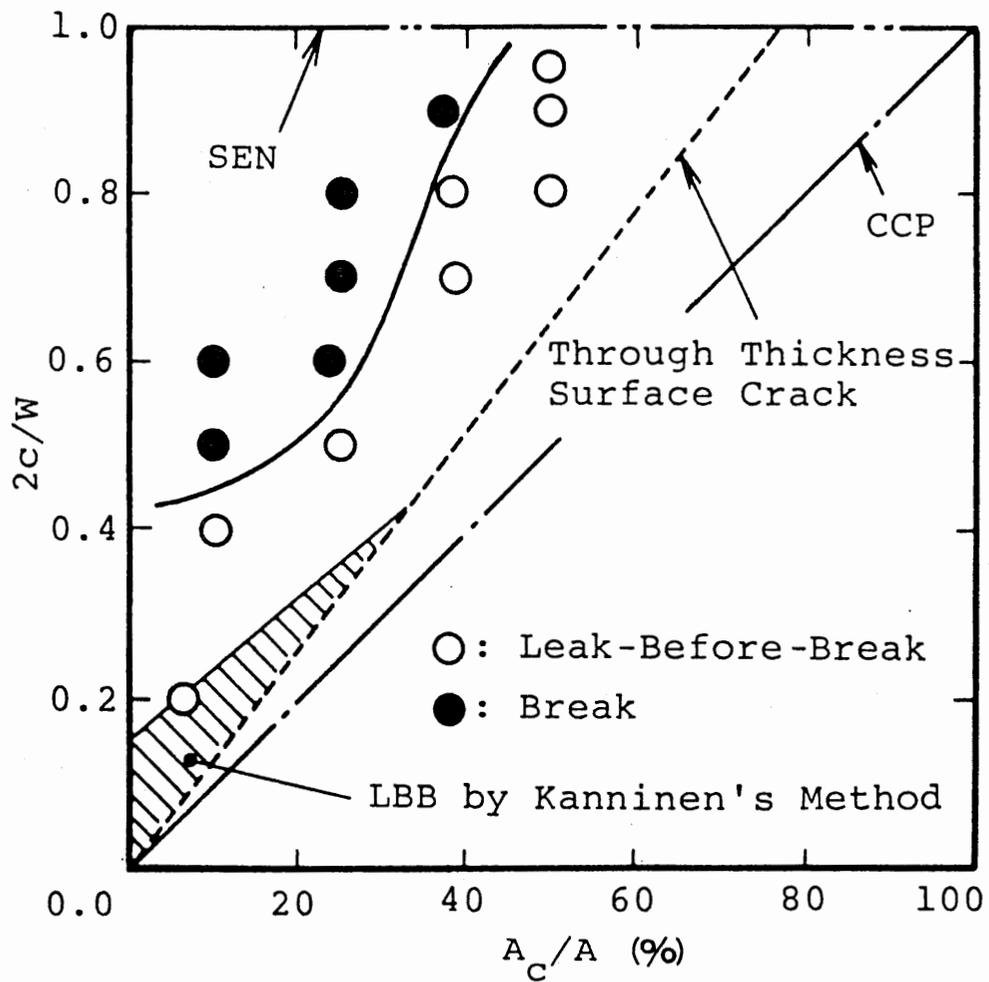


図5.11 LBBの成立・不成立と初期き裂形状の関係

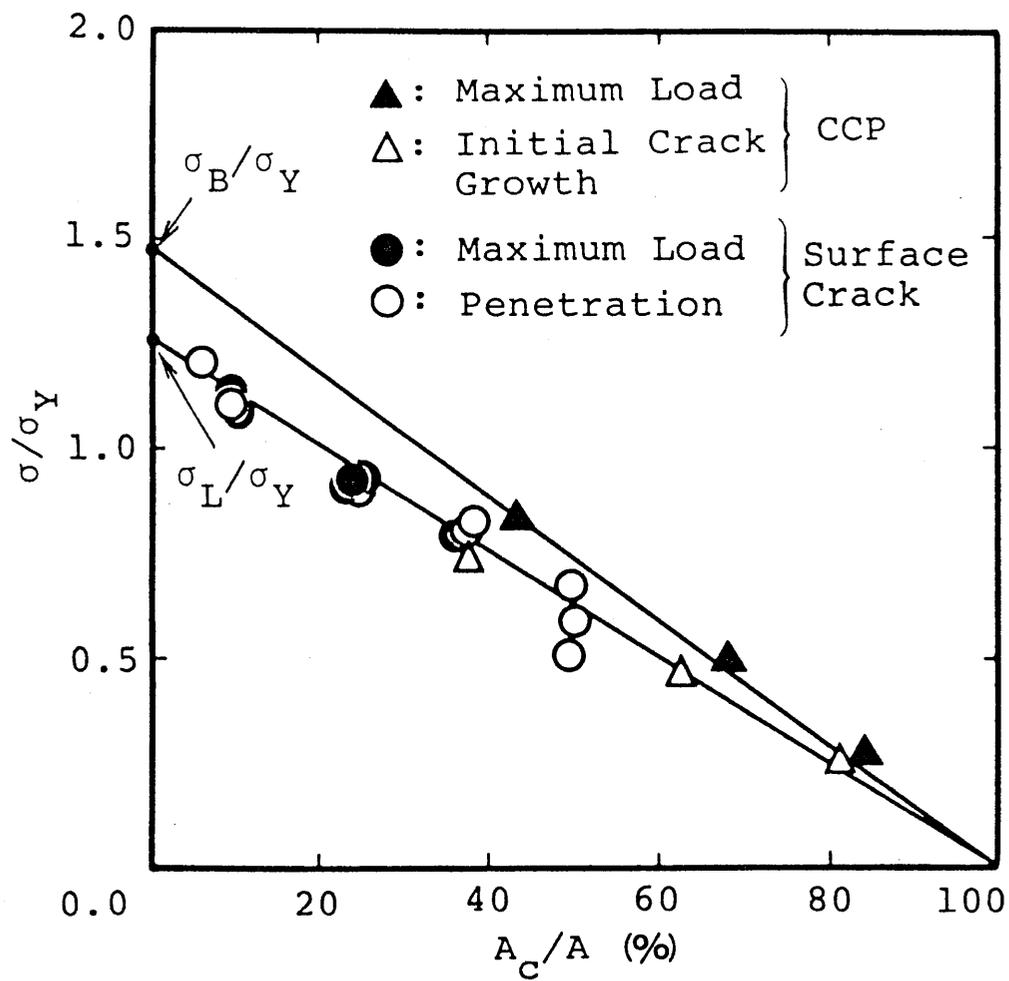


図5.12 表面き裂材・中央き裂材の
 負荷応力とき裂面積の関係

き裂面積の関係を▲印で示す。図5.12から、○、△、●印がほぼ一つの直線に乗ることがわかる。これは表面き裂の貫通時および最大荷重時の実断面応力がほぼ一定値であることを示している。また図5.12中▲印もほぼ一つの直線に乗っており、中央き裂材の最大荷重時の実断面応力もほぼ一定値をとることを示している。以上の結果は、SUS304鋼について、Kanninenら[Kanninen78]が行なった実験の結果とよく対応している。Kanninenらはさらに、表面き裂が貫通し中央き裂材になった後の中央き裂材としての最大荷重時の負荷応力と、その時のき裂面積の関係が一つの直線に乗ることを示している。

Kanninenらは、表面き裂材の荷重-変位曲線として図5.9のTypeAのみを考えており、表面き裂貫通時の実断面応力がほぼ一定値であることを示している。しかし、図5.10のTypeBについては言及していない。これに対し、本論文においては図5.11からLBBの成立・不成立が判定でき、さらに図5.12を利用して、LBB成立の場合は貫通荷重を、LBB不成立の場合は最大荷重を評価することが可能である。

次に図5.11の斜線部について考える。Kanninenらは、LBB成立条件を以下のように入えている。すなわち、表面き裂の貫通時の実断面応力 σ_L と初期き裂面積 A_c より貫通時の荷重 P_L を求める。次に貫通き裂（表面き裂貫通後の中央き裂）の最大荷重時における実断面応力 σ_B より、表面き裂と等しいき裂長さを有する貫通き裂の最大荷重 P_B を求める。 $P_L < P_B$ ならばLBBは成立すると考える。すなわち、Kanninenらの条件は式(5.6)のように表わされる。

$$\sigma_L(A - A_c) < \sigma_B(A - 2ct) \quad (5.6)$$

$A = Wt$ を用いると、式(5.7)が得られる。

$$\frac{2c}{W} < \left(1 - \frac{\sigma_L}{\sigma_B}\right) + \frac{\sigma_L A_c}{\sigma_B A} \quad (5.7)$$

図5.12で求められる σ_L 、 σ_B の値を用いて式(5.7)で表わされる範囲を示したのが図5.11の斜線部である。著者らが詳細解析により求めたLBB成立範囲に比較して、Kanninenらの条件により求まるLBB成立範囲は小さいことがわかる。

5.6 まとめ

本章では、き裂形状をパラメータとし、COA条件を用いてラインスプリング法により表面き裂の進展解析を行なった。き裂進展に伴うき裂形状変化、荷重制御型負荷の場合のLBB成立条件、および、実断面応力基準条件について検討し、以下の結論を得た。

(1) 表面き裂材の荷重-変位曲線は、初期き裂面積が等しければ、ほぼ等しい。

(2) 表面き裂材の荷重-変位曲線は、

(i) 貫通後に最大荷重点を有するもの (TypeA)

(ii) 貫通前に最大荷重点を有するもの (TypeB)

の2種類に分かれる。この場合、荷重制御型負荷においては、(i)についてはLBBは成立し、(ii)についてはLBBは成立しない。

(3) LBB判定図 (図5.11) を用いてLBBの成立・不成立が判定できる。さらに実断面応力基準条件 (図5.12) を用いて、LBBが成立する場合は貫通荷重を、LBBが成立しない場合は最大荷重を評価することができる。本論分で示したLBB成立範囲に比較して、Kanninenらの方法より求まるLBB成立範囲は小さい。

第 6 章 ラインスプリング法による 配管表面き裂の貫通解析

6章 ラインスプリング法による配管表面き裂の貫通解析

6.1 配管表面き裂のき裂進展解析

配管にき裂状の欠陥を想定する場合、安全性の判定基準としてLBBの考え方があある。配管におけるLBBの成否を明らかにするためには、き裂の進展挙動、貫通時の開口量などを解析する必要がある。

配管の周方向表面き裂のLBBに関する解析および実験は数多く行なわれているが、LBBを判定する手法としては大きく2種類に分けられる。すなわち、J積分、き裂開口角COAなどの破壊力学パラメータを用いてき裂進展解析を行なう方法と負荷応力をパラメータとして実断面応力基準条件を用いる方法である。前者については、簡易モデルを用いた貫通き裂に対するTada[Tada80]らの解析、有限要素法による解析として、貫通き裂に対する高橋・矢川[高橋85]の厚肉シェル要素を用いた解析がある。全面塑性解を用いた解析として、貫通き裂に対する矢川ら[矢川85b]の解析、GermanとKumarの解析[German83]、三次元表面き裂に関するYagawaらの解析[Yagawa85c]がある。後者に対してはKanninenら[Kanninen78]、Hasegawaら[Hasegawa83]、矢川ら[矢川84a]の研究がある。

実断面応力基準条件は、簡便で工学的に有用な条件であると考えられるが、有効性については破壊力学的手法を用いた詳細解析により検証を行なうことが必要である。三好ら[三好85a][三好85c]はラインスプリング法とCOA条件を用い、平板中の表面き裂の進展解析を実施し、実断面応力基準条件について検討を行なった。その結果、表面き裂の貫通荷重の評価に実断面応力基準条件が有効であることを述べた。その際、いくつかのき裂形状については、系が有限のコンプライアンスを有する場合に実断面応力基準条件だけでは不十分になることを示した。

本章においては、平板におけるき裂進展解析法を配管に適用するとともに、新たに貫通後の配管周方向へのき裂進展を解析する手法[三好86a]を示した。また、本手法を用いて配管表面き裂の進展解析を行なった結果についても述べる。

6.2 解析方法

6.2.1 配管のラインスプリング法

配管を表面き裂部とシェル部にわけ、シェル部には厚肉シェル要素、き裂部には2次のラインスプリング要素を用いる。図6.1に配管表面き裂に対するラインスプリング要素を示す。ラインスプリング要素は、1節点あたり変位 δ 、回転 θ の二自由度を有し、等価節点力は軸力 N と曲げモーメント M である。ラインスプリング要素、シェル要素ともに弾塑性変形を考慮している。ラインスプリング要素の剛性の評価にはコンプリメンタリエネルギー法を用いている。ラインスプリング法の定式化については5章で述べた。

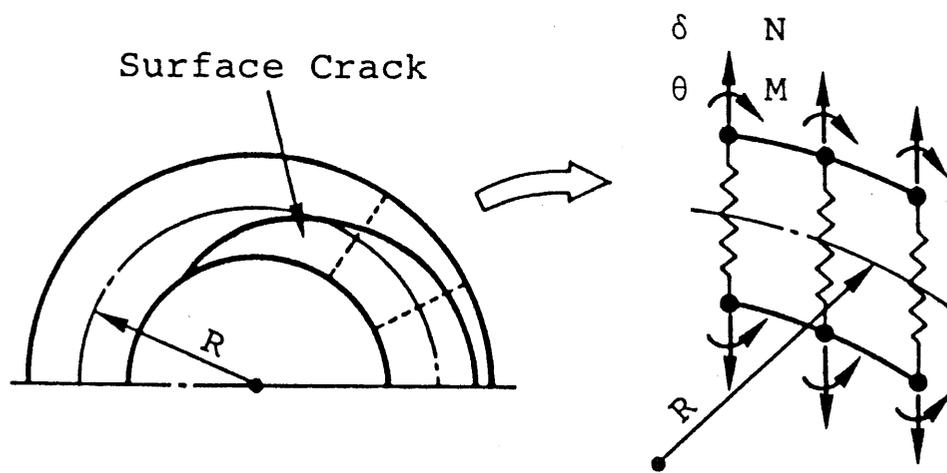


図6.1 配管表面き裂に対するラインスプリング要素

6. 2. 2 き裂進展解析

き裂の板厚方向への進展は、5章で示した方法により行なう。また、き裂の配管周方向への進展は、以下の手順により行なう。

①き裂進展解析は、荷重増分過程と破壊過程よりなる。荷重増分過程では、配管端部に強制変位を一定値づつ与えて解析を行なう。ある荷重増分過程において、き裂深さの最も深いラインスプリング要素に注目する。この要素の端節点におけるき裂開口角 COA とリガメント長さ b が式(6.1)を満足する時、周方向への破壊過程を行なう。

$$\begin{aligned} COA &\geq COA_c \\ b &\leq da \end{aligned} \quad (6.1)$$

ここで、 COA_c は限界き裂開口角、 da は1回あたりの板厚方向へのき裂進展量である。破壊過程では、配管端部の強制変位を一定として、端節点を含むラインスプリング要素のシェル側への2節点(中間節点と端節点)を解放し、き裂の周方向への進展を行なう。図6.2では、ラインスプリング要素Aの端節点jにおいて式(6.1)の条件が満たされたため、中間節点iと端節点jを解放し自由節点にする場合を示している。

②ラインスプリング要素のシェル側の節点を解放する場合

(i) 中間節点iと端節点jに対しラインスプリング要素からシェル要素に作用している軸力および曲げモーメント(N_i, M_i)、(N_j, M_j)を求める。

(ii) 節点i、jを含むラインスプリング要素の剛性マトリックスを零とする。さらに、シェル要素の節点i、jに外力として($-N_i, -M_i$)、($-N_j, -M_j$)を与えて解析を行なう。

①～②で示した周方向へのき裂進展を板厚方向へのき裂進展と合わせて、表面き裂の進展解析を行なう。

6. 3 解析した配管表面き裂

配管として大口径の炭素鋼配管を想定した。配管外形を D 、板厚を t 、長さを L とし、

$$D = 800\text{mm}, \quad t = 47\text{mm}, \quad L = 400\text{mm}$$

である。配管中央部内周に表面き裂が存在する。これを図6.3に示す。構成方程式はスウィフトの式、式(6.2)で与えた。材料定数を表6.1に示す。解析した表面き裂の仕様を表6.2に示す。対称性を利用して全体の1/4を解析した。表6.2のNo.1のき裂材に対する要素分割を図6.4に示す。外力として引張りの強制変位を配管端部に一定値づつ与えて解析を行なった。また、1回あたりのき裂進展量(板厚方向)を $da = 1\text{mm}$ とした。

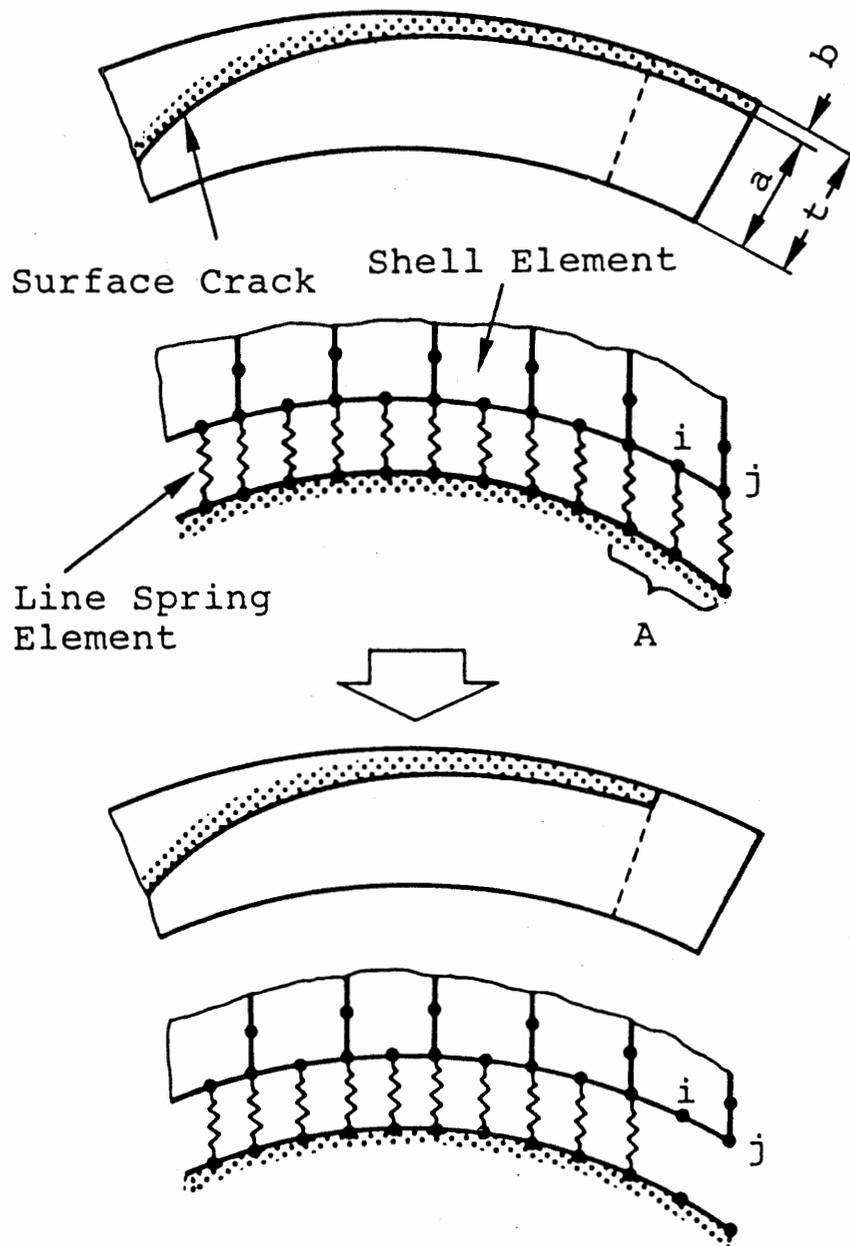


図6.2 ラインスプリング要素における配管周方向へのき裂進展方法

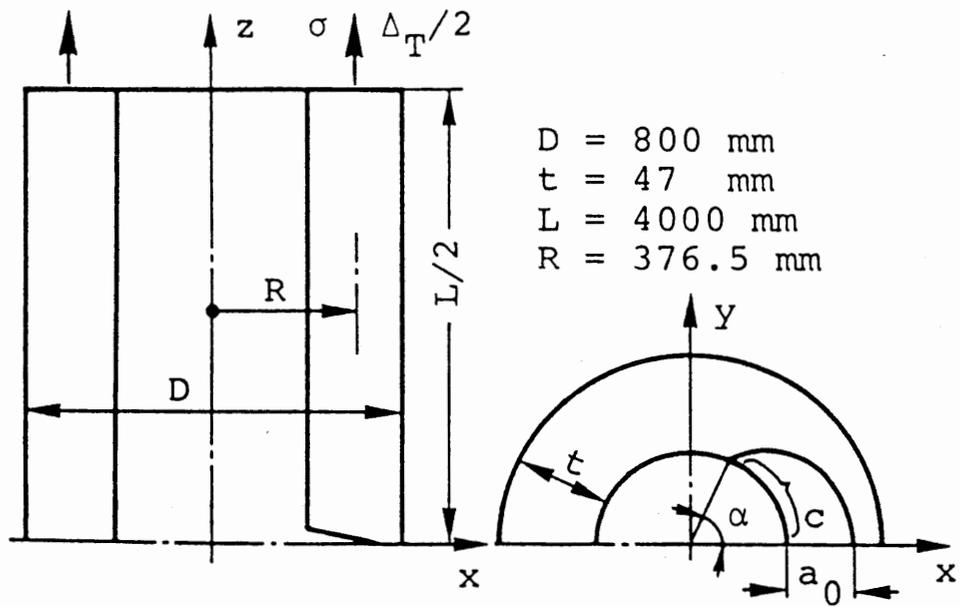


図6.3 配管中の表面き裂

表6.1 材料定数

Young's Modulus	E	206 GPa
Poisson's Ratio	ν	0.3
Yield Stress	σ_Y	431 MPa
n		9
α		1.67
J_{Ic}		0.2 MJ/m ²
COA_c		0.22 rad

表6.2 解析した表面き裂の仕様

No.	α/π	a_0/t	a_0/c
1	0.5	0.64	0.054
2	0.4	0.8	0.085

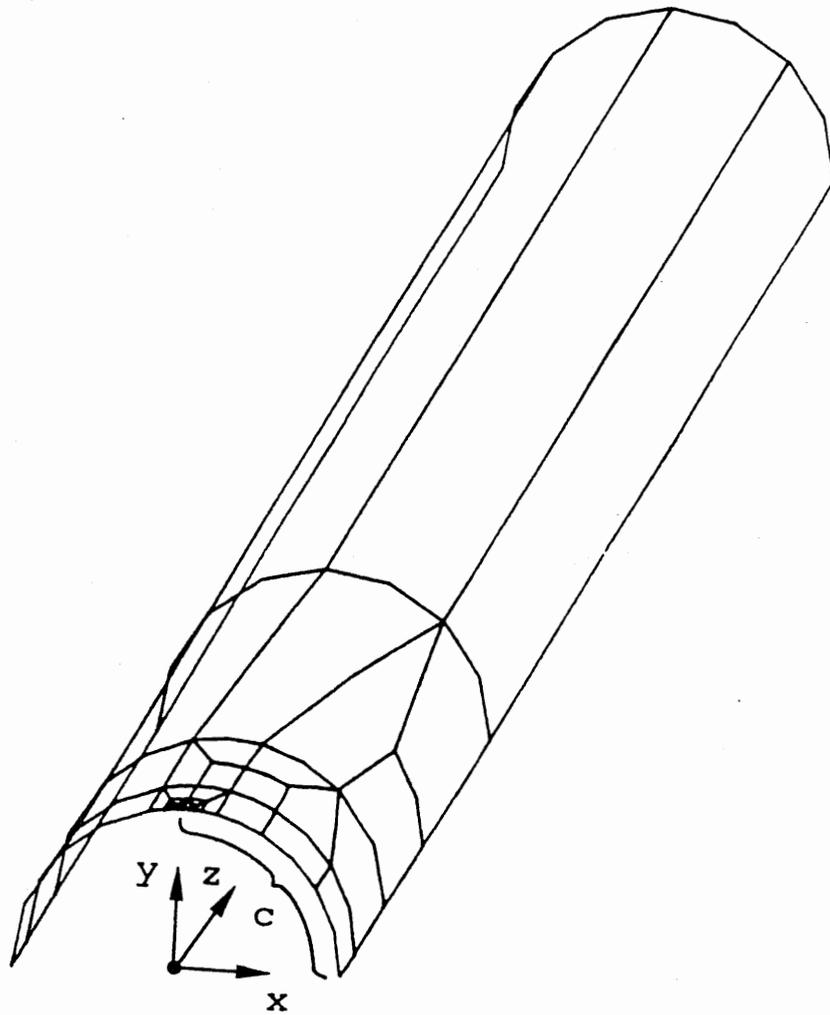


図6.4 表面き裂材の要素分割

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} && (\sigma \leq \sigma_Y) \\ \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} + \alpha \varepsilon_Y \left\{ \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^n - 1 \right\} && (\sigma \geq \sigma_Y) \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

6.4 解析結果と考察

表6.2のNo.1のき裂材の荷重-変位曲線を図6.5に示す。図6.5では、き裂進展開始後、き裂は板厚方向に安定に成長し、同時に荷重が上昇する。最大荷重点の直後に板厚方向へのき裂の不安定成長が生じ、荷重が低下して貫通に至る。その後変位の増加にともない、周方向への安定き裂成長が生じる。表6.2のNo.2のき裂材の荷重-変位曲線を図6.6に示す。図6.5の場合と同様き裂進展開始後荷重が上昇する。A点において板厚方向へ不安定にき裂が進展し、荷重低下と貫通が生じる。さらに変位が増加すると、周方向へのき裂進展とともに荷重が大きく上昇し、貫通前の最大荷重を越える。最も厳しい負荷形態である荷重制御型の負荷系においては、不安定破壊は最大荷重点で生じる。したがって、荷重制御型の負荷系においては、表6.2のNo.1のき裂はLBBが成立せず、No.2のき裂はLBBが成立する。図6.5、図6.6から、配管のLBBの成否を明らかにするには、貫通挙動だけでなく、貫通後の挙動についても解析する必要があることがわかる。図6.7は表6.2のNo.1のき裂材の、き裂進展にともなうき裂の形状変化を示す。負荷変位の増加とともに、き裂は次第に周方向に進展していく。

6.5 まとめ

本章では、ラインスプリング法とCOA条件を用いたき裂進展解析法を配管の表面き裂に適用するとともに、新たに周方向へのき裂進展解析法を示した。本手法を用いて、配管の周方向表面き裂の進展解析を行なった結果、以下の結論を得た。

(1) 配管の表面き裂には、貫通前に最大荷重点を有するものと、貫通後に最大荷重点を有するものがある。

(2) 荷重制御型負荷の場合、不安定破壊は最大荷重点で生じる。したがって、配管のLBBについて考えるためには、貫通挙動のみでなく、貫通後の挙動についても考慮する必要がある。

