

多重円筒石油タンクの
強度解析と設計システムの開発

1994年8月31日

吉田 一

3239254

横浜国立大学

39751
Y0

多重円筒石油タンクの

強度解析と設計システムの開発

1994年3月31日

吉田 聖一

3239254

横浜国立大学

多重円筒石油タンクの 強度解析と設計システムの開発

吉田 聖 一 *

Strength Analysis and Development of the Design System
for Multi-Walled Coaxial Cylindrical Oil Storage Tanks

by Shoichi YOSHIDA

A B S T R A C T

Compartmented cylindrical oil storage tanks have attracted much attention in Japan since the late '80s because of the following three factors:

- 1 Diversified production of oil products in the petro-chemical industry
- 2 Liberalization of oil product importation
- 3 Soaring land costs

With regard to the latter, the Fire Service Law requires open spaces around the tank in order to keep fires from spreading. Therefore, one compartmented tank needs less site area than the sum of site areas required by several ordinary tanks, of which the total capacity is the same as the compartmented tank.

The seismic design rule of ordinary cylindrical oil storage tanks is given in the Fire Service Law, and requires seismic response analysis that takes fluid-coupled vibration into consideration. However, in an ordinary tank the natural frequencies and dynamic pressures resulting from this analysis are simply obtained because of the tank's uncomplicated shape. This procedure has been established as design by rule.

Seismic design that includes fluid-coupled vibration analysis for the compartmented tank is considerably more difficult because three dimensional analysis is sometimes required. However, the fluid-coupled vibration analysis can deal with the axisymmetric problem in the multi-walled coaxial cylindrical tanks, which is one type of compartmented tank and can be expected to be of considerable size.

The objective of this paper is to develop the strength analyses required in the design of multi-walled coaxial cylindrical oil storage tanks. The strength analyses at this point consist of analyses for stress, fracture mechanics and buckling. Furthermore, seismic response analysis is required for the determination of seismic load in the strength analysis.

* 甲陽建設工業(株) 第一事業部 構造解析部

In the design of the multi-walled coaxial cylindrical tanks, we can use a great deal of knowledge that was obtained from experiences in the design of ordinary oil storage tanks. However, some items have to be added. These are as follows:

- 1 Seismic response analysis
- 2 Stress analysis of the inner shell-to-bottom joint
- 3 Buckling analysis of the inner shell under external pressure
- 4 Stress and buckling analysis of the floating roof in the outer tank under accumulated rainwater
- 5 Fracture mechanics analysis for surface cracks at the inner shell-to-bottom joint

The design procedure based upon these analyses will be design by analysis.

Chapter 1 is the introduction. The background and the objective of this study are shown in this chapter. The necessity of compartmented tanks for the Japanese petrochemical industry and the reasons for the application of the multi-walled coaxial cylindrical tank design to the compartmented tank is discussed. In addition, the fundamental design concept of the ordinary oil storage tank, which is also necessary for the design of the multi-walled coaxial cylindrical tank, is given.

Chapter 2 deals with load evaluation. The seismic load acting on the tank is obtained through seismic response analysis. It is well known that there are two vibration types in the seismic response of the fluid-filled tank, that is, sloshing and bulging. The sloshing motion occurs in the relatively low frequency region and the bulging motion occurs in the relatively high frequency region.

The sloshing response of the multi-walled coaxial cylindrical tank in this study is analyzed by an analytical method based upon velocity potential theory with the assumption of a rigid tank. The maximum responses are predicted using the velocity response spectrum. The simple method for calculating liquid displacement, dynamic pressure, base shear and overturning moment is proposed, and the sloshing characteristics of the annular tank are investigated.

The bulging response of multi-walled coaxial cylindrical tanks is analyzed by the finite element method taking fluid-coupled vibration into consideration. The eigenvalue analysis indicates that the first mode vibrates out-of-phase, and the in-phase mode appears in high order. The participation factor of the in-phase mode is greater than the out-of-phase mode. This means that the high order mode can not be neglected in the seismic response analysis, and consequently the modified seismic coefficient method, which is applied to the seismic response analysis of ordinary oil storage tanks, can not be applied to multi-walled coaxial cylindrical tanks.

Chapter 3 deals with stress analysis. The axisymmetric coupling method of finite and boundary elements is used for the analysis of the stress concentration and the spread of the plastic zone in the inner shell-to-bottom joint. Elastic analy

sis under normal and seismic load, and elastic-plastic analysis under normal cyclic load are conducted.

In the elastic analysis, a portion of the inner shell-to-bottom joint is modeled by the boundary elements, and the other main members of the tank are modeled by the shell finite elements. At the joint of the boundary and the shell element, a connecting element, which is formulated by the penalty method, is used. The analyses show that the stress in the inner shell-to-bottom joint subjected to the seismic load is greater than in the outer shell-to-bottom joint.

In the elastic-plastic analysis, the modeling procedure is the same as in the elastic analysis except for the portion around the toe of fillet weld in the inner shell-to-bottom joint where the plastic zone is expected to develop. This portion is modeled by the solid finite elements. Both the stress and the strain history caused by the cyclic load resulting from the variation of liquid level are analyzed.

Chapter 4 covers the fracture mechanics analysis. The strength evaluation computer system for surface cracks based upon linear fracture mechanics is discussed. Stress intensity factors are analyzed by the influence function method, and crack propagation is analyzed by the Paris formula in this study. The safety of flaws in stress-concentrated areas is evaluated.

Chapter 5 deals with buckling analysis. The buckling of both the inner shell under external pressure and the floating roof under accumulated rainwater is analyzed by the finite element method. For the optimum estimation of the minimum number of ring stiffeners required to prevent the buckling of the inner shell, the location where rings should be attached to the shell is determined taking buckling mode into consideration. In the buckling analysis of the floating roof, the dependence of the rainwater load on deflection is taken into consideration.

Chapter 6 covers development of the computer system for the design. The design of the multi-walled coaxial cylindrical tank according to the method discussed in this paper is design by analysis. The purpose of this development is to design tanks efficiently.

Chapter 7 is the conclusion.

本論文で使われる主な記号

第 2 章

右上添字 (i)	: 側板領域 T_i
右下添字 (i)	: 液体領域 V_i
上付き - (バー)	: 領域全体の物理量
{ }	: 列ベクトル
{ } ^T	: 行ベクトル
[]	: マトリックス
[] ^T	: 転置マトリックス
[] ⁻¹	: 逆マトリックス
a (2.2, 2.3節)	: 通常の間筒タンクの側板半径 または二重間筒タンクの外筒側板半径
a (2.4節)	: 液体要素の半径方向半長
b (2.2, 2.3節)	: 内筒側板半径
b (2.4節)	: 液体要素の鉛直方向半長
D	: タンク直径
D_e	: 正弦波の変位振幅
$\{\bar{e}\}$: 全側板領域の地震動の励振ベクトル
$\{e^{(i)}\}$: 側板領域 T_i の地震動の励振ベクトル
$\{f^{(i)}\}$: 側板領域 T_i の等価節点荷重ベクトル
$\{\bar{f}_e\}$: 全液体領域の励振ベクトル
$\{f_{e(i)}\}$: 液体領域 V_i の励振ベクトル
g	: 重力加速度
H	: 液高
$J_i(r)$: i 次の第一種 Bessel 関数
k	: = b/a
$[\bar{K}_e]$: 全液体領域の剛性マトリックス
$[K_{e(i)}]$: 液体領域 V_i の剛性マトリックス
$[\bar{K}_s]$: 全側板領域の剛性マトリックス
$[K_s^{(i)}]$: 側板領域 T_i の剛性マトリックス
m	: Fourier 級数の次数
$M(h)$: 転倒モーメント
$M_a(h)$: 外筒側板に作用する動液圧による転倒モーメント
$M_b(h)$: 内筒側板に作用する動液圧による転倒モーメント
M_b	: 底板に作用する動液圧によるモーメント
$[\bar{M}_e]$: 全液体領域の質量マトリックス

$[M_{\ell(i)}]$: 液体領域 V_i の質量マトリックス
$[\bar{M}_s]$: 全側板領域の質量マトリックス
$[M_s^{(i)}]$: 側板領域 T_i の質量マトリックス
$[N_{\ell}]$: 液体要素の形状マトリックス
$[N_s]$: 軸対称シェル要素の形状マトリックス
$p(r, \theta, z, t)$: 動液圧
$p(i)$: 液体領域 V_i の動液圧
$\{\bar{p}\}$: 全液体領域の動液圧ベクトル
$\{p(i)\}$: 液体領域 V_i の動液圧ベクトル
q_c	: C 次の基準座標
Q	: ベースシャー
Q_a	: 外筒側板に作用する動液圧によるベースシャー
Q_b	: 内筒側板に作用する動液圧によるベースシャー
r_i	: 側板領域 T_i の半径
(r, θ, z)	: 円筒座標系
S_A	: 加速度応答スペクトル
S_{Ac}	: C 次の固有周期に対応する加速度応答スペクトル
S_v	: 速度応答スペクトル
$[S_{\ell s}^{\{i\}}]$: 液体領域 V_i と側板領域 T_i の連成マトリックス
$[\bar{S}_{\ell}]$: 構造全体の連成マトリックス
$[\bar{S}_s]$: 等価節点荷重ベクトルと動液圧ベクトルを 関連づけるマトリックス
t	: 時間
$T(i)$: 液体領域 V_i の運動エネルギー
T_i	: 第 i 番目の側板領域
T_1	: 一次のスロッシング固有周期
u_r	: 半径方向変位
u_z	: 鉛直方向変位
\ddot{u}_g	: 地震動の加速度
\ddot{u}_{gh}	: 水平地震動の加速度
\ddot{u}_{gv}	: 鉛直地震動の加速度
$\{\bar{u}\}$: 全側板領域の変位ベクトル
$\{u^{(i)}\}$: 側板領域 T_i の変位ベクトル
$U(i)$: 液体領域 V_i のポテンシャルエネルギー
V_i	: 第 i 番目の液体領域
$W(i)$: 液体領域 V_i が受ける外部仕事
$X(t)$: 地震動の変位振幅
$Y_i(r)$: i 次の第二種 Bessel 関数
β_c	: C 次の刺激係数

ϵ_n	: $J_{1'}(r) = 0$ の第 n 番目の正根
$[\lambda]$: 軸対称シェル要素の座標変換マトリックス
(ξ, η)	: 液体要素の要素座標
$\eta(r, \theta, z, t)$: スロッシング波高
η_{max}	: 最大スロッシング波高
ξ_n	: $J_{1'}(r)Y_{1'}(kr) - J_{1'}(kr)Y_{1'}(r) = 0$ の第 n 番目の正根
ρ_l	: 液体の密度
$\rho_{l(i)}$: 液体領域 V_i の密度
$\phi(r, \theta, z, t)$: 液体の速度ポテンシャル
$\phi_{(i)}$: 液体領域 V_i の速度ポテンシャル
ω_n	: n 次の固有円振動数
$\{\psi_c\}$: C 次の固有ベクトル

第 3 章

右下添字 m	: 調和次数
$\{ \}$: 列ベクトル
$\{ \}^T$: 行ベクトル
$[\]$: マトリックス
$[\]^T$: 転置マトリックス
$[\]^{-1}$: 逆マトリックス
$[B]$: ひずみ-変位マトリックス
$[B_m]$: 調和次数 m に関するひずみ-変位マトリックス
C_{ij}	: 境界の形状によって定まる定数 ($i, j = r, \theta, z$)
dW^p	: 塑性仕事増分
$d\alpha_i$: 降伏曲面の移動量増分 ($i = r, \theta, z, rz$)
$d\epsilon_i$: ひずみ増分 ($i = r, \theta, z$)
$d\epsilon_i^e$: 弾性ひずみ増分 ($i = r, \theta, z$)
$d\epsilon_i^p$: 塑性ひずみ増分 ($i = r, \theta, z$)
$d\gamma_{rz}$: 剪断ひずみ増分
$d\gamma_{rz}^e$: 弾性剪断ひずみ増分
$d\gamma_{rz}^p$: 塑性剪断ひずみ増分
$\{d\alpha\}$: 降伏曲面の移動量増分ベクトル
$\{d\epsilon\}$: ひずみ増分ベクトル
$\{d\epsilon^e\}$: 弾性ひずみ増分ベクトル
$\{d\epsilon^p\}$: 塑性ひずみ増分ベクトル
$\{d\sigma\}$: 応力増分ベクトル

$[D]$: 応力-ひずみマトリックス
$[D^*]$: 弾性応力-ひずみマトリックス
$[D^p]$: 弾塑性応力-ひずみマトリックス
E	: 縦弾性係数
\bar{E}	: 第一種完全楕円積分
$f(\sigma_i)$: Misesの降伏条件
$\{f\}$: 荷重ベクトル
$\{f_m\}$: 調和次数 m に関する要素等価節点荷重振幅ベクトル
$\{F\}$: 等価節点荷重ベクトル
G	: 横弾性係数
$[G]$: BEM方程式の係数マトリックス
$[G']$: BEM方程式において既知な表面力ベクトル $\{p'\}$ に乗じる係数マトリックス
hdf	: 塑性状態での正の比例係数
H'	: ひずみ硬化率 ($H' = H_i' + H_k'$)
H_i'	: 等方硬化によるひずみ硬化率
H_k'	: 移動硬化率
$[H]$: BEM方程式の係数マトリックス
\bar{k}	: 楕円積分の母数
\bar{K}	: 第二種完全楕円積分
$[K]$: 剛性マトリックス
$[K_m]$: 調和次数 m に関する要素剛性マトリックス
L	: 軸対称シェル要素の長さ
m	: 調和次数 (Fourier級数の次数)
\bar{m}	: 楕円積分のパラメータ
M_i	: 軸対称シェル要素の合モーメント ($i = s, \theta, s\theta$)
$[M]$: 等価節点荷重ベクトルと表面力ベクトルを関係づけるマトリックス
$[M']$: 等価節点荷重ベクトルと既知な表面力ベクトルを関係づけるマトリックス
n_i	: 境界上の外向き単位法線ベクトルの成分 ($i = r, z$)
N_i	: 軸対称シェル要素の合応力 ($i = s, \theta, s\theta$)
N_i	: 仮想結合要素の形状関数 ($i = 1, 2, 3$)
$[N^{(\alpha)}]$: 仮想領域 $V^{(\alpha)}$ 内の要素の補間関数
p_i	: 表面力 ($i = r, \theta, z$)
$p_{*ij}(P, Q)$: 表面力の基本解 ($i, j = r, \theta, z$)
$\{p\}$: 表面力ベクトル
$\{p'\}$: 既知な表面力を格納するベクトル
$P(R, Z)$: 基本解における影響点とその座標
$Q_{+1/2}, Q_{-1/2}$: 0次の第二種Legendre関数

$Q(\rho, \omega)$: 基本解における荷重点とその座標
(r, θ, z)	: 円筒座標系
$\{R\}_i$: 増分段階 i における残差荷重ベクトル
s	: 軸対称シェル要素の要素座標
s'	: 軸対称シェル要素の正規化要素座標 ($= s/L$)
t	: 軸対称シェル要素の板厚
(t, s)	: 仮想結合要素の局部座標
u	: 軸対称シェル要素の子午線方向変位
u_i	: 変位 ($i = r, \theta, z$)
u_m	: 調和次数 m に関する軸対称シェル要素の子午線方向変位振幅
$u_i^{(j)}$: 節点 j の i 方向変位 ($i = r, z$)
$u_{*ij}(P, Q)$: 変位の基本解 ($i, j = r, \theta, z$)
$\{u\}$: 変位ベクトル
$\{u_m\}$: 調和次数 m に関する要素変位振幅ベクトル
$\{u^{(\alpha)}\}$: 仮想領域 $V^{(\alpha)}$ の変位ベクトル
$\{U^{(\alpha)}\}$: 仮想領域 $V^{(\alpha)}$ の節点変位ベクトル
v	: 軸対称シェル要素の円周方向変位
v_m	: 調和次数 m に関する軸対称シェル要素の円周方向変位振幅
w	: 軸対称シェル要素の法線方向変位
w_m	: 調和次数 m に関する軸対称シェル要素の法線方向変位振幅
W^p	: 塑性仕事
α_i	: 降伏曲面の移動量 ($i = r, \theta, z, rz$)
$\{\alpha\}$: 降伏曲面の移動量ベクトル
β	: 軸対称シェル要素の円周軸まわりの回転角
β_m	: 調和次数 m に関する軸対称シェル要素の 円周軸まわりの回転角振幅
$\beta^{(j)}$: 節点 j の円周軸まわりの回転角
γ_{rz}	: 軸対称ソリッド要素の剪断ひずみ
e	: ペナルティ・パラメータ
e_i	: 軸対称シェル要素の中央面のひずみ ($i = s, \theta, s\theta$)
e_i	: 軸対称ソリッド要素のひずみ ($i = r, \theta, z$)
e_{im}	: 調和次数 m に関する軸対称シェル要素の 中央面のひずみ振幅 ($i = s, \theta, s\theta$)
\bar{e}^p	: 相当塑性ひずみ
$\{e\}$: ひずみベクトル
$\{e_m\}$: 調和次数 m に関するひずみ振幅ベクトル
$[e]$: ペナルティ・パラメータ・マトリックス
ν	: ポアソン比
ξ	: 仮想結合要素の要素正規化座標

σ_i	: 垂直応力 ($i = r, \theta, z$)
σ_i'	: 偏差応力 ($i = r, \theta, z$)
σ_y	: 降伏応力
$\bar{\sigma}$: 相当応力
$\{\sigma\}$: 応力ベクトル
$\{\sigma_m\}$: 調和次数 m に関する応力振幅ベクトル
$\{\sigma\}_i$: 増分段階 i における応力ベクトル
τ_{rz}	: 剪断応力
$[\phi^{(a)}]$: 仮想境界面での仮想結合要素の補間関数
χ_i	: 軸対称シェル要素の曲率変化 ($i = s, \theta, s\theta$)
χ_{im}	: 調和次数 m に関する軸対称シェル要素の 曲率変化振幅 ($i = s, \theta, s\theta$)

第 4 章

a	: き裂深さ
c	: き裂半幅
C	: パリス則の定数
K_I	: モード I 形の応力拡大係数
K_{Ic}	: 平面ひずみ破壊靱性値
$K_0 \sim K_3$: 基本モードの応力拡大係数
$K_I(A)$: き裂最深部 A 点の応力拡大係数
$K_I(C)$: き裂表面部 C 点の応力拡大係数
m	: パリス則の定数
N	: 荷重繰返し回数
t	: 板厚
ΔK_I	: 応力拡大係数の範囲
$\Delta K_I(A)$: き裂最深部 A 点の応力拡大係数の範囲
$\Delta K_I(C)$: き裂表面部 C 点の応力拡大係数の範囲
ξ	: き裂最深部 A 点を原点とした正規化座標

第 5 章

右下添字 m	: 円周方向波数
$\{ \}$: 列ベクトル
$\{ \}^T$: 行ベクトル

$[\]$: マトリックス
$[\]^T$: 転置マトリックス
$[\]^{-1}$: 逆マトリックス
$[B_m^{(L)}]$: 円周方向波数 m の線形ひずみ-変位マトリックス
$[B_{\alpha m}]$: 円周方向波数 m の変位勾配マトリックス
du_{im}	: 円周方向波数 m の i 方向変位増分の振幅値 ($i = r, \theta, z$)
$d\beta_m$: 円周方向波数 m の円周軸回りの回転角増分の振幅値
$\{du_m\}$: 円周方向波数 m の変位増分ベクトル
$\{dF_m\}$: 円周方向波数 m の等価節点荷重増分ベクトル
$\{df_m\}$: 円周方向波数 m の要素の等価節点荷重増分ベクトル
$[D]$: 応力-ひずみマトリックス
$[D_m]$: 円周方向波数 m の剛性マトリックス $[K_m]$ の対角マトリックス
E	: 縦弾性係数
$[k_m^{(L)}]$: 円周方向波数 m の要素微小変位剛性マトリックス
$[k_m^{(0)}]$: 円周方向波数 m の要素初期応力剛性マトリックス
$[K_m]$: 円周方向波数 m の剛性マトリックス
$[K_m^{(L)}]$: 円周方向波数 m の微小変位剛性マトリックス
$[K_m^{(0)}]$: 円周方向波数 m の初期応力剛性マトリックス
L	: 軸対称シェル要素の長さ
$[L_m]$: 円周方向波数 m の剛性マトリックス $[K_m]$ の下三角マトリックス
m	: 円周方向波数 (調和次数)
M_i	: 軸対称シェル要素の合モーメント ($i = s, \theta, s\theta$)
N_i	: 軸対称シェル要素の合応力 ($i = s, \theta, s\theta$)
N_{i0}	: $m = 0$ の軸対称変形による 軸対称シェル要素の合応力 ($i = s, \theta$)
$[N_m]$: 円周方向波数 m の形状マトリックス
(r, θ, z)	: 円筒座標系
$\{R_m\}$: 円周方向波数 m の残差荷重ベクトル
s	: 軸対称シェル要素の要素座標
t	: 軸対称シェルの板厚
u	: 子午線方向変位
u_i	: i 方向変位 ($i = r, \theta, z$)
u_{im}	: 円周方向波数 m の i 方向変位の振幅値 ($i = r, \theta, z$)
$\{u_m\}$: 円周方向波数 m の変位ベクトル
v	: 円周方向変位
w	: 法線方向変位
β	: 円周軸まわりの回転角
$\epsilon_i^{(L)}$: 軸対称シェル要素の中央面の線形ひずみ ($i = s, \theta, s\theta$)

$\epsilon_i^{(N)}$: 軸対称シェル要素の中央面の非線形ひずみ ($i = s, \theta, s\theta$)
$\{\epsilon\}$: ひずみベクトル
$\{\epsilon^{(L)}\}$: 線形ひずみベクトル
$\{\epsilon^{(N)}\}$: 非線形ひずみベクトル
$[\lambda]$: 座標変換マトリックス
ν	: ポアソン比
$\{\sigma\}$: 応力ベクトル
$\chi_i^{(L)}$: 軸対称シェル要素の曲率変化 ($i = s, \theta, s\theta$)
ϕ	: 軸対称シェル要素の傾斜角度
$\{\phi\}$: 固有ベクトル

第 6 章

右上添字 (i)	: 側板領域 T_i
右下添字 (i)	: 液体領域 V_i
上付き - (バー)	: 領域全体の物理量

$\{ \}$: 列ベクトル
$\{ \}^T$: 行ベクトル
$[\]$: マトリックス
$[\]^T$: 転置マトリックス
$[\]^{-1}$: 逆マトリックス

$\{\bar{e}\}$: 全側板領域の地震動の励振ベクトル
$\{e^{(i)}\}$: 側板領域 T_i の地震動の励振ベクトル
$\{\bar{f}_\ell\}$: 全液体領域の励振ベクトル
$\{f_{\ell(i)}\}$: 液体領域 V_i の励振ベクトル
g	: 重力加速度
$G_1(r)$: $k = r_1/r_2$ と半径座標 r により定まる定数
H_i	: 液体領域 V_i の液高
$J_1(r)$: 一次の第一種 Bessel 関数
k	: $= r_1/r_2$
$[\bar{K}_\ell]$: 全液体領域の剛性マトリックス
$[K_{\ell(i)}]$: 液体領域 V_i の剛性マトリックス
$[\bar{K}_s]$: 全側板領域の剛性マトリックス
$[K_s^{(i)}]$: 側板領域 T_i の剛性マトリックス
m	: Fourier 級数の次数
$[\bar{M}_\ell]$: 全液体領域の質量マトリックス
$[M_{\ell(i)}]$: 液体領域 V_i の質量マトリックス

$[\bar{M}_s]$: 全側板領域の質量マトリックス
$[M_s^{(i)}]$: 側板領域 T_i の質量マトリックス
$p_{s \max(i)}(r, \theta, z)$: 液体領域 V_i のスロッシングによる動液圧
$\{\bar{p}\}$: 全液体領域の動液圧ベクトル
$\{p^{(i)}\}$: 液体領域 V_i の動液圧ベクトル
Q_1	: $k = r_1/r_2$ により定まる定数
r_1	: 内筒側板の半径
r_2	: 外筒側板の半径
(r, θ, z)	: 円筒座標系
S_{Ac}	: C 次の加速度応答スペクトル
S_v	: 速度応答スペクトル
$[S_{ij}^{(2)}]$: 第 i 番目の液体領域と第 j 番目の側板領域の連成マトリックス
$[\bar{S}_d]$: 構造全体の連成マトリックス
$[\bar{S}_s]$: 等価節点荷重ベクトルと動液圧ベクトルを 関連づけるマトリックス
T_i	: 第 i 番目の側板領域
$T_{s1(i)}$: 液体領域 V_i の 1 次のスロッシング固有周期
\ddot{u}_g	: 地震動の加速度
\ddot{u}_{gh}	: 水平地震動の加速度
\ddot{u}_{gv}	: 鉛直地震動の加速度
$\ddot{u}_{g \max}$: 地震動の最大加速度
$\{\bar{u}\}$: 全側板領域の変位ベクトル
$\{u^{(i)}\}$: 側板領域 T_i の変位ベクトル
V_i	: 第 i 番目の液体領域
β_c	: C 次の刺激係数
ϵ_1	: 1.841
$\eta_{\max(i)}(r, z)$: 液体領域 V_i のスロッシング波高
ξ_1	: $k = r_1/r_2$ により定まる定数
$\rho_{l(i)}$: 液体領域 V_i の密度
$\{\phi_c\}$: C 次の固有ベクトル

目 次

	ページ
第1章 緒論.....	1
1.1 研究の目的.....	2
1.2 石油タンクの強度解析の現状.....	8
1.2.1 石油タンクの構造.....	8
1.2.2 強度解析.....	10
(1) 側板.....	10
(2) 底板とアニュラ板.....	11
(3) 側板-底板(アニュラ板)接合部.....	11
(4) ウインドガーダー.....	12
(5) 屋根板.....	12
(6) 屋根骨.....	12
(7) 浮屋根.....	13
1.3 本論文の構成.....	13
第1章参考文献.....	16
第2章 荷重評価.....	17
2.1 第2章緒言.....	18
2.2 石油タンクの荷重.....	18
2.2.1 荷重の種類.....	18
2.2.2 地震荷重.....	19
(1) 長周期地震動.....	19
(2) 短周期地震動.....	25
2.3 長周期地震動の荷重評価.....	30
2.3.1 解析条件.....	30
2.3.2 速度ポテンシャル.....	31
2.3.3 応答の最大値の簡易評価式.....	33
2.3.4 スロッシング特性.....	36
2.3.5 解析例.....	45
2.4 短周期地震動の荷重評価.....	47
2.4.1 解析条件.....	47
2.4.2 有限要素法基礎式.....	48
(1) 解析モデルと有限要素.....	48
(2) 液体の運動方程式.....	49
(3) 液体-タンク連成系運動方程式.....	52
(4) 地震応答解析.....	53
2.4.3 プログラム検証.....	55
(1) 円筒タンクの固有値解析.....	55

(2) 二重円筒タンクの固有値解析.....	55
2.4.4 解析例.....	57
(1) 解析ケース.....	57
(2) 固有値解析結果.....	58
(3) 地震応答解析結果.....	72
2.5 第2章まとめ.....	79
第2章参考文献.....	81
第3章 応力解析.....	84
3.1 第3章緒言.....	85
3.2 軸対称有限要素-境界要素結合弾性解析.....	86
3.2.1 軸対称シェル有限要素.....	86
3.2.2 調和次数 $m = 0$ の軸対称境界要素.....	89
3.2.3 調和次数 $m = 1$ の軸対称境界要素.....	92
(1) 基本解.....	93
(2) $[H]$ の対角項の評価.....	95
3.2.4 等価有限要素.....	98
3.2.5 仮想結合要素.....	99
(1) 結合方法.....	99
(2) ペナルティ関数法による仮想結合要素.....	100
(3) 軸対称ソリッド要素と軸対称シェル要素との結合.....	102
3.2.6 プログラム検証.....	104
(1) 等価有限要素の検証.....	104
(2) FEM-BEM結合解析の検証.....	105
3.2.7 解析例.....	107
(1) 解析条件.....	107
(2) 通常時解析結果.....	112
(3) 地震時解析結果.....	119
3.3 軸対称有限要素-境界要素結合弾塑性解析.....	133
3.3.1 解析方法.....	133
3.3.2 軸対称ソリッド要素.....	134
3.3.3 弾塑性構成方程式.....	135
(1) 複合硬化.....	135
(2) 降伏条件.....	136
(3) 塑性ポテンシャル.....	136
(4) ひずみ硬化理論.....	137
(5) 弾塑性応力-ひずみマトリックス.....	138
3.3.4 応力の補正.....	139
3.3.5 プログラム検証.....	142
3.3.6 解析例.....	144

(1) 解析条件	144
(2) 塑性域の進展	148
(3) 応力の履歴	165
3.4 第3章まとめ	173
第3章参考文献	174
第4章 破壊力学解析	177
4.1 第4章緒言	178
4.2 影響関数法	179
4.3 表面き裂の強度評価システム	180
4.3.1 システムの概要	180
4.3.2 システムの機能	181
(1) き裂の K_I 値解析	181
(2) き裂の安全性評価	181
(3) 疲労き裂進展解析	182
4.3.3 システムの構成	183
4.4 解析例	183
4.4.1 解析条件	183
4.4.2 地震時の安全性評価	184
4.4.3 通常時の疲労き裂進展解析	190
4.5 第4章まとめ	194
第4章参考文献	195
第5章 座屈解析	196
5.1 第5章緒言	197
5.2 有限要素法基礎式	197
5.2.1 軸対称シェル要素	197
5.2.2 座屈前変形解析	199
5.2.3 分岐座屈解析	200
5.2.4 プログラム検証	202
(1) 一様外圧を受ける部分球殻	202
(2) 一様外圧を受ける補強円筒殻	203
5.3 内筒側板の外圧座屈解析	204
5.3.1 解析方法	204
(1) 補強円筒殻の外圧座屈	204
(2) 等価節点荷重増分	204
(3) 補強リングの取付け位置の決定方法	205
5.3.2 解析結果	206
(1) 解析モデル	206
(2) 補強リングの断面寸法	207

(3) 補強リングの取付け位置.....	208
5.4 雨水滞留時の浮屋根座屈解析.....	211
5.4.1 解析方法.....	211
(1) 雨水滞留時の浮屋根.....	211
(2) 等価節点荷重増分.....	212
5.4.2 解析結果.....	214
(1) 解析条件.....	214
(2) 座屈降雨量.....	215
(3) 変形と応力.....	226
5.5 第5章まとめ.....	232
第5章参考文献.....	233
第6章 設計システムの開発.....	235
6.1 第6章緒言.....	236
6.2 システムの機能.....	237
6.2.1 地震応答解析.....	237
(1) 解析条件.....	237
(2) 長周期地震動.....	238
(3) 短周期地震動.....	239
6.2.2 応力解析.....	240
6.2.3 座屈解析.....	241
6.3 システムの構成.....	242
6.4 適用例.....	245
6.4.1 解析例題.....	245
6.4.2 地震荷重の算定結果.....	245
6.4.3 応力解析・座屈解析結果.....	245
6.5 第6章まとめ.....	249
第6章参考文献.....	249
第7章 結論.....	250
付録I 部分溶込み溶接継手・内筒側板-底板接合部の強度.....	255
謝辞.....	260
発表論文一覧.....	261

第 1 章

緒 論

第1章 緒 論

1.1 研究の目的

石油は、火力発電や自動車用ガソリンに代表されるエネルギーの供給源であるとともに、プラスチックや合成繊維など石油化学製品の原料でもあり、現代社会においては重要な資源の一つである。現在我が国では、年間約2億klの原油を消費し、その99.6% (1988年)を輸入に依存している。また、我が国では石油業法に基づき、輸入した原油を国内で精製し供給する消費地精製方式が、石油政策の基本になっているため、国内には多くの石油精製・石油化学プラントが存在し、また、各プラントには多くの石油タンクが設置されている。

石油タンクは、数10kl程度の小容量タンクでは、地上式・地下式、屋外・屋内あるいは角形・横置円筒形・縦置円筒形を問わず様々な種類が採用されているが、容量が大きくなると鋼製の地上式縦置平底円筒形がほとんどとなる。この平底円筒タンクの、容量1000kl以上に限定しても、国内で1万基以上あり、そのうち最大容量は16.6万klである。さらに、基数としては少ないが、平底円筒形とは別に原油備蓄用として、175万klの地下岩盤式、88万klの洋上式、35.3万klの地中式タンクも建設されている。

ところで、1980年代後半に入り、平底円筒形の石油タンクの内部をいくつかに分割し、多油種を貯蔵する中仕切りタンクが、我が国において注目されるようになった。その理由として以下の3点が上げられる。

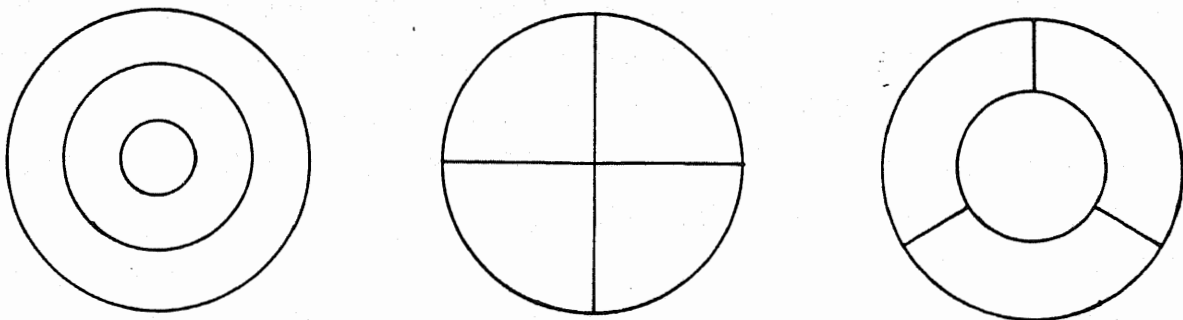
- ① 石油化学業界の多品種少量生産化
- ② 石油製品輸入の増加
- ③ 地価の高騰

①については、消費志向の多様化と高付加価値製品の生産要求が背景にある。②に関して、従来ナフサ、重油以外の石油製品は原則として輸入できなかったが、1986年の特定石油製品輸入暫定措置法の施行によって、ガソリン、灯油、軽油の輸入が自由化された。この①と②の理由により、石油化学業界では数100kl程度の小容量タンクを多数必要とする状況になった。また、最後の③の理由については、石油タンクを規制する消防法では、タンクが火災になった場合の他のタンクへの延焼防止や消火活動に使用するために、タンクの周囲に貯蔵量に応じた幅の空地を保有することを規定している⁽¹⁾。そのため、いくつかのタンクを1基の中仕切りタンクへまとめることで、用地面積を低減することができ、土地の有効利用の観点から経済的効果が期待されている。

数100 kl程度の小容量中仕切りタンクは、1970年代に既に建設されており、現在に至

るまで多くの実績が見られる。当時の中仕切りタンクの内部分割方法は、概ね Fig.1.1 の三種類に分類される。多重円筒形(Multi-walled coaxial cylindrical type)では作業員が検査や点検を行うのに十分な各円筒間の間隔を確保する必要があり、小規模タンクでは内部の分割数を多くとれないことから、大部分が二重円筒形(Double-walled coaxial cylindrical type)である。また、内部を多く分割することができる放射状形(Radial compartmented type)や混合形(Coaxial-radial mixed type)の方が、多重円筒形より需要があり、建設実績も多い。この時期の中仕切りタンクへの採用理由は、上記①～③の事項よりはむしろ建設コストの低減にあり、また当時は、法規制が現在より緩やかであったことが、建設を可能とした。

消防法において、容量1000kl以上のタンクは特定屋外タンク貯蔵所の適用を受け、容量1000kl未満のタンクとは異なる技術上の基準が定められている。その耐震設計では、1983年4月に改正された告示⁽²⁾ および関連する通達⁽³⁾ に基づき、地震応答解析における固有周期、動液圧(液体の慣性力)などを、極めて簡便に得ることができる。石油タンクは、一般に直径/板厚が1000を越える薄肉構造物であり、通常の圧力容器と比べると相対的に剛性が低くなっているため、地震応答をより正確に把握するためには、タンクの柔性の影響を考慮し、液体とタンク本体との連成振動を考慮する必要がある。消防法の耐震設計における簡便式の基礎となる理論は、連成振動解であり、円筒タンクに関する最近のめざましい研究の成果を取り入れ、『規則による設計(Design by Rule)』として確立している。一方、中仕切りタンクでは、通常の円筒タンクを対象としている消防法の算定式をそのまま適用することはできず、特定屋外タンクに要求される連成振動解析を中仕切りタンクへ適用することの複雑さから、1983年の消防法改正以降の建設は、容量1000kl未満のタンクに限定されている。



(a) Multi-walled coaxial cylindrical type (b) Radial compartmented type (c) Coaxial-radial mixed type

Fig.1.1 Types of compartmented cylindrical tank

しかし近年、前記①～③の事項が顕著となったことから、1000kl以上の特定屋外タンクへも、中仕切りタンクを導入するための技術の確立および法的な整備が、石油化学業

界から強く要求される状況に至った。そのため、危険物保安技術協会では、自治省消防庁の委託を受け、同協会内に『中仕切を有する屋外タンク貯蔵所の安全性に関する調査検討委員会』を設置し、1987年5月より1年余りの期間検討を行い、その結果が報告書⁽⁴⁾としてまとめられている。それによれば、同委員会では、最大容量3000kl程度の二重円筒形と放射状四分割形を中仕切りタンクの形式として選び、構造、基礎から検査まで広範囲の調査検討を行っている。しかし、その耐震設計における地震応答解析では、連成振動解析に関して未解明な点が多いため留意事項、問題点を上げているのみで、技術基準のベースとなるものを示すには至っていない。

石油タンクの構造設計では、一般に応力解析、破壊力学解析、座屈解析の三種類の強度解析によって、それぞれ安全性が確認される。中仕切りタンクでは、それらの解析においても膨大な計算量や多大な計算コストが必要となる場合もあり、地震応答解析における連成振動解析のみが、複雑さを要求されるわけではない。しかし、連成振動解析は、上記三種類の強度解析の荷重条件を与え、構造設計の前提条件となる。

任意形状タンクの三次元連成振動解析は、有限要素法(FEM)や境界要素法(BEM)を用いて行うことはできるが、大容量の計算機を用いて長時間の演算を必要とする。そのため、三次元連成振動解析を実施することで、総建設コストに占める設計費の割合が大きくなり、中仕切りタンクの内部分割方法として多くの形式が考えられる中で、大部分の形式は、建設が事実上不可能になる。そのような中で、多重円筒形はこの連成振動解析を軸対称問題として扱うことができるため、三次元問題として扱う場合ほど設計費が多くはならず、建設可能な構造であると考えられる。また、数万kl級の大形タンクへも適用できる、有力な内部分割形式であると考えられる。

本研究の目的は、多重円筒石油タンクの構造設計において要求される強度解析手法を、確立することである。この場合、強度解析には応力解析、破壊力学解析、座屈解析があり、さらに、そのための荷重評価手法も確立する必要がある。それらを検討する際、通常の円筒タンクに関して、長い間培ってきた経験と知見を生かせる分野と、以下に示す新たに検討方法の開発が必要な分野がある。

1) 地震荷重の算定

石油タンクの耐震設計は、地震応答解析とそこで得られたタンク本体および液体の慣性力を荷重条件とする静的強度解析の二段階に分けられる。前段階の地震応答解析を行うために、液体とタンク本体との連成振動解析手法を開発する必要がある。

2) 内筒側板－底板接合部応力解析

内筒側板－底板接合部(Fig.1.2 A部)は、内筒側板(Inner shell plate)の両側に液体領域が存在するため、空液と満液の繰返して、外筒側板－底板接合部(Fig.1.2 B部)より応力振幅が大きくなる。さらに、当部の隅肉溶接止端部は応力集中部であり、塑性域が進展する場合も考えられる。そのため、当部の応力集中や低サイクル疲労の検討の必要性があり、応力解析による安全性の確認が必要である。

3) 内筒側板の外圧座屈解析

内筒側板の外側にのみ液体が存在する場合、内筒側板には円周方向の圧縮応力が生じる。石油タンクは直径／板厚が1000を超える薄肉構造物であり、座屈防止のため板厚を増やすだけでは合理的でなく、補強リングを取付ける必要がある。しかし、このような薄肉補強円筒殻は、これまで他の構造物に採用される理由がなかったために、この方面の研究は見られない。そのため、内筒側板の外圧座屈解析手法を開発し、合理的な補強リングの断面寸法と取付け位置の決定手法を開発する必要がある。

4) 外槽タンク浮屋根の応力解析と座屈解析

石油タンクの屋根には、固定屋根形式(Fixed roof type)と浮屋根形式(Floating roof type)があるが、直径が大きくなると浮屋根形式に限定される。多重円筒タンクにおいても、大形になると浮屋根形式の採用が考えられる。通常の円筒タンクの浮屋根は、Fig.1.2(b)の内槽タンク(Inner tank)の浮屋根のように円板形であるが、外槽タンク(Outer tank)の浮屋根は、円環形となる。この浮屋根上に雨水が滞留した場合、雨水量に応じて浮力とのバランスをとりながら、浮屋根は大きくたわみ、外周部には円周方向の圧縮応力が生じ、座屈する場合も考えられる。しかも、雨水荷重は浮屋根の変形に依存するため一義的に定まらず、荷重条件として与えた雨水量と、浮屋根の形状から得られる雨水量が一致する状態を求める解析手法が必要になる。そのため、座屈前変形に幾何学的非線形性を考慮し、雨水荷重の浮屋根変形依存性も考慮した、応力解析と座屈解析の解析手法の開発が必要である。

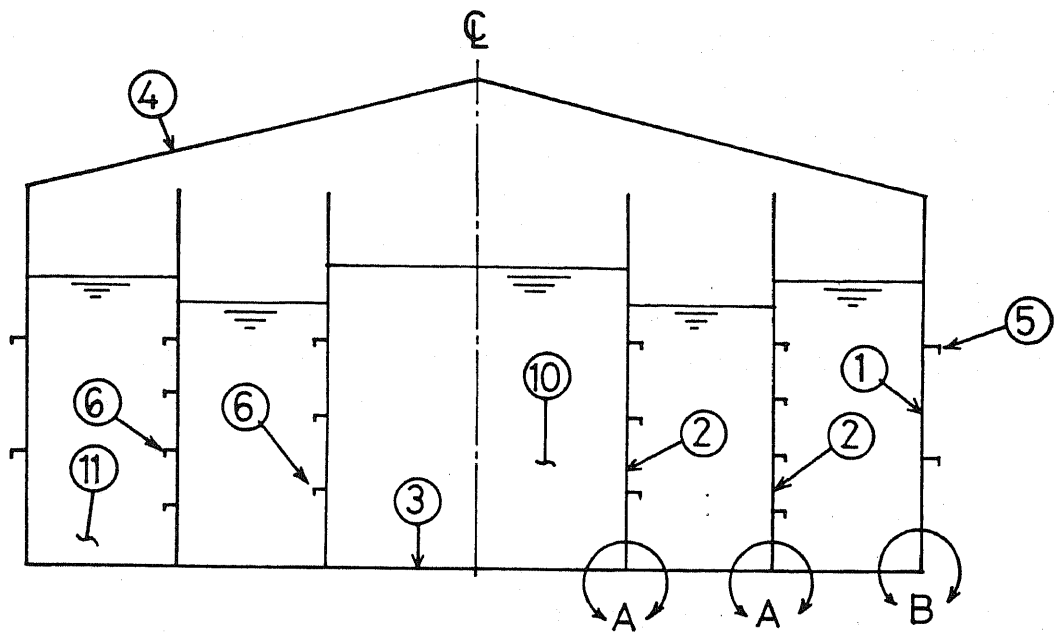
5) 内筒側板－底板接合部の欠陥の破壊力学解析

2)で述べたように、内筒側板－底板接合部は、内容液の出し入れによる応力振幅

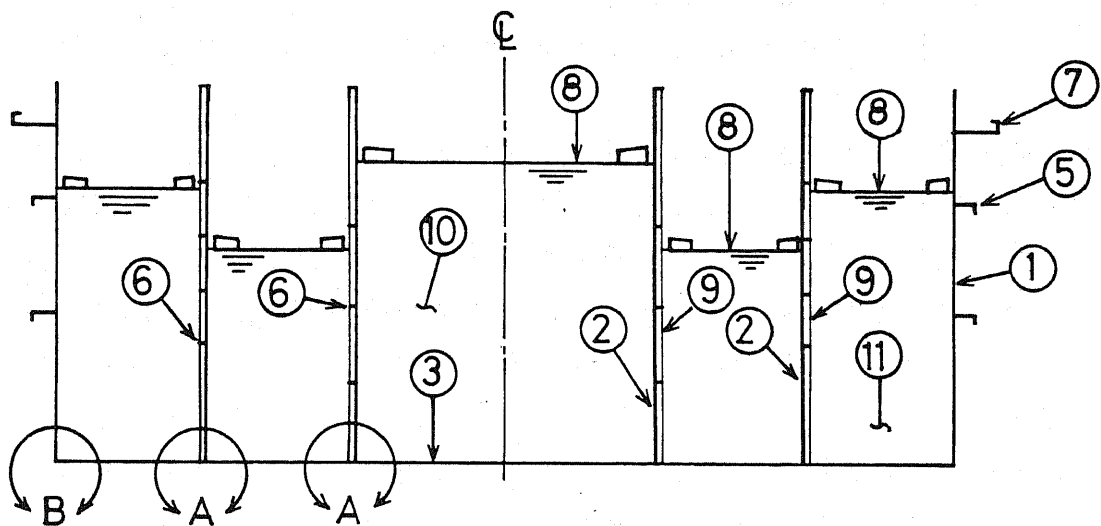
が大きいため、当部に存在する欠陥は、既に膨大なデータを蓄積している通常の円筒タンクの側板-底板接合部の欠陥とは、異なる挙動を示すものと考えられる。そのため、当部の表面き裂の応力拡大係数および疲労き裂進展を、容易に評価する手法を開発する必要がある。

なお、『非破壊検査』の立場では、非破壊検査を実施して得られた傷(flaw)の指示値がある基準値を越えた場合、初めてこれを欠陥(defect)と呼んでいる。つまり、有害な傷を欠陥と定義している。しかし、本論文は破壊力学の立場に立ち、『非破壊検査』で定義される傷も欠陥も、『欠陥』と呼ぶことにする。

本研究では、多重円筒石油タンクの構造設計において新たに必要な、前記 1)~5) の項目の荷重評価および強度解析手法を開発する。また、ここで開発する手法に基づく設計は、『解析による設計(Design by Analysis)』になる。Design by Analysisは、高い精度と信頼性の解析が要求され、もともと総建設コストが少ない小形タンクでは、設計費が大きな比重を占めることになる。そのため、小形タンクで需要の多い二重円筒タンクの基本設計において、部材寸法を決定する支配的要因になる耐震設計を、Design by Analysisによって実施するコンピュータシステムを開発し、設計の効率化を図る。



(a) Fixed roof type



(b) Floating roof type

- | | | |
|-----------------------|------------------------------|-------------------|
| ① : Outer shell plate | ② : Inner shell plate | ③ : Bottom plate |
| ④ : Roof plate | ⑤ : Intermediate wing girder | ⑥ : Floating roof |
| ⑥ : Ring stiffener | ⑦ : Top wind girder | ⑧ : Inner tank |
| ⑨ : Guide plate | ⑩ : Inner tank | ⑪ : Outer tank |

Fig.1.2 Multi-walled coaxial cylindrical tank

1.2 石油タンクの強度解析の現状

通常の間筒形石油タンクは、容量1000kl以上の特定屋外タンクだけでも、国内で1万基以上存在する。これらの構造設計における強度解析方法は、多くの実績を有し、信頼性も高いものと考えられる。また、多重間筒タンクの構造設計においても、その経験と知見を生かす分野がいくつかある。本研究では、従来の石油タンクに関する経験と知見の及ばない、多重間筒タンク特有の特性に関する強度解析手法の確立を目的としている。多重間筒タンクの構造設計では、本研究での強度解析手法とともに、これらの経験と知見が必要であり、本節では通常の間筒形石油タンクの強度解析手法の現状について述べることにする。

1.2.1 石油タンクの構造

通常の間筒形石油タンクの構造を、Fig.1.3 に示す。側板の板厚は一定ではなく、下段から上段へ階段状に変化する。側板直下の底板は、アニュラー板と称し、中央部より厚い板が採用される。側板中央部には、空液時の風圧による座屈防止のため、ウインドガーダーと称する補強リングが取り付けられる。また、頂部にも補強のためトップアングルと称する山形鋼が取り付けられる。タンクは鋼製であり、各部材は溶接により接合される。

タンクの屋根形式は、固定屋根形式と浮屋根形式により分類される。このうち、固定屋根形式にはFig.1.4 に示すように、ドームルーフ形とコーンルーフ形がある。固定屋根形式の屋根部では、屋根板およびその上に載る各種付属品や積雪などの重量は、立体骨組構造の屋根骨で支えられる。ドームルーフ形の屋根骨は側板上端のみが、その支持点となり、コーンルーフ形では、その他にタンク内にいくつかの支柱が入る。

固定屋根形式の屋根板は、トップアングルとは溶接されるが、屋根骨上には単に載るだけで、一般には溶接されることはない。この理由は、石油タンクの放爆構造に関係する。放爆構造とは、タンク内の可燃性ガスに引火し爆発が起きた場合、側板-底板接合部より先に側板-屋根板接合部を破壊に至らしめ、圧力を上部に放出し、事故の被害を最小限に止めるものである。そのため、屋根板は『弱い構造 (Frangible joint)』に設計される。

固定屋根形式は、屋根骨構造が大形化に適さないため、タンクの直径が50m程度までが適用の限界であるのに対し、浮屋根形式は大形タンクのほとんどに採用されている。浮屋根形式は、原油やナフサなどの比較的蒸気圧の高い石油類の貯槽として採用され、タンク内の火災や爆発の危険性が少なく、火災が発生した場合でも浮屋根外周のリング火災に止まり、全面火災へ至る可能性が少ないことから、安全性の面でも優れている。

浮屋根はFig.1.5 に示すように、シングルデッキ形とダブルデッキ形に大別される。ダブルデッキ形は、豪雪地帯の積雪対策あるいは内容液の保温の目的で建設されているが、建設コストがシングルデッキ形より高くなるため、通常はシングルデッキ形が採用され

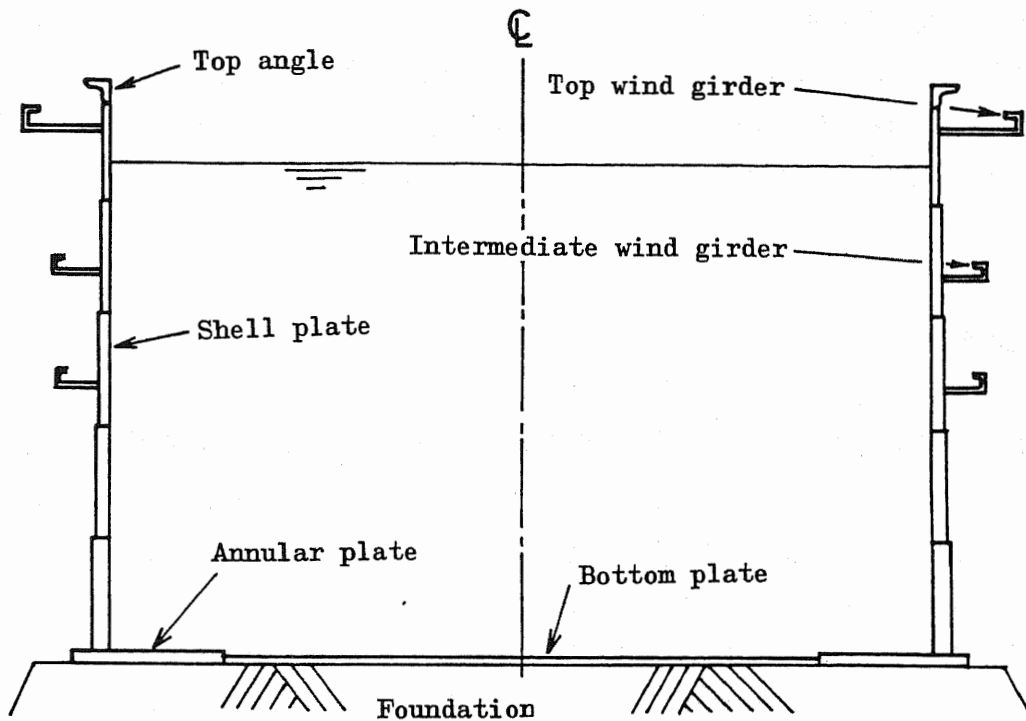
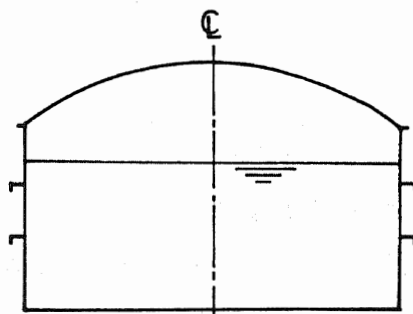
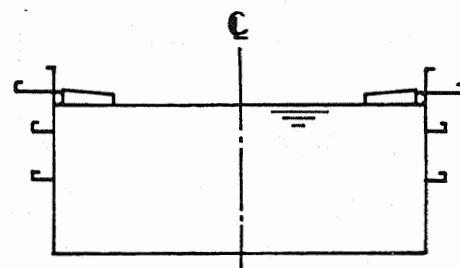


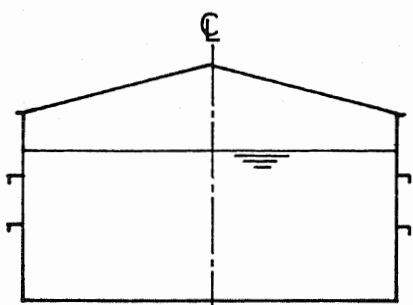
Fig.1.3 Cylindrical oil storage tank



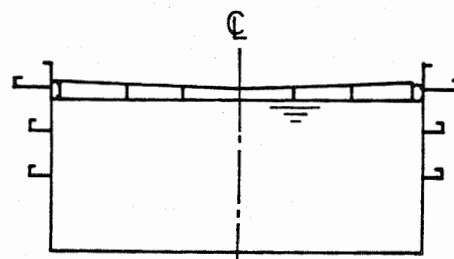
(a) Dome roof type



(a) Single deck type



(b) Cone roof type



(b) Double deck type

Fig.1.4 Fixed roof tank

Fig.1.5 Floating roof tank

る。浮屋根は、その一部が破損し油が浮屋根上に流入しても、全体の浮力の喪失を防ぐため、いくつかの室に完全に仕切られる。

石油タンクは、過去にいくつかの破壊事故を経験している。我が国では、1974年の岡山県での50,000klドームルーフタンクの重油流出事故⁽⁵⁾や1978年の宮城県沖地震での宮城県における31,500klコーンルーフタンクと23,700klドームルーフタンク計3基の油流出事故⁽⁶⁾などが代表的な例である。この二つの事故は、側板-底板(アニュラ板)接合部の隅肉溶接部で破壊を起し、当箇所は石油タンクの安全性に重要な影響を及ぼす。

1.2.2 強度解析

石油タンクの強度解析は、消防法関連の自治省告示『危険物の規制に関する技術上の基準の細目を定める告示』に基づいて行われ、JIS B8501⁽⁷⁾, API650⁽⁸⁾の規格が参考にされる。ここでは、石油タンクを構成する主要部材の強度解析方法を述べる。

(1) 側板

側板の板厚は、内圧を受ける薄肉円筒の、線形弾性を仮定した円周方向応力値を与える式を用いて、次式で求められる。

$$t \geq \frac{\rho D (H - 0.3)}{2 \cdot f} + C \quad (1.1)$$

ここで、 t は板厚(mm)、 D はタンク内径(m)、 H は検討する段の側板の下端から最高液面までの高さ(m)、 ρ は貯蔵する液体の比重量(gf/cm³)、 f は材料の降伏応力の60%の値(kgf/mm²)、 C は腐れ代(mm)である。各段の側板下端では、溶接部が一種の補強リングの役目を果たしているため、板厚の検討式(1.1)では、それより0.3 m上部の位置での応力に基づいて検討される。

また、地震時には、タンク本体と液体の慣性力が水平動では水平方向、鉛直動では鉛直方向に働く。側板は軸圧縮力 N と曲げモーメント M を受ける梁として、次式に基づき座屈の検討が行われる。

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{Z} \leq \frac{0.4}{\gamma} \frac{E t}{D} \quad (1.2)$$

A 、 Z はそれぞれ検討する段の側板の断面積と断面係数、 E は材料の縦弾性係数、 γ は安全率で1.5であり、 t と D は式(1.1)の場合と同じであるが同一単位が使われる。式

(1.2) の右辺は、薄肉円筒殻の軸圧縮座屈値と曲げ座屈値の t/D の変化に対する最小値がほぼ等しくなることに基づいている。

以上のように、側板の強度解析は式(1.1), (1.2)の二通りの方法で行われるが、一般には式(1.2)で側板の板厚が決まる。式(1.2)は、耐震設計における強度検討式であり、石油タンクの主要部材の決定には、このように耐震設計が支配的要因になる場合が多い。また、最小板厚は、 $D \leq 16 \text{ m}$ で $t = 4.5 \text{ mm}$ 、 $16 \text{ m} < D \leq 35 \text{ m}$ で $t = 6 \text{ mm}$ 、 $35 \text{ m} < D \leq 60 \text{ m}$ で $t = 8 \text{ mm}$ 、 $60 \text{ m} < D$ で $t = 10 \text{ mm}$ と規定されている。

(2) 底板とアニュラ板

底板とアニュラ板は、タンク基礎上に単に置かれるだけであり、側板との接合部近傍を除き応力は発生しない。しかし、基礎の不等沈下時には、底板(アニュラ板)にも応力が発生する。この応力の解析方法に関する法規の規定はない。不等沈下には、様々な種類があるため、一般には有限要素法で解析される。また、底板は腐食を起こしやすい。石油タンクは、容量1万kl以上が5年ごと、1万kl未満が10年ごとの内部点検が消防法で義務づけられており、このとき底板の補修や取替え、基礎の修正がおこなわれる。

底板とアニュラ板は、最小板厚が規定されている。底板では容量1万kl未満が9 mm、1万kl以上が12 mmである。また、アニュラ板の最小板厚 t_a は、最下段側板の板厚 t_s により、 $15 \text{ mm} < t_s \leq 20 \text{ mm}$ で $t_a = 12 \text{ mm}$ 、 $20 \text{ mm} < t_s \leq 25 \text{ mm}$ で $t_a = 15 \text{ mm}$ 、 $25 \text{ mm} < t_s \leq 30 \text{ mm}$ で $t_a = 18 \text{ mm}$ 、 $30 \text{ mm} < t_s$ で $t_a = 21 \text{ mm}$ と規定されている。

(3) 側板-底板(アニュラ板)接合部

当箇所の強度解析方法や許容応力に関する法規による規定はないが、過去の大事故も当部に起因しているものが多く、石油タンクでは強度上最も重要な箇所である。強度解析は、解析的方法^{(9)~(11)}や軸対称シェル要素を用いた有限要素法で、軸対称問題としての微小変形弾性解析が一般には行われている。

安全性の判定は、ASME Code Sec. VII Div. 2⁽¹²⁾に基づき、当部の応力を二次応力に分類し、シェークダウン基準を用いて行われる。許容応力は、一次応力に対する許容応力の3倍の値がとられる。

また、当部の隅肉溶接止端部は応力集中部である。この応力は、前記方法で求められた二次応力に応力集中係数を乗じるか、あるいは軸対称ソリッド要素を用いて隅肉溶接部の形状を詳細にモデル化した有限要素法で解析される。得られた止端部の応力を、ASME Code に基づくピーク応力として、設計疲労曲線(S-N曲線)から許容荷重繰返し回数を求め、耐用期間中の内容液の出し入れの回数を制御している。

(4) ウインドガーダー

側板の風圧による座屈防止のため取付けられるウインドガーダーには、上部ウインドガーダーと中間ウインドガーダーの二種類がある。上部ウインドガーダーは、浮屋根形式タンクの側板上端から1 m程度下方に設けられ、断面寸法も大きくなることから、歩廊としても使用される。中間ウインドガーダーは、固定屋根形式と浮屋根形式の両方に使用される。

ウインドガーダーの取付け位置は、一様外圧をうける両端単純支持円筒殻の座屈荷重を与える U.S. Experimental Model Basinの式⁽¹³⁾に基づく次式で検討される。

$$H \leq 9.46t \sqrt{\left(\frac{t}{D}\right)^3 \left(\frac{45}{V}\right)^2} \quad (1.3)$$

ここで、Hはウインドガーダー間の間隔(m)、tはウインドガーダー間の側板の平均板厚(mm)、Dはタンク内径(m)、Vは設計風速(m/s)である。

また、ウインドガーダーの断面寸法は、円筒上の風圧分布に相当する荷重を受けるリングの曲げ応力が、許容応力以下であるための断面係数を有する条件として、次式を満足するように決定される⁽¹⁴⁾。

$$Z \geq 0.042 \cdot D^2 \cdot H \cdot (V/45)^2 \quad (1.4)$$

ただし、Zはウインドガーダーの断面係数(cm³)、Hは上部ウインドガーダーでは、タンク底部からウインドガーダーまでの高さ(m)、中間ウインドガーダーでは、ウインドガーダー相互の取り付け間隔(m)である。

(5) 屋根板

屋根板は、最小板厚を4.5 mmに規定されている。放爆構造上、側板-屋根板接合部を『弱い構造』とする必要性から、一般にはこの最小板厚が採用される。屋根板の強度解析では、両端単純支持の梁としての曲げ応力が許容応力以内になるように、梁のスパンである屋根骨による支持間隔が決められる。

(6) 屋根骨

屋根骨の強度解析方法の法規による規定はないが、立体骨組構造として、有限要素法

等で実施される。安全性の判定は、JIS B8501 に基づき、次式を満足するように行われる。

$$\frac{\sigma_a}{f_a} + \frac{\sigma_{by}}{f_{by}} + \frac{\sigma_{bz}}{f_{bz}} \leq 1.0 \quad (1.5)$$

ただし、 σ_a, σ_b は屋根骨の軸方向応力と曲げ応力であり、 y と z は部材の局部座標である。また、 f_a, f_b はそれに対応する許容応力である。

(7) 浮屋根

浮屋根は、250mm の降雨量に相当する雨水が浮屋根上に滞留した場合、および仕切られた各室のうち相隣接する2室が破損し浮力を失った場合に、沈まない構造であることが、法規で規定されている。しかし、その検討方法については、示されていない。そのため、従来は浮屋根を剛体と仮定した浮力計算のみ行われ、強度解析は実施されなかったが、浮屋根の沈没事故⁽¹⁵⁾も経験し、強度解析の必要性が認識されている。

浮屋根は雨水が滞留すると大きくたわみ、外周部には円周方向の圧縮応力が生じる。そのため、強度検討では応力解析と座屈解析が必要となる。しかし、雨水荷重は浮屋根の変形に依存するため、一義的に定まらない困難さを伴う。浮屋根の幾何学的非線形性を考慮した応力解析^{(16), (17)}や座屈解析⁽¹⁸⁾が行われてはいるが、非線形解析であるため広くは実施されていない。

以上のように、側板、底板、ウインドガード、屋根板は、極めて簡便に強度解析が行われる。また、側板-底板接合部、屋根骨、浮屋根の強度解析には計算機が必要となるが、側板-底板接合部の解析的方法^{(9)~(11)}では、パーソナルコンピュータ程度で行うことができる。

1.3 本論文の構成

本論文では、多重円筒石油タンクの構造設計において、通常円筒形石油タンクに関する経験と知見の及ばない、多重円筒タンク特有の特性に対する強度解析手法を開発し、その検証を行う。

第2章は、荷重評価である。まず、石油タンクの構造設計において、考慮されるべき荷重の種類をあげ、その中で通常円筒タンクに対して、消防法で規定された地震荷重算定のための簡便式の、理論的背景を長周期地震動と短周期地震動について説明する。

次に、その理論における仮定条件、すなわち液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れで、タンク本体は長周期地震動に対して剛体、短周期地震動に対して線形弾性体とすることを、多重円筒タンクにも適用した地震荷重評価手法を開発する。長周期地震動には解析的方法、短周期地震動には有限要素法で解析する。

第3章は、応力解析である。ここでは、第2章で求めた地震荷重に対する、内筒側板-底板接合部の応力の検討のため、まず静的弾性解析手法を開発する。その方法は、非軸対称荷重を受ける軸対称問題として、当接合部を境界要素、他のタンク主要部をシェル有限要素、自由度の異なる境界要素とシェル要素の結合部には仮想結合要素で扱った、有限要素-境界要素結合解法である。次に、通常時の液体の出し入れに対する当接合部の低サイクル疲労の検討に用いるため、軸対称荷重に対する軸対称弾塑性解析手法を開発する。その方法は、弾性解析において境界要素で扱った領域のなかで、塑性域の進展が予想される隅肉溶接止端部の近傍のみをソリッド有限要素で扱い、他は弾性解析の場合と同様に扱う、有限要素-境界要素結合解法である。

なお、ここでは内筒側板-底板接合部に完全溶込み溶接を仮定する。部分溶込み溶接の場合の応力解析は、本論文末尾に付録Iとして実施する。

第4章は、破壊力学解析である。ここでは、応力集中部に存在する任意形状表面き裂の応力拡大係数解析および疲労き裂進展を、容易に評価可能なシステムを開発し、内筒側板-底板接合部に存在する欠陥の強度評価を行う。

第5章は、座屈解析である。ここでは、座屈前変形に幾何学的非線形性を考慮した、軸対称荷重を受ける軸対称シェルの、非軸対称モードの分岐座屈解析を行う有限要素法プログラムを開発し、外圧を受ける内筒側板および雨水滞留時の浮屋根の座屈解析を行う。内筒側板の外圧座屈解析では、合理的な補強リング取付け位置を決める最適設計法を開発する。また、雨水滞留時の浮屋根座屈解析では、雨水荷重の浮屋根変形依存性を考慮した解析手法を開発する。

第6章は、設計システムの開発である。ここでは、第2章～第5章で開発した解析手法、および通常の円筒タンクに関する強度解析方法の中で、基本設計における耐震設計に用いる方法を取入れ、基本的なデータを入力するだけで、二重円筒タンクの一連の強度解析を行う耐震設計システムを開発する。

なお、第2章～第5章において開発した荷重評価および強度解析手法の、多重円筒タンクへの適用性の検証ため、Fig.1.6 に示す外筒側板直径60mの三重円筒タンクを解析モデルに選ぶ。

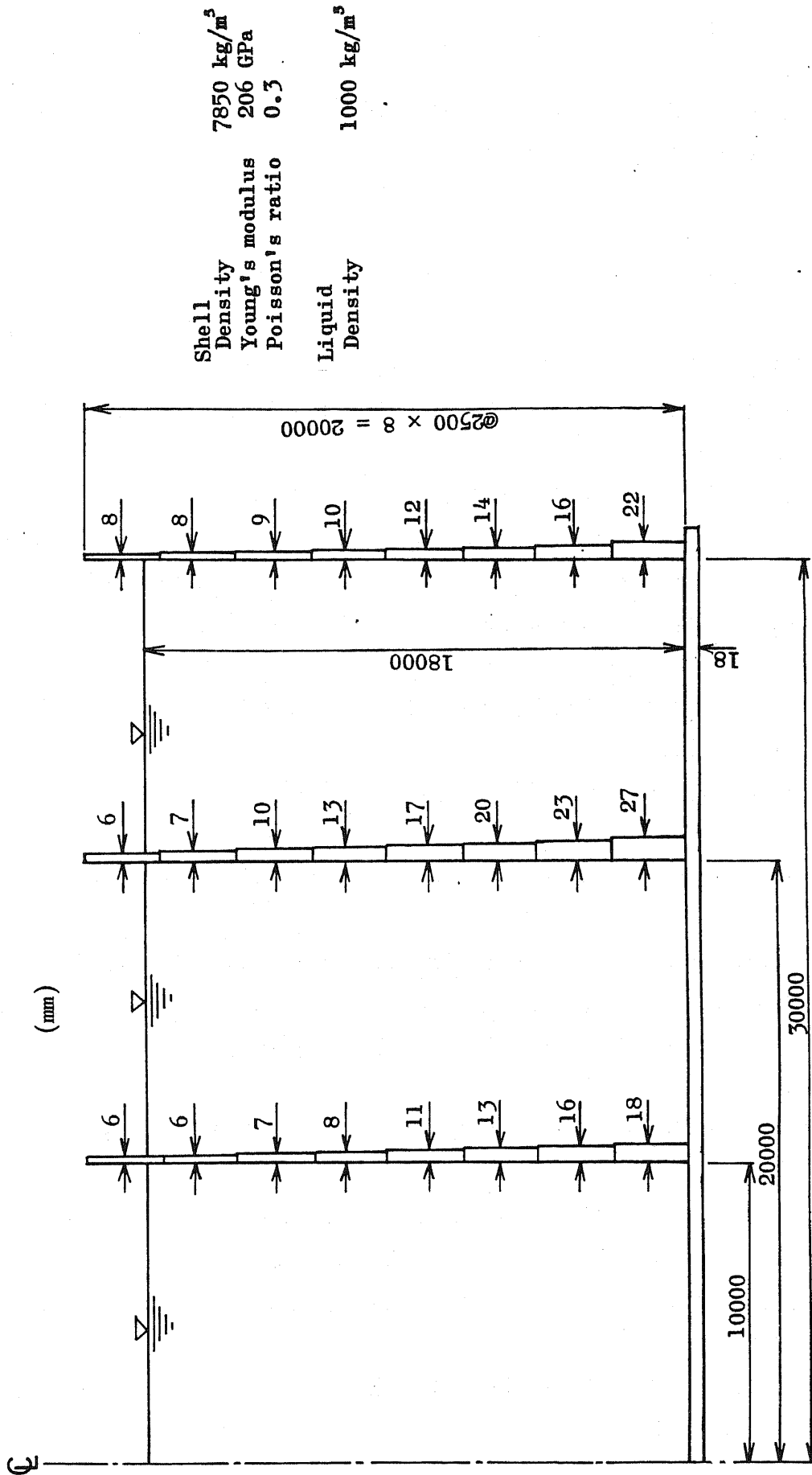


Fig. 1.6 Analytical model of triple-walled coaxial cylindrical tank

第 1 章 参 考 文 献

- (1) 危険物の規制に関する政令；第11条第1項第2号。
- (2) 自治省；危険物の規制に関する技術上の基準の細目を定める告示，第4条の20，1983。
- (3) 自治省通達；消防危第44号，1983。
- (4) 危険物保安技術協会；中仕切を有する屋外タンク貯蔵所の安全性に関する調査検討報告書の概要，KHKだより，No.20，1988，pp.17-27。
- (5) 三菱石油水島製油所タンク事故原因調査報告書，1975。
- (6) 危険物技術基準委員会；1978年宮城県沖地震東北石油仙台製油所石油タンク破損原因調査報告書，消防庁，1979。
- (7) JIS B8501；鋼製石油貯槽の構造(全溶接製)，1985。
- (8) API Standard 650；Welded Steel Tanks for Oil Storage，8th Edition，1988。
- (9) J.B.Denham, J.Russel and C.M.R.Wills；A Comparison of Predicted and Measured Stresses in a Large Storage Tank，API Division of Refining Paper，1968。
- (10) 河野；鋼製円筒タンク底隅角部の応力解析，日本建築学会論文報告集，No.245，1976，pp.53-61。
- (11) 小林；タンク隅底部の応力解析，石川島播磨技報，Vol.16，No.6，1976，pp.696-701。
- (12) ASME Boiler & Pressure Vessel Code SectionⅥ Division 2，Pressure Vessels，1986。
- (13) D.F.Windenburg and C.Trilling；Collapse by Instability of Thin Cylindrical Shells Under External Pressure，Trans.ASME，1934，pp.612-624。
- (14) 河野；平底円筒形貯槽の耐風設計，日本高圧力技術協会セミナー資料，1984，pp.1-21。
- (15) 倉敷市消防局；屋外タンク浮き屋根事故の概要について，KHKだより，No.20，1988，pp.41-48。
- (16) H.I.Epstein and J.R.Buzek；Stresses in Floating Roofs，ASCE Journal of the Structural Division，No.104，1978，pp.735-748。
- (17) 吉田；浮屋根の有限要素法による幾何学的非線形応力解析，配管技術，Vol.25，No.8，1983，pp.51-57。
- (18) 吉田・三好；シングルデッキ形浮屋根の座屈解析，日本機械学会論文集(A編)，Vol.56，No.521，1990，pp.33-38。

第 2 章

荷重評価

第2章 荷重評価

2.1 第2章緒言

構造設計において考慮すべき荷重の種類は、通常の間筒タンクと多重間筒タンクで、基本的に相違はない。これらの荷重の中で、タンク自重、液圧、内圧などは、設計条件が与えられれば容易に評価ができるのに対し、地震荷重の評価では、与えられた設計条件に基づく地震応答解析を実施する必要がある。

地震動を受ける、液体を含むタンクの連成振動には、二つの形態があることが知られている。すなわち、地震動に含まれる長周期成分(長周期地震動)により励起される自由液面の揺動(スロッシング : Sloshing) と短周期成分(短周期地震動)により励起される側板主体の振動(バルジング : Bulging)である。この両者の連成効果は極めて弱く⁽¹⁾、⁽²⁾、別個に扱うことができる。

本章では、通常の間筒形石油タンクの構造設計時に考慮されている荷重を上げ、その中で、長周期地震動と短周期地震動による荷重の算定方法を述べる。次に、その方法における理論の前提となった仮定条件を、多重間筒タンクへ適用した地震荷重の算定方法を開発し、その検証を行う。

2.2 石油タンクの荷重

本節では、消防法で規定される、通常の間筒形石油タンクの構造設計において考慮される荷重の種類を上げ、次に地震荷重の算定方法について説明する。

2.2.1 荷重の種類

通常の間筒形石油タンクに加わる荷重として、設計時に考慮することが法規⁽³⁾で定められているものを、Table 2.1 に示す。荷重条件は、通常時(Normal operating condition)、強風時(Strong wind condition)および地震時(Earthquake condition)に分け、さらに地震時は長周期地震時(Low frequency earthquake condition)と短周期地震時(High frequency earthquake condition)に分ける。強風時は、内容液の無い空液の状態の方が、荷重として厳しい方向になる。また、活荷重(Live load)は、タンク上に作業員が載った場合などを想定した鉛直方向下向きの荷重である。

また、石油タンクの耐震設計は、Fig.2.1 に示すフローで行われる。長周期地震動と短周期地震動は、一般に同時に発生することはないため、応答解析だけでなく、強度解析も別々に行われる。応答解析では、長周期地震動は水平動のみ考慮し、短周期地震動

では水平動と鉛直動に対する解析を別個に行い、最後に両者の結果を重ね合わせて、応答値としている。地震応答解析より得られた動液圧やタンク本体の慣性力は、静的強度解析における荷重条件になる。

Table 2.1 Load condition for the design of the oil storage tank

Combined load condition Unit load		Normal operation	Strong wind	Earthquake	
				Low frequency	High frequency
Tank weight		○	○	○	○
Liquid pressure		○	—	○	○
Internal pressure		○	—	○	○
Thermal load		○	○	○	○
Live load		○	—	—	—
Snow load		○	○	○	○
Wind load		—	○	—	—
Seismic load	Sloshing motion	—	—	○	—
	Bulging motion	—	—	—	○

○ : Considered — : Not considered

2.2.2 地震荷重

(1) 長周期地震動

長周期地震動は、変位波が卓越する地震動の成分であり、周期は1秒から10数秒の領域である。地震学では20秒以上を長周期といい、この領域は『やや長周期』といわれているが、タンクの耐震工学の立場からは、『長周期』と呼んでいる。この長周期地震動に対して、内容液の自由液面が共振して大振幅となる現象がスロッシングである。通常の円筒形石油タンクのスロッシング固有周期は、ほとんどが上記の卓越周期領域に入る。

我が国でスロッシングが認識されたのは、1964年6月16日の新潟地震における昭和石油新潟製油所の原油タンクの火災である。また、1983年5月26日の日本海中部地震では

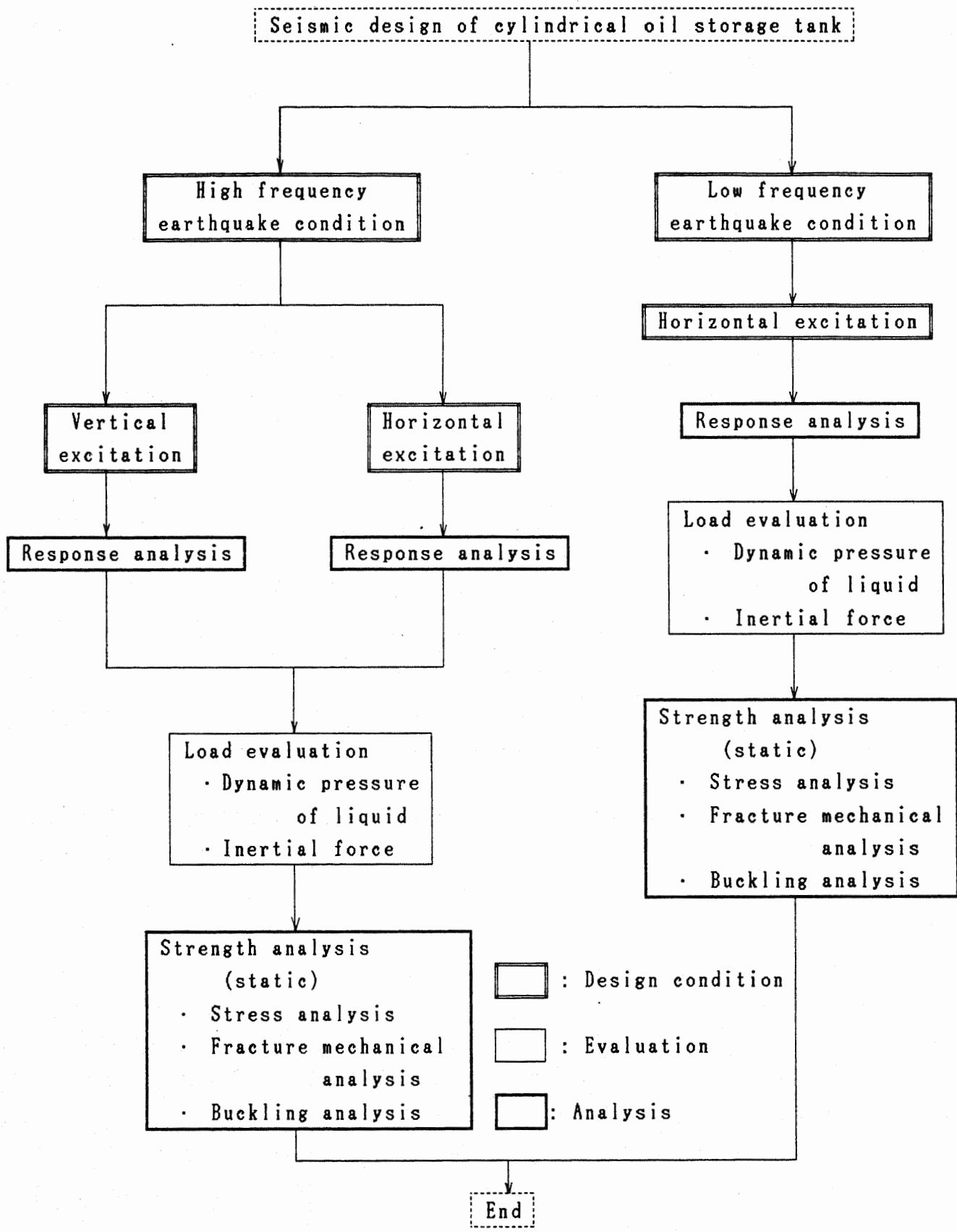


Fig.2.1 Flow of the seismic design

東北電力秋田火力発電所の35000 kℓ原油タンクが火災を起こした⁽⁴⁾。この二つの火災は、いずれもスロッシングによって浮屋根が側板と衝突し、原油に発火したものである。

円筒タンクのスロッシング応答の解析方法は、以下の三つに大別される。

- 1) タンクを剛体、液体をばね-質点系でモデル化して解析する方法⁽⁵⁾
- 2) タンクを剛体、液体は速度ポテンシャルを仮定し、解析する方法^{(6)~(9)}
- 3) タンクを弾性体、液体は速度ポテンシャルを仮定し、解析する方法^{(1), (2)}

3)での解析結果によれば、タンクを剛体と仮定する2)の場合に比べ、わずかな固有振動数の低下が認められるが、精度的に差異はないことが報告されている。1)の方法は、液体を固定質量と自由質量に分けて取り扱っており、理解しやすい反面、簡便化しすぎているきらいがある。消防法の算定式^{(10), (11)}は、2)の方法に基づいている。以下に、その算定式の根拠となった理論を説明する。

半径 a の剛体円筒タンクの中に、高さ H まで液体が入ったタンク系をモデル化する。この系に対し、Fig.2.2 に示すように座標軸を設定する。この系が、 x 軸方向に $X(t)$ の変位加振を受ける場合を考える。液体は微小波高の非圧縮性完全流体・渦無し流れであるとすると、速度ポテンシャル ϕ の存在が仮定できる。系の運動は、次に示す四つの式で支配される。

I) 連続の式

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

II) 側板の境界条件

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=a} = \dot{X}(t) \cos \theta \quad (2.2)$$

III) 底板の境界条件

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (2.3)$$

IV) 自由液面の境界条件

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (z = H \text{ で}) \quad (2.4)$$

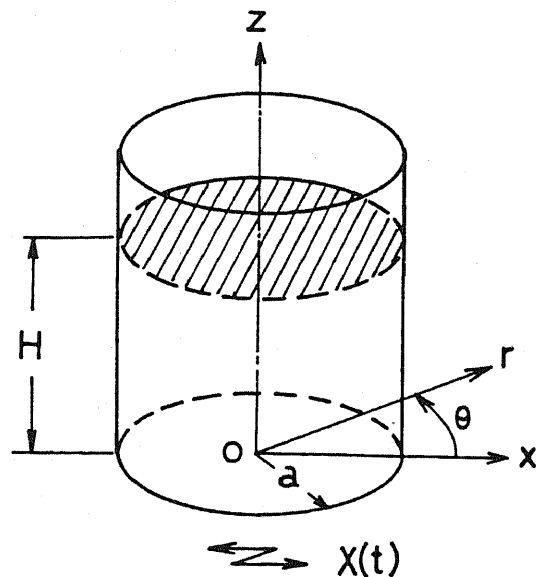


Fig.2.2 Cylindrical tank

ここに、 g は重力加速度、 \cdot (dot) は時間微分を示す。

タンクは軸対称構造物であるため、その振動モードは円周方向に Fourier 級数で展開できる。タンクが剛基礎上有るとき、水平地震動により励起されるモードは、Fourier 級数の次数 $m = 1$ の場合のみであることを考慮し、自由振動を考えると、第 n 次のスロッシング固有円振動数 ω_n は次式で与えられる。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{a} \varepsilon_n \cdot \tanh\left(\varepsilon_n \frac{H}{a}\right)} \quad (n = 1, 2, \dots, \infty) \quad (2.5)$$

ここで、 ε_n は次の方程式の第 n 番目の正根である。

$$dJ_1(r)/dr = 0 \quad (2.6)$$

ただし、 $J_1(r)$ は一次の第一種 Bessel 関数である。

式(2.1)~(2.4)を満足する速度ポテンシャル ϕ は、最終的に次式となる⁽⁶⁾。

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, z, t) = & \cos \theta \left[r \dot{X}(t) - a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(\varepsilon_n^2 - 1)} \frac{J_1(\varepsilon_n r/a)}{J_1(\varepsilon_n)} \right. \\ & \left. \times \frac{\cosh(\varepsilon_n z/a)}{\cosh(\varepsilon_n H/a)} v_n \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

ただし、 v_n は n 次の規準速度であり、次の 2 階の常微分方程式の解として与えられる。

$$\ddot{v}_n + \omega_n^2 v_n = \ddot{X}(t) \quad (2.8)$$

スロッシング波高 η 、動液圧 p は、速度ポテンシャル ϕ を用いて次式で定義される。

$$\eta(r, \theta, z, t) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.9)$$

$$p(r, \theta, z, t) = -\rho_l \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.10)$$

ただし、 ρ_l は液体の密度である。

ここで、 $n = 1$ として式(2.5)で表される一次のスロッシング固有振動数に等しい振動数の正弦波が入力した場合、応答は一次モードのみ卓越し、二次以上の寄与率は小さいと考えられる。その正弦波を、変位振幅 D_0 とし、次式で表す。

$$X(t) = D_0 \cdot \sin \omega_1 t \quad (2.11)$$

この式を式(2.7)に代入し、式(2.9)を用いて級数の第1項のみとり、 $\theta = 0, z = H$ を代入した自由液面の波高式を新たに $\eta(r)$ とおくと、次式で表される。

$$\begin{aligned} \eta(r) &= \eta(r, 0, H, t) \\ &= \frac{1}{g} \left[r D_0^2 \omega_1 \cdot \sin \omega_1 t + a \frac{2}{\epsilon_1^2 - 1} \frac{J_1(\epsilon_1 r/a)}{J_1(\epsilon_1)} \dot{v}_1 \right] \quad (2.12) \end{aligned}$$

式(2.12)の応答の最大を示す時刻において、 $\sin \omega_1 t \approx 0$ になることから、曾我部・柴田ら⁽¹²⁾は最大値を求める際に、右辺第1項を無視することを提案した。これより、式(2.13)が得られる。

$$\eta(r) = 0.837 \frac{a}{g} \frac{J_1(\epsilon_1 r/a)}{J_1(\epsilon_1)} \dot{v}_1 \quad (2.13)$$

ただし、 $\epsilon_1 = 1.841$ である。

応答加速度 \dot{v}_1 の評価にあたり、清水ら⁽¹³⁾は速度応答スペクトルの導入を行った。まず、長周期地震動のスペクトル特性として、周期1秒から8秒に対し、平均加速度フーリエスペクトルがほぼ一定となること、および平均加速度フーリエスペクトルと速度応答スペクトルの周期特性が非常に良く似ていることから、スロッシングの固有周期領域に対し、速度応答スペクトルを一定とおいた。

加速度応答スペクトル S_A と速度応答スペクトル S_V とは、次の関係がある。

$$S_A = \omega_1 S_V \quad (2.14)$$

この S_A を \dot{v} に置き換えて式(2.13)に代入し、 $\eta(r)$ の最大値を η_{max} とおくと、次式が得られる。

$$\eta_{max} = \eta(a) = 0.268 \cdot D \cdot S_V / T_1 \quad (2.15)$$

ただし、 $D = 2a$ 、 $T_1 = 2\pi / \omega_1$ 、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ である。

一方、消防法では、次のようにして η_{max} を算定している。

$$\eta_{max} = 0.284 \cdot \nu_1 \cdot D / T_1 \quad (2.16)$$

ν_1 は地域別補正係数であり、 $\nu_1 = 1.0$ とおくと、式(2.16)の η_{max} は $S_V \approx 1.06 \text{ m/s}$ として導入したものであることがわかる。

動液圧についても、式(2.7),(2.10),(2.13)より、次のように表される。

$$p(r, z) = p(r, 0, z, t) = \rho_L \cdot g \cdot \eta_{max} \frac{J_1(\epsilon_1 r/a)}{J_1(\epsilon_1)} \frac{\cosh(\epsilon_1 z/a)}{\cosh(\epsilon_1 H/a)} \quad (2.17)$$

式(2.13)の波高 $\eta(r)$ と、式(2.17)の動液圧 $p(r, z)$ は、一般にFig.2.3に示すような分布をする。式(2.17)を用いて、水平力(ベースシャー)Q, 底板からの高さhの位置での側板転倒モーメント $M(h)$, 底板に作用する動液圧によるモーメント M_B は、次のような積分を行うことで得られる。

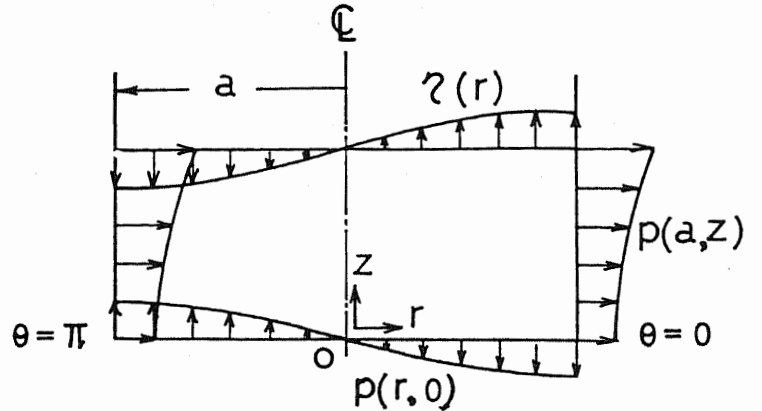


Fig.2.3 Sloshing response

$$Q = 2 \int_0^H \int_0^\pi p(a, z) \cdot \cos^2 \theta \cdot a \cdot d\theta \cdot dz \quad (2.18)$$

$$M(h) = 2 \int_h^H \int_0^\pi (z - h) \cdot p(a, z) \cdot \cos^2 \theta \cdot a \cdot d\theta \cdot dz \quad (2.19)$$

$$M_B = 2 \int_0^a \int_0^\pi r^2 \cdot p(r, 0) \cdot d\theta \cdot dr \quad (2.20)$$

このように、消防法における長周期地震動の算定では、スロッシング波高は式(2.16)、動液圧は式(2.17)で、極めて簡便に得ることができる。この算定式の導入における理論の仮定条件を以下にまとめる。

- ① 液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れ [式(2.1)]
- ② 側板は剛体 [式(2.2)]
- ③ 基礎は剛体 [式(2.3)]

(2) 短周期地震動

短周期地震動は、加速度波が卓越する地震動の成分であり、その周期はスロッシング固有周期と比べて十分短い。この地震動に対し、自由液面はほとんど揺れず、側板が振動する。この現象は、バルジングと呼ばれている。このとき、液体はその一部が、あたかも側板の付加質量であるかのように運動する。

短周期地震動を受けると、タンクには Fig.2.4 に示すような分布形態の動液圧が生じる。振動モードを円周方向へ Fourier 級数で展開すると、剛基礎上のタンクが励起されるモードは、水平動では次数 $m = 1$ 、鉛直動では $m = 0$ の場合のみである。

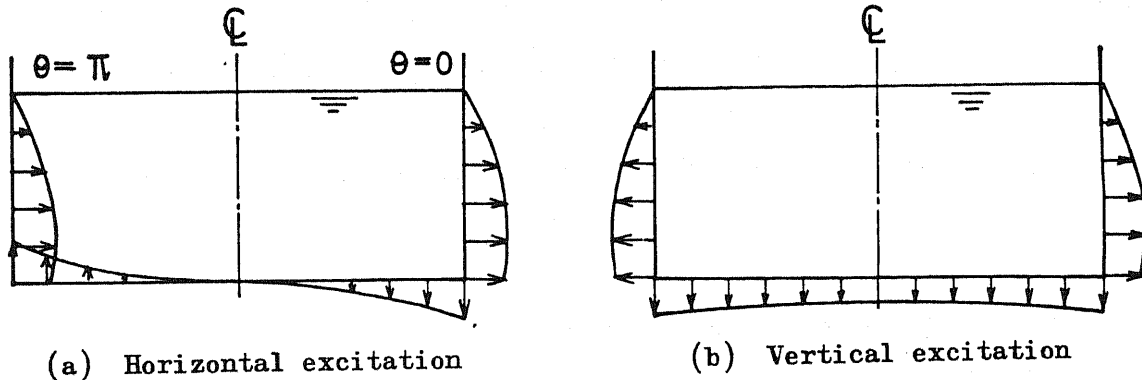


Fig.2.4 Bulging response

水平動により生じる動液圧から、タンクには転倒モーメントが作用し、側板の一方で軸方向の引張、それと 180° 反対側で圧縮の荷重が作用する。また、石油タンクでは小形タンクを除き、基礎とアンカーで固定されることはないため、引張側では底板の外周の一部が浮き上がり、圧縮側では基礎への押し込みが生じる。そして、浮き上がりと押し込みを繰返すロッキング現象が起き、Fig.2.5 に示すような、浮き上がり時に側板-底板（アニュラ板）接合部の破断、押し込み時に側板下部の座屈が生じる場合がある。また、鉛直動によっても側板の座屈が生じる場合がある。

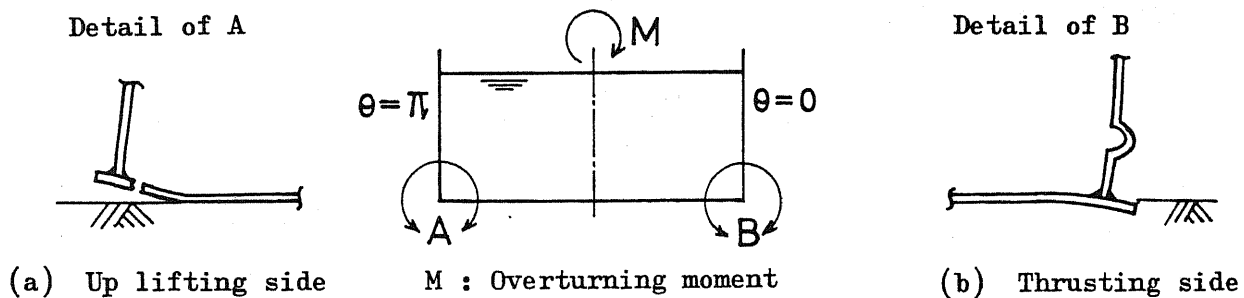


Fig.2.5 Damage patterns of the bulging motion

短周期地震動によるタンクの被害例として代表的なものに、1978年6月12日の宮城県沖地震における東北石油仙台製油所内の3基のタンクの油流出事故⁽¹⁴⁾がある。これは、

Fig.2.5(a) に示すように、側板—アニュラ板接合部の隅肉溶接内側止端部のアニュラ板が破断したものである。

短周期地震動は、タンク本体の強度に大きく影響を及ぼす。一方、長周期地震動はタンク本体の強度より、スロッシングによる油の飛び出しや浮屋根の側板への衝突が重要になり、それによる火災の発生が問題となる。当然のことながら、長周期地震動によってもタンクのロッキング現象は起こるが、転倒モーメント M は小さく、また周期が長いためタンク本体の強度への影響は少ない。

短周期地震動に対する応答では、タンクの柔性の影響を考慮することが重要であり、長周期地震動に対するスロッシング応答解析のように、タンクを剛体と仮定することは、現実的でない場合がある。タンクを弾性体のシェルとし、液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れとし、タンクと液体との連成振動を考慮した円筒タンクのバルジング応答解析には、多くの研究があり、近年めざまし発展をとげた。その解析方法は、以下の四種類に大別される。

- 1) タンク・液体とも解析的に扱う方法^{(1), (15), (16)}
- 2) タンクを有限要素法、液体を解析的に扱う方法^{(17)~(19), (2)}
- 3) タンク・液体とも有限要素法で扱う方法^{(20)~(23)}
- 4) タンクを有限要素法、液体を境界要素法で扱う方法⁽²⁴⁾

1)の方法は、側板の板厚が一定でない石油タンクでは、適用しにくい面がある。また、2)~4)は手法が異なるだけで、結果に大きな差異は現れない。消防法による算定式は、3)の方法でパラメトリック・サーベイを行った結果を、簡便式に表したものである⁽²⁵⁾。

3)の方法に基づいた消防法における算定式の、液体に関する基礎方程式は、式(2.1)の連続の式と式(2.3)の自由液面での境界条件式の他に、次式が与えられる。(Fig.2.6)

II) 側板における境界条件

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=a} = C_h \cdot \dot{u}_{sh} + \dot{u}_r \quad (2.21)$$

III) 底板における境界条件

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = C_v \cdot \dot{u}_{sv} \quad (2.22)$$

ただし、 u_{sh} 、 u_{sv} はそれぞれ水平動、鉛直動の変位、 u_r はタンクの r 方向変位である。ま

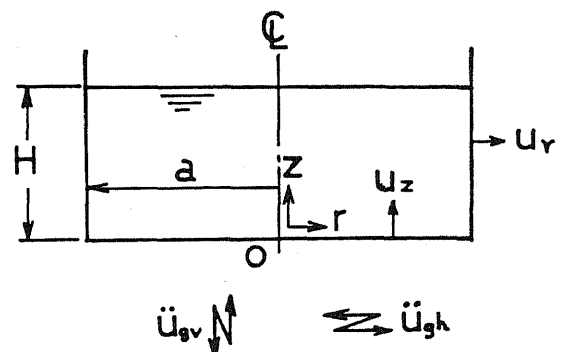


Fig.2.6 Analytical model of the bulging motion

た、水平動では $C_h=1$, $C_v=0$ 、鉛直動では $C_h=0$, $C_v=1$ とおく。

以上の基礎方程式にもとづく FEM 定式化を行い、固有値解析より固有周期、振動モード、動液圧モードが得られる。この方法によるパラメトリック・サーベイの結果から、バルジング一次の固有周期 T_b は、消防法⁽¹⁰⁾において次式で規定されている。

$$T_b = \frac{2}{\lambda} \sqrt{\frac{W}{\pi \cdot g \cdot E \cdot t_{1/3}}} \quad (2.23)$$

ただし、 $\lambda = 0.067(H/D)^2 - 0.30(H/D) + 0.46$

H : 最高液面高さ (m)

D : タンク直径 (m)

W : 内容液重量 ($\times 1000$ kgf)

g : 重力加速度 (m/s^2)

E : 縦弾性係数 (kgf/mm²)

$t_{1/3}$: 底部から最高液面高さの1/3の高さにおける側板の板厚 (mm)

また、設計震度は次式で規定されている。

$$K_{h1} = 0.15 \cdot \nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \nu_3$$

$$K_{v1} = 0.5 \cdot K_{h1}$$

(2.24)

ここで、

K_{h1} : 設計水平震度

K_{v1} : 設計鉛直震度

ν_1 : 地域別補正係数

ν_2 : 地盤別補正係数

ν_3 : 応答倍率

応答倍率 ν_3 は、Fig.2.7 の加速度応答スペクトル図より得られる。以上のように、消防法における石油タンクの地震応答解析は、一次モードのみ考慮する修正震度法である。

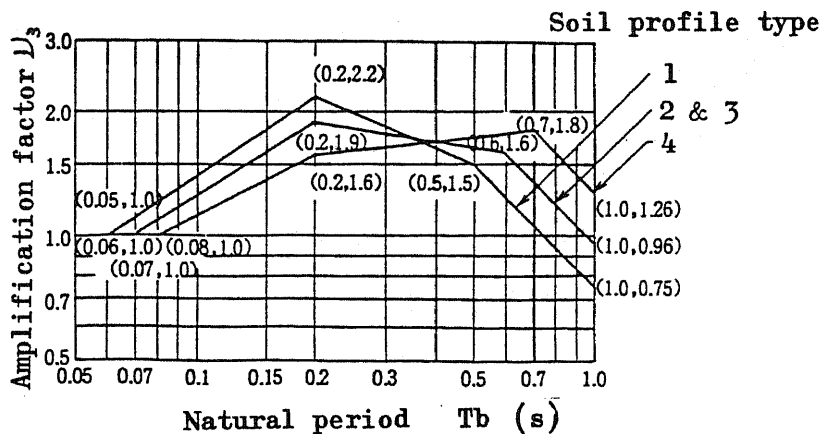


Fig.2.7 Response spectrum for acceleration⁽¹⁰⁾

水平地震動による側板に作用する動液圧は、次式で規定される⁽¹¹⁾。

$$P_h(a, z) = P_{h_0}(a, z) + P_{h_1}(a, z) \quad (2.25)$$

ただし、 $P_h(a, z)$: 底部から高さ z における側板に作用する
動液圧 (kgf/cm²)

$P_{h_0}(a, z)$ は剛体移動による動液圧、 $P_{h_1}(a, z)$ は弾性変形による動液圧であり、次式による。

$$\left. \begin{aligned} P_{h_0}(a, z) &= \frac{\gamma_l H}{10} \left\{ \sum_{i=0}^5 C_{0i} \left(\frac{z}{H} \right)^i \right\} \frac{K h_1}{\nu_3} \\ P_{h_1}(a, z) &= \frac{\gamma_l H}{10} \left\{ \sum_{i=0}^5 C_{1i} \left(\frac{z}{H} \right)^i \right\} \left(1 - \frac{1}{\nu_3} \right) \cdot K h_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

ただし、 γ_l : 内容液比重 (gf/cm³) z : 底部からの高さ (m)
 C_{0i}, C_{1i} : Table 2.3 に示した定数

また、鉛直動によって側板に作用する動液圧は、次式で規定されている。

$$P_v(a, z) = \frac{\gamma_l H}{10} \left\{ \left(1 - \frac{z}{H} \right) \frac{K v_1}{\nu_3} + 0.811 \cos \left(\frac{\pi z}{2H} \right) \left(1 - \frac{1}{\nu_3} \right) \cdot K v_1 \right\} \quad (2.27)$$

ただし、 $P_v(a, z)$: 底部から高さ z における側板に作用する
動液圧 (kgf/cm²)

このように、消防法における短周期地震動の荷重算定では、式(2.23)の固有周期 T より、Fig.2.7 を用いて応答倍率 ν_3 を求め、式(2.24)で設計震度が求まる。次に、設計震度から、動液圧が式(2.25)、(2.27)により得られる。この方法は、連成振動という複雑な問題を極めて簡便に扱っており、Design by Ruleとして確立しているといえる。

次に、この算定式の導入における理論の仮定条件を以下にまとめる。

- ① 液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れ [式(2.1)]
- ② 側板は弾性体で液体との連成振動を考慮する [式(2.21)]
- ③ 基礎は剛体 [式(2.22)]

Table 2.2 Values of C_{0l} & C_{1l} ⁽¹¹⁾

(a) C_{0l}

H/2a	C_{00}	C_{01}	C_{02}	C_{03}	C_{04}	C_{05}
0.15	0.811	-0.130	0.688	-4.21	5.70	-2.85
0.20	0.824	-0.132	0.688	-4.24	5.71	-2.85
0.30	0.826	-0.133	0.703	-4.26	5.74	-2.87
0.40	0.794	-0.129	0.706	-4.11	5.54	-2.79
0.50	0.742	-0.132	0.811	-4.22	5.65	-2.85
0.60	0.684	-0.133	0.892	-4.23	5.65	-2.86
0.70	0.626	-0.131	0.952	-4.21	5.62	-2.86
0.80	0.572	-0.132	1.03	-4.24	5.66	-2.88
1.00	0.481	-0.133	1.13	-4.26	5.73	-2.94
1.20	0.410	-0.134	1.20	-4.33	5.87	-3.02
1.40	0.356	-0.136	1.26	-4.42	6.06	-3.12
1.60	0.313	-0.140	1.32	-4.56	6.30	-3.23
1.80	0.279	-0.144	1.37	-4.71	6.54	-3.34
2.00	0.252	-0.148	1.43	-4.87	6.79	-3.45

(b) C_{1l}

H/2a	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}
0.15	0.807	0.234	-1.45	0.547	-0.197	0.0626
0.20	0.813	0.267	-1.48	0.588	-0.217	0.0287
0.30	0.792	0.277	-1.15	-0.0335	0.418	-0.305
0.40	0.731	0.241	-0.472	-1.30	1.70	-0.900
0.50	0.644	0.193	0.265	-2.62	3.05	-1.52
0.60	0.551	0.133	1.01	-3.98	4.47	-2.17
0.70	0.462	0.0810	1.61	-5.06	5.63	-2.72
0.80	0.385	0.0377	2.08	-5.92	6.62	-3.19
1.00	0.267	-0.0301	2.67	-7.05	8.05	-3.90
1.20	0.188	-0.0772	2.97	-7.72	9.09	-4.44
1.40	0.136	-0.112	3.12	-8.18	9.92	-4.88
1.60	0.100	-0.139	3.19	-8.50	10.6	-5.24
1.80	0.0753	-0.162	3.23	-8.79	11.2	-5.55
2.00	0.0580	-0.184	3.27	-9.09	11.8	-5.83

2.3 長周期地震動の荷重評価

前節では、通常の円筒形石油タンクに対する地震応答解析において、消防法で規定された算定式の理論的根拠を述べた。本節では、その長周期地震動に対するスロッシング応答解析を、多重円筒タンクへ拡張した解析手法を開発し、そのスロッシング特性を明らかにし、地震荷重の評価を行う。

2.3.1 解析条件

2.2.2 (1) に示した、消防法における長周期地震動の算定式の仮定条件を再び記す。

- ① 液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れ
- ② 側板(外筒側板)は剛体
- ③ 基礎は剛体

仮定条件②と③で、タンクは剛体と仮定している。ここでの考え方を多重円筒タンクへ拡張する場合、さらに次の仮定条件を満足する必要がある。

- ④ 内筒側板は剛体

このように、タンクを剛体と仮定すると、多重円筒タンクの各液体領域の運動は、連成せず各々独立して行うことになる。この場合、最内側タンクは、通常の円筒タンクとして扱えばよく、Fig.2.8 に示すアニュラス部の定式化を行うことができれば、各液体領域の応答値を重ね合わせることで、タンク全体の応答値を得ることができる。

アニュラス部のスロッシング応答解析に関し、①～④の仮定条件の下で、Aslamら⁽²⁶⁾は速度ポテンシャルを求め、非減衰系の定常応答解を得ている。また忌部ら⁽²⁷⁾は、Aslamらの方法に減衰を考慮した定常応答解を導出し、藤田ら⁽²⁸⁾は一次のスロッシングと共振する正弦波入力時の過渡応答解を導いている。本節では、藤田らの過渡応答解に速度応答スペクトルを導入し、スロッシング波高や動液圧算定の簡便式を導く。

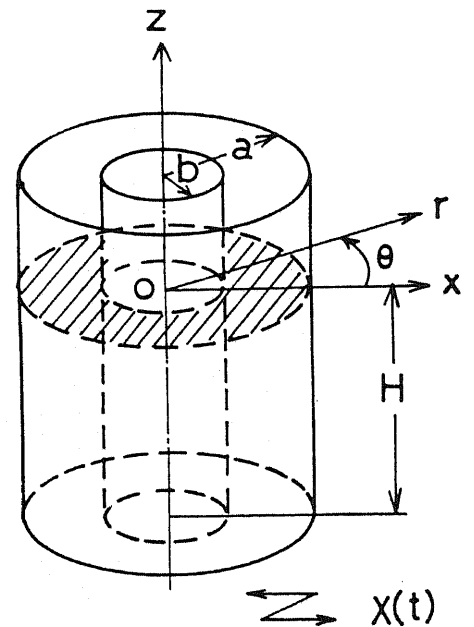


Fig.2.8 Annular tank

2.3.2 速度ポテンシャル

外筒側板半径 a ，内筒側板半径 b の剛体円筒容器のアニュラス部に高さ H まで液体の入ったタンク系をモデル化する。この系に対し、底板中心に原点をおいた Fig.2.2 の場合と異なり、ここでは Fig.2.8 に示すように、液面上の中心に原点を置く座標軸を設定する。この系が x 軸方向に $X(t)$ の変位加振を受ける場合を考える。液体は微小波高の非圧縮性完全流体渦無し流れとし、速度ポテンシャル ϕ の存在を仮定する。系の運動は次に示す五つの方程式で支配される。

I) 連続の式

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.28)$$

II) 側板における液体の r 方向速度は、側板の速度と一致する。

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=a} = \dot{X}(t) \cdot \cos \theta \quad (2.29)$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=b} = \dot{X}(t) \cdot \cos \theta \quad (2.30)$$

III) 底板における液体の z 方向の速度は 0 である。

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=-H} = 0 \quad (2.31)$$

IV) 自由表面の境界条件

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (z=0 \text{ で}) \quad (2.32)$$

ここに、 g は重力加速度、 \cdot (dot) は時間微分を示す。

水平地震動で励起されるモードは、Fourier 級数の次数 $m=1$ の場合のみであることを考慮し、自由振動を考えると、第 n 次のスロッシング固有円振動数は次式で与えられる。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{a} \xi_n \cdot \tanh \left[\xi_n \frac{H}{a} \right]} \quad (n=1, 2, \dots, \infty) \quad (2.33)$$

ξ_n は次の方程式の第 n 番目の正根である。

$$J_1'(\xi_n)Y_1'(k \cdot \xi_n) - J_1'(k \cdot \xi_n)Y_1'(\xi_n) = 0 \quad (2.34)$$

ここに、

$$\begin{aligned} k &: b/a \\ J_1(r) &: 1 \text{ 次の第一種 Bessel 関数} \\ Y_1(r) &: 1 \text{ 次の第二種 Bessel 関数} \\ J_1'(r) &: dJ_1(r)/dr \\ Y_1'(r) &: dY_1(r)/dr \end{aligned}$$

式(2.28)~(2.32)を満足する速度ポテンシャル ϕ は、最終的に次式で表される⁽²⁶⁾。

$$\phi(r, \theta, z, t) = \cos \theta [r \dot{X}(t) - a \sum_{n=1}^{\infty} Q_n G_n(r) C_n(z) T_n(t) / \omega_n] \quad (2.35)$$

ただし、

$$G_n(r) = J_1(\xi_n \frac{r}{a}) Y_1'(\xi_n) - J_1'(\xi_n) Y_1(\xi_n \frac{r}{a}) \quad (2.36)$$

$$Q_n = \frac{2 \left\{ \frac{2}{\pi \xi_n} - k G_n(b) \right\}}{\left\{ \frac{4}{\pi^2 \xi_n^2} (\xi_n^2 - 1) + G_n^2(b) (1 - k^2 \xi_n^2) \right\}} \quad (2.37)$$

$$C_n(z) = \frac{\cosh \left\{ \xi_n \left(\frac{z}{a} + \frac{H}{a} \right) \right\}}{\cosh \left[\xi_n \frac{H}{a} \right]} \quad (2.38)$$

$$T_n(t) = \sin \omega_n t \int_0^t \ddot{X}(\tau) \cos \omega_n \tau d\tau - \cos \omega_n t \int_0^t \ddot{X}(\tau) \sin \omega_n \tau d\tau \quad (2.39)$$

スロッシング波高 $\eta = -1/g(\partial \phi / \partial t)$ および動液圧 $p = -\rho_l(\partial \phi / \partial t)$ は式(2.35)を用いて次式で定義される。ただし、 ρ_l は液体の密度である。

$$\eta(r, \theta, z, t) = -\frac{1}{g} \cos \theta [r \ddot{X}(t) - a \sum_{n=1}^{\infty} Q_n G_n(r) C_n(z) \dot{T}_n(t) / \omega_n] \quad (2.40)$$

$$p(r, \theta, z, t) = -\rho_l \cos \theta [r \ddot{X}(t) - a \sum_{n=1}^{\infty} Q_n G_n(r) C_n(z) \dot{T}_n(t) / \omega_n] \quad (2.41)$$

$\dot{T}_n(t)$ は、式(2.39)より次式で表せる。

$$\dot{T}_n(t) = \omega_n \ddot{X}(t) - \omega_n^2 \int_0^t \ddot{X}(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \quad (2.42)$$

2.3.3 応答の最大値の簡易評価式

次式で表される、一次の固有振動数に等しい振動数の正弦波が、系に入力した場合を考える。

$$X(t) = D_0 \cdot \sin \omega_1 t \quad (2.43)$$

ただし、 D_0 は変位片振幅である。このとき、応答は一次モードのみ卓越し、二次以上のモードの寄与率は非常に小さいと考えられることから、式(2.40)、(2.41)の級数の第一項のみとると、次式を得る。

$$\eta(r, \theta, z, t) = \frac{1}{g} \cos \theta [r D_0 \omega_1^2 \sin \omega_1 t + a Q_1 G_1(r) C_1(z) \dot{T}_1(t) / \omega_1] \quad (2.44)$$

$$p(r, \theta, z, t) = \rho_0 \cos \theta [r D_0 \omega_1^2 \sin \omega_1 t + a Q_1 G_1(r) C_1(z) \dot{T}_1(t) / \omega_1] \quad (2.45)$$

共振時の $\dot{T}_1(t)$ は、式(2.42)より次式となる。

$$\dot{T}_1(t) = -\frac{1}{2} D_0 \omega_1^3 (\sin \omega_1 t + \omega_1 t \cos \omega_1 t) \quad (2.46)$$

式(2.44)に $\theta = z = 0$ を代入した、液面の波高式を新たに $\eta(r)$ とおくと、次式で表される。

$$\begin{aligned} \eta(r) &= \eta(r, 0, 0, t) \\ &= \frac{a}{g} D_0 \omega_1^2 \left[\frac{r}{a} \sin \omega_1 t - \frac{1}{2} Q_1 G_1(r) (\sin \omega_1 t + \omega_1 t \cos \omega_1 t) \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

式(2.47)の応答の最大を示す時刻において、 $\sin \omega_1 t \approx 0$ となる。このため、円筒タンクにおける柴田・曾我部らの提案⁽¹²⁾と同様に、右辺第一項を無視すると次式を得る。

$$\eta(r) = -\frac{a}{2g} D_0 \omega_1^2 Q_1 G_1(r) (\sin \omega_1 t + \omega_1 t \cos \omega_1 t) \quad (2.48)$$

共振正弦波3波入力時を考えると、 $t = 6\pi / \omega_1$ で最大となることから、 η の最大値は近似的に次式となる。

$$\eta_{\max}(r) = \frac{a}{g} Q_1 G_1(r) 3\pi D_0 \omega_1^2 \quad (2.49)$$

一方、藤田らは⁽²⁸⁾、以下に示す定式化を行っている。rをFourier-Bessel級数に展開する。

$$r = a \sum_{n=1}^{\infty} Q_n G_n(r) \quad (2.50)$$

式(2.47)の右辺第一項に式(2.50)を代入し、級数の第一項のみをとると、次式を得る。

$$\eta(r) = \frac{a}{2g} D_0 \omega_1^2 Q_1 G_1(r) (\sin \omega_1 t - \omega_1 t \cos \omega_1 t) \quad (2.51)$$

共振正弦波3波入力時には、式(2.51)もまた $t = 6\pi / \omega_1$ で最大値をとるため、 η_{\max} の式として、結果的に式(2.49)と同一の式が得られる。

式(2.51)の右辺は、 $t = 6\pi / \omega_1$ で極値をとるが、式(2.48)の右辺は $t = 6\pi / \omega_1$ よりやや遅れ、ほぼ $t = \{6\pi + \tan^{-1}(1/3\pi)\} / \omega_1$ で極値をとり、 $\eta(r)$ の値は $t = 6\pi / \omega_1$ のときに比べ、0.6%程度大きくなる。しかし、同時刻は3波入力時間以後であるため、入力時間内の最大値として式(2.49)を本論文では導いた。また、式(2.49)は式(2.47)の最大値とほぼ一致する。

藤田ら⁽²⁸⁾は、式(2.49)、(2.51)の妥当性を実験で確認している。また、式(2.51)は応答の最大を示す時刻以外にも、式(2.47)に対して良い近似を与えるため、時刻歴応答の簡便式としても用いることができる。

本節の目的は、速度応答スペクトル法⁽¹³⁾を適用した各応答の最大値の簡易評価式を導入することである。速度応答スペクトルに置き換わる応答加速度は、式(2.47)において、 $D_0 \omega_1^2 (\sin \omega_1 t + \omega_1 t \cos \omega_1 t)$ として表されるため、式(2.49)を導く過程で、藤田らとは異なった定式化が必要となった。

速度応答スペクトル S_v を用いれば、 $\eta_{\max}(r)$ は式(2.52)で表される。

$$\eta_{\max}(r) = \frac{a}{g} \omega_1 Q_1 G_1(r) S_v \quad (2.52)$$

また、スロッシング波高 η_{\max} を生じるときの動液圧は、式(2.45)より新たに次式で定義される。

$$\begin{aligned} p(r, z) &= p(r, 0, z, t) \\ &= \rho_L \cdot g \cdot \eta_{\max}(r) \cdot C_1(z) \end{aligned} \quad (2.53)$$

動液圧によって生じるベースシャーは次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 Q_a &= 2 \int_{-H}^0 \int_0^\pi p(a, z) \cdot \cos^2 \theta \cdot a \cdot d\theta \cdot dz \\
 &= \frac{a^2}{\xi_1} \pi \cdot \rho_l \cdot g \cdot \eta_{\max}(a) \cdot \tanh\left(\frac{\xi_1 H}{a}\right) \quad (2.54)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_b &= 2 \int_{-H}^0 \int_0^\pi p(b, z) \cdot \cos^2 \theta \cdot b \cdot d\theta \cdot dz \\
 &= \frac{a b}{\xi_1} \pi \cdot \rho_l \cdot g \cdot \eta_{\max}(b) \cdot \tanh\left(\frac{\xi_1 H}{a}\right) \quad (2.55)
 \end{aligned}$$

ここで、 Q_a, Q_b はそれぞれ外筒側板、内筒側板に働く水平力であり、 Q_a と Q_b は作用方向が逆である。

液面より距離 h 下がった位置における外筒側板、内筒側板のモーメント $M_a(h), M_b(h)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 M_a(h) &= 2 \int_{-h}^0 \int_0^\pi (h+z) \cdot p(a, z) \cdot \cos^2 \theta \cdot a \cdot d\theta \cdot dz \\
 &= \frac{a^2}{\xi_1} \pi \cdot \rho_l \cdot g \cdot \eta_{\max}(a) \cdot M_1(h) \quad (2.56)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_b(h) &= 2 \int_{-h}^0 \int_0^\pi (h+z) \cdot p(b, z) \cdot \cos^2 \theta \cdot b \cdot d\theta \cdot dz \\
 &= \frac{a b}{\xi_1} \pi \cdot \rho_l \cdot g \cdot \eta_{\max}(b) \cdot M_1(h) \quad (2.57)
 \end{aligned}$$

ただし、 $M_1(h)$ は次式で表される。

$$M_1(h) = \frac{a}{\xi_1} \left\{ \cosh\left(\frac{\xi_1 h}{a}\right) - 1 \right\} - \tanh\left(\frac{\xi_1 H}{a}\right) \left\{ \frac{a}{\xi_1} \sinh\left(\frac{\xi_1 h}{a}\right) - h \right\} \quad (2.58)$$

この場合も、 $M_a(h), M_b(h)$ の作用方向は逆である。

底板に作用する動液圧によるモーメント M_B は次式となる。

$$\begin{aligned}
 M_B &= 2 \int_b^a \int_0^\pi r^2 \cdot p(r, -H) \cdot \cos^2 \theta \cdot d\theta \cdot dr \\
 &= a^4 \cdot \pi \cdot \rho_l \cdot \omega_1 \cdot Q_1 \cdot S_v \cdot M_2 / \cosh\left(\xi_1 \frac{H}{a}\right) \quad (2.59)
 \end{aligned}$$

あるいは、 $\eta_{\max}(r)$ に式(2.49)を用いれば、 M_B は次式となる。

$$M_B = 3a^4 \cdot \pi^2 \cdot \rho_2 \cdot Q_1 \cdot D_0 \cdot \omega_1^2 \cdot M_2 / \cosh(\xi_1 \frac{H}{a}) \quad (2.60)$$

ただし、 M_2 は次式となる。

$$M_2 = \left[\left\{ J_2(\xi_1) - \left(\frac{b}{a}\right)^2 J_2\left(\xi_1 \frac{b}{a}\right) \right\} Y_1'(\xi_1) - \left\{ Y_2(\xi_1) - \left(\frac{b}{a}\right)^2 Y_2\left(\xi_1 \frac{b}{a}\right) \right\} J_1'(\xi_1) \right] / \xi_1 \quad (2.61)$$

2.3.4 スロッシング特性

式(2.33), 式(2.49), 式(2.52)~(2.61)において、 ξ_1 , Q_1 , $G_1(r)$, M_2 とも、パラメータ $k = b/a$ により決定される。 k 値に対するこれらの値をTable 2.3 に表す。同表を用いれば、Bessel関数の計算は不要となり、簡単に固有振動数や各応答値を計算することができる。

アニュラス部のスロッシング特性を調べるために、 $H/a = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0$ のときの、半径比 $b/a (=k)$ に対する固有周期、スロッシング波高、水平力(ベースシャー)、側板部モーメント、底板部モーメントの変化を、同一地震入力でかつ外筒側板の半径が側板半径に等しい通常の円筒タンクとの比でFig.2.9~Fig.2.13 に示す。

Table 2.3 より、 $b/a \rightarrow 0$ のとき $\xi_1 = 1.841$ 、 $b/a \rightarrow 1$ のとき $\xi_1 = 1.0$ に漸近する。式(2.6)の第1番目の正根は $e_1 = 1.841$ であり、 $\xi_1 = 1.841$ のときの式(2.33)は通常の円筒タンクの固有振動数を示す。アニュラス部では、 $\xi_1 < 1.841$ であるため、固有振動数は通常の円筒タンクより低くなり、その逆数である固有周期は長くなる。Fig.2.9は、以上の結果を図示しており、 $b/a \rightarrow 1$ 、あるいは液高が減少するとともに、固有周期は長くなる。

Fig.2.10より、アニュラス部の外筒側板でのスロッシング波高は、 b/a が0から増

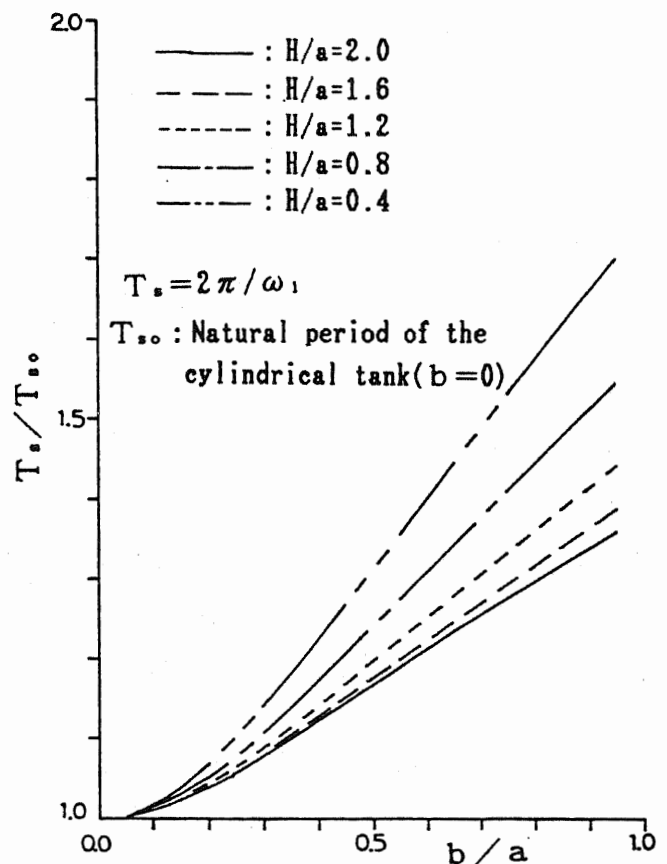


Fig.2.9 Natural period ratio

加するにつれ減少し、背の高い(H/a が大きい)アニュラス部では $b/a=0.6\sim 0.8$ 程度から、わずかに増える傾向にある。内筒側板では、 b/a の増加とともに、スロッシング波高も増加する。また、同図より明らかのように、アニュラス部の最大スロッシング波高は、内筒側板が存在しない通常の円筒タンクのそれより高くなることはない。

Fig.2.11およびFig.2.12より、アニュラス部の外筒側板では、ベースシャー、側板部モーメントとも背の高いタンクで、 b/a の増加とともにその値は通常の円筒タンクの場合より大きくなる。逆に、背の低いタンクでは減少する。背の高いアニュラス部の応答値が通常の円筒タンクより大きくなる傾向は、底板部モーメントにも見られ、Fig.2.13より $H/a=2.0$ の $b/a=0.6$ では、通常の円筒タンクの2倍以上にもなる。

Fig.2.14~Fig.2.18は、それぞれ $H/a=0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0$ に対し、 $k=b/a=0.1\sim 0.9$ の場合の、アニュラス部のスロッシング波高と動液圧の分布を示したものである。これらの図において、アニュラス部の外筒側板半径に側板半径が等しい通常の円筒タンクの、同一地震入力時のそれらの分布も比較のため表し、通常の円筒タンクの最大スロッシング波高および最大動液圧を、単位量に正規化している。

Fig.2.14~Fig.2.18において、Fig.2.10にも示したように、アニュラス部のスロッシング波高は、通常の円筒タンクのそれより大きくはならないため、最大動液圧も通常の円筒タンクの方が大きくなる。しかし、Fig.2.16($H/a=1.2$)、Fig.2.17($H/a=1.6$)、Fig.2.18($H/a=2.0$)に見られるように、側板下部および底部での動液圧は、背が高くなるとアニュラス部の方が大きくなる。このため、Fig.2.11~Fig.2.13に示したような、動液圧の積分値であるベースシャー、モーメントが、通常の円筒タンクより全液体の体積の少ない、アニュラス部の方に大きくなる現象が現れる。また、 $k=b/a$ が大きくなると、すなわち内筒と外筒側板の間隔が狭くなると、スロッシング波高 $\eta_{max}(r)$ の半径方向変化、および側板での動液圧 $p(a, z)$ 、 $p(b, z)$ の高さ方向変化が小さくなることがわかる。

Table 2.3 Values of ξ_1 , Q_1 , $G_1(r)$ and M_2

k	ξ_1	Q_1	$G_1\{b+N(a-b)/10\}$										M_2		
			N=0	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8	N=9		N=10	
0.05	1.83157	2.39902	0.05503	0.08854	0.13433	0.17925	0.22088	0.25789	0.28935	0.31449	0.33279	0.34388	0.34758	0.34758	0.10279
0.10	1.80347	2.38761	0.11073	0.13305	0.16958	0.20741	0.24313	0.27513	0.30240	0.32423	0.34013	0.34977	0.35300	0.35300	0.10513
0.15	1.75977	2.24591	0.16584	0.18118	0.20928	0.23985	0.26937	0.29609	0.31900	0.33741	0.35085	0.35902	0.36176	0.36176	0.10879
0.20	1.70512	2.13973	0.21859	0.22922	0.25030	0.27421	0.29781	0.31945	0.33815	0.35325	0.36433	0.37109	0.37336	0.37336	0.11338
0.25	1.64450	2.03406	0.26750	0.27487	0.29034	0.30853	0.32668	0.34394	0.35881	0.37090	0.37981	0.38528	0.38712	0.38712	0.11842
0.30	1.58206	1.93853	0.31177	0.31685	0.32800	0.34153	0.35545	0.36856	0.38011	0.38958	0.39660	0.40093	0.40240	0.40240	0.12340
0.35	1.52061	1.85716	0.35128	0.35476	0.36267	0.37251	0.38284	0.39270	0.40148	0.40874	0.41416	0.41752	0.41866	0.41866	0.12789
0.40	1.46178	1.79035	0.38637	0.38873	0.39424	0.40126	0.40875	0.41601	0.42254	0.42798	0.43208	0.43463	0.43551	0.43551	0.13149
0.45	1.40638	1.73671	0.41756	0.41914	0.42291	0.42781	0.43313	0.43835	0.44309	0.44708	0.45011	0.45201	0.45267	0.45267	0.13386
0.50	1.35467	1.69426	0.44545	0.44649	0.44901	0.45236	0.45604	0.45970	0.46306	0.46591	0.46809	0.46947	0.46995	0.46995	0.13471
0.55	1.30663	1.66104	0.47061	0.47127	0.47292	0.47514	0.47762	0.48010	0.48241	0.48439	0.48591	0.48688	0.48722	0.48722	0.13377
0.60	1.26207	1.63530	0.49355	0.49396	0.49500	0.49642	0.49803	0.49966	0.50119	0.50251	0.50354	0.50419	0.50443	0.50443	0.13077
0.65	1.22074	1.61560	0.51469	0.51494	0.51557	0.51644	0.51743	0.51846	0.51942	0.52027	0.52093	0.52135	0.52150	0.52150	0.12546
0.70	1.18236	1.60073	0.53441	0.53455	0.53491	0.53541	0.53599	0.53660	0.53717	0.53768	0.53808	0.53834	0.53843	0.53843	0.11756
0.75	1.14666	1.58974	0.55301	0.55308	0.55327	0.55354	0.55385	0.55418	0.55450	0.55478	0.55500	0.55514	0.55520	0.55520	0.10681
0.80	1.11337	1.58187	0.57074	0.57078	0.57086	0.57099	0.57114	0.57130	0.57145	0.57159	0.57170	0.57177	0.57180	0.57180	0.09294
0.85	1.08226	1.57650	0.58781	0.58783	0.58786	0.58791	0.58797	0.58803	0.58809	0.58851	0.58819	0.58822	0.58823	0.58823	0.07564
0.90	1.05312	1.57312	0.60439	0.60439	0.60440	0.60442	0.60443	0.60445	0.60447	0.60448	0.60450	0.60451	0.60451	0.60451	0.05460
0.95	1.02575	1.57133	0.62062	0.62063	0.62063	0.62063	0.62063	0.62063	0.62063	0.62064	0.62064	0.62064	0.62064	0.62064	0.02951

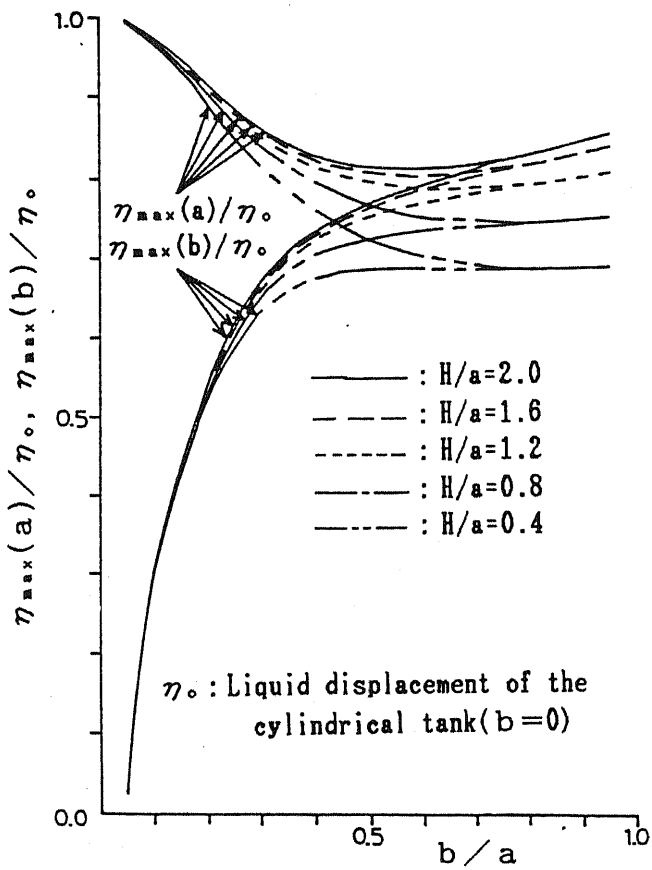


Fig.2.10 Liquid displacement ratio

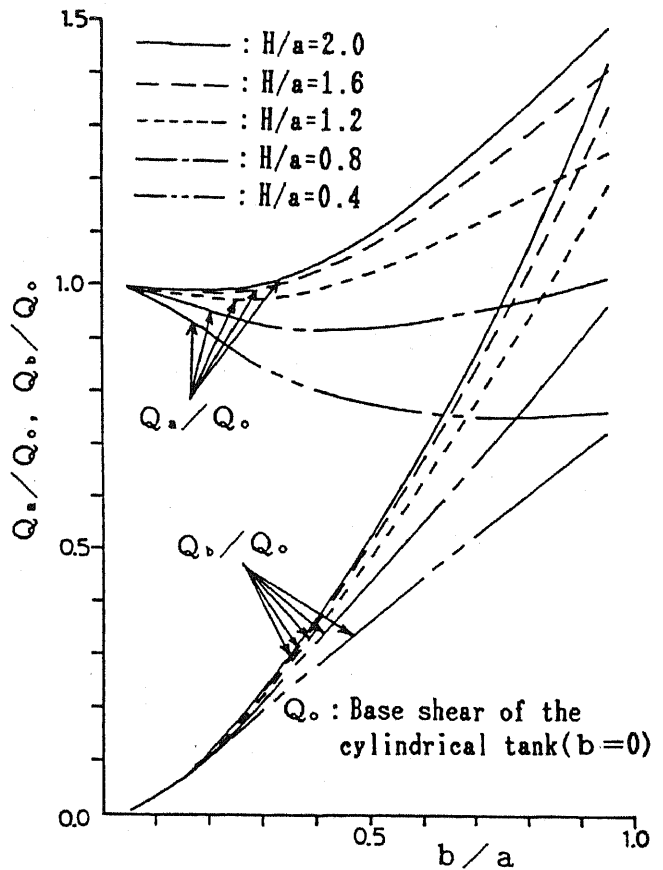


Fig.2.11 Base shear ratio

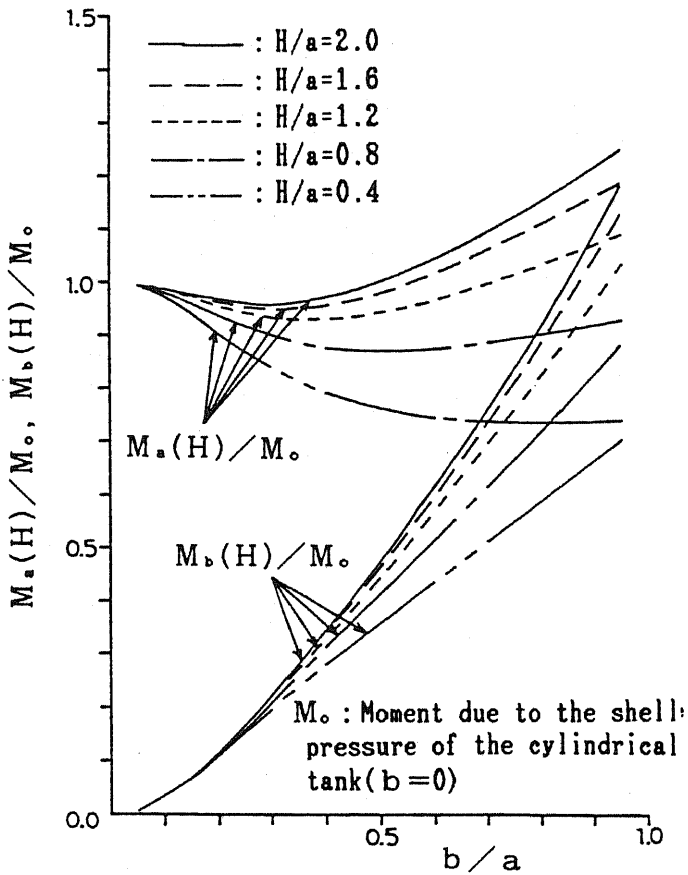


Fig.2.12 Moment ratio due to the shell pressure

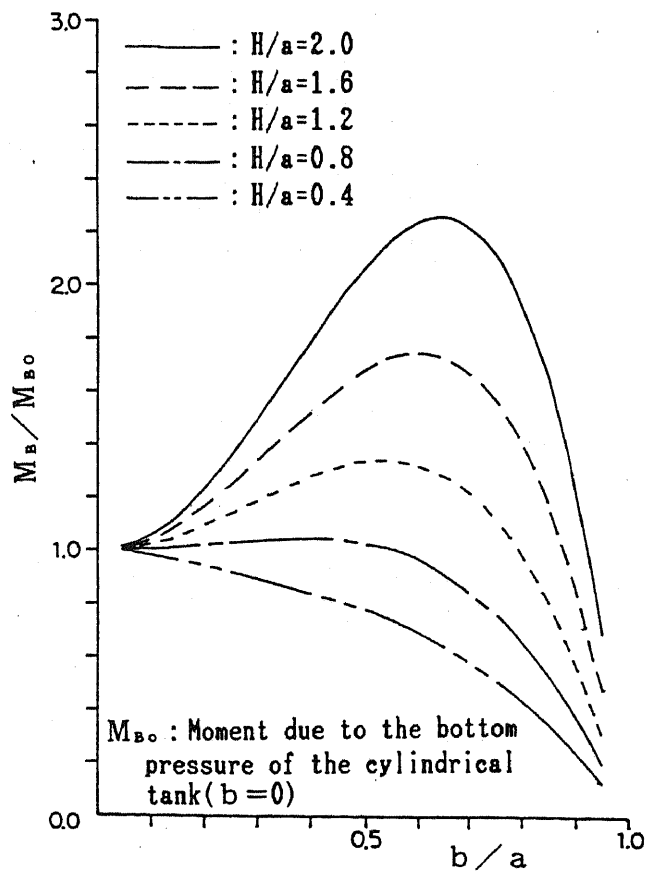


Fig.2.13 Moment ratio due to the bottom pressure

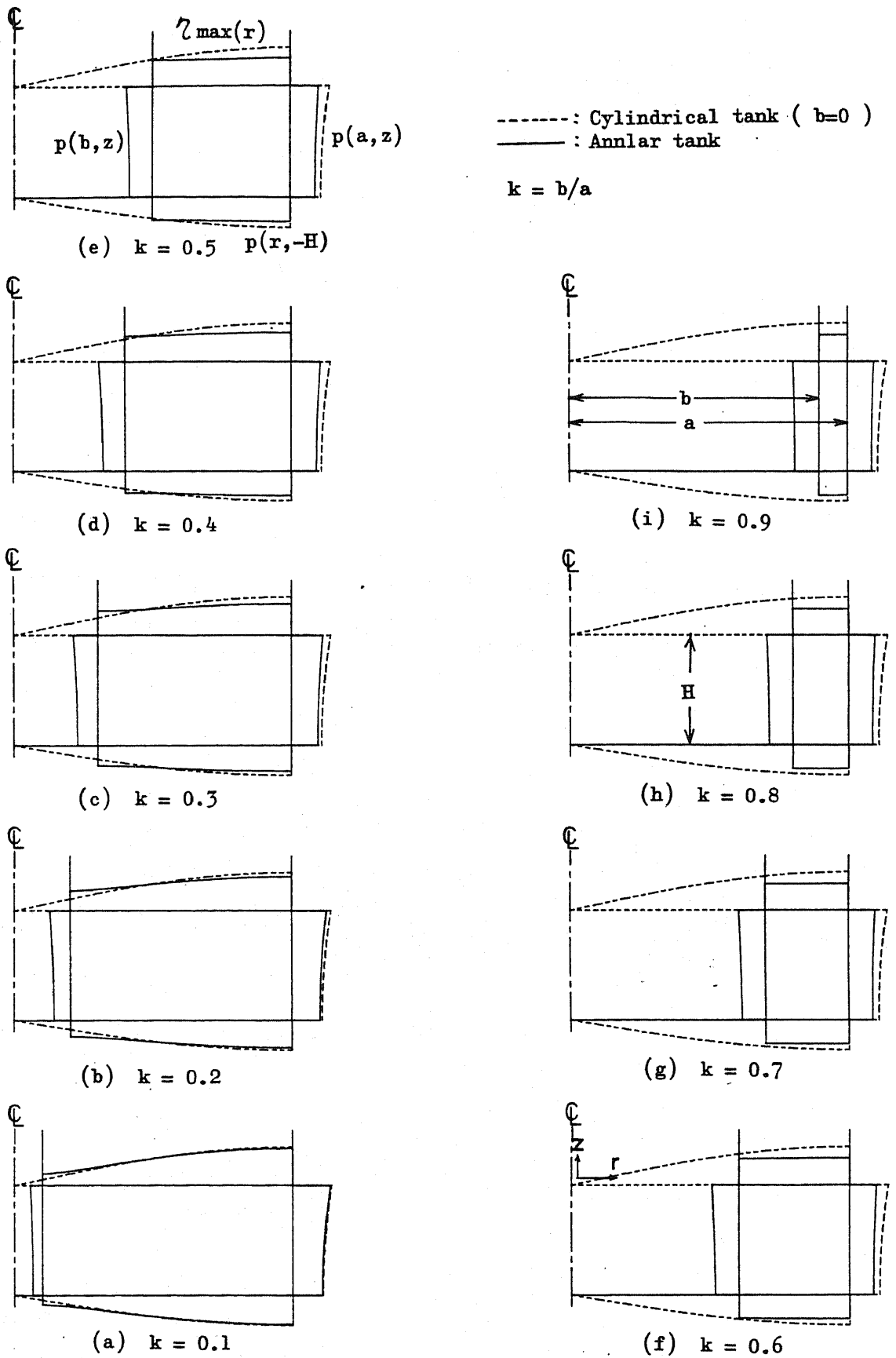


Fig. 2.14 Liquid displacement and dynamic pressure distribution of annular tank comparing with cylindrical tank ($H/a = 0.4$)

-----: Cylindrical tank ($b=0$)
 ————: Annular tank

$k = b/a$

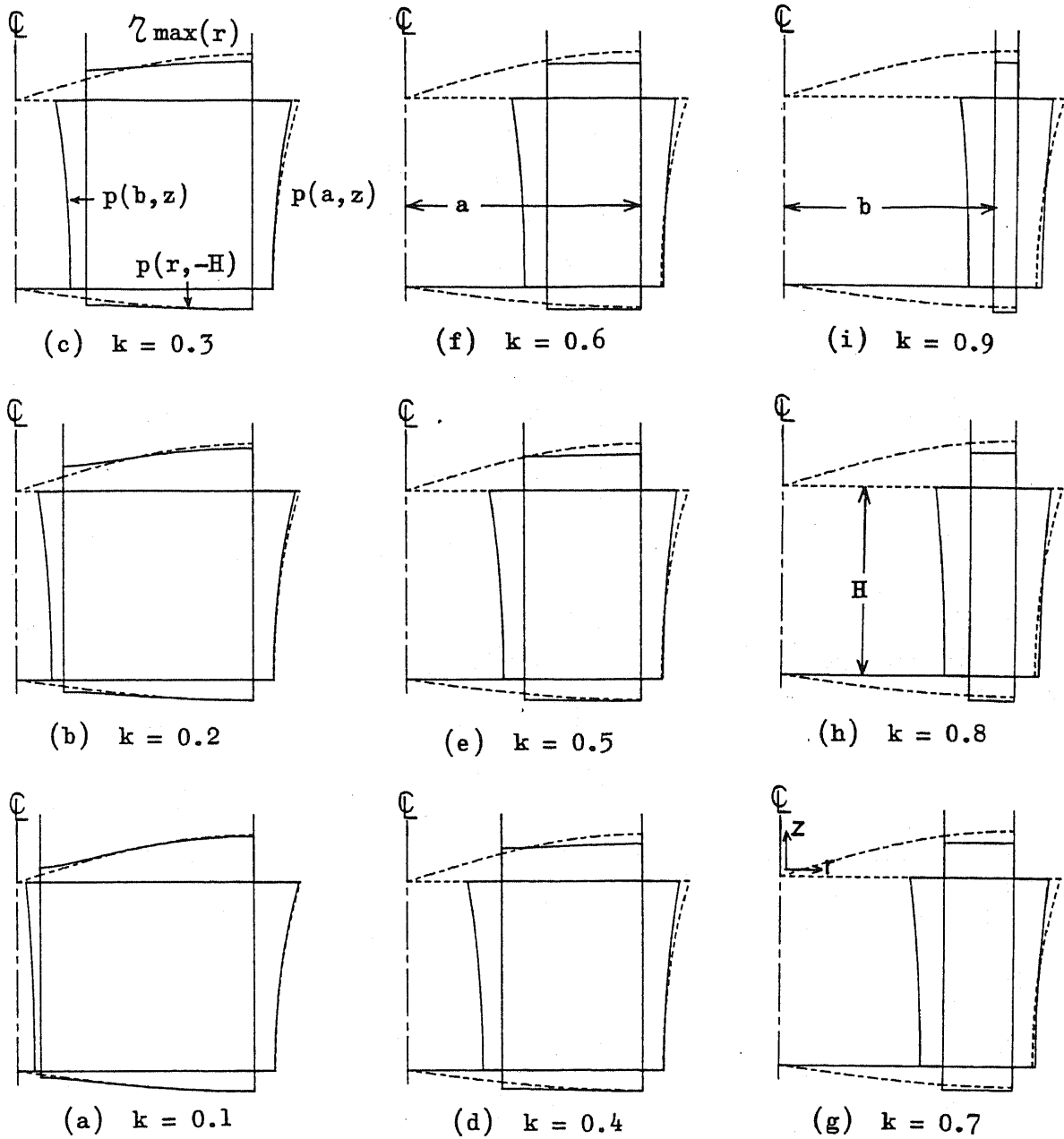


Fig. 2.15 Liquid displacement and dynamic pressure distribution of annular tank comparing with cylindrical tank ($H/a = 0.8$)