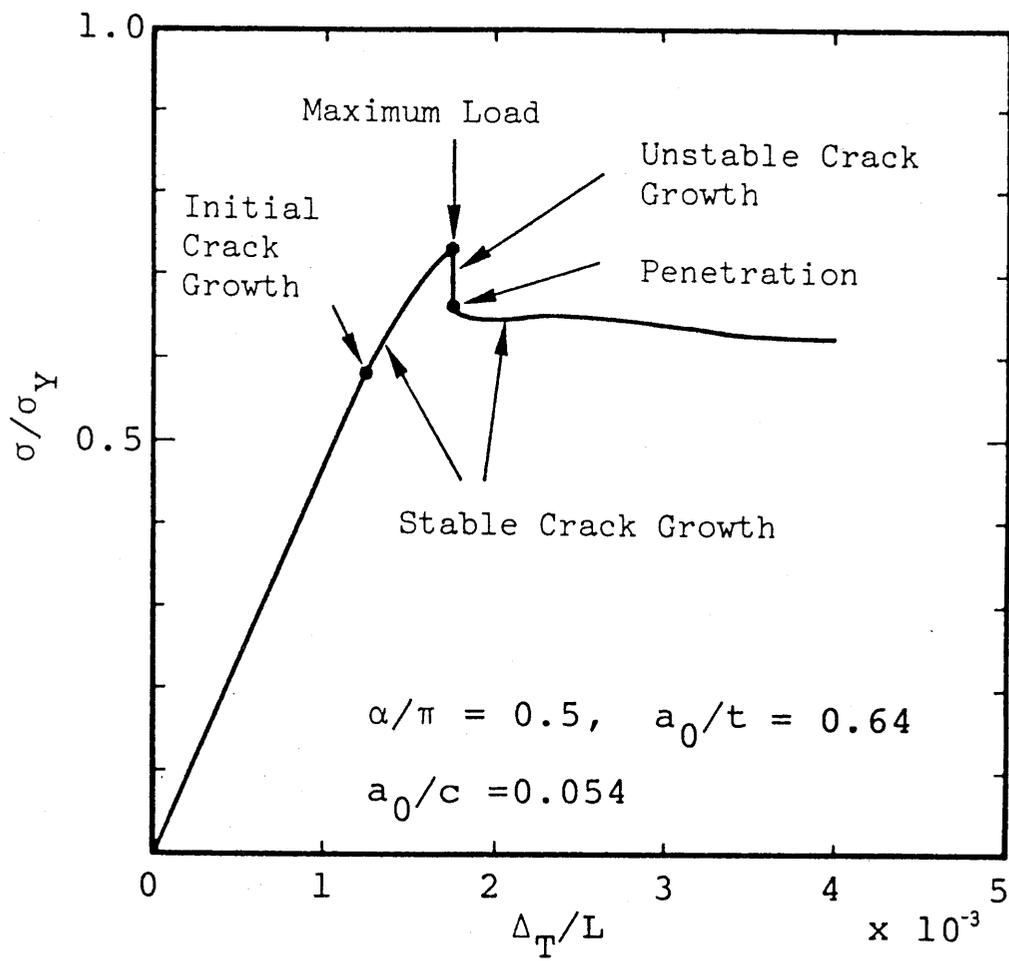


図6.5 配管表面き裂材の荷重-変位曲線

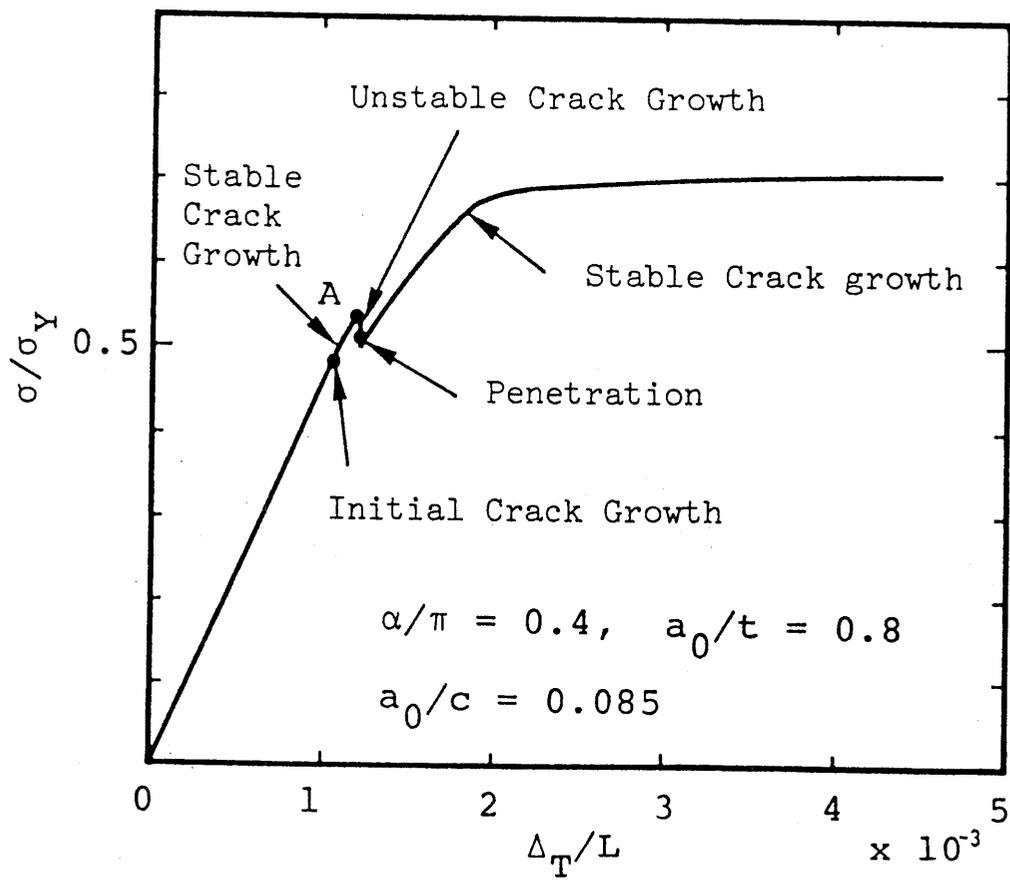


図6.6 配管表面き裂材の荷重-変位曲線

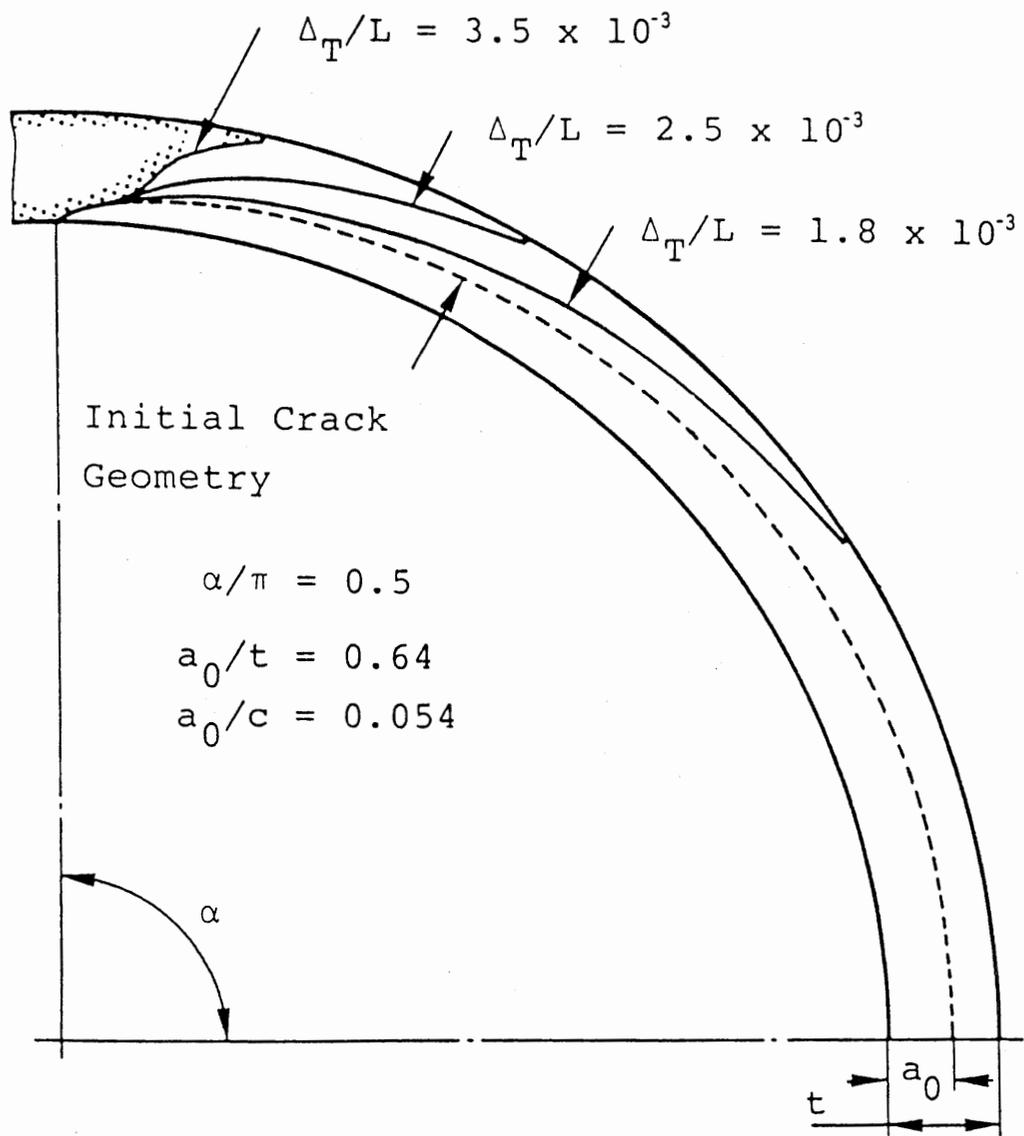


図6.7 き裂進展にともなうき裂形状の変化

第 7 章 スーパーコンピュータによる
三次元弾塑性有限要素解析と
J 積分評価

7章 スーパーコンピュータによる三次元弾塑性有限要素解析とJ積分評価

7.1 スーパーコンピュータによる三次元表面き裂の破壊力学パラメータ評価

三次元表面き裂における破壊力学パラメータの評価は主として数値解析により行なわれるが、三次元表面き裂は形状が複雑なため計算には多くの時間がかかる。特に、弾塑性解析、動的解析、き裂進展解析などは膨大な量の計算を必要とするため、従来の大型計算機では能力不足の感があった。しかるに、近年我が国でも一般的になってきたスーパーコンピュータは、従来形大型計算機の10~100倍の処理能力を有しており[村田85][加藤85]、これを用いて上記の問題を解析することが期待される。著者らは、スーパーコンピュータを三次元き裂問題に適用するため、有限要素法による三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dを開発した。本章ではFEM3Dにおける高速化の手法、計算速度および表面き裂問題への適用[三好86b][三好87a]について述べる。

7.2 スーパーコンピュータにおける高速化の手法

7.2.1 ベクトル計算機とスカラー計算機

スーパーコンピュータには大きく分けて、パイプライン方式のベクトル計算機と並列方式の平行計算機がある。本章においてはベクトル計算機HITACS-810/20を使用している。ベクトル計算機では、プログラム全体の実行ステップ数のうちD0ループの最内側部分がパイプライン処理(ベクトル処理)され、残りの部分が逐次処理(スカラー処理)される。ベクトル処理速度はスカラー処理速度を大きく上回る。スカラー処理速度に対するベクトル処理速度の比を加速率という。加速率はD0ループ長が長いほど大きい。また、プログラム全体の総ステップ数に対するベクトル処理可能な部分の実行ステップ数の割合をベクトル化率という。したがって、プログラムを高速化するためには、プログラム中に占める最内側D0ループの比率を増し、ベクトル化率を向上させる必要がある。さらにベクトル計算機はベクトル演算器を複数有しており、これを並列化して動作させることにより最高10~100倍程度の加速率を得ることが可能である。すなわちベクトル演算器の並列利用も高速化の重要な要因である[村田85]。

7.2.2 剛性マトリックスの作成

FEM3Dで使用する要素は20節点および15節点のアイソパラメトリック要素である。剛性マトリックスの作成における速度向上のポイントは、7.2.1で述べたように、

(a) 最内側D0ループの比率を増加する(D0ループ長を長くする)。

(b) D0ループ内の並列計算式の数を増す。

である。(a)、(b)を実現するためには、多次元配列の一次元配列への変更、

リストベクトルの使用などが有効である[村田85]。以下、20節点要素を例にとって要素剛性マトリックス作成における(a)、(b)の手法を示す。

まず要素剛性マトリックスは式(7.1)で与えられる。

$$[K_{ij}] = \int [B_i]^T [D] [B_j] dv \quad (7.1)$$

ここで、 $[K_{ij}]$ は 3×3 の部分剛性マトリックス、 $[B_i]$ は節点*i*に関する 6×3 のひずみ-変位マトリックスである。また、 $[D]$ は 6×6 の応力-ひずみマトリックスである。式(7.1)の積分はガウス積分を用いて式(7.2)のように表わされる。

$$[K_{ij}] = \sum_{l=1}^p \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^p [B_i(\xi_p, \eta_m, \zeta_n)]^T [D] [B_j(\xi_p, \eta_m, \zeta_n)] \det[J(\xi_p, \eta_m, \zeta_n)] H_l H_m H_n \quad (7.2)$$

ここに $\det [J]$ はヤコビの行列式、 H はガウス積分点における重みである。 p はたかだか3程度の値であり、式(7.2)をそのままプログラム化すれば、ベクトル計算機には不利な繰り返し数の少ないDOループが生じる。そこでガウス積分点と重みを式(7.3)のように定義し直せば式(7.4)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (\xi_k, \eta_k, \zeta_k) &= (\xi_p, \eta_m, \zeta_n) \\ W_k &= H_l H_m H_n \quad (1 \leq k \leq p^3) \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

$$[K_{ij}] = \sum_{k=1}^{p^3} [B_i(\xi_k, \eta_k, \zeta_k)] [D] [B_j(\xi_k, \eta_k, \zeta_k)] \det[J(\xi_k, \eta_k, \zeta_k)] W_k \quad (7.4)$$

すなわち、積分に関するDOループが三重ループから一重ループになり、ループ長も増加する。本章では20節点要素には14積分点($p=3$) [Irons71]を、15節点要素には12積分点 [Zienkiewicz81]を用いている。さらに、式(7.4)をプログラミングする場合、 i 、 j に関するDOループが必要になる。対称性を利用して剛性マトリックスの上三角部分のみを作成するとすれば、 i 、 j に関するDOループは以下のようなDOループとなる。ただし、 $K(I, J)$ は $[K_{ij}]$ の成分を表わし $C(I)$ 、 $E(J)$ は $[B_i]$ 、 $[B_j]$ の成分を表わす。また、 F はその他の係数を表わす。

```
DO 10 I=1, 20
  DO 10 J=1, I
    K(I, J)=F*C(I)*E(J)+...
```

10 CONTINUE

ここで $K(I, J)$ を一次元配列に直しリストベクトル [小国86] $L1(N)$, $L2(N)$ を利用すれば、二重ループは一重ループにすることができる。すなわち、

```
DO 10 N=1, 210
    K(N)=F*C(L1(N))*E(L2(N))+...
10 CONTINUE
```

ただし $L1(N)$, $L2(N)$ は表7.1のように与える。表7.1は図7.1(a)に示すように、要素剛性マトリックスを列方向に参照する方式である。実際には、図7.1(a)の方式のように同じ番地を何回も参照すると、演算速度が低下するといわれている [小国86]。そこで本章では、図7.1(b)に示す対角線方向の参照方式を用いている。また、一重ループの中では、 $[K_{ij}]$ の9個の成分を同時に計算している。要素剛性マトリックスを作成する場合においても同様の関係を利用することができる。

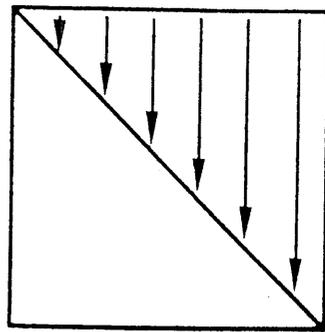
7.2.3 剛性方程式の解法

スーパーコンピュータは主メモリが数10MB~1GB程度あり、三次元問題でも2000~3000節点の大規模計算が主メモリ内で実行可能である。そこで剛性方程式の解法 (ソルバ) としては、外部記憶装置を用いない解法 (インコアソルバ) が有力と考える。ソルバとしてはスカイライン法、PCG法などが考えられる。スカイライン法は、アルゴリズムの主要部がベクトル計算機に適している点、メモリ効率が良い点が優れている。PCG法の有効性についての報告も数多くある [戸川85][村田86]が、剛性マトリックスの扱いなどに多少技巧を要する。本章ではより汎用的なスカイライン法を採用した。スカイライン法の三角分解 ($[L][D][L]^T$ 分解) のアルゴリズムを式(7.5)に示す。 $[L]$ は下三角行列、 $[D]$ は対角行列である。

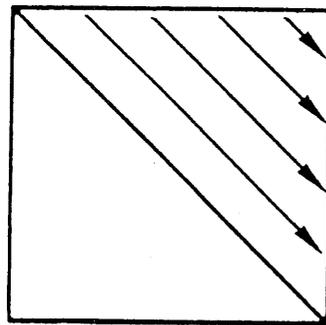
$$\left. \begin{aligned}
 [A]\{x\} &= \{b\} \\
 [A] &= [L][D][L]^T \\
 d_{ii} &= a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2 d_{kk} \quad (1 \leq i \leq n) \\
 l_{ij} &= (a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} l_{jk} d_{kk}) / d_{jj} \\
 l_{ii} &= 1 \quad (1 \leq i \leq n, j < i)
 \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

表7.1 リストベクトル

N	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ... 210
L1(N)	1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 ... 20
L2(N)	1 1 2 1 2 3 1 2 3 4 ... 20



(a)



(b)

図7.1 要素剛性マトリックスを格納する配列の番地の参照方法

式(7.5)の第3、4式の Σ の部分は内積計算である。スカイライン法ではこの部分の計算量が最も多いが、この部分はベクトル化され高速で処理される。三角分解の後、前進代入および後退代入(式(7.6)、(7.7)を解くこと)を行なう。前進代入、後退代入はともにベクトル化される。

$$[L]\{z\} = \{b\} \quad (7.6)$$

$$[D][L]^T\{x\} = \{z\} \quad (7.7)$$

7.3 計算速度

FEM3Dの計算速度について検討するため、数例の計算を行なった。問題は図7.2に示す直方体の一様引張りとした。ヤング係数 $E = 206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ である。図中 l 、 m 、 n は x 、 y 、 z 方向の分割数を表わす。要素は20節点要素を用いた。計算はスカラ処理(ベクトル処理なし)およびベクトル処理(スカラ処理+ベクトル処理)で行なった。表7.2に要素数、節点数と計算時間、ベクトル化率などの関係を示す。表7.2中 VPUはベクトル処理時間、CPUは全計算時間を表わす。また α は加速率、 P_t は推定ベクトル化率であり式(7.8)で計算される。

$$\left. \begin{aligned} P_t &= \frac{S \times \alpha \times 100}{100 + S \times (\alpha - 1)} \\ S &= \frac{VPU}{CPU} \times 100 \\ \alpha &= \frac{\text{Scalar CPU}}{\text{Vector CPU}} \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

式(7.8)中 S をVPU利用率という。表7.2では節点数が1000以上の場合、ベクトル化率が90%を越えている。一般にベクトル化率が90%になって始めて計算速度の大幅な向上が望めることが知られている[村田85]。表7.2から、FEM3Dでは大規模な計算ほど高速性が発揮されることがわかる。また3132節点の場合と2327節点の場合を比較すると、計算時間はほぼ等しい。これは、前者のスカイライン幅が後者のスカイライン幅よりも狭く、ソルバでの計算量が少ないためと考えられる。しかし、ベクトル化率は2327節点の場合のほうが高い。これはスカイライン幅が広いほうが、三角分解(式(7.5))における最内側D0ループのループ長が長いためである。すなわち、汎用機では不利な条件(スカイライン幅大)でもベクトル計

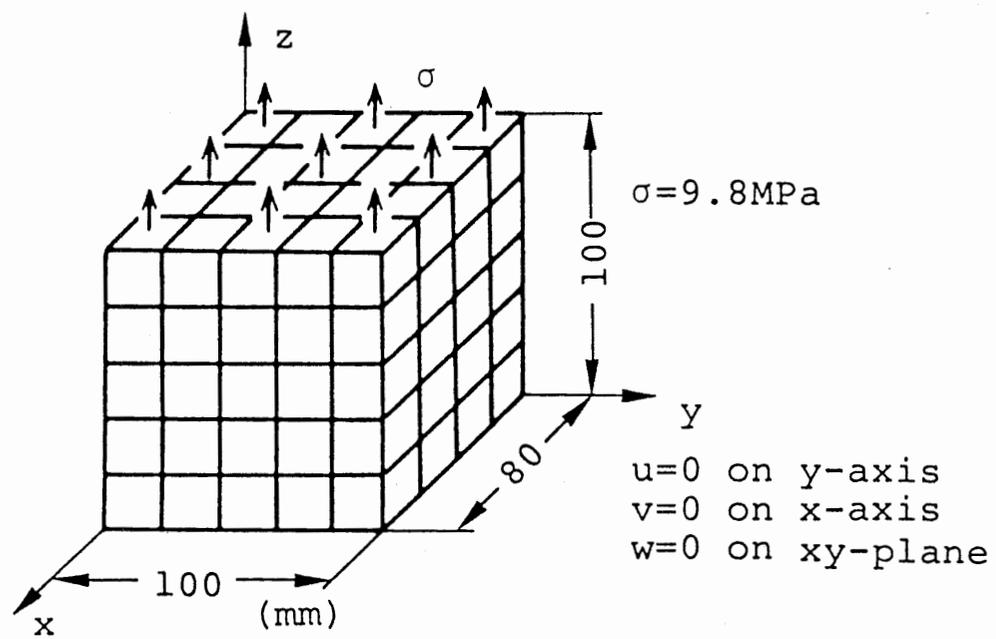


図7.2 直方体の一様引張り

表7.2 要素数、節点数と計算時間、ベクトル化率

Elements	Nodes	Vector CPU(VPU)(s)	Scalar CPU (s)	α	VPU/CPU	P_t	ℓ, m, n
100	624	4.50(2.17)	30.3	6.72	0.482	86.2	4,5,5
180	1043	11.0(6.33)	94.3	8.61	0.578	92.2	5,6,6
270	1508	16.5(9.83)	144	8.71	0.594	92.7	5,6,9
432	2317	32.5(20.7)	306	9.41	0.637	94.3	6,6,12
575	3132	32.1(19.6)	252	7.85	0.610	92.5	5,5,23

算機の適合性は良い（ベクトル化率は高い）ことがわかる。

7. 4 三次元表面き裂の弾性解析

図7.3に示す、一様な引張りを受ける三次元表面き裂の弾性解析を行なった。き裂材の板幅を w 、長さを L 、板厚を t とする。表面き裂は半だ円形とし、き裂深さを a 、き裂長さを $2c$ とすれば、

$$\begin{aligned} a/t &= 0.25, & a/c &= 0.33 \\ 2c/W &= 0.2, & W = L &= 52.5\text{mm} \end{aligned}$$

である。ヤング係数 $E = 193\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。対称性を利用して全体の1/4の部分解析した。要素分割図を図7.4に示す。き裂前縁にはBarsoumの特異要素[Barsoum76]を用いた。節点数は970、要素数は190である。計算時間は11s (VPU7s)であった。汎用機用のプログラムと従来形大型計算機HITAC M-280Hを用いた計算では約3分を要したので、計算速度は約16倍である。特異要素内の2節点の変位を用いて、二点変位法[Blackburn77]により応力拡大係数を求めた。き裂前縁における応力拡大係数の分布を図7.5に示す。FEM3Dによる結果は、Newmanら[Newman81]の補間式による値と良く一致している。

7. 5 弾塑性解析への展開

7. 5. 1 弾塑性解析法

弾塑性解析は以下の条件のもとに行なう。

微小変形

ひずみ増分理論

ミーゼスの降伏条件

増分解析の方法としては、三つの方法が考えられる[三好76]。すなわち、

- (1) 初期応力法
- (2) 初期ひずみ法
- (3) 接線剛性法

このうち多く用いられているのは、初期応力法と接線剛性法である。初期応力法は、塑性の効果を見かけの等価節点力に置き換え、反復計算を用いて増分解析を求める方法である。反復計算に修正ニュートン・ラブソン法を採用する場合、全体剛性マトリックスには弾性の剛性マトリックスを用いる。すなわち、全体剛性マトリックスの作成は1度行なうのみで良い。また、剛性方程式の解法として三角分解を用いるならば、全体剛性マトリックスは不変であるから三角分解は一度行なうのみで良く、以降の増分解析において剛性方程式を解く場合、前進代入と後退代入のみ行なえばよい。

FEM3Dによる三次元弾性解析では、剛性方程式の解法に三角分解を用いている。

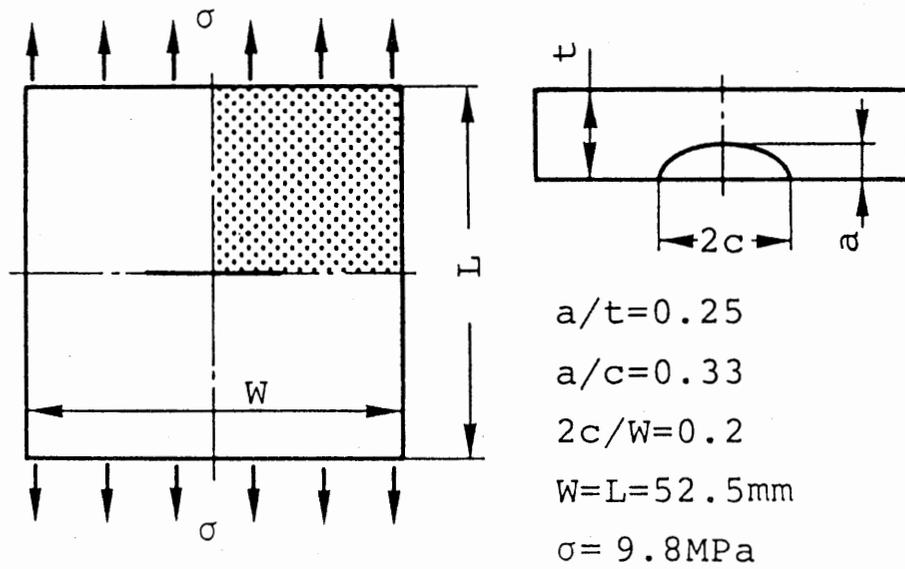


図7.3 一様な引張りを受ける三次元表面き裂

190 Elements
970 Nodes

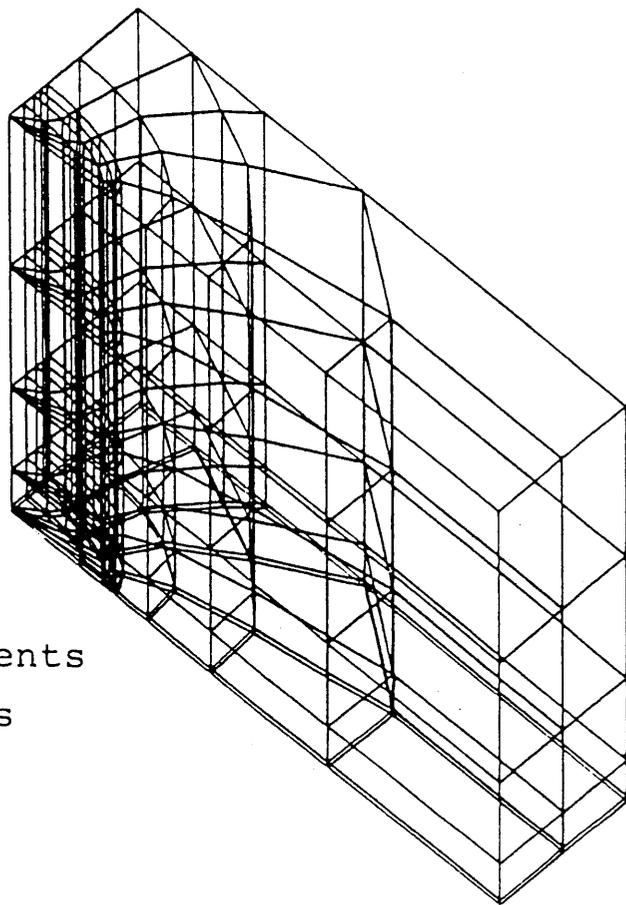


図7.4 三次元表面き裂の要素分割図

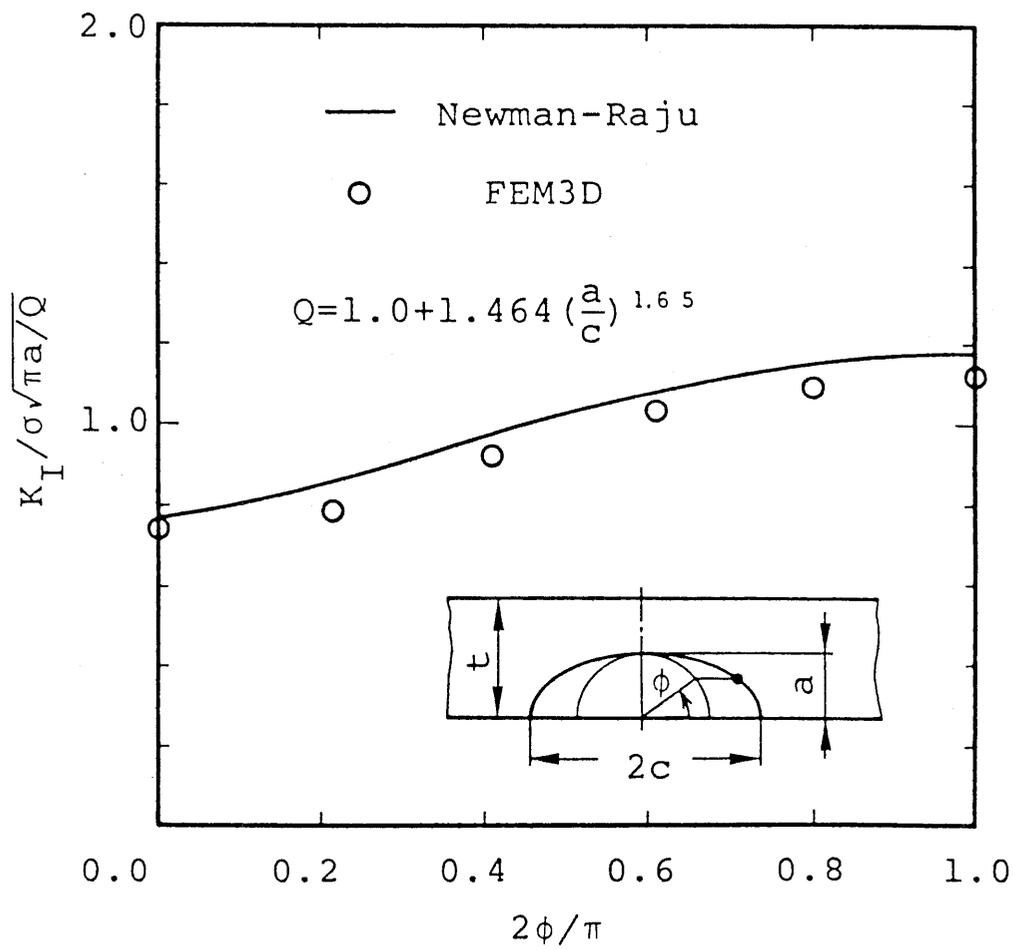


図7.5 き裂前縁における応力拡大係数の分布

この場合、三角分解が全体のCPU時間に占める割合は約70%である。したがって、初期応力法を用いれば少ない計算時間で増分解が得られる可能性がある。しかし、除荷のように荷重-変位曲線の傾きが急変する場合、あるいは、荷重-変位曲線の傾きが小さい場合、初期応力法は収束し難いという欠点を有する。これに対し、接線剛性法に属するMarcalの方法[三好76]は弾塑性の全体剛性マトリックスを用い、反復計算によって増分解を求める。Marcalの方法では、反復計算のたびに弾塑性の剛性マトリックスの作成と剛性方程式の求解が必要である。したがって、初期応力法に比較して計算時間の点で不利になる可能性がある。しかし、除荷に対しても比較的安定であること、荷重-変位曲線の傾きが小さい時も収束性には問題ないと考えられることより本章ではMarcalの方法を採用した。

7.5.2 接線剛性法における高速化の手法

接線剛性法では、弾塑性問題を区分的線形問題に置き換えて解を求める。すなわち、計算のアルゴリズムは弾性解析の場合と大差なく、弾性解析における高速化の手法がそのまま適用される。この場合、計算は、

(1) 剛性マトリックスの作成

(2) 剛性方程式の解法

の二つに大きく分かれる。(1)の剛性マトリックスの作成における高速化の手法については7.2.2で述べた。(2)の剛性方程式の解法については、本章で新たに、スーパーコンピュータの並列処理機能を利用したパラレルスカイライン法を開発した。

7.6 パラレルスカイライン法

7.6.1 パラレルスカイライン法

一般に、スーパーコンピュータは複数のベクトル演算器を有している[村田85]。パラレルスカイライン法は、スカイライン法において複数のベクトル演算器を並列に動作させることにより、より速い計算速度を得ようとするものである。

有限要素法の全体剛性マトリックスは一般に正値対称であり、 $[L][D][L]^T$ 分解を行なうことができる。また、全体剛性マトリックスのスカイラインの並びは、図7.6のように与えられる。すなわち、節点あたりの自由度が m ならば、スカイラインの中の一つの帯幅は m である。ここでは三次元の場合を考えているので $m=3$ である。分解すべきマトリックスを $[A]$ とすれば、スカイライン法の三角分解のアルゴリズムは式(7.5)で与えられる。式(7.5)中、 $[L]$ は下三角行列、 $[D]$ は対角行列である。三次元構造解析においては、節点 r と節点 s に関する全体剛性マトリックスの成分は $3 \times 3 = 9$ 個ある。これを図7.6に網印で示す。ただし、 $r < s$ とする。そこで、これ以降は、全体剛性マトリックスを3行(3列)ずつブロックに分け考えることにする。今、 s 行ブロックの $(r-1)$ 列ブロックま

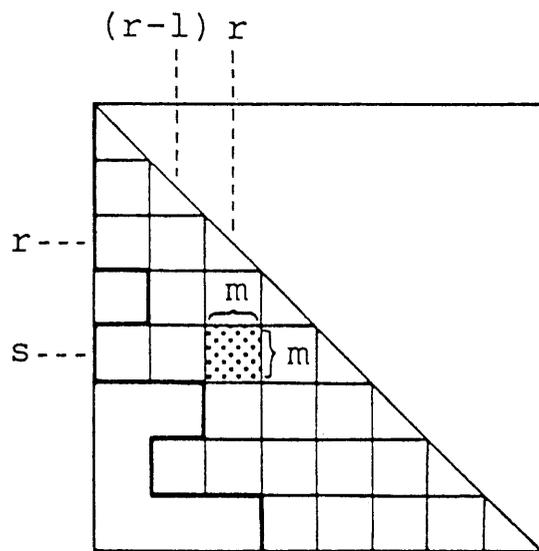


図7.6 全体剛性マトリックスのスカイラインの並び

での三角分解が終了しているものとする。この時 s 行ブロック、 r 列ブロックの 9 個の係数を式 (7.5) を用いて三角分解することができる。すなわち、図 7.1 の網印の部分剛性マトリックス (3×3) の行を s_1 、 s_2 、 s_3 で、列を r_1 、 r_2 、 r_3 で表わせば、式 (7.9) となり、式 (7.5) と式 (7.9) より式 (7.10) が得られる。式 (7.10) では Σ の計算 (内積計算) が $k=1$ から (r_1-1) まで行なわれる。この計算は、プログラムでは最内側 DO ループとなる。そこで 9 個の Σ の計算を並列にベクトル処理することができる。対角項については、式 (7.5) と式 (7.9) より式 (7.11) が得られる。