-----: Cylindrical tank ($b=0$)
 ————: Annular tank
 $k = b/a$

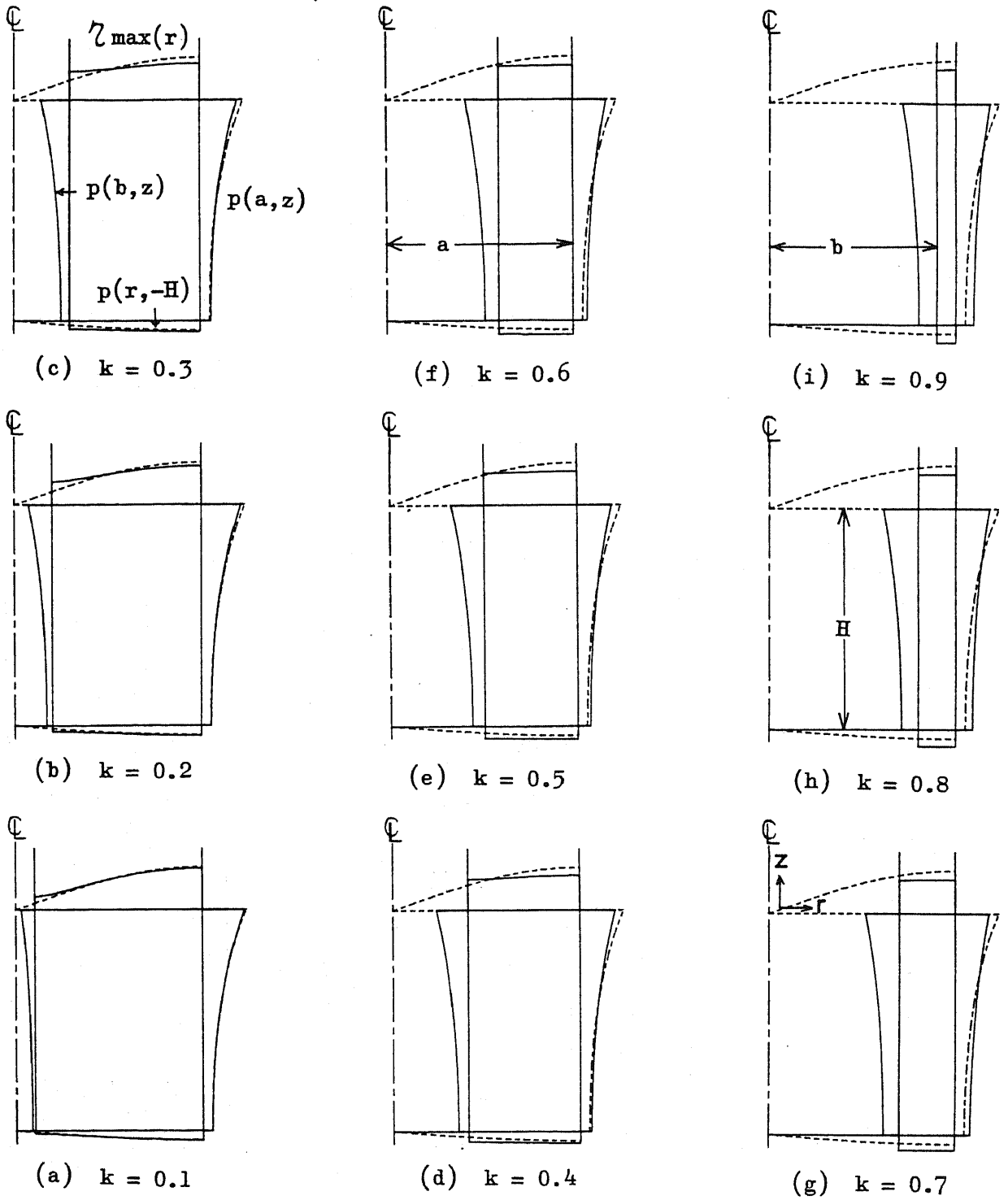


Fig. 2.16 Liquid displacement and dynamic pressure distribution of annular tank comparing with cylindrical tank ($H/a = 1.2$)

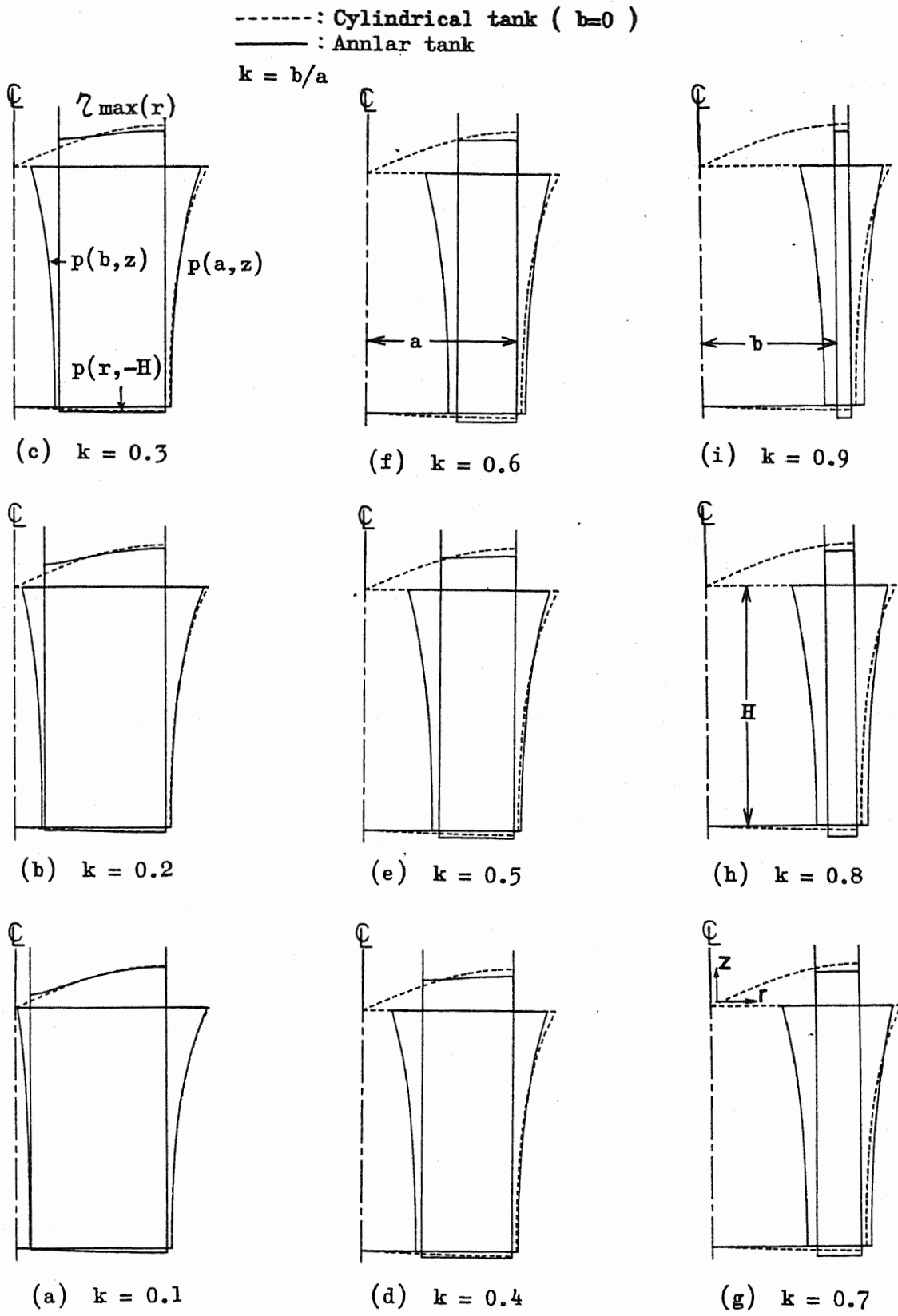


Fig. 2.17 Liquid displacement and dynamic pressure distribution of annular tank comparing with cylindrical tank ($H/a = 1.6$)

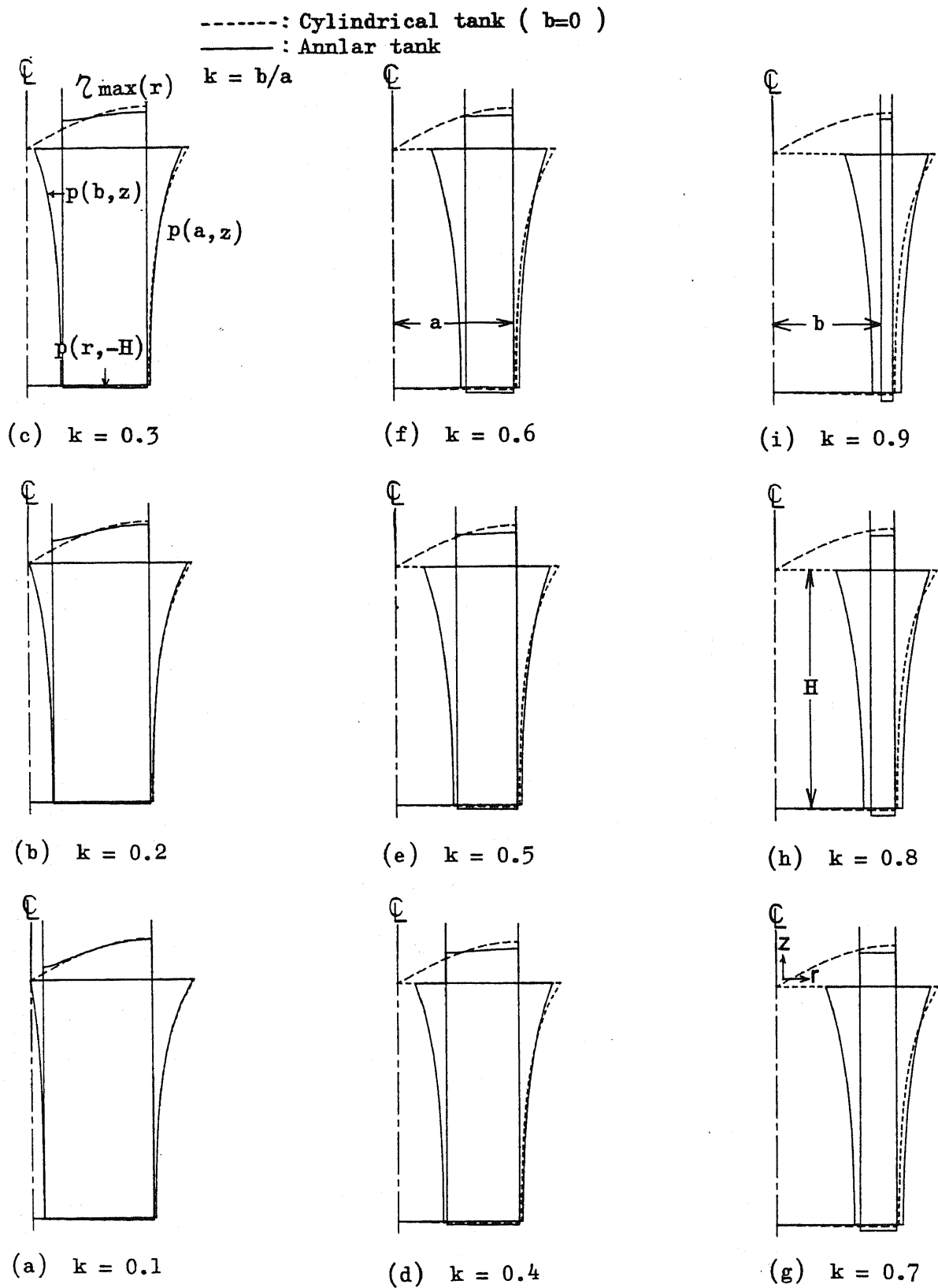


Fig. 2.18 Liquid displacement and dynamic pressure distribution of annular tank comparing with cylindrical tank ($H/a = 2.0$)

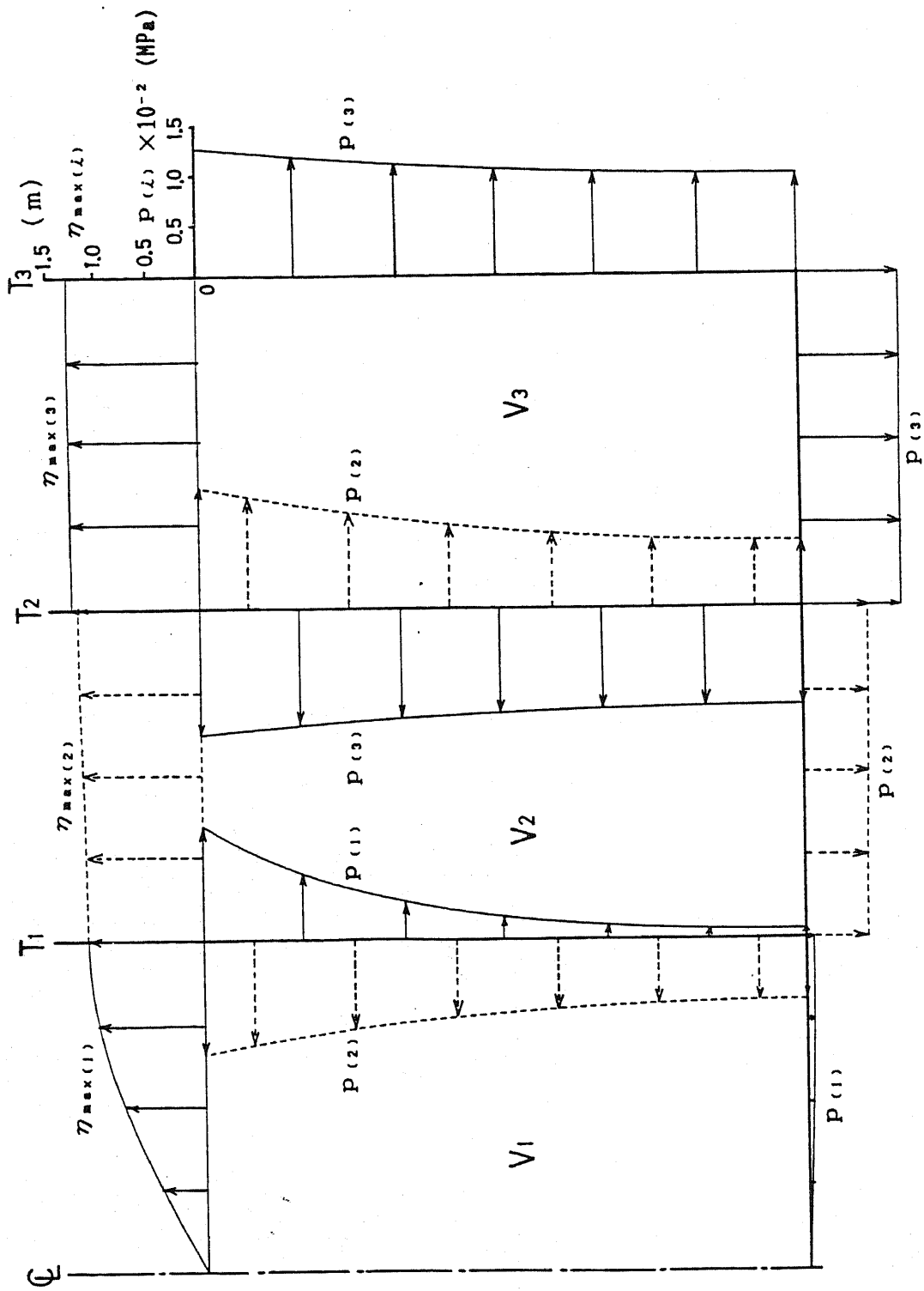
2.3.5 解析例

Fig.1.6 に示した三重円筒タンクのスロッシング応答を、速度応答スペクトル $S_v = 100 \text{ cm/s}$ として求めた結果を、Table 2.4 に表す。同表の値は応答の最大値を求めたものであるが、各液体領域の固有周期が異なり、その発生時刻も各液体領域で異なる。そのため、この結果を荷重条件として強度解析を行う場合には、タンクにとって最も不利に作用する状態の各応答値を設定する必要がある。たとえば、内筒側板の強度解析では、その内筒側板をはさんで、一方の液体領域が最大波高で、他方が最小波高の場合を想定すれば、内筒側板に作用する動液圧は最も大きくなる。

また、Fig.2.19には、各液体領域のスロッシング波高と動液圧の分布を示す。これより本タンクでは、アニュラス部である液体領域 V_2, V_3 のスロッシング波高分布が、半径方向にほぼ一定となり、また側板への動液圧分布も、高さ方向の変化が小さいことがわかる。本タンクの最大スロッシング波高は、液体領域 V_3 の $\eta_{\max}(a) = 1.285 \text{ m}$ であるが、内筒側板が無いものとした、直径 60 m 、液高 18 m の通常の円筒タンクの最大スロッシング波高は、式(2.15)より 1.778 m になる。

Table 2.4 Sloshing response of the triple-walled coaxial cylindrical tank

	Liquid domain		
	Inner	Middle	Outer
Capacity (m ³)	5655	16965	28274
Natural period (sec)	4.684	8.417	12.707
Liquid displacement			
Inner $\eta_{\max}(b)$ (m)	—	1.150	1.271
Outer $\eta_{\max}(a)$ (m)	1.144	1.213	1.285
Base shear			
Inner Q_b (N)	—	4.387×10^6	1.205×10^7
Outer Q_a (N)	1.909×10^6	9.256×10^6	1.827×10^7
Moment due to shell pressure			
Inner $M_b(H)$ (N-m)	—	4.374×10^7	1.129×10^8
Outer $M_a(H)$ (N-m)	2.472×10^7	9.229×10^7	1.713×10^8
Moment due to bottom pressure			
M_B (N-m)	7.577×10^5	4.654×10^7	1.958×10^8



$\eta_{\max(L)}$: Liquid displacement of V_L domain

$P(L)$: Dynamic pressure of V_L domain

Fig. 2.19 Liquid displacement and dynamic pressure distribution of triple-walled coaxial cylindrical tank

2.4 短周期地震動の荷重評価

本節では、2.2.2(2)で理論的根拠を述べた通常の間筒タンクの、短周期地震動に対するバルジング応答解析を、多重間筒タンクへ拡張した解析手法を開発し、地震荷重の評価を行う。

2.4.1 解析条件

2.2.2(2)に示した、消防法における短周期地震動の算定式の仮定条件を再び記す。

- ① 液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れ
- ② 側板(外筒側板)は弾性体で液体との連成振動を考慮する
- ③ 基礎は剛体

ここでの考え方を多重間筒タンクへ拡張する場合、さらに次の仮定条件を満足する必要がある。

- ④ 内筒側板は弾性体で液体との連成振動を考慮する

このような仮定条件の下で、二重間筒のアニユラス部にのみ液体がある場合の水平動に対する連成振動を扱った研究として、笠井⁽²⁹⁾は間筒を梁、液体を速度ポテンシャル理論を用いて解析的に扱い、藤田⁽³⁰⁾は殻を有限要素法(FEM)、液体を解析的に扱った研究を報告している。また、千葉ら⁽³¹⁾は液体・殻ともFEMで扱い水平動と鉛直動に対する解析と実験との比較を行っている。また、谷らはアニユラス部に液体が入っている場合⁽³²⁾と、内・外槽の両方に液体が入っている場合⁽³³⁾の固有値解析を解析的方法で行っている。さらに、この方面の研究に対するBrown⁽³⁴⁾の解説が見られる。三重以上の多重間筒に対しては、笠井⁽²⁹⁾が解析方法を示しているが、解析例を示した報告は見られない。

また、以上の文献は、原子力プラントや化学プラント用の高さ/直径の値の大きな、背の高い構造物を対象としており、石油タンクのように高さ/直径が0.3~1.0程度の構造物を扱った報告は見られない。そこで、本節では、液体・タンク本体ともFEMで扱った、多重間筒タンクのバルジング応答解析プログラムを開発し、その振動特性を明らかにし、解析例を示す。

2.4.2 有限要素法基礎式

(1) 解析モデルと有限要素

Fig.2.20は、 n 分割された多重円筒タンクの解析モデルである。液体領域 V_i における境界を $S_{i,1} \sim S_{i,4}$ 、液高を H_i とし、側板領域 T_i における半径 r_i とする。タンクは剛基礎上に固定され、水平動では円筒座標系における $\theta = 0$ の方向から加速度 \ddot{u}_h で、鉛直動では加速度 \ddot{u}_v で加振されるものとする。

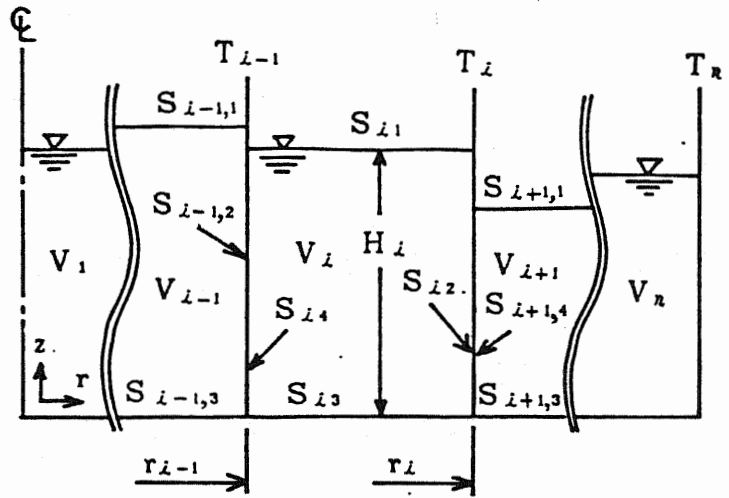


Fig.2.20 Analytical model

液体の運動は非圧縮性完全流体

の渦無し流れを仮定し、微小振幅波理論が適用できるものとする。またタンク本体は、微小変形の弾性体を仮定する。タンクは軸対称構造物であるため、その振動モードは円周方向に Fourier 級数で展開できる。側板下端が剛基礎上に固定されているとき励起される振動モードは、Fourier 級数の次数 m が水平動では 1、鉛直動では 0 の場合である。

液体は Fig.2.21 に示す 4 節点の軸対称長方形要素でモデル化する。要素内の動液圧 p は節点での値を用いて次式で定義される。

$$p = \cos m \theta \cdot [N_\ell] \{p\} \quad (2.62)$$

ここで、 $[N_\ell]$ は液体要素の形状マトリックス、 $\{p\}$ は要素内節点の動液圧ベクトルである。

タンク本体は、Fig.2.22 に示す軸対称シェル要素でモデル化する。これは、Kirchhoff-Love の仮定を用い、子午線方向変位 u 一次、円周方向変位 v 一次、法線方向変位 w 三次の形状関数を持ち、要素内変位 $\{\delta\}$ は次式で定義される。

$$\{\delta\} = [\lambda][N_s]\{u\} \quad (2.63)$$

ここで、 $[\lambda]$ は $\theta = 0^\circ - 180^\circ$ の軸に対して対称な変位を規定する、 $\cos m \theta, \sin m \theta$ から成る対角マトリックス、 $[N_s]$ は軸対称シェル要素の形状マトリックス、 $\{u\}$ は要素内の変位振幅ベクトルである。また、この場合、全体座標 z と要素座標 s 軸とは方向

が一致する。

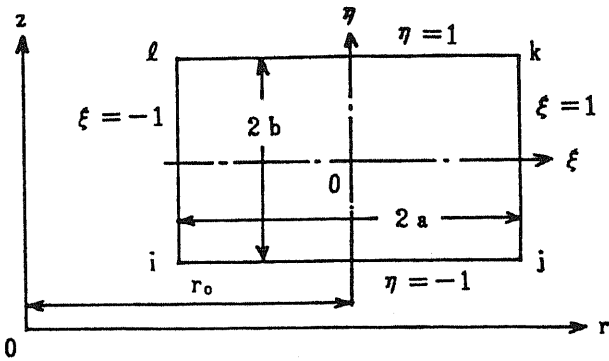


Fig. 2.21 Axisymmetric fluid element

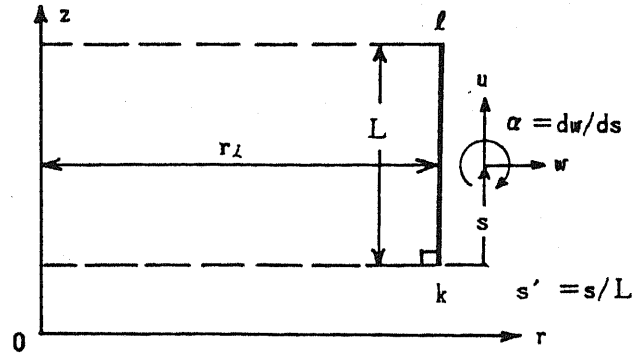


Fig. 2.22 Axisymmetric shell element

(2) 液体の運動方程式

Fig. 2.20の領域 V_l 内における液体の動液圧 $p^{(l)}$ と速度ポテンシャル $\phi^{(l)}$ との関係は、線形化された Bernoulliの式より、次式で示される。

$$p^{(l)} = -\rho_{l^{(l)}} \frac{\partial \phi^{(l)}}{\partial t} \quad (2.64)$$

ただし、下付き括弧内は液体領域を表し、 $\rho_{l^{(l)}}$ は液体の密度、 t は時間である。液体の運動は動液圧 $p^{(l)}$ を用いて、次に示す基礎方程式で与えられる。

$$\nabla^2 p^{(l)} = \frac{\partial^2 p^{(l)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^{(l)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p^{(l)}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p^{(l)}}{\partial z^2} = 0 \quad (V_l \text{ 内で}) \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial p^{(l)}}{\partial z} + \frac{1}{g^*} \frac{\partial^2 p^{(l)}}{\partial t^2} = 0 \quad (S_{l1} \text{ 上で}) \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial p^{(l)}}{\partial r} = -\rho_{l^{(l)}} \left(\frac{\partial^2 w^{(l)}}{\partial t^2} + C_h \cdot \ddot{u}_{\theta h} \right) \quad (S_{l2} \text{ 上で}) \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial p^{(l)}}{\partial r} = -\rho_{l^{(l)}} \left(\frac{\partial^2 w^{(l-1)}}{\partial t^2} + C_h \cdot \ddot{u}_{\theta h} \right) \quad (S_{l4} \text{ 上で}) \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial p^{(l)}}{\partial z} = -\rho_{l^{(l)}} \cdot C_v \cdot \ddot{u}_{\theta v} \quad (S_{l3} \text{ 上で}) \quad (2.69)$$

ただし、上付き括弧内は側板領域を表し、 $g^* = g + C_v \cdot \ddot{u}_{\theta v}$ であり、 g は重力加速度である。 C_h 、 C_v は水平動に対し $C_h = 1$ 、 $C_v = 0$ 、鉛直動に対し $C_h = 0$ 、 $C_v = 1$ とおく。また、

鉛直動では $\partial(\)/\partial\theta$ は零となる。

$g \gg \ddot{u}_{sv}$ を仮定すると、式(2.65)～式(2.69)を満たすはん関数は次式で与えられる。

$$I_{(L)} = \int_{t_1}^{t_2} (T_{(L)} + U_{(L)} - W_{(L)}) dt \quad (2.70)$$

ここで、 T, U, W はそれぞれ液体の運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、および液体が受ける外部仕事であり、次式で表される。

$$T_{(L)} = \frac{1}{2} \int_{V_L} \left\{ \left(\frac{\partial p_{(L)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_{(L)}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p_{(L)}}{\partial \theta} \right)^2 \right\} dV \quad (2.71)$$

$$U_{(L)} = -\frac{1}{2g} \int_{S_{L1}} \left(\frac{\partial p_{(L)}}{\partial t} \right)^2 r \cdot d\theta dr \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} W_{(L)} = & -\rho_{L(L)} \int_{S_{L2}} p_{(L)} \left(\frac{\partial^2 W^{(L)}}{\partial t^2} + C_h \cdot \ddot{u}_{sh} \right) r \cdot d\theta \cdot dz \\ & + \rho_{L(L)} \int_{S_{L4}} p_{(L)} \left(\frac{\partial^2 W^{(L-1)}}{\partial t^2} + C_h \cdot \ddot{u}_{sh} \right) r \cdot d\theta \cdot dz \\ & + \rho_{L(L)} \int_{S_{L3}} p_{(L)} \cdot C_v \cdot \ddot{u}_{sv} \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \end{aligned} \quad (2.73)$$

式(2.62), (2.63) を式(2.71)～(2.73)に代入し、はん関数 $I_{(L)}$ の停留条件より、液体の運動方程式として次式を得る。

$$\begin{aligned} [M_{L(L)}] \{\ddot{p}_{(L)}\} + [K_{L(L)}] \{p_{(L)}\} + [S_{L(L)}] \{\ddot{u}^{(L)}\} + [S_{L(L)}^{(L-1)}] \{\ddot{u}^{(L-1)}\} \\ = -\{f_{L(L)}\} \cdot \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (2.74)$$

ここで、 $[M_L], [K_L], [S]$ は、それぞれ液体の質量マトリックス、剛性マトリックス、連成マトリックスであり、次式で表される。

$$[M_L] = \frac{a}{g} \int_{-1}^1 [N_L(\eta=1)]^T [N_L(\eta=1)] (r_0 + a\xi) d\xi \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} [K_L] = & a b \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left\{ \frac{1}{a^2} \left[\frac{\partial N_L}{\partial \xi} \right]^T \left[\frac{\partial N_L}{\partial \xi} \right] + \frac{1}{b^2} \left[\frac{\partial N_L}{\partial \eta} \right]^T \left[\frac{\partial N_L}{\partial \eta} \right] \right. \\ & \left. + \frac{C_h}{(r_0 + a\xi)^2} [N_L]^T [N_L] \right\} (r_0 + a\xi) d\xi \cdot d\eta \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$[S_{ij}^{(\xi)}] = 2\rho_{e(i)} \cdot b \cdot r_i \int_0^1 [N_e(\xi=1)]^T [N_s(w^{(\xi)})] ds' \quad (2.77)$$

$$[S_{ij}^{(\xi^{-1})}] = -2\rho_{e(i)} \cdot b \cdot r_{i-1} \int_0^1 [N_e(\xi=-1)]^T [N_s(w^{(\xi^{-1})})] ds' \quad (2.78)$$

式(2.77), (2.78)において、 $[N_e(\xi = \pm 1)]$ は、液体の形状マトリックス $[N_e]$ に $\xi = \pm 1$ を代入し、 η をシェル要素の座標系 s' に変換したマトリックス、 $[N_s(w^{(\xi)})]$ はシェル要素の形状マトリックス $[N_s]$ より、法線方向変位 w に関する行のみ抜き出したマトリックスである。また、式(2.74)の $\{f_e\}$ と \ddot{u}_e は、それぞれ次式で表される液体の励振ベクトルと地震動の加速度である。

$$\{f_{e(i)}\} = \begin{cases} [S_{ij}^{(\xi)}]\{e^{(\xi)}\} + [S_{ij}^{(\xi^{-1})}]\{e^{(\xi^{-1})}\} & \text{(水平動)} \\ -2\rho_{e(i)} \cdot a \int_{-1}^1 [N_e(\eta=1)]^T (r_0 + a\xi) d\xi & \text{(鉛直動)} \end{cases} \quad (2.79)$$

$$\ddot{u}_e = C_h \cdot \ddot{u}_{e,h} + C_v \cdot \ddot{u}_{e,v} \quad (2.80)$$

また、式(2.79)の $\{e\}$ は、地震動の励振ベクトルであり、次式で表される。

$$\{e\} = \begin{cases} [0 \quad -1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 1 \quad 0]^T & \text{(水平動)} \\ [1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T & \text{(鉛直動)} \end{cases} \quad (2.81)$$

ここで、 $\{e\}$ は、節点変位の並びの順、水平動では $[u \ v \ w \ \alpha]^T$ 、鉛直動では $[u \ w \ \alpha]^T$ に対応する。

式(2.74)を全液体領域について重ね合せ、系全体の方程式に書き換えた結果を次式で表す。

$$[\bar{M}_e]\{\ddot{\bar{p}}\} + [\bar{K}_e]\{\bar{p}\} + [\bar{S}_e]\{\ddot{\bar{u}}\} = -\{\bar{f}_e\} \cdot \ddot{u}_e \quad (2.82)$$

ただし、 $[\bar{M}_e], [\bar{K}_e]$ は、それぞれ $[M_{e(i)}], [K_{e(i)}]$ を領域 V_1 から V_n まで対角に並べたマトリックス、 $\{\bar{p}\}, \{\bar{u}\}, \{\bar{f}_e\}$ は、それぞれ各領域におけるベクトルを V_1 から V_n の順に並べたベクトルである。また、 $[\bar{S}_e]$ は次式となる。

$$[\bar{S}_\ell] = \begin{bmatrix} [S_{\{1\}}] & & & & & & 0 \\ [S_{\{2\}}] & [S_{\{2\}}] & & & & & \\ & [S_{\{3\}}] & [S_{\{3\}}] & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & [S_{\{n-1\}}] & [S_{\{n\}}] \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

(3) 液体-タンク連成系運動方程式

タンク本体の運動方程式は、側板領域 T_i について次式となる。

$$[M_s(\omega)]\{\ddot{u}(\omega)\} + \{e(\omega)\} \cdot \ddot{u}_s + [K_s(\omega)]\{u(\omega)\} = \{f(\omega)\} \quad (2.84)$$

ここで、 $[M_s]$ 、 $[K_s]$ 、 $\{f\}$ はそれぞれ質量マトリックス、剛性マトリックス、等価節点荷重ベクトルである。式(2.84)についても、全側板領域について重ね合せ、系全体の方程式に書き換えた結果を次式で表す。

$$[\bar{M}_s]\{\ddot{\bar{u}}\} + [\bar{K}_s]\{\bar{u}\} + [\bar{S}_s]\{\bar{p}\} = -[\bar{M}_s]\{\bar{e}\} \cdot \ddot{u}_s \quad (2.85)$$

ここで、 $[\bar{M}_s]$ 、 $[\bar{K}_s]$ は $[\bar{M}_\ell]$ などの場合と、 $\{\bar{e}\}$ は $\{\bar{u}\}$ などの場合と同様である。また、 $[\bar{S}_s]$ は次のようになる。

$$[\bar{S}_s] = - \begin{bmatrix} [S_{\{1\}}]^T / \rho_{\ell(1)} & [S_{\{2\}}]^T / \rho_{\ell(2)} & & & & & \\ & [S_{\{2\}}]^T / \rho_{\ell(2)} & [S_{\{3\}}]^T / \rho_{\ell(3)} & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & [S_{\{n-1\}}]^T / \rho_{\ell(n-1)} & [S_{\{n\}}]^T / \rho_{\ell(n)} \\ & & & & & & & [S_{\{n\}}]^T / \rho_{\ell(n)} \\ & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

ここで液体の質量マトリックス $[\bar{M}_\ell]$ は、自由液面のポテンシャルエネルギーに関連

して導かれる量であり、スロッシングにおいては重要となるが、バルジングにはそれほど影響を及ぼさないため、式(2.82)において、 $[\bar{M}_\ell]=0$ を仮定すると、動液圧 $\{\bar{p}\}$ は次のように表せる。

$$\{\bar{p}\} = -[\bar{K}_\ell]^{-1}([\bar{S}_\ell]\{\ddot{\bar{u}}\} + \{\bar{f}_\ell\} \cdot \ddot{u}_g) \quad (2.87)$$

式(2.87)を式(2.85)に代入すると、液体-タンク連成系運動方程式として、次式を得る。

$$[\bar{M}_s]\{\ddot{\bar{u}}\} + [\bar{K}_s]\{\bar{u}\} = -\{\bar{f}_s\} \cdot \ddot{u}_g \quad (2.88)$$

ただし、

$$[\bar{M}_s] = [\bar{M}_s] - [\bar{S}_s][\bar{K}_\ell]^{-1}[\bar{S}_\ell] \quad (2.89)$$

$$\{\bar{f}_s\} = [\bar{M}_s]\{\bar{e}\} - [\bar{S}_s][\bar{K}_\ell]^{-1}\{\bar{f}_\ell\} \quad (2.90)$$

式(2.89)右辺第2項は、液体の効果が側板に付加される付加質量マトリックスである。

(4) 地震応答解析

モード解析法を適用した動的応答解析法として、実際の地震波を入力する時刻歴応答解析法と、応答の最大値を評価する応答スペクトル法について述べる。

式(2.88)の右辺=0とおくと、固有円振動数 ω_c 、固有ベクトル $\{\psi_c\}$ が得られる。変位 $\{\bar{u}\}$ は、基準座標 q_c を用いて、次式で表されるものとする。

$$\{\bar{u}\} = \sum_{c=1}^k \{\psi_c\} q_c = [\psi]\{q\} \quad (2.91)$$

式(2.91)を式(2.88)に代入し、左側より $[\psi]^T$ を両辺に乗ずれば、固有ベクトルの直交性により、互いに独立な k 個の運動方程式が得られる。この各式にモード間の連成を無視して減衰項を加えれば、次式を得る。

$$\ddot{q}_c + 2\zeta_c \cdot \omega_c \cdot \dot{q}_c + \omega_c^2 q_c = -\beta_c \cdot \ddot{u}_g \quad (2.92)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
 \beta_c &= \bar{m}_c / m_c \\
 \bar{m}_c &= \{\psi_c\}^T \{\bar{f}_a\} \\
 m_c &= \{\psi_c\}^T [\bar{M}_a] \{\psi_c\}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

であり、 ξ_c は C 次の減衰比、 β_c は C 次の刺激係数である。時刻歴応答解析法は、 \ddot{u}_g に実際の地震波の加速度波形を用いて、式(2.92)を解き、式(2.91)を用いて応答値を得る方法である。式(2.91)、(2.92)より、加速度応答 $\{\ddot{u}\}$ が求まり、これを式(2.87)に代入することにより、動液圧が得られる。

次に、応答スペクトル法に基づく応答解析について述べる。応答スペクトル法は、あらかじめ求めておいた1自由度系の応答の最大値を表す応答スペクトルを用いて、各モードの最大応答値を全モードについて重ね合わせる方法である。重ね合わせ法として、SRSS (Square Root of Sum of Squares) 法が、しばしば用いられる。SRSS法では、絶対加速度の最大応答値を、次式で求める。

$$\{(\ddot{u}) + \{\bar{e}\} \ddot{u}_g\}_{\max} = \sqrt{\sum_{c=1}^k (\{\psi_c\} \cdot \beta_c \cdot S_{Ac})^2} \quad (2.94)$$

S_{Ac} は、C 次の固有周期と減衰比に対応する加速度応答スペクトルである。一般に、各モードの最大応答を示す時刻は、同一にはならないことから、絶対値和ではなく、二乗和の平方根をとる式(2.94)が採用される。

一方、動液圧は式(2.87)に示すように、 $\{\ddot{u}\}$ に関する弾性変形項と \ddot{u}_g に関する剛体移動項の和となる。SRSS法は、式(2.94)のように、絶対加速度に対して適用するのが一般的であるが、本研究では動液圧の最大値 $\{\bar{p}\}_{\max}$ を、式(2.95)で表すことにする。

$$\begin{aligned}
 \{\bar{p}\}_{\max} &= \sqrt{\sum_{c=1}^k ([\bar{K}_\ell]^{-1} [\bar{S}_\ell] \{\psi_c\} \cdot \beta_c \cdot (S_{Ac} - \ddot{u}_{g\max}))^2} \\
 &\quad + |[\bar{K}_\ell]^{-1} \{\bar{f}_\ell\} \cdot \ddot{u}_{g\max}| \quad (2.95)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\ddot{u}_{g\max}$ は \ddot{u}_g の最大値である。式(2.95)は、動液圧の弾性変形項と剛体移動項の絶対値和をとり、弾性変形項にSRSS法を適用した。

以上に、モード解析法を適用した動的応答解析法である、時刻歴応答解析法と応答スペクトル法について述べた。一般構造物でどの解析法を選択するかは、その構造物の耐震特性および適用法規などによる。通常、円筒形石油タンクでは、式(2.94)、(2.95)において $k=1$ とおいた、修正震度法が消防法で規定されている。

2.4.3 プログラム検証

2.4.2項で述べた理論に基づく、多重円筒タンクの変位解析プログラムを開発した。本プログラムの検証のため、二つの例題解析を行う。

(1) 円筒タンクの固有値解析

Fig.2.23に示す通常の円筒タンクの水平地震動($m=1$)に対する固有値解析をFEMで行った、幕田ら⁽²³⁾と同一例題を解析する。解析結果をTable 2.5に示す。両結果は良好な一致を示している。

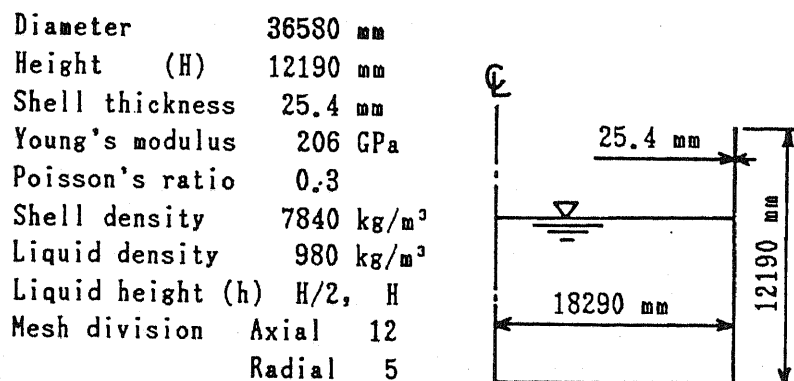


Fig.2.23 Cylindrical tank

Table 2.5 Natural frequency (Hz)

h		1st	2nd	3rd
H	Present	6.27	11.81	16.67
	Makuta, et al. ⁽²³⁾	6.27	11.82	16.77
H/2	Present	10.18	19.55	28.63
	Makuta, et al. ⁽²³⁾	10.19	19.75	29.72

(2) 二重円筒タンクの固有値解析

Fig.2.24に示す、二重円筒タンクのアニュラス部に液体が入っている場合の、固有値解析をFEMで行った千葉ら⁽³¹⁾と同一例題を解析する。解析結果をTable 2.6に示す。両結果を比較すると、1次の固有振動数は良く一致しているが、2次では8%程度の差異が生じている。なお、鉛直地震動に対する、千葉らの2次固有振動数は示されていない。

13.

Shell
 Thickness T_1 5.0 mm
 T_2 2.2 mm
 Young's modulus T_1 1.02 GPa
 T_2 3.38 GPa
 Poisson's ratio 0.3
 Density 1210 kg/m³
 Liquid density 1000 kg/m³
 Mesh division Axial 17
 Radial 5

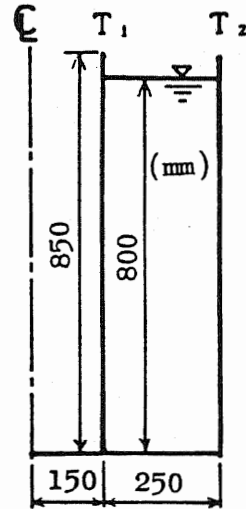


Fig.2.24 Double-walled coaxial cylindrical tank

Table 2.6 · Natural frequency (Hz)

		1st	2nd
Horizontal	Present	22.5	36.3
	Chiba, et al. ⁽³¹⁾	22.6	33.5
Vertical	Present	27.2	71.7
	Chiba, et al. ⁽³¹⁾	27.5	—

2.4.4 解析例

(1) 解析ケース

Fig.1.6 に示した三重円筒タンクの短周期地震動によるバルジング応答解析を行い、地震荷重を算定する。このとき、各液体領域の満液と空液の組合せによって、Fig.2.25 に示す6個の解析ケースを想定する必要がある。

2.3 節で述べた、側板を剛体と仮定するスロッシング解析では、ケース1, 2, 3の3個のケースの解析を行えば、他のケースはこれらの応答の重ね合わせで応答値を得ることができるが、液体と側板との連成振動を考慮するバルジング解析では、そのような重ね合わせはできない。タンクが空のとき、各側板は地震動に対し別々に振動するが、間に液体が入ることにより、あたかも一体となったような振動をする。一方、Fig.2.25

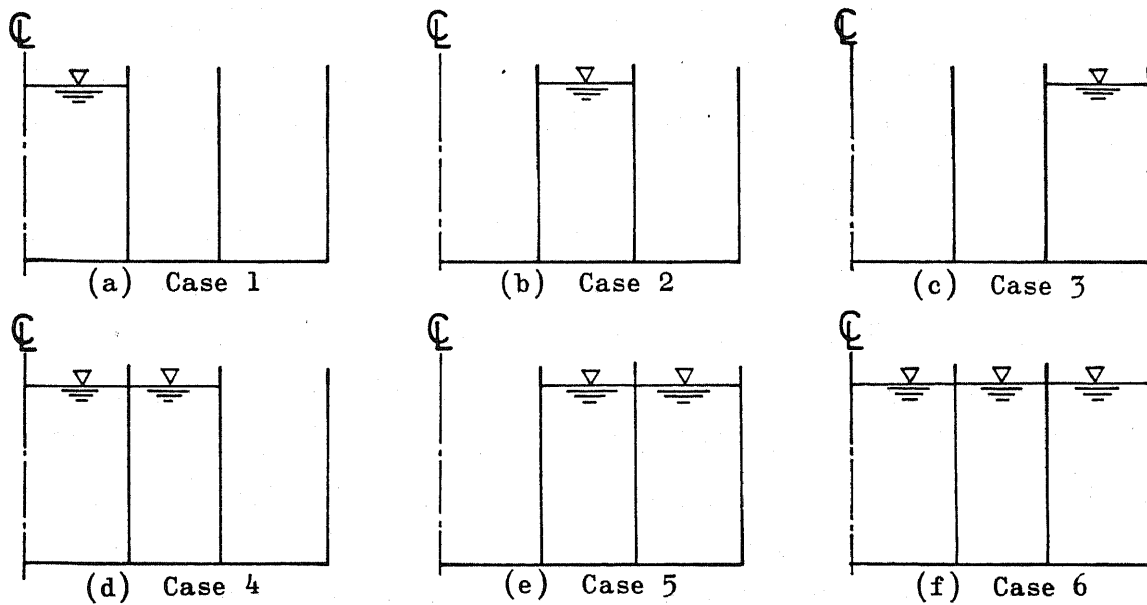


Fig.2.25 Load condition

以外の、たとえばFig.2.26のようなケースは、中間槽が空であるため、液体領域 V_1 と V_3 の連成はなく、ケース1とケース3の重ね合わせができる。

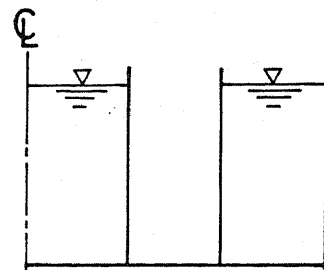


Fig.2.26 Another load condition

(2) 固有値解析結果

Fig.2.25の6個のケースについて、水平・鉛直兩地震動に対する固有値解析を行う。要素分割は、半径方向には各液体領域を4等分割し、鉛直方向には底板からの高さ0 mm, 200 mm, 400 mm, 700 mm, 1100 mm, 1700 mm, 2500 mmに節点を設け、2500 mm から17500 mmまでは18等分割、その上は18000 mm, 18500 mm, 19200 mm, 20000 mmに節点を設けた。合計28分割である。また、同一ケースでは、水平動・鉛直動とも同一要素分割とした。

解析の結果、側板の振動モードとそれに対応する動液圧モードをFig.2.27~Fig.2.38に示す。スロッシング解析を扱った2.3節のFig.2.14~Fig.2.19では、 θ が一定の断面で動液圧が同符号になるため、その作用面の外向き法線方向を正として描いたが、バルジング解析では、 θ が一定の断面でも動液圧の符号が変化するため、側板に作用する動液圧は外側を正とした。各図の(a)~(e)は、1次~5次のモードであり、(f)は要素分割図、(g)は剛体移動による動液圧モードである。各図の要素分割図(f)において、タンク下部を高さ方向に細かく分割をしているため、これらの図の下部が煩雑になっているが、各節点の座標値は上記のとおりである。また、刺激係数 β_0 は、固有ベクトルの最大値を1として正規化したときの値である。

ケース1は、通常の間筒タンクとしての解析になる。また、ケース2~ケース6は、二重円筒あるいは三重円筒としての解析になり、その一次モードは水平動・鉛直動とも逆相モードとなる。逆相モードとは、 θ が一定の断面において、隣合う側板の振動モードが、一方は内側で他方は外側というように逆向きに変位するモードであり、同じ向きときは同相モードという。二重円筒を扱った研究^{(29)~(34)}で、一次に逆相モードが現れる現象は、いずれも言及されているが、Fig.2.31, 2.32, 2.37, 2.38に示すように、三重円筒においても同様な現象が見られる。

一次の逆相モードは、各側板の振動モードの不動点(節)が下端の固定点以外に存在しない、軸方向一次モードである。軸方向一次の同相モードは、ケース4の水平動であるFig.2.30(b)やケース6の水平動であるFig.2.32(c)などのように存在する場合と、ケース5の水平動であるFig.2.31やケース6の鉛直動であるFig.2.38などのように存在しない場合がある。どのような場合に現れるかは明らかでないが、設定したタンク本体と液体領域の形状や物性値によると考えられる。

一次の逆相モードは二次以降に現れる同相モードより、刺激係数が小さくなる。この傾向は、水平動において特に顕著になる。一般に、地震の卓越振動数は1 Hz~10 Hz程度であり、Fig.2.7に示した消防法の加速度応答スペクトルも、この領域で入力加速度より大きくなる。そして、この三重円筒タンクの一次の逆相モードの固有振動数は、すべてのケースでこの領域に入る。かつ、ケース1以外では一次だけでなく同相モードも

含め、数次の固有振動数がこの領域に入る。地震応答の観点からは、刺激係数の大きい同相モードは無論のこと、刺激係数の小さい逆相モードも、地震動の卓越振動数と合致する可能性が高いことから無視できなくなる。そのため、通常の間筒タンクに適用されている、一次モードのみ考慮する修正震度法を、多重間筒タンクへも適用するのは合理的でなく、高次モードまで考慮できる時刻歴応答解析法か応答スペクトル法による必要がある。

通常の間筒タンクとしての解析であるケース1の場合、水平動に対するFig.2.27に示すように、二次以上の高次モードは10 Hz以上であり、刺激係数も小さくなっている。このような特性をもつ構造物には、修正震度法の適用が有効になる。また、このケース1の水平動に対する一次固有振動数を、消防法の算定式である式(2.23)で計算すると4.709 Hzとなり、Fig.2.27(a)のFEM解析値4.672 Hzと極めて良く一致している。消防法の式は、FEMによるパラメトリック・サーベイから簡便式を導いたものであり、高い精度をもつことがわかる。

また、水平動と鉛直動との固有値解析結果を比較すると、一次～三次程度までは、振動モードの逆相/同相や、軸方向次数が一致している。そして、その固有振動数は、わずかに鉛直動が高くなる。

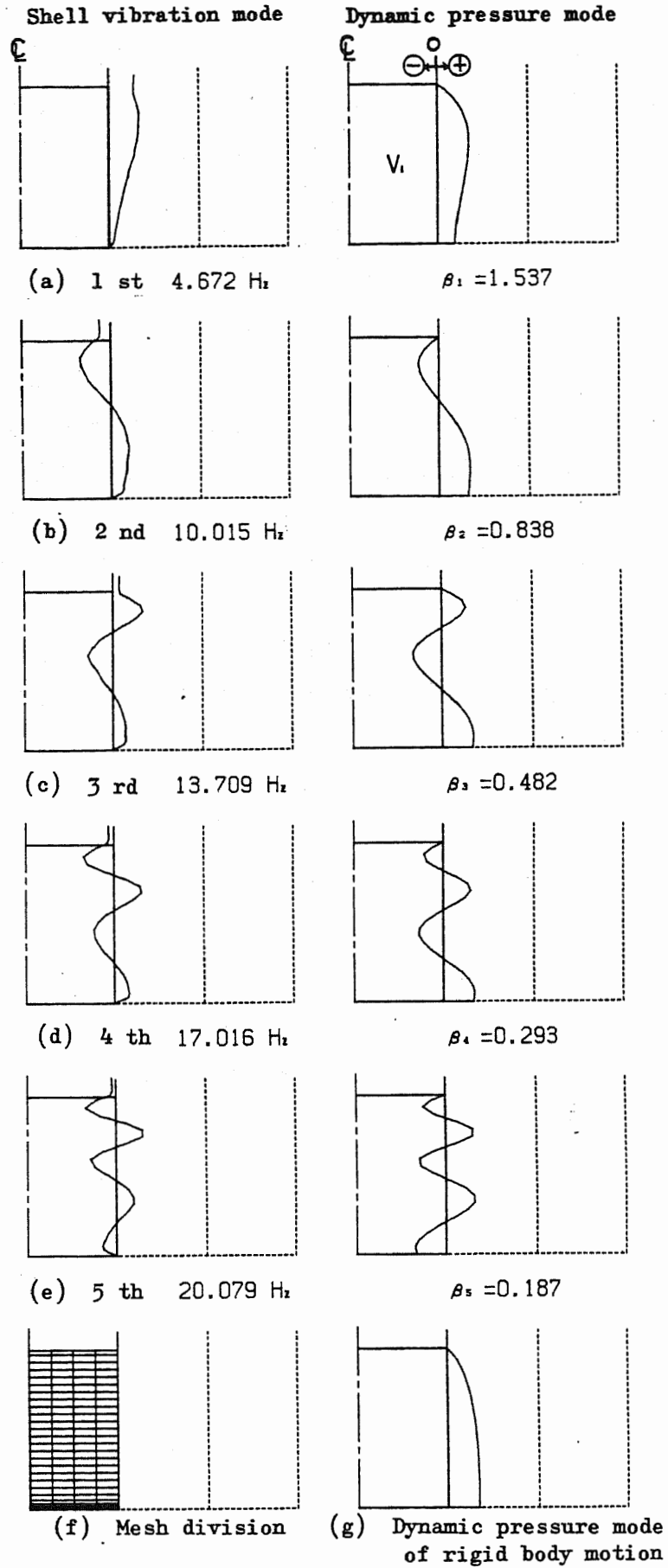


Fig.2.27 Vibration mode (Horizontal Case 1)

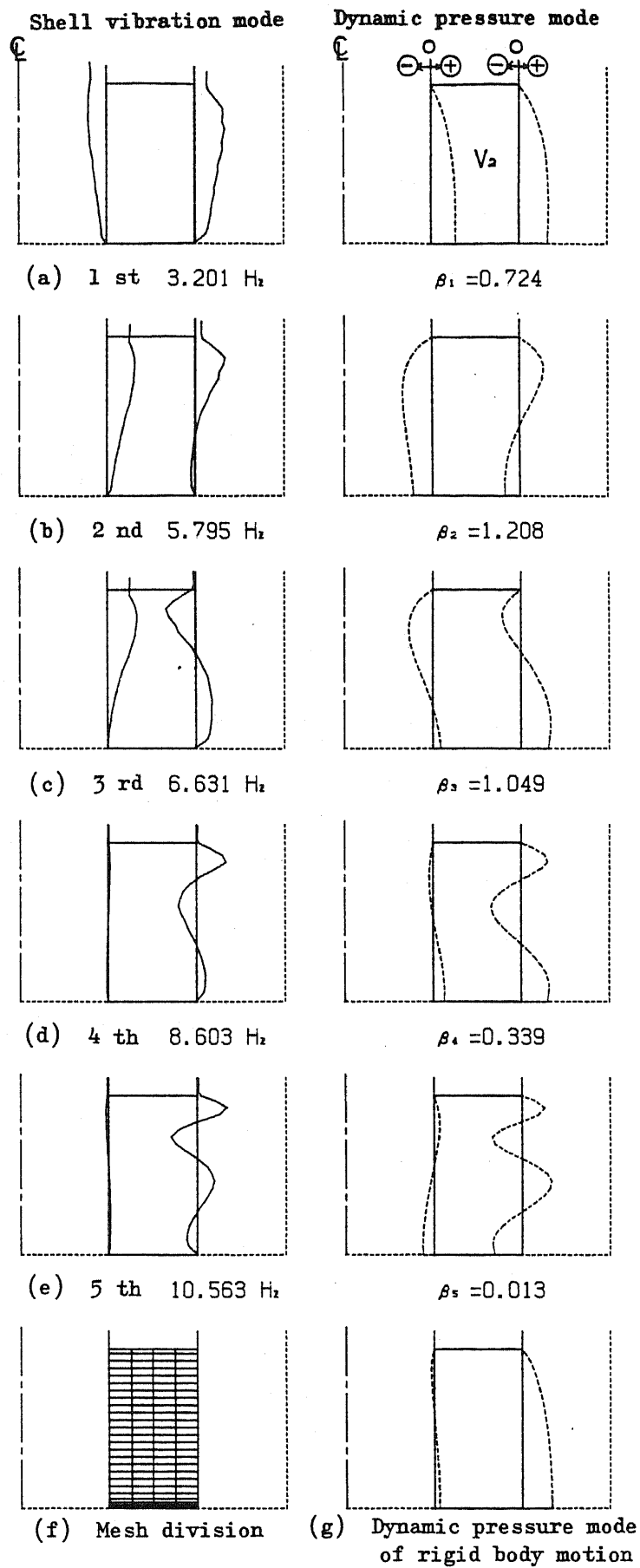


Fig.2.28 Vibration mode (Horizontal Case 2)

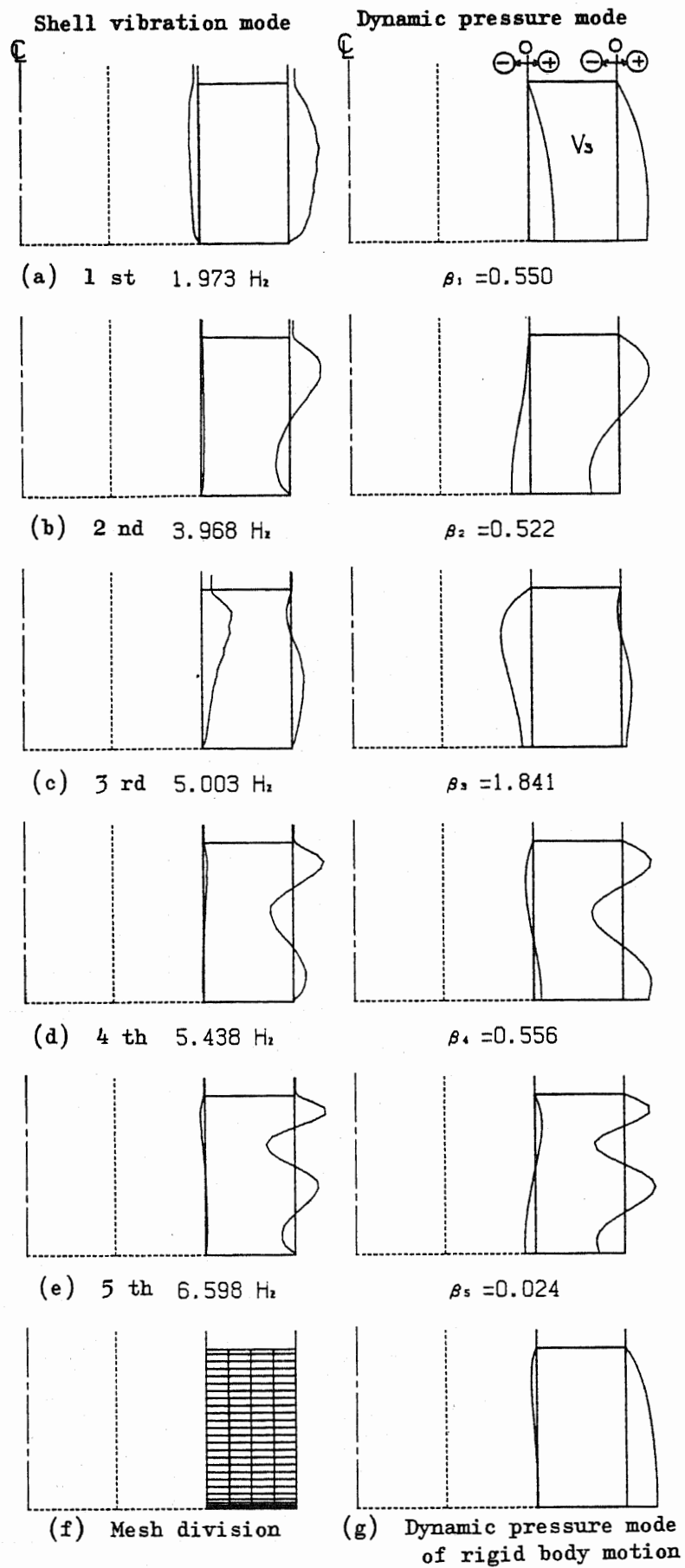


Fig.2.29 Vibration mode (Horizontal Case 3)

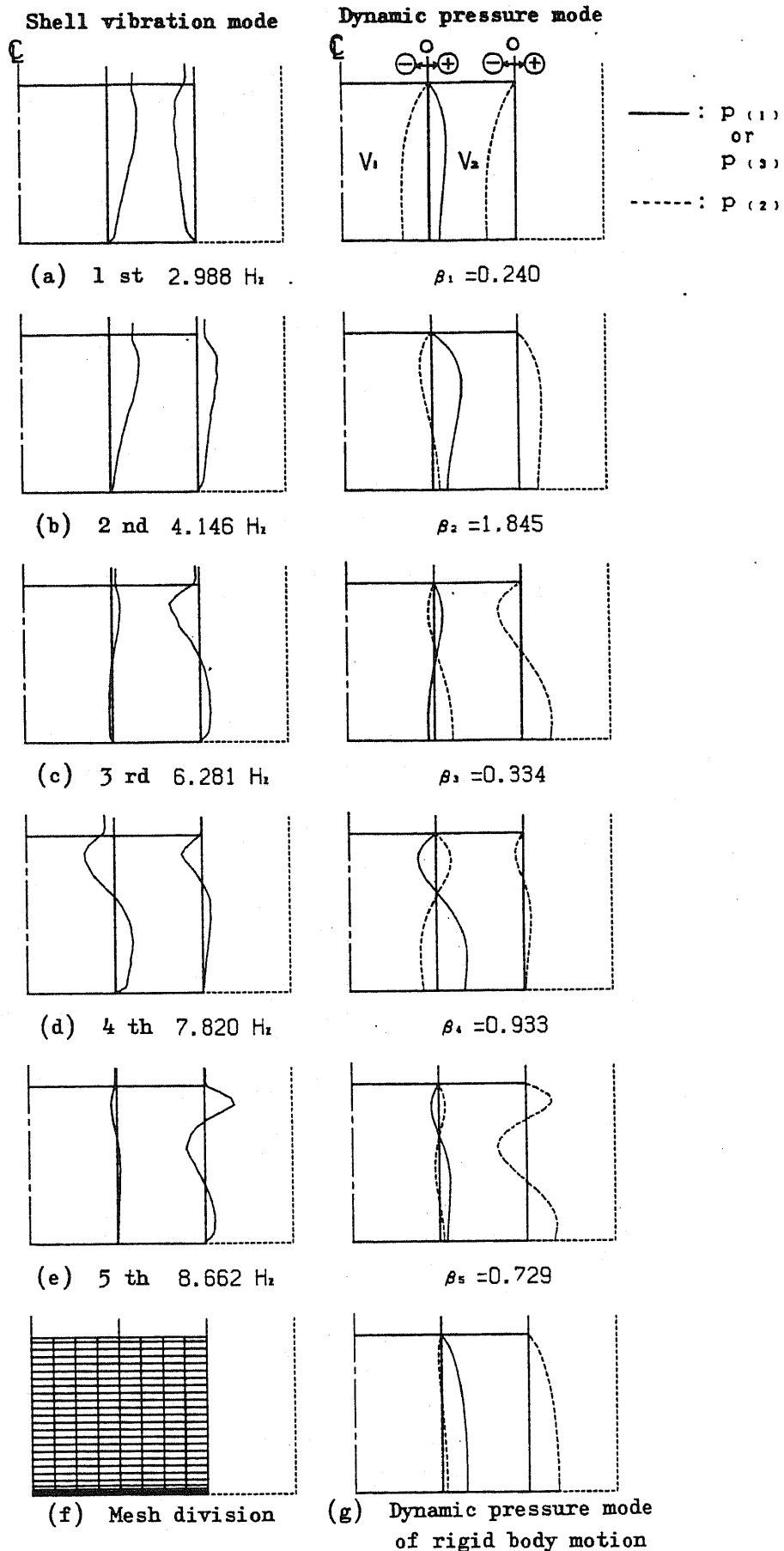


Fig.2.30 Vibration mode (Horizontal Case 4)

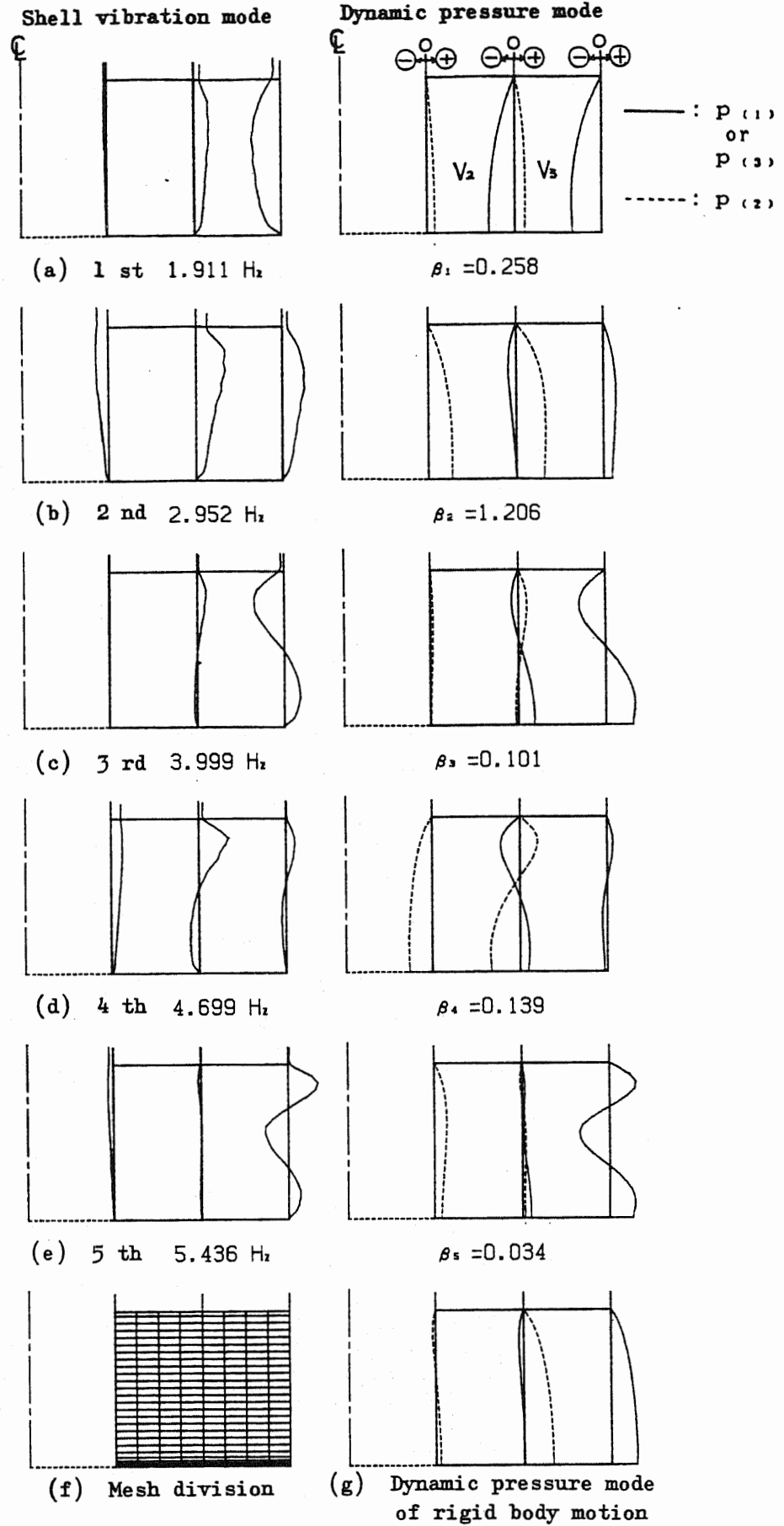


Fig.2.31 Vibration mode (Horizontal Case 5)

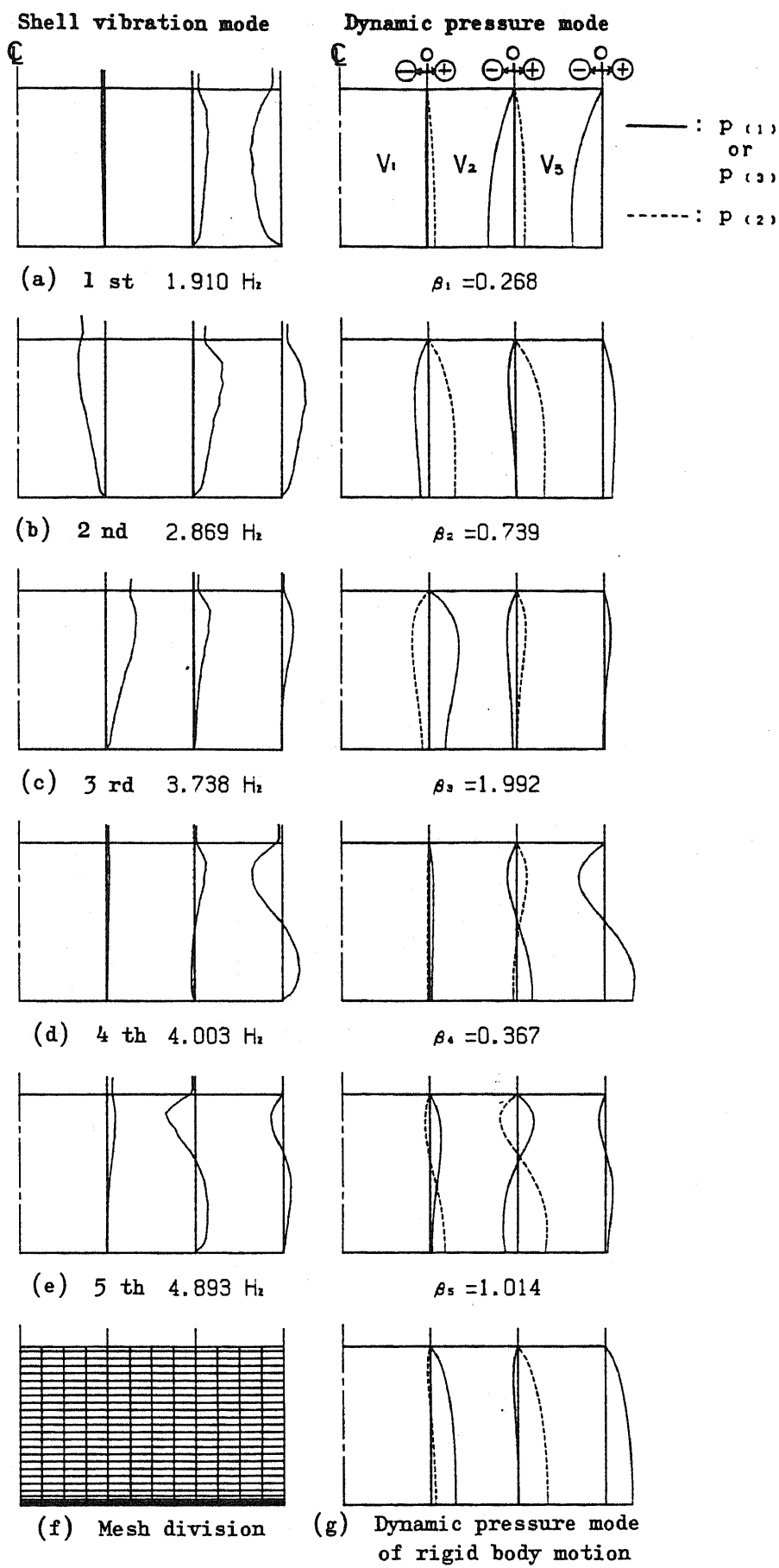
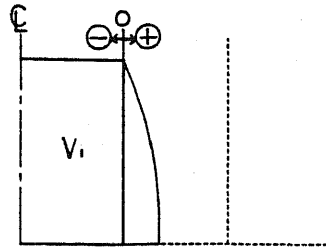
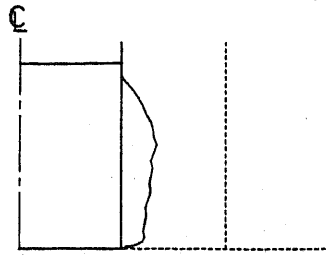


Fig.2.32 Vibration mode (Horizontal Case 6)

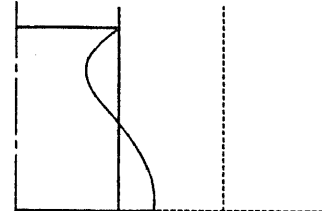
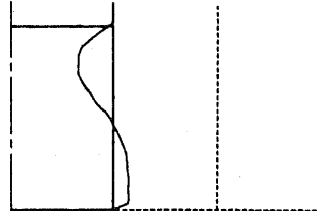
Shell vibration mode

Dynamic pressure mode



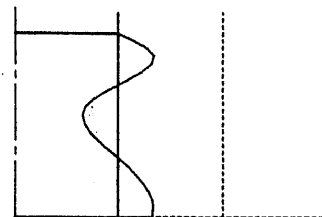
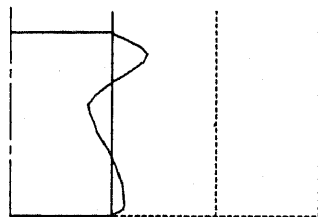
(a) 1 st 4.862 Hz

$\beta_1 = 0.503$



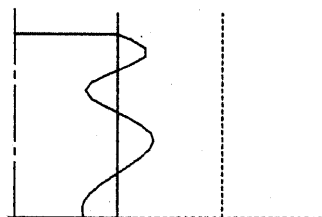
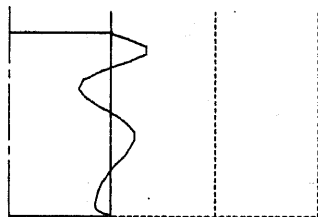
(b) 2 nd 10.265 Hz

$\beta_2 = 0.584$



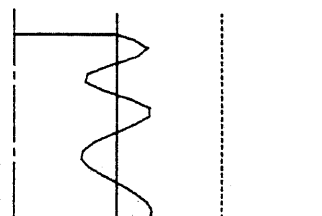
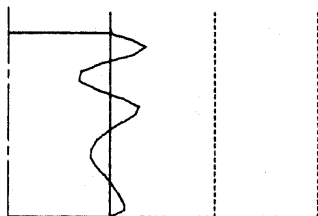
(c) 3 rd 14.117 Hz

$\beta_3 = 0.534$



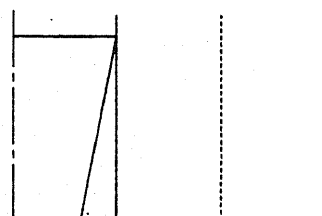
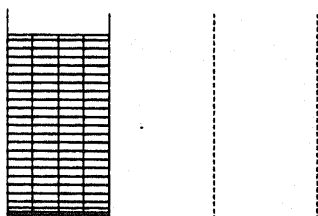
(d) 4 th 17.384 Hz

$\beta_4 = 0.413$



(e) 5 th 20.370 Hz

$\beta_5 = 0.360$



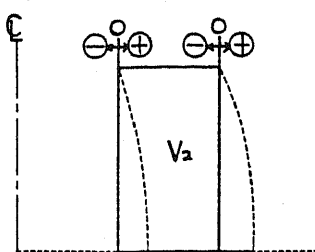
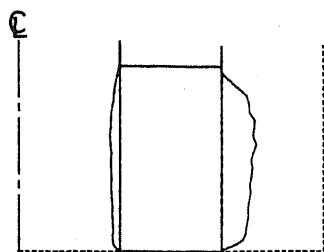
(f) Mesh division

(g) Dynamic pressure mode of rigid body motion

Fig.2.33 Vibration mode (Vertical Case 1)

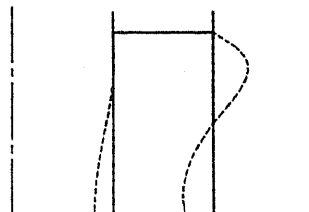
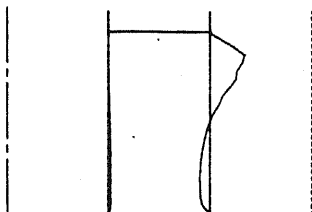
Shell vibration mode

Dynamic pressure mode



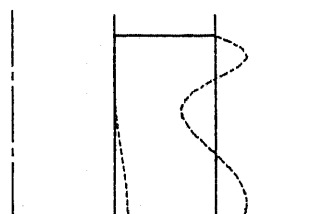
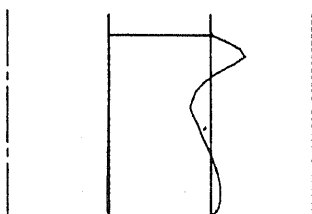
(a) 1 st 3.350 Hz

$\beta_1 = 0.603$



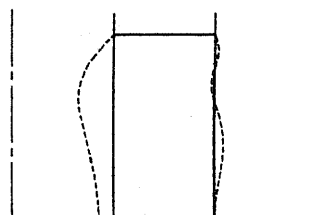
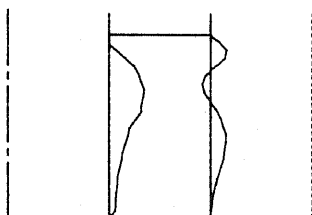
(b) 2 nd 6.449 Hz

$\beta_2 = 0.911$



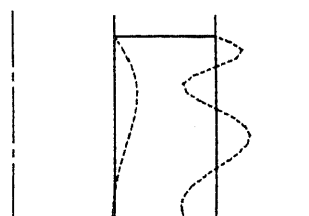
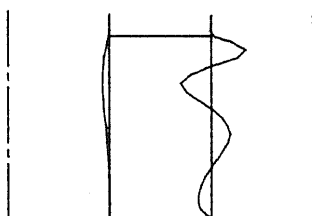
(c) 3 rd 8.662 Hz

$\beta_3 = 0.813$



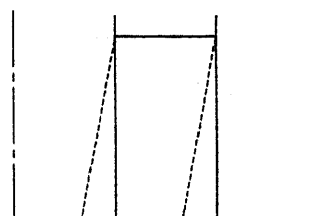
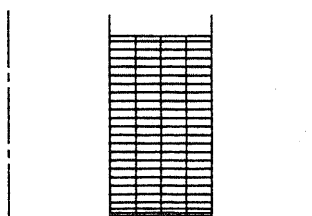
(d) 4 th 10.406 Hz

$\beta_4 = 0.247$



(e) 5 th 10.662 Hz

$\beta_5 = 0.500$



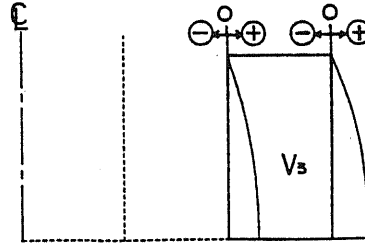
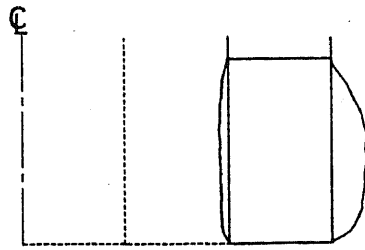
(f) Mesh division

(g) Dynamic pressure mode of rigid body motion

Fig.2.34 Vibration mode (Vertical Case 2)

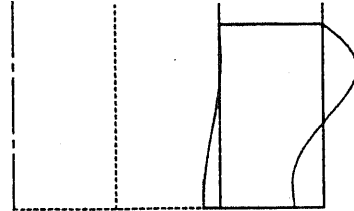
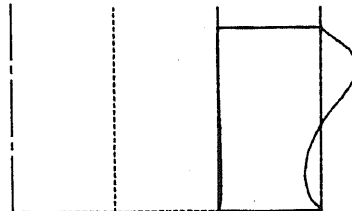
Shell vibration mode

Dynamic pressure mode



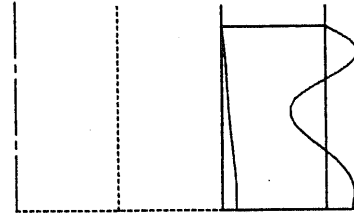
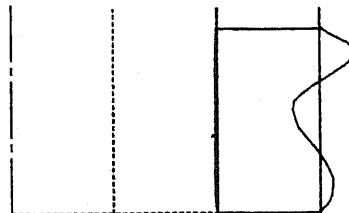
(a) 1 st 2.012 Hz

$\beta_1 = 0.639$



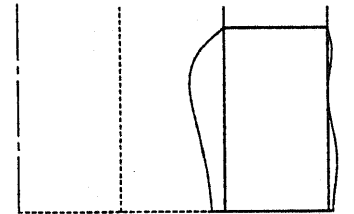
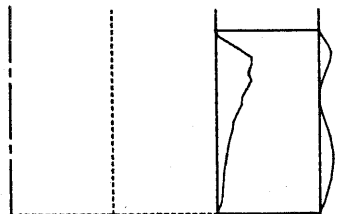
(b) 2 nd 4.102 Hz

$\beta_2 = 0.722$



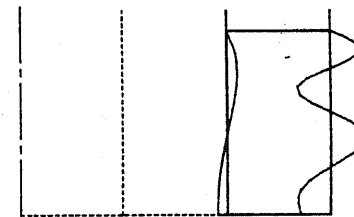
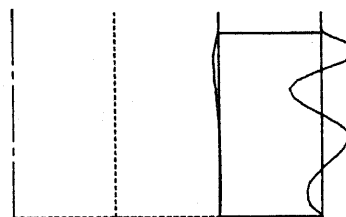
(c) 3 rd 5.456 Hz

$\beta_3 = 0.628$



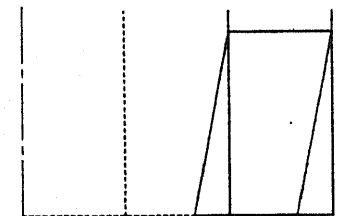
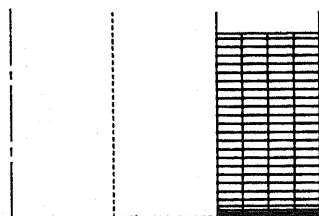
(d) 4 th 6.002 Hz

$\beta_4 = 0.160$



(e) 5 th 6.636 Hz

$\beta_5 = 0.501$



(f) Mesh division

(g) Dynamic pressure mode
of rigid body motion

Fig.2.35 Vibration mode (Vertical Case 3)

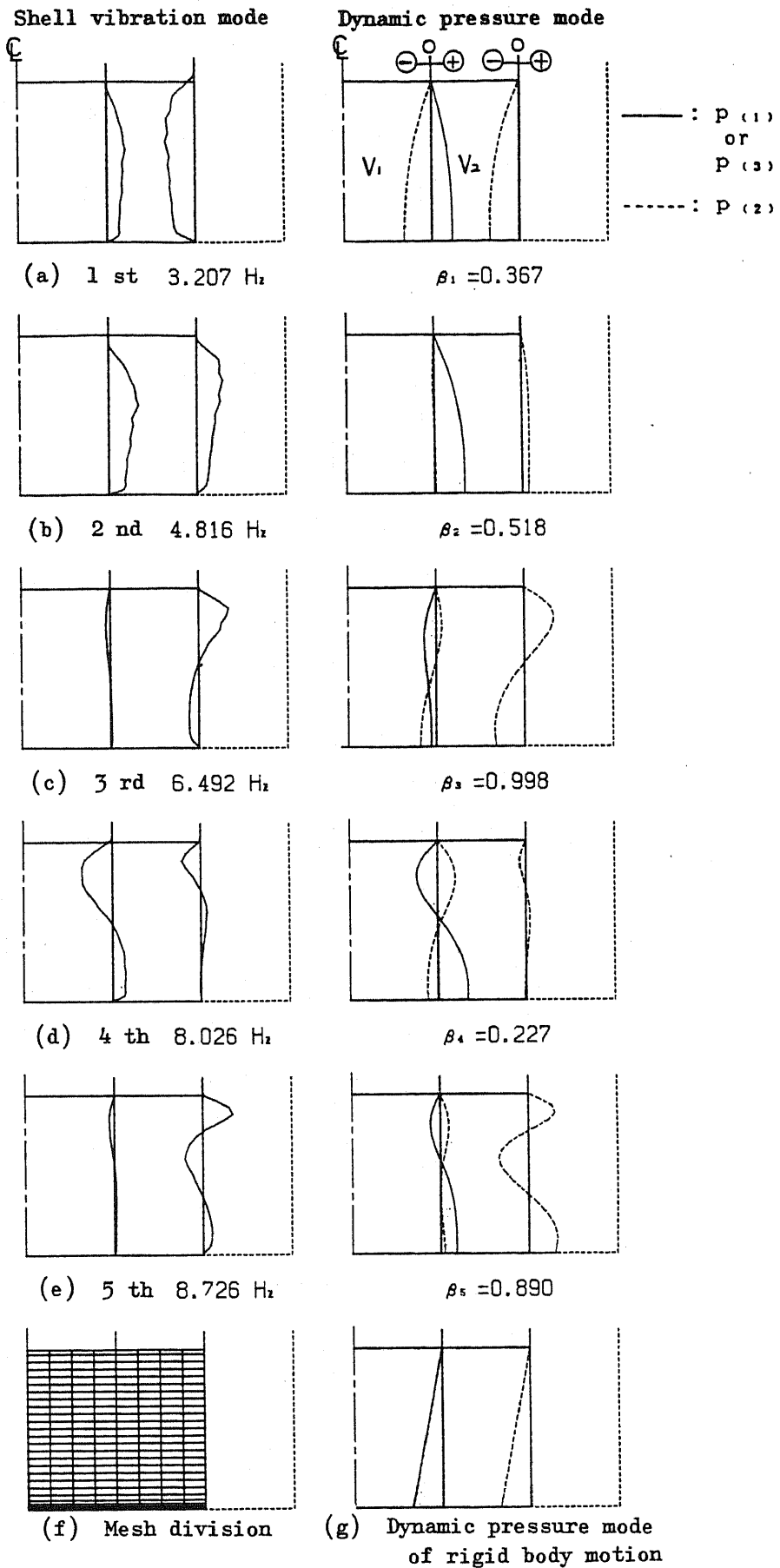
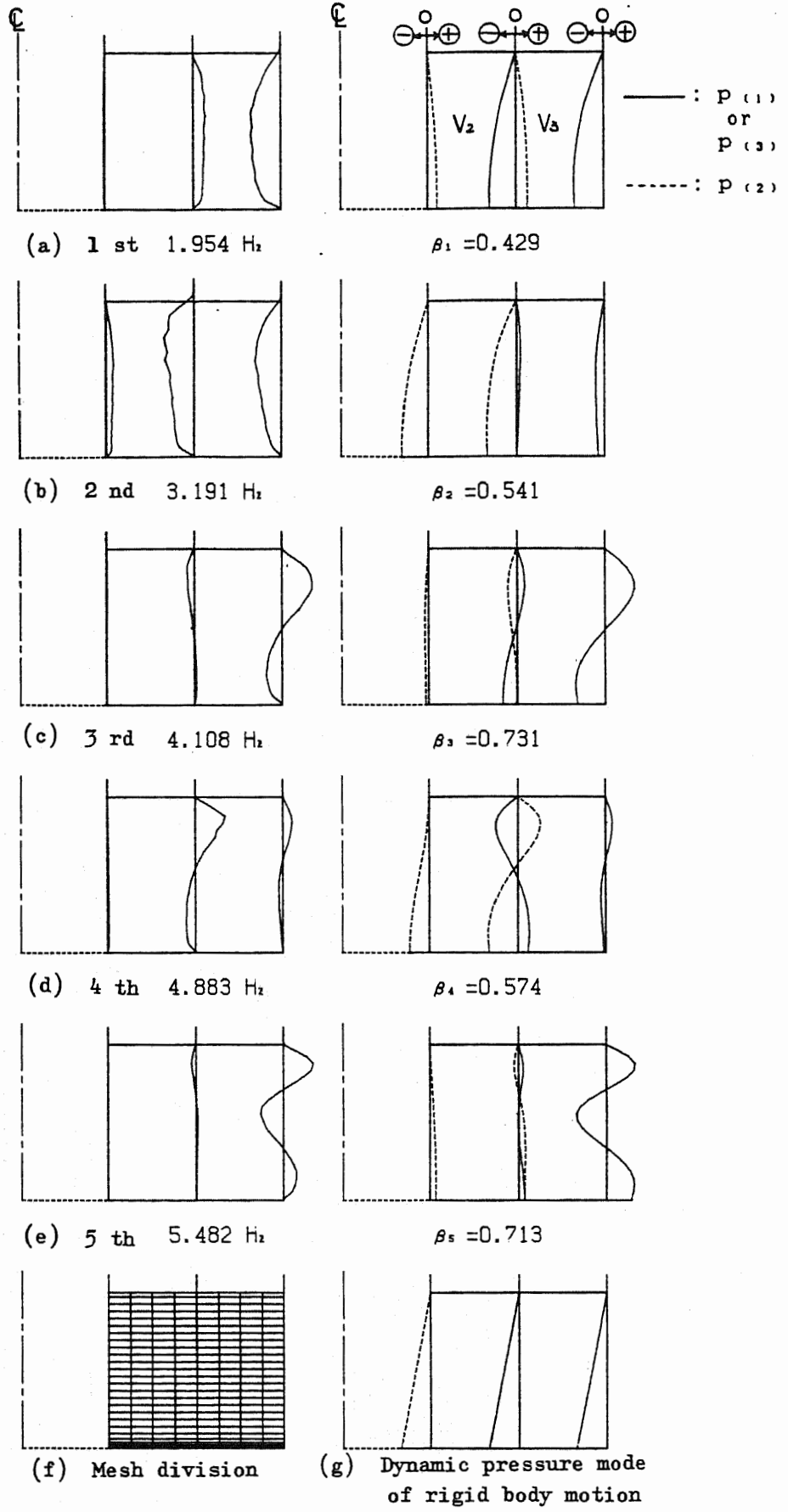


Fig.2.36 Vibration mode (Vertical Case 4)

Shell vibration mode

Dynamic pressure mode



.Fig.2.37 Vibration mode (Vertical Case 5)

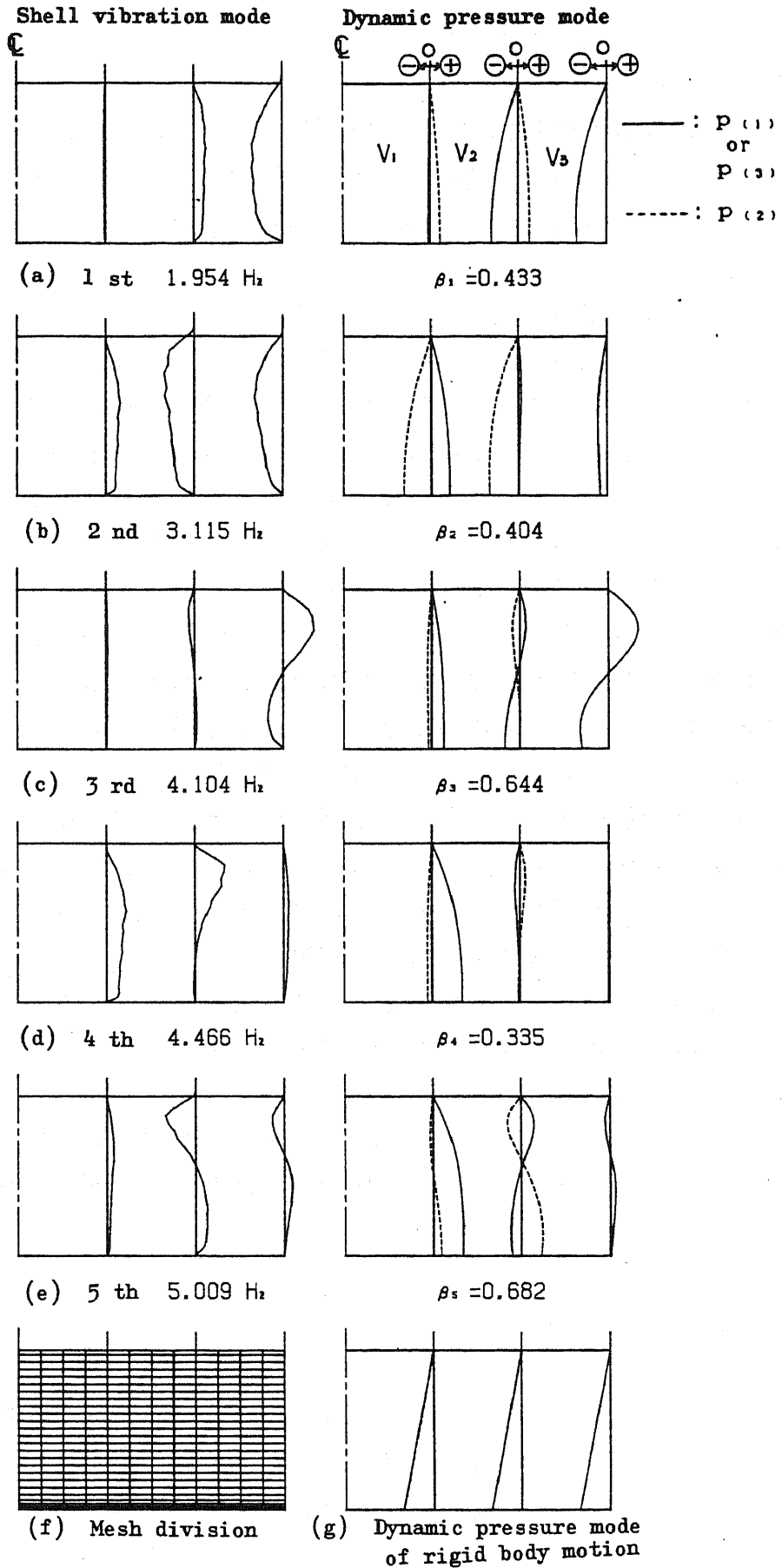


Fig.2.38 Vibration mode (Vertical Case 6)

(3) 地震応答解析結果

応答スペクトル法(SRSS法)と時刻歴応答解析法による地震応答解析を行う。入力加速度の最大値は、水平動 300 cm/s^2 、鉛直動 150 cm/s^2 とし、減衰比 $\zeta=0.05$ とする。まず、応答スペクトル法での加速度応答スペクトルは、Fig.2.7 に示した消防法の図の第四種地盤(Soil profile type 4)を用いる。石油タンクでは、地震動による慣性力はタンク本体より内容液によるものの方が大きく、応力解析では動液圧が重要となる。Fig.2.39, 2.40は、応答解析結果の動液圧分布である。応答スペクトル法は、応答の最大値を評価する方法であり、式(2.95)に表すように、それが正圧か負圧かについては考慮されていない。Fig.2.39, 2.40は、すべて正圧として描いたものであるが、これを荷重条件とする応力解析を行う際には、各液体領域が正圧の場合と負圧の場合を想定する必要がある。

Table 2.7 は、水平動によるベースシャーとモーメント値である。これらの値は、2.3 節の式(2.54)～式(2.57)、式(2.59)に、Fig.2.39の動液圧を代入して求めたものである。Table 2.7 と長周期地震動によるスロッシング応答値であるTable 2.4 を比較すると、このバルジング応答値の方が数倍大きいことがわかる。数値の大きさは入力する地震力に関係するが、スロッシング解析の速度応答スペクトル 100 cm/s とバルジング解析の水平方向最大加速度 300 cm/s^2 および鉛直方向最大加速度 150 cm/s^2 は、いずれも消防法において一般に用いられている値である。このことから、タンク強度解析上は短周期地震動によるバルジング応答の方が重要であることがわかり、スロッシング応答では液面の変位による内容液の飛び出しが問題になる。

次に1983年5月26日の日本海中部地震秋田港波⁽³⁵⁾を入力した時刻歴応答解析を、Fig.2.25(f)のケース6の場合について行う。入力波を、Fig.2.41に示す。また、式(2.92)の積分は、線形加速度法で行う。

Fig.2.42, 2.43は、水平動ではベースシャー、鉛直動では円周方向力が最大値を示す時刻における動液圧分布である。側板 T_L に作用する液体領域 V_L による円周方向力 $F_{L(t)}$ は次式で定義される。

$$F_{L(t)} = r_L \int_0^{H_L} p_{(t)}(r_L, z) dz \quad (2.96)$$

Fig.2.42, 2.43における動液圧曲線上の○印は、その動液圧を積分したベースシャーあるいは円周方向力が、地震継続時間中の最大であることを示し、側板上に○印がある場合は、その側板の内側と外側の液体領域による値の和が、最大値を示したことを意味する。応答スペクトル法による解析結果であるFig.2.39, 2.40と、このFig.2.42, 2.43の動液圧は、同一スケールで描いており、時刻歴応答解析法の応答値の方が、かなり大き

いことがわかる。内筒側板の内側と外側の液体領域による水平動のベースシェアの和は、応答スペクトル法では T_1 が 3.227×10^7 N、 T_2 が 5.835×10^7 N、時刻歴応答解析法では T_1 が 7.929×10^7 N (21.57 s)、 T_2 が 9.910×10^7 N (21.75 s)であり、それぞれ約2.5倍と約1.7倍ほど応答スペクトル法より時刻歴応答解析法の結果が上回る。

この理由として、日本海中部地震の地震波特性が考えられる。Fig.2.44は減衰比 $\xi = 0.05$ として求めた加速度応答スペクトルである。水平動では、固有周期0.35 s (2.85 Hz)で応答倍率が約5となる。Fig.2.32(b)より、二次固有周期はほぼこの周期に一致し、地震動の卓越周期と合致していると考えられる。

また、内筒側板の動液圧は、内側と外側の液体領域によるものが作用するため、外筒側板(T_3)より大きくなる。このことは、水平動・鉛直動を問わず、応答スペクトル法・時刻歴応答解析法ともあてはまる。地震時の応力解析を行う際には、その他に静液圧も考慮する必要がある。鉛直動の動液圧は、静液圧と同じ $m = 0$ の軸対称荷重であり、その大きさが静液圧の数10%程度であるため、応力もこの程度の上昇に過ぎないと考えられる。一方、水平動の動液圧は $m = 1$ の非軸対称荷重であり、動液圧値そのものが静液圧より小さくても、内筒側板-底板接合部の応力には、大きな影響を与えると予想される。

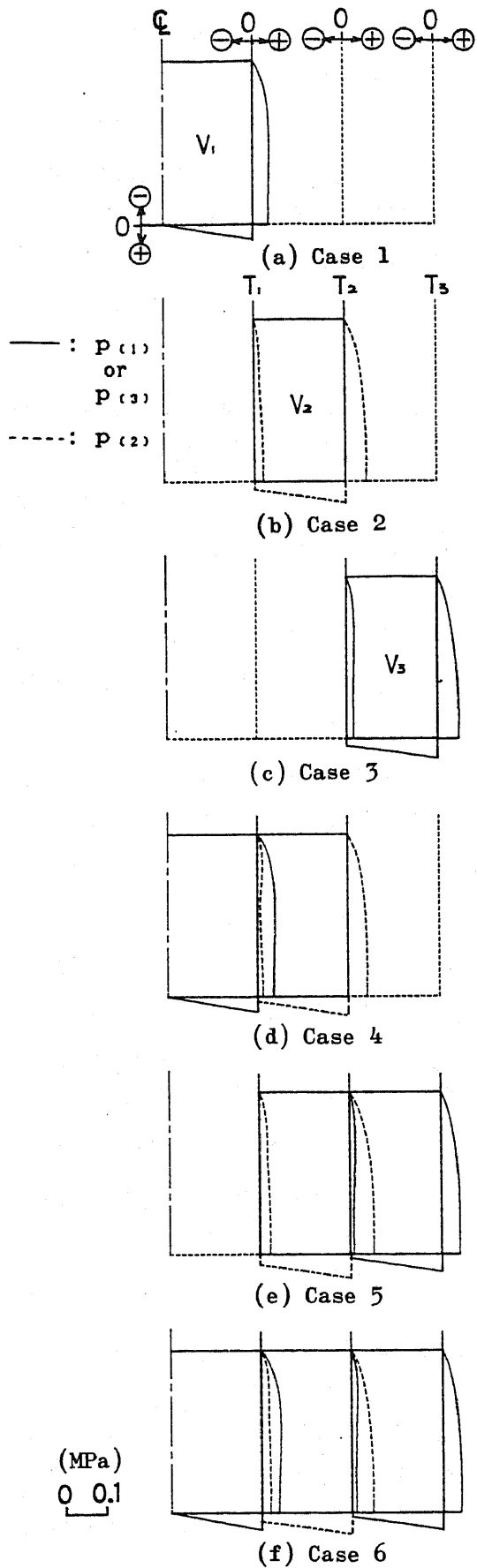


Fig.2.39 Dynamic pressure due to horizontal excitation (SRSS)

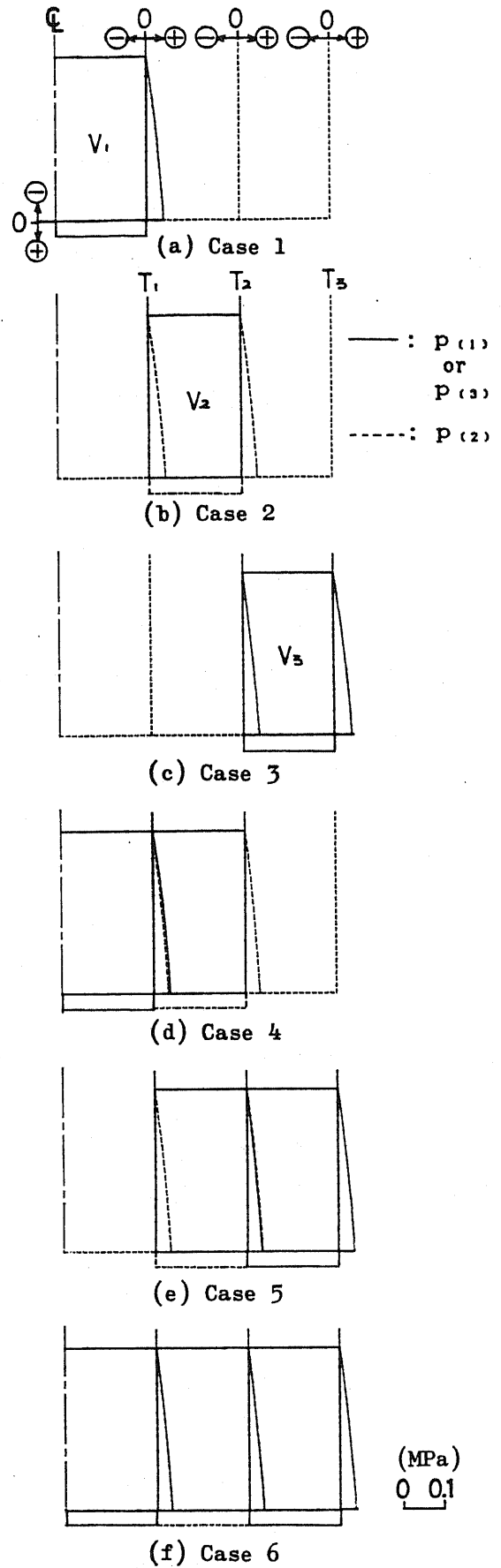


Fig.2.40 Dynamic pressure due to vertical excitation (SRSS)

Table 2.7 Base shear and moment due to horizontal excitation (SRSS)

			Liquid domain		
			Inner(V_1)	Middle(V_2)	Outer(V_3)
C	Q_b	(N)	—	—	—
A	Q_a	(N)	1.900×10^7	—	—
S	$M_b(H)$	(N-m)	—	—	—
E	$M_a(H)$	(N-m)	1.522×10^8	—	—
1	M_B	(N-m)	2.898×10^7	—	—
C	Q_b	(N)	—	8.392×10^6	—
A	Q_a	(N)	—	4.466×10^7	—
S	$M_b(H)$	(N-m)	—	6.346×10^7	—
E	$M_a(H)$	(N-m)	—	3.314×10^8	—
2	M_B	(N-m)	—	2.792×10^8	—
C	Q_b	(N)	—	—	1.867×10^7
A	Q_a	(N)	—	—	6.307×10^7
S	$M_b(H)$	(N-m)	—	—	1.588×10^8
E	$M_a(H)$	(N-m)	—	—	4.612×10^8
3	M_B	(N-m)	—	—	6.842×10^8
C	Q_b	(N)	—	4.951×10^6	—
A	Q_a	(N)	1.990×10^7	4.218×10^7	—
S	$M_b(H)$	(N-m)	—	4.191×10^7	—
E	$M_a(H)$	(N-m)	1.617×10^8	3.205×10^8	—
4	M_B	(N-m)	2.950×10^7	2.348×10^8	—
C	Q_b	(N)	—	1.097×10^7	1.166×10^7
A	Q_a	(N)	—	5.110×10^7	5.677×10^7
S	$M_b(H)$	(N-m)	—	8.378×10^7	1.054×10^8
E	$M_a(H)$	(N-m)	—	3.829×10^8	4.257×10^8
5	M_B	(N-m)	—	3.196×10^8	5.421×10^8
C	Q_b	(N)	—	1.031×10^7	1.254×10^7
A	Q_a	(N)	2.196×10^7	4.581×10^7	5.558×10^7
S	$M_b(H)$	(N-m)	—	8.285×10^7	1.135×10^8
E	$M_a(H)$	(N-m)	1.787×10^8	3.432×10^8	4.169×10^8
6	M_B	(N-m)	3.227×10^7	2.853×10^8	5.466×10^8

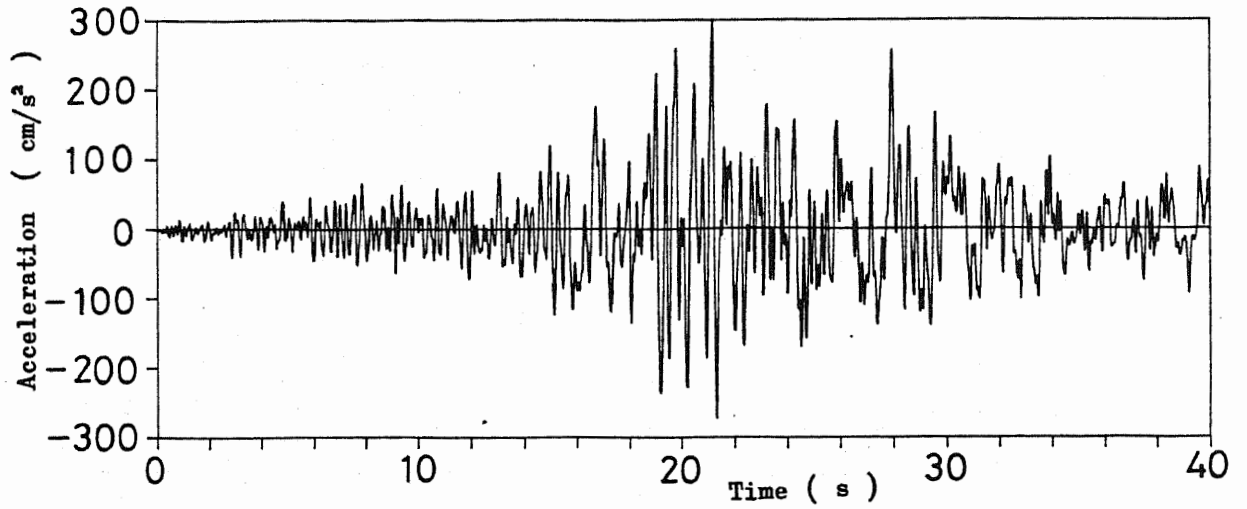
Q_b : Base shear on inner shell plate

Q_a : Base shear on outer shell plate

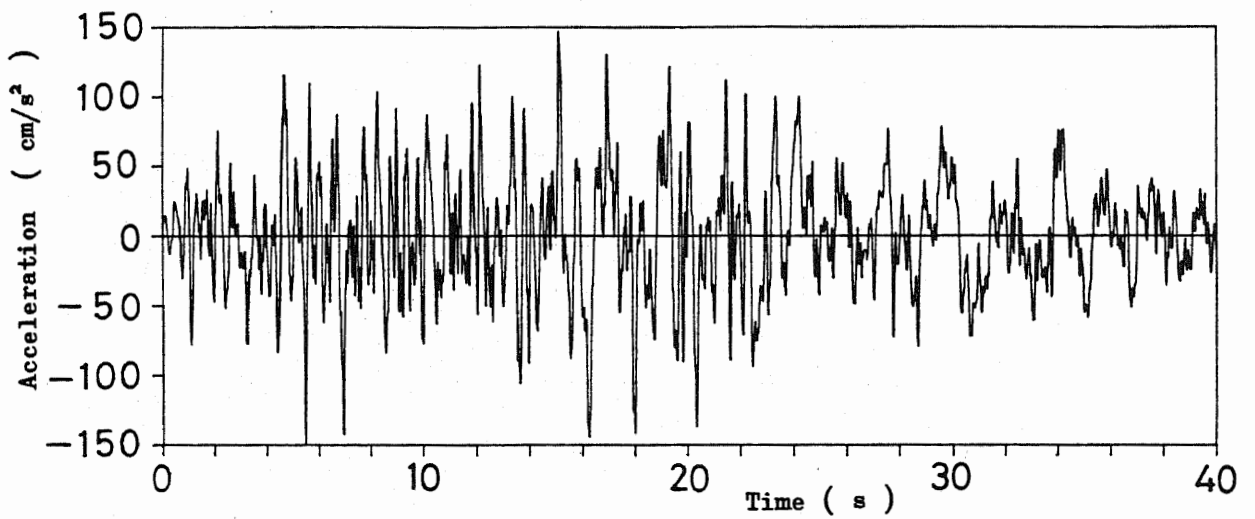
$M_b(H)$: Moment on inner shell plate

$M_a(H)$: Moment on outer shell plate

M_B : Moment due to bottom pressure



(a) Horizontal (Direction E-W)



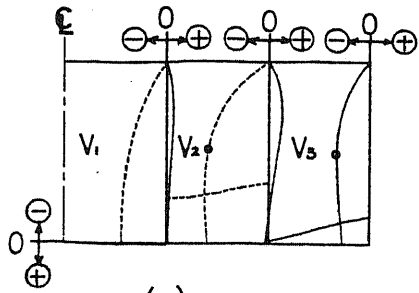
(b) Vertical (Direction U-D)

Fig.2.41 Acceleration of the mid-Japan Sea Earthquake recorded in Akita

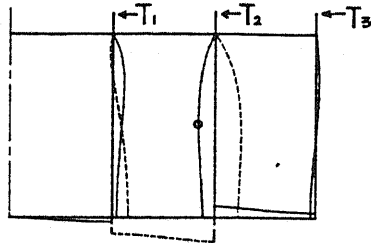
• : Maximum response

— : P (1)
or
P (3)

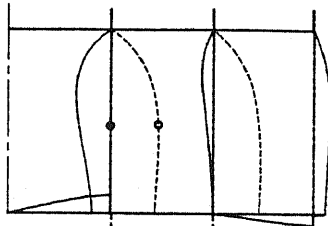
-----: P (2)



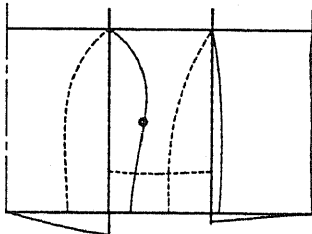
(a) 21.38 S



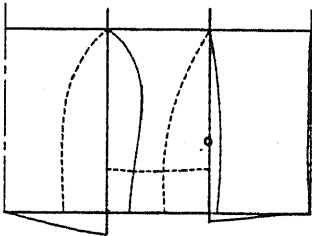
(b) 21.50 S



(c) 21.57 S

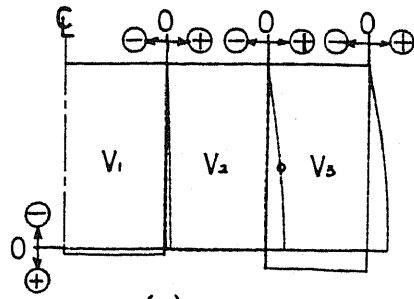


(d) 21.73 S

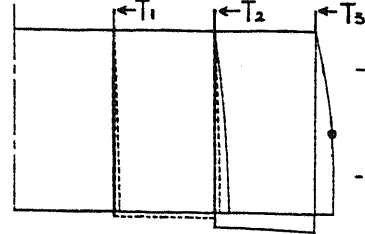


(e) 21.75 S

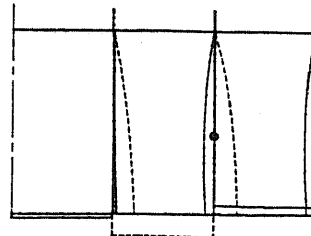
(MPa)
0 0.1



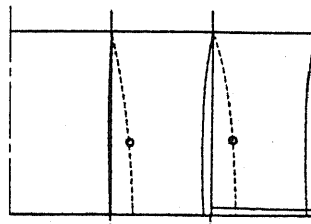
(a) 8.65 S



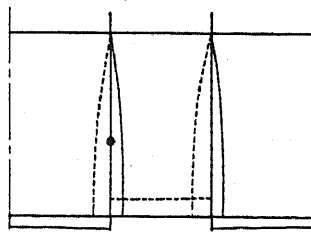
(b) 13.70 S



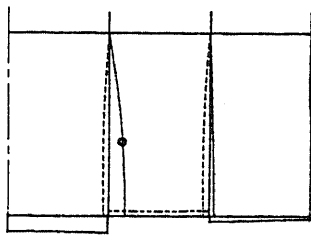
(c) 13.97 S



(d) 13.99 S



(e) 14.18 S

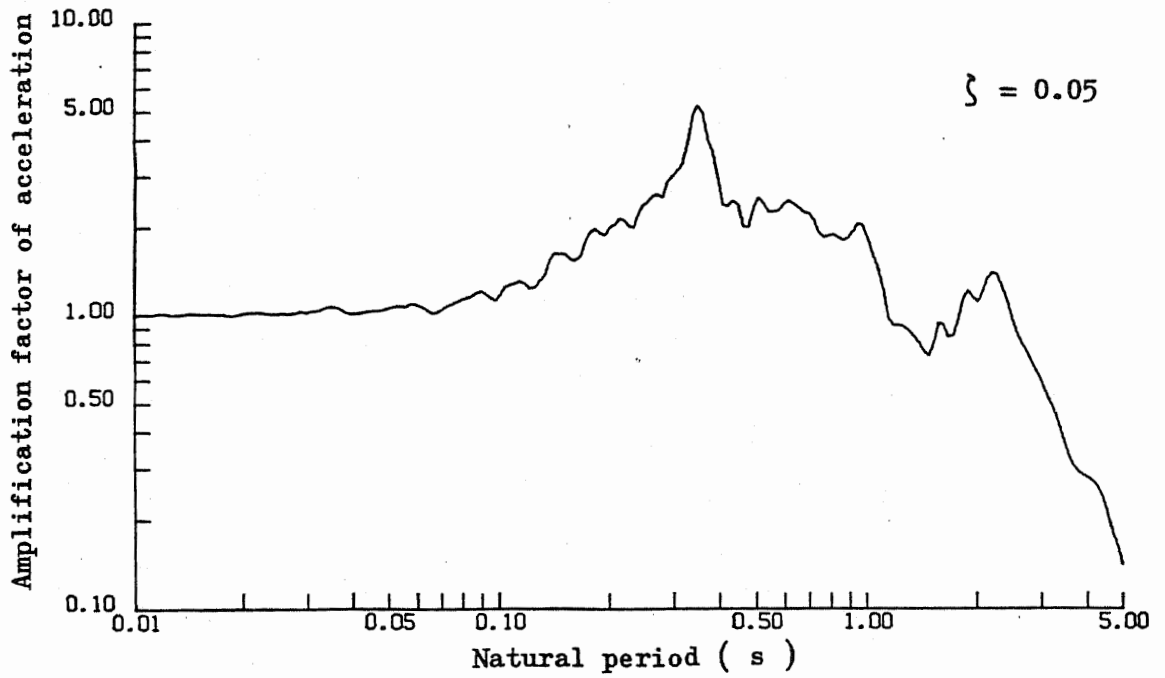


(f) 15.51 S

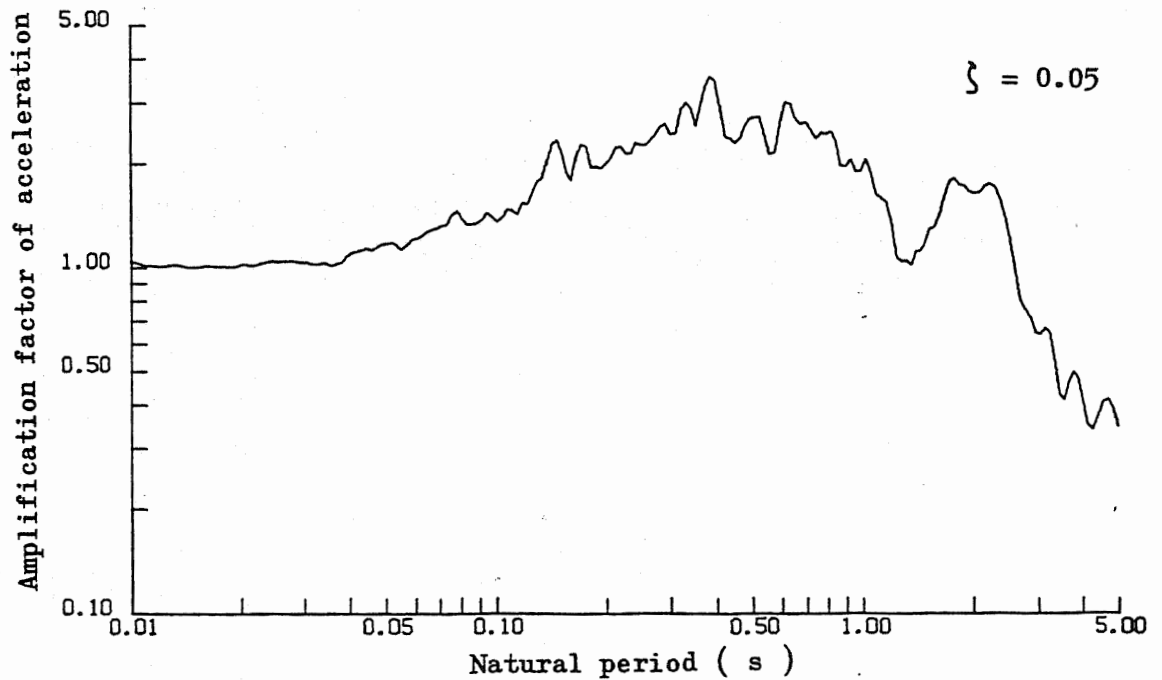
(MPa)
0 0.1

Fig.2.42 Dynamic pressure due to horizontal excitation (Time history)

Fig.2.43 Dynamic pressure due to vertical excitation (Time history)



(a) Horizontal (Direction E-W)



(b) Vertical (Direction U-D)

Fig.2.44 Response Spectrum for acceleration
of the mid-Japan Sea Earthquake recorded in Akita

2.5 第2章まとめ

本章では、石油タンクの構造設計において、考慮することが法規で定められている荷重の種類を説明し、その中で地震荷重以外の荷重は設計条件から容易に評価できるのに対し、地震荷重の評価には地震応答解析が必要であることを説明した。そして、通常の円筒タンクの Design by Rule として確立している地震荷重算定式の根拠となった理論を、長周期地震動と短周期地震動について説明した。次に、その理論の前提となる仮定条件を、多重円筒タンクへも適用した場合の、地震荷重算定方法を開発した。

(1) 長周期地震動による荷重算定

通常の円筒タンクでは、次の①～③の仮定条件の下に、地震荷重が算定されており、それを多重円筒タンクへ拡張するため、さらに④の仮定条件を考慮した。

- ① 液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れ
- ② 側板(外筒側板)は剛体
- ③ 基礎は剛体
- ④ 内筒側板は剛体

以上の①～④の仮定条件の下で、速度ポテンシャル理論に基づく解析的方法により、アニュラス部の一次スロッシング固有周期と等しい周期の正弦波入力時の過渡応答解に、速度応答スペクトルを導入した、スロッシング波高および動液圧の算定式を導いた。さらに、それらの量および動液圧によるベースシャーとモーメントを求める際の、Bessel関数など煩雑な計算部分を表にまとめ、簡便に得られる形にまとめた。

それにより、同一地震入力で外筒側板半径が側板半径に等しい通常の円筒タンクと比較する形で、アニュラス部のスロッシング特性を検討した。その結果、アニュラス部の方が、固有周期は長く、最大スロッシング波高は低くなるが、背の高いタンクではベースシャーとモーメントが、通常の円筒タンクより大きくなる場合もあることが明らかになった。

(2) 短周期地震動による荷重算定

通常の円筒タンクでは、次の①～③の仮定条件の下に、地震荷重が算定されており、

それを多重円筒タンクへ拡張するため、さらに④の仮定条件を考慮した。

- ① 液体は非圧縮性完全流体の渦無し流れ
- ② 側板(外筒側板)は弾性体で液体との連成振動を考慮する
- ③ 基礎は剛体
- ④ 内筒側板は弾性体で液体との連成振動を考慮する

以上の①～④の仮定条件の下で、液体を軸対称長方形要素、タンク本体を軸対称シェル要素の有限要素法による、液体-タンク連成地震応答解析プログラムを開発した。

このプログラムを用いて、多重円筒タンクの固有値解析を行った結果、一次には刺激係数の小さい逆相モード、二次以降に刺激係数の大きい同相モードが現れた。低振動数の逆相モードは、地震動の卓越振動数と合致する場合もあり、地震応答の観点からは、いずれのモードも重要である。そのため、通常円筒タンクに適用されている一次モードのみ考慮する修正震度法を、多重円筒タンクへ適用するのは合理的でないと考えられる。また、応答スペクトル法と時刻歴応答解析法による地震応答解析の結果、両側に液体がある場合の内筒側板に作用する動液圧が、外筒側板に作用する動液圧より大きく、地震時の内筒側板-底板接合部の応力に大きな影響を与えるものと予想される。

(3) 長周期地震動と短周期地震動の応答値の比較

一般に採用されている入力地震動の大きさの範囲では、長周期地震動より短周期地震動による動液圧が数倍大きく、タンク強度解析上は短周期地震動による応答の方が重要になる。長周期地震動では、スロッシングによる内容液の飛び出しが問題になる。

第2章 参考文献

- (1) 近藤; 円筒タンクの軸対称自由振動解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.46, No.405, 1980, pp.509-518.
- (2) 藤田; 自由液面振動を考慮した液体貯蔵円筒タンクの地震応答解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.47, No.413, 1981, pp.20-29.
- (3) 総理府令; 危険物の規制に関する規則, 第20条の4, 1964.
- (4) 危険物保安技術協会; 日本海中部地震被害調査報告, KHKだより, No.2, 1984, pp.21-58.
- (5) U.S. Atomic Energy Commission; Nuclear Reactors and Earthquakes, TID 7024, 1963.
- (6) 曾我部・柴田; 円筒液体貯槽の液面動揺の応答(第1報), 生産研究, Vol.26, No.3, 1974, pp.119-122.
- (7) 曾我部・柴田; 円筒液体貯槽の液面動揺の応答(第2報), 生産研究, Vol.26, No.4, 1974, pp.151-154.
- (8) 曾我部・柴田; 円筒液体貯槽の液面動揺の応答(第3報), 生産研究, Vol.26, No.8, 1974, pp.309-312.
- (9) 山本・清水; 地震波の長周期成分が長周期構造物に及ぼす影響, 建設技術, No.6, 1974, pp.381-388.
- (10) 自治省; 危険物の規制に関する技術上の基準の細目を定める告示, 第4条の20, 1983.
- (11) 自治省通達; 消防危第44号、1983.
- (12) 曾我部・柴田・重田・曾根; 円筒液体貯槽のn波共振設計法についてのその後の検討, 日本機械学会講演論文集, No.770-12, 1977, pp.45-48.
- (13) 清水・山本・河野・浜田・横山; 速度応答スペクトルを用いた液体のスロッシング波高解析, 日本機械学会講演論文集, No.800-3, 1980, pp.64-66.
- (14) 危険物技術基準委員会; 1978年宮城県沖地震東北石油仙台製油所石油タンク破損原因調査報告書, 消防庁, 1979.
- (15) 近藤; 円筒タンクの水平振動解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.51, No.468, 1985, pp.1914-1920.
- (16) 内海・木村・坂田; 水平2方向模擬地震入力に対する弾性円筒貯槽の非定常不規則振動の解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.52, No.473, 1986, pp.279-287.
- (17) N.W.Edwards; A Procedure for the Dynamic Analysis of Thin Walled Cylindrical Liquid Storage Tanks Subjected to Lateral Ground Motions, Dissertation of the University of Michigan, 1969.

- (18) G.W.Housner and M.A.Haroun; Earthquake Response of Deformable Liquid Storage Tanks, ASME, 80-C2/PVP-79, 1980.
- (19) 藤田; 液体貯蔵円筒タンクの地震応答解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.46, No.410, 1980, pp.1225-1234.
- (20) 岡田・坂井・迫田; 有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析, 川崎技報, No.59, 1975.
- (21) 千葉; 有限要素法による軸対称シェル構造解析プログラム:ISTRAN/SR(第1報 自由振動問題の解析), 石川島播磨技報, Vol.19, No.2, 1979, pp.90-92.
- (22) 清水・山本・河野; 円筒タンクの耐震設計法に関する研究(第1報), 日本機械学会論文集(C編), Vol.48, No.426, 1982, pp.215-228.
- (23) 幕田・馬場・藤田・阿比留・菊地; 液及び基礎地盤との連成を考慮した貯槽の耐震解析プログラム, 三菱重工技報, Vol.21, No.2, 1984.
- (24) 小松; 流体を満たす軸対称容器の振動解析(軸対称流体要素を用いた有限要素解析), 日本機械学会論文集(C編), Vol.45, No.391, 1979, pp.295-303.
- (25) 坂井・迫田・小川; 石油タンクの耐震設計法-API改訂案に関連して-, 川崎重工技報, No.71, 1979.
- (26) M.Aslam, W.G.Godden and D.T.Scalise; Earthquake Sloshing in Annular and Cylindrical Tanks, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, June 1979, pp.371-389.
- (27) M.Imbe, M.Watanabe and M.Hirai; Earthquake Sloshing of Liquid in Annular and Cylindrical Tanks, 第6回地震工学シンポジウム論文集, 1982, pp.1345-1352.
- (28) 藤田・伊藤・岡田; 二重円筒アニュラス部のスロッシング地震応答, 日本機械学会論文集(C編), Vol.52, No.476, 1986, pp.1132-1140.
- (29) 笠井; 液体で満たされた多重円筒の連成振動解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.48, No.435, 1982, pp.1703-1712.
- (30) 藤田; 液体を含む二重軸対称かくの振動解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.51, No.466, 1985, pp.1170-1179.
- (31) T.Chiba and N.Kobayashi; A Study of the Seismic Response of Fluid-Coupled Coaxial Cylinder Exciting by Horizontal and Vertical Loading, ASME, PVP-Vol.98-7, 1985, pp.25-30.
- (32) 谷・拜司; 流体連成片持二重円筒殻の自由振動, 日本機械学会論文集(C編), Vol.52, No.484, 1986, pp.3137-3144.
- (33) J.Tani, T.Sakai and M.Chiba; Hydroelastic Vibration of Partially Liquid-Filled Coaxial Cylindrical Shells, Sloshing and Fluid Structure Vibration,

ASME, PVP, Vol.157, 1989, pp.29-34.

- (34) S.J.Brown; A Survey of Studies into the Hydrodynamic Response of Fluid-Coupled Circular Cylinders, Transaction of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol.104, 1982, pp.2-19.
- (35) 倉田・福原・野田; 昭和58年日本海中部地震の港湾地域における強震記録, 港湾技研資料, No.458, 1983.

第 3 章

応力解析

第3章 応力解析

3.1 第3章緒言

通常の円筒形石油タンクの側板-底板(アニュラ板)接合部には、静液圧や動液圧による極めて大きな曲げモーメントが作用し、隅肉溶接止端部は応力集中部となる。そのため、過去の事故も、破壊が当部に起因している場合が数多くある^{(1),(2)}。当部の応力解析は、軸対称弾性問題として、解析的方法で通常時^{(3),(4)}、地震時^{(5)~(7)}の荷重に対し、広く行われている。また、これらの方法は、いずれも側板、底板をシェルあるいは梁として扱ったものである。

一方、多重円筒タンクでは、当部に該当する外筒側板-底板接合部とともに、内筒側板-底板接合部も同様な曲げモーメントを受ける。しかし、内筒側板-底板接合部は、以下の点で外筒側板-底板接合部とは、応力に及ぼす条件が異なり、新たな知見が必要となる。

- ① 側板外面からの底板の張り出し長さが、外筒側板では100 mm程度であるのに対し、内筒側板では、隣の側板まで続く。
- ② 内筒側板では、両側に液体が存在するため、液の出し入れによる応力の振幅が大きくなる。

内筒側板あるいは外筒側板と底板との接合部の隅肉溶接形状を考慮し、溶接止端部の応力集中を詳細に解析するには、上述の方法^{(3)~(7)}のようにシェルあるいは梁としてではなく、ソリッドとする有限要素法(FEM)や境界要素法(BEM)による必要がある。また、この解析は、タンク全体の中の極めて局所的な挙動を対象としており、詳細解析の必要な当部近傍をソリッド、当部から離れた領域はシェルとして扱えば、計算時間の短縮が可能となる。さらに、ソリッド領域は、FEMよりBEMで扱った方が、入力データ作成の手間を軽減できるものと考えられる。

本章では、内筒側板-底板接合部の応力解析のため、はじめに、当接合部をBEM、他のタンク主要部をシェル要素、基礎をばね要素のFEMで扱い、自由度の異なる境界要素とシェル要素の結合部には仮想結合要素を用いた、軸対称FEM-BEM結合弾性解析プログラムを開発し、通常時と地震時の応力を解析する。

次に、前記②の理由から、当部の低サイクル疲労の検討のため、通常時の軸対称弾塑性解析を実施する。BEMによる非線形解析において、領域積分のため領域内部も要素(Cell)に分割する必要がある、その取り扱いもFEMより複雑になる。実際の当接合部

の塑性域は、隅肉溶接止端部近傍に限定されるため、弾性解析においてBEMで扱う領域のうち塑性域の進展が予想される箇所だけをソリッド有限要素、他の弾性域をBEMで扱い、残りのタンク主要部については弾性解析の場合と同様の、FEM-BEM結合弾塑性解析プログラムを開発する。そして、内筒側板の両側の液体の出し入れの繰返しによる、当接合部の応力の履歴を解析する。

なお、本章では内筒側板-底板接合部に完全溶込み溶接を仮定する。部分溶込み溶接を仮定した場合の応力解析は、本論文末尾に付録Iとして扱う。

3.2 軸対称有限要素

—境界要素結合弾性解析

FEMやBEMで非軸対称荷重を受ける軸対称弾性問題を扱う場合、変位・応力・表面力を円周方向にFourier級数展開すると、三角関数の直交性からFourier級数の次数(調和次数) m ごとの独立な方程式が得られる。線形弾性の範囲では、各調和次数ごとの解を重ね合わせることにより、もとの荷重に対する解が求まる。円筒タンクにおいて、支配的荷重は通常時の静液圧と地震時の液体の慣性力(動液圧)である。そして、前章で述べたように、静液圧と鉛直地震動の動液圧は $m=0$ 、水平地震動の動液圧は $m=1$ である。

本節では、Fig.3.1に示すような内筒側板-底板接合部の軸対称弾性解析のためFEM-BEM結合解析の定式化を行う。

3.2.1 軸対称シェル有限要素

本解析で使用する軸対称シェル要素をFig.3.2に示す。この要素は、GraftonとStrome⁽⁸⁾によって最初に導入された。さらに、荷重・変位をFourier級数で円周方向へ展開することで、非軸対称荷重問題への拡張が、Percyら⁽⁹⁾によって明らかにされた。

軸対称シェル要素は、要素内で角度 ϕ を一定とし、Kirchhoff-Loveの仮定を用い、子午線方向変位 u 、円周方向変位 v は s の一次式、法線方向変位 w は s の三次式の形状関数をもつ。以下にそのFEM定式化⁽¹⁰⁾を述べる。

まず、変位を円周方向にFourier級数で展開する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_n u_n \cdot \cos m \theta \\ v &= \sum_n v_n \cdot \sin m \theta \\ w &= \sum_n w_n \cdot \cos m \theta \\ \beta &= \sum_n \beta_n \cdot \cos m \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

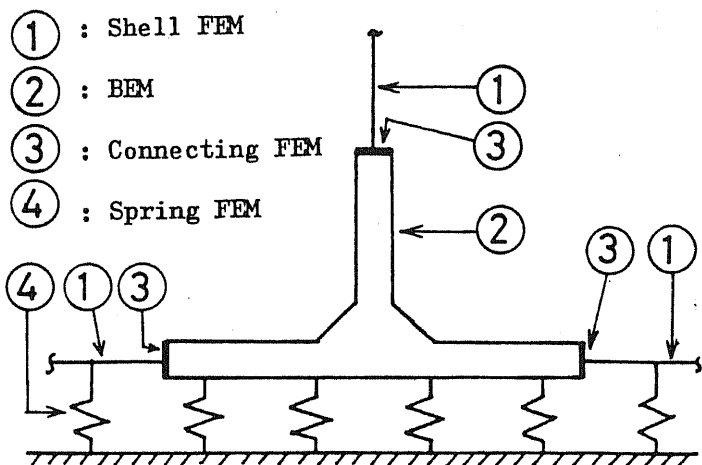


Fig.3.1 FEM-BEM coupling method

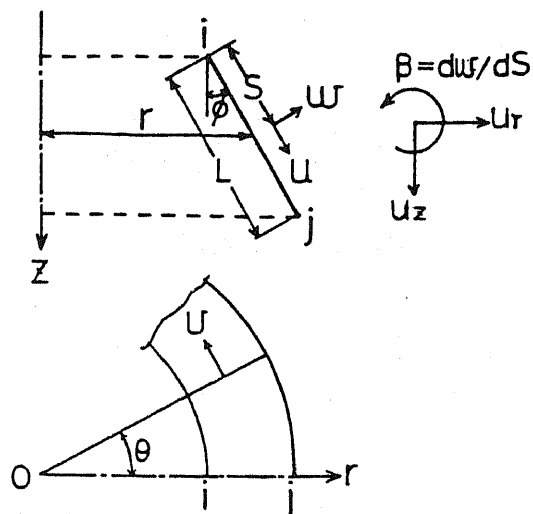


Fig.3.2 Axisymmetric shell finite element

これを、次式で表せるとする。

$$\{u\}_e = \sum_n \{u_n\}_e \begin{pmatrix} \cos n \theta \\ \sin n \theta \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

ただし、下添字 e は要素座標系であることを意味する。

ひずみ-変位関係式は、Novozhilovの式より次のように表される。

$$\{e\} = \begin{pmatrix} e_s \\ e_\theta \\ e_{s\theta} \\ \chi_s \\ \chi_\theta \\ \chi_{s\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (w \cos \phi + u \sin \phi) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{v}{r} \sin \phi \\ - \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\ - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\cos \phi}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial s} \\ 2 \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial \theta} + \frac{\sin \phi}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\sin \phi \cos \phi}{r^2} v \right) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

ここで、 $e_i (i=s, \theta, s\theta)$ はかく中央面のひずみ、 $\chi_i (i=s, \theta, s\theta)$ は曲率変化であ

る。式(3.3)に式(3.1)を代入すると、式(3.4), (3.5)が得られる。

$$\{\epsilon\} = \sum_n \{\epsilon_n\} \begin{pmatrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\{\epsilon_n\} = [B_n] \cdot \{u_n\}. \quad (3.5)$$

ただし、 $[B_n]$ は調和次数 m に関するひずみ-変位マトリックスである。さらに、 m 次のひずみは次のように円周方向に分布する。

$$\{\epsilon_n\} \begin{pmatrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{pmatrix} = [\epsilon_{s,n} \cdot \cos m\theta \quad \epsilon_{\theta,n} \cdot \cos m\theta \quad \epsilon_{s,\theta,n} \cdot \sin m\theta \\ \chi_{s,n} \cdot \cos m\theta \quad \chi_{\theta,n} \cdot \cos m\theta \quad \chi_{s,\theta,n} \cdot \sin m\theta]^T \quad (3.6)$$

応力-ひずみ関係式は、Hookeの法則より、次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} N_s \\ N_\theta \\ N_{s\theta} \\ M_s \\ M_\theta \\ M_{s\theta} \end{pmatrix} = E t / (1 - \nu^2) \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & (1-\nu)/2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & t^2/12 & \nu t^2/12 & 0 \\ & & & & t^2/12 & 0 \\ \text{SYM.} & & & & & (1-\nu)t^2/24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{s\theta} \\ \chi_s \\ \chi_\theta \\ \chi_{s\theta} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

ここで、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 t は板厚であり、 $N_i, M_i (i=s, \theta, s\theta)$ はそれぞれ合応力、合モーメントである。式(3.7)を次のように表す。

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (3.8)$$

この式に式(3.4)を代入すると、次式が得られる。

$$\{\sigma\} = \sum_n \{\sigma_n\} \begin{pmatrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{pmatrix} = \sum_n [D] \{\epsilon_n\} \begin{pmatrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

ただし、

$$\{\sigma_m\} \begin{pmatrix} \cos m \theta \\ \sin m \theta \end{pmatrix} = [N_{s,m} \cdot \cos m \theta \quad N_{\theta,m} \cdot \cos m \theta \quad N_{s,\theta,m} \cdot \sin m \theta \\ M_{s,m} \cdot \cos m \theta \quad M_{\theta,m} \cdot \cos m \theta \quad M_{s,\theta,m} \cdot \sin m \theta]^T \quad (3.10)$$

式(3.4)のひずみと式(3.9)の応力より、仮想仕事の原理を用い、三角関数の直交性から各調和次数 m ごとの独立な要素ごとの剛性方程式が得られる。

$$[K_m]_e \cdot \{u_m\}_e = \{f_m\}_e \quad (3.11)$$

ただし、

$$[K_m]_e = L \int_0^1 [B_m]_e^T [D] [B_m]_e \cdot r \cdot ds \quad (3.12)$$

ここで、 $[K_m]_e$ 、 $\{f_m\}_e$ は、調和次数 m の要素剛性マトリックス、等価節点荷重ベクトルである。

式(3.11)を全体座標系へ変換し、構造全体へ重ね合わせることで、各調和次数ごとの FEM 方程式が得られる。線形弾性の範囲では、各調和成分の解を重ね合わせることで、もとの荷重に対する解が得られる。この解析では、要素剛性マトリックス式(3.12)を求めるとき、 $[B_m]_e$ の中に調和次数 m がパラメータとして入るだけであり、この定式化に基づく FEM プログラムを開発すれば、任意の m に対して適用できる。

3.2.2 調和次数 $m = 0$ の軸対称境界要素

軸対称問題を境界要素法で扱う場合、その基本解は三次元の Kelvin の基本解を円筒座標系で表し、円周方向へ積分することで得られる。この際、積分には数値積分と解析的積分の二つの方法がある。数値積分する方法⁽¹¹⁾は、調和次数 m がいかなる値であっても、有限要素法と同様に統一的方法で扱える反面、計算時間が長くなる。一方、解析的積分を用いる方法で、基本解が陽な形で得られているのは、 $m = 0$ と $m = 1$ の場合だけである。円筒タンクの通常時の鉛直地震動の荷重は $m = 0$ 、水平地震動の荷重は $m = 1$ であり、本研究では計算時間の面で有利な、解析的積分の基本解を用いる。本項では、 $m = 0$ の BEM 定式化について述べ、 $m = 1$ の場合は次項で述べる。

Fig.3.3 に示す $m = 0$ の輪形分布荷重に対する等方均質の弾性体の基本解を、Kermandis⁽¹²⁾ は三次元 Kelvin の基本解から直接積分して求め、それとは別に Cruse ら

(13)はGalerkinベクトルから導入しKermandisと同じ結果を得た。Fig.3.4に示すような円筒座標系 (r, θ, z) における $r-z$ 平面上の荷重点 $P(r = \rho, z = \omega)$ と影響点 $Q(r = R, z = Z)$ を定義すると、Fig.3.4の輪形分布荷重に対する変位の基本解は、0次のLegendre関数とその一次微係数で表すことができ、次式で定義される^{(12), (13)}。

$$\left. \begin{aligned} u_{*rr}(P, Q) &= \frac{A}{\sqrt{\rho R}} \left\{ (3-4\nu)Q_{+1/2}(r) + \frac{\bar{Z}^2}{\rho R} \frac{dQ_{+1/2}}{dr} \right\} \\ u_{*rz}(P, Q) &= \frac{A\bar{Z}}{R\sqrt{\rho R}} \left\{ \frac{Q_{+1/2}(r)}{2} - \left(r - \frac{R}{\rho} \right) \frac{dQ_{+1/2}}{dr} \right\} \\ u_{*zr}(P, Q) &= \frac{-A\bar{Z}}{R\sqrt{\rho R}} \left\{ \frac{Q_{-1/2}(r)}{2} + \left(r - \frac{R}{\rho} \right) \frac{dQ_{-1/2}}{dr} \right\} \\ u_{*zz}(P, Q) &= \frac{A}{\sqrt{\rho R}} \left\{ (3-4\nu)Q_{-1/2}(r) - \frac{\bar{Z}^2}{\rho R} \frac{dQ_{-1/2}}{dr} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

ただし、次の記号を用いている。

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{16\pi^2(1-\nu)G} \quad , \quad \gamma = 1 + \frac{(\rho - R)^2 + \bar{Z}^2}{2\rho R} \\ \bar{Z} &= \omega - Z \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

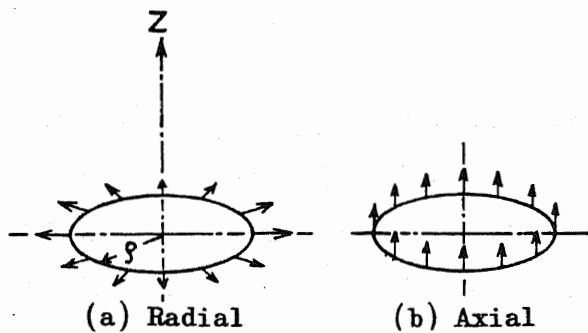


Fig.3.3 Ring source of $m = 0$

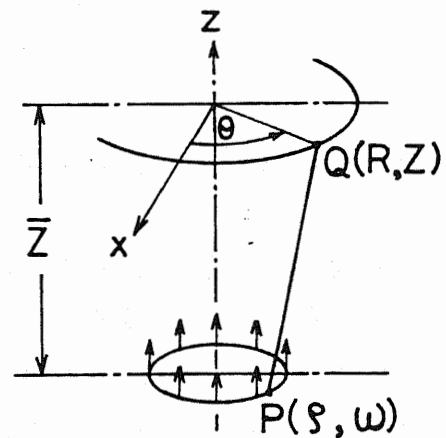


Fig.3.4 Definition of point P and Q

ここで、 G は横弾性係数、 ν はポアソン比である。また、 $u_{*ij}(P, Q)$ は、 P 点に単位方向輪形分布荷重が作用するときの Q 点における j 方向変位である。式(3.13)におけるLegendre関数 $Q_{+1/2}, Q_{-1/2}$ およびそれらの微係数は、第一種及び第二種完全楕円積分により、次のように書くことができる。

$$\left.
\begin{aligned}
Q_{+1/2}(\gamma) &= \gamma \bar{k} \bar{K}(\bar{m}) - \frac{2}{k} \bar{E}(\bar{m}) \\
\frac{dQ_{+1/2}(\gamma)}{d\gamma} &= \frac{\bar{k}}{2} \left\{ \bar{K}(\bar{m}) - \frac{\gamma}{\gamma-1} \bar{E}(\bar{m}) \right\} \\
Q_{-1/2}(\gamma) &= \bar{k} \bar{K}(\bar{m}) \\
\frac{dQ_{-1/2}(\gamma)}{d\gamma} &= -\frac{\bar{k}}{2} \frac{1}{\gamma-1} \bar{E}(\bar{m})
\end{aligned}
\right\} (3.15)$$

なお、 $\bar{K}(\bar{m})$ および $\bar{E}(\bar{m})$ はそれぞれ第一種および第二種完全楕円積分、 \bar{m} と \bar{k} は楕円積分のパラメータおよび母数であり、次式で与えられる。

$$\left.
\begin{aligned}
\bar{m} &= \frac{2}{1+\gamma}, & \bar{k} &= \sqrt{\bar{m}} \\
\bar{K}(\bar{m}) &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\bar{m}^2 \sin^2 \theta}} \\
\bar{E}(\bar{m}) &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-\bar{m}^2 \sin^2 \theta} d\theta
\end{aligned}
\right\} (3.16)$$