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= 3s-2, s_2 = 3s-1, s_3 = 3s \\ r_1 &= 3r-2, r_2 = 3r-1, r_3 = 3r \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

$$l_{s_1 r_1} = (a_{s_1 r_1} - \sum_{k=1}^{r_1-1} l_{s_1 k} l_{r_1 k} d_{kk}) / d_{r_1 r_1}$$

$$l_{s_2 r_1} = (a_{s_2 r_1} - \sum_{k=1}^{r_1-1} l_{s_2 k} l_{r_1 k} d_{kk}) / d_{r_1 r_1}$$

$$l_{s_3 r_1} = (a_{s_3 r_1} - \sum_{k=1}^{r_1-1} l_{s_3 k} l_{r_1 k} d_{kk}) / d_{r_1 r_1}$$

$$l_{s_1 r_2} = (a_{s_1 r_2} - \sum_{k=1}^{r_1-1} l_{s_1 k} l_{r_2 k} d_{kk} - l_{s_1 r_1} l_{r_2 r_1} d_{r_1 r_1}) / d_{r_2 r_2}$$

$$l_{s_2 r_2} = (a_{s_2 r_2} - \sum_{k=1}^{r_1-1} l_{s_2 k} l_{r_2 k} d_{kk} - l_{s_2 r_1} l_{r_2 r_1} d_{r_1 r_1}) / d_{r_2 r_2}$$

$$l_{s_3 r_2} = (a_{s_3 r_2} - \sum_{k=1}^{r_1-1} l_{s_3 k} l_{r_2 k} d_{kk} - l_{s_3 r_1} l_{r_2 r_1} d_{r_1 r_1}) / d_{r_2 r_2}$$

$$l_{s_1 r_3} = (a_{s_1 r_3} - \sum_{k=1}^{r_1-1} l_{s_1 k} l_{r_3 k} d_{kk} - l_{s_1 r_1} l_{r_3 r_1} d_{r_1 r_1} - l_{s_1 r_2} l_{r_3 r_2} d_{r_2 r_2}) / d_{r_3 r_3}$$

$$\left. \begin{aligned}
 l_{s2r3} &= (a_{s2r3} - \sum_{k=1}^{r1-1} l_{s2k} l_{r3k} d_{kk} - l_{s2r1} l_{r3r1} d_{r1r1} - l_{s2r2} l_{r3r2} d_{r2r2}) / d_{r3r3} \\
 l_{s3r3} &= (a_{s3r3} - \sum_{k=1}^{r1-1} l_{s3k} l_{r3k} d_{kk} - l_{s3r1} l_{r3r1} d_{r1r1} - l_{s3r2} l_{r3r2} d_{r2r2}) / d_{r3r3}
 \end{aligned} \right\} (7.10)$$

この場合は、式(7.5)の Σ の計算は $k=1$ から $(s1-1)$ まで行なわれる。この計算も最内側D0ループとなる。すなわち、3個の Σ の計算は並列にベクトル処

$$\left. \begin{aligned}
 d_{s1s1} &= a_{s1s1} - \sum_{k=1}^{s1-1} l_{s1k}^2 d_{kk} \\
 d_{s2s2} &= a_{s2s2} - \sum_{k=1}^{s1-1} l_{s2k}^2 d_{kk} - l_{s2s1}^2 d_{s1s1} \\
 d_{s3s3} &= a_{s3s3} - \sum_{k=1}^{s1-1} l_{s3k}^2 d_{kk} - l_{s3s1}^2 d_{s1s1} - l_{s3s2}^2 d_{s2s2}
 \end{aligned} \right\} (7.11)$$

理することができる。以上のアルゴリズムにより、9個の係数 l_{s1r1} 、 l_{s2r1} 、 l_{s3r1} 、 l_{s1r2} 、 l_{s2r2} 、 l_{s3r2} 、 l_{s1r3} 、 l_{s2r3} 、 l_{s3r3} を同時に三角分解することができる。

三角分解の式(7.5)の第3項は、プログラムでは三重D0ループとなる。上記のアルゴリズムを用いると、最内側D0ループのループ長はほとんど変化しないが外側D0ループのループ長はそれぞれ式(7.5)の場合の $1/3$ になる。以上に述べた計算方法は、節点(自由度 m)に関する m^2 個の係数を単位として考え、並列処理を行なっていることからパラレルスカイライン法と呼ぶことにする。前進代入・後退代入の計算も同様の考え方で並列処理を行なうことができる。

7.6.2 計算速度

パラレルスカイライン法を用いたFEM3Dの計算速度について検討するため、図7.2に示す直方体の一様引張りの解析を行なった。ヤング係数 $E=206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ とした。図中 l 、 m 、 n は x 、 y 、 z 方向の分割数を示す。要素は20節点アイソパラメトリック要素を用いた。計算はHITAC S-810/20を用いて行ない、結果を表7.3に示す。表7.3には通常のスカイライン法による結果も示す。表7.3より、パラレルスカイライン法ではスカイライン法よりVPU TIMEが減少していることがわかる。これはベクトル演算器の並列利用の効果と考えられる。また計算速度の上昇率(CPU時間の比)は、 l 、 m 、 n のほぼ等しい場合(バンド

表7.3 要素数、節点数と計算時間、ベクトル化率

Element	Node	Skyline Method CPU (VPU) (s)	Parallel Skyline Method CPU (VPU) (s)	Ratio of CPU	l, m, n
100	624	4.5 (2.2)	3.1 (1.3)	1.45	4, 5, 5
180	1043	11.0 (6.3)	7.4 (3.7)	1.49	5, 6, 6
270	1508	16.5 (9.8)	12.2 (5.8)	1.35	5, 6, 9
432	2317	32.5 (20.7)	24.7 (12.3)	1.32	6, 6, 12
575	3132	32.1 (19.6)	30.8 (12.7)	1.04	5, 5, 23

幅の広い場合)に大きく、 l 、 m 、 n の比が大きい場合(バンド幅の狭い場合)には小さい。

パラレルスカイライン法は三行三列同時分解[斉藤87]とも呼ばれている。現在、スーパーコンピュータメーカーでは、ユーザからの要望により、スーパーコンピュータ用の高速数値計算ライブラリを開発している。日立製作所ソフトウェア開発本部の長谷川らはスーパーコンピュータHITAC SシリーズおよびMシリーズで稼働するHAP/SSS E2およびMATRIX/M/SSS E2における高速スカイラインソルバとして α 行1列スカイライン法を開発している。長谷川ら[長谷川93]は、構造解析における三行三列のマトリックスを要素とする行列の場合、パラレルスカイライン法は α 行1列スカイライン法よりも高速であり計算機の利用効率が最も高いことを示している。

7.7 三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価

7.7.1 J積分の評価法

三次元表面き裂のJ積分の評価法として仮想き裂進展法[矢川85a]を用いた。き裂先端を囲む複数個の要素を仮想的に変形させる時の、全ポテンシャルエネルギーの変化量を δU 、き裂面積の変化量を δA とおくと、J積分は式(7.12)で与えられる。非線形弾性体に対して式(7.12)は式(7.13)のように表わされる。ここで、 W はひずみエネルギー密度で、式(7.14)で与えられる。また、 $[J]$ はヤコ

$$J = -\frac{\delta U}{\delta A} \quad (7.12)$$

$$J = -\frac{1}{\delta A} \sum_v \int (W \delta \det[J] + \{\sigma\} [\delta B] \{u\} \det[J]) d\xi d\eta d\zeta \quad (7.13)$$

$$W = \int (\sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{zx} d\gamma_{zx}) \quad (7.14)$$

ビの行列、 $[B]$ は変位-ひずみマトリックス、 $\{\sigma\}$ は応力ベクトル、 $\{u\}$ は変位ベクトルである。 Σ は変形する要素について行なう。 δ は座標変化に伴う変化量であることを示す。要素の変形方法を図7.7に示す。

7.7.2 解析した表面き裂

図7.8に示す、一様引張りを受ける三次元表面き裂の弾塑性解析を行なった。き裂材の板幅を W 、長さを L 、板厚を t とする。表面き裂は半だ円形とし、き裂長さを $2c$ 、き裂深さを a とすれば、

$$a/t = 0.4, \quad a/c = 0.2$$

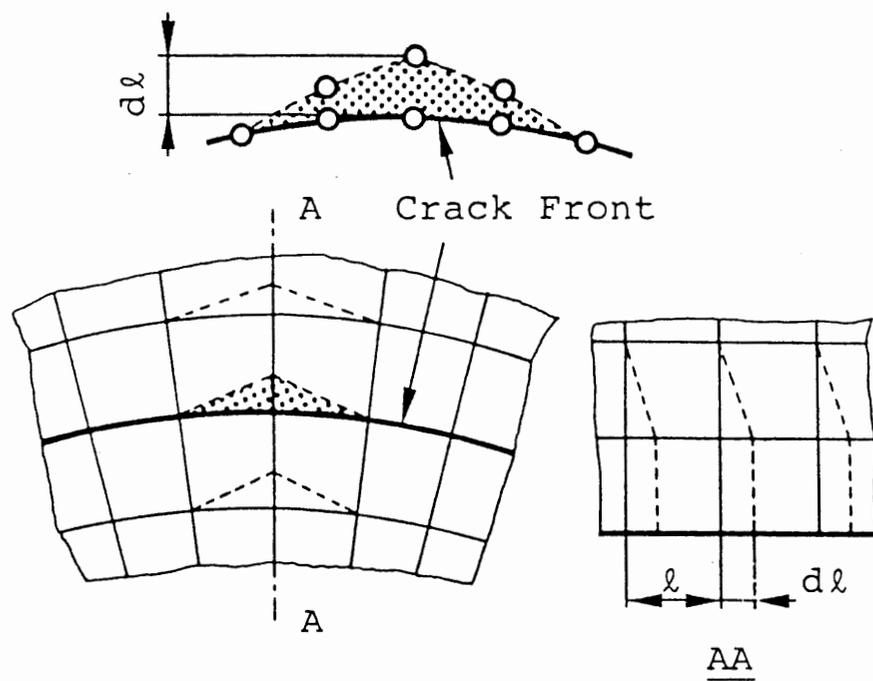


図7.7 仮想き裂進展法における要素の変形方法

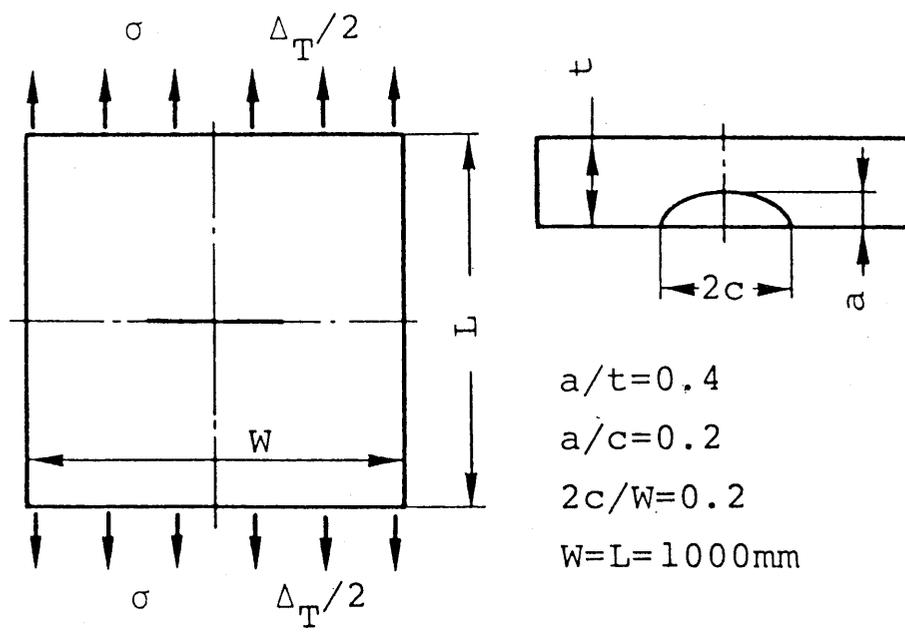


図7.8 一様な引張りを受ける三次元表面き裂

$$2c/W = 0.2, \quad W = L = 1000\text{mm}$$

である。構成方程式は式(7.15)で示すスウィフトの式を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} && (\sigma \leq \sigma_Y) \\ \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} + \alpha \varepsilon_Y \left\{ \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^n - 1 \right\} && (\sigma \geq \sigma_Y) \end{aligned} \right\} \quad (7.15)$$

材料定数は以下の値を用いた。

$$E = 206\text{GPa}, \quad \nu = 0.3, \quad \sigma_Y = 431\text{MPa},$$

$$\varepsilon_Y = \sigma_Y / E, \quad \alpha = 1.67, \quad n = 9,$$

$$J_{Ic} = 0.2\text{MJ/m}^2$$

図7.9に要素分割図を示す。対称性を利用して全体の1/4の部分解析した。要素は20節点および15節点のアイソパラメトリック要素を用い、き裂先端には r^{-1} 、 $r^{-1/2}$ の特異性を表現できる特異要素[Barsoum76]を用いた。要素数は185、節点数は1117である。負荷としてき裂材端部に一様引張りの強制変位を一定値ずつ増分的に与えた。解析は30ステージ行ない、強制変位の増分量は1~10ステージで $3 \times 10^{-4}L$ 、11~30ステージで $1 \times 10^{-3}L$ とした。Marcalの方法における反復回数は2回とした。また、仮想き裂進展法の計算におけるき裂先端の移動量 dl は、き裂先端の要素長 l の 10^{-4} 倍とした。

7.7.3 解析結果と考察

図7.10に荷重-変位曲線を示す。き裂材の引張応力 σ が降伏応力 σ_Y にほぼ等しくなると全面降伏状態となり、塑性変形が顕著になる。図7.11には弾性範囲のき裂前縁のJ積分を用いて、式(7.16)より応力拡大係数を求めた結果を示す。図7.11には比較のため、Rajuら[Raju79]による計算値も示した。FEM3Dによる計算結果はRajuらの値と良く一致している。

$$K_I = \sqrt{\frac{EJ}{1-\nu^2}} \quad (7.16)$$

図7.12には、き裂前縁におけるJ積分の分布と荷重の関係を示す。図7.13には、き裂最深部におけるラインスプリング法によるJ積分値[三好85b]およびFEM3DによるJ積分値を示す。両者は比較的良く一致している。FEM3Dによる以上の計算のCPU TIMEは551s(VPU TIME 324s)であった。図7.13において $J = J_{Ic}$ に達するまでの所要時間は、FEM3Dで約170s、ラインスプリング法で約500s程度である。

以上の結果から、FEM3Dを用いることにより三次元表面き裂の弾塑性解析とJ

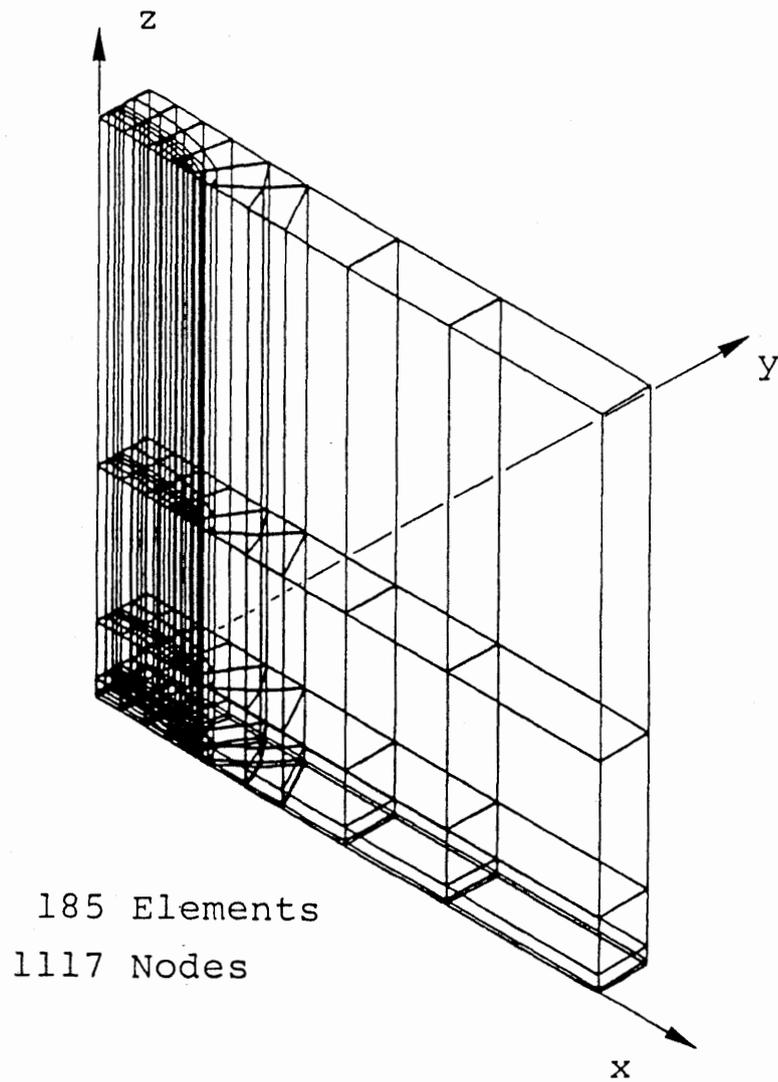


図7.9 三次元表面き裂の要素分割図

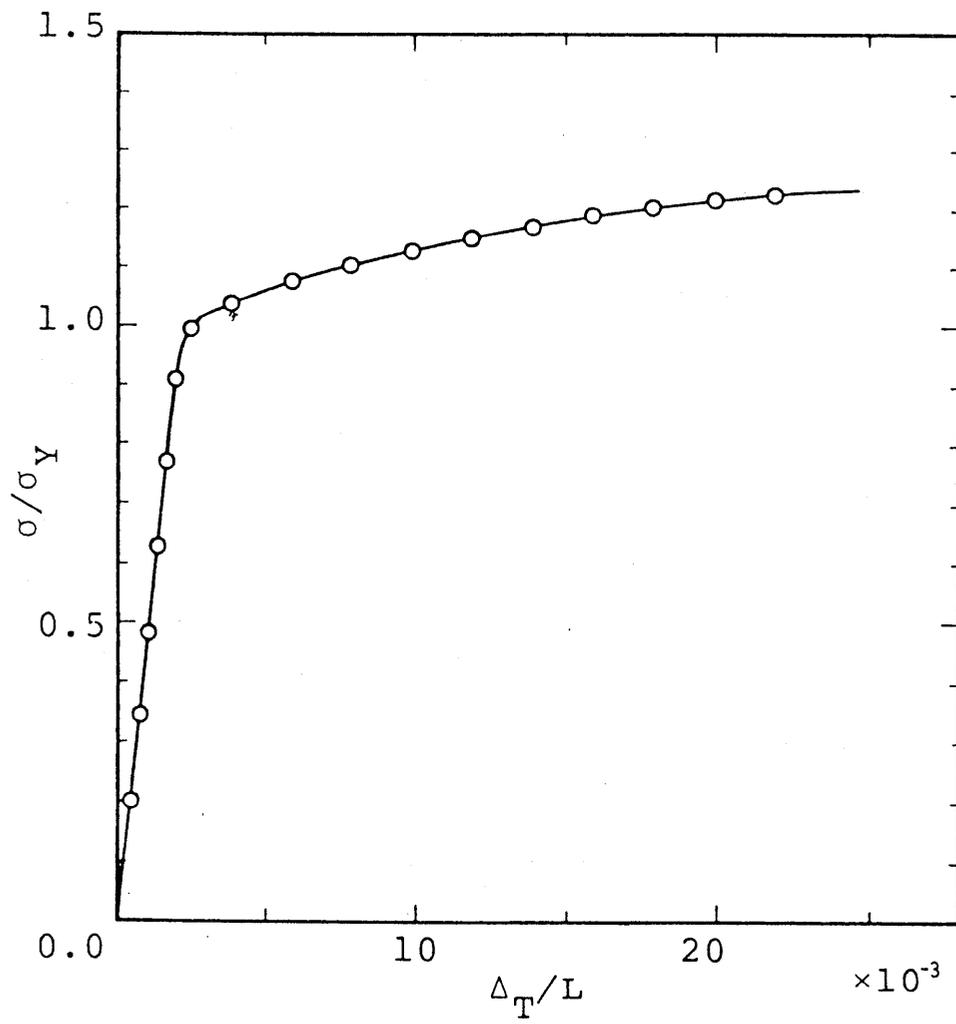


図7.10 荷重-変位曲線

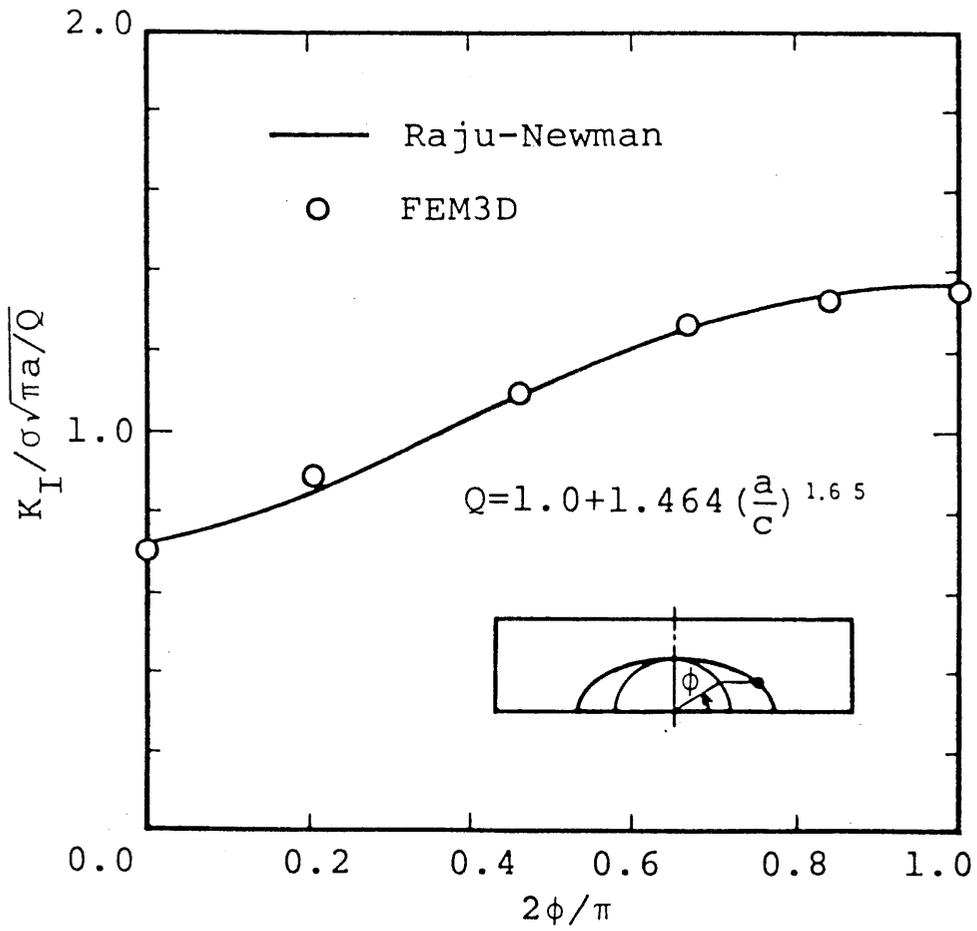


図7.11 き裂前縁におけるK値の分布と荷重の関係

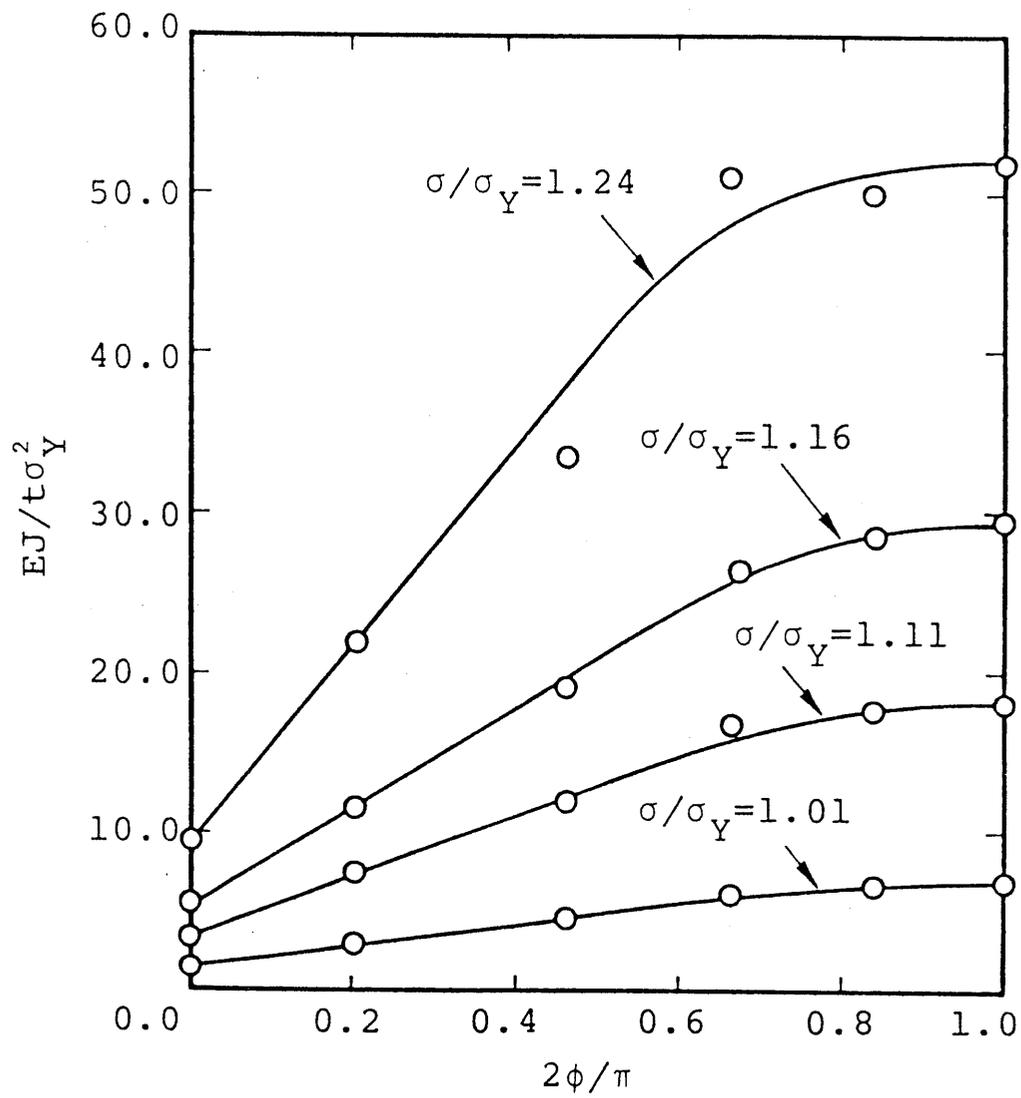


図7.12 き裂前縁におけるJ積分の分布と荷重の関係

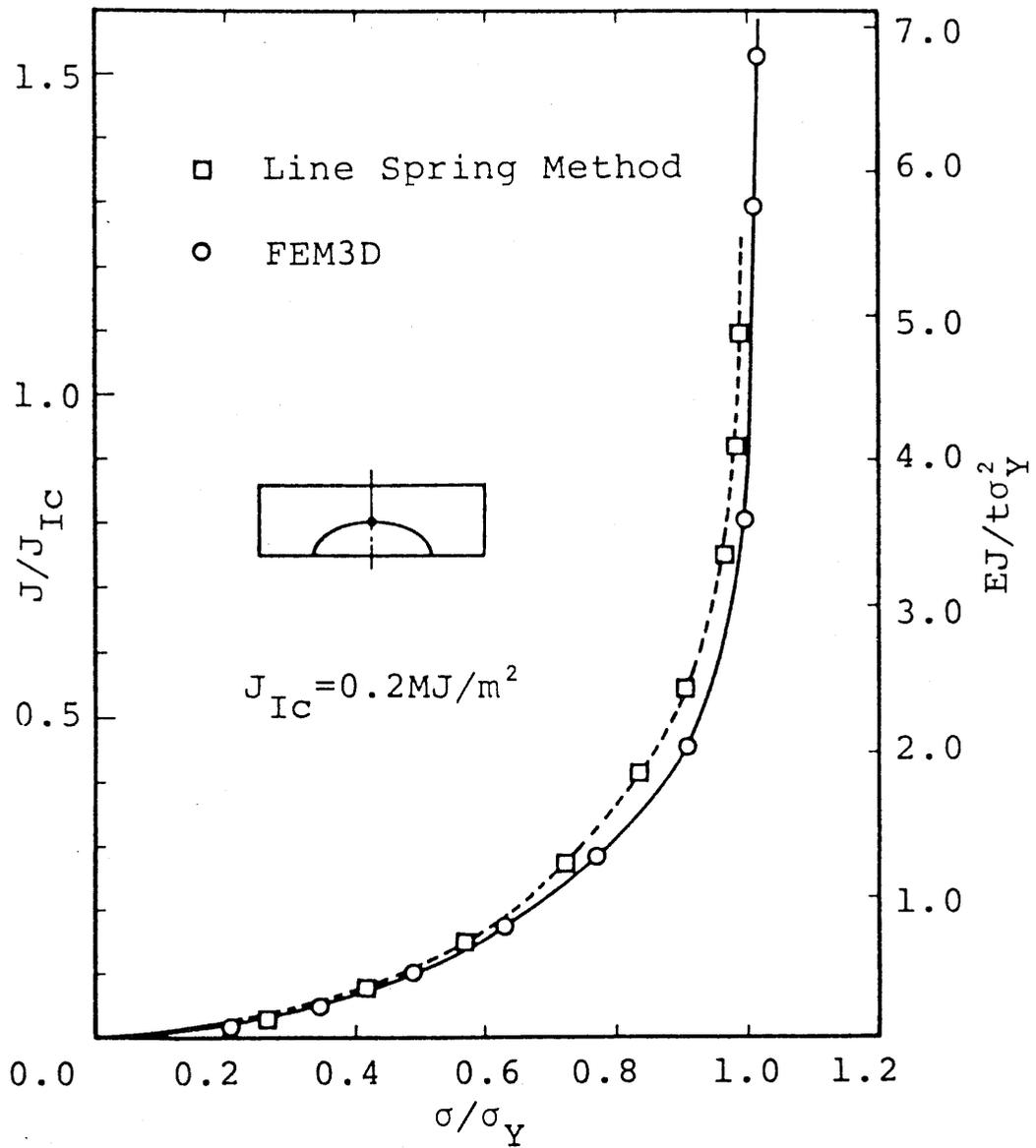


図7.13 き裂最深部における、ラインスプリング法によるJ積分とFEM3DによるJ積分の比較

積分評価を短時間に精度良く行なえることが明らかとなった。

7.8 まとめ

本章では、スーパーコンピュータ向き三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dにおける高速化の手法、すなわち、剛性マトリックスの高速計算法、および、パラレルスカイライン法と計算速度について述べた。また、FEM3Dによる三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価を行ない、ラインスプリング法との比較を行なった。本章における成果を以下に示す。

(1) パラレルスカイライン法を用いた計算では、単純なスカイライン法を用いる場合の約1.0~1.5倍程度の計算速度が得られる。

(2) スーパーコンピュータとFEM3Dの使用により、三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価を短時間に精度良く行なうことが可能である。

(3) ラインスプリング法によるJ積分値とFEM3DによるJ積分値は比較的良く一致する。

第 8 章 三次元表面き裂の弾塑性解析
と J 積分評価のベンチマーク
テスト

8章 三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価のベンチマークテスト

8.1 破壊力学ベンチマークテスト

第7章においては、スーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dによる三次元表面き裂の弾塑性解析手法と表面き裂材の弾塑性解析・J積分評価について述べた。表面き裂材の弾塑性解析とJ積分評価は三次元の弾塑性計算であり、計算量が膨大となるため解析例が少ない。しかも、表面き裂のモデル化とJ積分の精度良い評価には高度な破壊力学的考察が必要である。しかし、原子炉配管系のLBB評価を精密に実施する場合、表面き裂の弾塑性解析とJ積分の評価は不可欠である。解析例が少ないことにより、解析における困難点や使用する解析プログラムの違いによる影響、構成方程式のモデル化、弾塑性理論など、使用する手法の解析結果への影響はほとんど明らかになっていない。そこで、解析における種々の要因を定量的に把握するため、日本機械学会研究協力分科会 RC-74非線形有限要素法の応用研究分科会（主査 矢川元基東京大学教授）第2小委員会（矢川委員長）では、ベンチマークテスト[矢川87]を実施した。ベンチマークテストでは、複数の研究者が異なった手法で同一の問題を解析し、結果を比較することにより、解析における種々の要因を定量的に把握することが可能になる。ベンチマークテストは3種類実施された。すなわち、

- (1) 配管貫通き裂のJ積分評価とき裂進展解析
- (2) 配管未貫通き裂のJ積分評価とき裂進展解析
- (3) 平板未貫通き裂のJ積分評価とき裂進展解析

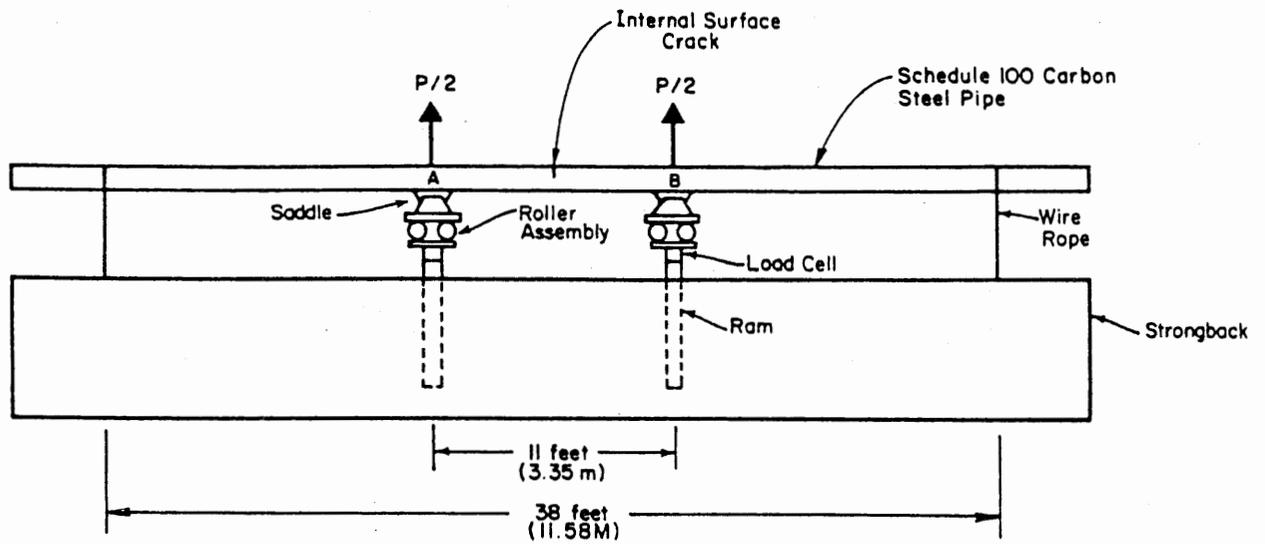
このうち、(1)と(2)は米国 Battelle Columbus研究所で提案されたベンチマークテストであり、(3)は日本の電力中央研究所で提案されたベンチマークテストである。著者は東京大学三好俊郎教授と共に(2)と(3)のベンチマークテストに参加し、FEM3Dによる解析を実施した[Miyoshi88]。本章ではその結果について述べる。

8.2 配管未貫通き裂のJ積分評価とき裂進展解析

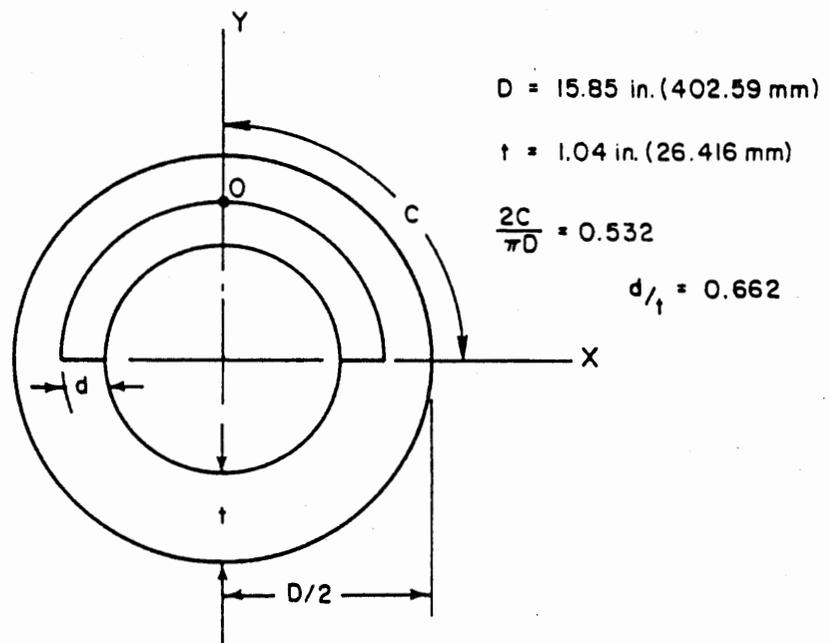
8.2.1 問題の設定[矢川87]

本問題の実験は米国の Battelle Columbus研究所において実施された。解析対象とする配管は、図8.1(a),(b)に示すように16インチ炭素鋼(A106 Grade B)配管(外径 $D = 402.6\text{mm}$ 、板厚 $t = 26.42\text{mm}$)に未貫通き裂を導入したものである。配管中央部の配管内面に、開き角 191.5° 、一様深さ a ($a/t = 0.662$)の未貫通き裂が存在する。

荷重は図8.1に示すように4点曲げにより与えられる。試験は 288°C で実施された。本温度における配管材料の材料特性は、単軸応力下の応力-ひずみ曲線と



(a)



(b)

図8.1 配管き裂材の破壊試験片[矢川87]

して2種類与えられた。すなわち、真応力-真ひずみ曲線（図8.2および表8.1左欄）、および、公称応力-ひずみ曲線（図8.3および表8.1右欄）である。いずれの応力-ひずみ曲線を使用するかについては解析者の自由である。また、ヤング係数 $E=193060\text{MPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ である。FEM3Dによる解析では、応力-ひずみ曲線として真応力-真ひずみ曲線を使用し、図8.4に示すように多直線による近似をおこなった。

実験結果として与えられた荷重 P 、荷重線変位 δ 、き裂進展量 δa を表8.2に示す。ここで、荷重 P は図8.1(a)の二つの荷重点 A 、 B における荷重点反力の合力である。 δa はき裂中央での深さ方向において、電位差法により測定された値である。機械学会研究分科会での解析はき裂進展前までの弾塑性解析である。

8.2.2 解析結果と考察

FEM3Dによる解析で使用した要素分割を図8.5に示す。要素はアイソパラメトリック20節点要素と15節点要素を使用し、き裂先端にはBarsoumの特異要素 [Barsoum76]（き裂先端において r^{-1} 、および、 $r^{-1/2}$ の特異性を有する要素）を配している。弾塑性解析は、等方硬化則を使用した。荷重増分法としてはMarcalの方法（1ステップでの反復2回）を使用し、各ステップにおける不釣合力はラジアルリターン法に類似の方法で簡易的に補償し、次ステップへ持ち越している。計算は東京大学の大型計算機センターのスーパーコンピュータHITACS810/20を使用して実施した。解析ステップは55回、計算時間は858秒である。J積分の評価には仮想き裂進展法を使用している。き裂前縁を囲む複数個の要素を仮想的に変形させてJ積分を評価している。FEM3Dによる荷重・変位曲線を図8.6に示す。実験結果とFEM3Dによる計算結果は良く一致している。き裂中央部におけるJ積分と荷重線変位の関係を図8.7に示す。荷重線変位が小さい場合はJ積分と荷重線変位は曲線関係にあるが、荷重線変位が大きくなるとJ積分値と荷重線変位は直線的な関係になる。図8.7中に示す、実験のき裂進展開始点での、き裂前縁におけるJ積分の分布を図8.8に示す。点AにおけるJ積分はき裂が点Aからき裂深さ方向に45度の角度を持って進展すると仮定して求めたため、点Aにおける平均的なJ積分値である。

ベンチマークテストには9名の参加者が参加した。表8.3に各参加者の解析の仕様を示す[矢川87]。FEM3Dによる解析で使用した要素数・節点数は平均的な値である。弾塑性解析手法も平均的であるが、解析ステップ数は最も多く、他の参加者の2倍から5倍程度である。

図8.9にベンチマークの参加者の荷重・荷重線変位の解析結果の比較を示す。図8.9では解析結果のばらつきは比較的少なく、荷重・荷重線変位の評価にはあまり問題がないことがわかる。著者らの結果は図8.9の解析結果の中央程度にある。図8.10にJ積分・荷重線変位の解析結果の比較を示す。図8.10では、解析結

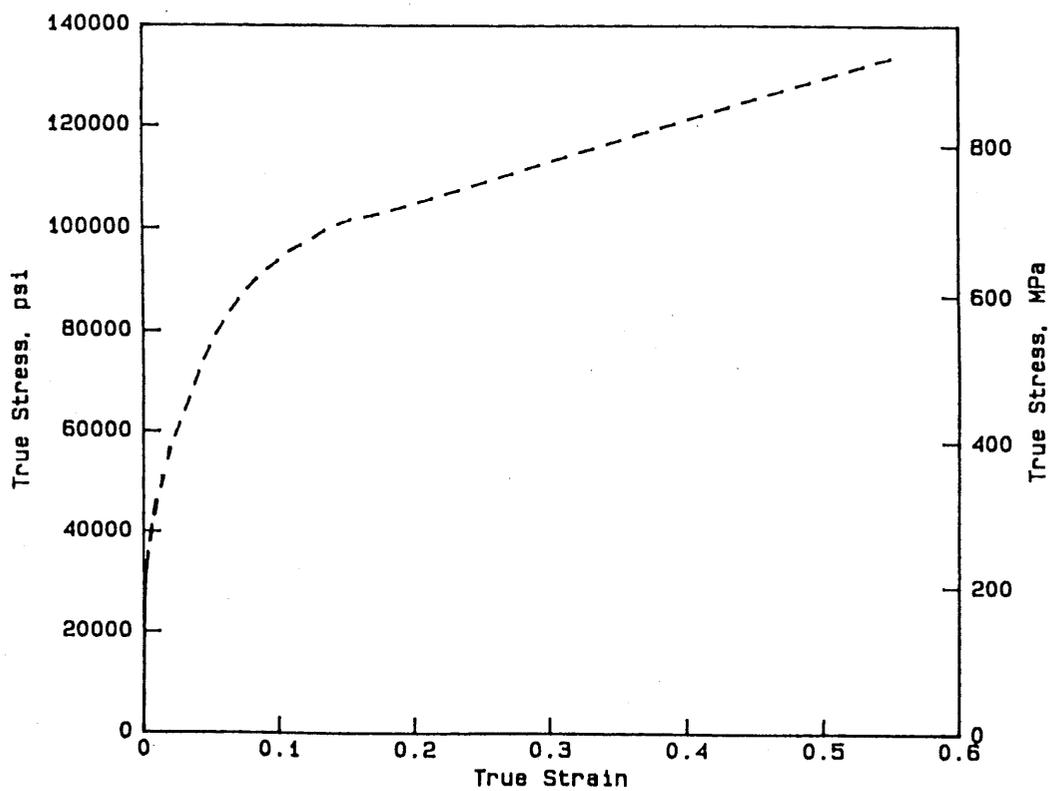


図8.2 配管材の真応力-真ひずみ曲線[矢川87]

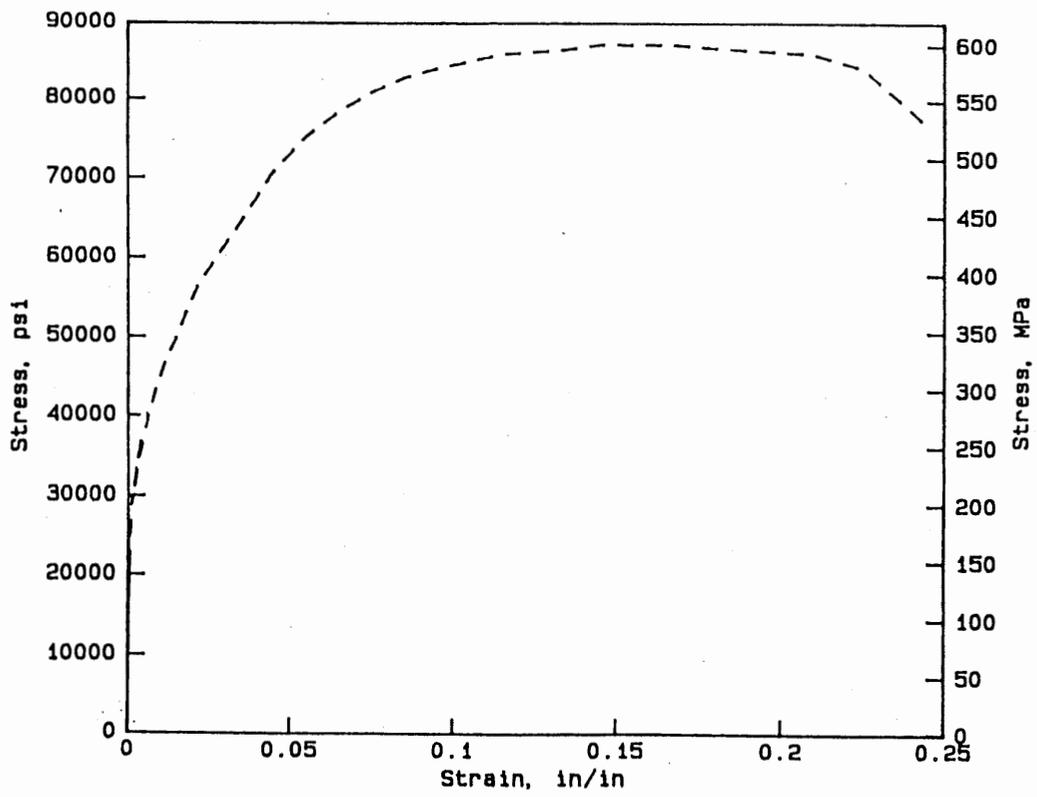


図 8.3 配管材の公称応力-ひずみ曲線 [矢川 87]

表8.1 配管材の応力-ひずみ関係[矢川87]

Engineering			True		
Stress		Strain	Stress		Strain
psi	MPa		psi	MPa	
0	0.0	0.0000	0	0.0	0.0000
6302	43.4	0.0002	6303	43.4	0.0002
12600	86.8	0.0004	12610	86.9	0.0004
18910	130.3	0.0006	18920	130.4	0.0006
25210	173.7	0.0010	25230	173.8	0.0010
28040	193.2	0.0012	28080	193.5	0.0012
30250	208.4	0.0016	30300	208.8	0.0016
30750	211.9	0.0020	30820	212.3	0.0020
31510	217.1	0.0024	31590	217.7	0.0024
32770	225.8	0.0028	32860	226.4	0.0028
33840	233.2	0.0032	33950	233.9	0.0032
35730	246.2	0.0040	35870	247.1	0.0040
37180	256.2	0.0048	37360	257.4	0.0048
38630	266.2	0.0056	38850	267.7	0.0056
40710	280.5	0.0068	40990	282.4	0.0068
42410	292.2	0.0080	42750	294.5	0.0080
44050	303.5	0.0092	44460	306.3	0.0092
45440	313.1	0.0104	45910	316.3	0.0103
47260	325.6	0.0119	47830	329.5	0.0118
49780	343.0	0.0149	50530	348.2	0.0148
52940	364.8	0.0179	53880	371.2	0.0177
56720	390.8	0.0219	57960	399.3	0.0217
64490	444.3	0.0349	66740	459.8	0.0343
70790	487.7	0.0449	73970	509.7	0.0439
75200	518.1	0.0549	79330	546.6	0.0534
78350	539.8	0.0649	83440	574.9	0.0629
80870	557.2	0.0749	86930	598.9	0.0722
82760	570.2	0.0849	89790	618.7	0.0815
84020	578.9	0.0949	92000	633.9	0.0907
85920	592.0	0.1149	95790	660.0	0.1088
86550	596.3	0.1349	98220	676.7	0.1265
87180	600.7	0.1449	99810	687.7	0.1353
87180	600.7	0.1649	101600	700.0	0.1526
86550	596.3	0.1849	102500	706.2	0.1697
85920	592.0	0.2094	103900	715.9	0.1901
84020	578.9	0.2249	133600	920.5	0.5500
77090	531.1	0.2439			

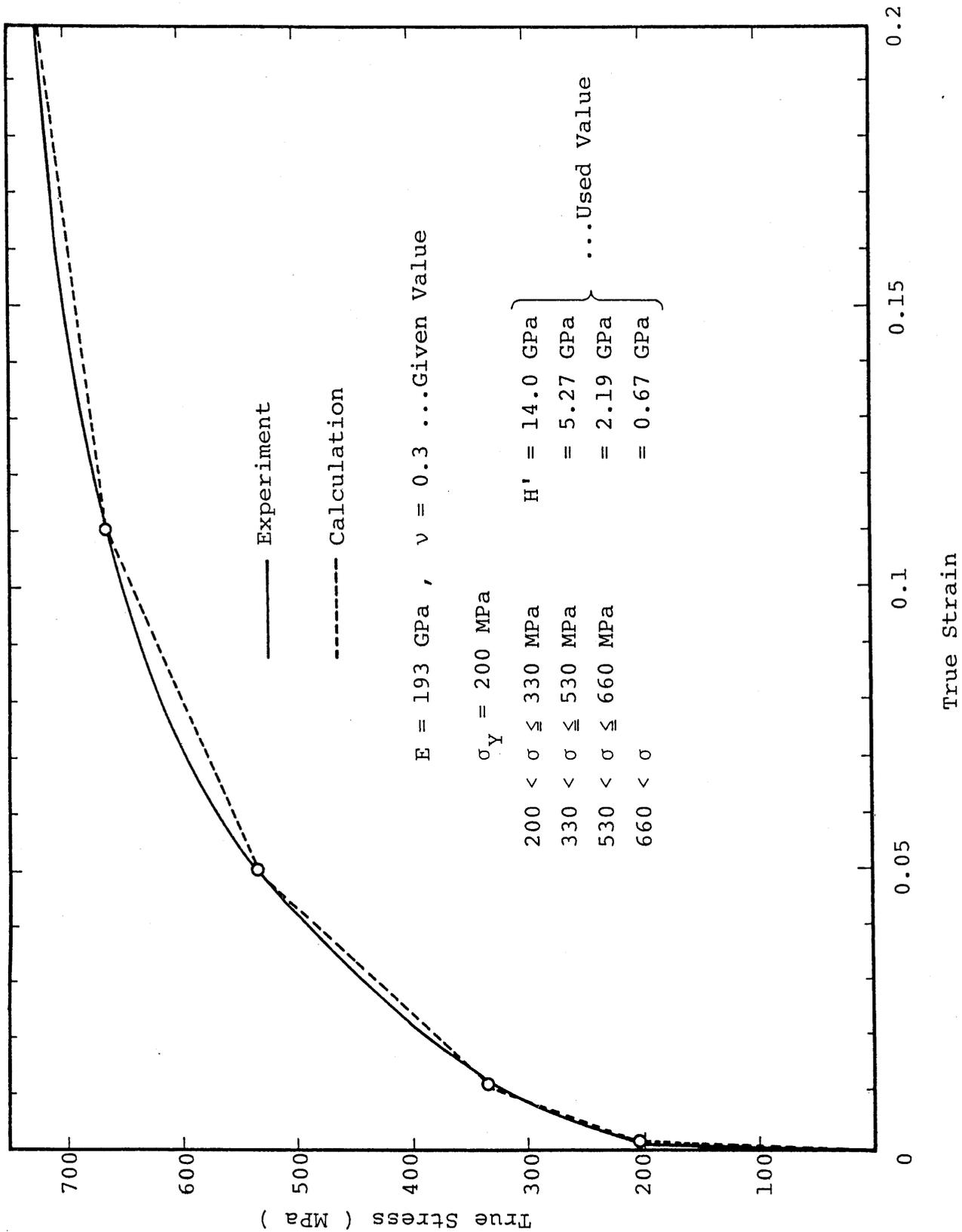
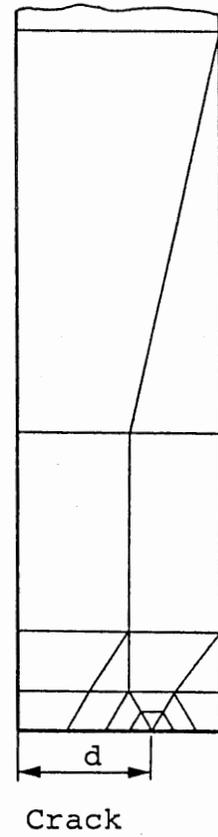
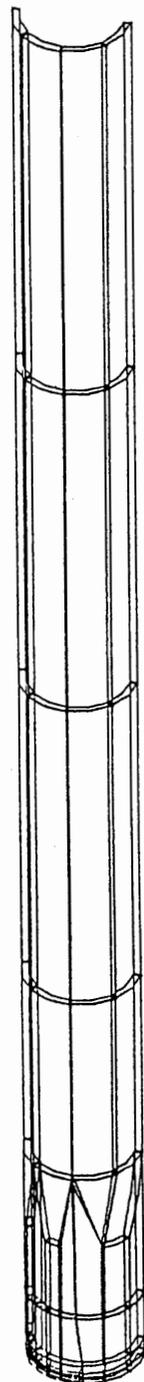


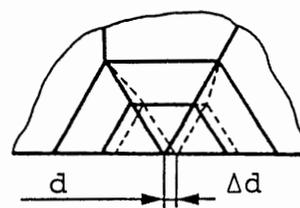
図 8.4 真応力-真ひずみ曲線の多直線による近似

表 8.2 実験における荷重 P、荷重線変位 δ 、き裂進展量 δa [矢川 87]

Total Load		Load-Line Displacement		Crack Extension	
lbs	kN	inch	mm	inch	mm
19568.	87.0	.71	18.0	0.000	0.000
19813.	88.1	.72	18.3	0.000	0.000
21408.	95.2	.78	19.9	0.000	0.000
23586.	104.9	.86	21.8	0.000	0.000
25387.	112.9	.93	23.5	0.000	0.000
27315.	122.4	1.00	25.4	0.000	0.000
29228.	130.0	1.07	27.1	0.000	0.000
31235.	139.0	1.14	29.0	0.000	0.000
33069.	147.1	1.21	30.7	0.000	0.000
34882.	155.2	1.30	32.9	0.000	0.000
37121.	165.1	1.39	35.2	0.000	0.000
40114.	178.5	1.52	38.5	0.000	0.000
42589.	189.5	1.65	41.9	0.000	0.000
45519.	202.5	1.78	45.1	0.000	0.000
47870.	213.0	1.88	47.8	0.000	0.000
50626.	225.2	2.01	51.1	0.000	0.000
52816.	235.0	2.12	53.7	0.000	0.000
55599.	247.4	2.24	56.9	0.000	0.000
57701.	256.7	2.36	59.8	0.000	0.000
59525.	264.8	2.47	62.6	0.000	0.000
60899.	271.0	2.54	64.5	0.000	0.000
62276.	277.1	2.62	66.6	0.000	0.000
63351.	281.9	2.70	68.5	0.000	0.000
64693.	287.8	2.78	70.6	0.000	0.000
65800.	292.8	2.86	72.5	0.000	0.000
67039.	298.3	2.94	74.5	0.000	0.000
68117.	303.1	3.01	76.5	0.000	0.000
69302.	308.4	3.11	78.9	0.000	0.000
70100.	311.9	3.19	80.9	0.000	0.000
71069.	316.2	3.28	83.2	0.000	0.000
71892.	319.9	3.35	85.1	0.000	0.000
72740.	323.6	3.44	87.3	0.000	0.000
73356.	326.4	3.52	89.4	0.000	0.000
73939.	329.0	3.59	91.1	0.000	0.000
74504.	331.5	3.66	92.9	0.000	0.000
75341.	335.2	3.75	95.2	0.000	0.000
75931.	337.8	3.82	96.9	.001	.025
76641.	341.0	3.91	99.4	.002	.050
77427.	344.5	3.99	101.3	.011	.279
78059.	347.3	4.09	103.8	.020	.518
78627.	349.8	4.17	105.8	.027	.686
79043.	351.7	4.26	108.2	.034	.864
79589.	354.1	4.34	110.2	.043	1.092
79968.	355.8	4.43	112.5	.055	1.405
80618.	358.7	4.51	114.5	.069	1.753
80876.	359.9	4.60	116.9	.085	2.154
80887.	359.9	4.68	118.8	.114	2.896
81760.	363.8	4.77	121.1	.142	3.617