表面力の基本解は、式(3.13)および応力-変位関係式、表面力-応力関係式より次式で定義される。

$$\left.
\begin{aligned}
p_{*rr}(P, Q) &= \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial u_{*rr}}{\partial r} + \nu \left(\frac{u_{*rr}}{r} + \frac{\partial u_{*rz}}{\partial z} \right) \right] n_r \\
&\quad + G \left(\frac{\partial u_{*rr}}{\partial z} + \frac{\partial u_{*rz}}{\partial r} \right) n_z \\
p_{*rz}(P, Q) &= \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial u_{*rz}}{\partial z} + \nu \left(\frac{u_{*rr}}{r} + \frac{\partial u_{*rr}}{\partial r} \right) \right] n_z \\
&\quad + G \left(\frac{\partial u_{*rr}}{\partial z} + \frac{\partial u_{*rz}}{\partial r} \right) n_r \\
p_{*zr}(P, Q) &= \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial u_{*zr}}{\partial r} + \nu \left(\frac{u_{*zr}}{r} + \frac{\partial u_{*zz}}{\partial z} \right) \right] n_r \\
&\quad + G \left(\frac{\partial u_{*zr}}{\partial z} + \frac{\partial u_{*zz}}{\partial r} \right) n_z \\
p_{*zz}(P, Q) &= \frac{2G}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial u_{*zz}}{\partial z} + \nu \left(\frac{u_{*zr}}{r} + \frac{\partial u_{*zr}}{\partial r} \right) \right] n_z \\
&\quad + G \left(\frac{\partial u_{*zr}}{\partial z} + \frac{\partial u_{*zz}}{\partial r} \right) n_r
\end{aligned}
\right\} (3.17)$$

ただし、 n_r, n_z は表面での外向き単位法線ベクトルの成分である。

式(3.13)、(3.17)の基本解を用いると、境界積分方程式は次式となる。

$$C_{ij}(P)u_j(P) + 2\pi \int_S p^*_{ij}(P, Q)u_j(Q)r(Q)ds$$

$$= 2\pi \int_S u^*_{ij}(P, Q)p_j(Q)r(Q)ds \quad (i, j = r, z) \quad (3.18)$$

ここで、 $C_{ij}(P)$ は形状によって定まる係数である。式(3.18)を境界要素によって離散化し、マトリックス表示すると次式が得られる。

$$[H]\{u\} = [G]\{p\} \quad (m = 0) \quad (3.19)$$

基本解 u^*_{ij}, p^*_{ij} は、P点とQ点が一致したとき特異性を示し、マトリックス[H]、[G]の対角項は特異積分項となる。これは、通常の手続きによる数値積分では精度良く求めることができない。

係数 C_{ij} を含む[H]の対角項は、Cauchyの主値積分において評価されるものであるが、二次元、三次元問題では剛体移動条件より、これを間接的に求めることができる。 $m = 0$ の軸対称問題では、同様の取り扱いができず、薦ら⁽¹¹⁾は次の条件を考えた。

- (i) 軸方向(z方向)の剛体移動で表面力は生じない。
- (ii) 等温膨張の熱伸びを拘束して生じる、表面に垂直方向の表面力は一定となり、他の成分は生じない。

以上の条件より、[H]の対角項を間接的に得ることができる。[G]の対角項については、 $P = Q$ のとき u^*_{ij} が対数特異性をもつことに注目し⁽¹⁴⁾、基本解から対数項を分離し、これに対数数値積分を適用した。

3.2.3 調和次数 $m = 1$ の軸対称境界要素

非軸対称荷重を受ける軸対称問題をBEMで扱った研究として、Mayrら⁽¹⁵⁾は $m = 1$ の場合について三次元のKelvinの基本解を円筒座標系に変換し、円周方向へ解析的に積分した基本解を導入し、薦ら⁽¹¹⁾は任意の m に対し数値積分した。また北川ら⁽¹⁶⁾は円周方向積分した基本解が、低次のBessel関数を被積分項に含む Lipschitz-Hankel型積分で表されることを示している。本研究では、計算時間で有利なMayrらの方法を採用し

た。

(1) 基本解

前項のFig.3.4と同様に円筒座標系 (r, θ, z) における rz 面上のP点 $(r = \rho, z = \omega)$, Q点 $(r = R, z = Z)$ を定義すると、Fig.3.5に示す $m = 1$ の輪形分布荷重に対する変位の基本解は、等方均質の弾性体では次式で与えられる⁽¹⁵⁾。

$$\begin{aligned}
 u_{*rr}(P, Q) &= C_{15} \left[\left\{ -C_4(C_9 C_1 + C_{10} \bar{Z}^2) / 3 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + C_6(C_7^2 - \bar{Z}^4) / C_5 \right\} \bar{E} + 4 \left\{ C_6(C_{11} C_1 + C_{12} \bar{Z}^2) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 2C_{12} R^2 \rho^2 \right\} \bar{K} / 3 \right] / (4R\rho) \\
 u_{*r\theta}(P, Q) &= -C_{15} \left[C_4(C_{12} C_3 + C_{11} \rho^2) \bar{E} \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ 2C_{13} R^2 \rho^2 - C_6(C_{12} C_3 + C_{11} \rho^2) \right\} \bar{K} \right] / (3R\rho) \\
 u_{*rz}(P, Q) &= C_{15} \bar{Z} \left[\left\{ C_4 + C_6(C_7 + \bar{Z}^2) / C_5 \right\} \bar{E} \right. \\
 &\quad \left. - 2C_3 \bar{K} \right] / (2\rho) \\
 u_{*\theta r}(P, Q) &= C_{15} \left[-2C_4(C_{11} R^2 + C_{12} C_2) \bar{E} / 3 \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ C_{13} C_4 C_5 / 3 - C_6(C_7 - \bar{Z}^2) \right\} \bar{K} \right] / (2R\rho) \\
 u_{*\theta\theta}(P, Q) &= C_{15} \left[-C_{12} C_4 C_6 \bar{E} \right. \\
 &\quad \left. + (C_{12} C_6^2 + 2C_{11} R^2 \rho^2) \bar{K} \right] / (3R\rho) \\
 u_{*\theta z}(P, Q) &= C_{15} \bar{Z} [C_4 \bar{E} - C_6 \bar{K}] / \rho \\
 u_{*zr}(P, Q) &= C_{15} \bar{Z} \left[\left\{ -C_4 + C_6(C_7 - \bar{Z}^2) / C_5 \right\} \bar{E} \right. \\
 &\quad \left. + 2C_2 \bar{K} \right] / (2R) \\
 u_{*z\theta}(P, Q) &= C_{15} \bar{Z} [-C_4 \bar{E} + C_6 \bar{K}] / R \\
 u_{*zz}(P, Q) &= C_{15} \left[(-C_{14} C_4 + C_6 \bar{Z}^2 / C_5) / \bar{E} \right. \\
 &\quad \left. + (C_{14} C_1 + C_{11} \bar{Z}^2) \bar{K} \right]
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

ただし、次の記号を用いている。

$$\begin{aligned}
 C_1 &= R^2 + \rho^2, & C_2 &= \rho^2 + \bar{Z}^2 \\
 C_3 &= R^2 + \bar{Z}^2, & C_4 &= (R + \rho)^2 + \bar{Z}^2 \\
 C_5 &= (R - \rho)^2 + \bar{Z}^2, & C_6 &= R^2 + \rho^2 + \bar{Z}^2 \\
 C_7 &= R^2 - \rho^2, & C_8 &= 16\pi^2(1 - \nu) \sqrt{C_4} \\
 C_9 &= 11 - 16\nu, & C_{10} &= 17 - 16\nu \\
 C_{11} &= 2(1 - 2\nu), & C_{12} &= 5 - 4\nu \\
 C_{13} &= 7 - 8\nu, & C_{14} &= 3 - 4\nu
 \end{aligned}$$

$$C_{15} = 1 / (G R \rho C_s), \quad \bar{Z} = Z - \omega$$

$$\bar{K} = \bar{K}(\bar{m}) \quad \bar{E} = \bar{E}(\bar{m})$$

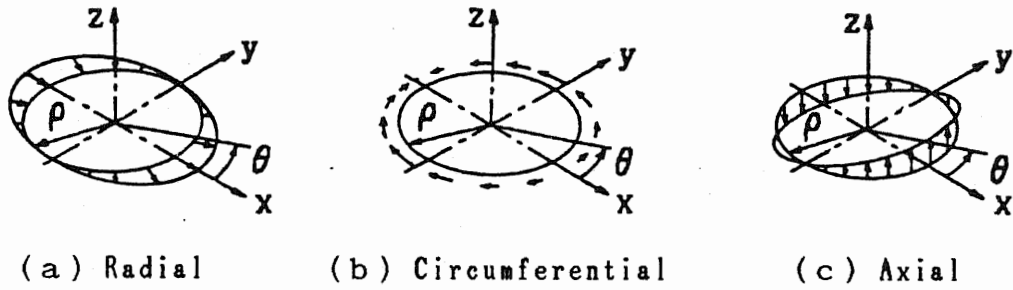


Fig.3.5 Ring source of $m = 1$

また、 $u^*_{i,j}(P, Q)$ は P 点に単位振幅値の i 方向輪形分布荷重が作用するときの Q 点における j 方向変位の振幅値であり、 $u^*_{i,r}, u^*_{i,z} (i = r, \theta, z)$ は $\cos \theta$, $u^*_{i,\theta}$ は $\sin \theta$ で円周方向に分布する。

表面力の基本解は、式(3.20)を応力-変位関係式、表面力-応力関係式に代入して、次式のように定まる。

$$[p^*] = [n][D][B] \quad (3.21)$$

ただし、 $[p^*], [n], [D]$ は次式で表される。

$$[p^*] = \begin{bmatrix} p^*_{rr}(P, Q) & p^*_{\theta r}(P, Q) & p^*_{zr}(P, Q) \\ p^*_{r\theta}(P, Q) & p^*_{\theta\theta}(P, Q) & p^*_{z\theta}(P, Q) \\ p^*_{rz}(P, Q) & p^*_{\theta z}(P, Q) & p^*_{zz}(P, Q) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$[n] = \begin{bmatrix} n_r & 0 & 0 & 0 & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_z & 0 & n_r \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_r & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$[D] = A_3 \begin{bmatrix} 1 & A_1 & A_1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & A_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & A_2 & 0 & 0 \\ & & & & A_2 & 0 \\ 対称 & & & & & A_2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

記号 $A_1 \sim A_3$ は次のようになる。

$$A_1 = \nu / (1 - \nu), \quad A_2 = (1 - 2\nu) / 2(1 - \nu)$$

$$A_3 = G / A_2$$

また、 $[B]$ は次式となる。

$$[B] = [\{B_r\} \quad \{B_\theta\} \quad \{B_z\}] \quad (3.25)$$

ただし、 $\{B_i\}$ は次式で定義される。

$$\{B_i\} = \left\{ \begin{array}{c} \partial u^*_{ir} / \partial r \\ u^*_{ir} / r + u^*_{i\theta} / r \\ \partial u^*_{iz} / \partial z \\ \partial u^*_{i\theta} / \partial z - u^*_{iz} / r \\ \partial u^*_{ir} / \partial z + \partial u^*_{iz} / \partial r \\ -u^*_{ir} / r + \partial u^*_{i\theta} / \partial r - u^*_{i\theta} / r \end{array} \right\} \quad (3.26)$$

$p^*_{ij}(P, Q)$ もまた振幅値であり、 p^*_{ir}, p^*_{iz} は $\cos \theta$ 、 $p^*_{i\theta}$ は $\sin \theta$ で円周方向に分布する。式(3.20), (3.21)の基本解を用いると、境界積分方程式は次式となる。

$$C_{ij}(P) u_j(P) + 2\pi \int_s p^*_{ij}(P, Q) u_j(Q) r(Q) ds$$

$$= 2\pi \int_s u^*_{ij}(P, Q) p_j(Q) r(Q) ds \quad (i, j = r, \theta, z) \quad (3.27)$$

ここで、 C_{ij} は形状によって定まる係数である。式(3.27)を境界要素によって離散化し、マトリックス表示すると次式が得られる。

$$[H]\{u\} = [G]\{p\} \quad (m = 1) \quad (3.28)$$

(2) $[H]$ の対角項の評価

式(3.28)におけるマトリックス $[H]$ の対角項は、係数 C_{ij} と p^*_{ij} の特異積分を含む。二次元、三次元問題および $m = 0$ の軸対称問題では、この項を剛体移動条件等より間接的に定めることができるが、 $m = 1$ の軸対称問題では同様の取扱いができないため、本

論文では以下の方法で求めた。

マトリックス[H]の対角項を、係数 C_{ij} と p^*_{ij} の積分の項 h_{ij} に分離し、次式で表す。

$$[H_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{rr} + h_{rr} & C_{r\theta} + h_{r\theta} & C_{rz} + h_{rz} \\ C_{\theta r} + h_{\theta r} & C_{\theta\theta} + h_{\theta\theta} & C_{\theta z} + h_{\theta z} \\ C_{zr} + h_{zr} & C_{z\theta} + h_{z\theta} & C_{zz} + h_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$m = 1$ の場合、以下の剛体移動条件がある。

(i) z 面上の剛体移動

$$u_r = -u_\theta = 1, \quad u_z = p_r = p_\theta = p_z = 0 \quad (3.30)$$

(ii) z 面上の一様傾斜

$$-u_r = u_\theta = z, \quad u_z = r, \quad p_r = p_\theta = p_z = 0 \quad (3.31)$$

式(3.30), (3.31)の条件では、9個の未知数に対し、6個の方程式が成立する。

係数 C_{ij} は境界での形状によって定まる項であるため、Fourier級数の次数 m には無関係である。 $m = 0$ の軸対称荷重では、 u_r, u_z と u_θ が連成しないことを考えると、次式が成り立つ。

$$C_{r\theta} = C_{\theta r} = C_{\theta z} = C_{z\theta} = 0 \quad (3.32)$$

Table 3.1 は基本解 u^*_{ij}, p^*_{ij} の特異性を示す例である。同表によると $p^*_{r\theta}, p^*_{\theta r}, p^*_{z\theta}$ の特異性は、他の p^*_{ij} と比べると強くはない。したがって、積分値 $h_{r\theta}, h_{\theta r}, h_{z\theta}$ を通常の数値積分で求めれば、式(3.32)より対応する $C_{ij} = 0$ であるため、未知数は3個減り、方程式を解くことが可能となる。

$[H_{ij}]$ を間接的に求めるため、式(3.30), (3.31)の他に、簡単な弾性問題(たとえば、 $u_\theta = r$ で他の変位成分が0のとき、 $\varepsilon_\theta = 1$ となり、他のひずみ成分は0である)を条件とする方法があるが、解の精度は悪くなる。

Table 3.1 Singularity of fundamental solution

i j	U_{ij}	P_{ij}
r r	3.6476×10^{-5}	4.0219×10^{-1}
r θ	9.9185×10^{-10}	9.2576×10^{-4}
r z	4.1540×10^{-10}	$3.6178 \times 10^{+2}$
θ r	7.4892×10^{-10}	9.2578×10^{-4}
θ θ	5.6741×10^{-5}	4.8609×10^{-3}
θ z	8.7039×10^{-10}	9.2543×10^{-4}
z r	3.7579×10^{-10}	$3.6178 \times 10^{+2}$
z θ	8.7038×10^{-10}	9.2607×10^{-4}
z z	3.6476×10^{-5}	4.0034×10^{-1}
$U_{ij} = [u^*_{ij}(P, Q_1) - u^*_{ij}(P, Q_2)] / \overline{Q_1 Q_2}$		
$P_{ij} = [p^*_{ij}(P, Q_1) - p^*_{ij}(P, Q_2)] / \overline{Q_1 Q_2}$		
$P = (100, 0)$, $Q_1 = (100.0001, 0.0001)$		
$Q_2 = (100.001, 0.001)$, $n_r = -n_r = 0.7071$		
$G = 79 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$		

3.2.4 等価有限要素

FEM-BEM結合解法には、FEMで離散化した方程式をBEM形に変換する方法と、BEMで離散化した方程式をFEM形に変換する方法の、二通りの定式化がある。本論文では、既存FEMプログラムへの組入れが容易であること、および次節での弾塑性解析への適用性を考え、後者の方法を採用する。

等価節点荷重ベクトル{F}と節点表面力ベクトル{p}との間には、次式が成り立つ。

$$\{F\} = [M]\{p\} \quad (3.33)$$

[M]は次式で与えられる。

$$[M] = \int_s [N]^T [N] ds \quad (3.34)$$

ただし、[N]は形状マトリックスである。式(3.33)を用いると、BEM方程式(3.19)、(3.28)は、次のようなFEM方程式に変換される。

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (3.35)$$

ここで、[K]は次式で表される。

$$[K] = [M][G]^{-1}[H] \quad (3.36)$$

式(3.36)の[K]は、BEM領域を一つの有限要素と考えたときの剛性マトリックスであり、一般に非対称マトリックスである。Brebbia⁽¹⁷⁾は、計算の効率化のため、最小二乗法を用いて、この非対称マトリックスを対称化することを提案している。新しく対称化された剛性マトリックスは、次式で与えられる。

$$[K^s] = \frac{1}{2} ([K]^T + [K]) \quad (3.37)$$

しかし、岸本ら⁽¹⁸⁾によれば、式(3.37)を用いて剛性マトリックスを対称化し、系全体の方程式に組込む場合には、BEM領域の要素分割を十分に細かくする必要性のあることが、指摘されている。

次に、BEM領域において、角点などのように表面力が不連続な場合の、BEM方程式のFEM方程式への変換方法について述べる。不連続な表面力を考慮したBEM方程

式を、式(3.19),(3.28)より次式で表す。

$$[H]\{u\}=[G]\{p\}+[G']\{p'\} \quad (3.38)$$

ここに、 $\{p'\}$ は、ある節点において不連続な表面力をもつ場合、その既知量が格納されるベクトルであり、連続なときは零が格納される。また、 $[G']$ はそれに乗ずる係数マトリックスである。等価節点荷重ベクトル $\{F\}$ と節点表面力ベクトル $\{p\}$ との関係を次式で定義する。

$$\{F\}=[M]\{p\}+[M']\{p'\} \quad (3.39)$$

式(3.38),(3.39)より、次のFEM方程式が得られる。

$$[K]\{u\}=\{F\}+\{F'\} \quad (3.40)$$

$[K]$ は式(3.36)と同じ形で表され、 $\{F'\}$ は次式で定義される。

$$\{F'\}=([M][G]^{-1}[G']-[M'])\{p'\} \quad (3.41)$$

ただし、このような操作を行うと、 $[K]$ の非対称性は強まる。

本結合解法では、領域全体の方程式として、FEM形方程式を解くことに帰着する。しかし、BEM領域を等価有限要素として扱ったとき、その剛性マトリックスを対称化して全体系のマトリックスに組込むことは、計算精度を落とす原因になる。そのため、本論文では、BEM領域の等価有限要素としての剛性マトリックスを、精度を落とさないために非対称形のまま扱い、剛性方程式のソルバーとしては、非対称形マトリックス用スカイライン法⁽¹⁹⁾を用いる。

3.2.5 仮想結合要素

(1) 結合方法

多重円筒タンクの内筒側板や外筒側板と底板との接合部は、強度解析上重要な箇所であり、その応力解析は、タンク全体の中の局所的な挙動ではあるが、詳細に行う必要がある。軸対称解析を行う場合、当接合部では隅肉溶接の形状まで考慮に入れた二次元解

析が必要であるが、直径数十メートルにも及ぶタンク全体を、二次元解析しようとするれば、膨大な総節点数になり、事実上解析が不可能となる。

このように、構造全体中の局部的応力解析では、当接合部のみを二次元解析し、当部から離れた領域では、軸対称シェルとして一次元的な解析を行えば、解析が効率的になると考えられる。このとき、異自由度を有する要素間の結合方法として、以下の方法が提案されている。

- (i) 両要素の力の釣合い条件から、曲げモーメントによる等価節点力を消去した形で、剛性マトリックスを変換する方法⁽²⁰⁾
- (ii) 物体間の拘束関係を平衡方程式に直接代入し、従属方程式を消去する方法
- (iii) ラグランジュ未定乗数法に基づき、物体間の連続条件を変分原理に導入し、体積のない仮想結合要素を用いる方法^{(21), (22)}
- (vi) ペナルティ関数法に基づき、物体間の連続条件を変分原理に導入し、体積のない仮想結合要素を用いる方法⁽²³⁾

(i)の方法では剛性マトリックスが非対称形になる。また、(ii)の方法は汎用プログラムで採用されているが、結合関係の表示が煩雑となり、データを作成する上で問題が生じる。(iii)の方法は、未知数が増加するとともに、剛性マトリックスの対角項に零成分が入るため、方程式が解けなくなる場合もある。(vi)の方法は、未知数の増加はないが、ペナルティ・パラメータを用いて連続条件を変分原理に導入しているため、計算精度はペナルティ・パラメータに依存する。

以上のように、それぞれの方法に一長一短があるが、本論文では、取扱いが簡単な(vi)のペナルティ関数法を採用する。

(2) ペナルティ関数法による仮想結合要素⁽²³⁾

Fig.3.6 に示すように、領域Vを仮想領域 $V^{(1)}$ と $V^{(2)}$ に分割した状態を考る。分割によって生じた面 $S^{(1,2)}$ 上では、連続条件式(3.42)が成立する。

$$\{u^{(1)}\} = \{u^{(2)}\} \quad (3.42)$$

ただし、 $\{u^{(\alpha)}\}$ ($\alpha=1,2$)は仮想領域 $V^{(\alpha)}$ の変位ベクトルである。このとき、仮想仕事の原理は次のように表される。

$$\sum_{\alpha=1}^2 \left[\int_{V^{(\alpha)}} \sigma_{ij}^{(\alpha)} \cdot \delta \epsilon_{ij}^{(\alpha)} dV - \int_{S_o^{(\alpha)}} \bar{p}_i^{(\alpha)} \cdot \delta u_i^{(\alpha)} dS \right] + \int_{S^{(12)}} e_i (u_i^{(1)} - u_i^{(2)}) \cdot \delta (u_i^{(1)} - u_i^{(2)}) dS = 0 \quad (3.43)$$

($i, j = r, \theta, z$)

ここで、 σ_{ij} は応力テンソル、 ϵ_{ij} はひずみテンソル、 \bar{p}_i は既知の表面力、 e_i はペナルティ・パラメータ、 u_i は i 方向変位であり、 $\delta(\)$ は変分量を意味する。 $e_i \rightarrow \infty$ で、式(3.43)は真の解に収束する。

仮想領域 $V^{(\alpha)}$ と仮想境界面 $S^{(12)}$ の変位を、節点での値 $\{U^{(\alpha)}\}$ を用いて、以下のように表す。

$$\{u^{(\alpha)}\} = [N^{(\alpha)}] \{U^{(\alpha)}\} \quad (V^{(\alpha)} \text{内で}) \quad (3.44)$$

$$\{u^{(\alpha)}\} = [\phi^{(\alpha)}] \{U^{(\alpha)}\} \quad (S^{(12)} \text{上で}) \quad (3.45)$$

ここで、 $[N^{(\alpha)}]$ は仮想領域 $V^{(\alpha)}$ 内の要素の補間関数、 $[\phi^{(\alpha)}]$ は仮想境界面 $S^{(12)}$ で領域 $V^{(1)}$ と $V^{(2)}$ を結合する、体積のない仮想結合要素の補間関数である。

式(3.43)より、次式で示される剛性方程式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] + [K^{(11)}] & -[K^{(12)}] \\ -[K^{(21)}] & [K_{22}] + [K^{(22)}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^{(1)} \\ U^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F^{(1)} \\ F^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

$[K_{\alpha\alpha}]$ と $\{F^{(\alpha)}\}$ は、通常の手続きによって得られる、領域 $V^{(\alpha)}$ の剛性マトリックスと等価節点荷重ベクトルである。また、 $[K^{(\alpha\beta)}]$ は仮想結合要素の剛性マトリックスであり、次式で求められる。

$$[K^{(\alpha\beta)}] = \sum_{n=1}^{n^{(\alpha)}} \int_{S^{(12)}} [\phi^{(\alpha)}]^T [e] [\phi^{(\beta)}] dS \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \quad (3.47)$$

ここで、 $[e]$ はペナルティ・パラメータを並べた対角マトリックスであり、 $n^{(\alpha)}$ は $S^{(12)}$ 上での要素総数である。ここでは、 $n^{(1)} = n^{(2)}$ を仮定している。

式(3.46)は、未知数の増加はなく、剛性マトリックスは正定値であるため、連立方程式の解法については問題は生じない。しかし、ペナルティ・パラメータは計算機上の表示桁数を考慮して選ばないと、数値誤差を生じる原因となる。

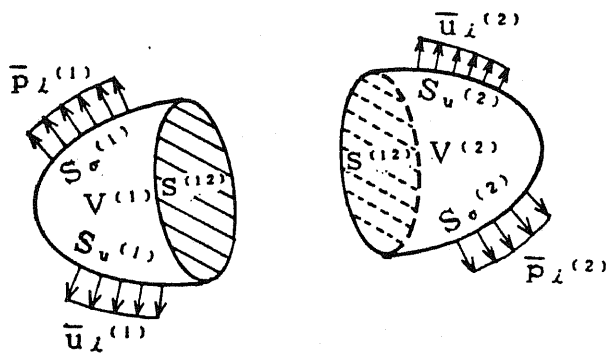


Fig.3.6 Continuum divided into two parts

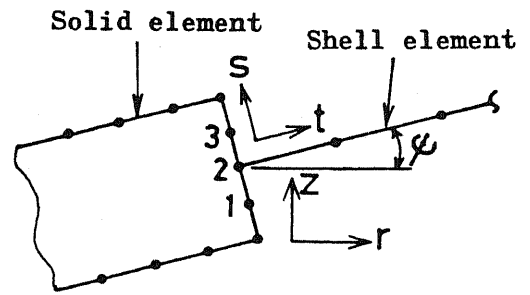


Fig.3.7 Connection element between solid and shell element

(3) 軸対称ソリッド要素と軸対称シェル要素との結合

軸対称ソリッド要素は、 r, θ, z 方向の並進変位である u_r, u_θ, u_z の3成分を有するのに対し、軸対称シェル要素では、その他に θ 軸まわりの回転角 β をもつ。ここでは、式(3.42)～式(3.47)の定式化を、この二種類の要素の結合に適用する。なお、軸対称境界要素は式(3.40)で等価有限要素に変換することにより、軸対称ソリッド要素として扱うことができる。

仮想領域として、軸対称ソリッド要素を $V^{(1)}$ 、軸対称シェル要素を $V^{(2)}$ とする。また、仮想結合要素として、Fig.3.7 に示すような節点1, 2, 3を結ぶ体積のない3節点アイソパラメトリック線要素を考え、仮想境界面 $S^{(1,2)}$ 上に、局部座標 $t-s$ をとる。この場合、式(3.42)は式(3.48)、また $\{U^{(1)}\}, \{U^{(2)}\}$ はそれぞれ式(3.49), (3.50)で表される。

$$\{u^{(1)}\} = \{u^{(2)}\} = \beta \quad (S^{(1,2)} \text{ 上で}) \quad (3.48)$$

$$\{U^{(1)}\} = [u_r^{(1)} \quad u_z^{(1)} \quad u_r^{(2)} \quad u_z^{(2)} \quad u_r^{(3)} \quad u_z^{(3)}]^T \quad (S^{(1,2)} \text{ 上で}) \quad (3.49)$$

$$\{U^{(2)}\} = \beta^{(2)} \quad (S^{(1,2)} \text{ 上で}) \quad (3.50)$$

式(3.49), (3.50)において、上付き[]内の添字は節点番号を表す。全体座標系と局部座標系の間には、次の関係がある。

$$\begin{Bmatrix} t \\ s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \\ z \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

ここで、 ψ は t 軸と r 軸のなす角度である。

まず、ソリッド要素側から見た仮想境界面 $S^{(1,2)}$ を考える。Fig.3.7 の 3 節点線要素の各節点における t 方向変位を、 $u_t^{(i)}$ ($i=1,2,3$) とし、要素上の任意の点での t 方向変位を、次式で仮定する。

$$u_t = N_1 \cdot u_t^{(1)} + N_2 \cdot u_t^{(2)} + N_3 \cdot u_t^{(3)} \quad (3.52)$$

ただし、 $N_1 \sim N_3$ は、形状関数であり、次式で表される。

$$N_1 = \frac{1}{2} \xi (\xi - 1), \quad N_2 = 1 - \xi^2, \quad N_3 = \frac{1}{2} \xi (\xi + 1) \quad (3.53)$$

ここで、 ξ ($-1 \leq \xi \leq 1$) は、 s 軸上の正規化座標である。

回転角 β は、次式で定義される。

$$\beta = \frac{du_t}{ds} \quad (3.54)$$

この式と式(3.51), (3.52)の関係より、 β は全体座標系での変位を用いて、次式で表される。

$$\beta = \frac{\cos \psi}{|J|} \sum_{i=1}^3 \frac{dN_i}{d\xi} u_r^{(i)} + \frac{\sin \psi}{|J|} \sum_{i=1}^3 \frac{dN_i}{d\xi} u_z^{(i)} \quad (3.55)$$

ここで、 $|J|$ は Jacobian である。したがって、仮想境界面での変位の補間関数 $[\phi^{(1)}]$ は、次のようになる。

$$[\phi^{(1)}] = [a_1 \quad b_1 \quad a_2 \quad b_2 \quad a_3 \quad b_3] \quad (3.56)$$

ただし、 a_i, b_i は次式となる。

$$a_i = \frac{\cos \psi}{|J|} \frac{dN_i}{d\xi}, \quad b_i = \frac{\sin \psi}{|J|} \frac{dN_i}{d\xi} \quad (3.57)$$

次に、シェル要素側から見れば、回転角 β は節点 2 における回転角 $\beta^{(2)}$ そのものであるから、 $[\phi^{(2)}]$ は次のようになる。

$$[\phi^{(2)}] = [1] \quad (3.58)$$

式(3.56), (3.58) を式(3.47)に代入すれば、軸対称ソリッド要素と軸対称シェル要素間の、仮想結合要素の剛性マトリックスが得られる。

ただし、ここでは回転角に対する拘束条件のみを考えているので、 $[e]$ は 1×1 のマトリックスとなり、次式で表される。

$$[e] = e \quad (3.59)$$

3.2.6 プログラム検証

3.2.1項～3.2.5項の理論に基づいて開発した、FEM-BEM結合弾性プログラムの検証を行う。

(1) 等価有限要素の検証

BEM領域を等価有限要素に変換した剛性マトリックス式(3.36)を、そのまま用いる場合(非対称等価FEM)と、式(3.37)に基づく対称化を行ってから用いる場合(対称等価FEM)との、計算精度の比較を実施する。

解析モデルとして、Fig.3.8 に表した、先端に $m=0$ の軸対称半径方向荷重が作用する他端固定の円筒シェルを採用する。モデルは軸方向長さ $L=16$ mm, 板厚 $t=1$ mmとし、内半径 R を50 mm～5000 mmの間で変化させて解析する。71節点, 40要素の境界要素により、4つの部分領域に分割した要素分割図を、Fig.3.9に示す。ここでは、BEMのみで解析し、FEMとの結合は行わない。

解析は、対称・非対称等価FEMの他に、同じ要素分割を用いた式(3.19)によるBEM解析、および r 座標を $R+0.5t$ とし、16等分に要素分割した軸対称シェル要素のFEM解析も行い、結果を比較する。

Table 3.2 に、荷重点半径方向変位の、軸対称シェルFEM解析結果との比を表す。これによれば、対称等価FEM解析は、 R 値が小さいときを除き、非対称等価FEM解析によるものと比較し、計算精度が著しく悪くなる。特に、内半径 $R=500$ mmを越えると、軸対称シェルFEM解析との差が50%にもなる。一方、非対称等価FEM解析、BEM解析は R の変化に関係なく、軸対称シェルFEM解析との差は数%以内である。

$R/t < 50$ の範囲では、対称等価FEM解析の精度も良好であるが、本論文で対象としている多重円筒石油タンクは $R/t > 500$ であり、この域での解析は非対称等価FEM

解析の方が、計算精度の点で優れていることがわかる。また、要素分割をさらに細かくした場合の、 R/t の大きな範囲での対称等価 F E M 解析値の収束は遅く、145節点, 80要素の $R=100$ mmでの、軸対称シェル F E M 解析値との比は1.1040であり、Table 3.2の1.1078と差異がない。

一方、Fig.3.9と比べ約半分の要素数である39節点, 20要素モデルで $R=100$ mmの場合の解析を行うと、非対称等価 F E M、対称等価 F E M、B E M解析の軸対称シェル F E M 解析値との比は、それぞれ0.9784, 1.3035, 0.9863であり、非対称等価 F E M 解析の精度は良好である。

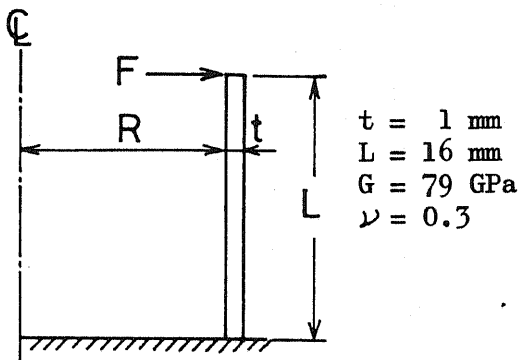


Fig.3.8 Cylindrical shell

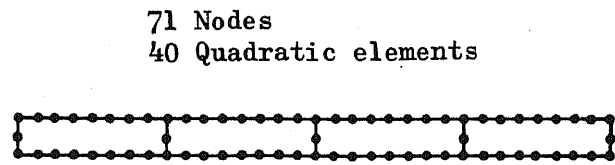


Fig.3.9 Mesh division

Table 3.2 Radial deflection ratio at the load point to the axisymmetric shell FEM analysis

Radius R (mm)	50	100	200	500	1000	2000	5000
Asymmetry FEM type	1.0128	1.0166	1.0246	1.0344	1.0356	1.0345	1.0551
Symmetry FEM type	1.0482	1.1078	1.2634	1.4942	1.5136	1.4716	1.4600
B E M	1.0164	1.0085	1.0043	1.0016	1.0010	1.0011	1.0226

(2) F E M - B E M 結合解析の検証

F E M - B E M 結合解析の検証のため、Fig.3.10に示す先端に半径方向荷重が作用する他端固定の円筒シェルの解析を行い、 $m=0$ と $m=1$ の場合について、軸対称シェル要素のみの F E M 解析の結果と比較する。

結合解析では、F E M 領域を軸対称シェル要素数40、B E M 領域をFig.3.11に示すように二次要素数20で分割する。F E M 解析では、結合解析における F E M 領域は同分割とし、B E M 領域を軸対称シェル要素数8で分割した。また、仮想結合要素のペナルティ

パラメータを 2.06×10^5 N/mm とした。Table 3.3 に示すように、両解析の結果は良く一致している。

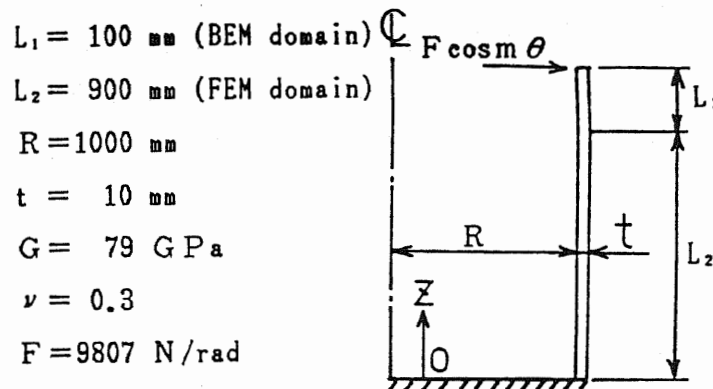


Fig.3.10 Cylindrical shell

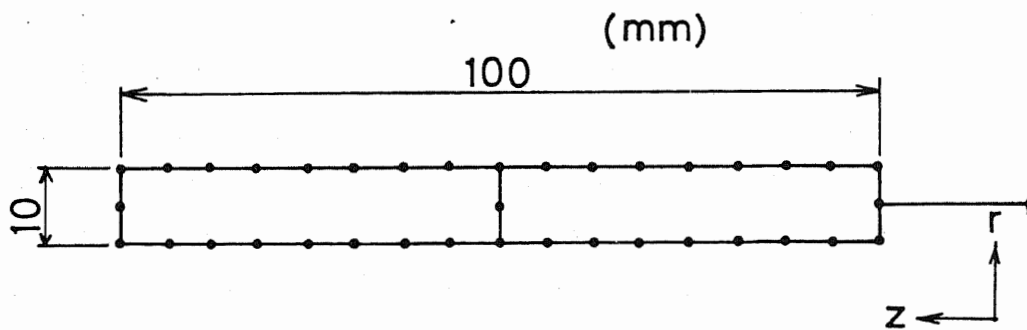


Fig.3.11 Mesh division of BEM domain

Table 3.3 Radial displacement at the side of $\theta = 0^\circ$ (mm)

		F E M - B E M	F E M
$m = 0$	$z = 1000$ mm	1.2337×10^{-1}	1.2268×10^{-1}
	$z = 900$ mm	9.6771×10^{-3}	9.6954×10^{-3}
$m = 1$	$z = 1000$ mm	1.3676×10^{-1}	1.3636×10^{-1}
	$z = 900$ mm	2.2648×10^{-2}	2.2443×10^{-2}

3.2.7 解析例

(1) 解析条件

第1章のFig.1.6に示した三重円筒タンクの、内筒側板-底板接合部の弾性応力解析を、通常時と地震時について行う。内筒側板としては、同図の直径40 mの中間内筒側板(T_2)を解析の対象とする。本章の緒言で述べたように、内筒側板-底板接合部では、底板の外側への張り出し長さが、通常の円筒タンクの側板-底板接合部のそれより長く、そのことが応力へ及ぼす影響は、通常の円筒タンクとは異なると考えられる。そのため、通常の円筒タンクの側板-底板接合部に該当する、外筒側板(T_3)-底板接合部も応力解析を行い、応力の傾向を比較する。

内筒側板と外筒側板とは底板を介して結ばれているが、Fig.1.6に示すように、その間隔は10 mもあり、内筒側板-底板接合部(内筒側板部)と外筒側板-底板接合部(外筒側板部)の変形が、互いに及ぼし合う影響はその構造上極めて小さいものと考えられる。そのような理由から、応力解析は別個に実施する。

FEM-BEM結合解析のBEM領域である、底板との接合部の要素分割を、内筒側板部についてはFig.3.12に、外筒側板部についてはFig.3.13に示す。底板では側板から300 mmまで、側板では底板より上部300 mmまで、それぞれBEMで扱う。また底板ではBEMとの結合部から2.5 mまで、側板ではタンクの最上部まで、それぞれ軸対称シェル要素のFEMで扱う。底板は、ばね定数 0.196 N/mm/mm^2 のばね要素で支持される。側板と底板との隅肉溶接の脚長も、Fig.3.12, Fig.3.13に表す。

荷重としては、内容液による静液圧と動液圧の他に、タンク本体の自重を考える。また、液圧の算定には、Fig.1.6に示した最高液高18 mでの、満液の状態を想定する。このとき、Table 3.4に表したように、内筒側板部の応力解析では、側板の内側領域のみ満液時(荷重条件： T_2-1)、外側領域のみ満液時(荷重条件： T_2-2)、両側満液時(荷重条件： T_2-3)の、3個の荷重条件を想定する必要がある。外筒側板部の解析では、側板の外側に液体領域は存在しないため、荷重条件としては内側領域が満液時(荷重条件： T_3-1)の一個だけである。

第2章の検討結果から、長周期地震動より短周期地震動の方が、タンクの強度に及ぼす影響が大きいと考えられることから、地震荷重は短周期地震動によるものを選ぶ。動液圧は、第2章のFig.2.39とFig.2.40に示した、SRSS法による地震応答解析の結果を用いる。このとき、水平動による動液圧分布を示したFig.2.39を例に説明すれば、液体領域 V_2 のみ満液の同図(b)と、 V_1 と V_2 が満液の同図(d)は、ともに応力解析における荷重条件 T_2-1 に入る。つまり、一つの応力解析の荷重条件でも、地震応答解析の条件は複数存在することになる。本論では、SRSS法の応答値をまとめたTable 2.7より、

ベースシャーあるいはモーメントが最も大きい応答解析の条件一つを、応力解析の荷重条件として選び、その条件をTable 3.4 に示す。さらに、SRSS法は応答の最大値を評価する方法であり、動液圧が正圧か負圧かについては、考慮されていない。そのため、ここでの応力解析では、当接合部の応力に厳しくなる条件として、Table 3.4 に示した動液圧の正圧か負圧かの分布を考える。

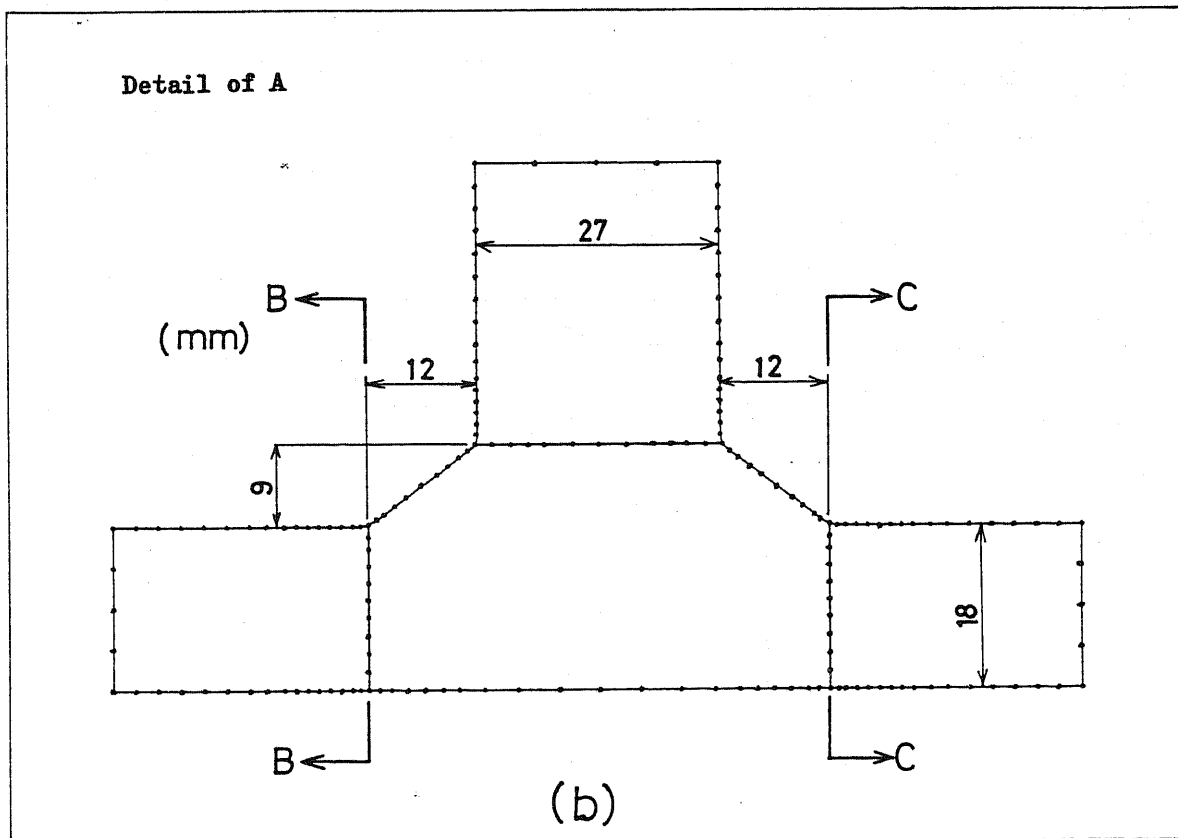
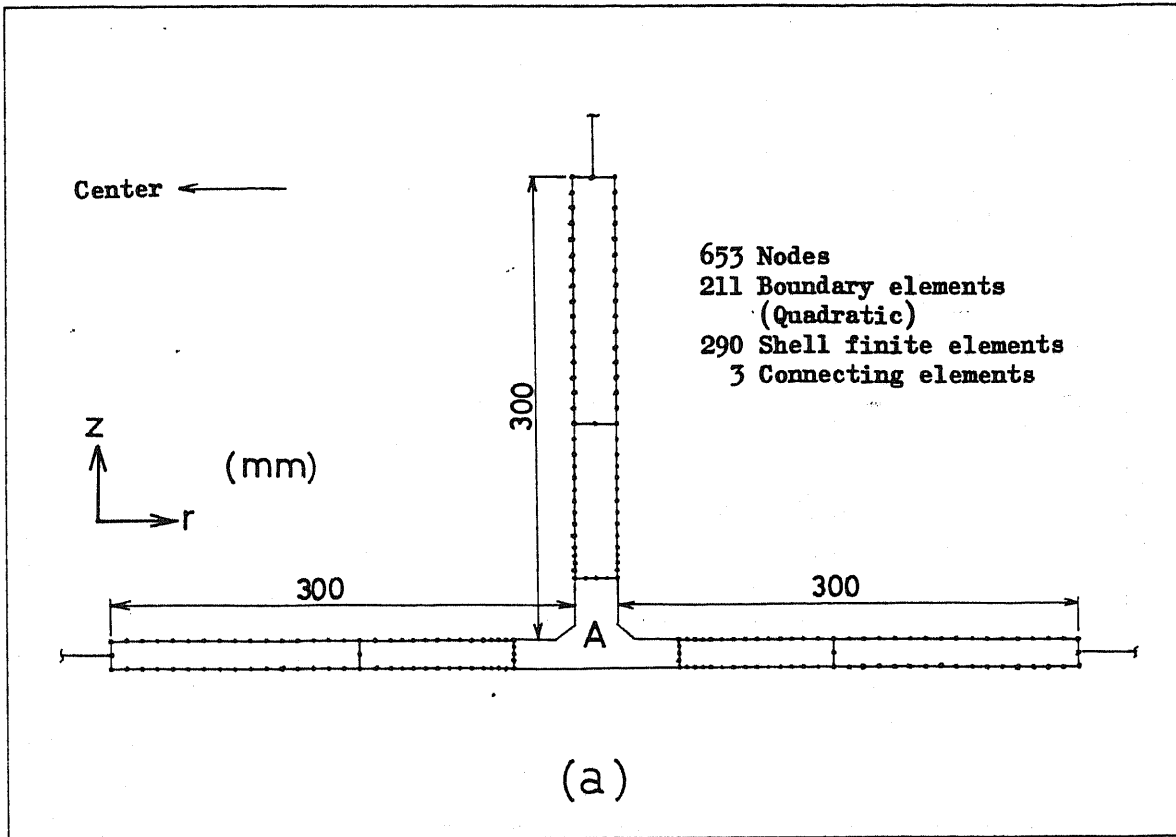


Fig.3.12 Mesh division of BEM domain for inner shell to bottom joint

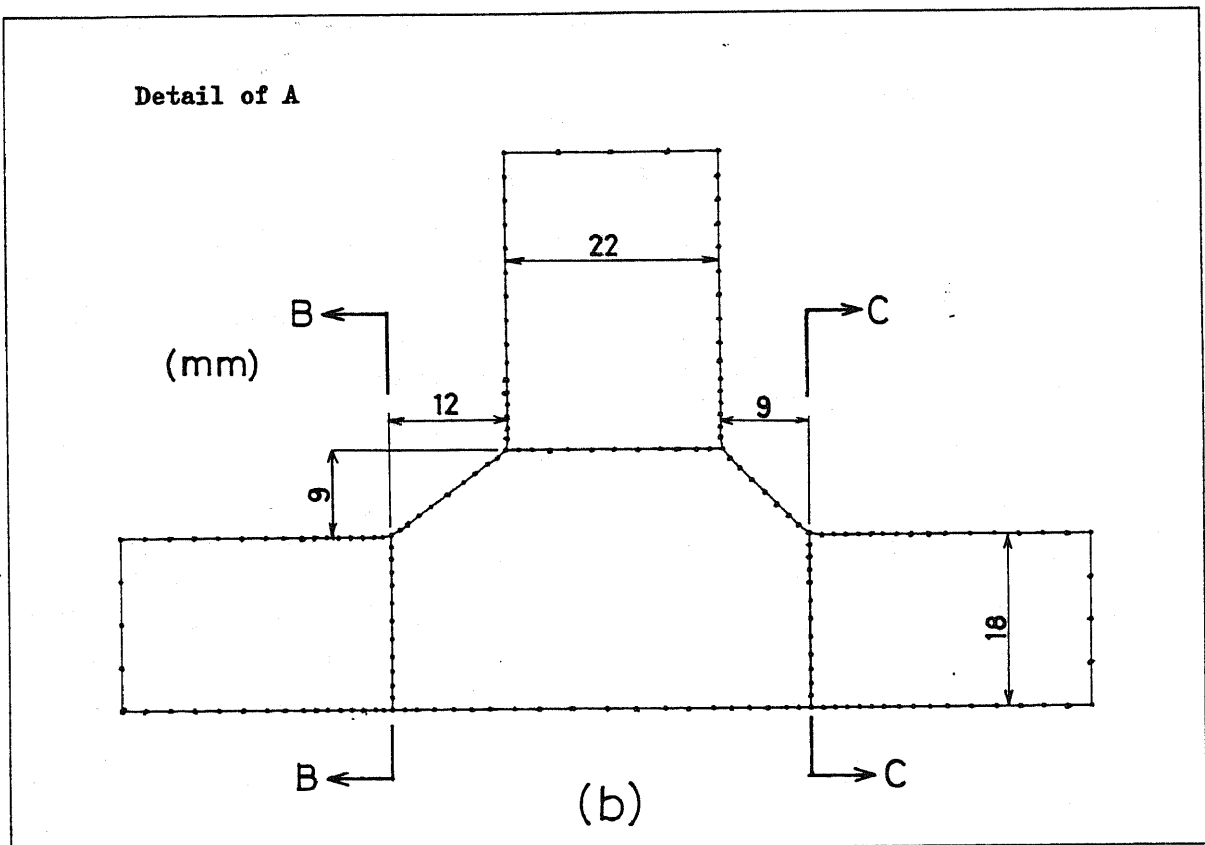
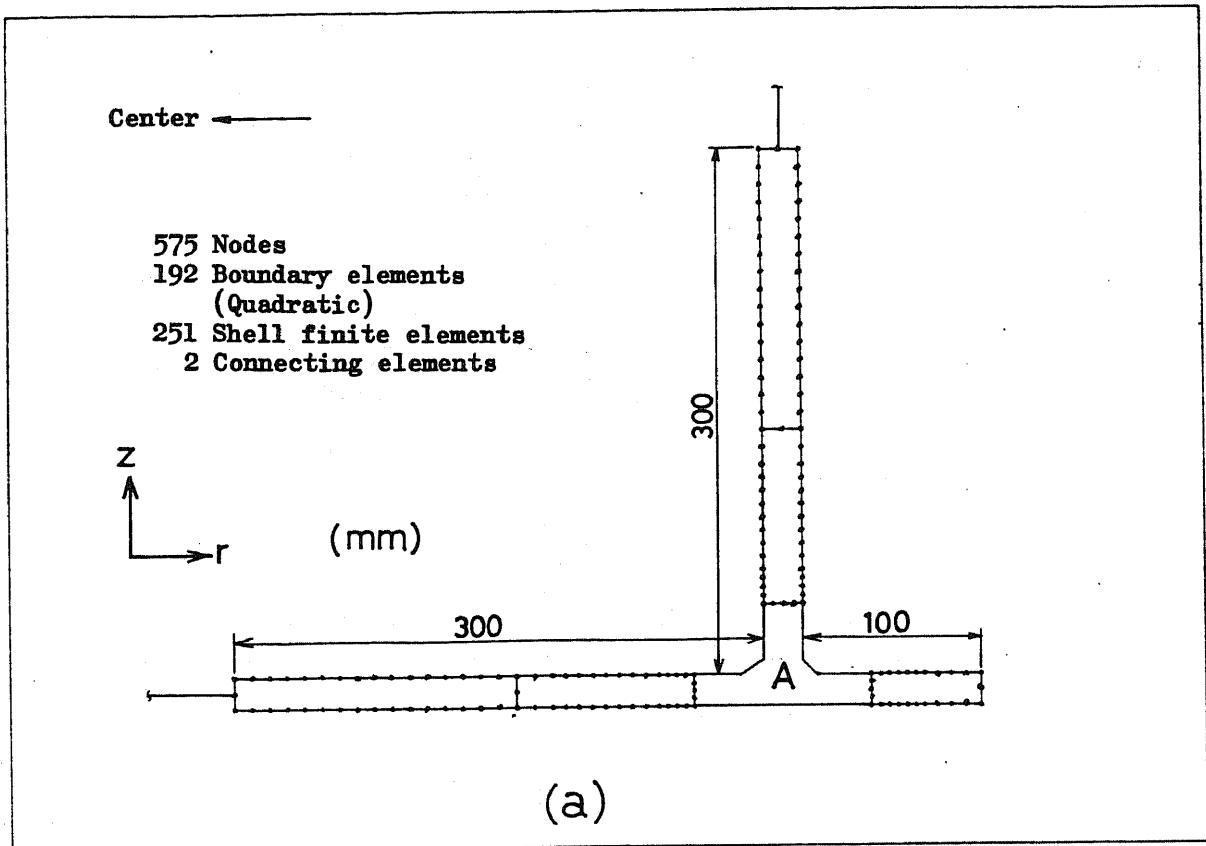
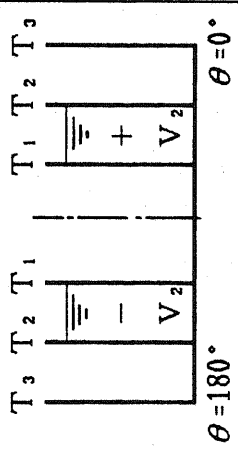
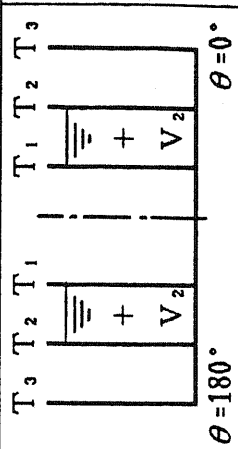
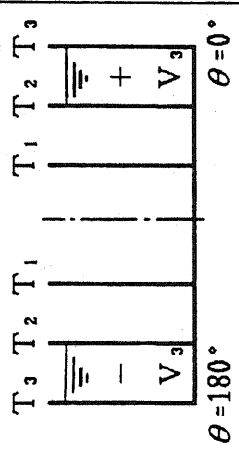
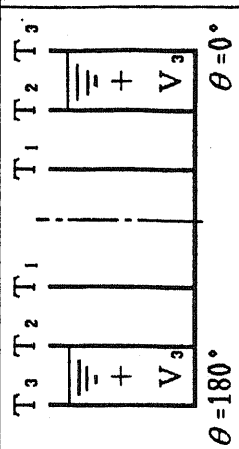
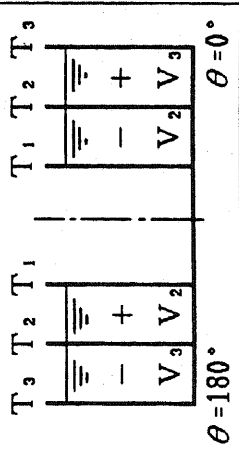
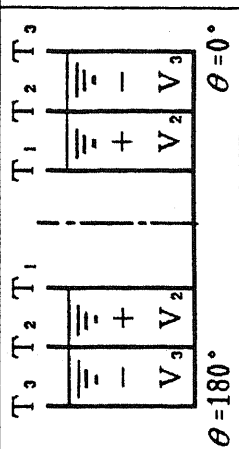
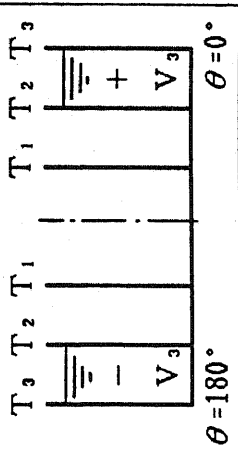
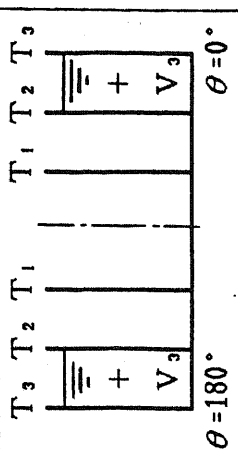
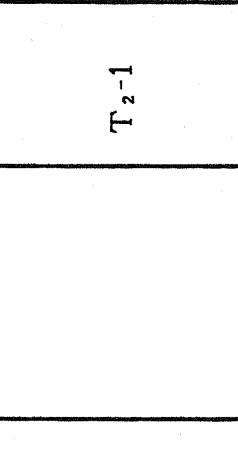
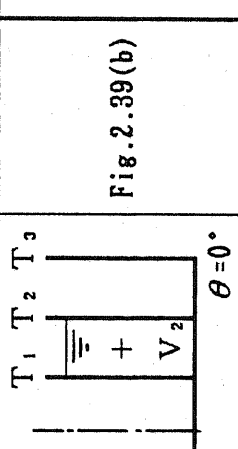
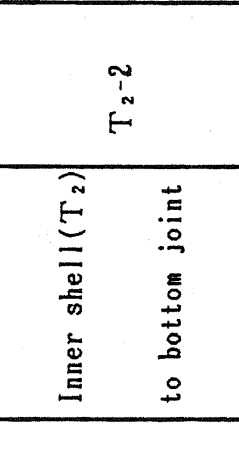
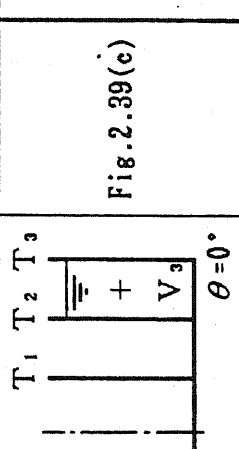


Fig.3.13 Mesh division of BEM domain for outer shell to bottom joint

Table 3.4 Load condition and dynamic pressure distribution

Stress analysis	Load condition	Dynamic pressure			
		Horizontal excitation	Reference	Vertical excitation	Reference
Inner shell (T_2) to bottom joint	T_2-1		Fig. 2.39(b)		Fig. 2.40(b)
			Fig. 2.39(c)		Fig. 2.40(c)
	T_2-3		Fig. 2.39(e)		Fig. 2.40(e)
			Fig. 2.39(c)		Fig. 2.40(c)
Outer shell (T_3) to bottom joint	T_3-1				
					

+ : Positive pressure

- : Negative pressure

(2) 通常時解析結果

$m = 0$ の軸対称荷重である静液圧とタンク自重を荷重条件とする、通常時の弾性応力解析を、Table 3.4 に示した荷重条件 T_2-1 , T_2-2 , T_3-1 に対して行う。荷重条件 T_2-3 では、内筒側板の両側の液体によって、当側板に作用する液圧が相殺されるため、底板への液圧と自重のみが、解析において考慮する荷重となる。そのため、荷重条件 T_2-3 による応力は、通常時では他の3個の荷重条件に比べて、極めて小さくなると考えられ、ここでの解析対象からは省く。

① 側板—底板接合部の変形

Fig.3.14に、各荷重条件におけるBEM領域の変形図を示す。荷重が作用しない状態では、各側板と底板とのなす角度は90度であるが、液圧が作用することにより、満液側でこの角度が広がり、その反対側である空液側では逆に狭まる傾向にある。このことから、接合部では、液体に接している側板と底板の面で、子午線方向応力が引張、逆に空液側の側板と底板の面で、圧縮になることが予想される。

Fig.3.14(a), (b)より、内筒側板部の底板は、空液側では基礎へ押し込まれるように変形し、基礎により鉛直方向変位が押えられるため、側板ほど大きくは変形をしていない。一方、Fig.3.14(c)より外筒側板部では、基礎によって変位が押えられる、側板外側の底板の張り出し長さが短いため、空液側の側板と底板のなす角度の減少も、内筒側板部より小さくなる。

② 隅肉溶接止端部の底板の応力

要素分割図であるFig.3.12とFig.3.13に示すように、隅肉溶接止端部を含む底板の断面のうち、内側をB断面、外側をC断面とする。Fig.3.15は、両断面における各荷重条件での応力分布である。同図において、 σ_r , σ_θ , σ_z はそれぞれ半径、円周、鉛直方向の垂直応力、 τ_{rz} は剪断応力である。また、 $m = 0$ の軸対称変形では、 $\tau_{r\theta} = \tau_{z\theta} = 0$ となる。以上の応力は、BEM領域の表面応力であり、応力—変位関係式、表面力—応力関係式および表面での変位勾配式から求めたものである。

Fig.3.15(a)B断面, (b)C断面が、内筒側板部の満液側、同図(a)C断面, (b)B断面が空液側である。また、同図(c)の外筒側板部では、B断面が満液側、C断面が空液側になる。Fig.3.15より、いずれの荷重条件においても、底板における子午線方向応力で

ある σ_r が、他の応力成分と比べて大きく、また、板厚方向には、曲げ変形によるものと、止端部の応力集中の影響が重なった分布をしている。

次に、内筒側板部であるFig.3.15(a),(b)と、外筒側板である同図(c)を比較する。内筒側板部の σ_r は、満液側と空液側で曲げられる方向が逆であるが、同程度の大きさになる。一方、外筒側板部では、満液側に比べ空液側は極端に小さくなっている。このことから、底板の張り出しが長くなることにより、内筒側板部の空液側の応力が、大きくなるのがわかる。

③ 側板－底板接合部の応力

Fig.3.16～Fig.3.18に、各荷重条件におけるBEM領域の σ_r と σ_z の分布を示す。これらの図において、応力は境界の外向き法線方向を引張、内向きを圧縮として描いている。底板では σ_r 、側板では σ_z が子午線方向応力となる。また、底板における σ_z 、側板における σ_r は、液体に接する面では液圧と釣合うため、ほぼ零と見なすことができる。

Fig.3.16～Fig.3.18より、底板の σ_r の半径方向の分布が、満液側の上面で引張、下面で圧縮、空液側ではこれとは逆になっており、さらに止端部から離れるにつれ、その大きさが減少する。側板の σ_z の鉛直方向の分布は、液体に接する面で引張、その裏面が圧縮で、この場合も底板から離れるにつれ、応力の大きさが減少する。

また、内筒側板部では、底板の σ_r の半径方向への分布が、側板を中心に、符号が逆であるが、内側と外側に同程度の大きさとなっている。それに対し、外筒側板部では、満液側の底板に比べ、空液側では極端に小さくなる。これは、底板の張り出し長さの影響である。

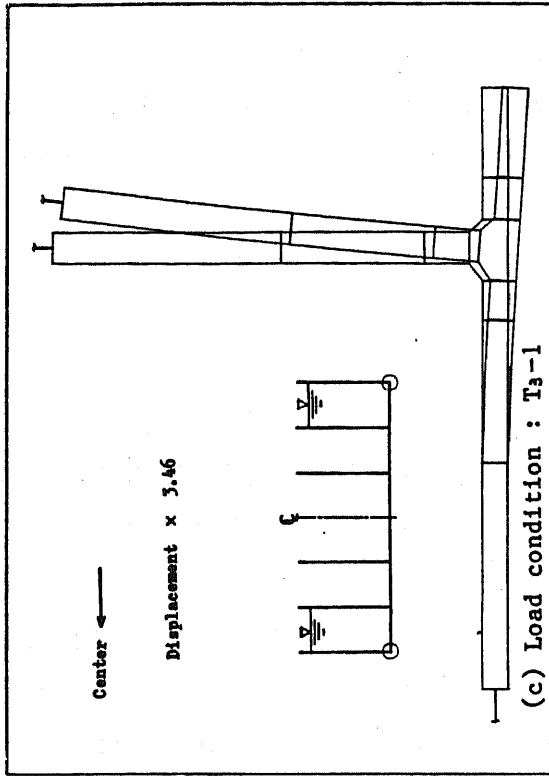
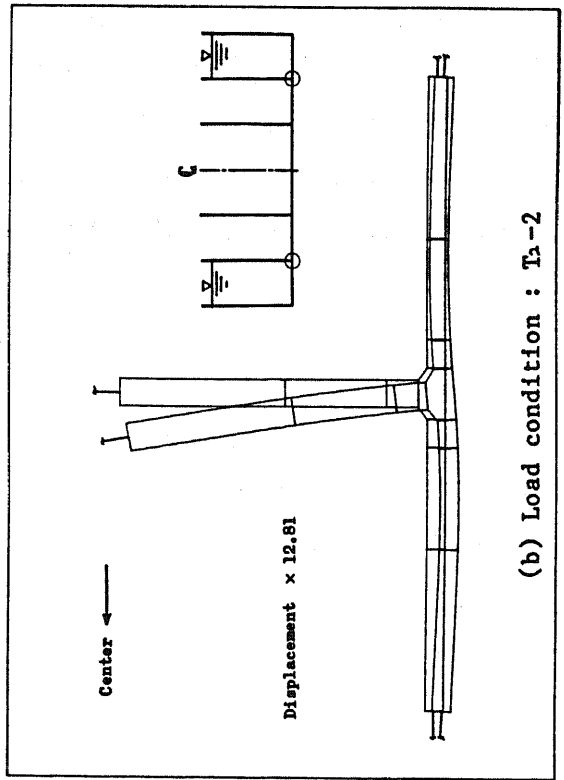
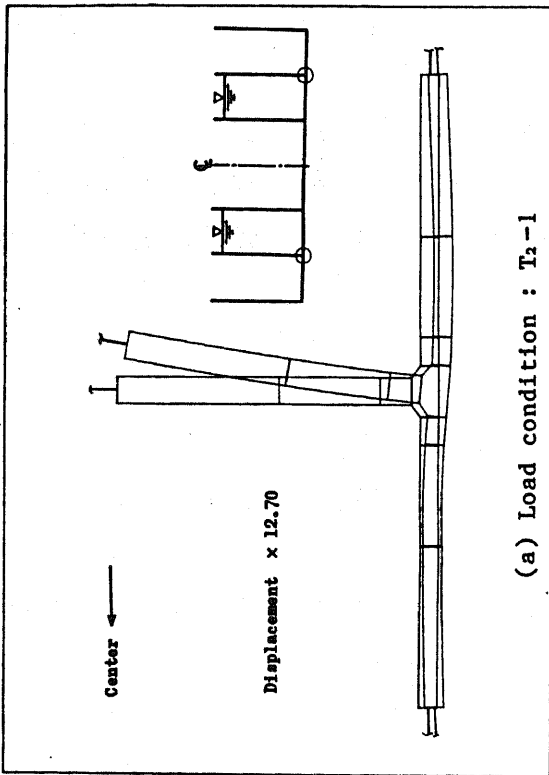
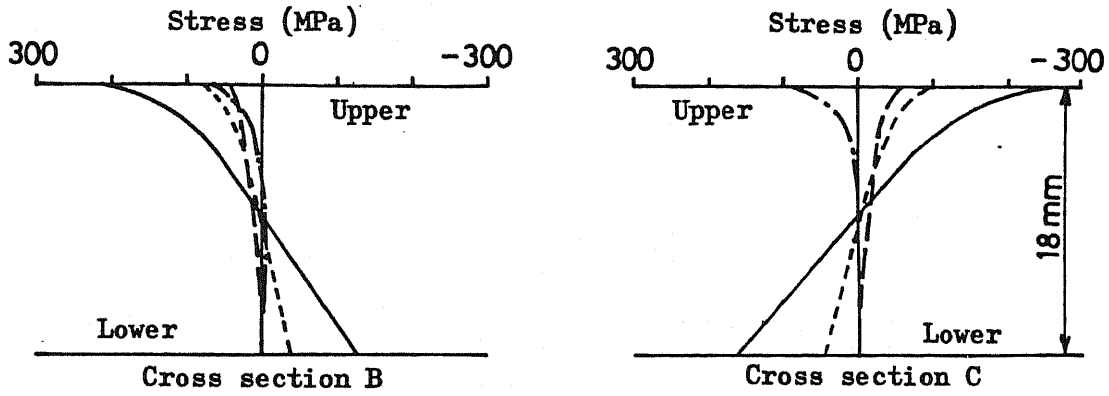
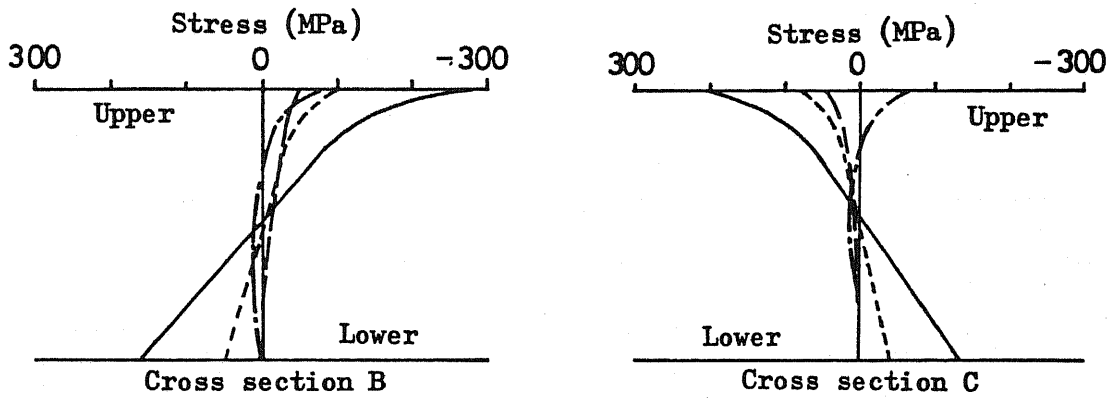


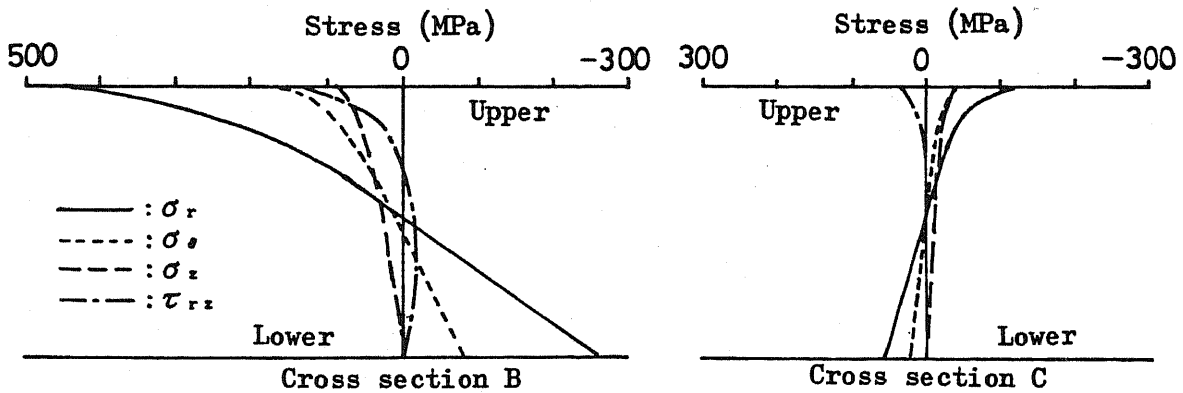
Fig.3.14 Deformation of BEM domain
under normal operating