Crack



Virtual Crack Extension Method

165 Elements
1073 Nodes

図8.5 配管き裂材の要素分割

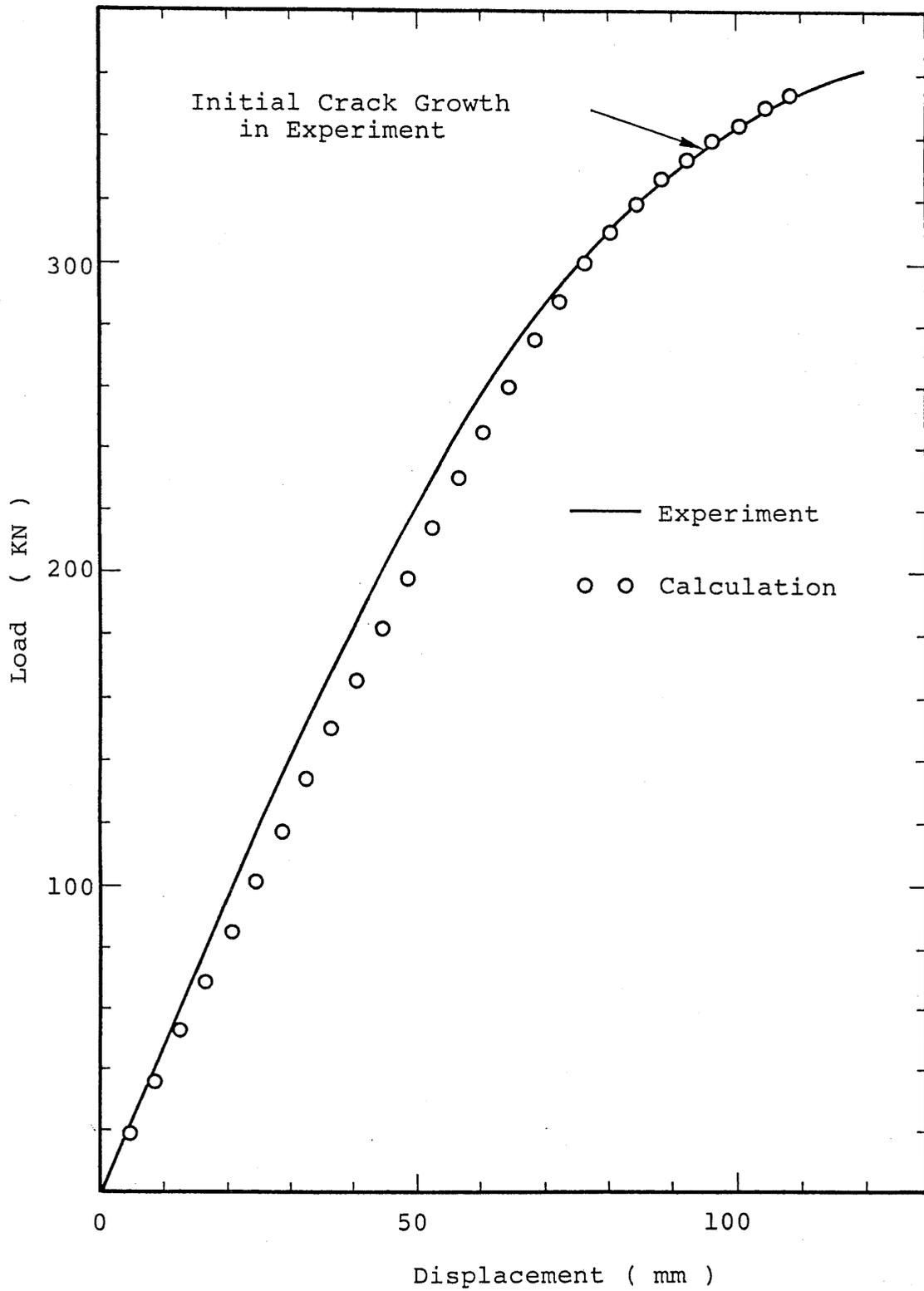


图 8.6 荷重-变位曲线

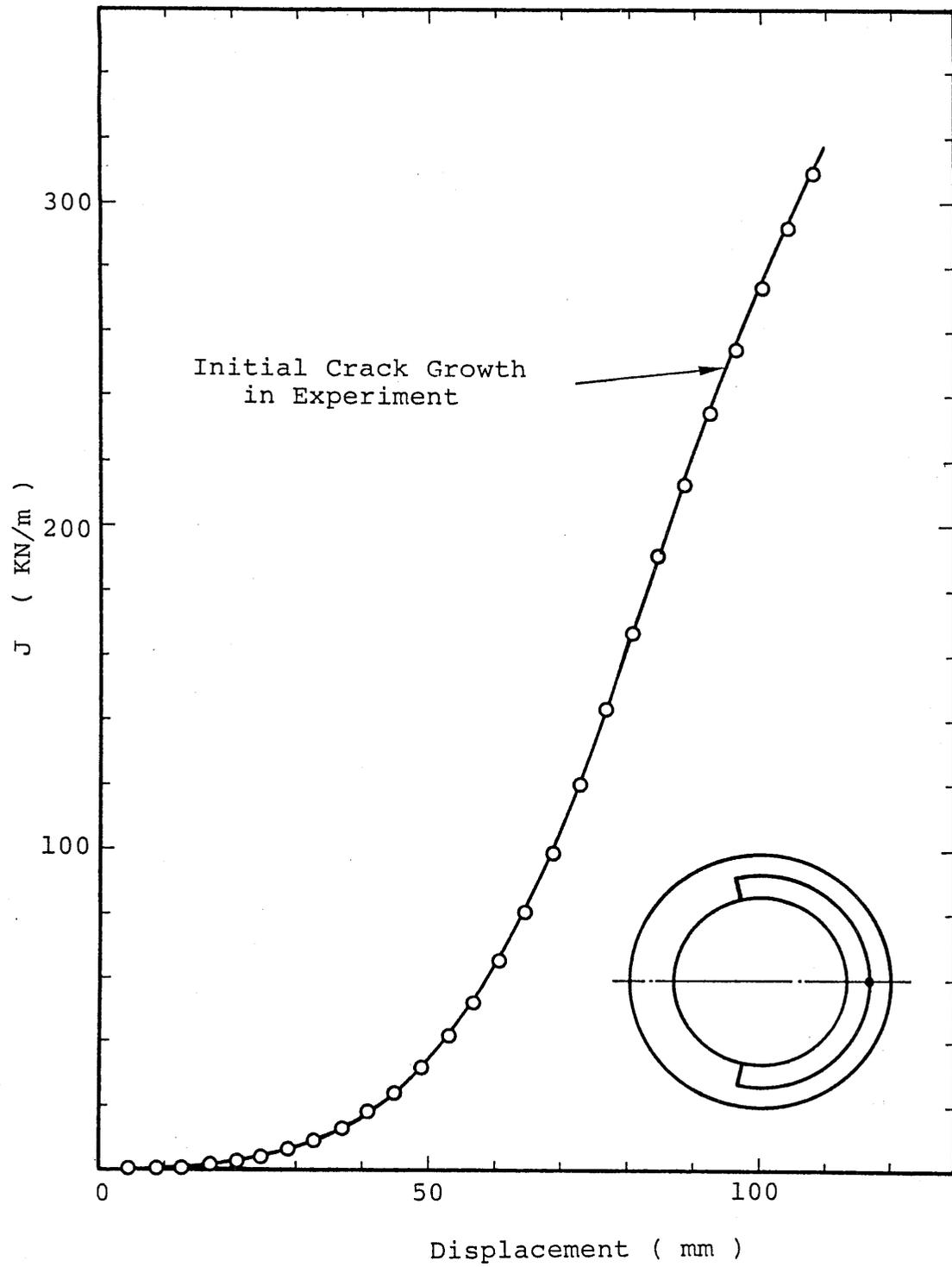


図8.7 き裂中央部におけるJ積分と荷重変位

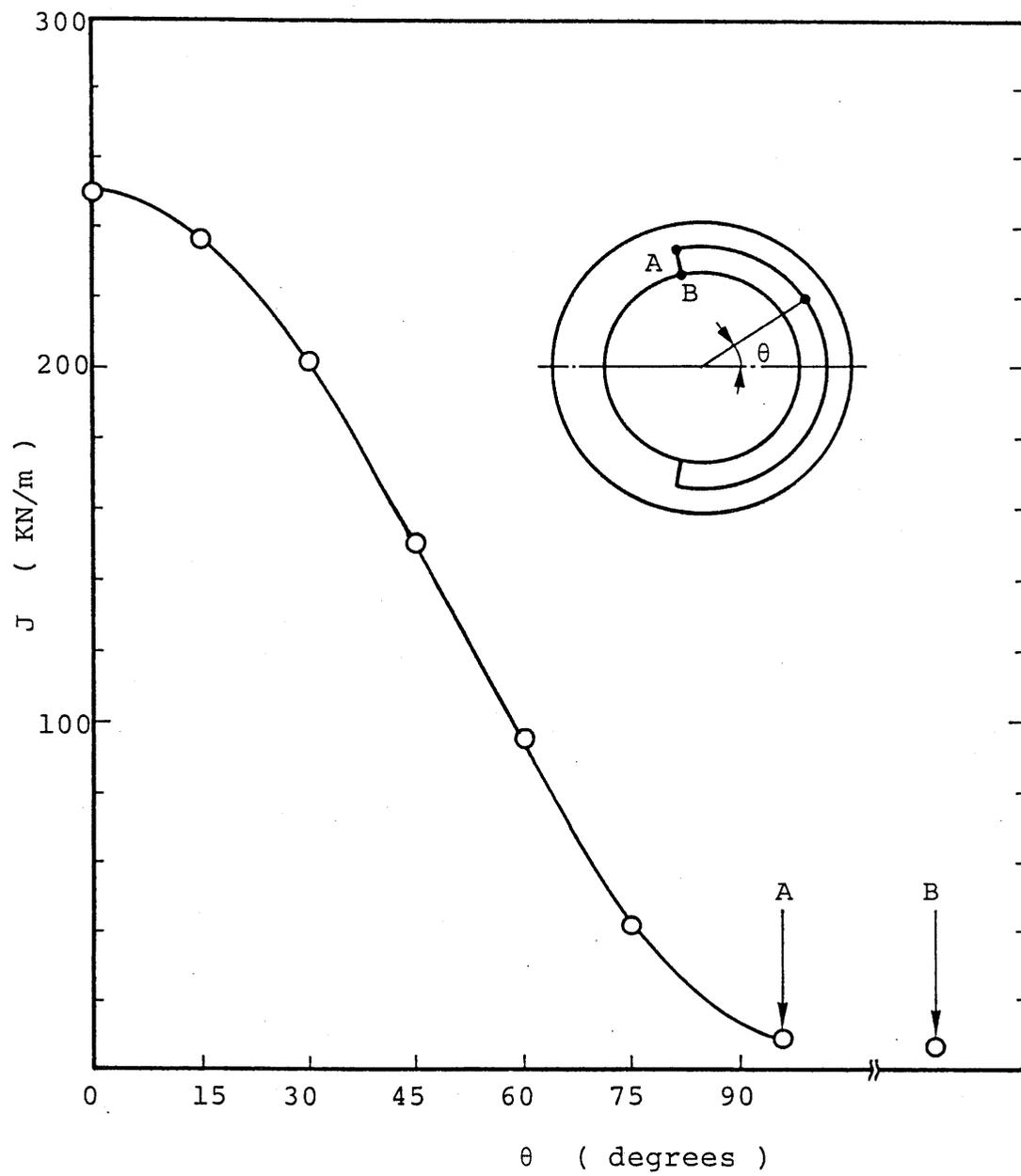


図8.8 実験のき裂進展開始時のき裂前縁におけるJ積分の分布

表8.3 各参加者の解析の仕様[矢川87]

解析ケース	A	B	C	D	E	F	G	H	I
使用プログラム	SIFRAM	MARC	PIPE-16	PIPE-20	MARC	FUSOL	FEM3D/S	SIMUS	ABAQUS
使用要素	20節点 ソリッド	20節点 ソリッド	16節点 ソリッド	20節点 ソリッド	20節点 ソリッド	16節点 ソリッド	20/15節点 ソリッド	20節点 ソリッド	20節点 ソリッド
全要素数	198	168	330	330	189	626	165	198	150
全積分点数	5346	4536	5940	5940	5103	11268	2310	5346	1200
全節点数	1064	1168	1574	2063	1186	2526	1073	1184	956
ステップ数	11	11	12	12	22	9	55	1	10
硬化則	等方硬化	等方硬化	等方硬化	等方硬化	移動硬化	—	等方硬化	等方硬化	等方硬化
非線形解析法	Marcalの 方法	Newton- Raphson 法	Marcalの 方法	Newton- Raphson 法	Newton- Raphson 法	Newton- Raphson 法	Marcalの 方法	Newton- Raphson 法	Newton- Raphson 法
J積分解析法	経路積分	VCE	VCE	VCE	VCE	VCE	VCE	VCE	VCE

(著者ら)

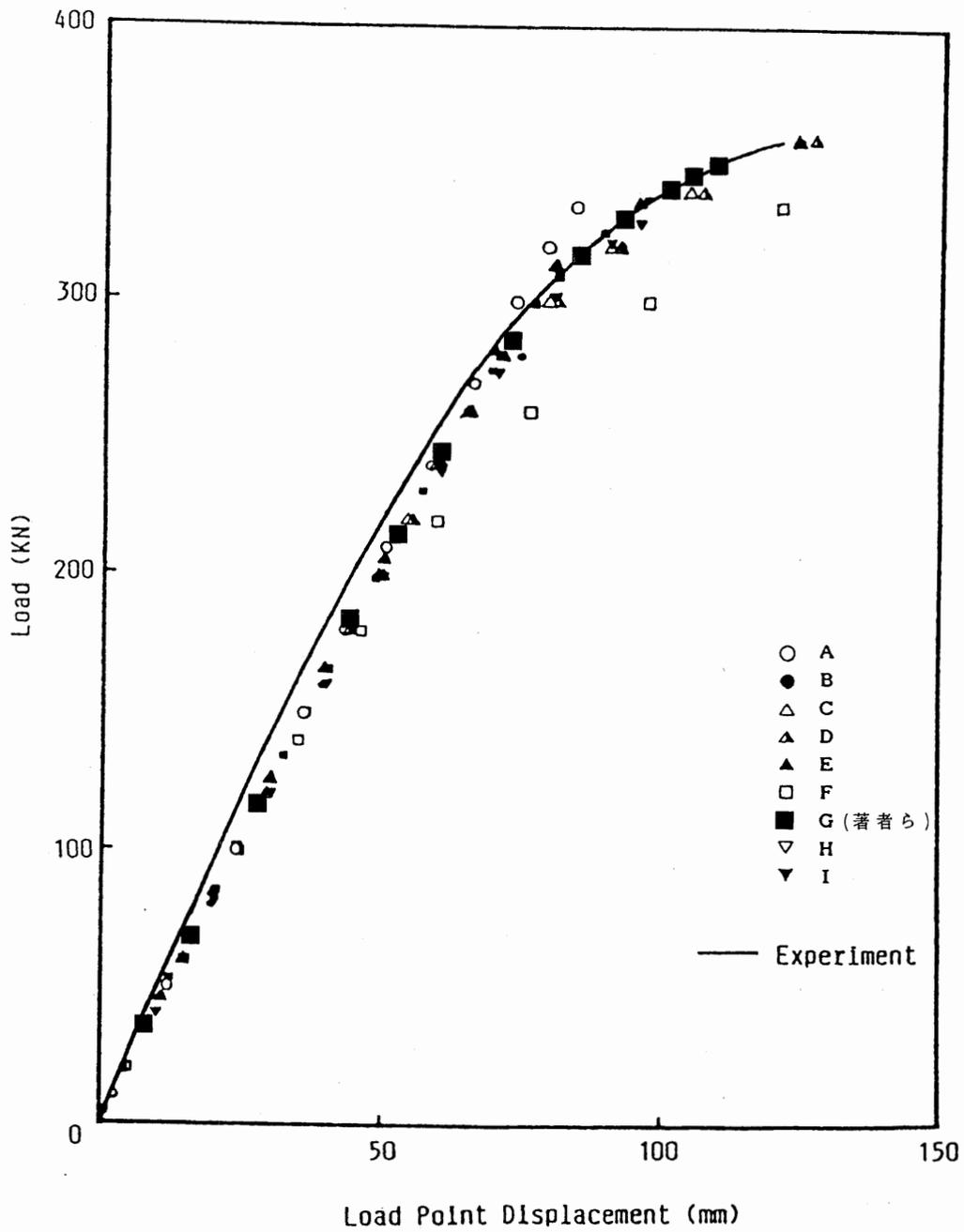


図8.9 荷重-荷重線変位の解析結果の比較[矢川87]

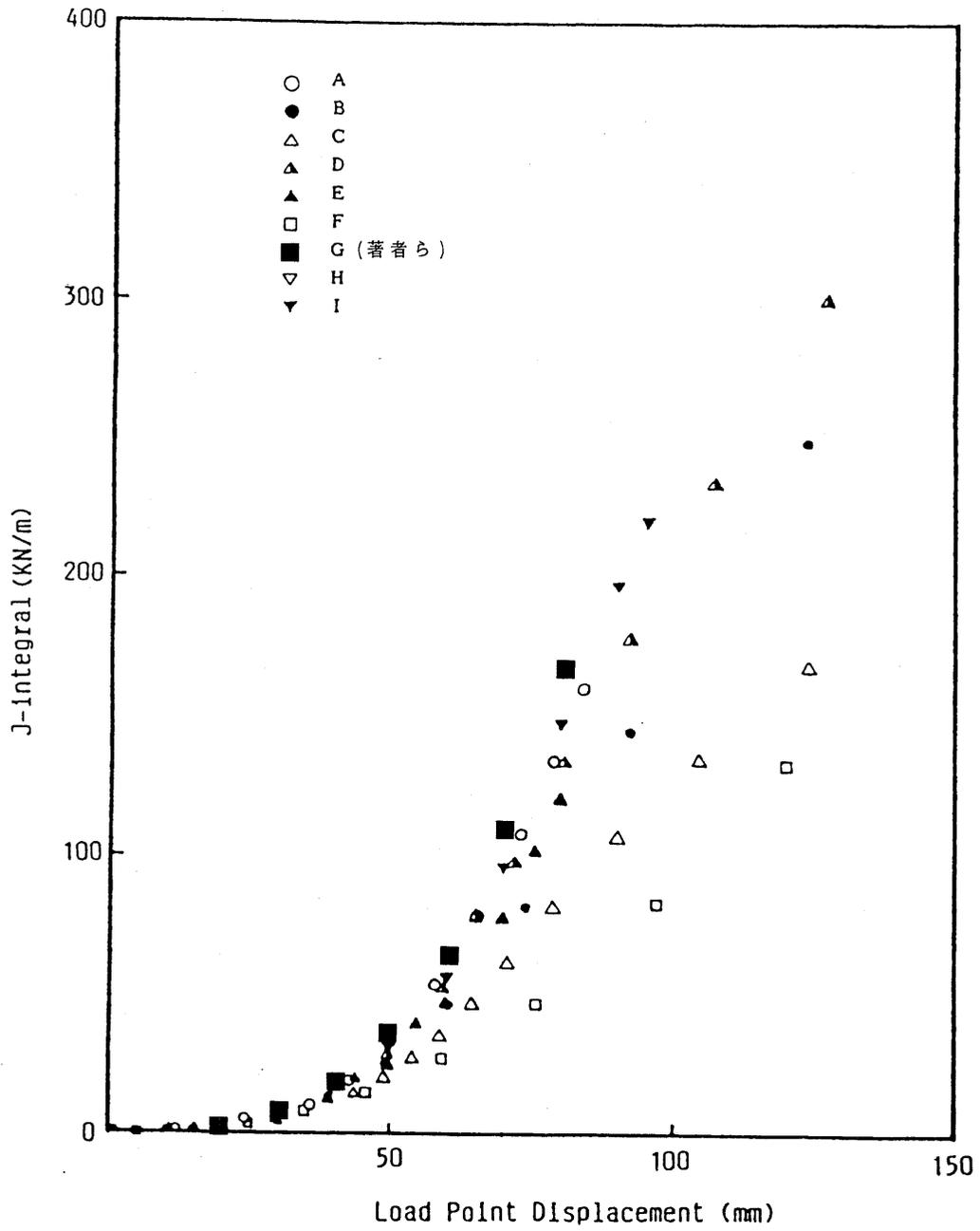


図8.10 J積分-荷重線変位の解析結果の比較[矢川87]

果のばらつきが多少大きく、J積分を高め評価するグループと低めに評価するグループにわかれる。著者らの解析結果はJ積分を最も高く評価している。J積分が大きくばらつく原因については機械学会分科会の中でも議論があったが、明確な理由は不明であった。図8.10からは、配管中の表面き裂のモデリングと解析が難しい問題であることが理解できる。図8.10における結果のばらつきは、機械学会における過去の他の破壊力学ベンチマークテスト、すなわち、EPICC(Elastic-Plastic Creep)小委員会における平板貫通き裂のき裂進展解析ベンチマークテスト[Yagawa84c]、および、前述のRC-74非線形有限要素法の応用研究分科会第2小委員会における配管貫通き裂のき裂進展解析ベンチマークテスト[Takahashi87]、におけるJ積分・荷重点変位曲線が比較的良く一致していたのとは対照的である。本問題については、機械学会の活動後、土居・坂田ら[土居90]が、要素分割・解析ステップ数などを変化させて検討を行なっている。土居・坂田らの解析では図8.11に示すように、要素分割を増やすと、J積分の評価は高くなり、著者らの結果に近づく傾向がある。土居・坂田らの解析では著者らの解析のように特異要素は使用しておらず、また、有限要素法の数値積分点数も異なるため、直接の比較は難しいが、要素分割の増加がJ積分を高め評価する結果になっているのは自然な傾向と考えられる。

表8.4に参加者の計算機使用リソース量の比較を示す。使用するプログラムにより解析手法の詳細が異なり、しかも使用している計算機も性能に大きな差があるため、FEM3Dの計算速度が汎用プログラムと比較してどのようなレベルなのかを考えることは困難である。Hはスーパーコンピュータとスーパーコンピュータ専用プログラムを使用しており、FEM3Dと同等の計算速度が得られている。Eはスーパーコンピュータと汎用プログラムを使用しているが、HとFEM3Dの計算速度は、Eに比較して3倍程度高速であるように考える。

著者らは、Battelle Columbus研究所の実験結果を使用し、エンジニアリングアプローチ法によるき裂進展解析も実施した。これについては第9章で述べる。

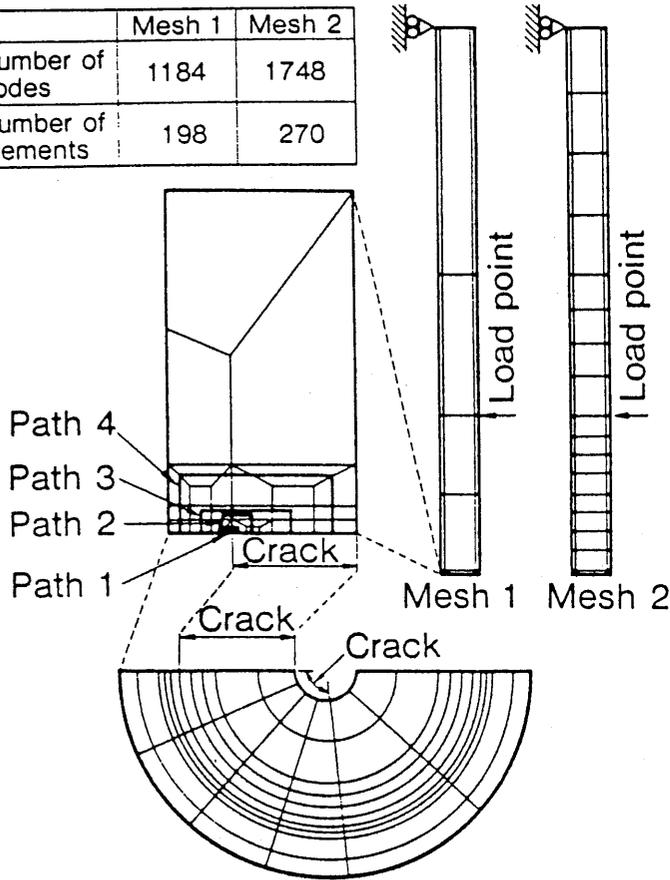
8.3 平板未貫通き裂のJ積分評価とき裂進展解析

8.3.1 問題の設定[矢川87]

本問題の実験は電力中央研究所からの委託を受けて東京大学原子力工学科の矢川研究室で実施された。解析対象とする平板はJIS STS42鋼 (ASTM 106鋼と類似) 製の配管 (内径406.4mm, 板厚6.5mm) より、負荷方向と軸方向が一致するように切り出された。同一の配管より、単軸引張試験片、および、1TCT試験片も切り出された。

図8.12に示すように、平板の片側中央に、幅40mm、深さ5mmの半だ円表面き裂が放電加工により導入されている。き裂の開口部上下の板表面と板裏面にゲージ

	Mesh 1	Mesh 2
Number of nodes	1184	1748
Number of elements	198	270



Number of nodes : 2841
 Number of elements : 449

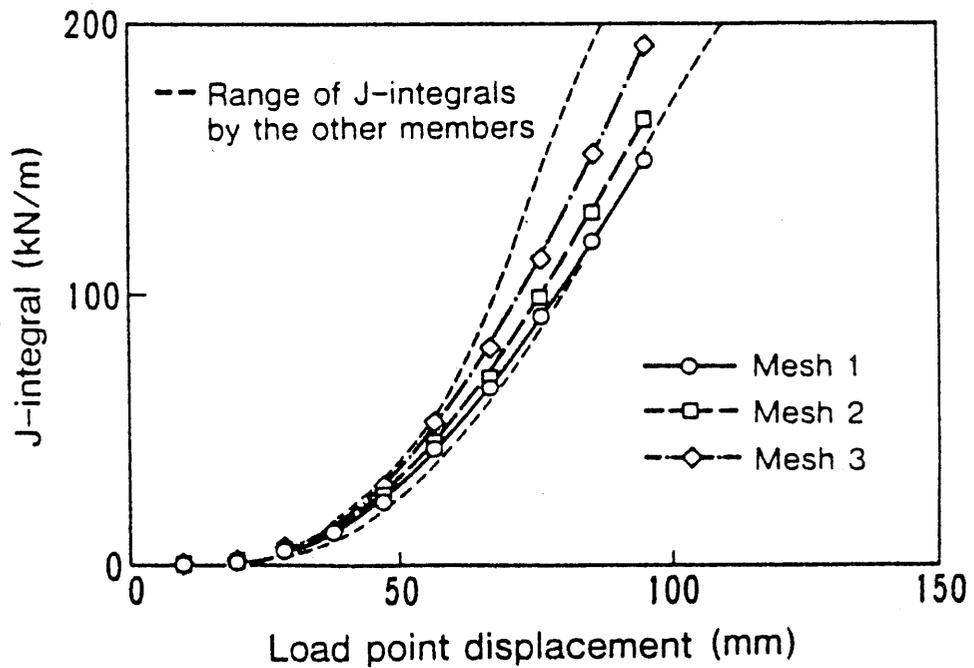
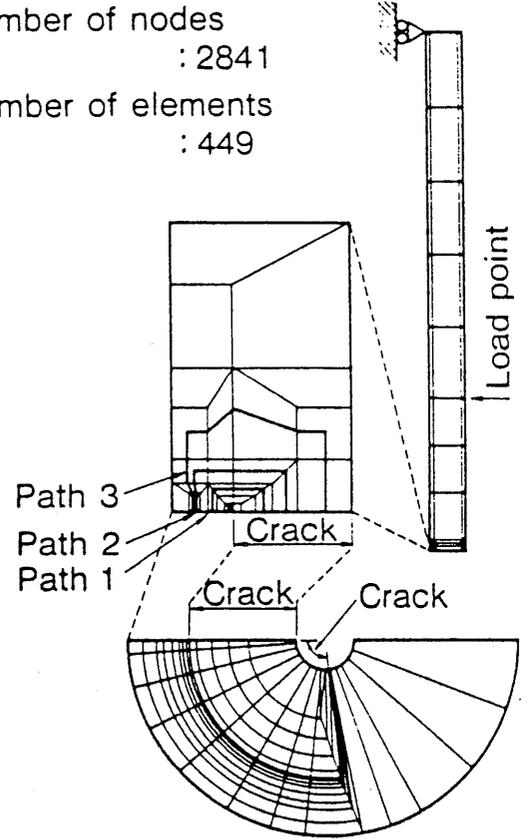


図8.11 要素分割数とJ積分-荷重線変位の関係[土居90]

表 8.4 各参加者の計算機リソース使用量の比較 [矢川87]

解析ケース	A	B	C	D	E	F	G	H	I
使用計算機	FACOM VP-50	FACOM VP-200	FACOM M-200	FACOM M-200	CRAY	HITAC- M680H	HITAC- S810/20	HITAC- S810	VAX780
使用プログラム	SIFRAM	MARC	PIPE-16	PIPE-20	MARC	FUSOL	FEM3D/S	SIMUS	ABAQUS
総自由度数	3192	3504	4722	6189	3558	7578	3219	3552	2868
総スナップ数	11	11	12	12	22	9	55	1	10
全CPU時間(秒)	1663.98	1374.02	7200	10800	874	1800	858	17	104409

(著者ら)

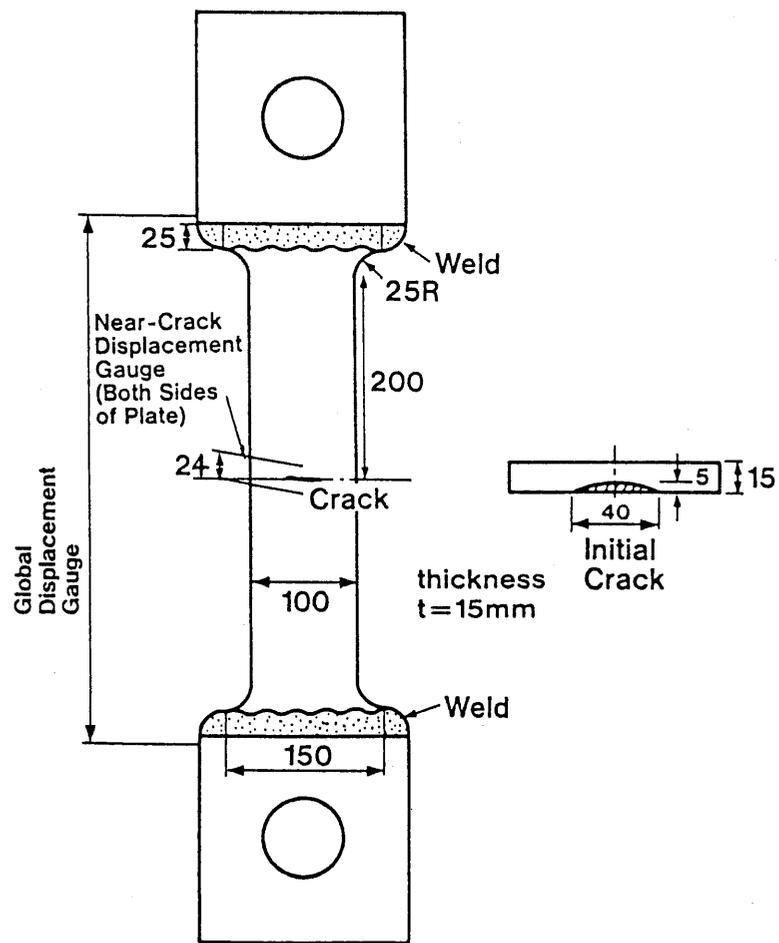


図8.12 表面き裂材の破壊試験片 [矢川87]

が設定され、き裂近傍の変位が測定された。ゲージ長さは24mmである。き裂材の全体変位も測定された。試験は同一の4試験片により実施された。各々の試験片は室温にて一定変位まで負荷・除荷された後、延性破面を高温にて着色し、低温にて脆性的に破断させている。

試験片の材料特性は単軸応力下の応力-ひずみ曲線として2種類与えられた。すなわち、公称応力-ひずみ曲線(図8.13)、および、真応力-真ひずみ曲線(図8.14)である。どちらの応力-ひずみ曲線を使用するかは解析者の自由である。

ヤング係数 $E = 200000\text{MPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ である。解析は、J積分評価、および、き裂進展解析が行なわれた。著者はJ積分評価のみに参加した。

き裂進展解析を実施する解析者のために、生成型解析用に、試験片のき裂進展量とゲージ変位の関係が与えられ、応用型解析用に、CT試験片より得られたJ積分抵抗曲線とき裂先端開口角CTOAも与えられた。

8.3.2 解析結果と考察

FEM3Dによる解析で使用した要素分割を図8.15に示す。要素はアイソパラメトリック20節点要素と15節点要素を使用した。き裂先端の特異要素は使用していない。弾塑性解析の方法、荷重増分法などは8.2の配管未貫通き裂の場合と同じである。計算は東京大学の大型計算機センターのスーパーコンピュータHITACS810/20を使用して実施した。解析ステップは44回、計算時間は1164秒である。J積分の評価には仮想き裂進展法を使用した。FEM3Dによる荷重・変位曲線を図8.16に示す。き裂中央部におけるJ積分とゲージ変位の関係を図8.17に示す。ゲージ変位が20mmを越えるとJ積分とゲージ変位の関係がほぼ直線になる。き裂中央部におけるJ積分と荷重の関係を図8.18に示す。全面降伏後、J積分が急激に増加することがわかる。図8.19に弾性状態(荷重 $P = 10\text{KN}$)のき裂前縁におけるJ積分の分布を示す。J積分はき裂中央部で最大値、き裂端部で最小値を示す。

ベンチマークテストには9名の参加者が参加した。表8.5に各参加者の解析の仕様を示す[矢川87]。FEM3Dによる解析で使用した要素数・節点数は若干少な目な値である。解析ステップ数はごく多い例(200ステップ)から少ない例(17ステップ)まで大きくばらついている。著者らの解析ステップ(44ステップ)は中間程度のステップ数である。

図8.20にベンチマーク参加者の、荷重-ゲージ変位曲線の比較を示す。図8.21にき裂中央部におけるJ積分とゲージ変位の比較を示す。8.2の配管未貫通き裂の場合とは異なり、参加者の結果は比較的良く一致している。著者らの結果はゲージ変位が大きい範囲で多少低めのJ積分を与えているようだが、ほぼ問題ない結果を与えているものと考ええる。表8.6に参加者の計算機使用リソース量の比較を示す。表8.4の場合と同様に、Cはスーパーコンピュータとスーパーコン

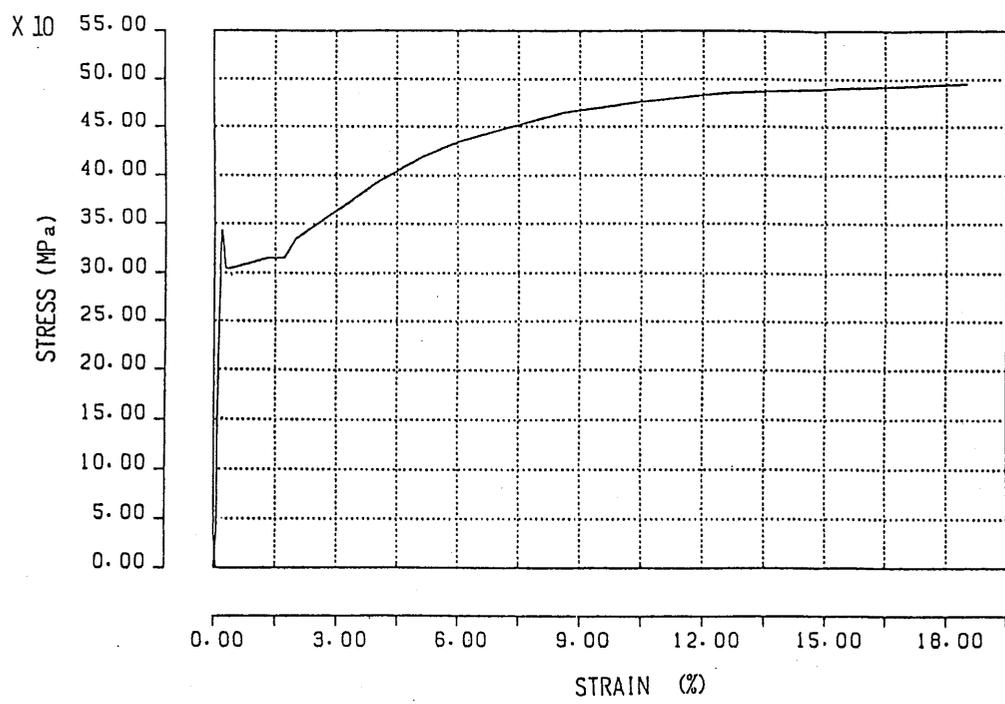


図 8.13 JIS STS42鋼の公称応力-ひずみ曲線 [矢川87]

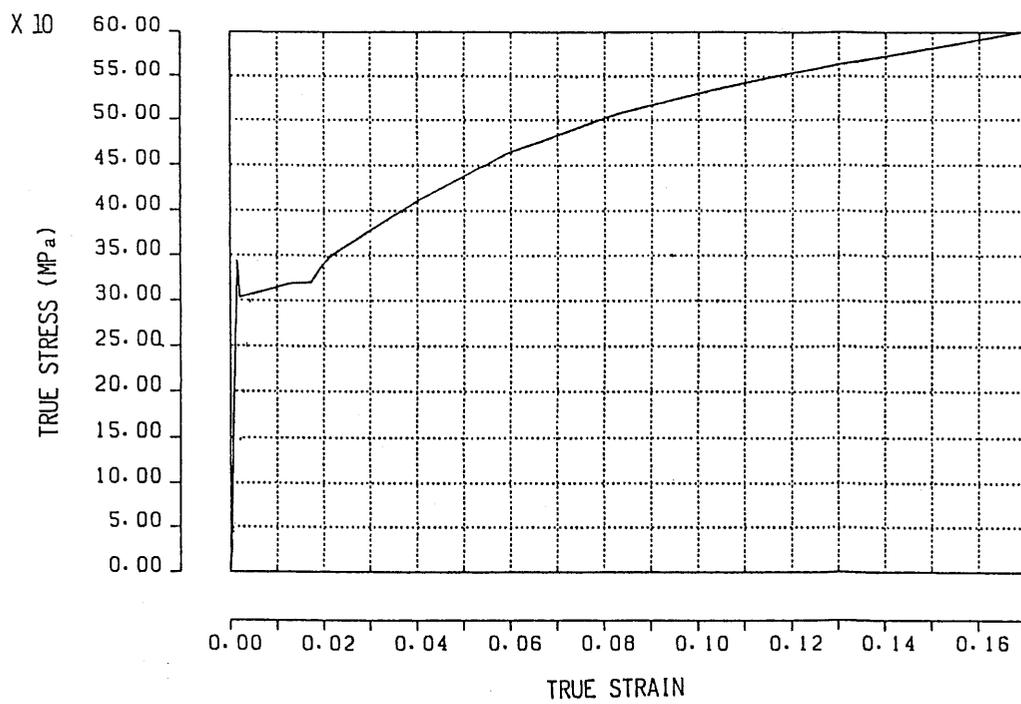


図 8.14 JIS STS42鋼の真応力-真ひずみ曲線[矢川87]

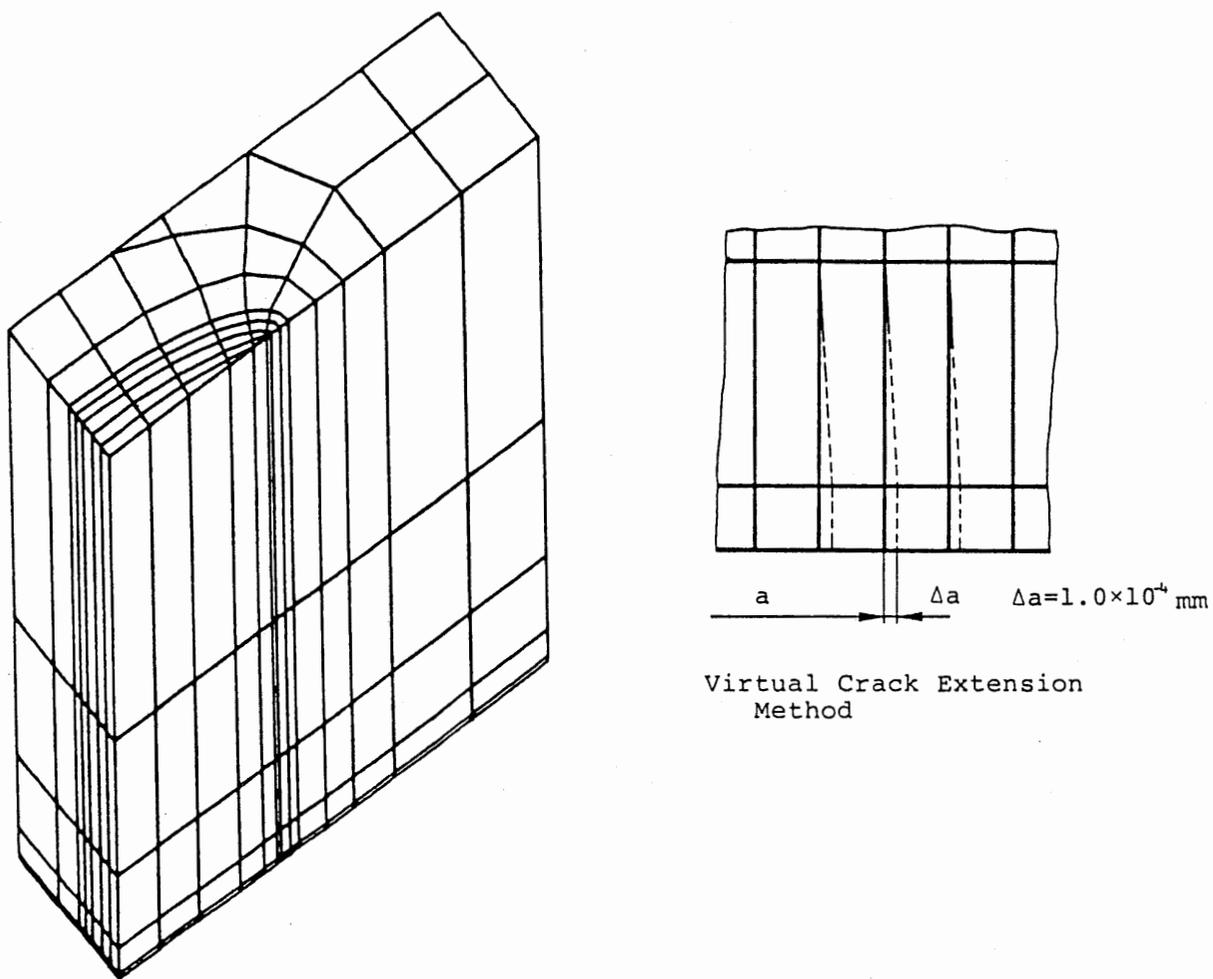


図8.15 表面き裂材の要素分割

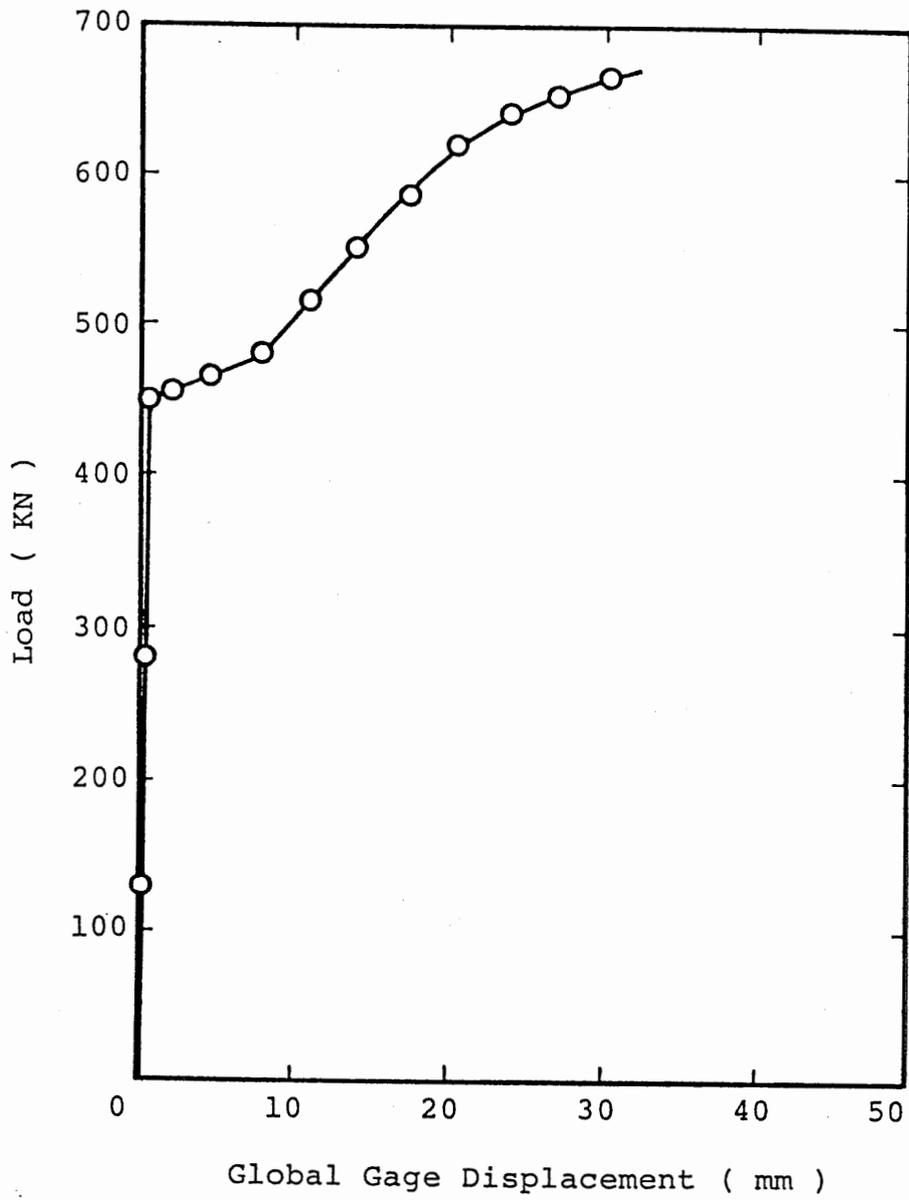


図8.16 荷重-ゲージ変位曲線 (全体ゲージ変位)

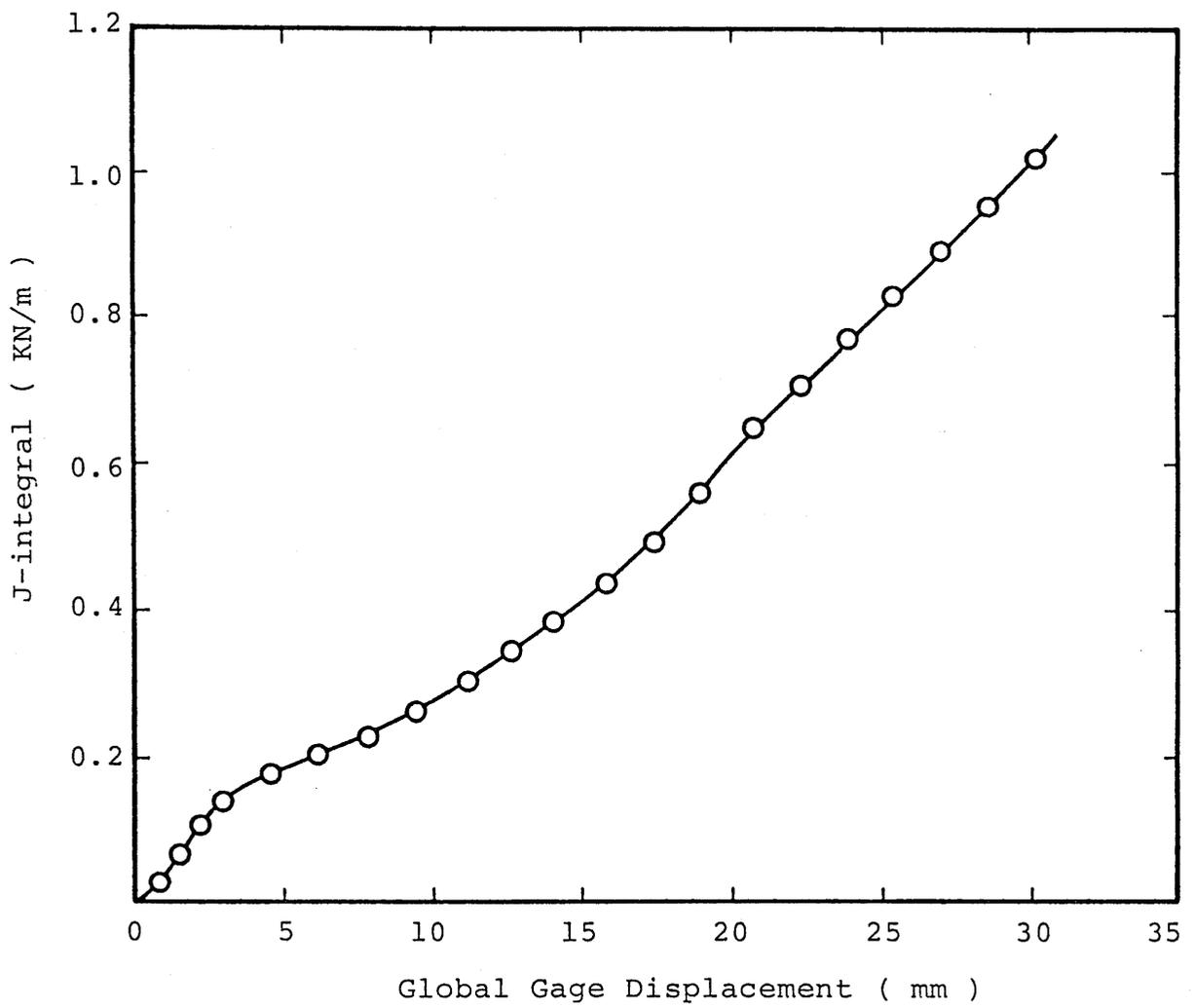


図8.17 J積分-ゲージ変位曲線 (全体ゲージ変位)

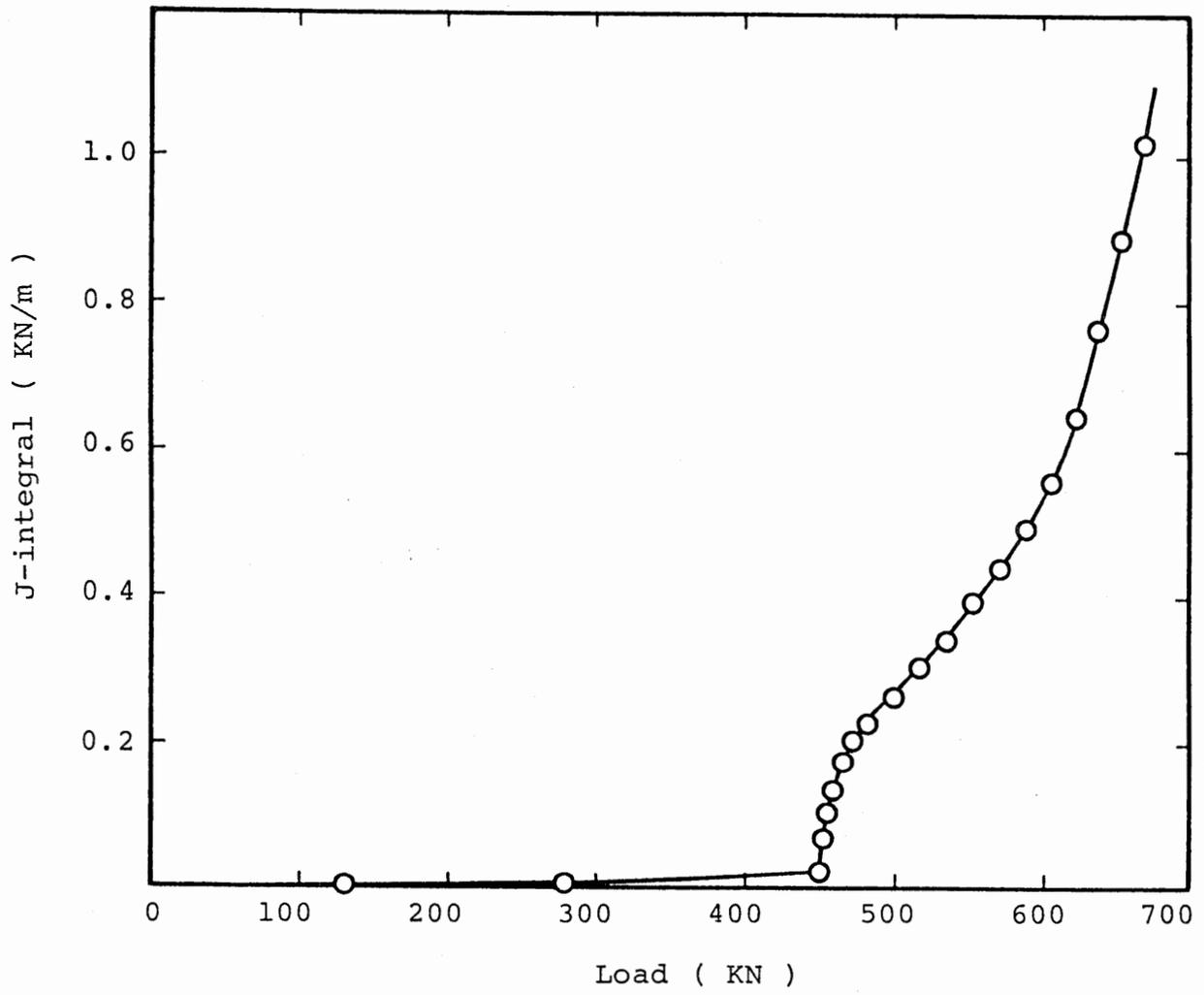


图8.18 J积分-荷重曲线

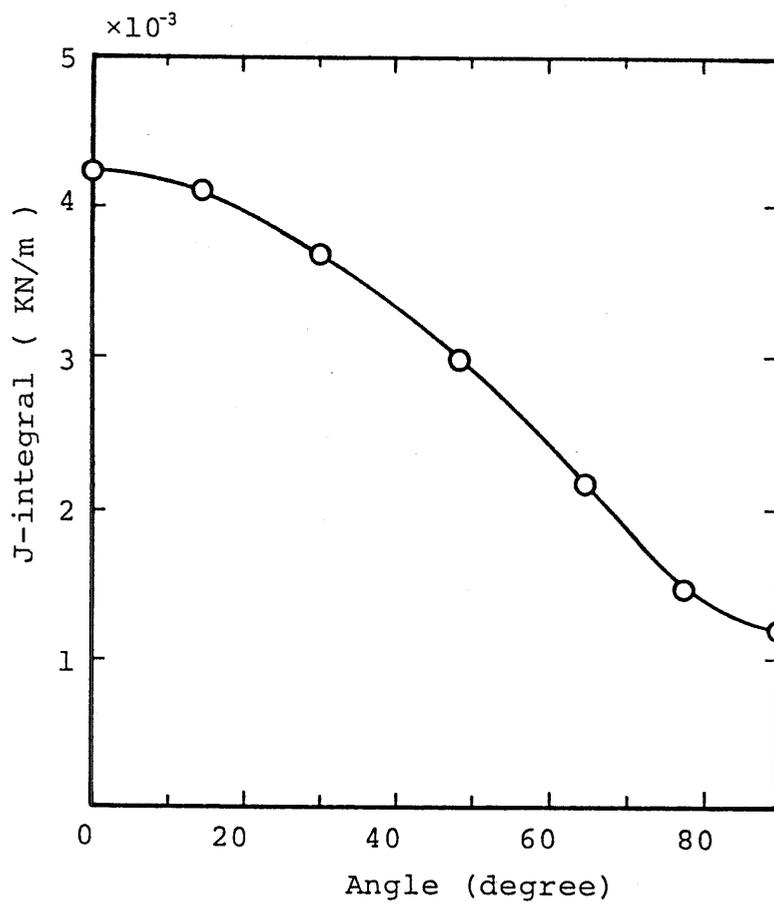


図8.19 弾性状態（荷重 $P = 10\text{KN}$ ）のき裂前縁における J 積分分布

表 8.5 各参加者の解析の仕様 [矢川 87]

解析ケース	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
解析コード	SIFRAM	MARC	SIMUS	MARC	ADINA	EPAS-J	FUSOL	FEM3D/S	PIPE-20	MARC
使用要素	20節点ソリッド	20節点ソリッド	20節点ソリッド	20節点ソリッド	20節点ソリッド	20節点ソリッド	16節点ソリッド	20節点ソリッド	20節点ソリッド	20節点ソリッド
全要素数	224	247	306	293	252	306	600	235	540	270
全積分点数	6048	6669	8262	7911	6804	8262	10800	6345	14580	7290
全節点数	1191	1355	1730	1760	1360	1610	2500	1313	2823	1528
応力-ひずみ関係式	Engg. 多直線	Engg. 多直線	-	-	True 2直線	Engg. 多直線	Engg. Ramberg-Osgood	Engg. 多直線	Engg. 多直線	True 多直線
硬化則	等方硬化	等方硬化	等方硬化	等方硬化	等方硬化	等方硬化	-	等方硬化	等方硬化	等方硬化
非線形解析法	Marcalの方法	Newton-Raphson法	BFGS法	Newton-Raphson法	Newton-Raphson法	Marcalの方法	Newton-Raphson法	Marcalの方法	Newton-Raphson法	Newton-Raphson法
J積分解析法	経路積分	VCE	VCE	VCE	VCE	経路積分	VCE	VCE	VCE	VCE

(著者ら)

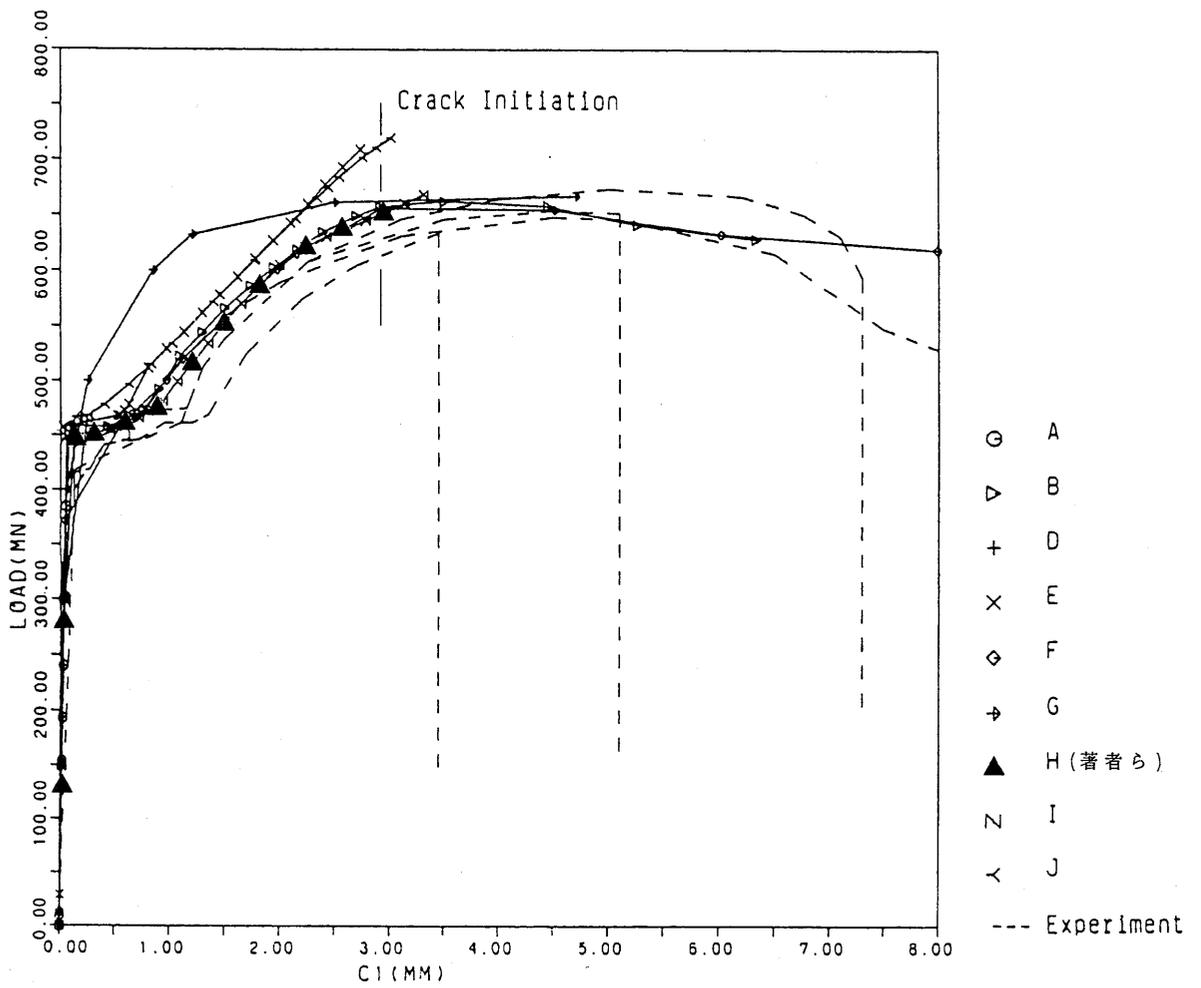


図8.20 荷重-ゲージ変位曲線の比較[矢川87]

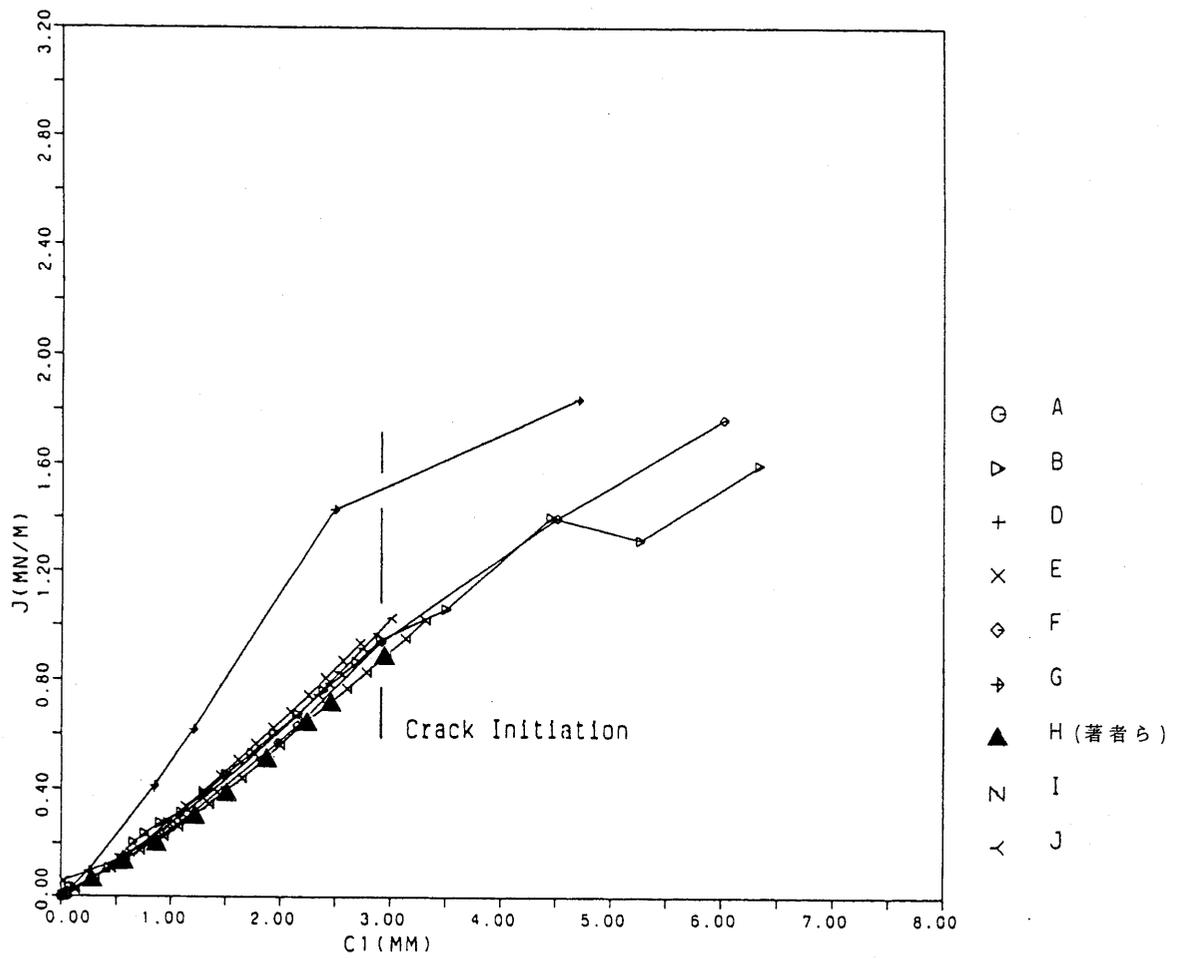


図8.21 き裂中央部におけるJ積分-ゲージ変位曲線の比較[矢川87]

表8.6 各参加者の計算機リソース使用量の比較[矢川87]

解析ケース	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
使用計算機	FACOM VP-50	IBM 3090	HITAC S810	IBM 3090	HITAC M260D	FACOM M380	HITAC- S810/20	HITAC- S810	FACOM M200	CRAY
使用プログラム	SIFRAM	MARC	SIMUS	MARC	ADINA	EPAS-J	PIPE-16	FEM 3D/S	PIPE-20	MARC
総自由度数	3576	4065	5190	5280	4080	4830	≈ 8000	3339	8469	4584
総ステップ数	6	34	1	1	21	200		44	1	17
全CPU時間(秒)	903	17197	27	1061	202550	44000	≈ 5400	1164	2980	1648

(著者ら)

ピュータ専用プログラムを使用しており、FEM3Dと同等の計算速度が得られている。また、Jはスーパーコンピュータと汎用プログラムを使用しているが、CとFEM3Dの計算速度は、Jに比較して3倍程度高速と考えられる。

8.4 まとめ

本章では、スーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dを使用した弾塑性解析の例として、日本機械学会研究協力分科会RC-74非線形有限要素法の応用研究分科会（主査 矢川元基東京大学教授）第2小委員会（矢川委員長）におけるベンチマークテストに参加した結果について述べた。本章で得られた結論は以下のとおりである。

(1) ベンチマークテストにおける MARC, ADINA などの汎用プログラム、あるいは、土居・坂田らによるスーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムSIMUSによる解析結果と比較して、FEM3Dの結果は十分な計算速度と精度を有している。

(2) 平板未貫通き裂のような比較的単純な体系における表面き裂の弾塑性解析は困難ではないが、配管未貫通き裂のように複雑な体系における表面き裂の弾塑性解析とJ積分の評価技術はまだ検討の余地があると考えられる。したがって、短時間で経済的な解析が可能な、SIMUS, FEM3Dのようなスーパーコンピュータ用解析プログラムを活用しパラメトリックスタディを行ない、J積分の評価技術について指針を得ることは意味がある。

第 9 章 三次元弾塑性有限要素法による表面き裂の進展解析

9章 三次元弾塑性有限要素法による三次元表面き裂の進展解析

9.1 三次元表面き裂のき裂進展解析と安定性評価

第8章においては、三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価のベンチマークテスト[矢川87]における、スーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dの計算結果について述べた。三好ら[Miyoshi87b],[Miyoshi88]は、三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価のベンチマークテスト終了後に、エンジニアリングアプローチ法を使用して、三次元表面き裂のき裂進展解析と安定性評価を実施した。本章ではその結果について述べる。

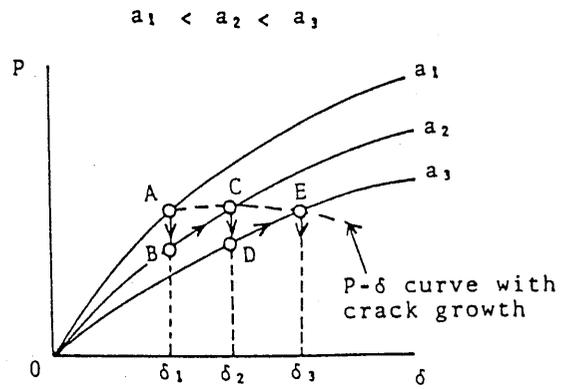
解析対象は第8章で述べた炭素鋼配管の曲げ負荷による破壊試験である。破壊試験は、米国Battelle Columbus研究所で実施された。本試験の結果は、炭素鋼配管の弾塑性解析とJ積分評価の国際ベンチマークテストとして公開され、世界の各国からの参加者が参加してベンチマークテストが実施された。8章で述べたように、日本では日本機械学会研究協力分科会RC-74非線形有限要素法の応用研究分科会第2小委員会（主査矢川元基東京大学教授）でベンチマークテストが実施され、著者は東京大学三好教授とこれに参加した。