(a) Load condition T_2-1



(b) Load condition T_2-2



(c) Load condition T_3-1

Fig.3.15 Stresses on bottom plate under normal operating

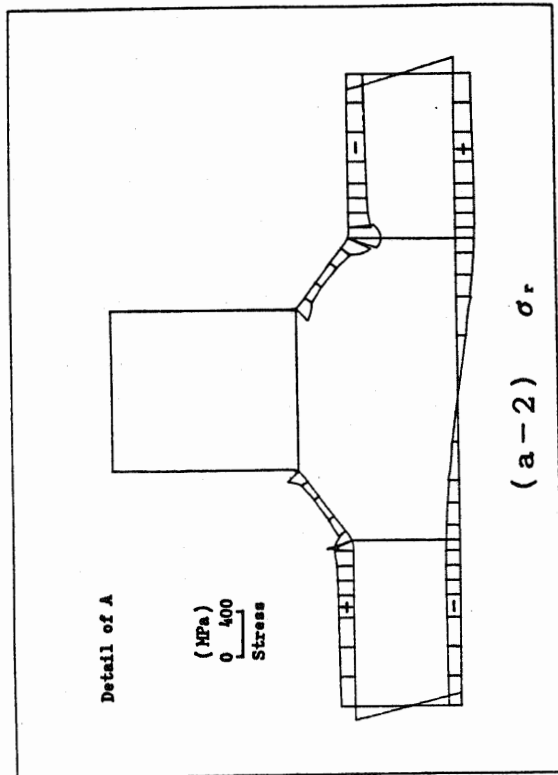
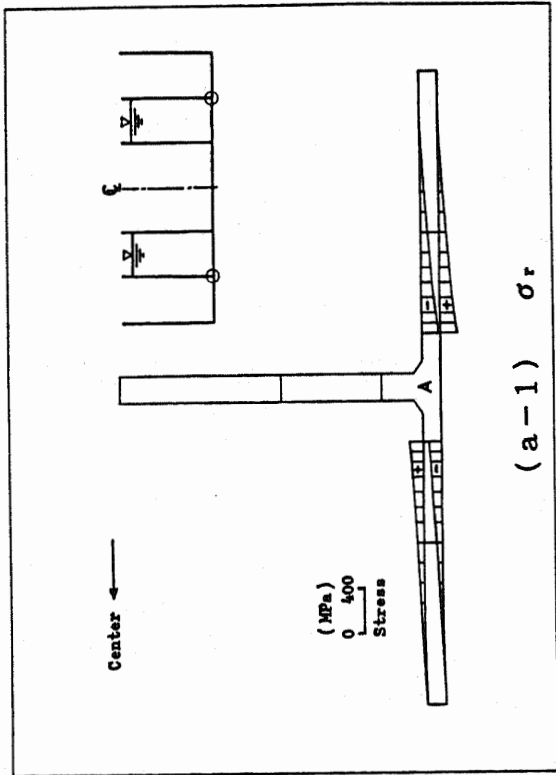
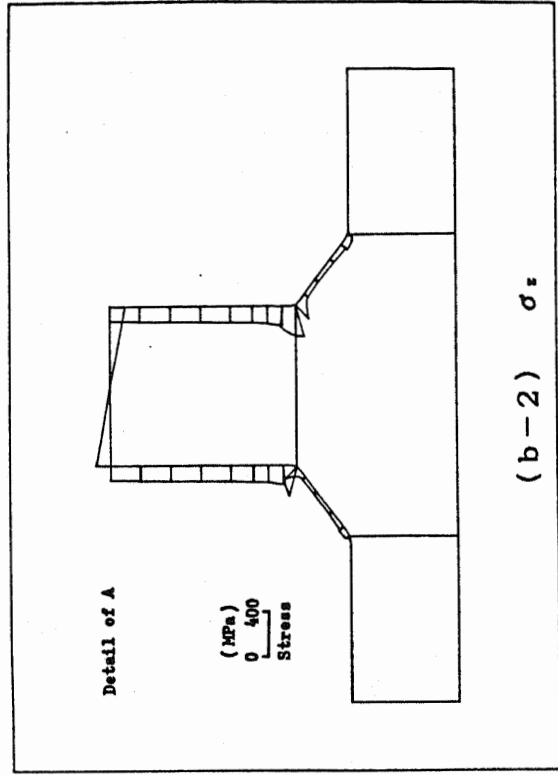
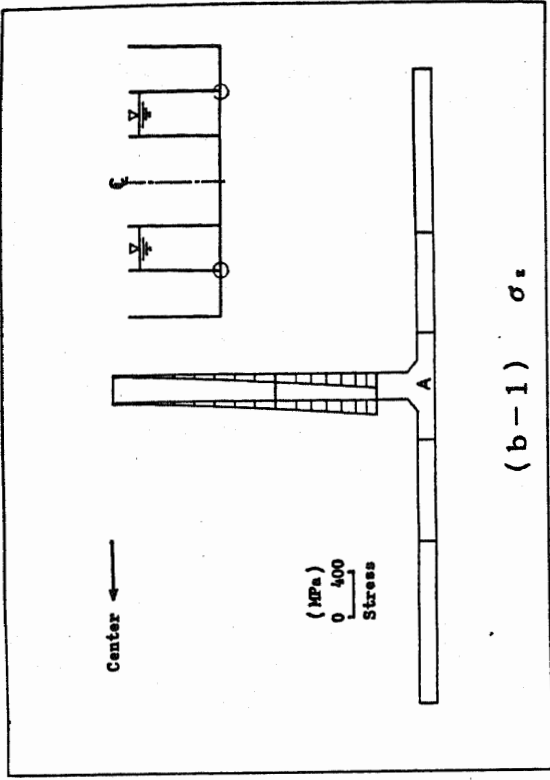


Fig.3.16 Stress distribution of load condition T₂-1 under normal operating

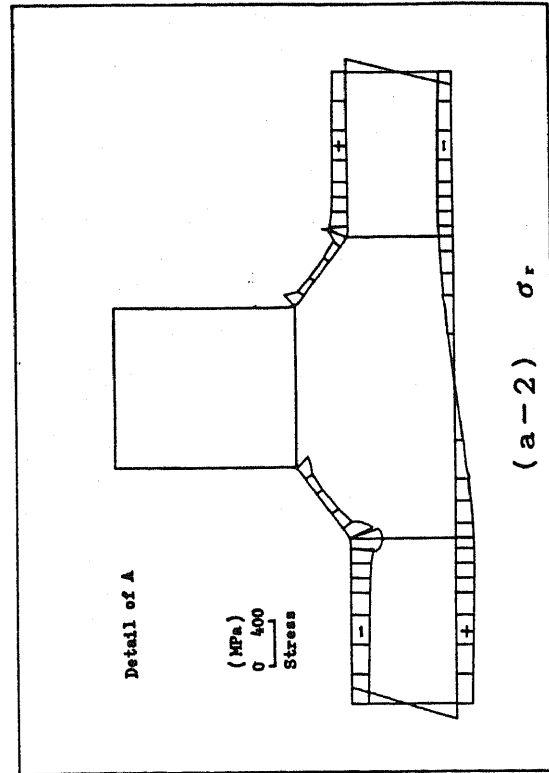
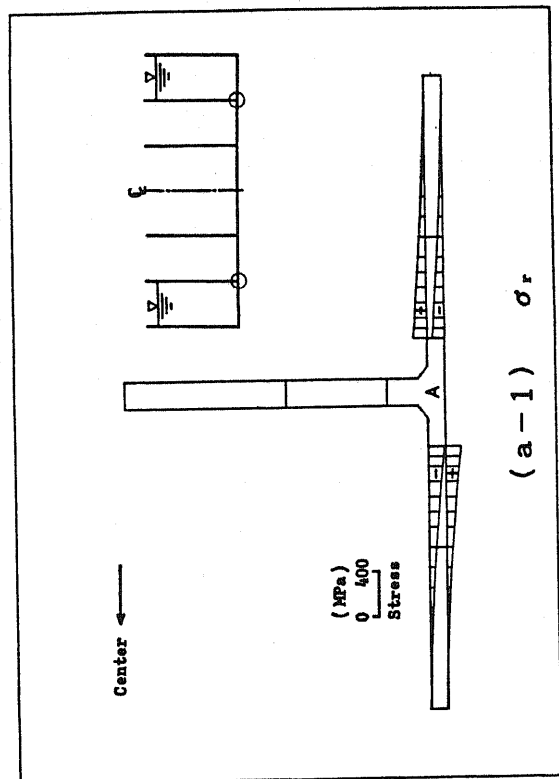
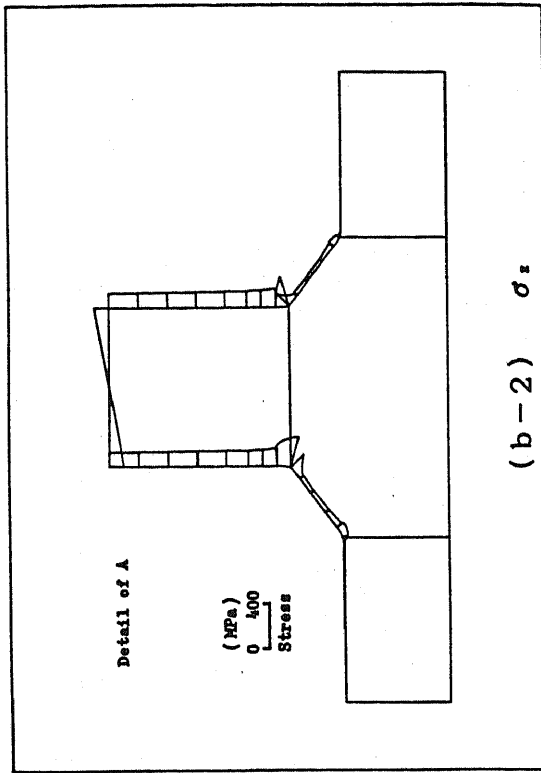
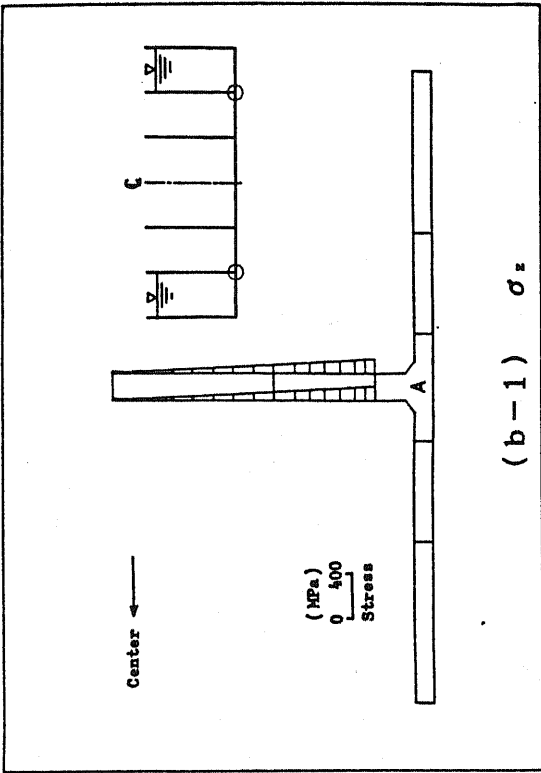


Fig.3.17 Stress distribution of load condition T₂-2 under normal operating

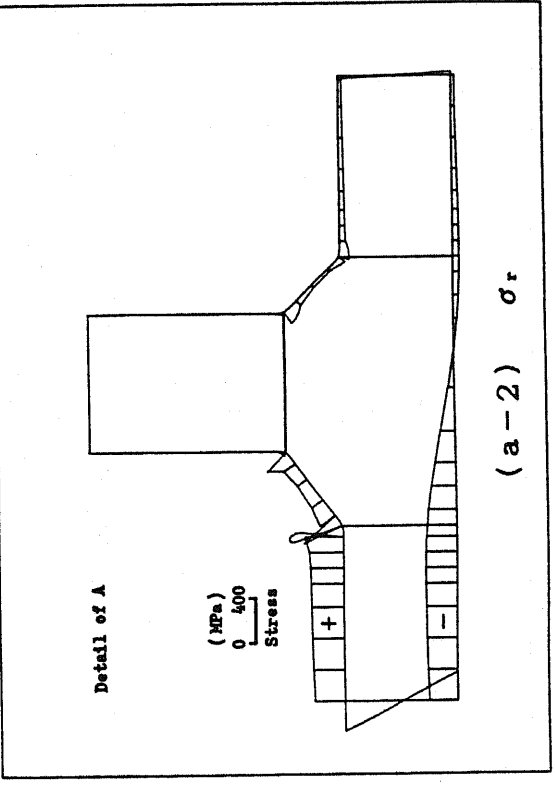
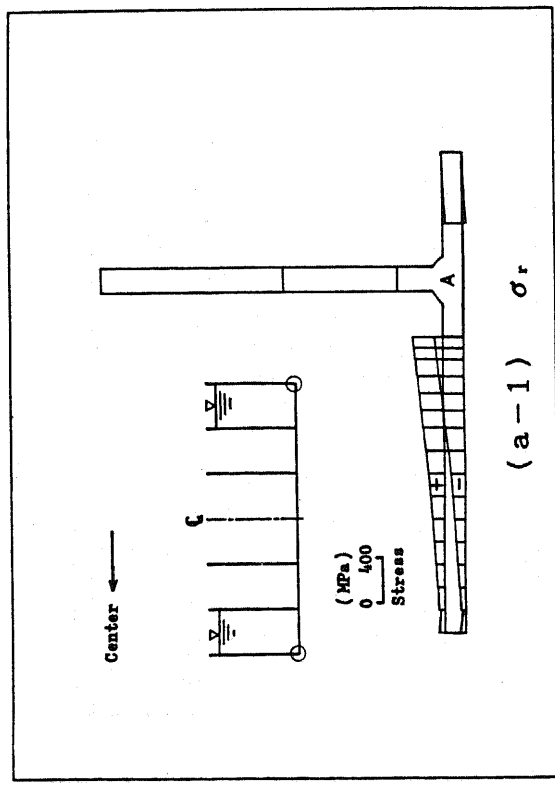
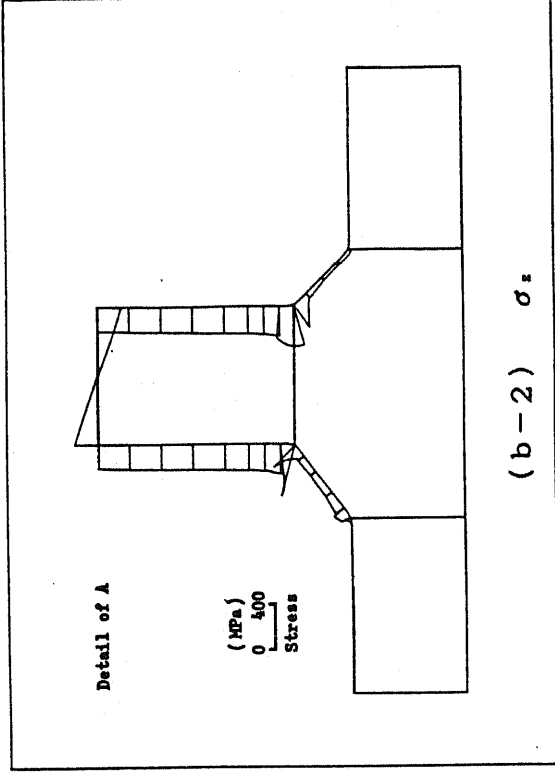
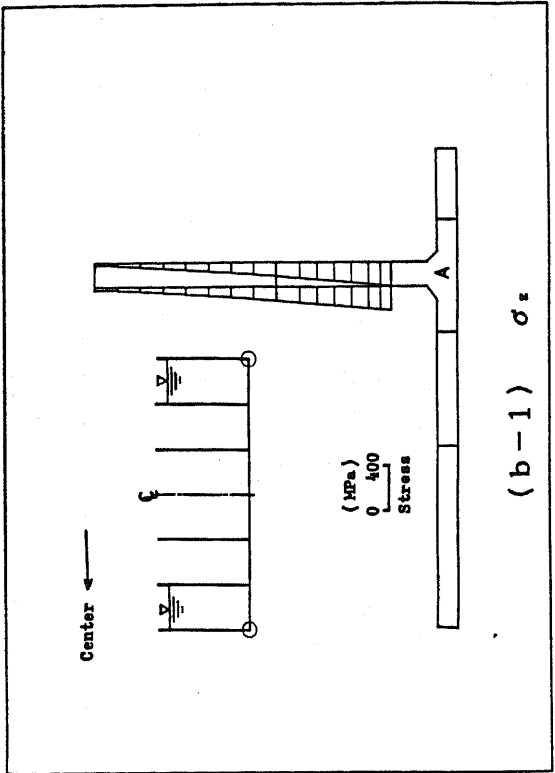


Fig.3.18 Stress distribution of load condition Ts-1 under normal operating

(3) 地震時解析結果

$m = 0$ の静液圧、タンク自重および鉛直地震動による動液圧を荷重とする解析結果と、 $m = 1$ の水平地震動による動液圧を荷重とする解析結果を重ね合わせる、地震時の弾性応力解析を、Table 3.4 に示した 4 個の荷重条件に対して行う。 $m = 1$ の解析では、応力、変位等が円周方向に $\cos \theta$, $\sin \theta$ で分布するため、 $m = 0$ と $m = 1$ の結果を重ね合わせた地震時の応力も、円周方向に一定にはならない。そのため、Table 3.4 に示すように、円周方向の角度 θ を次のように定義する。すなわち、 $\theta = 0^\circ$ を、荷重条件 T_2-1 , T_2-2 , T_3-1 では、水平動の動液圧が正圧の最大を示す位置、荷重条件 T_2-3 では、液体領域 V_3 の水平動の動液圧が正圧の最大を示す位置とする。

① 側板 - 底板接合部の変形

Fig. 3.19 ~ Fig. 3.22 に、各荷重条件における BEM 領域の、 $\theta = 0^\circ$ と 180° の断面での変形図を示す。これらの図より、側板の外側のみ満液の場合 (T_2-2) は、水平動の動液圧の正圧側 (Fig. 3.20(a))、内側のみ満液の場合 (T_2-1 , T_3-1) は、水平動の動液圧の負圧側 (Fig. 3.19(b) , Fig. 3.22(b)) の接合部が、基礎から離れて持ち上がる (up lift) 傾向にある。荷重条件 T_2-3 のように側板の両側に液体領域がある場合にも、内側の液体領域の動液圧の正圧は、外側液体領域の負圧と等価であることを考えると、このような傾向が説明できる。

なお、本解析は軸対称解析であり、基礎をモデル化したばね要素も、軸対称要素である。応力解析結果から、当接合部において円周方向に、持ち上り部と基礎への押し込み部が現れるが、底板は円周方向には一定のばねで支持されている。すなわち、持ち上り部においても、ばねは底板から離れないという条件で解析している。

通常時の解析結果では、側板と底板のなす角度が、満液側で広がり、空液側で狭まることを論じた。しかし、地震時の挙動はより複雑であり、側板の両側のこの角度が、同時に広がったり、狭まる傾向が見られる。さらに、接合部の持ち上がり側でこの角度が広がり、押し込み側で狭まっている。

② 隅肉溶接止端部の底板の応力

Fig. 3.23 ~ Fig. 3.26 は、各荷重条件における、底板の隅肉溶接止端部を含む断面の応力分布であり、 $\theta = 0^\circ$ と 180° について表している。非軸対称荷重を受ける軸対称体では、

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$ の他に、 $\tau_{r\theta}, \tau_{z\theta}$ も零ではないが、 $\theta = 0^\circ$ と 180° の円周方向断面では、これら二つの応力は零となる。

荷重条件 T_2-1 では、Fig.3.19 より、 $\theta = 0^\circ$ が押し込み側、 $\theta = 180^\circ$ が持ち上がり側になっている。したがって、 $\theta = 0^\circ$ では、内筒側板と底板とのなす角度が、側板の内・外両側で狭まり、接合部の底板上面の子午線方向応力は圧縮になる。内筒側板の内側である B 断面では、静液圧のみによる引張の応力が減少し、外側の C 断面では、静液圧のみによる圧縮の応力がさらに増える。Fig.3.23(a) は、このことを表している。以上のような現象説明は、 $\theta = 180^\circ$ あるいは Fig.3.24 の荷重条件 T_2-2 、Fig.3.26 の荷重条件 T_3-1 の $\theta = 0^\circ, \theta = 180^\circ$ にも、あてはめることができる。

荷重条件 T_2-3 では、通常時の応力は零と見なすことができるが、地震時には Fig.3.25 に示したように極めて大きくなる。当荷重条件では、内筒側板の両側に液体領域があり、内筒側板に作用する動液圧も、荷重条件 T_2-1, T_2-2 より大きくなる。このことから、 $m = 0$ の静液圧と $m = 1$ の水平動の動液圧とでは、大きさが同じであれば、 $m = 1$ の動液圧の方が側板－底板接合部の応力に大きく影響することが考えられる。

③ 側板－底板接合部の応力

Fig.3.27～Fig.3.34 は、各荷重条件における BEM 領域の σ_r と σ_z の分布を、 $\theta = 0^\circ$ と 180° について表したものである。側板－底板接合部の、持ち上がり部の満液側と押し込み部の空液側では、通常時の変形と水平動の動液圧による変形に同じ傾向があるため、通常時より応力が増加し、逆に持ち上がり部の空液側と押し込み部の満液側では減少する。しかし、地震動の加速度は、時々刻々その方向が変化するため、タンクは持ち上がりと押し込みを繰り返すことになる。そのため、応力振幅が大きくなる。特に、Fig.3.31, 3.32 に示す荷重条件 T_2-3 では、動液圧による応力が支配的であるため、応力振幅が極めて大きくなる。このようなとき、当部の低サイクル疲労や欠陥の強度評価が問題になる。

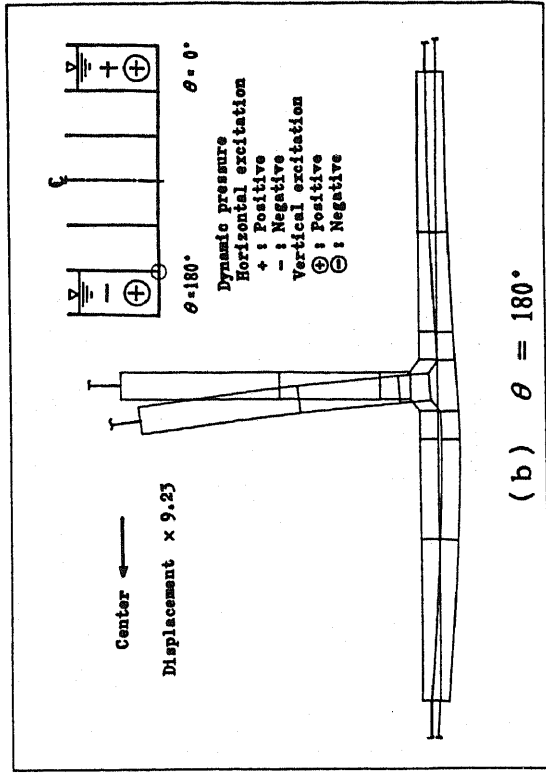
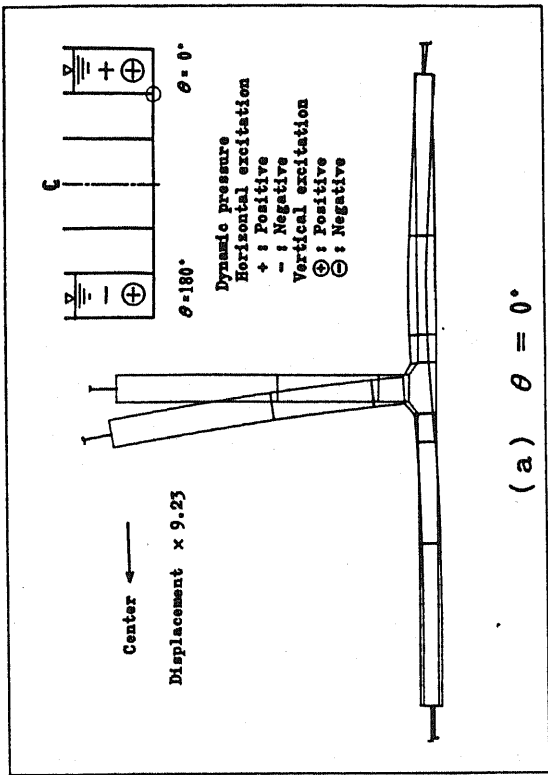


Fig.3.20 Deformation of BEM domain of load condition T₂-2 under seismic loading

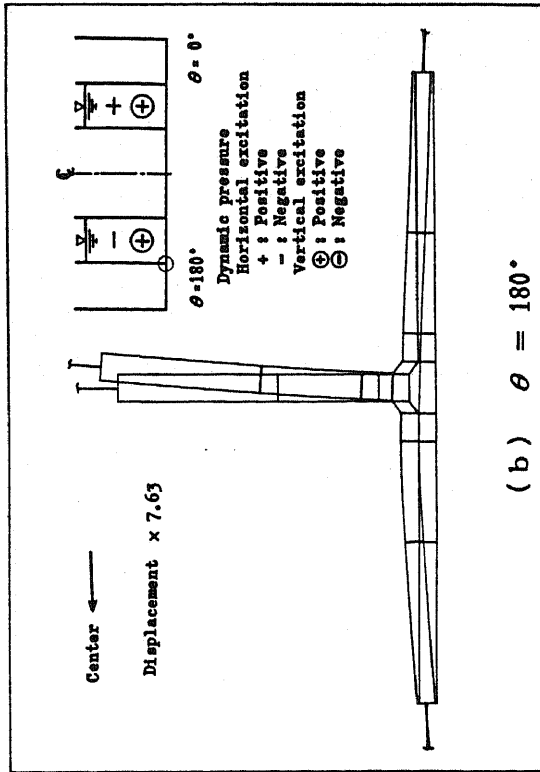
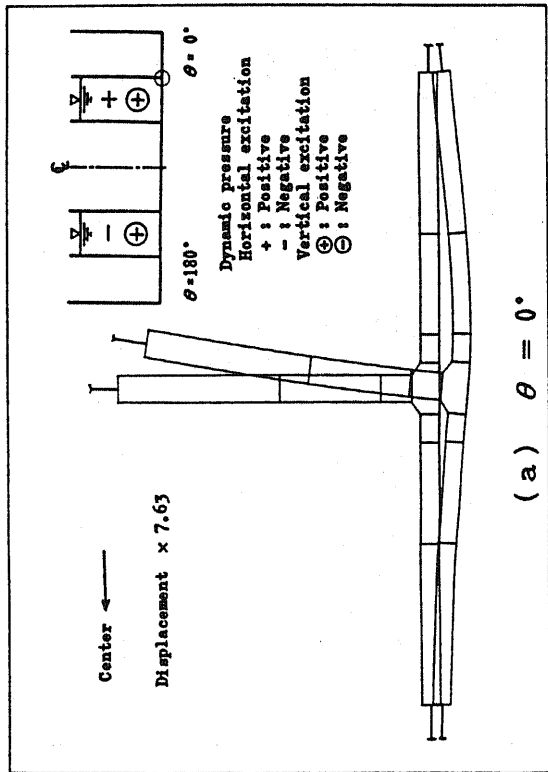


Fig.3.19 Deformation of BEM domain of load condition T₂-1 under seismic loading

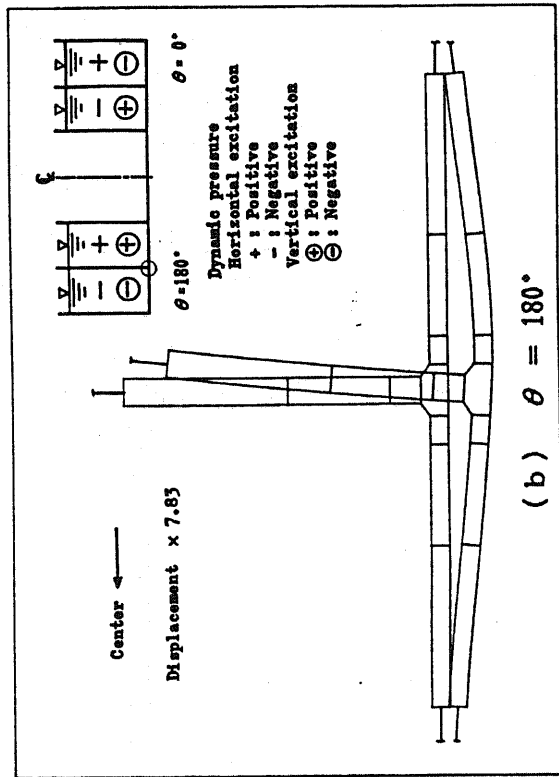
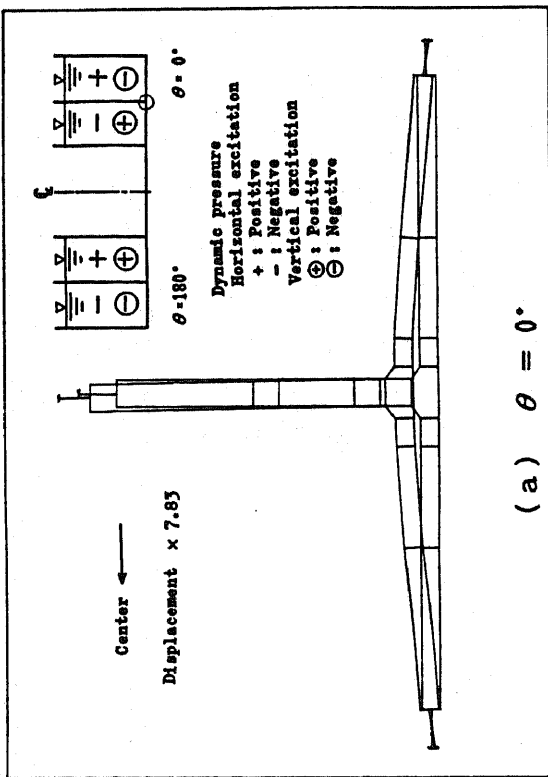


Fig.3.21 Deformation of BEM domain of load condition T2-3 under seismic loading

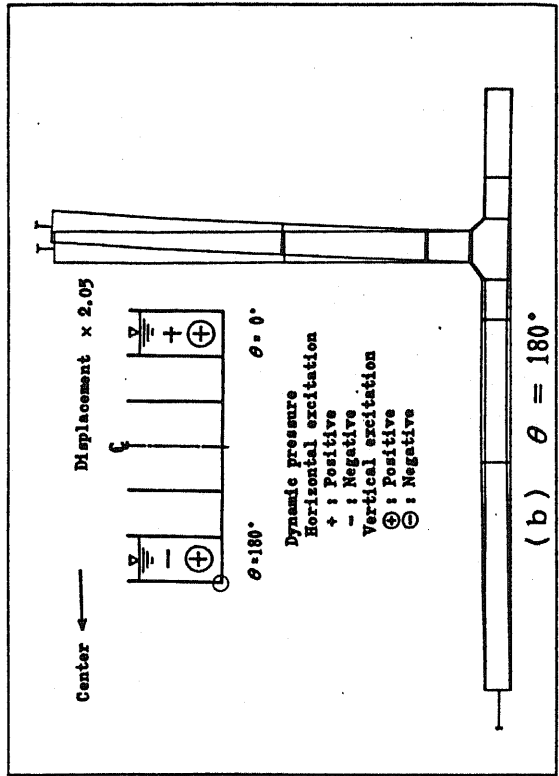
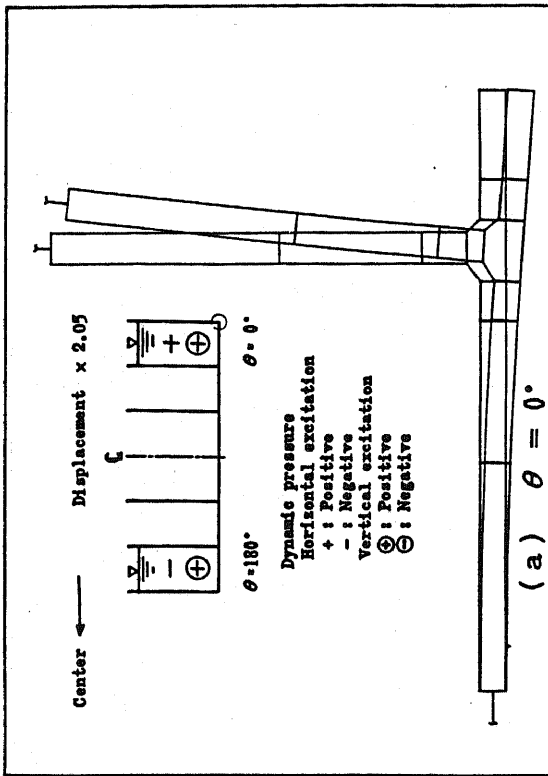
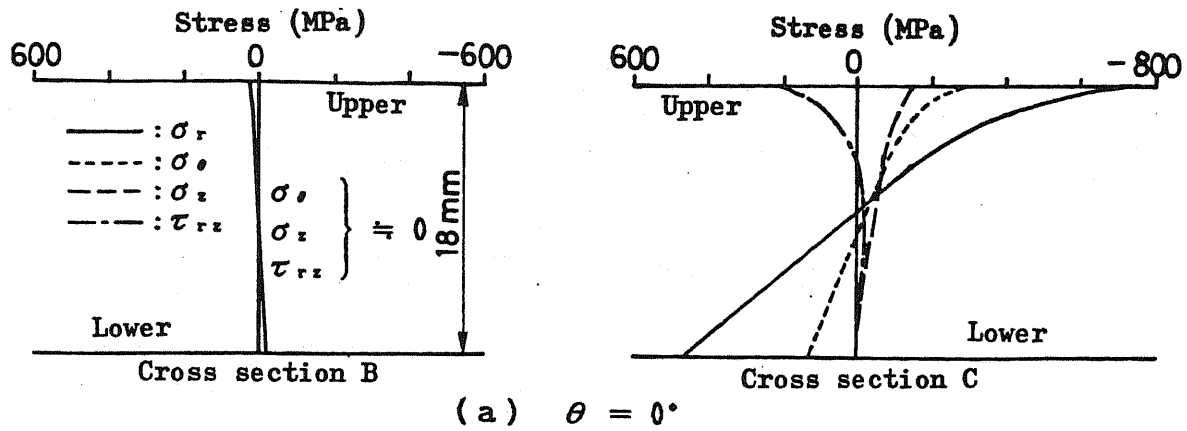
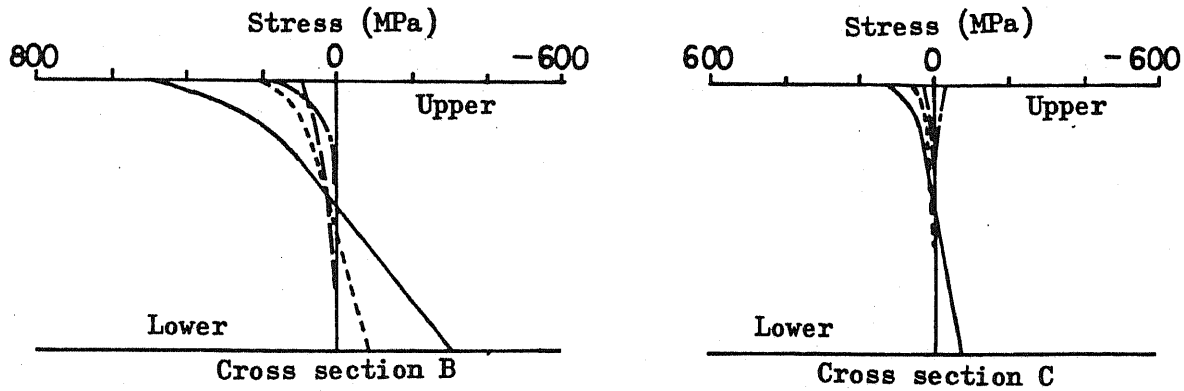


Fig.3.22 Deformation of BEM domain of load condition T2-1 under seismic loading

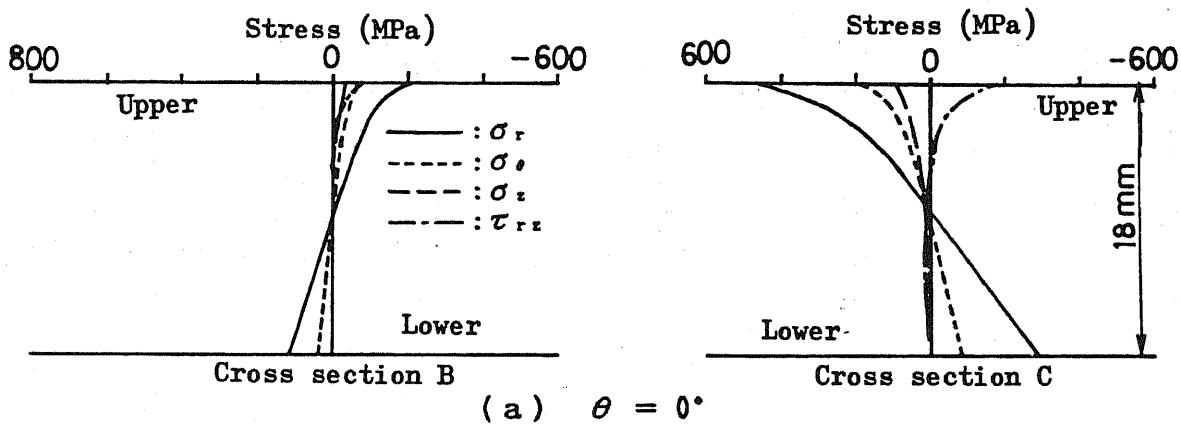


(a) $\theta = 0^\circ$

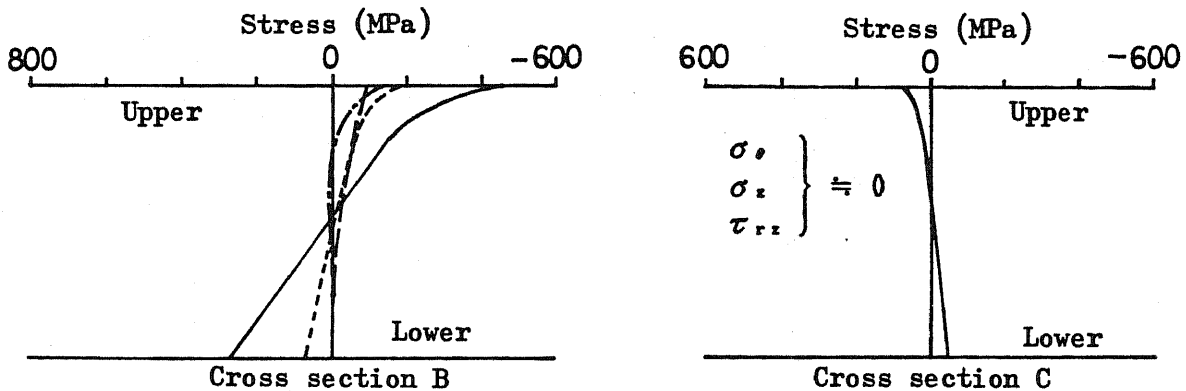


(b) $\theta = 180^\circ$

Fig.3.23 Stresses on bottom plate of load condition T₁-1 under seismic loading



(a) $\theta = 0^\circ$



(b) $\theta = 180^\circ$

Fig.3.24 Stresses on bottom plate of load condition T₂-2 under seismic loading

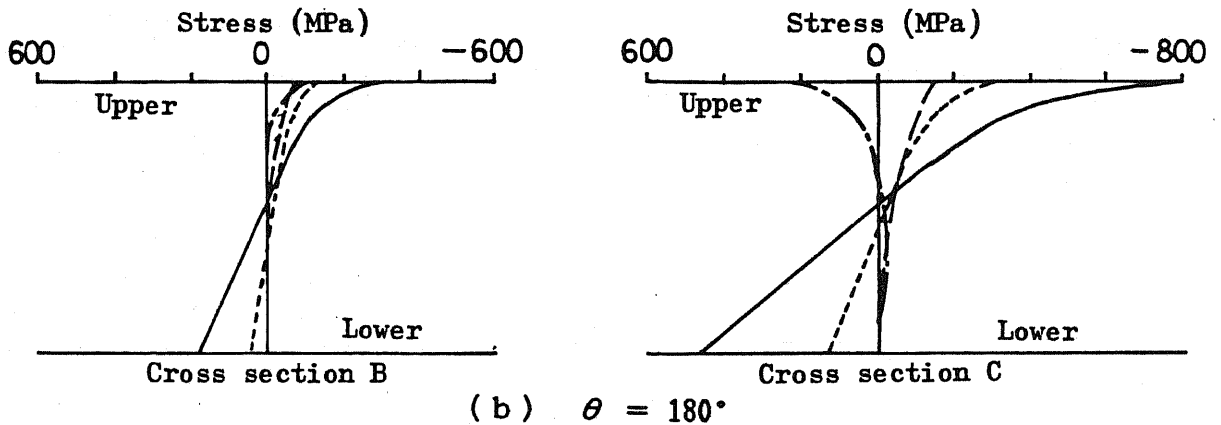
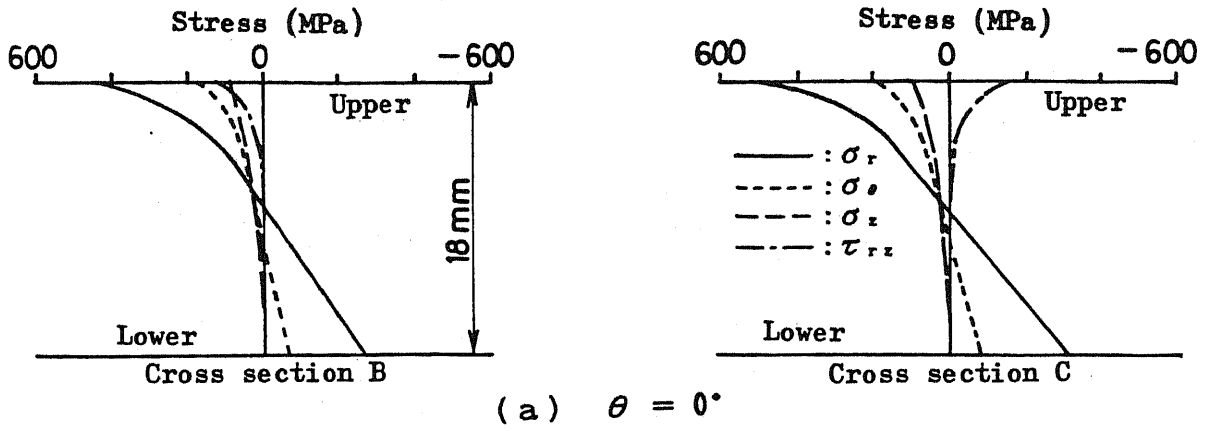


Fig.3.25 Stresses on bottom plate of load condition T₂-3 under seismic loading

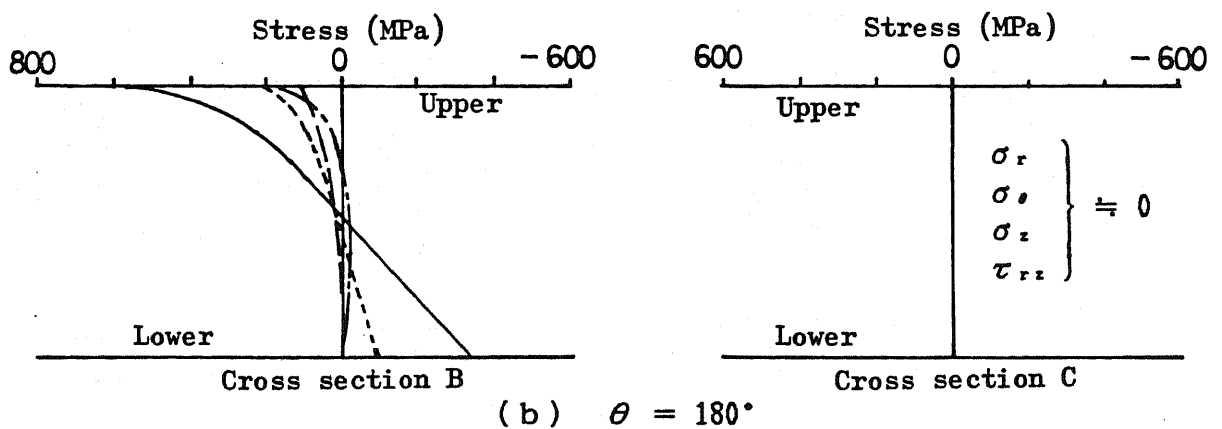
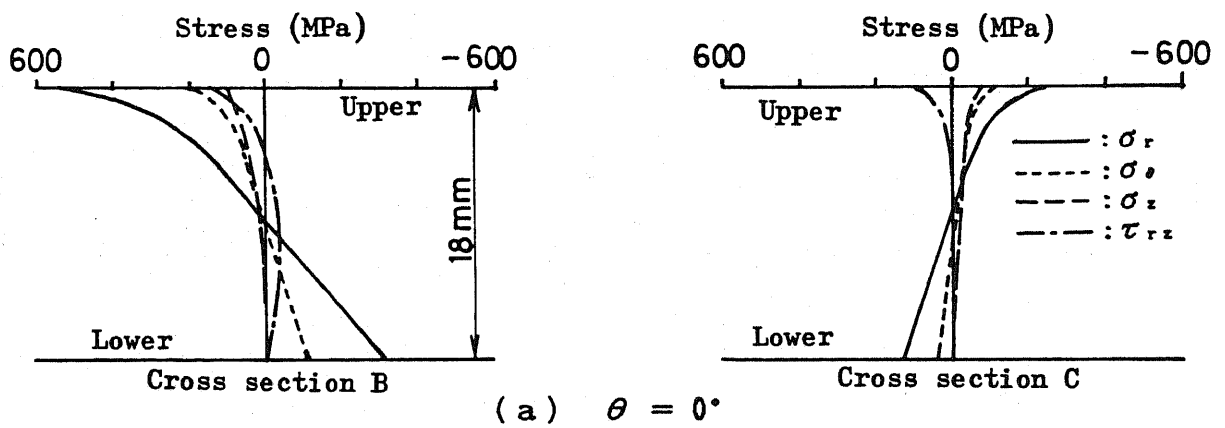


Fig.3.26 Stresses on bottom plate of load condition T₃-1 under seismic loading

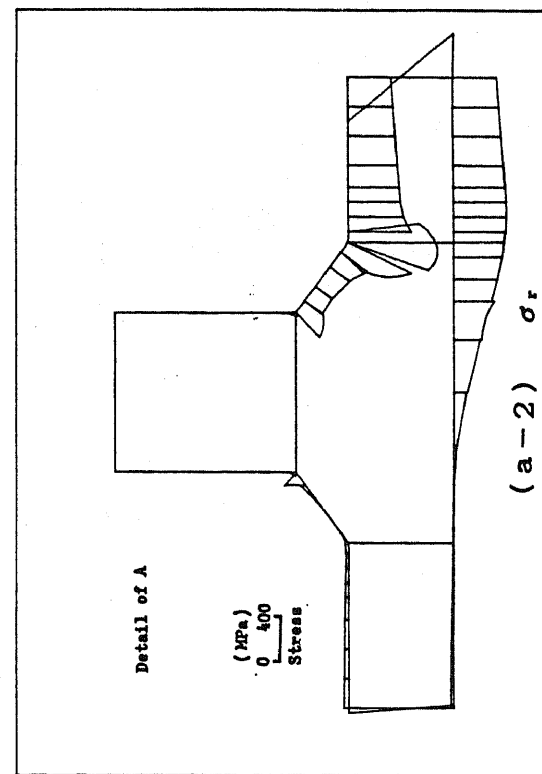
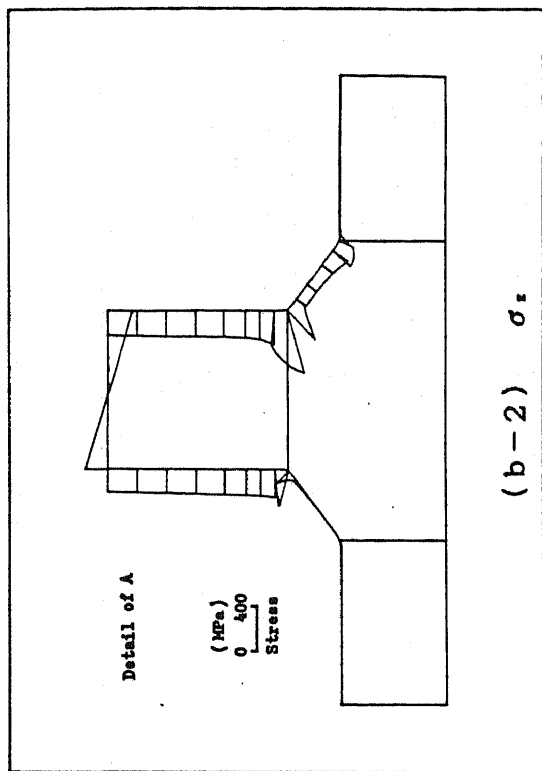
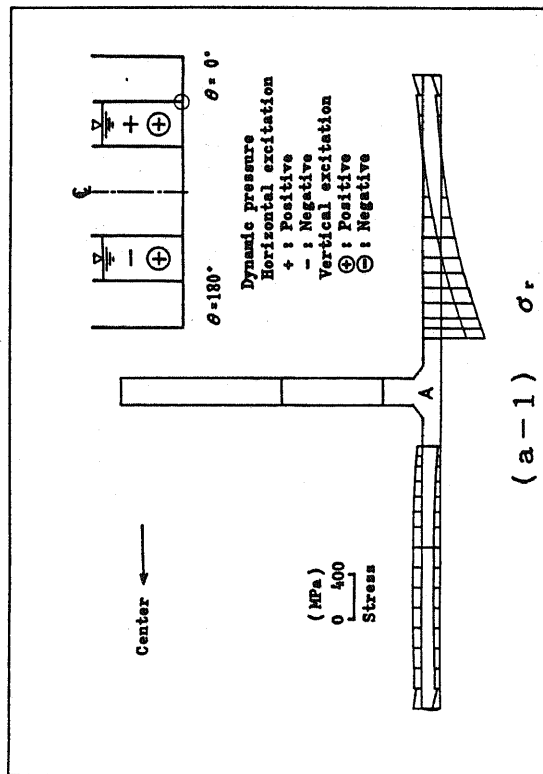
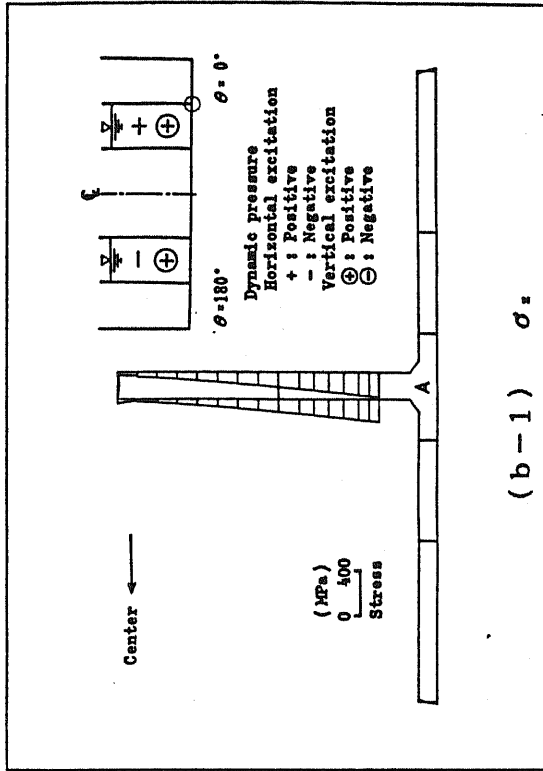


Fig.3.27 Stress distribution of load condition T₁-1 under seismic loading ($\theta = 0^\circ$)

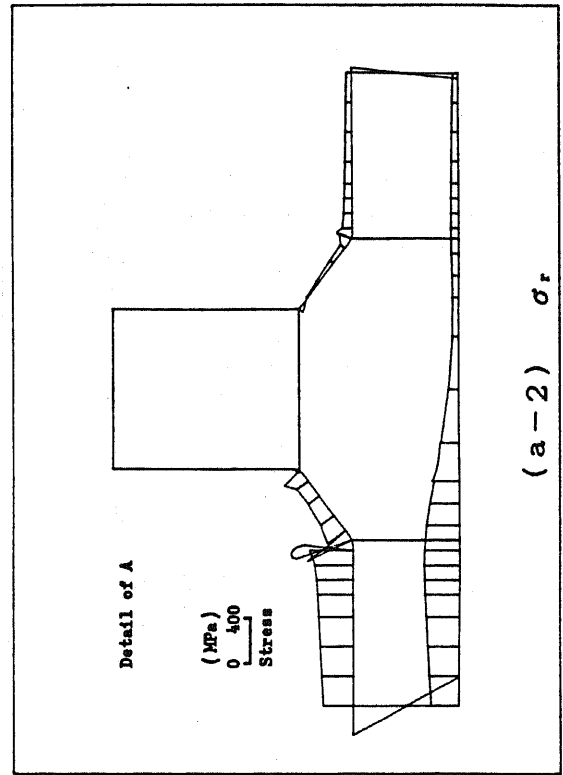
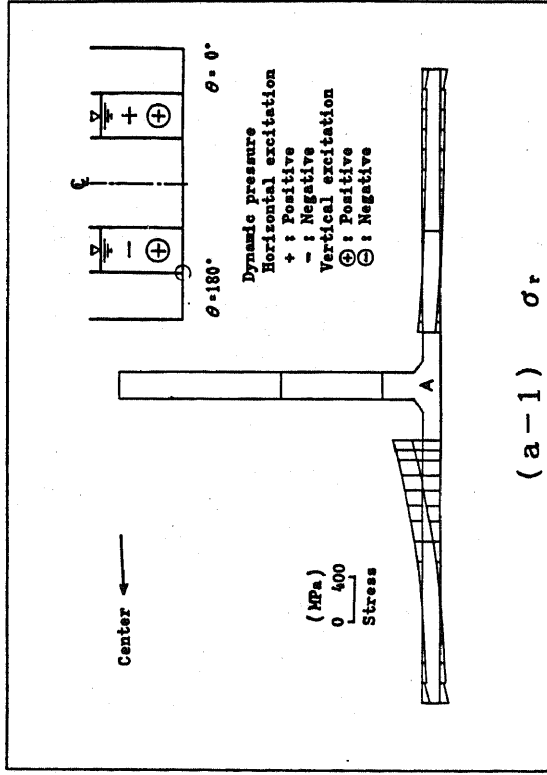
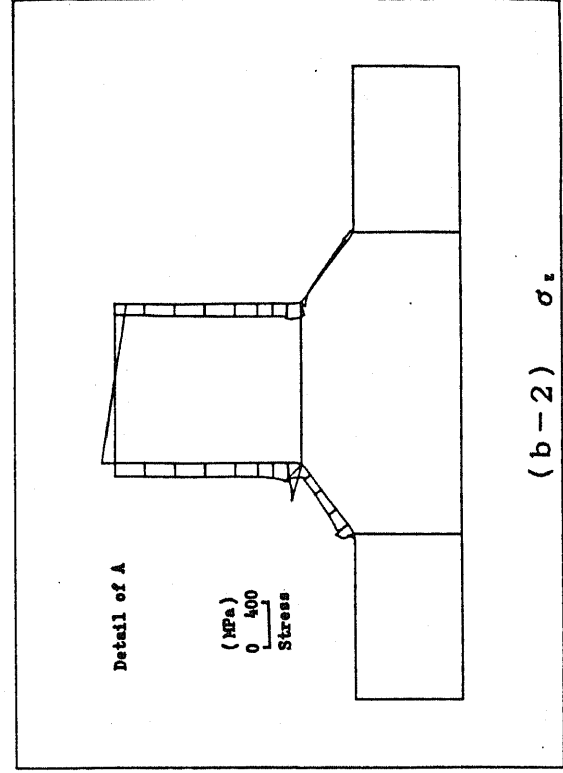
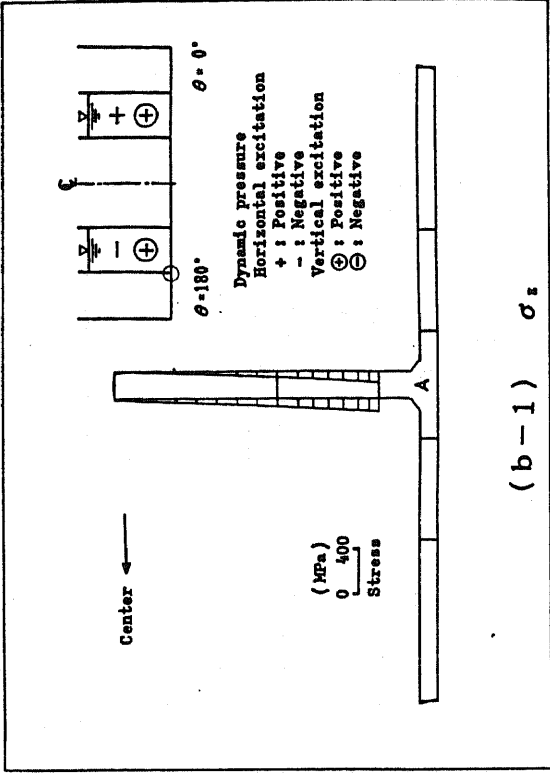


Fig.3.28 Stress distribution of load condition T₁-1 under seismic loading ($\theta = 180^\circ$)

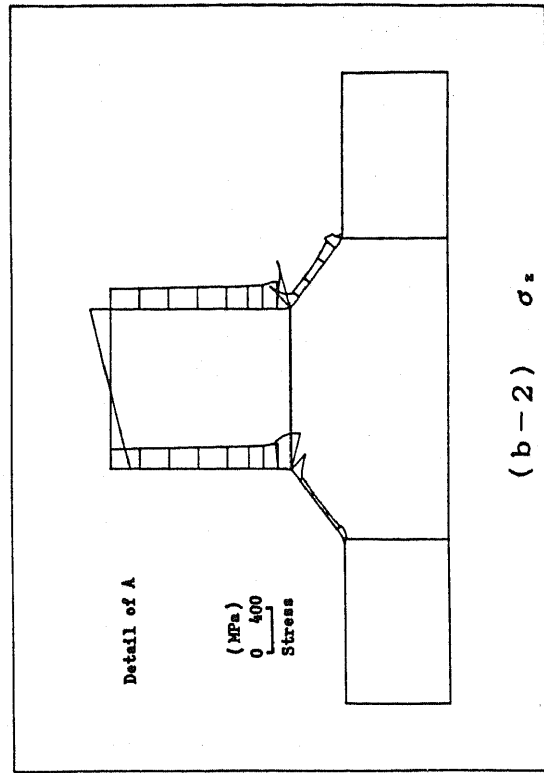
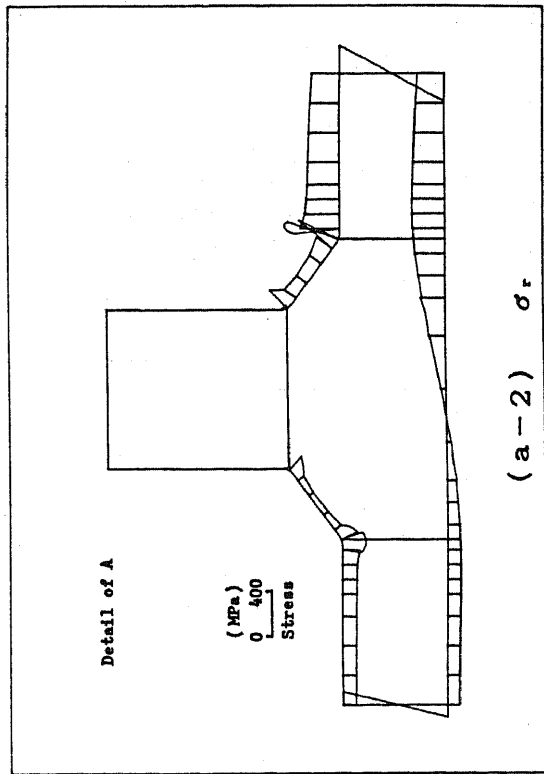
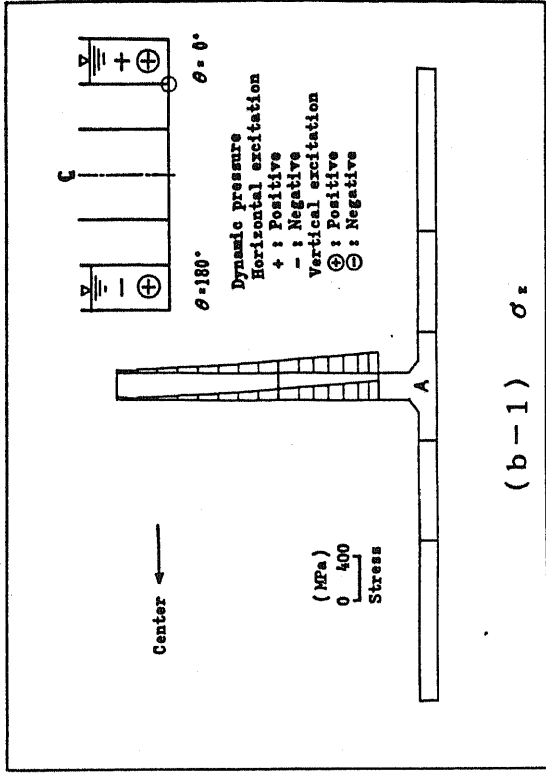
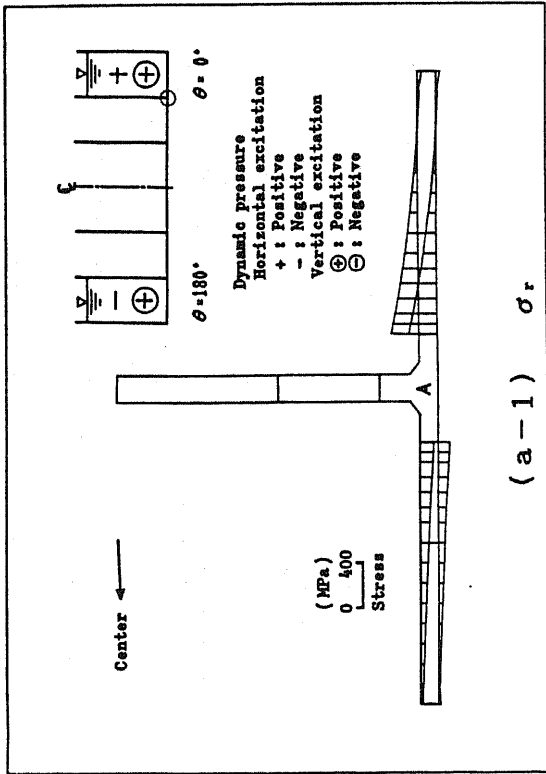


Fig.3.29 Stress distribution of load condition T1-2 under seismic loading ($\theta = 0^\circ$)

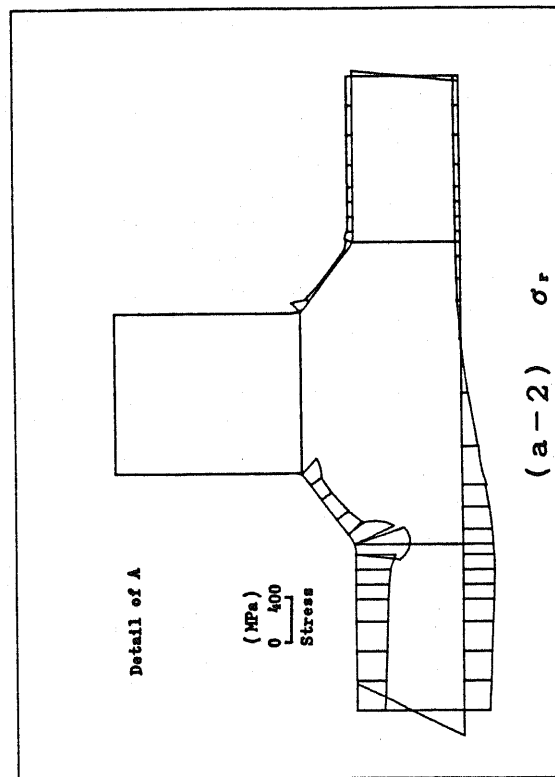
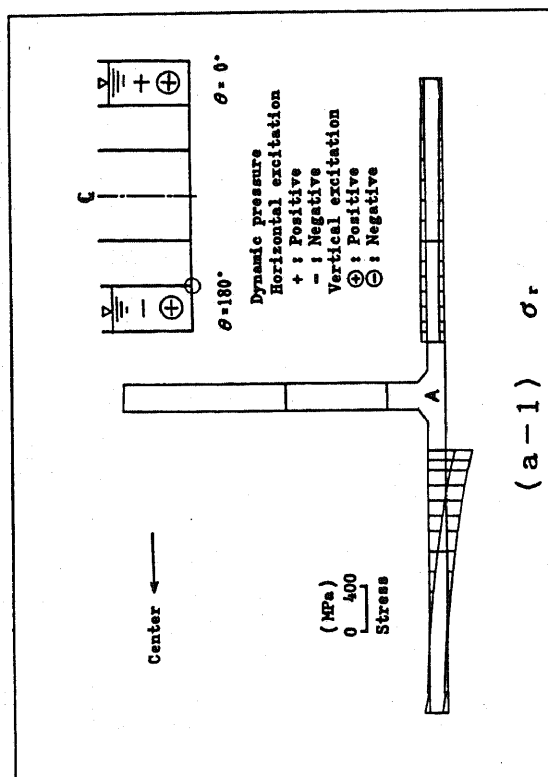
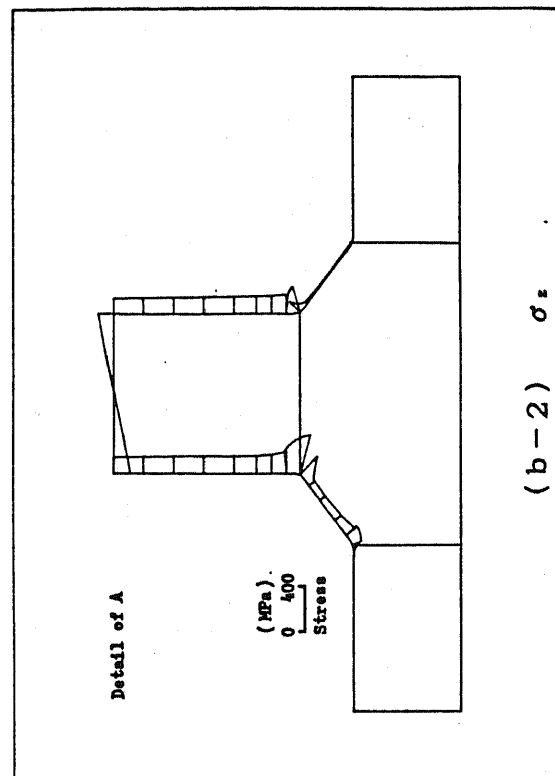
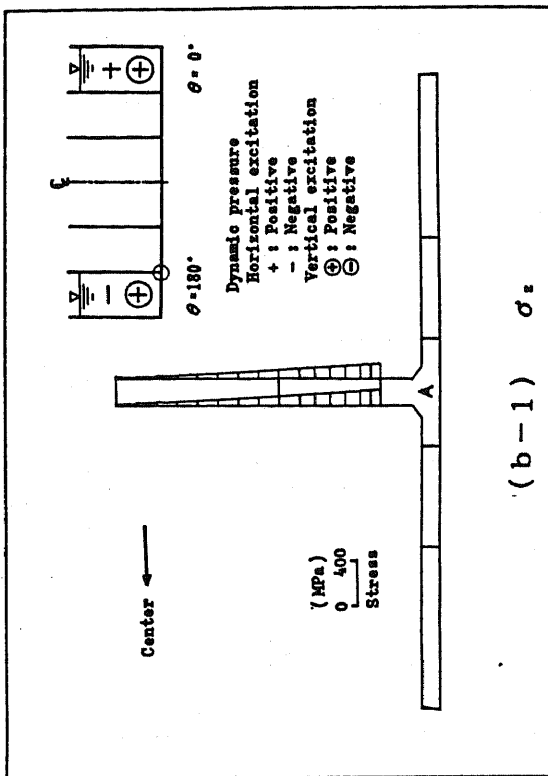


Fig.3.30 Stress distribution of load condition T₁-2 under seismic loading ($\theta = 180^\circ$)

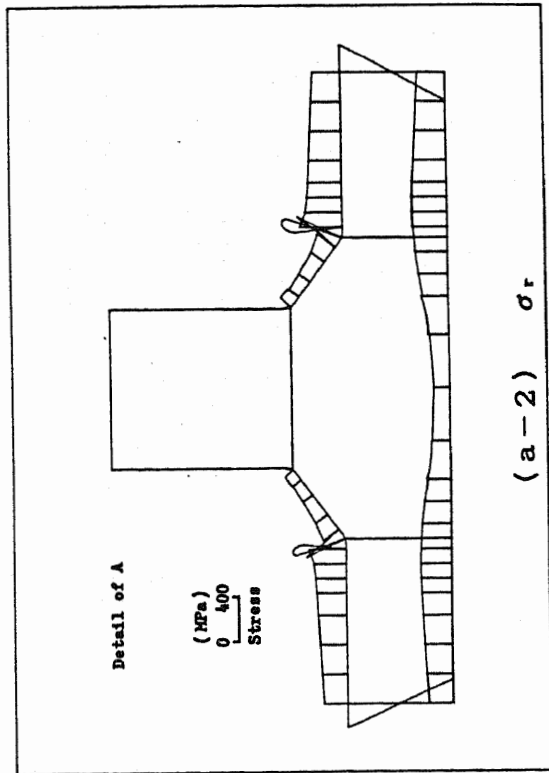
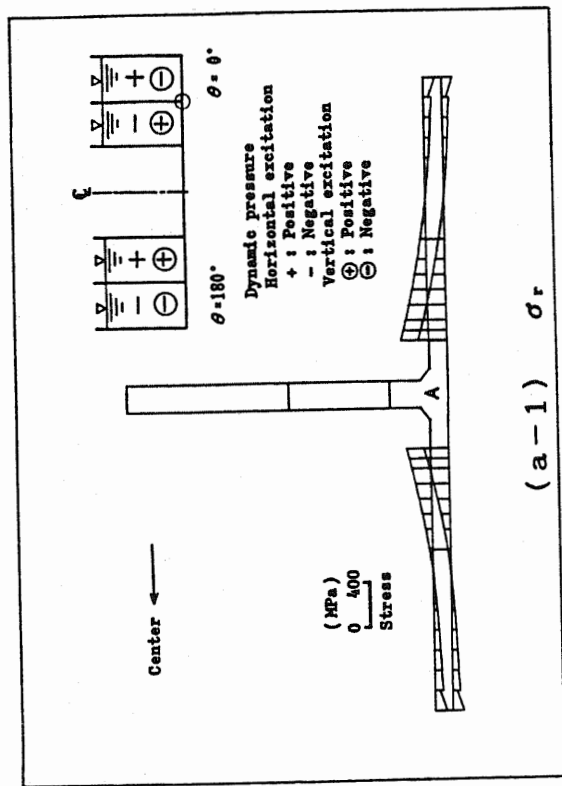
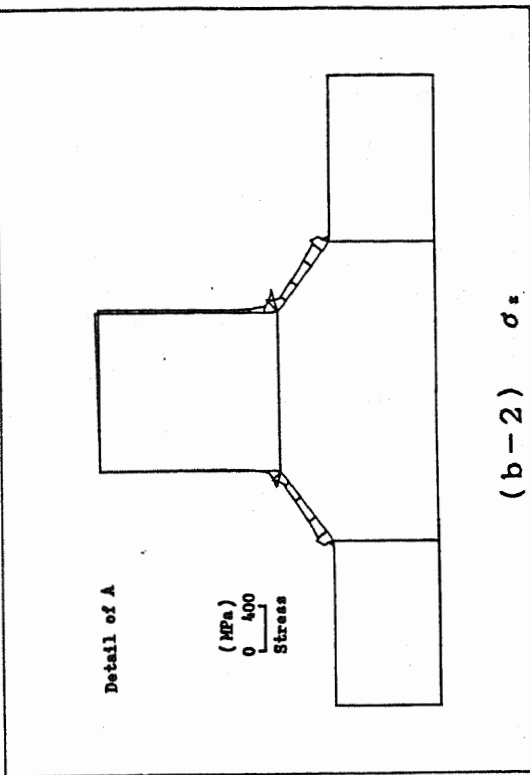
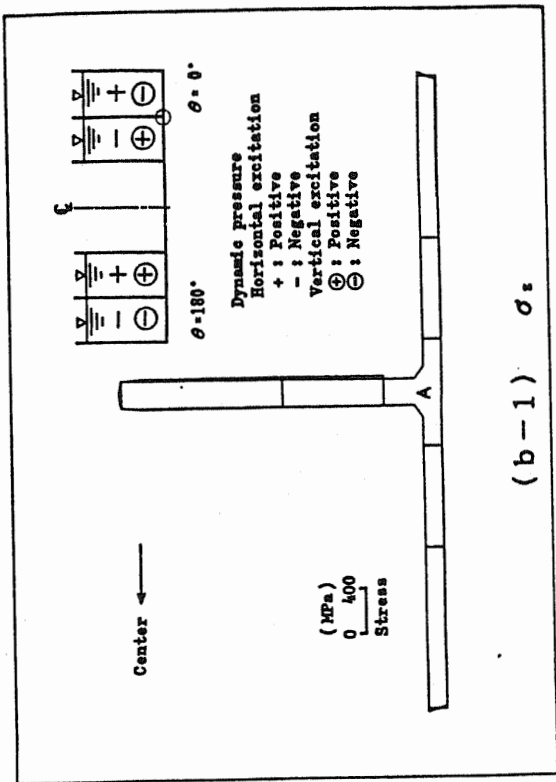


Fig.3.31 Stress distribution of load condition T₁-3 under seismic loading ($\theta = 0^\circ$)