9.2 エンジニアリングアプローチ法

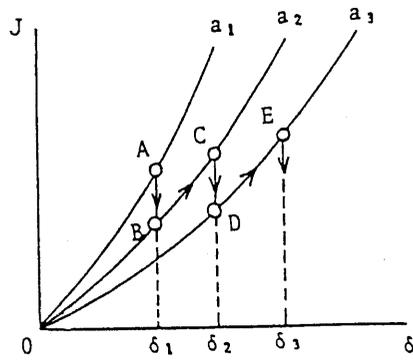
エンジニアリングアプローチ法とは、停留き裂に関し、J積分をき裂長さ a と荷重 P の関数として表わし、き裂進展解析を実施する方法である。き裂進展に際しての除荷が考慮できないため、厳密なき裂進展解析手法ではないが、簡便な手法としてHutchinsonら[Hutchinson79]により使用されている。矢川ら[矢川81]による平板き裂破壊試験のき裂進展解析ではエンジニアリングアプローチ法の結果が実験結果と良い一致を示している。エンジニアリングアプローチ法は、配管貫通き裂ではGermanら[German83]による研究がある。配管表面き裂では矢川・植田[矢川85b]による解析があり、これも実験結果と良い一致を示している。三次元表面き裂では矢川・植田[矢川85a],[Yagawa85c]による適用例がある。エンジニアリングアプローチ法は、実験結果として荷重 P とき裂長さ a の関係を使用すれば、J積分抵抗曲線を計算することができる（生成型解析、図9.1の(a),(b)→(c)）。また、J積分抵抗曲線と共に使用すれば荷重 P ・き裂長さ a の関係を計算することも可能である（応用型解析、図9.1の(c),(b),(a)→(a)の破線）。

9.3 解析したき裂形状

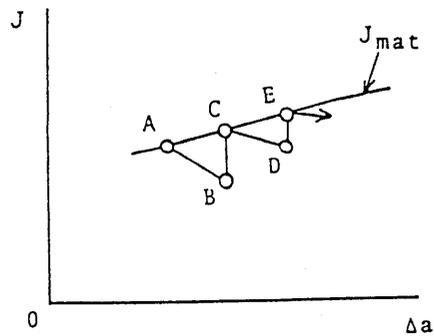
エンジニアリングアプローチでは、荷重 P ／き裂長さ a とJ積分の関係からき裂進展解析を実施するため、あらかじめき裂進展に際するき裂形状の変化を予想することが必要である。予想されたき裂進展形状が実際のき裂進展形状と大きく異なる



(a)



(b)



(c)

図9.1 エンジニアリングアプローチによるき裂進展解析

る場合には、き裂進展解析の精度が低下する。本章における解析では、き裂進展形状の変化は図9.2のように仮定した。図9.2で仮定したき裂形状変化は、き裂前縁がき裂端まで同時に進展するため、き裂面積は実際よりも大きめになる可能性がある。しかし、計算結果が実験結果をうまく説明できれば図9.2における仮定は妥当であることがわかる。結論を先に述べてしまえば、き裂進展解析の結果は実験結果と良く一致しており、図9.2の仮定は妥当と考えられる。き裂材は8章の図8.5のように要素分割した。さらに、き裂が貫通したあとの配管貫通き裂についても弾塑性解析とJ積分評価を実施した。き裂形状を図9.3に示す。き裂材はすべてスーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dで解析した。J積分は仮想き裂進展法で計算している。

9.4 荷重変位曲線とJ積分

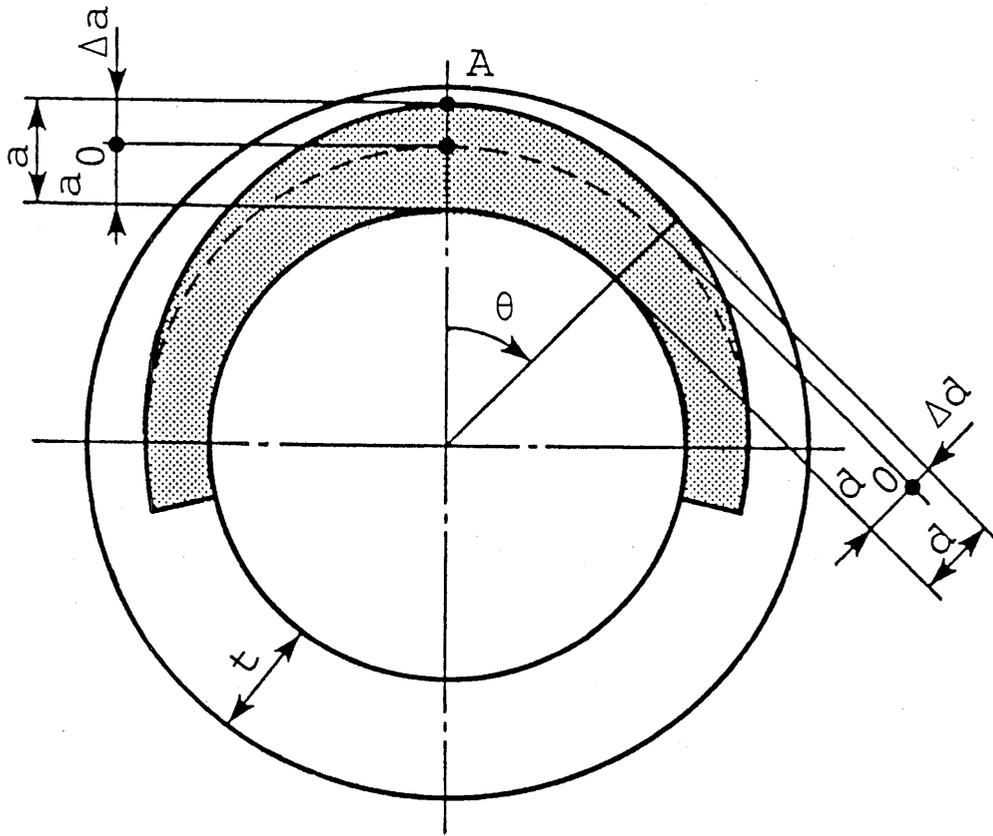
図9.4に解析した配管き裂材の荷重・変位曲線を示す。表面き裂材の場合は、き裂長さによる荷重変位曲線の差異はかなり小さい。配管き裂材の場合は、き裂開口角の違いによる荷重変位曲線の差異が大きく、表面き裂が貫通して貫通き裂となった後、き裂周方向へのき裂進展とともに、貫通き裂材の荷重が大きく低下することが予想される。

図9.5に表面き裂材のき裂最深部におけるJ積分と荷重点変位の関係を示す。荷重が低い間は、J積分は荷重点変位と曲線関係にあるが、荷重点変位が増加するにつれて、J積分と荷重点変位はほぼ直線の関係を示すようになる。この傾向は2次元試験片での解析結果と同様である。また、き裂深さが大きいほどJ積分と荷重点変位が直線的になるまでの荷重点変位が小さい。すなわち、き裂深さが深いほど、小さい荷重点変位で全断面降伏状態になることがわかる。

9.5 エンジニアリングアプローチ法を使用したき裂進展解析

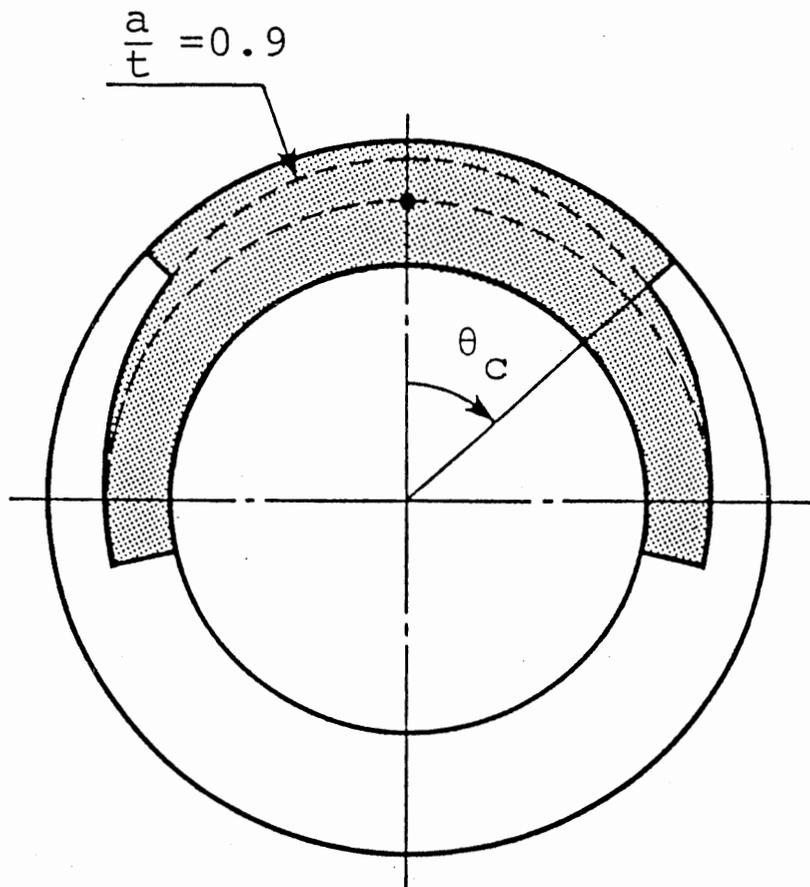
図9.4のき裂長さと荷重・荷重点変位曲線の関係、および、図9.5のき裂長さとJ積分・荷重点変位曲線の関係を使用し、エンジニアリングアプローチ法に基づくき裂進展解析（生成型解析）を実施した。実験結果としては、荷重点変位とき裂長さの関係を使用し、実験結果と数値計算結果より配管表面き裂材のJ積分抵抗曲線を求めた。4種類のき裂深さを有する配管き裂に対して解析により求めた荷重-荷重点変位曲線と、実験における荷重点変位とき裂長さの関係を図9.6に示す。図9.6中、点ACEを結ぶ曲線が実験における荷重点変位である。エンジニアリングアプローチにより、図9.5と図9.6を用いて求められたJ積分抵抗曲線を図9.7に示す。図9.7では、き裂が進展しき裂長さが増加するにしたがい、J積分抵抗曲線の勾配が増加していることがわかる。実験結果における荷重点変位とき裂長さの関係は図9.7におけるき裂進展量 $\Delta a = 3.6\text{mm}$ までしかない。したがってこれ

θ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	95.76°
Δd	Δa	$\frac{5}{6}\Delta a$	$\frac{4}{6}\Delta a$	$\frac{3}{6}\Delta a$	$\frac{2}{6}\Delta a$	$\frac{1}{6}\Delta a$	0



$$\frac{r}{t} = 0.662, 0.7, 0.8, 0.9$$

図9.2 配管き裂材の表面き裂の形状



$$\theta_c = 30^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 95.76^\circ$$

図9.3 配管き裂材の貫通き裂の形状

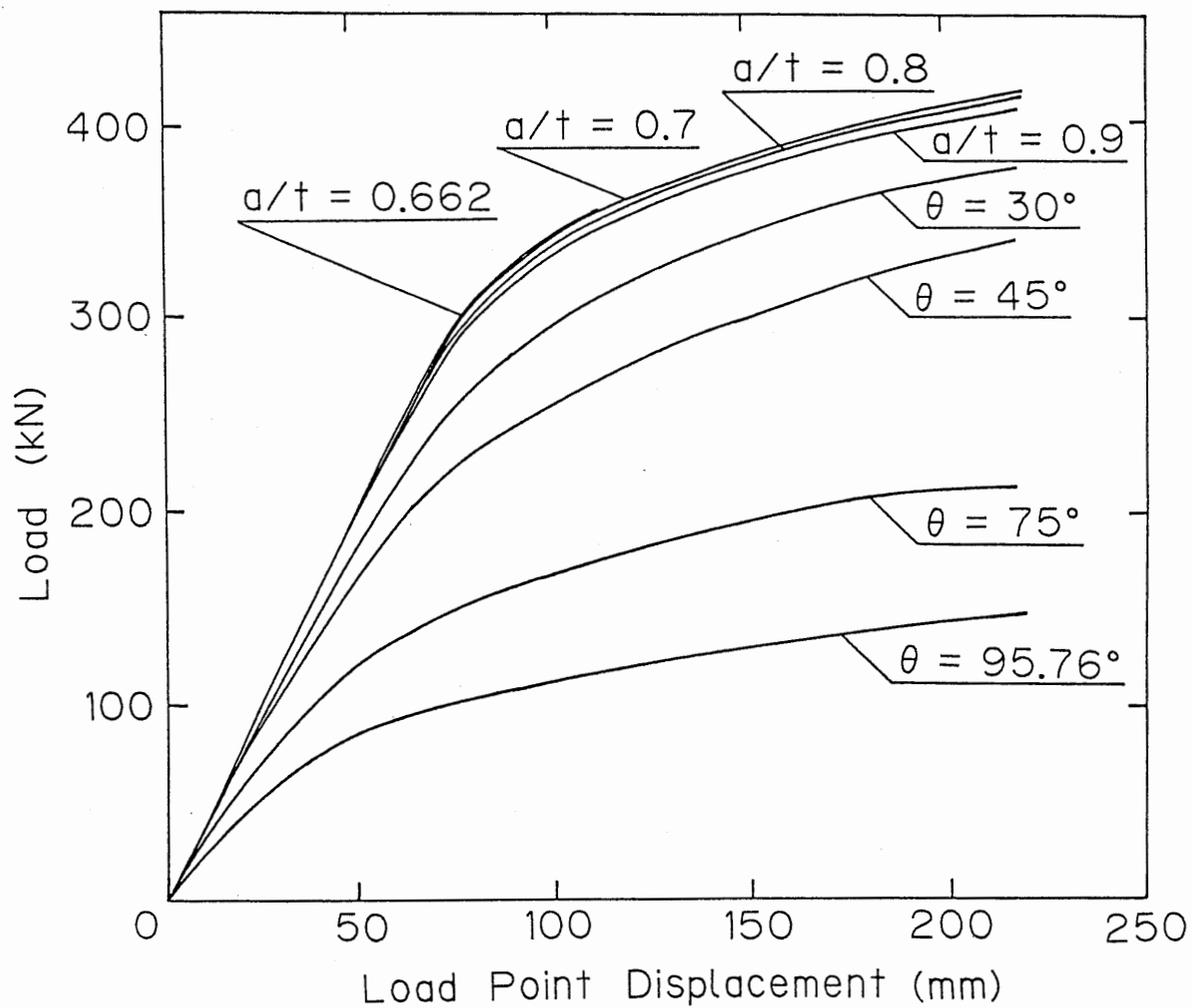


図9.4 配管き裂材の荷重-荷重点変位曲線

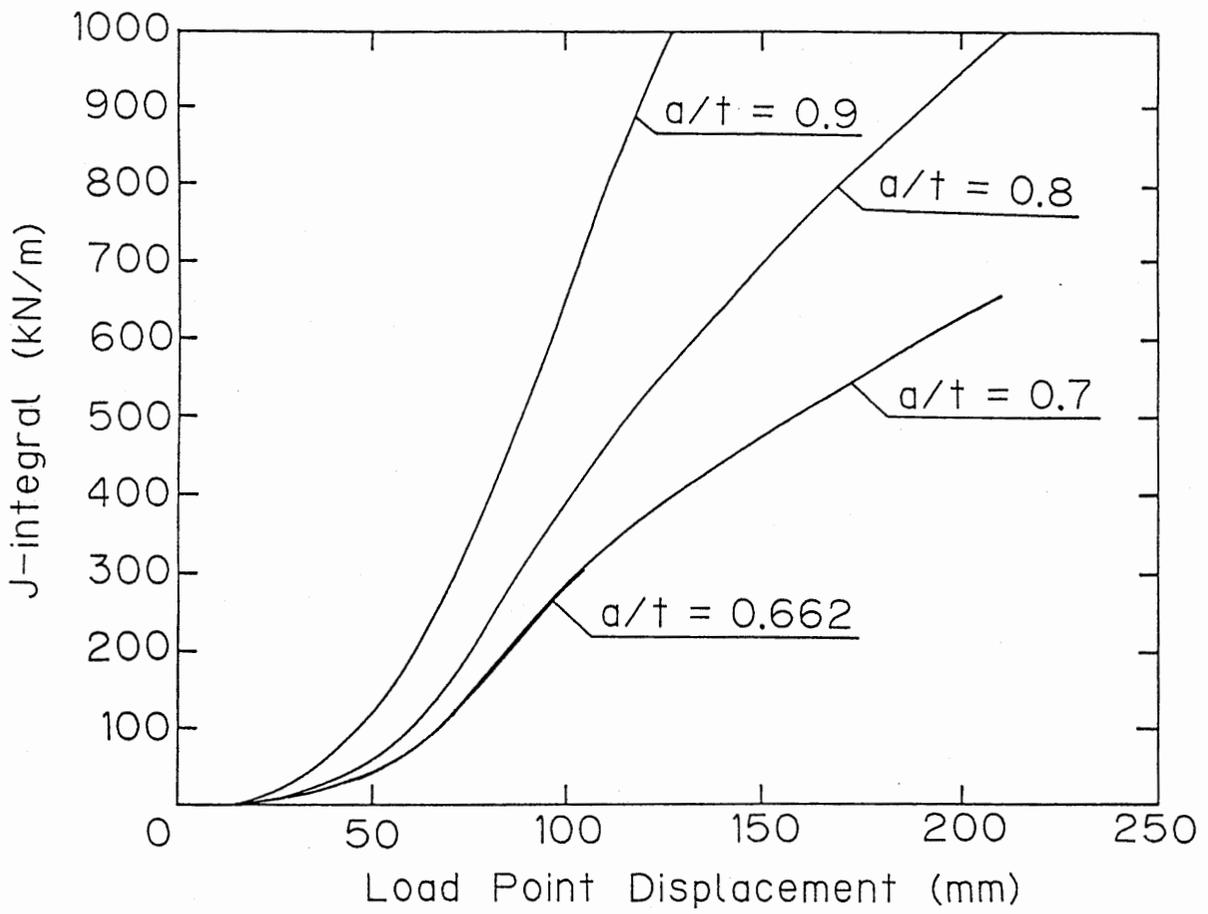


図9.5 配管き裂材のき裂最深部におけるJ積分-荷重点変位曲線

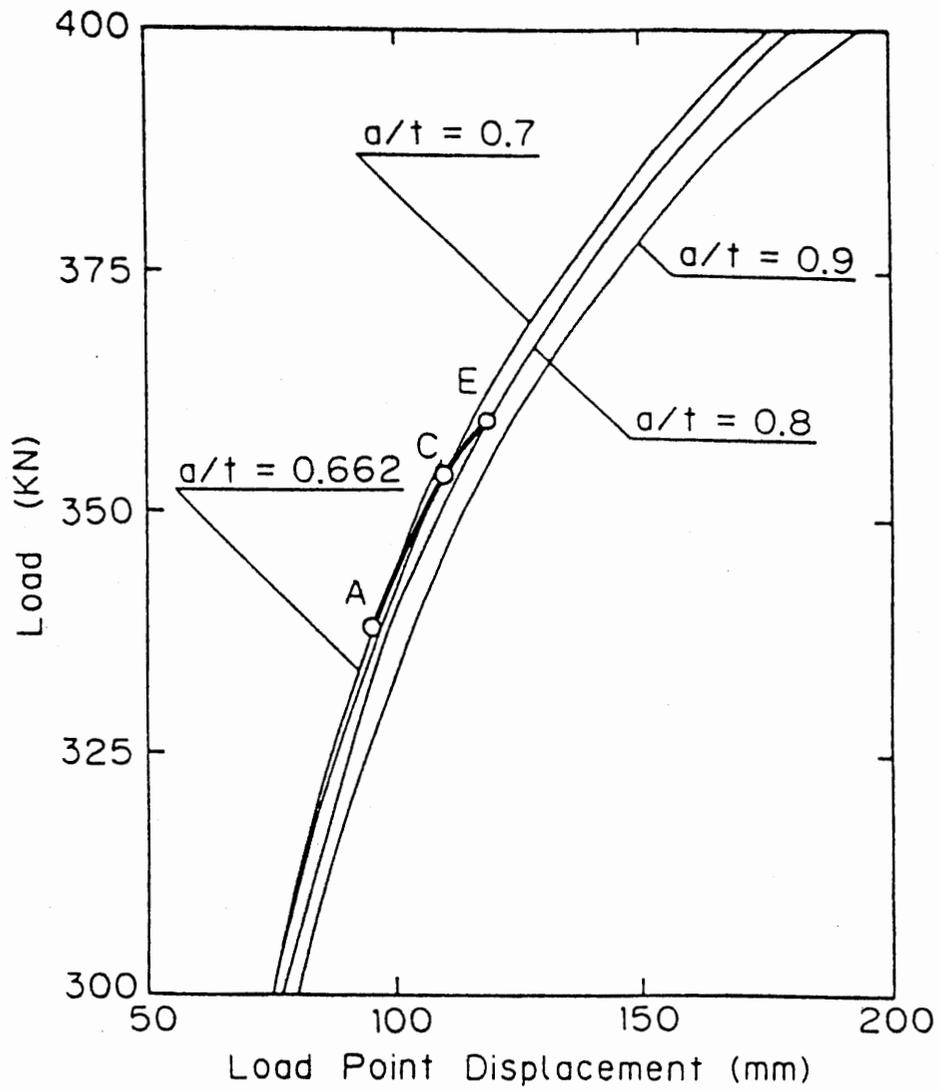


図9.6 配管き裂材の荷重-荷重点変位曲線（点ACEは実験における荷重-荷重点変位曲線）

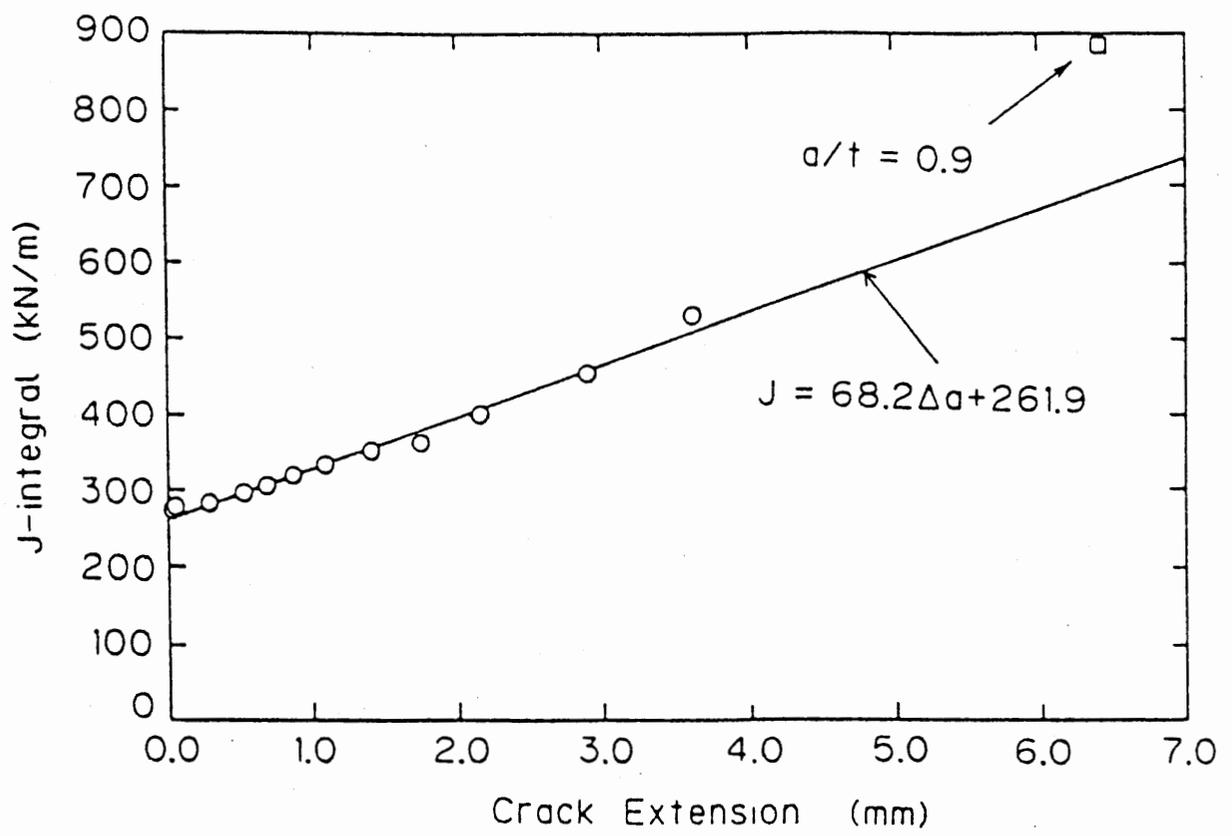


图9.7 J积分抵抗曲线

以上のき裂進展量に対するJ積分抵抗曲線を求めることはできない。しかし、ここで再び安定なき裂進展が生じると仮定する場合、荷重を一定としき裂を進展させ評価されるJ積分値は、J積分抵抗曲線の下側になることが必要である（図9.1(c)の点A→B）。そこで荷重を一定としき裂進展量 $\Delta a \doteq 6\text{mm}$ ($a/t = 0.9$)に対するJ積分値を求めた。求められたJ積分値は図9.7に示すようにJ積分抵抗曲線の上に存在する。一般にJ抵抗曲線は安定なき裂成長を生じている場合はほぼ一定の傾きを有する。したがって以上の結果より、き裂進展量 $\Delta a = 3.6\text{mm}$ 以上においてはき裂深さ方向の不安定破壊が発生することが予想される。これは表8.2において $\Delta a = 3.6\text{mm}$ 以上のき裂深さのデータが与えられていないことと対応していると考えられる。すなわち、解析結果はき裂進展の不安定化に関して実験結果を良く説明しているものと考えられる。

9.6 配管貫通き裂のき裂開口変位

図9.8に配管貫通き裂の配管表面のき裂中央部におけるき裂開口変位と荷重点変位の関係を示す。配管の貫通き裂から漏洩する流体の流量と配管貫通き裂のき裂開口変位は簡単な関数関係で表現される。実際の配管においてはリークモニタで配管からの流体の漏洩を検知することが可能である。したがって、荷重点変位とき裂開口変位の関係の評価することにより、流体の漏洩が検知可能な状態における配管貫通き裂の破壊力学パラメータを評価することが可能である。したがって、図9.8のような関係を求めておくことは意味があると考えられる。

9.7 まとめ

き裂深さの異なる複数の配管表面き裂に対して弾塑性解析とJ積分評価を実施した。数値解析結果と実験結果を用いてエンジニアリングアプローチ法により配管表面き裂材のき裂進展解析（生成型解析）を行なった。また、配管貫通き裂材における荷重点変位とき裂開口変位の関係の評価した。本章における解析より得られた結論は以下のとおりである。

(1) き裂進展解析により評価された、配管表面き裂材におけるJ抵抗曲線は実験結果を良く説明する。

(2) 配管貫通き裂における流体の漏洩量の評価のため、荷重点変位とき裂開口変位の関係は有効と考えられる。

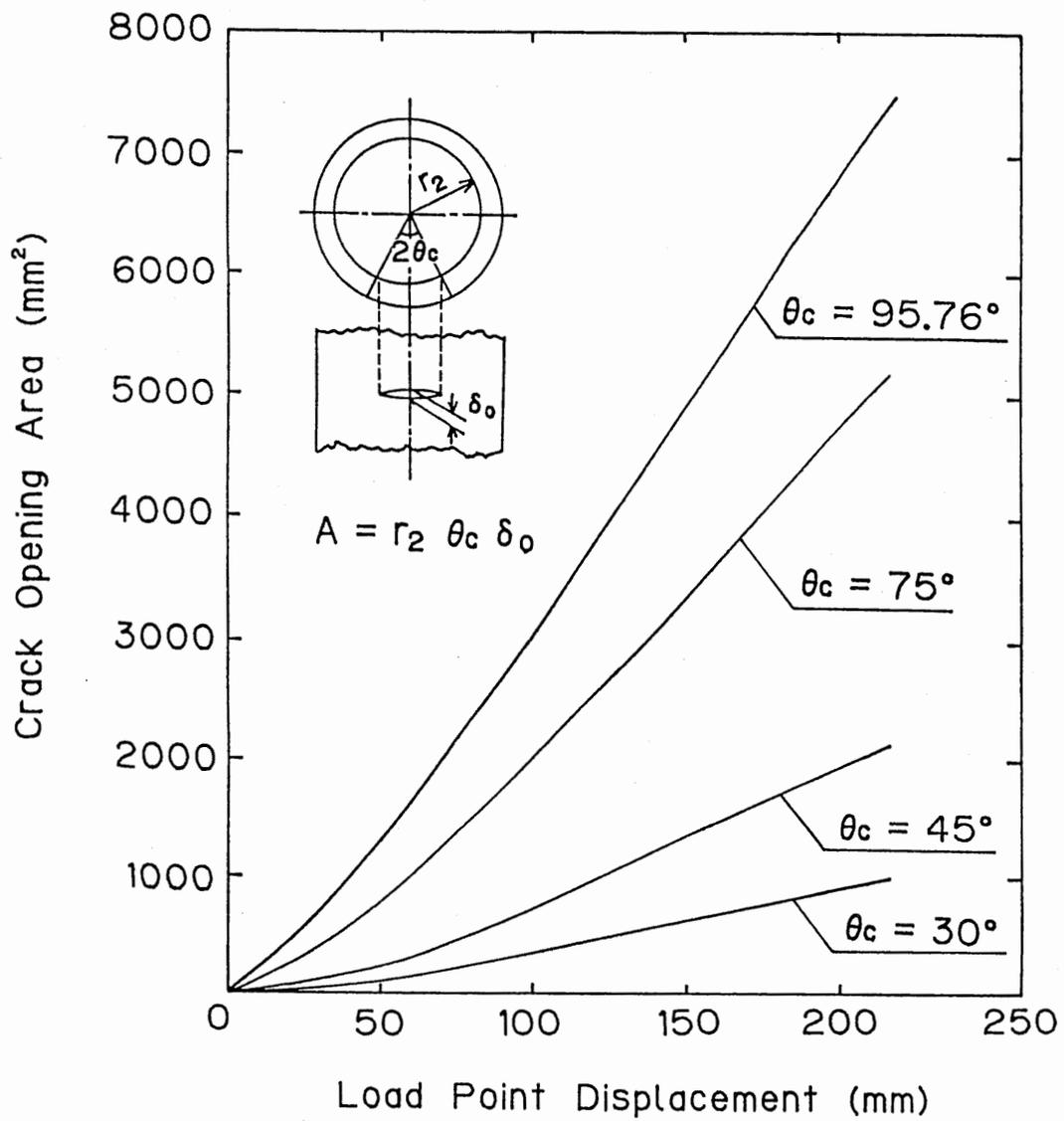


図9.8 配管貫通き裂材のき裂開口面積-荷重点変位曲線

第 10 章 結 言

10章 結 言

本研究は、破壊力学における重要な研究対象である三次元表面き裂の延性不安定破壊の材料力学的側面について、弾塑性有限要素法を中心とする数値解析手法により検討したものである。

ぜい性破壊のように、小規模降伏の条件が満たされる場合、き裂先端近傍のごく狭い範囲が弾塑性状態になるだけで、構造物のほとんどの場所で弾性状態が保たれる。したがって、形状が複雑な三次元表面き裂の問題であっても、すべての破壊現象は応力拡大係数に関連付けて考えることが可能である。したがって、応力拡大係数の評価は重要なテーマである。近年、計算機能力の向上と応力拡大係数のデータベースを構築するための考え方としての影響関数法の使用により、三次元表面き裂の応力拡大係数の資料は、一部の特種なき裂形状を除いてはかなりの部分が整備されつつあるように考える。

これに対して、大規模降伏状態において生じる破壊現象である延性不安定破壊を定量的に把握するためには、膨大な数値計算を伴う三次元表面き裂の弾塑性解析が必要なため、研究があまり行なわれていなかった。そこで、本研究では、当初、膨大な数値計算を必要とせず、しかも高い精度が期待できる解析手法としてラインスプリング法によるJ積分評価法とき裂進展解析法を開発したが、その後、スーパーコンピュータの高速演算性能を最大限に利用し、膨大な数値計算を実用的な計算時間で処理する方向に研究方針を転じ、スーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dを開発した。著者は、種々の三次元表面き裂のJ積分評価とき裂進展解析がFEM3Dにより実用的な計算時間で実施可能なことを示し、さらに、FEM3Dにより計算されたJ積分とエンジニアリングアプローチ法の使用により、配管表面き裂材における、き裂成長の安定性が精度良く評価できることを示し、当初の目標を達成した。

以下に本研究の成果を簡潔に述べる。

- (1) 2次元の進展き裂材におけるJ積分の評価方法について検討した。また、J抵抗曲線とCOA抵抗曲線の関係、試験片形状とJ積分支配き裂進展条件の関係について検討した。また、コンプライアンスが安定き裂成長に及ぼす影響について検討した。
- (2) 三次元表面き裂の簡易モデルであるラインスプリング法によるJ積分評価法、き裂進展解析法を開発し、三次元表面き裂のJ積分とき裂進展が精度良く評価可能なことを示した。
- (3) ラインスプリング法を使用した平板表面き裂の進展解析を実施し、初期き裂形状とき裂進展の安定性について検討した。また、実断面応力基準条件に関して検討した。

(4) ラインスプリング法を使用した配管表面き裂の進展解析における、き裂貫通後の周方向へのき裂進展解析法を開発し、初期き裂形状とき裂進展の安定性について検討した。

(5) スーパーコンピュータ用三次元弾塑性有限要素解析プログラムFEM3Dを開発し、三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価が実用的な計算時間で実施可能なことを示した。この中で、スーパーコンピュータ用高速有限要素計算手法を開発した。特に、高速連立一次方程式解法としてパラレルスカイライン法を開発し有効性を示した。

(6) 機械学会における破壊力学解析ベンチマークテストに参加し、FEM3Dによる三次元表面き裂の弾塑性解析とJ積分評価を実施し、市販汎用構造解析プログラムと比較して同等の計算精度と数倍程度の高速性を有することを示した。

(7) 米国Battelle Columbus研究所の配管き裂材の破壊試験データをFEM3Dで計算したJ積分とエンジニアリングアプローチ法により解析し、表面き裂成長の安定性が精度良く評価できることを示した。

以上の研究成果により、従来困難と考えられていた、弾塑性破壊力学の三次元表面き裂の延性不安定破壊への適用が、十分実用的なことを明らかにすることができた。本研究の成果は、弾塑性破壊力学による三次元表面き裂の延性不安定破壊評価の実用化の道を拓いた。

参考文献

[Ainworth84]Ainsworth, R.A., The assessment of defects in structures of strain hardening material, Eng. Fract. Mech., 19, pp.633-642, (1984).