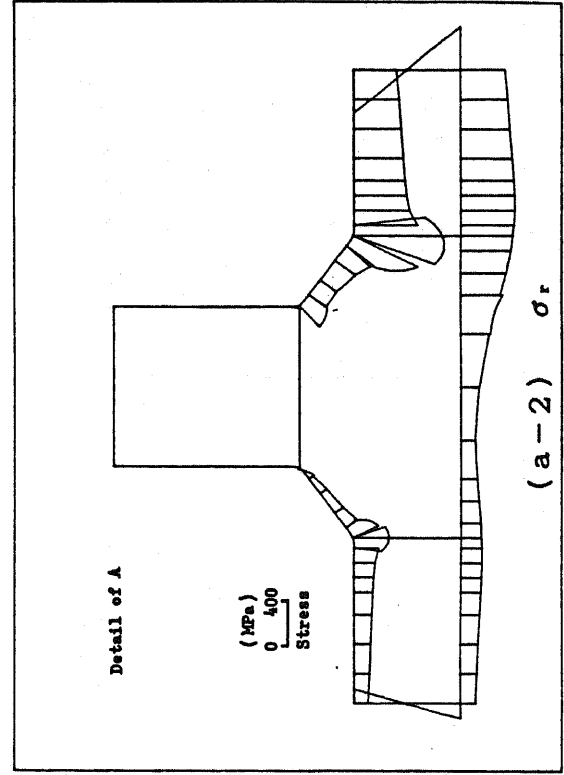
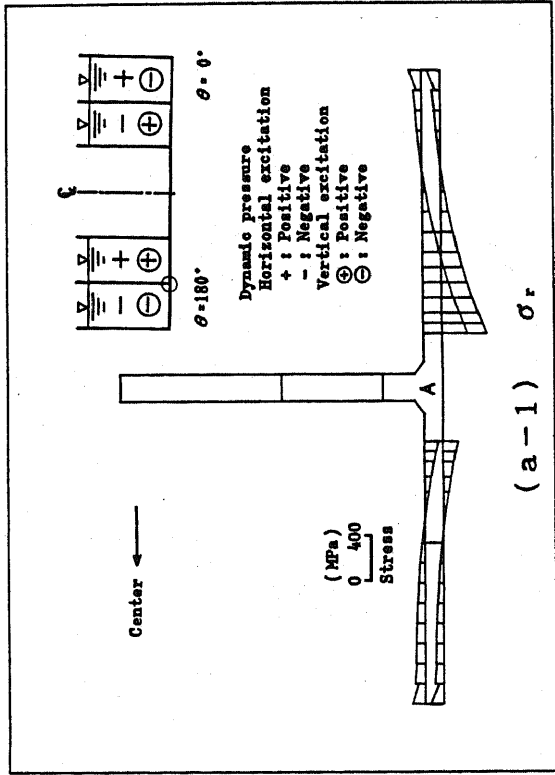
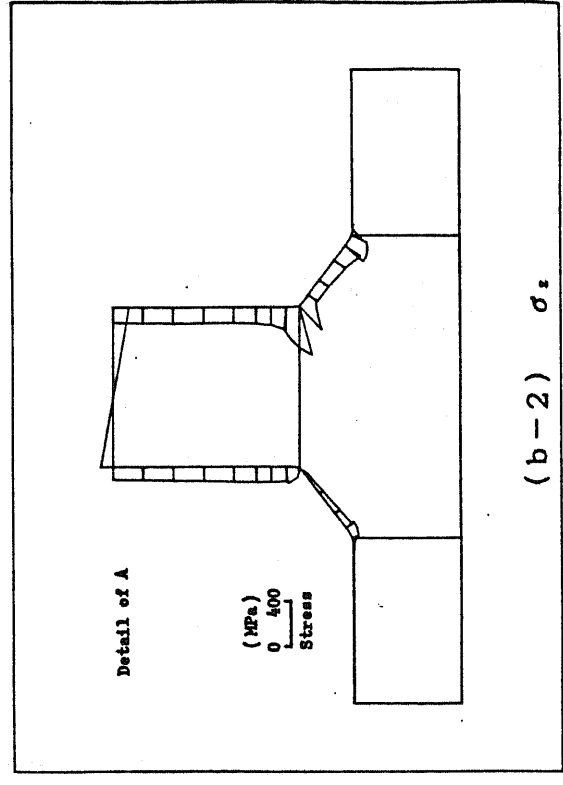
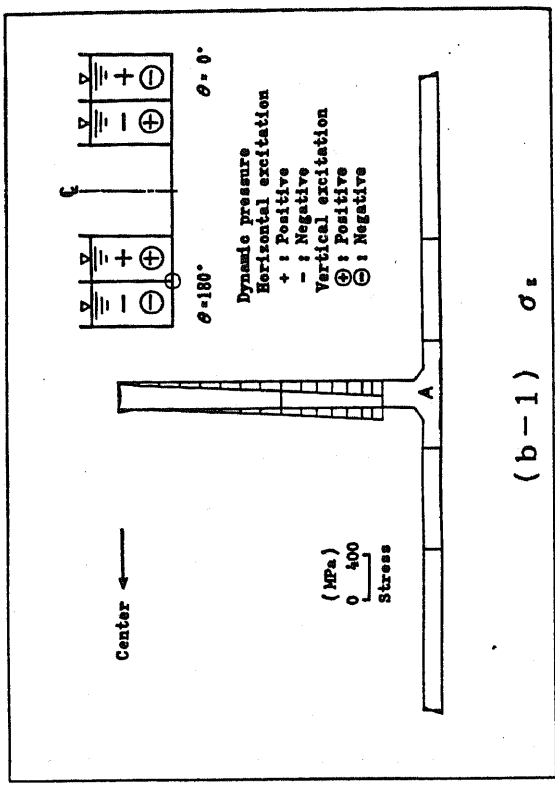


Fig.3.32 Stress distribution of load condition T1-3 under seismic loading ($\theta = 180^\circ$)

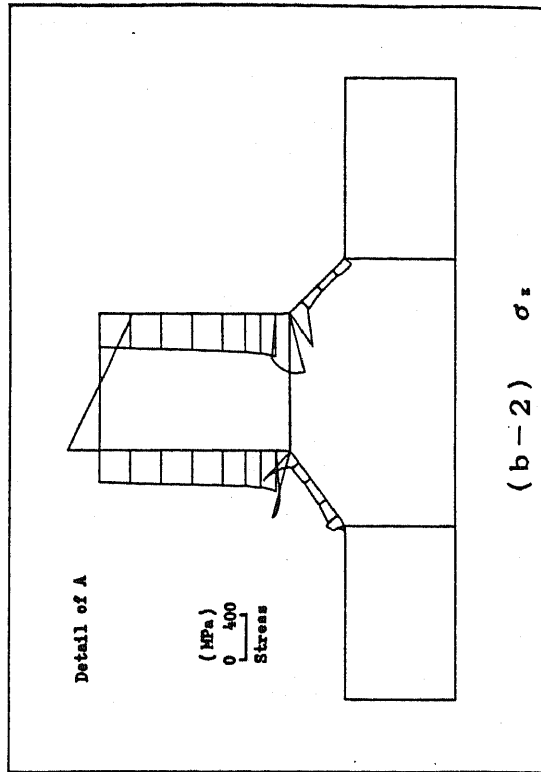
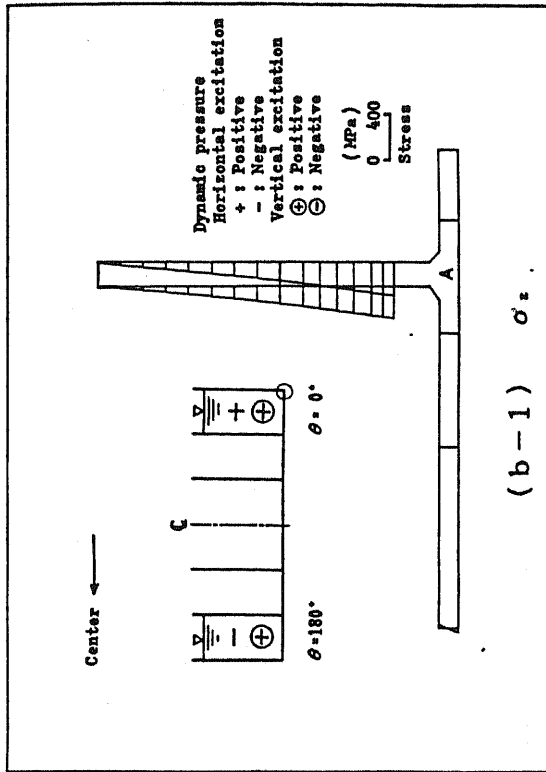
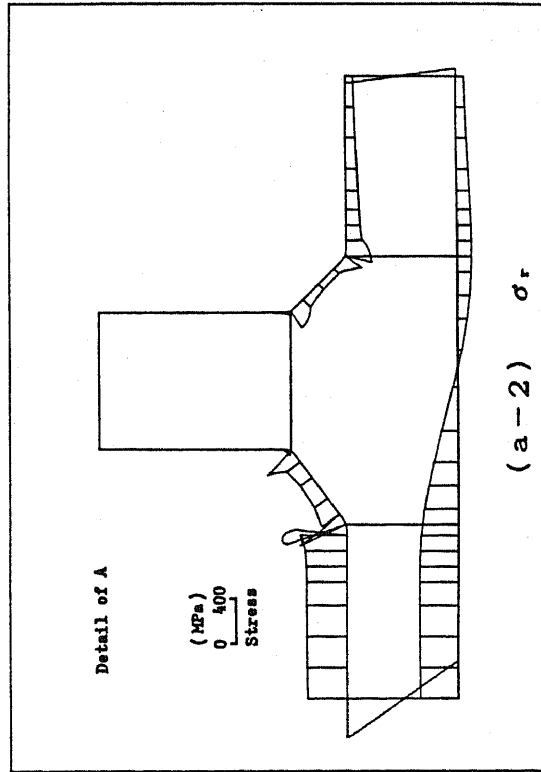
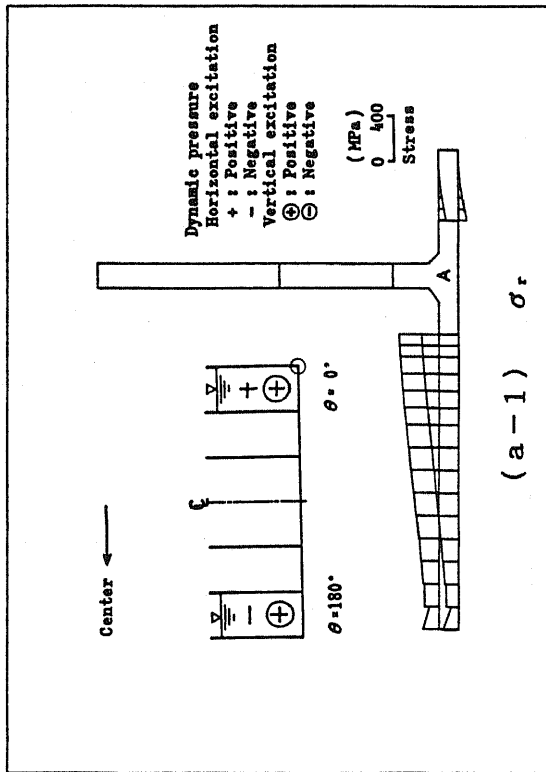


Fig.3.33 Stress distribution of load condition T₃₋₁ under seismic loading ($\theta = 0^\circ$)

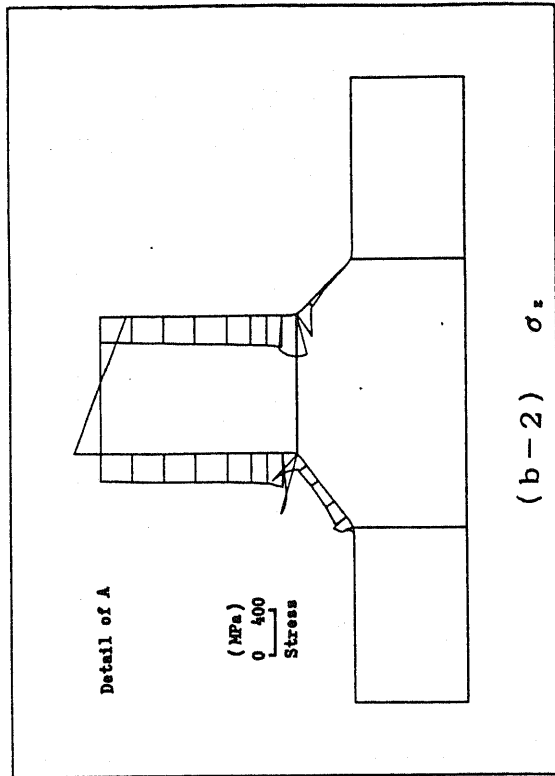
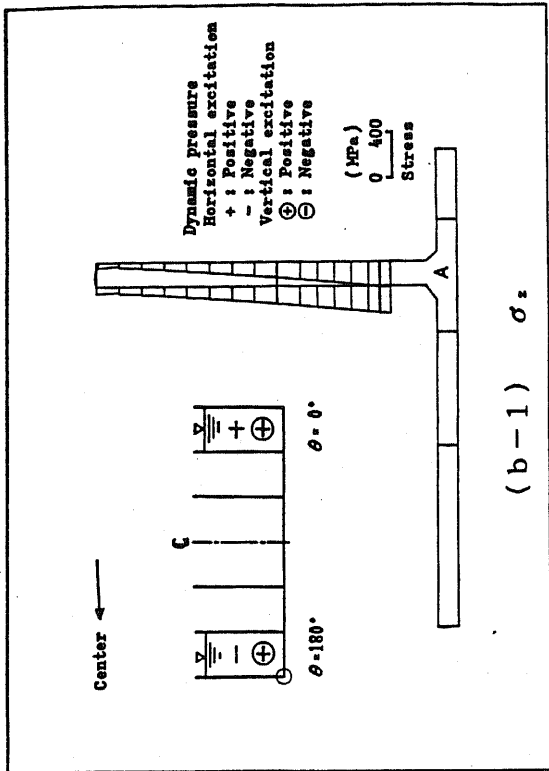
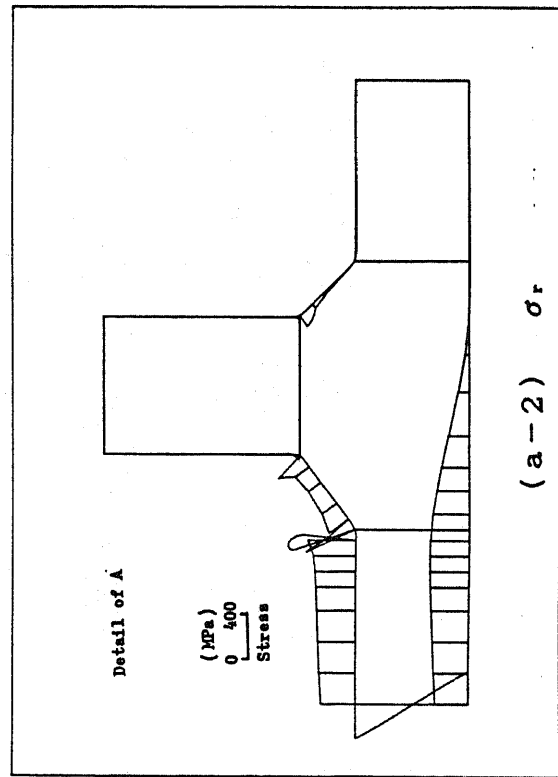
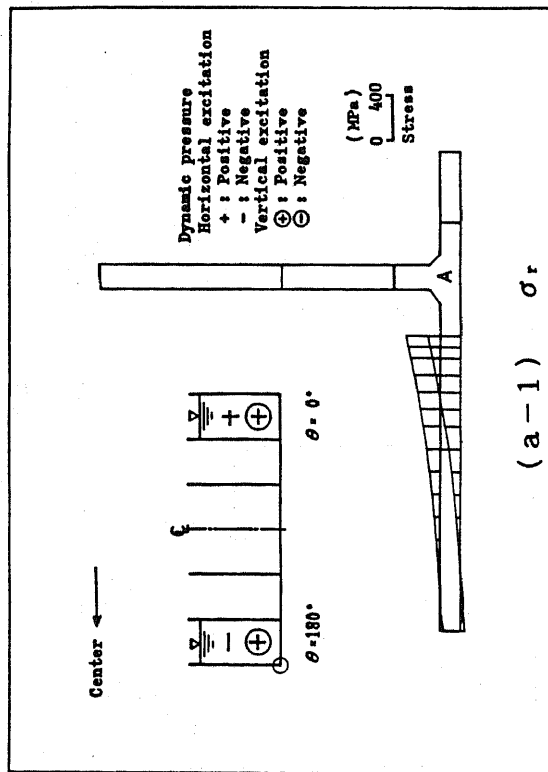


Fig.3.34 Stress distribution of load condition T₃-1 under seismic loading ($\theta = 180^\circ$)

3.3 軸対称有限要素

—境界要素結合弾塑性解析

3.3.1 解析方法

前節の弾性解析の結果からも明らかなように、多重円筒タンクの内筒側板—底板接合部あるいは外筒側板—底板接合部には、極めて大きな曲げモーメントが作用し、隅肉溶接止端部は応力集中部となる。そして、この止端部の周囲には、塑性域ができる場合もあり、内容液の出し入れの繰返しによる低サイクル疲労が問題になる。特に、内筒側板—底板接合部は、外筒側板—底板接合部より応力振幅が大きく、Bauschinger 効果も現れると考えられ、通常の円筒タンクの構造設計では経験しなかった、新たな知見を得る必要がある。

従来、通常の円筒タンクの側板—底板接合部の設計には、ASME Boiler and Pressure Vessel Code Section VIII, Division 2 に基づく、シェークダウン基準が用いられてきた。すなわち、弾性解析による繰返し応力の振幅が降伏応力の2倍以下なら、数サイクルの荷重の繰返しでラチェッティングはとまり、以後は弾性的挙動を示すという考えに基づくものである。しかし、これは弾完全塑性体を仮定しており、実際は異なる現象を示すものと予想され、当部の挙動を把握するには、適切な構成方程式による弾塑性解析が必要になる。

一般構造物において弾塑性解析は、主として、ひずみ増分理論を用いたFEMで広く行われている。しかし、タンクのように液面が変動する静液圧を扱う場合、各増分段階において、各節点の等価節点荷重増分の比は一定にならないため、汎用プログラムで扱うには面倒な面があった。また、通常の円筒形石油タンクの弾塑性解析の報告^{(20),(24)}も見られるが、本論文の目的である、隅肉溶接の形状をモデルに入れ、内容液の出し入れによる応力の履歴を扱ったものではない。

前節で実施したFEM—BEM結合弾性解析は、タンク全体の中の側板—底板接合部の極めて局所的な挙動を解析する際には、計算時間や入力データ作成の労力の低減という点で、極めて有力な手法であった。また、この手法で引続き弾塑性解析を行うには、塑性域をBEMで扱うことになる。しかし、非線形問題におけるBEMは、領域内部も領域積分のための要素(Cell)に分割する必要があり、その取扱いもFEMより複雑になる⁽¹⁸⁾。

実際のタンクの塑性域は、側板—底板接合部の隅肉溶接止端部の周囲だけに限定され、他は弾性域である。したがって、前節の弾性解析において、BEMで扱った領域を、Fig.3.35に示すように、塑性域を軸対称ソリッド要素によるFEM、他の弾性域をBEMで扱うFEM—BEM結合解析を行えば、効率的な解析になると考えられる。

本節では、以上のようなFEM-BEM結合弾塑性解析を、 $m=0$ の軸対称荷重である通常時の荷重に対して実施する。構成方程式は、ひずみ硬化とBauschinger効果を考慮できる複合硬化理論⁽²⁵⁾に基づき、荷重増分はMarcalの方法⁽²⁶⁾で行い、かつ遷移要素の応力補正には弾性予測・半径引戻し法⁽²⁷⁾を用いる。また、液面の変動による液圧荷重は、各増分段階で等価節点荷重増分を逐次修正する方法で扱う。

3.3.2 軸対称ソリッド要素

本解析で、隅肉溶接止端部の周囲の塑性域に用いる軸対称ソリッド要素は、Fig.3.36の6節点三角形、8節点四辺形アイソパラメトリック要素である。ひずみ-変位関係式は、次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_z \\ \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \frac{u_r}{r} \\ \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \end{Bmatrix} \quad (3.60)$$

ここで、 $\epsilon_i (i=z, r, \theta)$ は、 i 方向の垂直ひずみ、 γ_{rz} は剪断ひずみ、 $u_i (i=z, r)$ は i 方向変位である。また、弾性の応力-ひずみ関係はHookeの法則より、次式で与えられる。

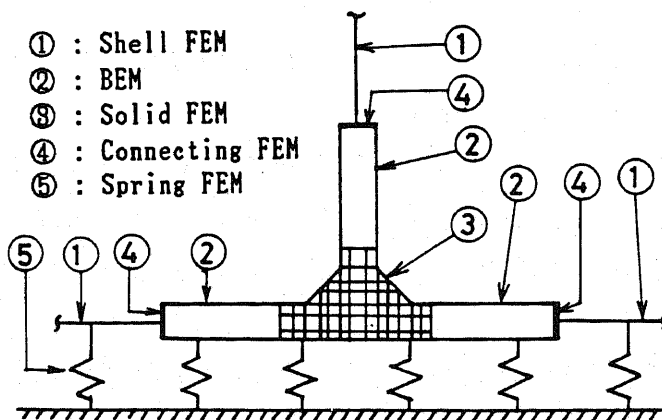


Fig.3.35 Coupling method of FEM and BEM for elastic-plastic analysis

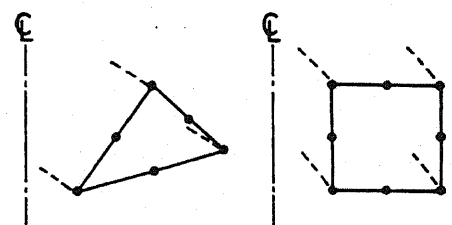


Fig.3.36 Axisymmetric solid finite element

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{Bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & & 1 & 0 \\ \text{SYM.} & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_z \\ \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} \quad (3.61)$$

ここで、 $\sigma_i (i = z, r, \theta)$ は i 方向垂直応力、 τ_{rz} は剪断応力、 E, ν はそれぞれ縦弾性係数とポアソン比である。

3.3.3 弾塑性構成方程式

(1) 複合硬化

弾塑性解析は、ひずみ増分理論の立場から、1960年代にMarcal⁽²⁶⁾および山田⁽²⁸⁾によって構成方程式が導かれ、FEMにより広く行われている。これらの構成方程式は、応力空間における降伏曲面が、材料のひずみ硬化によって、相似形に形が変化する、いわゆる等方硬化(Isotropic hardening)の理論に基づくものであり、重要な塑性特性の一つであるBauschinger効果を表現しているものではない。多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部のように、変動負荷を受ける構造物の弾塑性解析では、Bauschinger効果が極めて重要な要素となることから、これを考慮した構成方程式が必要になる。

Bauschinger効果を表現するモデルとして、Prager⁽²⁹⁾により提案され、Ziegler⁽³⁰⁾によって修正された移動硬化(Kinematic hardening)がある。これは、応力空間において、降伏曲面の形はもとのままで、原点の位置が移動すると仮定したものであり、浜田・田中⁽³¹⁾、宮本・白鳥⁽³²⁾はこの移動硬化理論に基づく構成方程式を導入している。また、田中ら⁽³³⁾は、文献(31)の方法を等方硬化と移動硬化の線形結合に拡張している。しかし、これらはいずれも線形硬化材に対する構成方程式である。一方、山田⁽²⁵⁾は、任意の応力-ひずみ曲線に適用でき、両硬化理論を結合した一般性の高い、複合硬化(Combined hardening)理論を提案し、構成方程式を導いている。これは、降伏曲面が膨張しかつ移動するものである。本項では、文献(25)に基づく複合硬化理論による、軸対称問題の構成方程式について述べる。

(2) 降伏条件

まず弾性状態での応力-ひずみ関係式(3.61)を、増分形で表示する。

$$\{d\sigma\} = [D^e]\{de^e\} \quad (3.62)$$

ここで、上付き添字 e は弾性を意味する。弾性限度を越え、塑性域に達した後の全ひずみ増分 $\{de\}$ は、弾性成分 $\{de^e\}$ と塑性成分 $\{de^p\}$ の和になる。

$$\{de\} = \{de^e\} + \{de^p\} \quad (3.63)$$

ただし、上付き添字 p は塑性を意味する。式(3.62), (3.63)より、次式が得られる。

$$\{d\sigma\} = [D^e](\{de\} - \{de^p\}) \quad (3.64)$$

降伏条件を、Misesの条件に基づいた次式で表す。

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) = \left[\frac{1}{2} \left[\{(\sigma_z - \alpha_z) - (\sigma_r - \alpha_r)\}^2 + \{(\sigma_r - \alpha_r) - (\sigma_\theta - \alpha_\theta)\}^2 + \{(\sigma_\theta - \alpha_\theta) - (\sigma_z - \alpha_z)\}^2 + 6(\tau_{rz} - \alpha_{rz})^2 \right] \right]^{1/2} = C \quad (3.65)$$

ここで、 α_{ij} は降伏曲面の原点の移動量であり、 C はひずみ履歴の関数である。この式の特別な場合として、 $\alpha_{ij} = 0$ の場合が等方硬化、 C が一定の場合が移動硬化である。

一方向のみに負荷を受ける構造物の弾塑性解析では、等方硬化理論で精度の良い解が得られるが、負荷方向が変動する場合、Bauschinger効果が極めて重要な要素となる。

(3) 塑性ポテンシャル

塑性理論では、降伏および塑性流れの問題を一般的方法で取扱うため、塑性ポテンシャルの概念が導入される。塑性ポテンシャルは、応力のスカラー関数として定義され、本論文では降伏条件 f を塑性ポテンシャルとする関連流れ則に基づく。

このとき、塑性ひずみ増分は、次式で与えられるものとする。

$$\{d\epsilon^p\} = h \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} df \quad (3.66)$$

上式の $h df$ は、塑性変形を継続するとき、正の比例定数となる。また、式(3.66)は、 $\{d\epsilon^p\}$ の方向が、降伏曲面 f の外向き法線方向である条件も表す。これと式(3.64)より、次式が得られる。

$$\{d\sigma\} = [D^*] \{d\epsilon\} - h [D^*] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} df \quad (3.67)$$

(4) ひずみ硬化理論

式(3.67)の $h df$ を具体的に定めるため、ひずみ硬化理論を導入する。等方硬化理論では、降伏条件式に現段階での応力を代入して得られる相当応力 $\bar{\sigma}$ は、塑性仕事 W^p の関数になるが、複合硬化理論ではこれを修正した次式を定義する。

$$\bar{\sigma} = f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) = F\left(\int dW^p\right) \quad (3.68)$$

ここで、塑性仕事増分 dW^p は、応力 $\{\sigma - \alpha\}$ が、塑性ひずみ増分 $\{d\epsilon^p\}$ に対して成す仕事を表す。

$$dW^p = \{\sigma - \alpha\}^T \{d\epsilon^p\} \quad (3.69)$$

また、相当塑性ひずみ増分 $d\bar{\epsilon}^p$ を導入し、次式を定義する。

$$dW^p = \bar{\sigma} \cdot d\bar{\epsilon}^p \quad (3.70)$$

式(3.68), (3.70)より、 $\bar{\sigma}$ と $d\bar{\epsilon}^p$ との間に、次のような一義的関係が成立することになる。

$$\bar{\sigma} = H_L\left(\int d\bar{\epsilon}^p\right) \quad (3.71)$$

これを微分する。

$$d\bar{\sigma} = H_L' \cdot d\bar{\epsilon}^p \quad (3.72)$$

ただし、

$$H_{i'} = \partial \bar{\sigma} / \partial \bar{e}^p \quad (3.73)$$

式(3.71)は、相当応力 $\bar{\sigma}$ が相当塑性ひずみ増分を変形経路に沿って積分した $\int d\bar{e}^p$ の関数であることを意味し、式(3.73)の $H_{i'}$ は全ひずみ硬化のうち等方硬化によって生じた割合を表す。

全ひずみ硬化率 H' は、

$$H' = H_{i'} + H_{k'} \quad (3.74)$$

ここで、 $H_{k'}$ は移動硬化率であり、山田⁽²⁵⁾は次式で定義している。

$$\{\partial f / \partial \sigma\}^T \{d\alpha\} = H_{k'} \cdot d\bar{e}^p \quad (3.75)$$

(5) 弾塑性応力-ひずみマトリックス

式(3.66)を式(3.69)に代入し、式(3.70)と、式(3.65)で表される降伏条件を用いると、次式が得られる。

$$hdf = d\bar{e}^p \quad (3.76)$$

また、式(3.68)の関係から、次の関係が成立する。

$$d\bar{\sigma} = \{\partial f / \partial \sigma\}^T \{d\sigma - d\alpha\} \quad (3.77)$$

式(3.72)と式(3.77)より $d\bar{e}^p$ について求め、式(3.76)に代入し、それに式(3.67)を代入して hdf について解く。それと、式(3.75)、(3.77)の関係から、最終的な hdf の式が導かれる。

$$hdf = \frac{\{\partial f / \partial \sigma\}^T [D^*] \{de\}}{(H_{i'} + H_{k'}) + \{\partial f / \partial \sigma\}^T [D^*] \{\partial f / \partial \sigma\}} \quad (3.78)$$

式(3.78)を式(3.67)に代入すると、複合硬化の弾塑性応力-ひずみマトリックス $[D^p]$ が得られる。

$$\{d\sigma\} = [D^p]\{d\epsilon\} \quad (3.79)$$

ただし、

$$[D^p] = [D^*] - \frac{[D^*]\{\partial f / \partial \sigma\}\{\partial f / \partial \sigma\}^T [D^*]}{(H_{L'} + H_{K'}) + \{\partial f / \partial \sigma\}^T [D^*]\{\partial f / \partial \sigma\}} \quad (3.80)$$

この式において、 $H_{K'} = 0$ は等方硬化、 $H_{L'} = 0$ は移動硬化を表す。

軸対称問題では、 $[D^p]$ は次式で表示される。

$$[D^p] = [D^*] - S \begin{bmatrix} S_z'^2 & S_r' S_z' & S_\theta' S_z' & S_{rz} S_z' \\ & S_r'^2 & S_\theta' S_r' & S_{rz} S_r' \\ & & S_\theta'^2 & S_{rz} S_\theta' \\ \text{SYM.} & & & S_{rz}^2 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

ここで、次の記号を用いている。

$$\left. \begin{aligned} S_{ij} &= \sigma_{ij} - \alpha_{ij}, & S_{ij}' &= \sigma_{ij}' - \alpha_{ij}' \\ S &= \frac{9G^2}{\sigma^2(H_{L'} + H_{K'} + 3G)}, & G &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \right\} \quad (3.82)$$

ここで、 σ_{ij}' は偏差応力、 α_{ij}' は偏差応力空間での降伏曲面の移動量である。

降伏曲面中心の移動量増分 $\{d\alpha\}$ は、Fig.3.37に示すように、その方向が各瞬間の中心 $\{\alpha\}$ と応力点 $\{\sigma\}$ を結ぶ方向に一致するものとしたZiegler⁽³⁰⁾の仮定より、次式を得る。

$$\{d\alpha\} = d\mu \cdot \{\sigma - \alpha\} \quad (3.83)$$

$$d\mu = \frac{1}{\sigma} H_{K'} \cdot d\bar{\epsilon}^p \quad (3.84)$$

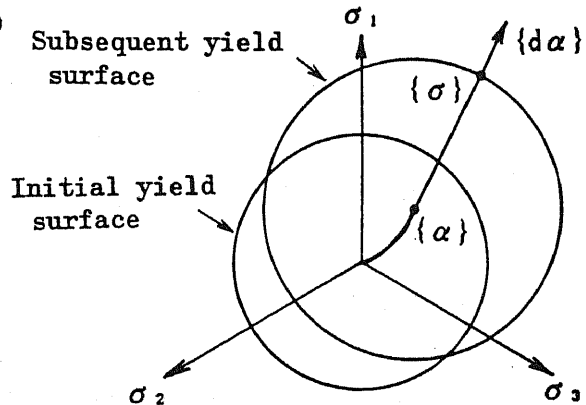


Fig.3.37 Yield surface

3.3.4 応力の補正

FEMによる弾塑性解析では、荷重増分の取り方に二つの方法がある。一つは、塑性域の広がりや各増分段階で要素(積分点)1個に限定し、その増分段階で新たに降伏する要素(積分点)とそのときの荷重増分を決める方法であり、山田の方法(r_{min} 法)⁽²⁸⁾と

呼ばれる。他の一つは、決められた荷重増分に対する塑性域の進展を、反復計算で決定する方法であり、Marcalの方法⁽²⁶⁾と呼ばれる。山田の方法は、塑性域の精密な応力、ひずみ分布が得られる反面、計算時間が長くなる。本論文では、計算時間の点で有利な、Marcalの方法を採用する。

この方法では、増分段階*i-1*において弾性であり、次の段階で相当応力 $(\bar{\sigma})_i$ が降伏応力 σ_y を越える遷移要素(Transient element)に対し、応力-ひずみマトリックス $[D^*]$ を、次のようにして計算をなおす。

$$[D] = m[D^*] + (m-1)[D^p] \quad (3.85)$$

$$m = \frac{\{\sigma_y - (\bar{\sigma})_{i-1}\}}{\{(\bar{\sigma})_i - (\bar{\sigma})_{i-1}\}} \quad (3.86)$$

そして、遷移要素の*m*値が収束したところで、与えられた荷重増分に対する解としている。しかし、得られた相当応力-相当塑性ひずみ曲線は、仮定した材料特性曲線から、いくらかずれが生じる。これを完全に材料特性に載せる方法として、弾性予測・半径引戻し法(Elastic-predictor radial-return method)⁽²⁷⁾を用いた補正方法について以下に述べる。

求められる増分量のうち、全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}_i$ が正しいものと仮定する。最終解が満たすべき条件として、以下の式が成り立つ。

$$\{d\sigma\}_i = [D^*](\{d\epsilon\}_i - \{d\epsilon^p\}_i) \quad (3.87)$$

$$\{d\epsilon^p\}_i = \{\partial f / \partial \sigma\}_{i-1} (d\bar{\epsilon}^p)_i \quad (3.88)$$

$$(\bar{\sigma})_i = H((\bar{\epsilon}^p)_{i-1} + (d\bar{\epsilon}^p)_i) \quad (3.89)$$

$$(\bar{\sigma})_i = f(\{\sigma - \alpha\}_{i-1} + \{d\sigma - d\alpha\}_i) \quad (3.90)$$

$$\{d\alpha\}_i = \{\sigma - \alpha\}_{i-1} \cdot H_k' (d\bar{\epsilon}^p)_i / (\bar{\sigma})_{i-1} \quad (3.91)$$

ここで、次式で表されるパラメータを設定する。

$$\begin{aligned} & [(\{d\sigma_z\}_i \quad \{d\sigma_r\}_i \quad \{d\sigma_\theta\}_i \quad \{d\tau_{rz}\}_i \quad \{d\epsilon_z^p\}_i \quad \{d\epsilon_r^p\}_i \quad \{d\epsilon_\theta^p\}_i \\ & \quad \{d\tau_{rz}^p\}_i \quad (\bar{\sigma})_i \quad (d\bar{\epsilon}^p)_i \quad \{d\alpha_z\}_i \quad \{d\alpha_r\}_i \quad \{d\alpha_\theta\}_i \quad \{d\alpha_{rz}\}_i)] \\ & = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{14}] \end{aligned} \quad (3.92)$$

式(3.87)より、次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} - [D^*] \begin{Bmatrix} (de_z)_i - x_5 \\ (de_r)_i - x_6 \\ (de_\theta)_i - x_7 \\ (d\gamma_{rz})_i - x_8 \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.93)$$

また、式(3.88)より次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{Bmatrix} - \frac{3x_{10}}{2(\bar{\sigma})_{i-1}} \begin{Bmatrix} (S_z')_{i-1} \\ (S_r')_{i-1} \\ (S_\theta')_{i-1} \\ (S_{rz})_{i-1} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.94)$$

応力-ひずみ関係式として、次式で表されるSwiftの式を用いる。

$$\bar{\epsilon}^p = C \{ (\bar{\sigma} / \sigma_y)^n - 1 \} \quad (3.95)$$

これと、式(3.89)より、次式が得られる。

$$f_9 = x_9 - \sigma_y [B \{ (\bar{\epsilon}^p)_{i-1} + x_{10} \} + 1]^{1/n} = 0 \quad (3.96)$$

ただし、移動硬化を仮定した場合、

$$(\bar{\sigma})_i = x_9 = \sigma_y \quad (3.97)$$

となることを考慮し、式(3.96)のBは次式で表される。

$$B = \frac{1}{C} \left(1 - \frac{H_x'}{H^*} \right) \quad (3.98)$$

式(3.90)より、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} f_{10} = & x_9^2 - [\{ ((S_z)_{i-1} + x_1 - x_{11}) - ((S_r)_{i-1} + x_2 - x_{12}) \}^2 \\ & + \{ ((S_r)_{i-1} + x_2 - x_{12}) - ((S_\theta)_{i-1} + x_3 - x_{13}) \}^2 \\ & + \{ ((S_\theta)_{i-1} + x_3 - x_{13}) - ((S_z)_{i-1} + x_1 - x_{11}) \}^2 \\ & + 6 \{ (S_{rz})_{i-1} + x_4 - x_{14} \}^2] / 2 = 0 \end{aligned} \quad (3.99)$$

また、式(3.91)より次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{14} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ X_{14} \end{Bmatrix} - \frac{H_{\nu'} \cdot X_{10}}{(\sigma)_{i-1}} \begin{Bmatrix} (S_z)_{i-1} \\ (S_r)_{i-1} \\ (S_\theta)_{i-1} \\ (S_{rz})_{i-1} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.100)$$

式(3.93), (3.94), (3.96), (3.99), (3.100)より、非線形の連立方程式が得られる。これを解くことで、 $\{d\sigma\}$, $\{de^p\}$, $\{d\alpha\}$ が求まる。

次に、既に塑性状態にある要素(積分点)の補正方法について述べる。補正前の応力 $\{\sigma_c\}_i$ から求めた相当応力を $\bar{\sigma}_c$ とし、 $(\bar{e}^p)_i$ と式(3.95)の材料特性から求めた相当応力を $\bar{\sigma}_t$ とし、次のようなスケーリングを行う。

$$\{\sigma\}_i = \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}_c} \{\sigma_c\}_i, \quad \{\alpha\}_i = \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}_c} \{\alpha_c\}_i \quad (3.101)$$

以上のような応力の補正を行うと、遷移要素、塑性要素とも次のような不均衡力を生じる。

$$\{R\}_i = - \int_V [B]^T (\{\sigma\}_i - \{\sigma_c\}_i) dV \quad (3.102)$$

ただし、 $[B]$ は軸対称ソリッド要素のひずみ-変位マトリックスである。 $\{R\}_i$ は、次の増分段階で、節点荷重増分に加える。

3.3.5 プログラム検証

3.3.2~3.3.4項の理論に基づいて開発した、FEM-BEM結合弾塑性解析プログラムの検証のため、Fig.3.38に示す両端の閉じた厚肉円筒が、内圧を受ける場合の弾塑性解析を行う。

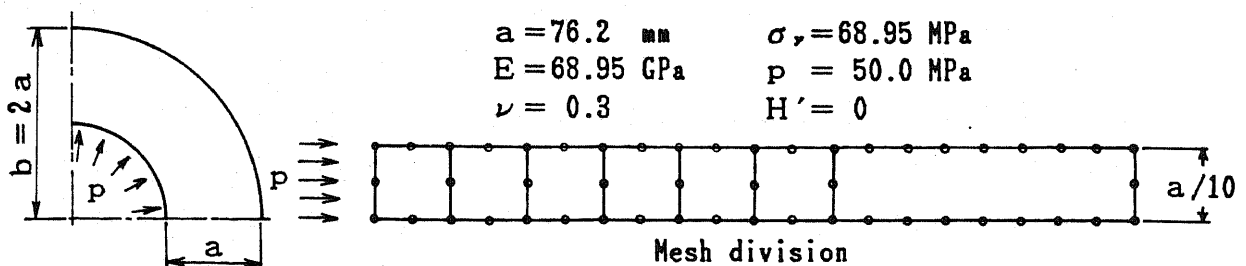


Fig.3.38 Thick-walled cylinder under internal pressure

この問題では、塑性域は内面から内圧の増加により拡大していく。要素分割は、Fig. 3.38に示すように、円筒の内側を軸対称ソリッド要素、外側を軸対称二次境界要素で行う。また、材料は弾完全塑性体とし、等方硬化を仮定する。

この問題の解析解⁽³⁴⁾は、次のようになる。まず、内半径 a 、外半径 b 、内圧 p とすれば、塑性域 ($a \leq r \leq c$) では、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r}{Y} &= -\frac{1}{2} - \ln\left(\frac{c}{r}\right) + \frac{c^2}{2b^2} \\ \frac{\sigma_\theta}{Y} &= \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{c}{r}\right) + \frac{c^2}{2b^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.103)$$

ただし、 c は弾塑性境界の r 座標であり、 $Y = 2\sigma_y/\sqrt{3}$ である。また弾性域 ($c \leq r \leq b$) では、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r}{Y} &= -\frac{c^2}{2b^2} \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) \\ \frac{\sigma_\theta}{Y} &= \frac{c^2}{2b^2} \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.104)$$

また、弾塑性境界 c は、次式から得られる。

$$\ln\left(\frac{c}{a}\right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c^2}{b^2} \right) - \frac{\sqrt{3}p}{2\sigma_y} = 0 \quad (3.105)$$

Fig.3.39に半径方向応力、Fig.3.40に円周方向応力を示す。FEM-BEM結合解析の結果は解析解と良い一致を示している。

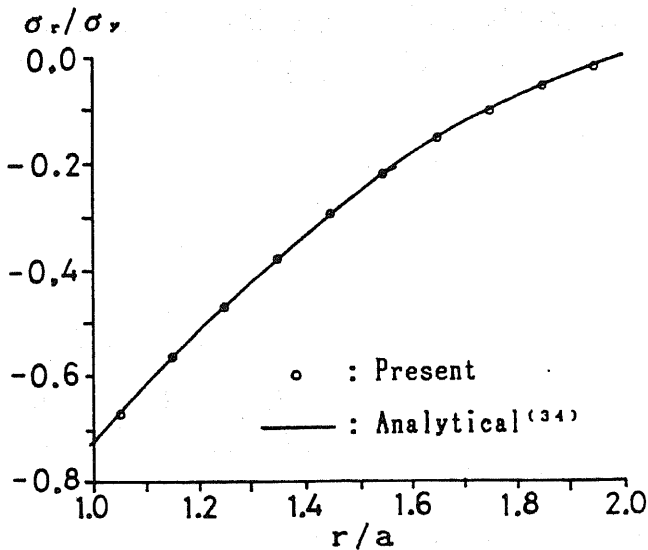


Fig.3.39 Radial stress

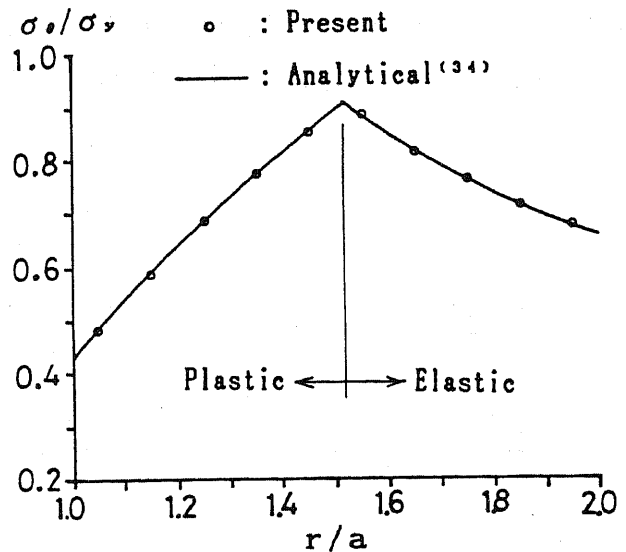


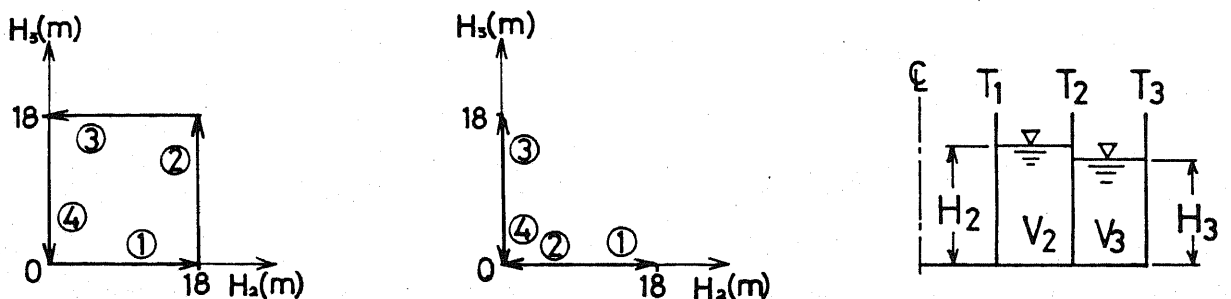
Fig.3.40 Circumferential stress

3.3.6 解析例

(1) 解析条件

第1章のFig.1.6に示した三重円筒タンクの、直径40 mの中間内筒側板(T_2)および直径60 m外筒側板(T_3)の底板との接合部の、弾塑性解析を実施する。本解析では、3.2節の弾性解析において、内筒側板-底板接合部はFig.3.12、外筒側板-底板接合部はFig.3.13に示すBEMで扱った領域を、塑性域の進展が予想される隅肉溶接止端部近傍については軸対称ソリッド要素のFEM、他の領域はBEMで扱う。そして、その要素分割図を、Fig.3.42とFig.3.43にそれぞれ示す。また、本解析では、軸対称シェル要素、仮想結合要素、ばね要素の領域は、弾性解析の場合と同一である。なお、外筒側板-底板接合部であるFig.3.43において、内側の隅肉溶接止端部近傍のみ、軸対称ソリッド要素で扱ったのは、3.2節の弾性解析の結果から、外側の隅肉溶接止端部の応力が降伏応力に達することはないと判断されるためである。

荷重としては、タンクの自重と内容液による静液圧を考え、静液圧は変動荷重として扱う。このとき、内筒側板-底板接合部の解析では、中間液体領域(V_2)の液高 H_2 と外槽液体領域(V_3)の液高 H_3 の空液と満液(18 m)の繰返しとして、Fig.3.41(a),(b)に示すように、二通りの方法を考え、それらをそれぞれ荷重条件 T_2-11 と T_2-12 とする。両荷重条件とも、Fig.3.41の①→②→③→④を3サイクル繰返すものとする。荷重条件 T_2-11 の一つのサイクルは、液体領域 V_2 を満液にしたまま V_3 も満液にし、次に V_2 を空液にして最後に V_3 も空液にするものである。また、荷重条件 T_2-12 の一つのサイクルは、 V_3 を空液のまま V_2 を満液にして空液にし、次に V_2 が空液のまま V_3 を満液にして空液にするものである。一方、外筒側板-底板接合部の解析では、液高 H_3 が空液→満液(18 m)→空液を繰返す場合を荷重条件 T_3-11 とし、これも3サイクル繰返す場合の解析を行う。



(a) Load condition T_2-11 (b) Load condition T_2-12 (c) Definition of H_2 and H_3

Fig.3.41 Load conditions of the inner shell to bottom joint
for elastic-plastic analysis

解析における鋼材の物性値として、縦弾性係数 $E = 206 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とする。また、降伏応力 σ_y は、内筒側板-底板接合部では SM 400A (JIS G3106) を想定し、 240 MPa 、外筒側板-底板接合部では SM 490A を想定し、 320 MPa とする。さらに、式 (3.74) に表した全ひずみ硬化率 $H' = E/30$ の線形硬化を仮定する。内容液の密度は、 V_2 と V_3 とも 2000 kg/m^3 とする。ただし、3.2 節の弾性解析では、これを 1000 kg/m^3 とした。また、両荷重条件とも、等方硬化と移動硬化の 2 ケースを解析する。

3.3.1 項で述べたように、液面が変動する静液圧を扱う場合、各増分段階において、各節点の等価節点荷重増分の比は一定にはならない。そのため、本解析では、現段階での等価節点荷重と前段階でのそれとの差を、現段階での等価節点荷重増分とする。また、増分段階における液高は、 H_2 、 H_3 とも上昇する過程では、 $0, 50, 200, 500 \text{ mm}$ 、その後満液の 18000 mm までは、 500 mm の増分値で扱い、下降する過程では、 $17950, 17900, 17800, 17500 \text{ mm}$ 、その後空液の 0 mm までは、 -500 mm の増分値で扱う。タンク自重による解析は、最初の段階で行う。したがって、Fig. 3.41(a), (b) に示す過程を 3 サイクル繰返す内筒側板-底板接合部の解析は、両荷重条件とも合計 469 段階の増分解析となり、液高 H_3 の空液→満液→空液を 3 サイクル繰返す外筒側板-底板接合部では、合計 235 段階の増分解析になる。また、開発したプログラムでは、各増分段階において、弾性状態あるいは除荷状態から降伏する積分点が 4 個を越えた場合、等価節点荷重増分を半分になっている。

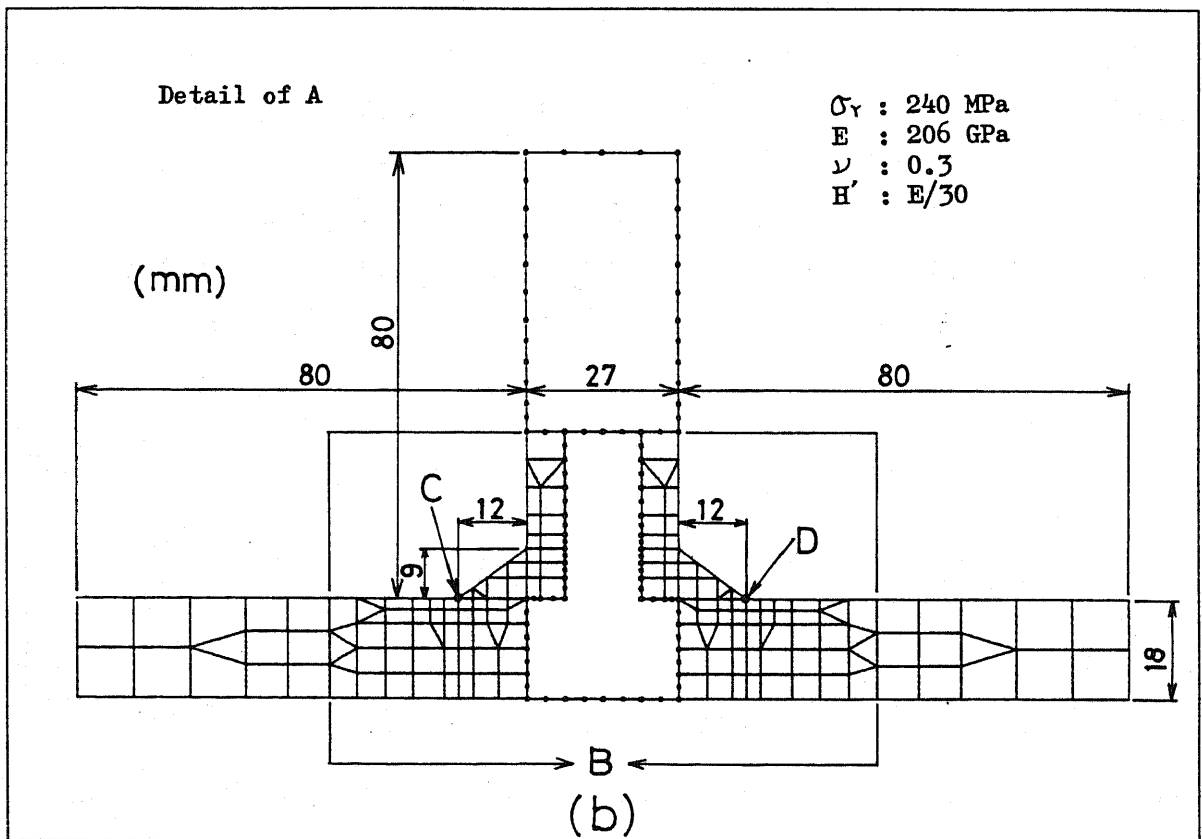
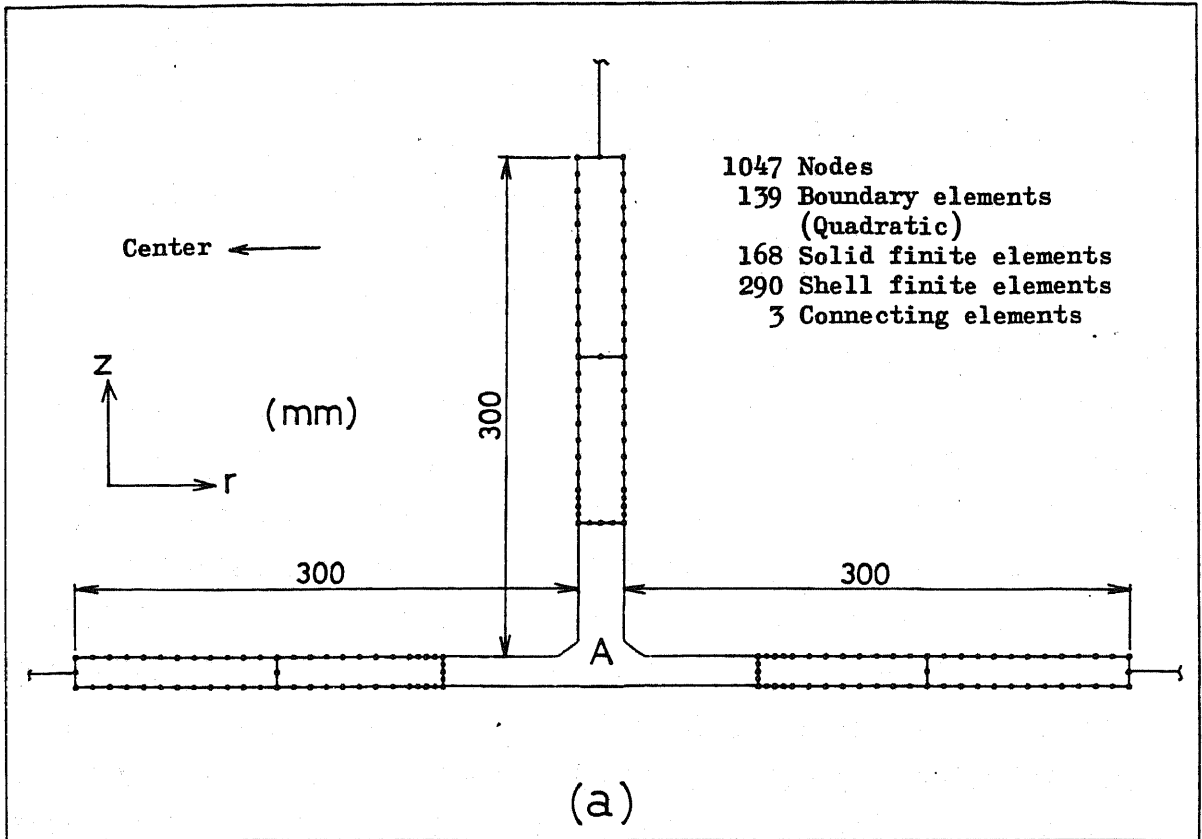


Fig.3.42 Mesh division of solid domain for inner shell to bottom joint

(2) 塑性域の進展

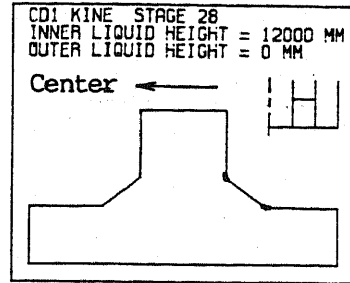
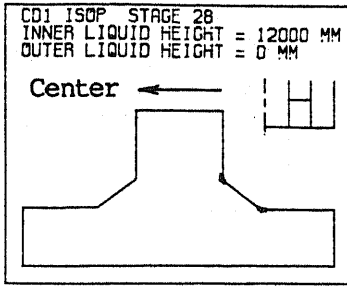
Fig.3.44-1~Fig.3.44-8は荷重条件 T_2-11 、Fig.3.45-1~Fig.3.45-7は荷重条件 T_2-12 の、等方硬化と移動硬化ごとの塑性域の進展を、液高 2 mごとに表している。これらの図は、要素分割図 Fig.3.42(b)に示すB領域の要素の、塑性状態にある積分点を黒点で表したものである。初期降伏あるいは除荷後の再降伏は、両荷重条件とも、Fig.3.41(a),(b)に示した①と③の過程で起こっている。また、等方硬化に空白の欄があるのは、その液高の状態では、移動硬化にのみ再降伏があることを意味している。また、荷重条件 T_2-11 と T_2-12 の第1サイクル目の①の過程は同一であるため、荷重条件 T_2-12 のFig.3.45には、③の過程から表示している。

両荷重条件とも、等方硬化と移動硬化を比較した場合、第1サイクル目の①の過程では、除荷後の再降伏がまだ起こっていないため、塑性域の進展に差異はない。第1サイクル目の③の過程以後、隅肉溶接止端部では移動硬化の場合の方が早く再降伏するが、最大の荷重状態である、($H_2=18$ m, $H_3=0$ m)または($H_2=0$ m, $H_3=18$ m)になると、塑性域の大きさは両硬化とも、ほぼ同じになる。

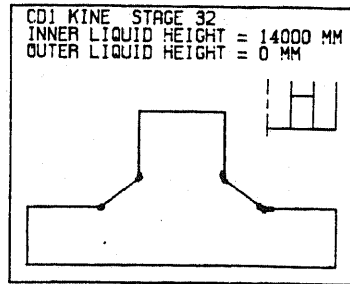
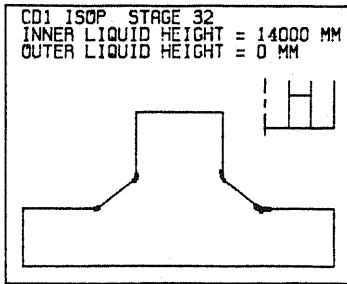
最大の荷重状態での塑性域の大きさを表している、荷重条件 T_2-11 の Fig.3.44(a-4),(a-11),(b-7),(b-14),(c-7),(c-14)、あるいは荷重条件 T_2-12 の Fig.3.45(a-7),(b-7),(b-14),(c-7),(c-14)より、この状態では荷重サイクル数と無関係に、塑性域の大きさはほぼ同じになっている。一方、外筒側板-底板接合部の荷重条件 T_3-11 の結果を示す Fig.3.46 (Fig.3.43(b)のB領域)より、第1サイクル目の最高液高の状態である同図(e)に示すように、塑性域は内筒側板-底板接合部より大きくなるが、第2サイクル以降での再降伏はなく、以後は弾性の挙動を行う。そのため、外筒側板-底板接合部より荷重の振幅の大きい内筒側板-底板接合部の方で、低サイクル疲労が大きな問題になると予想される。

Isotropic hardening

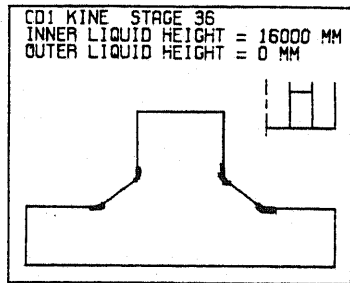
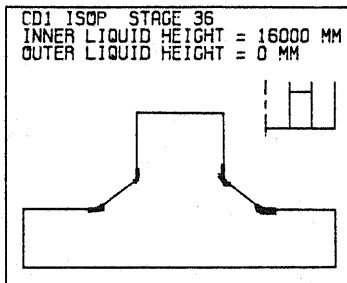
Kinematic hardening



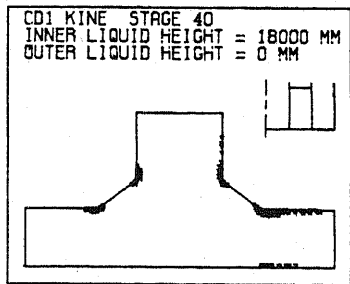
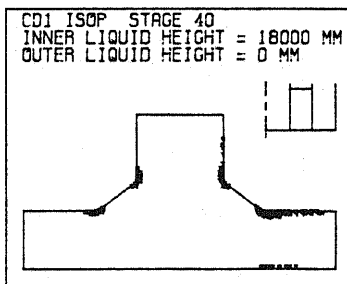
(a- 1) 1 st cycle, process ①, $H_2=12000$ mm, $H_3= 0$ mm



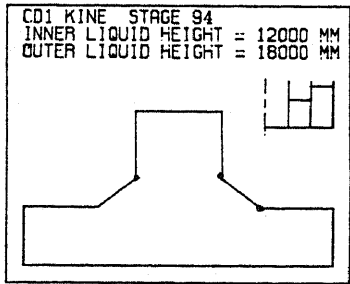
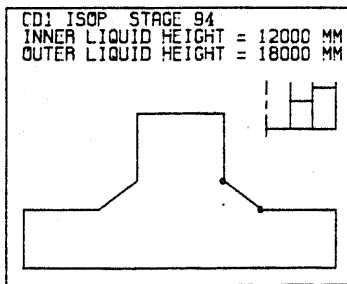
(a- 2) 1 st cycle, process ①, $H_2=14000$ mm, $H_3= 0$ mm



(a- 3) 1 st cycle, process ①, $H_2=16000$ mm, $H_3= 0$ mm



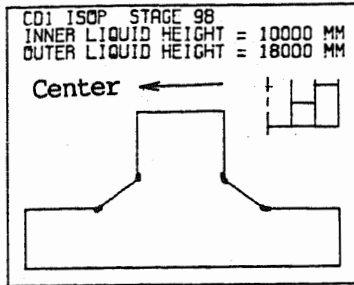
(a- 4) 1 st cycle, process ①, $H_2=18000$ mm, $H_3= 0$ mm



(a- 5) 1 st cycle, process ③, $H_2=12000$ mm, $H_3=18000$ mm

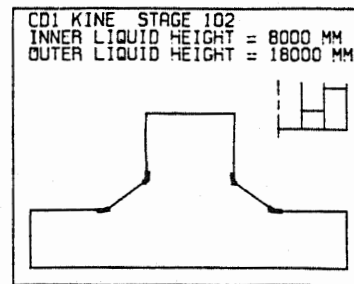
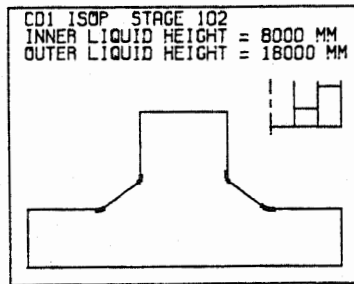
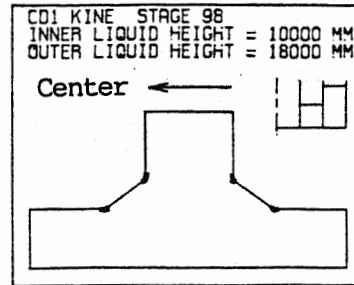
Fig.3.44-1 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

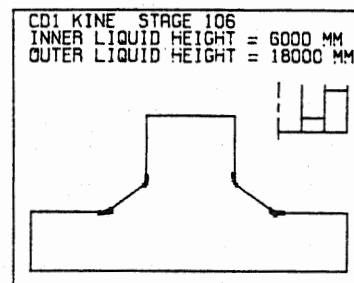
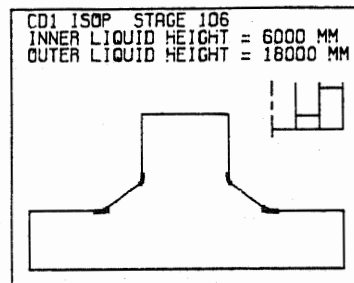


(a- 6) 1 st cycle, process ③, $H_2=10000$ mm, $H_3=18000$ mm

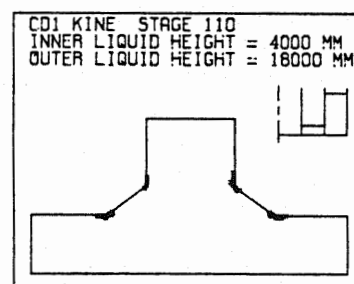
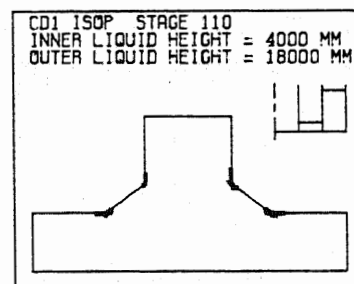
Kinematic hardening



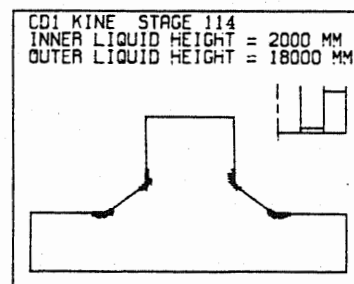
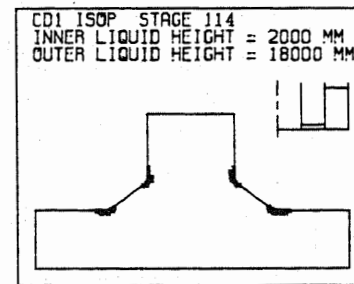
(a- 7) 1 st cycle, process ③, $H_2= 8000$ mm, $H_3=18000$ mm



(a- 8) 1 st cycle, process ③, $H_2= 6000$ mm, $H_3=18000$ mm



(a- 9) 1 st cycle, process ③, $H_2= 4000$ mm, $H_3=18000$ mm

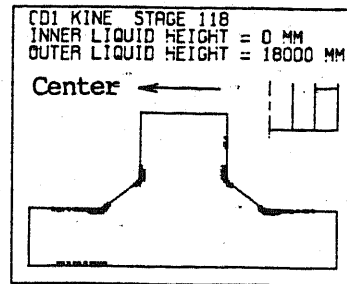
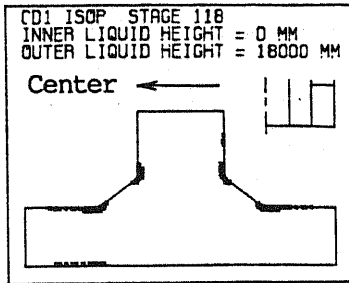


(a-10) 1 st cycle, process ③, $H_2= 2000$ mm, $H_3=18000$ mm

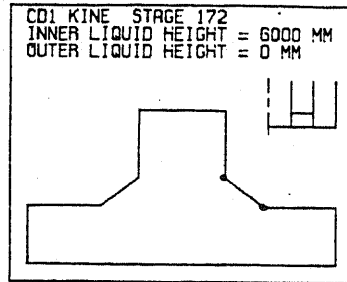
Fig.3.44-2 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

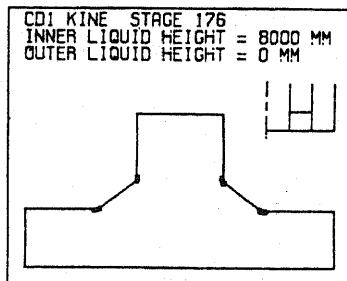
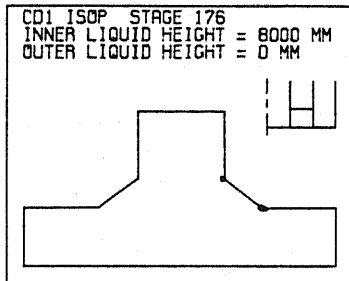
Kinematic hardening



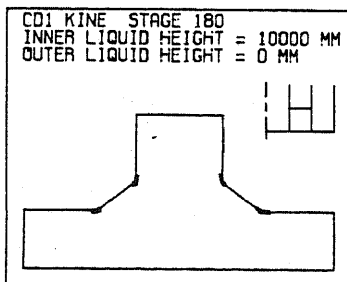
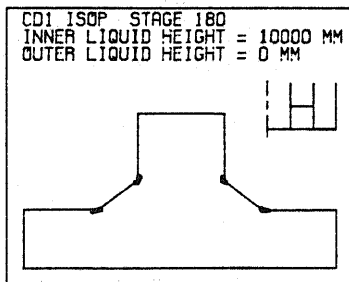
(a-11) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 18000$ mm



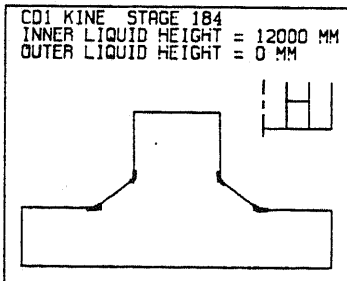
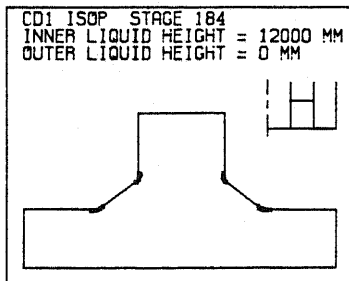
(b-1) 2 nd cycle, process ①, $H_2 = 6000$ mm, $H_3 = 0$ mm



(b-2) 2 nd cycle, process ①, $H_2 = 8000$ mm, $H_3 = 0$ mm



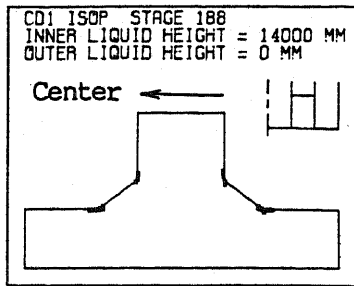
(b-3) 2 nd cycle, process ①, $H_2 = 10000$ mm, $H_3 = 0$ mm



(b-4) 2 nd cycle, process ①, $H_2 = 12000$ mm, $H_3 = 0$ mm

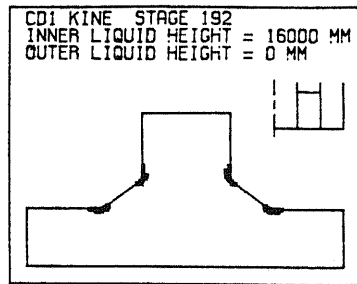
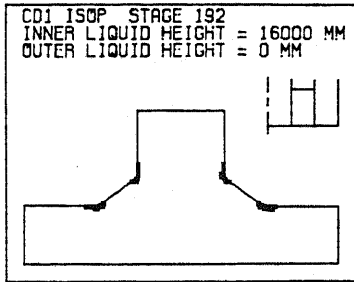
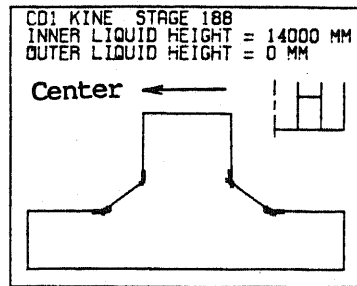
Fig.3.44-3 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

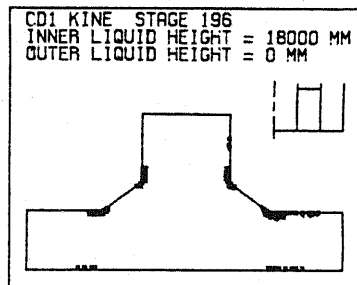
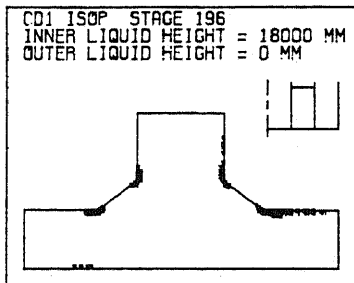


(b- 5) 2 nd cycle, process ①, $H_2=14000$ mm, $H_3= 0$ mm

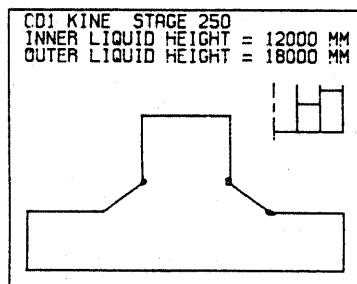
Kinematic hardening



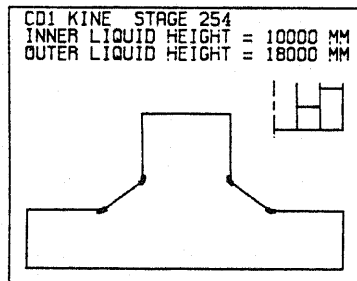
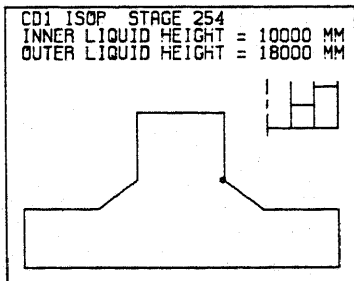
(b- 6) 2 nd cycle, process ①, $H_2=16000$ mm, $H_3= 0$ mm