[Ahmad70]Ahmad, S., Irons, B.M. and Zienkiewicz, O.C., Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements, Int. J. Numer. Methods. Eng., 2, pp.419-451, (1970).

[Andersson73]Andersson, H., A Finite-Element Representation of Stable Crack-Growth, J. Mech. Phys. Solids, 21, pp.337-356, (1973).

[浅野89]浅野・深倉・柏谷・斉藤, R6-Rev.3法による炭素鋼配管の延性破壊評価, 日本機械学会論文集, 55-519A, pp.2299-2306, (1989).

[Barsoum76]Barsoum, R.S., On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics, Int. J. Numer. Methods. Eng., 10, pp.25-37, (1976).

[Blackburn77]Blackburn, W.S., Hellen, T.K., Calculation of Stress Intensity Factors in Three Dimensions by Finite Element Methods, Int. J. Numer. Methods. Eng., 11, pp.211-229, (1977).

[Bloom80]Bloom, J.M., Prediction of Ductile Tearing of Compact Fracture Specimens Using the R-6 Failure Assessment Diagram, Int. J. Pres. Ves. & Piping, 8, pp.215-231, (1980).

[Bloom83]Bloom, J.M., A Procedure for the Assessment of the Structural Integrity of Nuclear Pressure Vessels, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., pp.28-34, (1983).

[Bloom84]Bloom, J.M. and Hechmer, J.L., Limits of Linear Elastic Fracture Mechanics, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., pp.196-200, (1984).

[Chell79]Chell, G.G., A Procedure for Incorporating Thermal and Residual Stresses into the Concept of a Failure Assessment Diagram, ASTM Spec. Tech.

Publ., 668, pp.581-605, (1979).

[Delale81]Delale, F. and Erdogan, F., Line-Spring Model for Surface Cracks in a Reissner Plate, *Int. J. Eng. Sci.*, 19, pp.1331-1340, (1981).

[Delale82]Delale, F. and Erdogan, F., Application of the Line-Spring Model to a Cylindrical Shell Containing a Circumferential or an Axial Part-Through Crack, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 49, pp.97-102, (1982).

[Dowling75]Dowling, A.R. and Townley, H.A., The Effect of Defects on Structural Failure: A Two-Criteria Approach, *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, 3, pp.77-107, (1975).

[土居90]土居・坂田・清水・矢川, 表面き裂付き円筒の弾塑性解析, 日本機械学会論文集, 56-524A, pp.811-815, (1990).

[Ernst81]Ernst, H.A., Paris, P.C. and Landes, J.D., Estimation on J-Integral and Tearing Modulus T from a Single Specimen Test Record, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 743, pp.476-502, (1981).

[Garwood75]Garwood, S.J., Robinson, J.N. and Turner, C.E., The Measurement of Crack Growth Resistance Curves (R-Curves) Using the J Integral, *Int. J. Fract.*, 11, pp.528-530, (1975).

[German83]German, M.D. and Kumar, V., Elastic-Plastic Analysis of Crack Opening, Stable Growth and Instability Behavior in Flawed 304 SS Piping, *Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol.*, pp.290-308, (1983).

[Goldman74]Goldman, N.L. and Hutchinson, J.W., Fully Plastic Crack Problems: The Center-Cracked Strip Under Plane Strain, *Int. J. Solids Structures*, 11, pp.575-591, (1975).

[Hasegawa83]Hasegawa, K., Sakata, S., Shimizu, T. and Shida S., Prediction of Fracture Tolerances for Stainless Steel Pipes with Circumferential Cracks, *ASME PVP-Vol.95 Circumferential Cracks in Pressure Vessels and Piping-Vol.II*, pp.65-78, (1983).

[長谷川93]長谷川・田村・後・安達・江口，ベクトル計算機上でのスカイライン法の高速ソルバ，情報処理学会研究報告，93-HPC-49，pp.17-24，(1993)。

[Hutchinson68]Hutchinson, J.W., Singular Behavior at the End of Tensile Crack in a Hardening Material, *J. Mech. Phys. Solids*, 16, pp.13-31, (1968).

[Hutchinson79]Hutchinson, J.W. and Paris, P.C., Stability Analysis of J-Controlled Crack Growth, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668, pp.37-64, (1979).

[Ilyushin46]Ilyushin, A.A., The theory of small elastic-plastic deformations, *Prikadnaia Matematika i Mekhanika*, P.M.M. 10, pp.347-356, (1946).

[Irons71]Irons, B.M., Quadrature Rules for Brick Based Finite Elements, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 3, pp.293-294, (1971).

[Kanninen78]Kanninen, M.F., Broek, D., Hahn, G.T., Marschall, E.F., Rybicki, E.F. and Wilkowski, G.M., Towards an Elastic-Plastic Fracture Mechanics Predictive Capability for Reactor Piping, *Nucl. Eng. Des.*, 48, pp.117-134, (1978).

[Kanninen79]Kanninen, M.F., Rybicki, R.B., Stonesifer, R.B., Broek, D., Rosenfield, A.R., Marschall, C.W. and Hahn, G.T., Elastic-Plastic Fracture Mechanics for Two-Dimensional Stable Crack Growth and Instability Problems, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668, pp.121-150, (1979).

[Kanninen81]Kanninen, M.F., Popelar, C.H. and Broek, D., A Critical Survey on the Application of Plastic Fracture Mechanics to Nuclear Pressure Vessels and Piping, *Nucl. Eng. Des.*, 67, pp.27-55, (1981).

[Katnik77]Katnik, R., A Note on Moment Balance in the Isoparametric Shell Element, *Int J. Numer. Methods Eng.*, 11, pp.199-200, (1977).

[加藤85]加藤・大吉，構造工学におけるベクトル処理及びマルチ・タスキングの活用・・・現在と未来・・・，日本鋼構造協会第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，pp.61-66，(1985)。

[北川72]北川, 疲れき裂への破壊力学の適用, 材料, 75-642, pp.70-82, (1972).

[Kumar84]Kumar, V. and German, M.D., Studies on the Line-Spring Model for Nonlinear Crack Problems, ASME PVP-Vol.85 AMD-Vol.61 Computational Fracture Mechanics-Nonlinear and 3-D Problems, pp.1-23, (1984).

[MaCalla72]MaCalla, T.R., 三浦・田尾訳, 計算機のための数値計算法概論, p.270, (1972), サイエンス社.

[松原91]松原, 軸力と曲げを受ける複数片側き裂を有する構造部材への不静定弾塑性破壊力学の適用, 日本機械学会論文集, 57-534A, pp.61-64, (1991).

[Milne79]Milne, I., Failure Analysis in the Presence of Ductile Crack Growth, Mater. Sci. and Eng., 39, pp.65-79, (1979).

[Milne86]Milne, I., Ainsworth, R.A., Dowling, A.R. and Stewart, A.T., Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects, R/H/R6-Rev.3, Central Electricity Generating Board, 1986.

[宮本71]宮本・三好, 機械学会講演論文集, 730-2, pp.179-182, (1971).

[三好76]三好・白鳥・座古・坂田, 有限要素法, (1976), 実教出版.

[三好82]三好・白鳥・根本, 表面き裂を有する平板の応力拡大係数およびJ積分評価, 日本機械学会論文集, 48-433A, pp.1128-1135, (1982).

[三好83]三好・白鳥・田辺, 修正ラインスプリング法による三次元表面き裂の応力拡大係数の解析, 日本機械学会論文集, 49-444A, pp.920-927, (1983).

[三好84a]三好・白鳥・吉田・田辺, 三次元表面き裂の干渉効果に関する研究, 日本機械学会論文集, 50-451A, pp.477-482, (1984).

[三好84b]三好・吉田・白鳥, 不安定延性破壊におけるJ積分の評価と安定性解析, 日本機械学会論文集, 50-453A, pp.904-911, (1984).

[三好85a]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂の延性不安定破壊に関する研究

(第1報、COA一定条件によるき裂進展解析), 日本機械学会論文集, 51-461A, pp.171-174, (1985)

[三好85b]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂のJ積分評価とき裂進展解析, 日本機械学会論文集, 51-465A, pp.1393-1399, (1985).

[三好85c]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂の延性不安定破壊に関する研究(第2報、Leak-Before-Break条件に関する考察), 日本機械学会論文集, 51-467A, pp.1852-1857, (1985)

[三好86a]三好・吉田・白鳥, 表面き裂を有する配管の延性不安定破壊(第1報、表面き裂の進展解析), 日本機械学会論文集, 52-474A, pp.472-475, (1986).

[三好86b]三好・吉田, スーパーコンピュータによる三次元表面き裂の解析(第1報、三次元表面き裂の弾性解析), 日本機械学会論文集, 52-477A, pp.1348-1351, (1986).

[Miyoshi86c]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Leak Before Break Evaluation of a Plate with a Surface Crack Subjected to Tension, Eng. Fract. Mech., 24, pp.103-110, (1986).

[Miyoshi86d]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Analysis of J-Integral and Crack Growth for Surface Cracks by Line Spring Method, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., 108, pp.305-311, (1986).

[三好87a]三好・吉田, スーパーコンピュータによる三次元表面き裂の解析(第2報、三次元表面き裂の弾塑性解析), 日本機械学会論文集, 53-486A, pp.255-260, (1987).

[Miyoshi87b]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Finite Element Elastic-Plastic Analysis of Growth and Penetration of a Surface Crack, presented at 1987 ASME PVP Conference, San Diego, California, June 28-July 2, 1987, 87-PVP-28, (1987).

[Miyoshi88]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Finite Element Elastic-Plastic Analysis of Growth and Penetration of a Surface Crack, Int.

J. Pres. Ves. & Piping, 33, pp.15-25, (1988).

[村田85]村田・小国・唐木, スーパーコンピュータ, p.6, (1985), 丸善.

[村田86]村田, 前処理付き共役勾配法・共役残差法, 情報処理, 27, pp.498-507, (1986).

[Newman81]Newman, J.C., Jr. and Raju, I.S., An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack, Eng. Fract. Mech., 15, pp.185-192, (1981).

[小国86]小国・後・長堀・加藤, スーパーコンピュータにおけるリストベクトルの利用技術, 情報処理学会論文誌, 27, pp.11-19, (1986).

[岡村77]線形破壊力学入門, 培風館, (1977).

[Pan84]Pan, J., Estimation of Energy Release Rates and Instability Analysis for a Pipe with a Circumferential Surface Crack Subjected to Bending, ASME 84-PVP-110, (1984).

[Paris79]Paris, P.C., Tada, H., Zahoor, A. and Ernst, H., The Theory of Instability of the Tearing Mode of Elastic-Plastic Crack Growth, ASTM Spec. Tech. Publ., 668, pp.5-36, (1979).

[Parks81]Parks, D.M., The Inelastic Line-Spring: Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface-Cracked Plates and Shells, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., 103, pp.246-254, (1981).

[Parks82]Parks, D.M. and White, C.S., Elastic-Plastic Line-Spring Finite Elements for Surface-Cracked Plates and Shells, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., 104, pp.287-292, (1982).

[Parks83]Parks, D.M., Kumar, V. and Shih, C.F., Consistency Checks for Power-Law Calibration Functions, ASTM Spec. Tech. Publ., 803, pp.370-383, (1983).

[Raju79]Raju, I.S. and Newman, J.C., Jr., Stress-Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite-Thickness Plates, Eng. Fract. Mech., 11, pp.817-829, (1979).

[Rice68]Rice, J.R. and Rosengren, G.F., Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material, J. Mech. Phys. Solids, 16, pp.1-12. (1968).

[Rice72]Rice, J.R. and Levy, N., The Part-Through Surface Crack in an Elastic Plate, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 39, pp.185-194, (1972).

[Rice73]Rice, J.R., Paris, P.C. and Merkle, J.G., Some Further Results of J-Integral Analysis and Estimates, ASTM Spec. Tech. Publ., 536, pp.231-245, (1973).

[坂81]坂・庄子・高橋・阿部, 伝ばする延性き裂先端近傍の強変形域と無次元伝ばパラメータ, 日本機械学会論文集, 47-424A, pp.1301-1308, (1981).

[齊藤87]齊藤・坂田・清水, 高速構造解析プログラムSIMUSの開発, 日本機械学会論文集, 53-495A, pp.2187-2192, (1987).

[Shih76]Shih, C.F., J-Integral Estimates for Strain Hardening Materials in Antiplane Shear Using Fully Plastic Solution, ASTM Spec. Tech. Publ., 590, pp.3-26.

[Shih79]Shih, C.F., deLorenzi, H.G., Andrews W.R., Studies on Crack Initiation and Stable Crack Growth, ASTM Spec. Tech. Publ., 668, pp.65-120, (1979).

[Shih84a]Shih, C.F. and Needleman, A., Fully Plastic Crack Problems Part:1 Solution by a Penalty Method, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 51, pp.48-56, (1984).

[Shih84b]Shih, C.F. and Needleman, A., Fully Plastic Crack Problems Part:2 Application of Consistency Checks, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 51, pp.57-64, (1984).

[白鳥80]白鳥・三好・松下, 数值破壊力学, (1980), 実教出版.

[白鳥81a]白鳥・三好, 全面降伏した剛塑性体におけるCODとJ積分の関係, 日本機械学会論文集, 47-420A, pp.800-804, (1981).

[白鳥81b]白鳥・三好・古矢, き裂材の塑性拘束に関する研究, 日本機械学会論文集, 47-423A, pp.1139-1146, (1981).

[白鳥82]白鳥・三好・根本, 不安定延性破壊におよぼすコンプライアンスの影響, 日本機械学会論文集, 48-430A, pp.776-782, (1982).

[白鳥85]白鳥・三好・谷川, 任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析, 日本機械学会論文集, 51-467A, pp.1828-1835, (1985).

[Tada80]Tada, H., Paris, P.C. and Gamble, R.M., A Stability Analysis of Circumferential Cracks for Reactor Piping Systems, ASTM Spec. Tech. Publ., 700, pp.296-313, (1980).

[高橋83]高橋・矢川, 原子炉一次系配管の延性不安定破壊に関する研究(第2報, 有限要素法による抵抗曲線の解析と簡易法による安定性解析), 日本機械学会論文集, 49-448A, pp.1548-1555, (1983).

[高橋85]高橋・矢川, 原子炉一次系配管の延性不安定破壊に関する研究(第3報, 引張荷重を受ける周方向貫通き裂付配管の解析), 日本機械学会論文集, 51-461A, pp.175-178, (1985).

[Takahasi87]Takahashi, Y., Shimakawa, T., Ueda, S., Hojo, K., Asano, M., Doi, H., Ishinabe, M. and Yagawa, G., Comparison of Finite Element and J-Estimation Scheme Solutions in Ductile Fracture Analysis of Stainless Steel Piping with a Circumferential Through-Wall Crack, ASME 87-PVP-31, (1987).

[高橋90]高橋・岡村・酒井, 圧力容器の延性不安定破壊評価(荷重変位線図を用いた評価手法の提案), 日本機械学会論文集, 56-521A, pp.72-77, (1990).

[高橋91]高橋・松原・岡村, 不静定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用, 日本機械学会論文集, 57-533A, pp.11-18, (1991).

[高橋92]高橋・岡村・酒井, エネルギー原理に基づくマトリクス法破壊力学の非線形弾性体への拡張, 日本機械学会論文集, 58-549A, pp.31-38, (1992).

[戸川85]戸川, マイコンによる有限要素法解析--現状と将来の課題--, 日本鋼構造協会第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.447-450, (1985).

[Turner84]Turner, C.E., Design Methods, Post-yield Fracture Mechanics Second Edition, Elsevier Applied Science Publishers, pp.319-436, (1984).

[Wilkowski81]Wilkowski, G.M., Zahoor, A. and Kanninen, M.F., A Plastic Fracture Mechanics Prediction of Fracture Instability in a Circumferentially Cracked Pipe in Bending-Part 2: Experimental Verification on a Type 304 Stainless Steel Pipe, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., pp.359-365, (1981).

[Yagawa81]Yagawa, G., Aizawa, T. and Ando, Y., Linear and Nonlinear Elastic Analysis of Cracked Plate: Application of a Penalty Function and Superposition Method, Int J. Numer. Methods Eng., 17, pp.719-733, (1981).

[矢川82]矢川・高橋・安藤, 原子炉一次系配管の延性不安定破壊に関する研究 (第1報, 引張りを受ける中央き裂付平板), 日本機械学会論文集, 48-427A, pp.267-274, (1982).

[Yagawa83]Yagawa, G., Kashima, K., Takahashi, Y., Hasegawa, K., Saito, M., Umemoto, T. and Sasaki, N, Stable Growth and Instability of Circumferential Crack in Type 304 Stainless Steel Pipes under Tensile Loads, NEUT Reseach Report 83-03, pp.1-10, (1983).

[矢川84a]矢川・鹿島・加藤・斉藤・長谷川・梅本, 周方向非貫通き裂を有する304ステンレス鋼配管の破断前漏洩実験, 日本機械学会論文集, 50-451A, pp.483-488, (1984).

[矢川84b]矢川・梅本, 原子力発電プラントにおけるLBB設計, 配管技術, 26-13, pp.51-55, (1984).

[Yagawa84c]Yagawa, G., Takahashi, Y. and Kashima, K., Stable Crack Growth in the Type 304 Stainless Steel Plate, Nucl. Eng. Des., 81, pp.265-275, (1984).

[矢川84d]矢川・桑原・高橋, 軽水炉配管のLBB成立性と設計合理化, 最近の動向, 日刊工業新聞社「原子力工業」, 30-11, pp.36-40., (1984).

[矢川85a]矢川・植田・高橋, 半だ円表面き裂の全面塑性解, 日本機械学会論文集, 51-461A, pp.204-207, (1985).

[矢川85b]矢川・植田・高橋, 三次元き裂の全面塑性解とき裂進展解析への応用, 日本機械学会論文集, 51-462A, pp.377-385, (1985).

[Yagawa85c]Yagawa, G., Takahashi, Y. and Ueda, H., Three-Dimensional Fully Plastic Solutions for Plates and Cylinders with Through-Wall Cracks, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 52, pp.319-325, (1985).

[矢川85d]矢川, 原子力プラントにおけるLeak Before-Break概念の適用, 日本原子力学会誌, 27-8, pp.688-693, (1985).

[矢川87]矢川・鹿島・高橋・島川・浅野・植田・土居・野口・北条・村上・吉田・渡辺, LBB解析法に関する調査(その2), 日本機械学会, (1987).

[矢川88]矢川編, 破壊力学, 培風館, (1988).

[Zahoor81a]Zahoor, A. and Kanninen, M.F., A Plastic Fracture Instability Analysis of Wall Breakthrough in a Circumferentially Cracked Pipe Subjected to Bending Loads, Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol., 103, pp.194-200, (1981).

[Zahoor81b]Zahoor, A. and Kanninen, M.F., A Plastic Fracture Mechanics Prediction of Fracture Instability in a Circumferentially Cracked Pipe in Bending-Part 1: J-Integral Analysis, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., pp.352-358, (1981).

[Zahoor81c]Zahoor, A. and Abou-Sayed, I.S., Prediction of Stable Crack

Growth in Type 304 Stainless Steel, Computers & Structures, 13, pp.137-144, (1981).

[Zienkiewicz71]Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and Too, J.M., Reduced Integration Technique in General Analysis of Plates and Shells, Int. J. Numer. Methods Eng., 3, pp.275-290, (1971).

[Zienkiewicz81]Zienkiewicz, O.C., 吉識・山田監訳, マトリックス有限要素法三訂版, (1981), 培風館.

研究業績

【論文】

- [1]三好・吉田・白鳥, 不安定延性破壊におけるJ積分の評価と安定性解析, 日本機械学会論文集, 50-453A, pp.904-911, (1984).
- [2]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂のJ積分評価とき裂進展解析, 日本機械学会論文集, 51-465A, pp.1393-1399, (1985).
- [3]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂の延性不安定破壊に関する研究(第1報、COA一定条件によるき裂進展解析), 日本機械学会論文集, 51-467A, pp.1852-1857, (1985).
- [4]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂の延性不安定破壊に関する研究(第2報、Leak-Before-Break条件に関する考察), 日本機械学会論文集, 51-461A, pp.171-174, (1985).
- [5]三好・吉田・白鳥, 表面き裂を有する配管の延性不安定破壊(第1報、表面き裂の進展解析), 日本機械学会論文集, 52-474A, pp.472-475, (1986).
- [6]三好・吉田, スーパーコンピュータによる三次元表面き裂の解析(第1報、三次元表面き裂の弾性解析), 日本機械学会論文集, 52-477A, pp.1348-1351, (1986).
- [7]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Leak Before Break Evaluation of a Plate with a Surface Crack Subjected to Tension, Eng. Fract. Mech., 24, pp.103-110, (1986).
- [8]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Analysis of J-Integral and Crack Growth for Surface Cracks by Line Spring Method, Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol., 108, pp.305-311, (1986).
- [9]三好・吉田, スーパーコンピュータによる三次元表面き裂の解析(第2報、三次元表面き裂の弾塑性解析), 日本機械学会論文集, 53-486A, pp.255-260, (1987).
- [10]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Finite Element Elastic-Plastic Analysis of Growth and Penetration of a Surface Crack, Int. J. Pres. Ves. & Piping, 33, pp.15-25, (1988).

【講演論文】

- [1]三好・吉田・白鳥, 軸力と曲げを受ける片側き裂材のコンプライアンスとJ積分, 日本材料学会破壊力学シンポジウム講演論文集, pp.284-288, (1983).
- [2]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂の不安定延性破壊に関する研究(第1報, ラインスプリング法による三次元表面き裂の解析), 日本機械学会講演論文集, 830-10, pp.1-3, (1983).
- [3]三好・吉田・白鳥, 三次元表面き裂の不安定延性破壊に関する研究(第2報, コンプリメンタリエネルギー法による片側き裂材の剛性とJ積分評価), 日本機械学会講演論文集, 830-10, pp.4-6, (1983).
- [4]三好・吉田, 三次元表面き裂の弾塑性き裂進展解析, 日本機械学会第23回シンポジウム, 破壊および破壊力学講演論文集, 860-3, pp.315-320, (1986).
- [5]三好・高野・吉田, スーパーコンピュータによる三次元有限要素解析, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 10, pp.287-292, (1986).
- [6]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Finite Element Analysis of Surface Cracks by the Supercomputer, Proc. Int. Conf. Computational Mechanics, Tokyo, May 25-29, 1986, pp.v73-78, (1986).
- [7]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Finite Element Analysis of Three Dimensional Surface Cracks by Supercomputer, Finite Element Methods, Modeling, and New Applications, edited by E.M. Patton, et al., presented at 1986 ASME PVP and CED Conference, Chicago, Illinois, July 20-24, 1988, CED-Vol.1, PVP-Vol.101, pp.115-119, (1986).
- [8]高野・三好・吉田, スーパーコンピュータによる大規模構造解析(ICCG法による有限要素解析), 第6回シミュレーション・テクノロジー・コンファレンス発表論文集, pp.115-118, (1987).
- [9]三好・高野・吉田, スーパーコンピュータによる大規模構造解析, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 11, pp.217-220, (1987).

- [10]三好・吉田, パーソナルコンピュータによる3次元有限要素解析 -ICCG法の適用-, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 11, pp.277-280, (1987).
- [11]三好・高野・吉田, スーパーコンピュータによる大規模構造解析(ICCG法による有限要素解析), 連続体における大規模数値解析研究会論文集, 東京大学工学部附属原子力工学研究施設, pp.7-12, (1987).
- [12]三好・吉田, 三次元表面き裂の応力拡大係数の自由表面近傍における挙動, 日本材料学会第4回破壊力学シンポジウム講演論文集, pp.120-124, (1987).
- [13]三好・吉田, スーパーコンピュータによる三次元表面き裂の弾塑性解析, 日本機械学会第949回講演会材料力学講演概要集, 870-12, pp.98-99, (1987).
- [14]Miyoshi, T., Shiratori, M. and Yoshida, Y., Finite Element Elastic-Plastic Analysis of Growth and Penetration of a Surface Crack, presented at 1987 ASME PVP Conference, San Diego, California, June 28-July 2, 1987, 87-PVP-28, (1987).
- [15]大西・横溝・三好・吉田, パーソナルコンピュータによるプレスフィット端子の有限要素解析, 電子情報通信学会, EMC88-3, pp.9-12, (1988).
- [16]三好・中井・吉田・坂田, スーパーコンピュータによる大規模構造解析システムの構築, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 12, pp.133-138, (1988).
- [17]三好・吉田, スーパーコンピュータによる大規模構造解析システムの開発, 日本機械学会第955回講演会計算力学講演概要集, 890-1, pp.11-12, (1989).
- [18]三好・吉田・高野, スーパーコンピュータ用三次元構造解析プログラムのベンチマークテスト, 日本機械学会955回講演会計算力学講演概要集, 890-1, pp.13-14, (1989).
- [19]三好・吉田, エキスパートシステムによる有限要素分割法の研究, 日本機械学会第67期全国大会講演会講演論文集, 890-50, pp.149-150, (1989).
- [20]吉田・肥後野・重田・岡, 対話型デバイスシミュレーションシステムの開発, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 14, pp.205-210, (1990).
- [21]吉田・岡・福井・吉田, 対話型デバイスシミュレーションシステムの開発, 電子情報通信学会, SDM90-107, VLD90-58, pp.47-51, (1990).

[22]吉田・石井・福井・木下, インターネットワーク上における対話型デバイスシミュレーションシステム, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 15, pp.531-536, (1991).

[23]吉田・岡田・川田・吉田, 7点差分用反復行列解法における前処理の効果, 情報処理学会数値解析研究会, 43-4, pp.25-32, (1992).

[24]吉田・岡田・川田・吉田, 非対称行列用反復解法における前処理法の検討, 日本機械学会第5回計算力学講演会講演論文集, 920-92, pp.371-372, (1992).

[25]谷本・古保里・岡田・吉田・桑原・執行, 任意形状に対応した汎用3次元デバイスシミュレータの開発, 第40回応用物理学関係連合講演会講演予稿集, 0, pp.29, (1993).

[26]吉田・岡田・川田・吉田, 大規模非対称行列の反復解法における前処理法の検討, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 17, pp.13-18, (1993).

[27]吉田・吉田, 反復行列解法の収束条件に関する研究, 日本機械学会第6回計算力学講演会講演論文集, 930-71, pp.11-12, (1993).

[28]吉田有一郎, 複素行列用反復行列解法の収束条件, 日本鋼構造協会構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 18, pp.193-198, (1994).

[29]Yoshida, Y. and Yoshida, H., Rounding Error Based Convergence Criterion for Iterative Matrix Solver, The Thrid World Congress on Computational Mechanics Extended Abstracts Vol.II, pp.1550-1551, (1994).

【解説等】

[1]分担執筆, 材料力学, 機械工学年鑑, 日本機械学会誌, 91-837, pp.734-736, (1988).

[2]吉田有一郎, スカイライン法による高速構造解析, コンピュートロール, 26, pp.20-26, (1989).

[3]吉田有一郎, スーパーコンピュータによる高速構造解析, 機械の研究, 42-11, pp.23-28, (1990).

[4]Yoshida, Y., Oka, A. and Iizuka, K., Interactive Device Simulation at Toshiba,

Cray Channels, 13-2, pp.21-23, (1991).

[5]分担執筆, 計算力学, 機械工学年鑑, 日本機械学会誌, 96-897, pp.650-651, (1993).

[6]分担執筆, 計算力学, 機械工学年鑑, 日本機械学会誌, 97-909, pp.638-639, (1994).

謝辞

本論文は、著者が東京大学工学部精密機械工学科に勤務し、三好俊郎教授の御指導をいただき研究を行なった1982年4月から1989年7月の間の研究成果をまとめたものである。

最初に、本論文における研究を実施する機会を与えていただき、研究者としての心構え、研究の進め方をはじめとするすべての面において多大なる御指導をいただきました、東海大学工学部航空宇宙学科三好俊郎教授(元東京大学工学部精密機械工学科教授)に厚くお礼申し上げます。次に、本論文をまとめる機会をいただき、論文作成にあたり懇切丁寧なご指導をいただきました、横浜国立大学工学部生産工学科 白鳥正樹教授に厚くお礼申し上げます。白鳥教授には著者の学部、大学院修士課程における研究のご指導もいただきました。三好教授、白鳥教授のお二人の先生方の薫陶を受けることがなければ、本論文の成果はとうていおぼつかなかったものと考えます。

本研究をまとめるにあたりましてご指導いただきました横浜国立大学工学部生産工学科 板垣浩教授、三村宏教授、物質工学科 安藤柱教授、角洋一教授にお礼申し上げます。

大阪大学工学部生産加工工学科 高野直樹助手(元東京大学工学部精密機械工学科助手)には、研究を実施する上でひとかたならぬご助力をいただきました。お礼申し上げます。

本研究をまとめる際に貴重な資料の御提供を頂いた、(株)東芝重電技術研究所 浅野政之主任研究員に厚くお礼申し上げます。

本研究に対し貴重なディスカッションをいただきました、(株)日立製作所研究開発推進本部研究企画センタ 坂田信二副技師長、機械研究所 林真琴主任研究員、石川島播磨重工業(株)原子力事業部技術開発部 岡本旦夫部長、財団法人電力中央研究所 島川貴司主任研究員、(株)東芝研究開発センター機械・エネルギー研究所第二研究所 川上崇主任研究員にお礼申し上げます。

最後に、本研究をまとめるにあたりお世話になりました、(株)東芝総合情報システム部技術システム担当 廣田恵一部長、飯塚一俊課長にお礼申し上げます。