(b- 7) 2 nd cycle, process ①, $H_2=18000$ mm, $H_3= 0$ mm



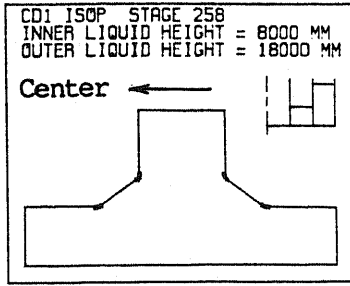
(b- 8) 2 nd cycle, process ③, $H_2=12000$ mm, $H_3=18000$ mm



(b- 9) 2 nd cycle, process ③, $H_2=10000$ mm, $H_3=18000$ mm

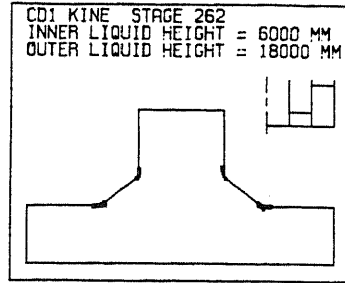
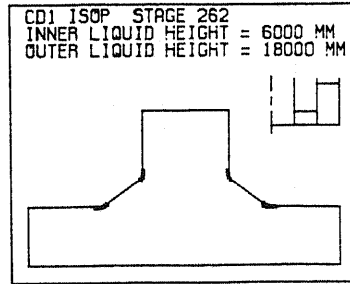
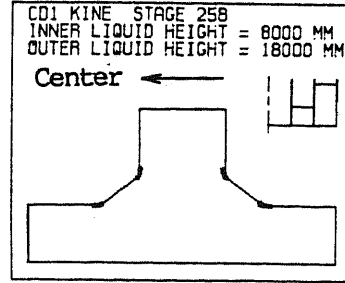
Fig.3.44-4 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

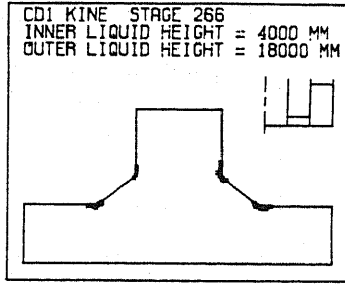
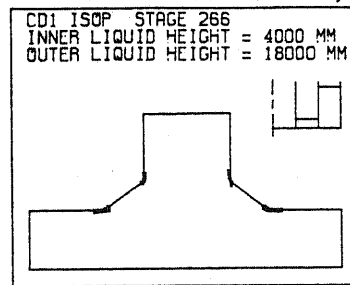


(b-10) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 8000$ mm, $H_3 = 18000$ mm

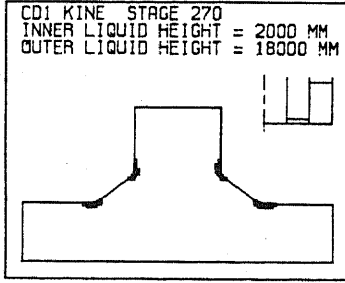
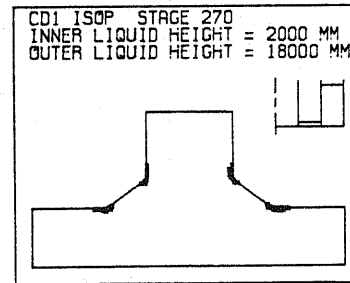
Kinematic hardening



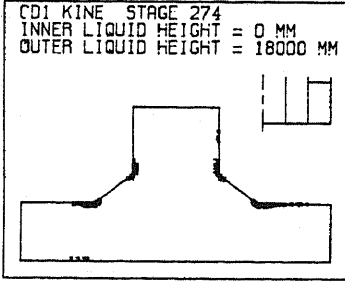
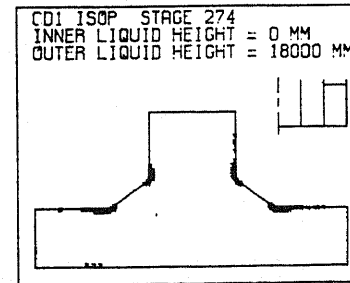
(b-11) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 6000$ mm, $H_3 = 18000$ mm



(b-12) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 4000$ mm, $H_3 = 18000$ mm



(b-13) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 2000$ mm, $H_3 = 18000$ mm

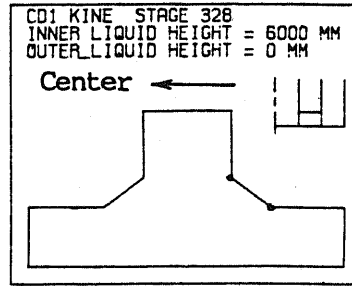


(b-14) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 18000$ mm

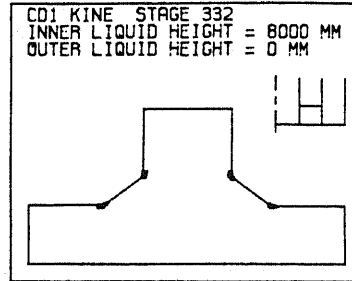
Fig.3.44-5 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

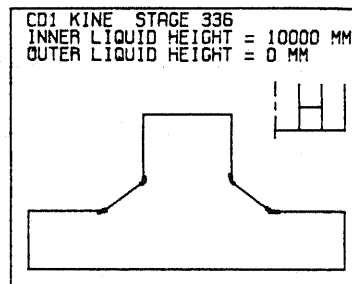
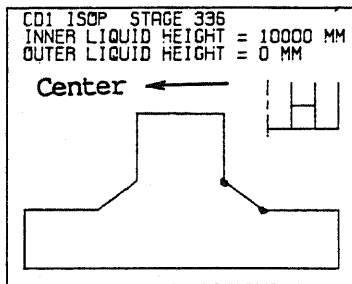
Kinematic hardening



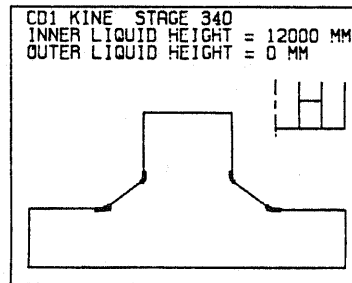
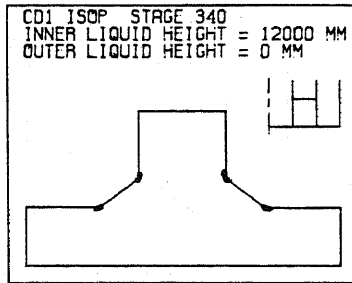
(c- 1) 3 rd cycle, process ①, $H_2= 6000$ mm, $H_3= 0$ mm



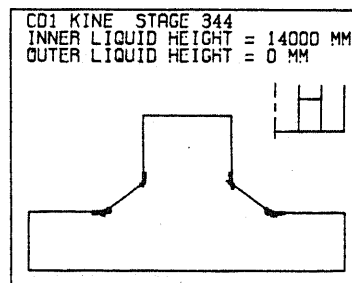
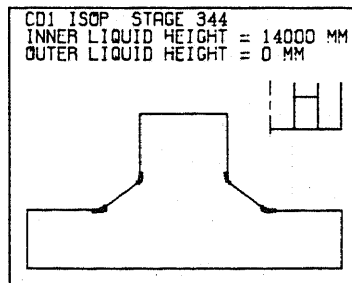
(c- 2) 3 rd cycle, process ①, $H_2= 8000$ mm, $H_3= 0$ mm



(c- 3) 3 rd cycle, process ①, $H_2=10000$ mm, $H_3= 0$ mm



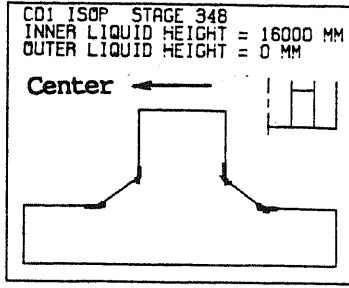
(c- 4) 3 rd cycle, process ①, $H_2=12000$ mm, $H_3= 0$ mm



(c- 5) 3 rd cycle, process ①, $H_2=14000$ mm, $H_3= 0$ mm

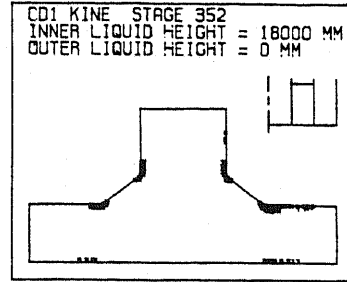
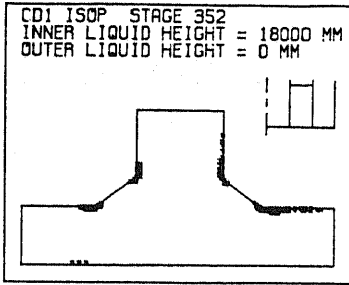
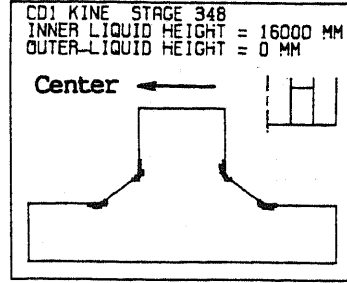
Fig.3.44-6 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

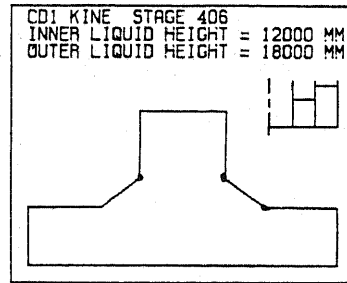


(c- 6) 3 rd cycle, process ①, $H_2=16000$ mm, $H_3= 0$ mm

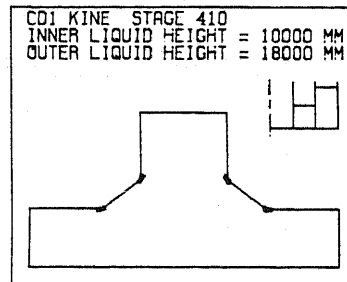
Kinematic hardening



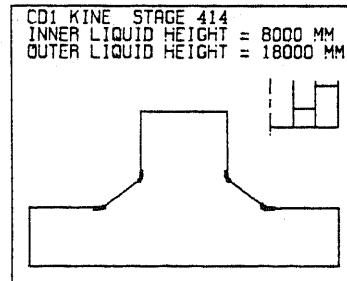
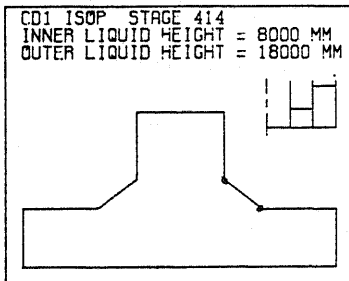
(c- 7) 3 rd cycle, process ①, $H_2=18000$ mm, $H_3= 0$ mm



(c- 8) 3 rd cycle, process ③, $H_2=12000$ mm, $H_3=18000$ mm



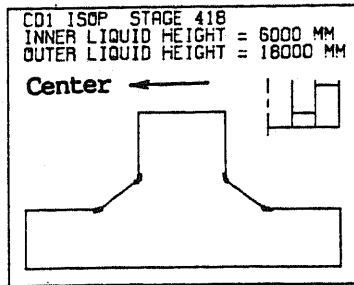
(c- 9) 3 rd cycle, process ③, $H_2=10000$ mm, $H_3=18000$ mm



(c-10) 3 rd cycle, process ③, $H_2= 8000$ mm, $H_3=18000$ mm

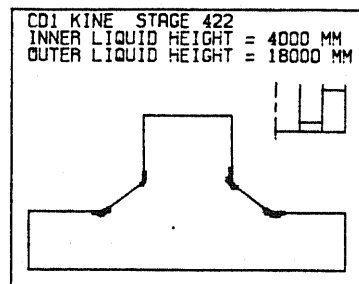
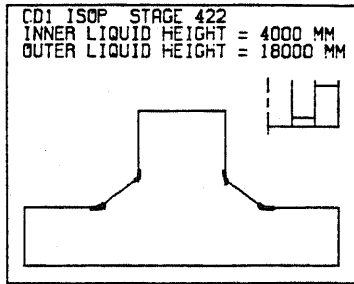
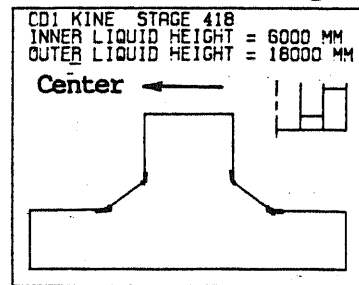
Fig.3.44-7 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

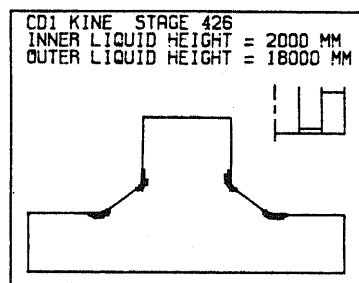
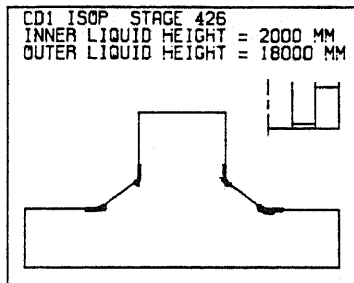


(c-11) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 6000$ mm, $H_3 = 18000$ mm

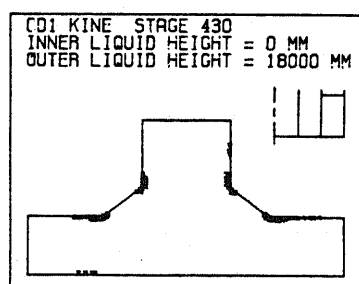
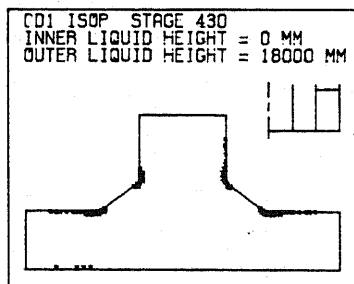
Kinematic hardening



(c-12) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 4000$ mm, $H_3 = 18000$ mm



(c-13) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 2000$ mm, $H_3 = 18000$ mm

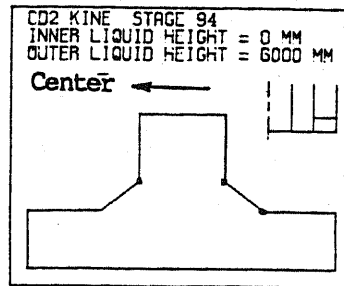
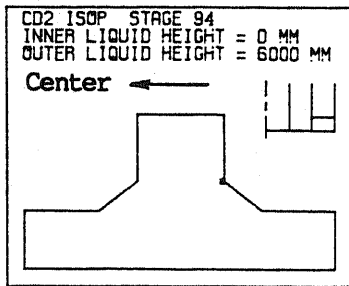


(c-14) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 18000$ mm

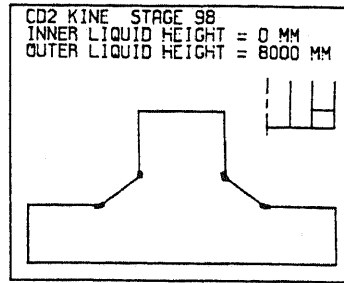
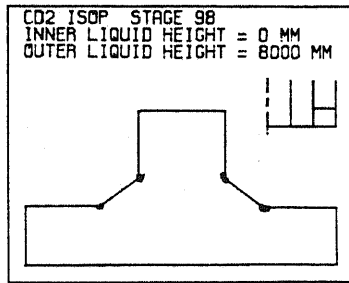
Fig.3.44-8 Plastic zone for load condition T₂-11

Isotropic hardening

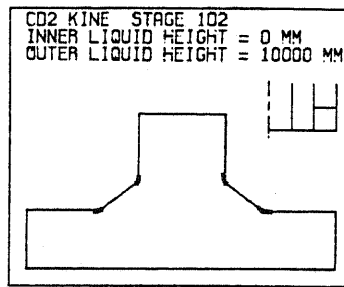
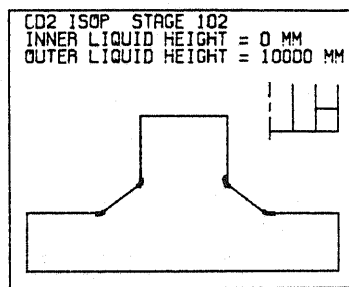
Kinematic hardening



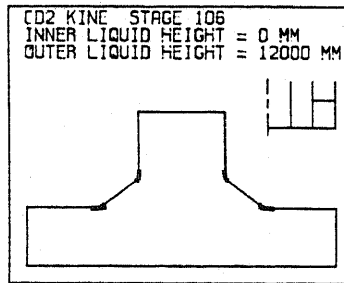
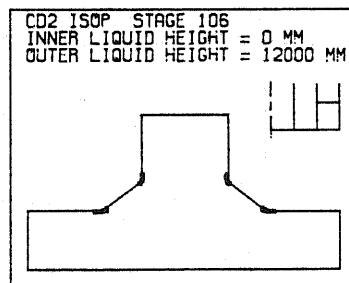
(a- 1) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 6000$ mm



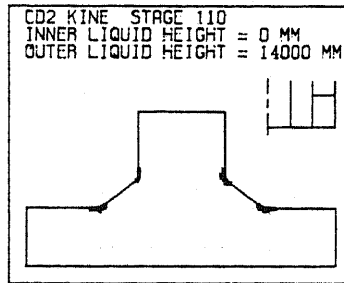
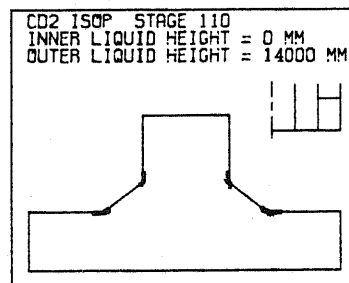
(a- 2) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 8000$ mm



(a- 3) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 10000$ mm



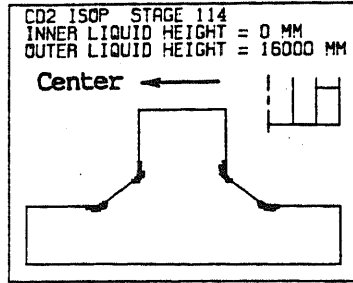
(a- 4) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 12000$ mm



(a- 5) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 14000$ mm

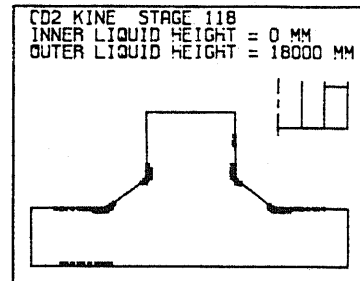
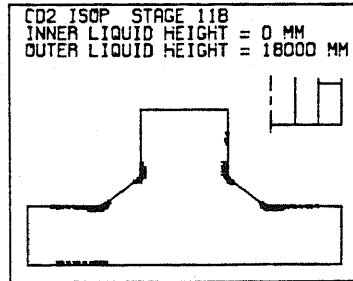
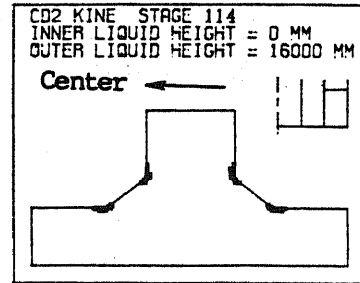
Fig.3.45-1 Plastic zone for load condition T₂-12

Isotropic hardening

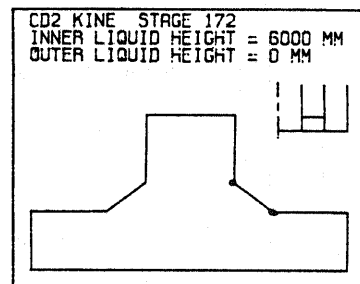


(a- 6) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 16000$ mm

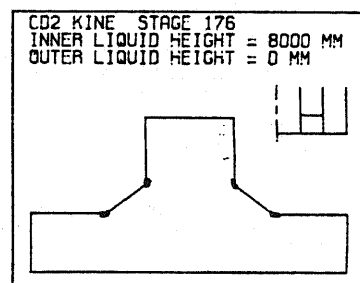
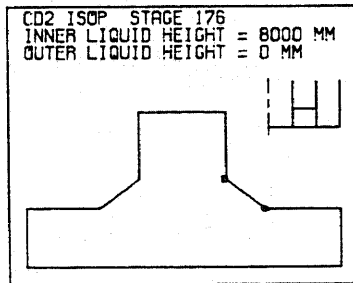
Kinematic hardening



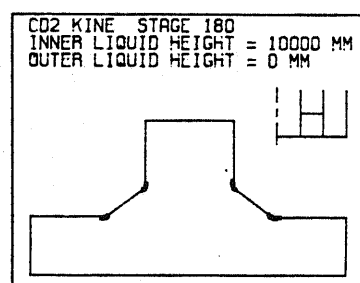
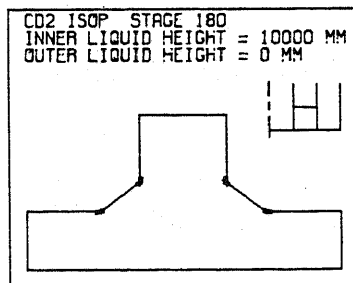
(a- 7) 1 st cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 18000$ mm



(b- 1) 2 nd cycle, process ①, $H_2 = 6000$ mm, $H_3 = 0$ mm



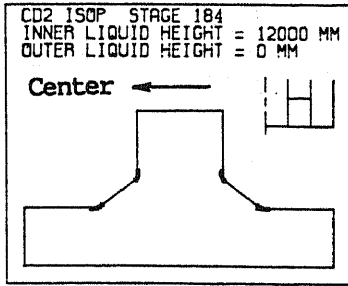
(b- 2) 2 nd cycle, process ①, $H_2 = 8000$ mm, $H_3 = 0$ mm



(b- 3) 2 nd cycle, process ①, $H_2 = 10000$ mm, $H_3 = 0$ mm

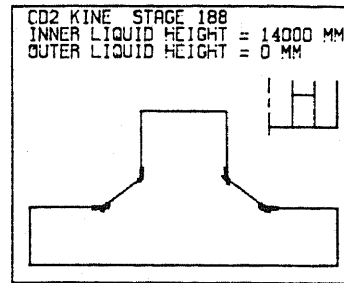
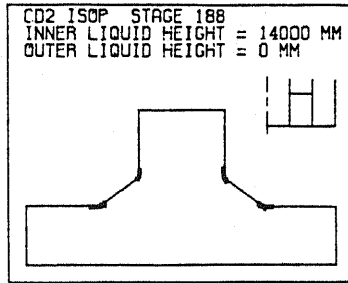
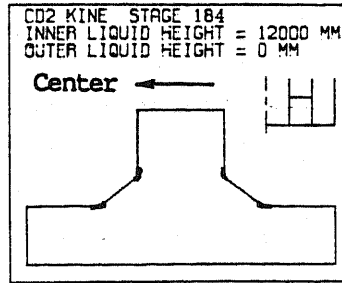
Fig.3.45-2 Plastic zone for load condition T₂-12

Isotropic hardening

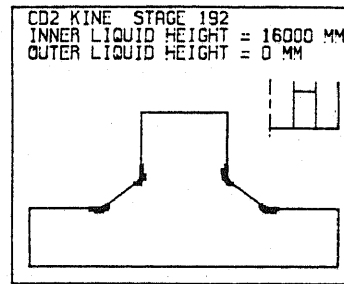
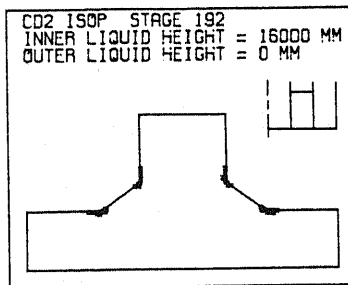


(b- 4) 2 nd cycle, process ①, $H_2=12000$ mm, $H_3= 0$ mm

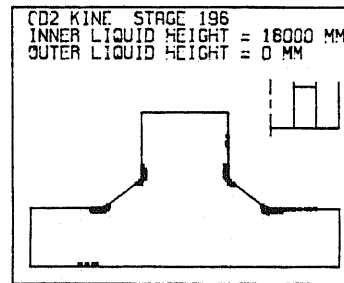
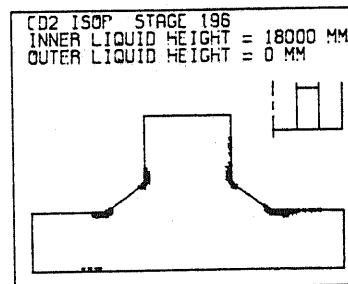
Kinematic hardening



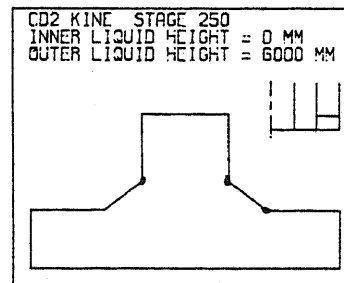
(b- 5) 2 nd cycle, process ①, $H_2=14000$ mm, $H_3= 0$ mm



(b- 6) 2 nd cycle, process ①, $H_2=16000$ mm, $H_3= 0$ mm



(b- 7) 2 nd cycle, process ①, $H_2=18000$ mm, $H_3= 0$ mm

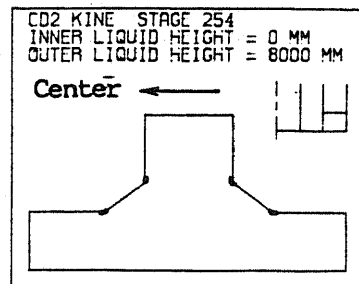
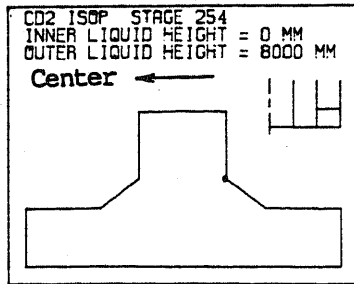


(b- 8) 2 nd cycle, process ③, $H_2= 0$ mm, $H_3= 6000$ mm

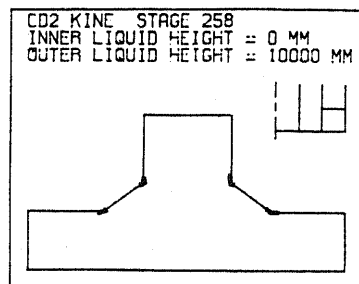
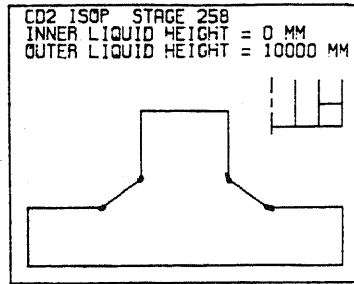
Fig.3.45-3 Plastic zone for load condition T₂-12

Isotropic hardening

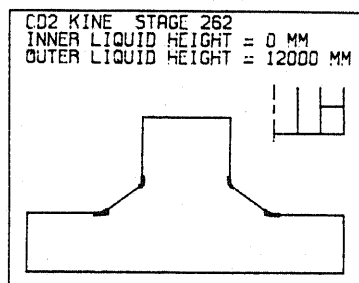
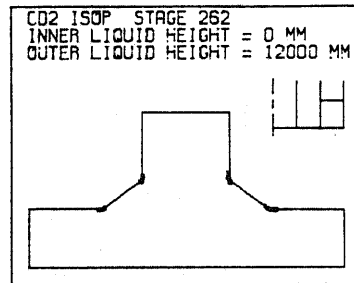
Kinematic hardening



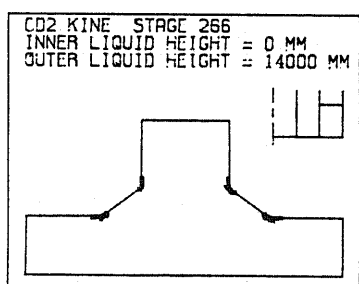
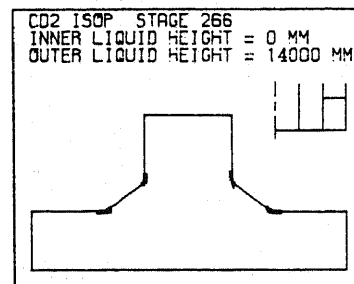
(b-9) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 8000$ mm



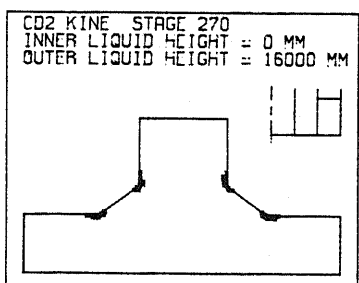
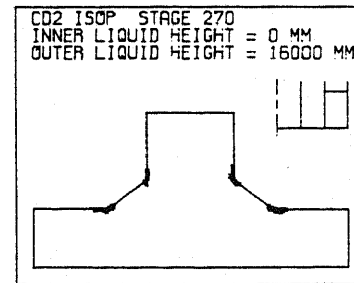
(b-10) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 10000$ mm



(b-11) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 12000$ mm



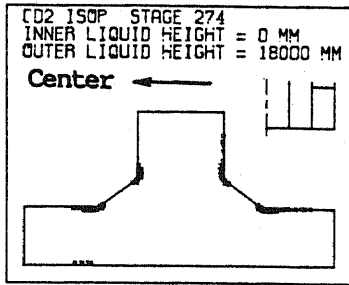
(b-12) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 14000$ mm



(b-13) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 16000$ mm

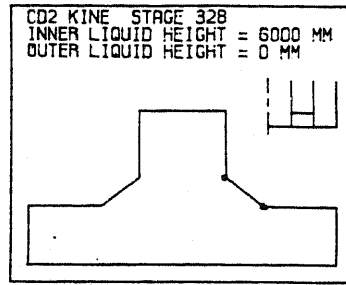
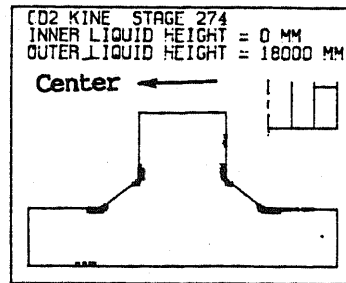
Fig.3.45-4 Plastic zone for load condition T₂-12

Isotropic hardening

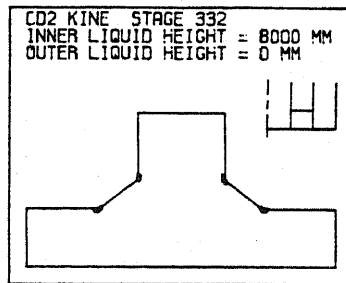


(b-14) 2 nd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 18000$ mm

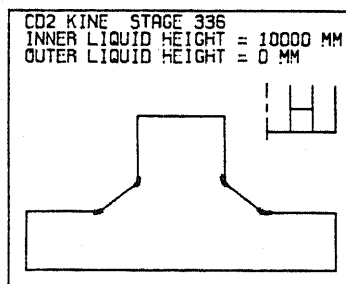
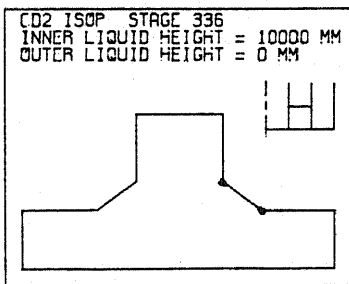
Kinematic hardening



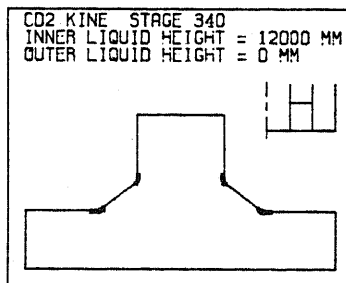
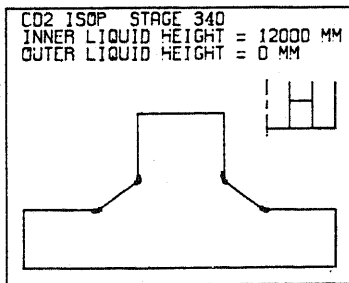
(c- 1) 3 rd cycle, process ①, $H_2 = 6000$ mm, $H_3 = 0$ mm



(c- 2) 3 rd cycle, process ①, $H_2 = 8000$ mm, $H_3 = 0$ mm



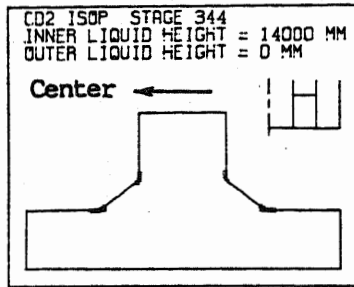
(c- 3) 3 rd cycle, process ①, $H_2 = 10000$ mm, $H_3 = 0$ mm



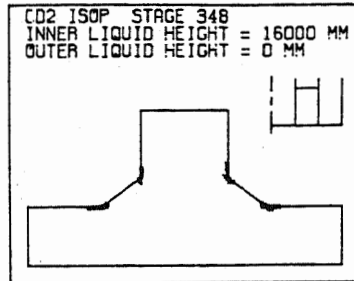
(c- 4) 3 rd cycle, process ①, $H_2 = 12000$ mm, $H_3 = 0$ mm

Fig.3.45-5 Plastic zone for load condition T₂-12

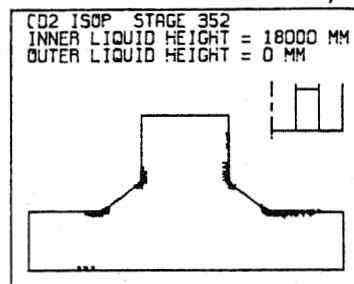
Isotropic hardening



(c- 5) 3 rd cycle, process ①, $H_2=14000$ mm, $H_3= 0$ mm

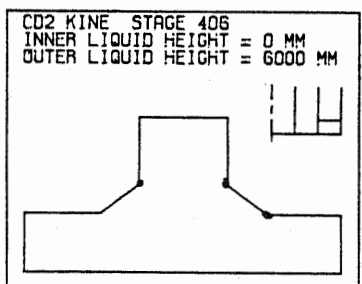
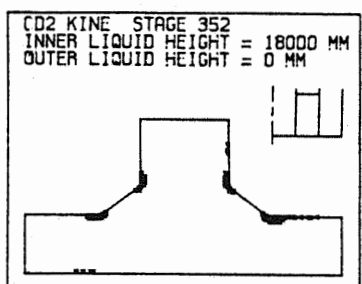
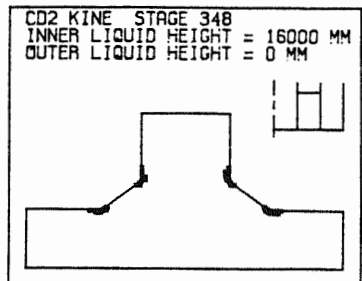
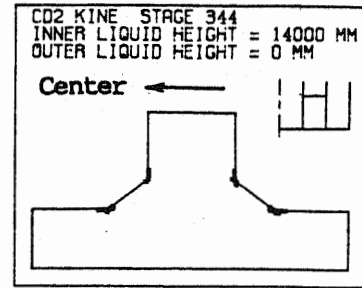


(c- 6) 3 rd cycle, process ①, $H_2=16000$ mm, $H_3= 0$ mm

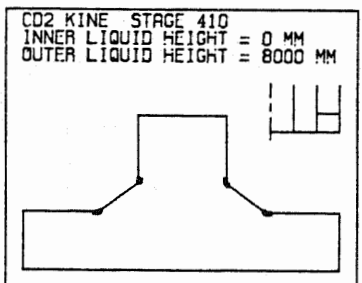


(c- 7) 3 rd cycle, process ①, $H_2=18000$ mm, $H_3= 0$ mm

Kinematic hardening



(c- 8) 3 rd cycle, process ③, $H_2= 0$ mm, $H_3= 6000$ mm

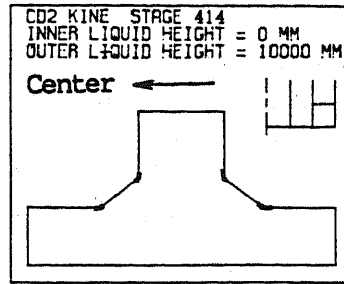
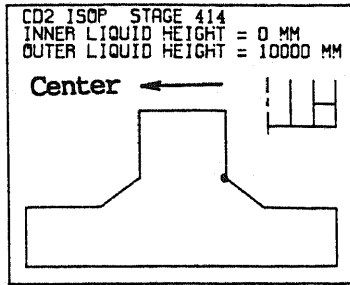


(c- 9) 3 rd cycle, process ③, $H_2= 0$ mm, $H_3= 8000$ mm

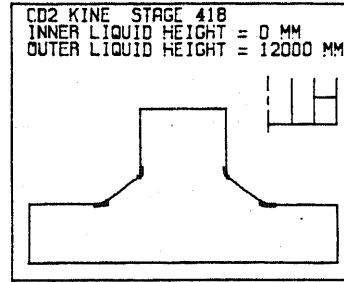
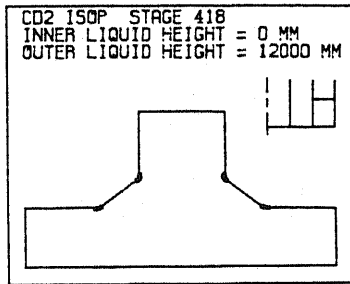
Fig.3.45-6 Plastic zone for load condition T_2-12

Isotropic hardening

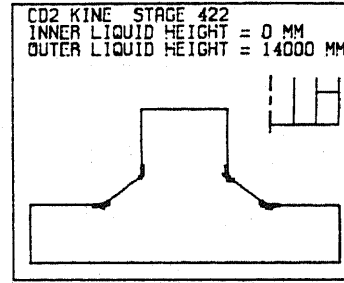
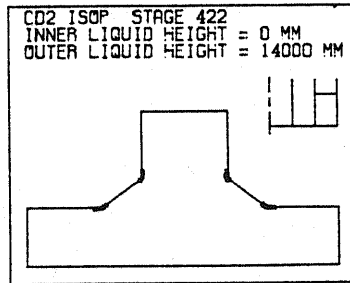
Kinematic hardening



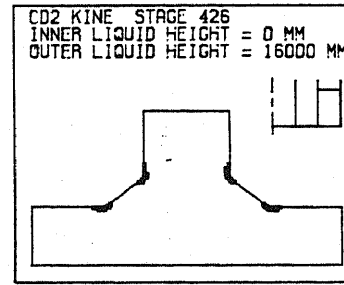
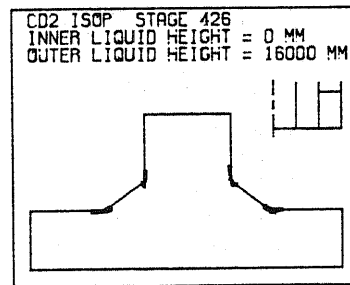
(c-10) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 10000$ mm



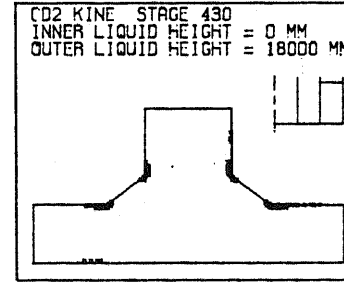
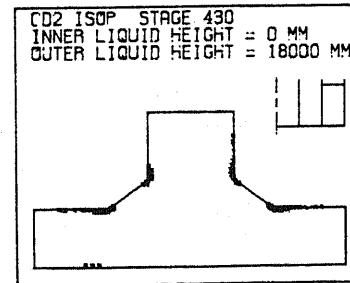
(c-11) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 12000$ mm



(c-12) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 14000$ mm



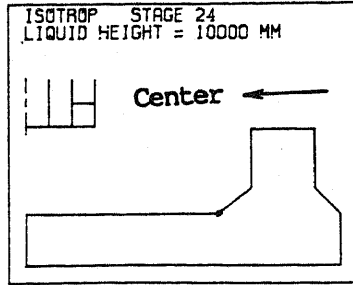
(c-13) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 16000$ mm



(c-14) 3 rd cycle, process ③, $H_2 = 0$ mm, $H_3 = 18000$ mm

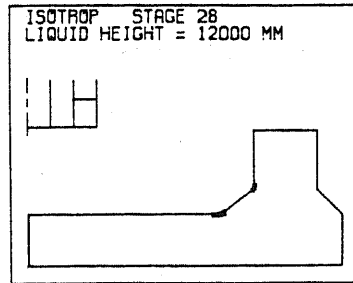
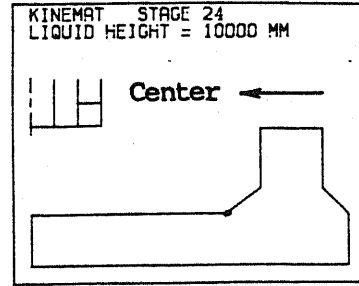
Fig.3.45-7 Plastic zone for load condition T₂-12

Isotropic hardening

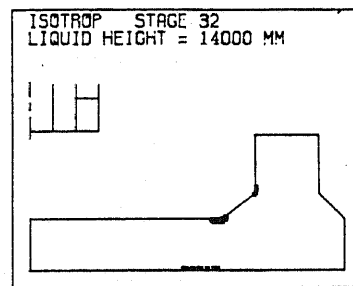
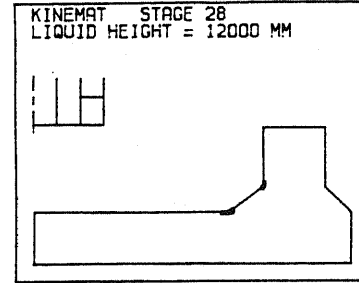


(a) 1 st cycle, process ①, $H_3=10000$ mm

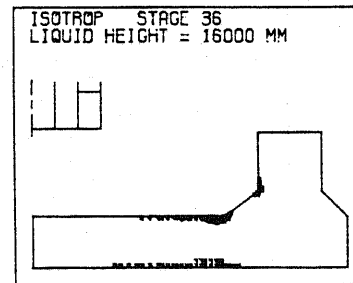
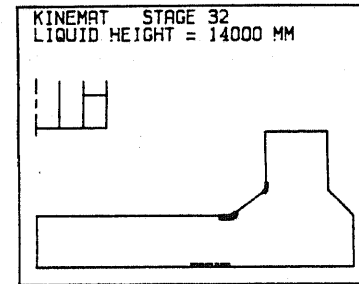
Kinematic hardening



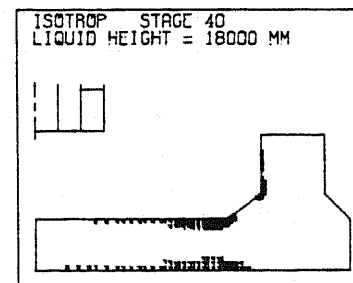
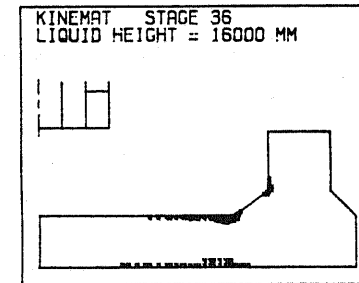
(b) 1 st cycle, process ①, $H_3=12000$ mm



(c) 1 st cycle, process ①, $H_3=14000$ mm



(d) 1 st cycle, process ①, $H_3=16000$ mm



(e) 1 st cycle, process ①, $H_3=18000$ mm

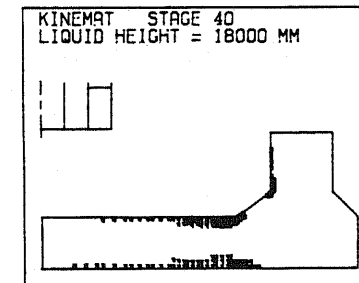


Fig.3.46 Plastic zone for load condition T₃-11

(3) 応力の履歴

Fig.3.47~Fig.3.50は、内筒側板-底板接合部の隅肉溶接止端部である、要素分割図Fig.3.42(b)のC点(内側)とD点(外側)の、荷重条件 T₂-11における液高と相当応力との関係を示したものであり、また、Fig.3.51~Fig.3.54は、荷重条件 T₂-12における同様の図である。相当応力は、式(3.65)の $\alpha_{23} = 0$ として求めたものである。内筒側板-底板接合部の解析では、荷重パラメータとして、H₂とH₃の二種類の液高があるため、これらの図は、H₂と相当応力およびH₃と相当応力の二種類の図から成る。また、応力は図中の点0→点1→点2→点3→点0を、3サイクル繰返すことを表している。

荷重条件 T₂-11の場合のC点とD点では、Fig.3.47~Fig.3.50より、H₃=0 mでH₂が増加する①の過程(点0→点1)で、相当応力は増加し、やがて降伏する。次のH₂=18 mの状態H₃が増加する②の過程(点1→点2)では、初め減少し、その後増加するが再降伏には至らない。H₃=18 mの状態H₂が減少する③の過程(点2→点3)では、相当応力が増加し、やがて降伏する。最後の、H₂=0 mの状態H₃が減少する④の過程(点3→点0)では、相当応力は減少し、その後増加するが、再降伏はしない。また、静液圧は液高の変動の過程で、常にその作用形態が変化するため、弾性挙動を示している②と④の過程でも、液高と応力は線形の関係にはない。

次に、荷重条件 T₂-12の場合は、Fig.3.51~Fig.3.54より、H₃=0 mの状態H₂が増加する①の過程(点0→点1)では、荷重条件 T₂-11と同様に相当応力は増加し、やがて降伏する。次のH₃=0 mの状態H₂が減少する②の過程(点1→点2)では、初め減少し、その後増加するが再降伏には至らない。H₂=0 mの状態H₃が増加する③の過程(点2→点3)では、相当応力は増加して再降伏し、H₂=0 mの状態H₃が減少する④の過程(点3→点0)では減少し、その後増加するが、再降伏はしない。

Fig.3.55は、外筒側板-底板接合部の隅肉溶接止端部である、要素分割図Fig.3.43(b)のC点(内側)の、荷重条件 T₃-11における相当応力と液高 H₃との関係を表したものである。この場合、第1サイクル目の液高が増加する過程で、両硬化ともH₃=10 mで降伏する同図点0→点1を描き、その後は再降伏せず点1と点0'の曲線上を荷重の繰返しとともに描く。また、液高減少時の再降伏がないため、等方硬化と移動硬化の相異は見られない。

Table 3.5は荷重条件T₂-11、Table 3.6は荷重条件T₂-12の場合の、C点とD点が初期降伏、再降伏する液高を表している。これらの表とFig.3.47~Fig.3.54より、等方硬化では両荷重条件とも、降伏時の液高が、①の過程では点1(H₂=18 m, H₃=0 m)、③の過程では点3(H₂=0 m, H₃=18 m)に繰返し回数の増加とともに近づき、徐々にシェークダウンしている。一方、移動硬化では、初期降伏する第1サイクル目の①の過程以外、ほぼ同じループを描いている。

なお、本節で開発した弾塑性解析手法によって、繰返しひずみの範囲を定量的に把握することができ、Coffin-Manson則などの破壊基準にあてはめて、低サイクル疲労寿命の評価を行うことができる。

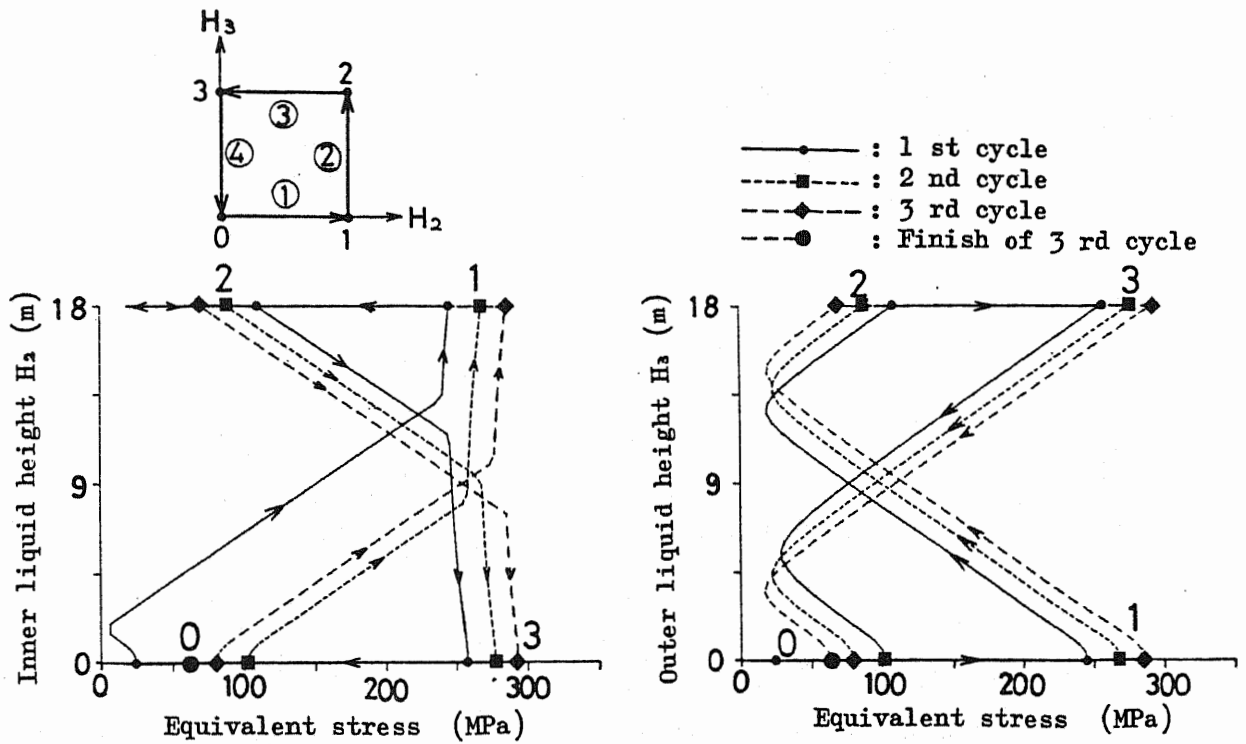


Fig.3.47 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-11 (Isotropic hardening ; Point C in Fig.3.42)

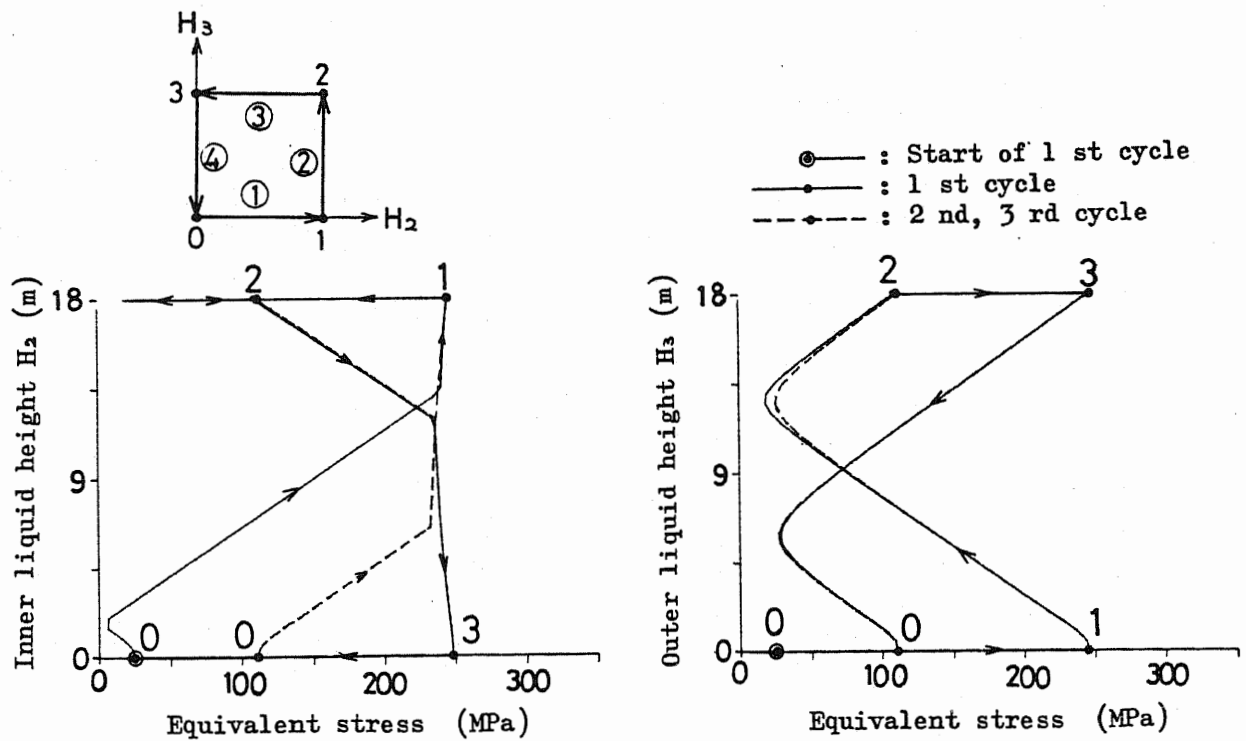


Fig.3.48 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-11 (Kinematic hardening ; Point C in Fig.3.42)

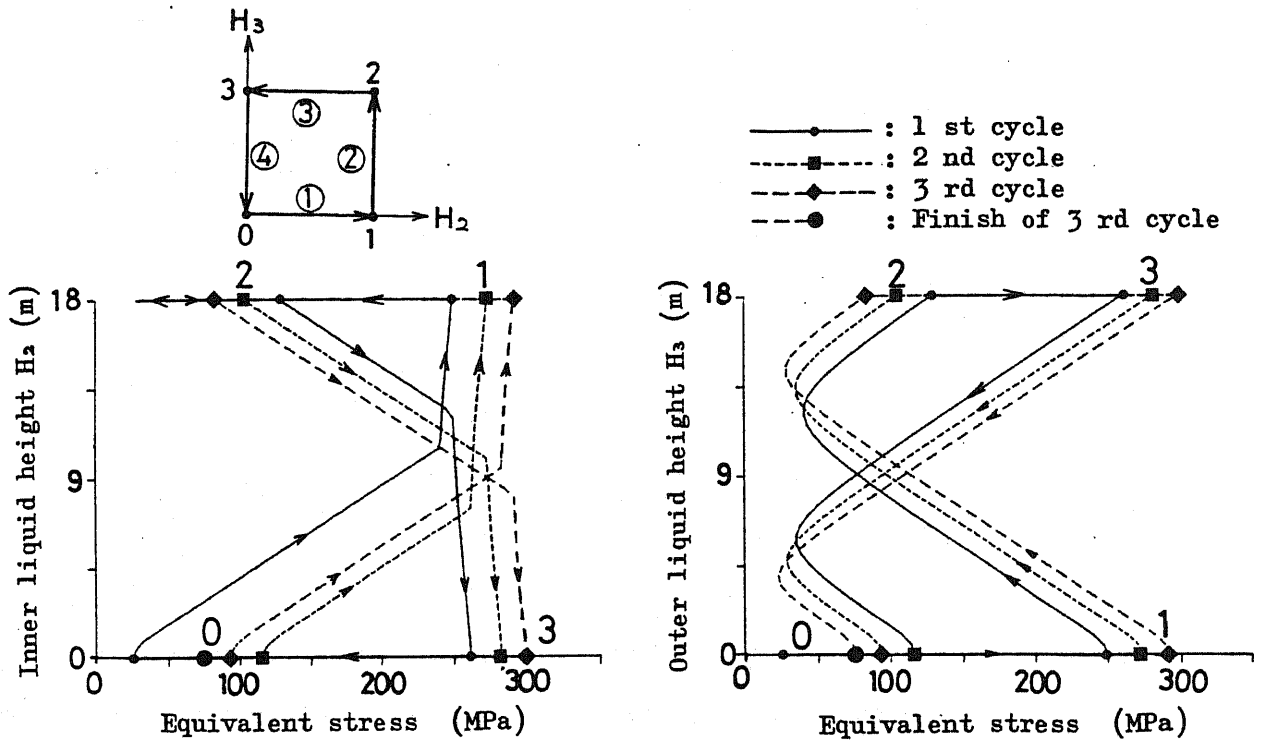


Fig.3.49 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-11 (Isotropic hardening ; Point D in Fig.3.42)

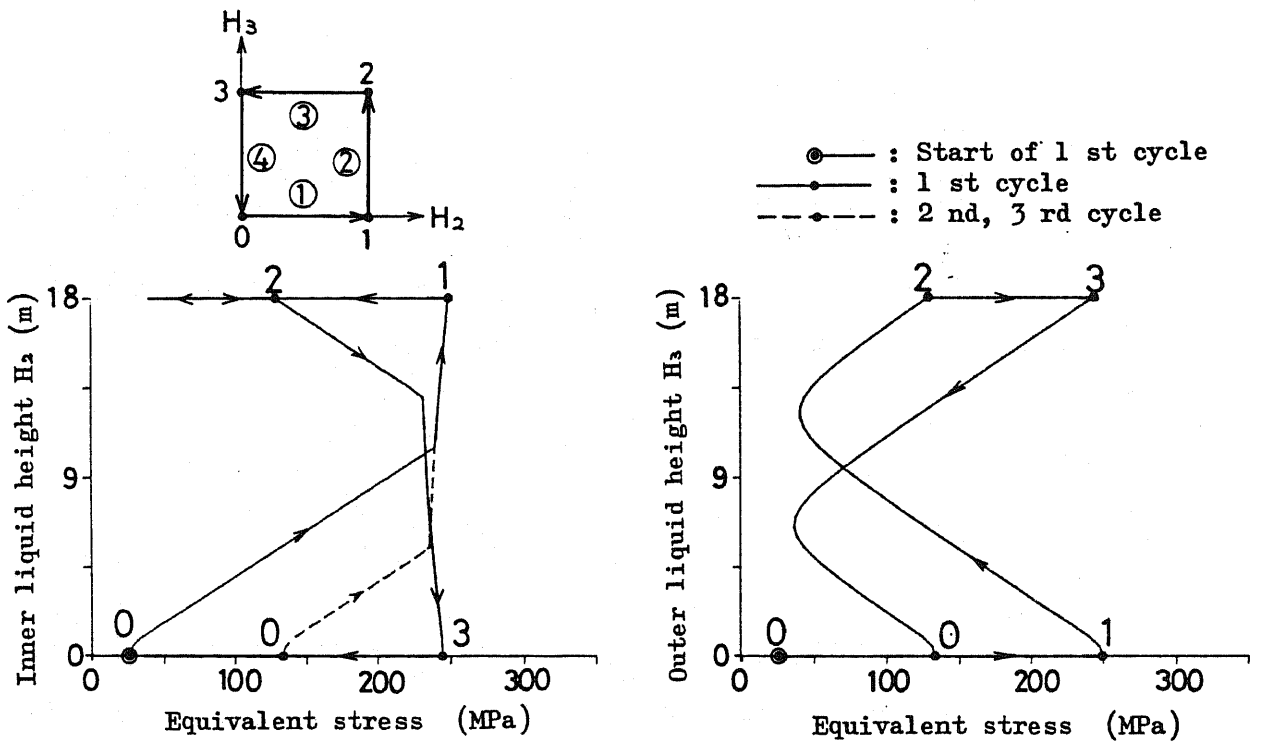


Fig.3.50 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-11 (Kinematic hardening ; Point D in Fig.3.42)

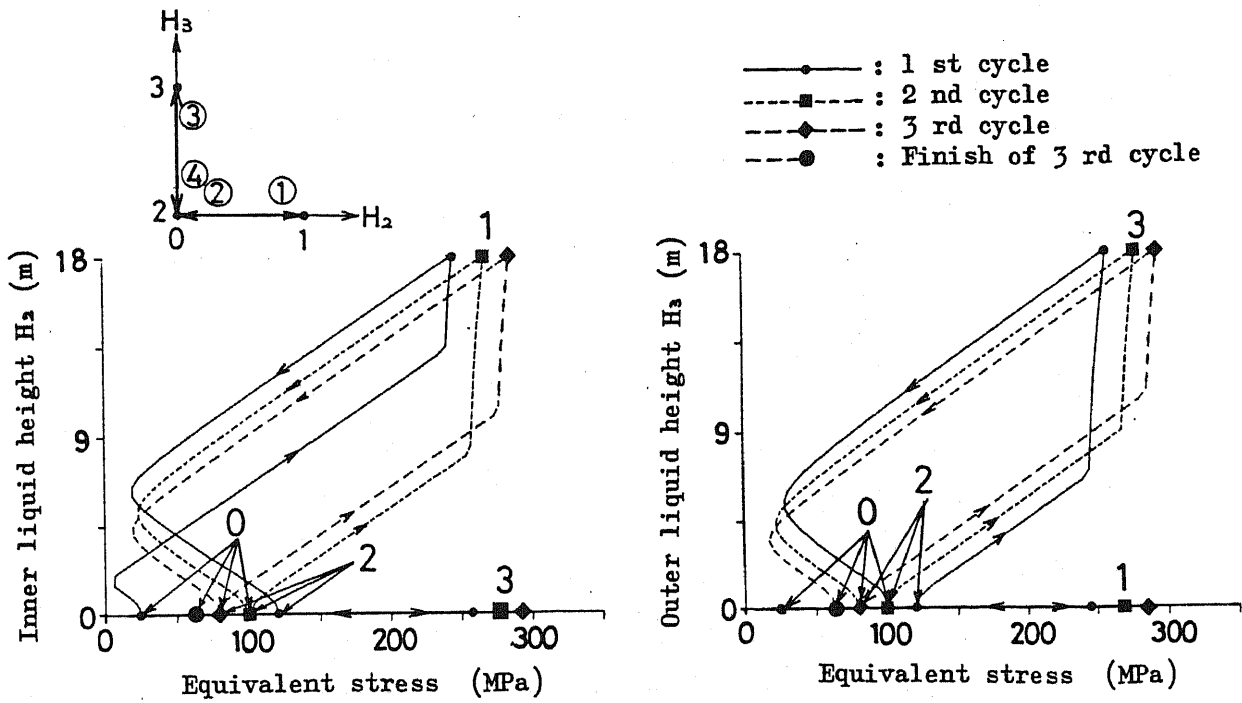


Fig.3.51 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-12 (Isotropic hardening ; Point C in Fig.3.42)

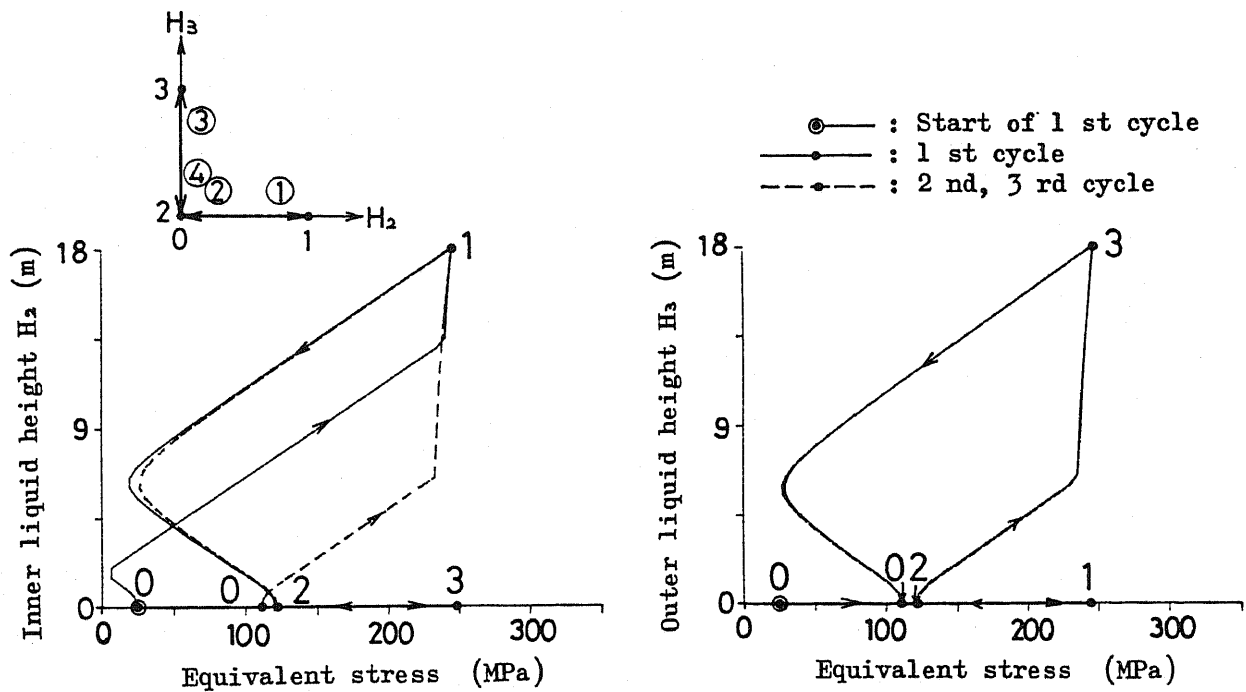


Fig.3.52 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-12 (Kinematic hardening ; Point C in Fig.3.42)

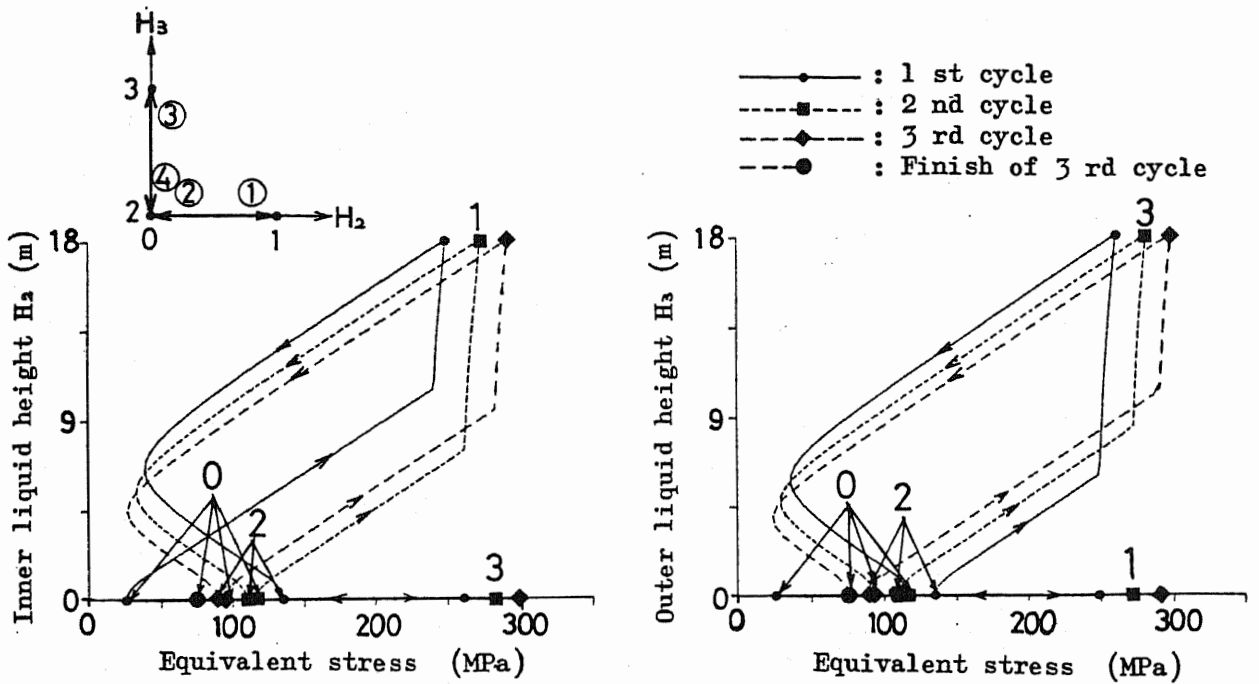


Fig.3.53 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-12 (Isotropic hardening ; Point D in Fig.3.42)

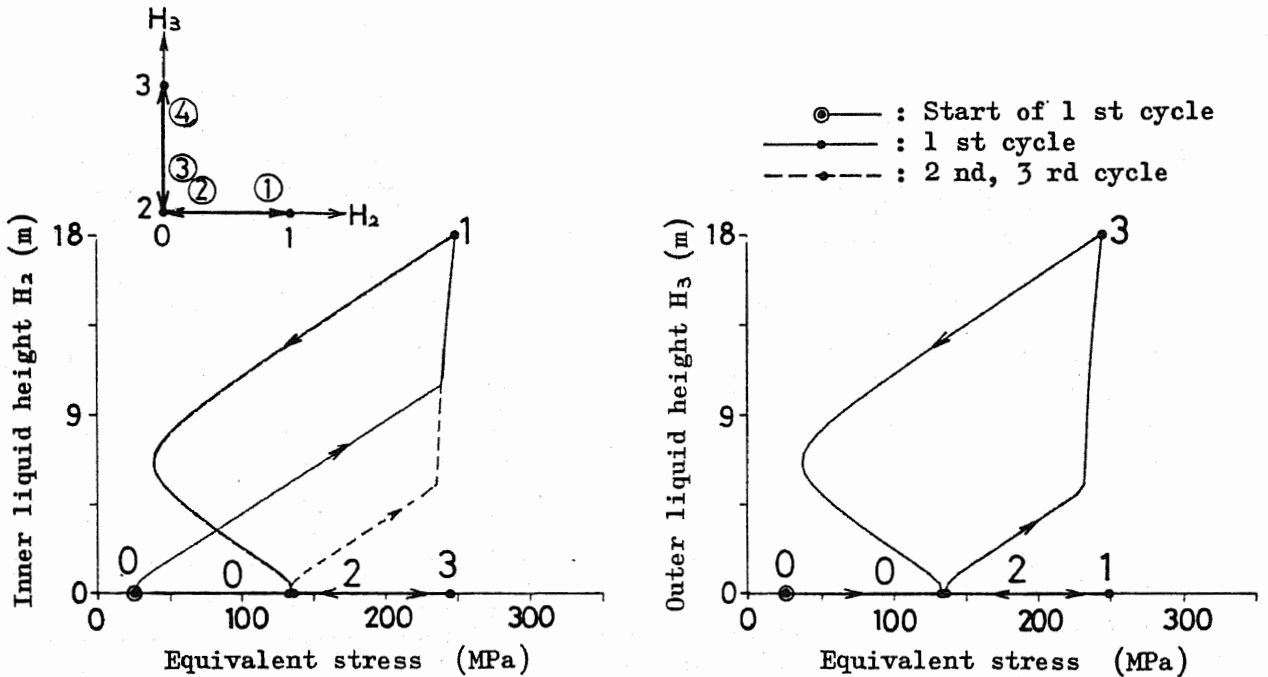
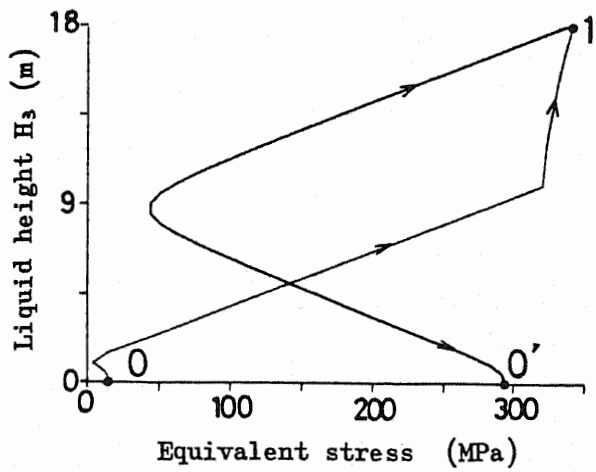
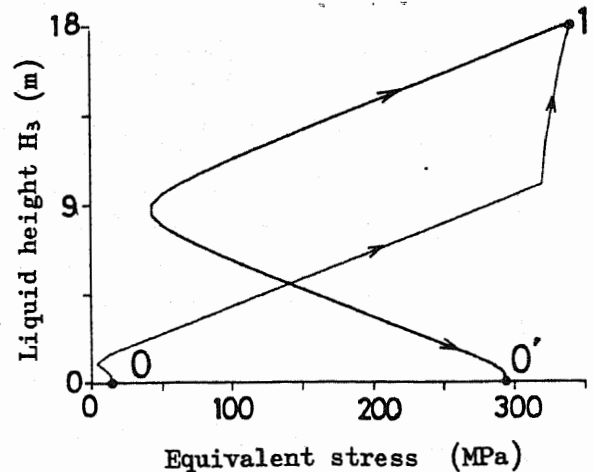


Fig.3.54 Liquid height-equivalent stress relation for load condition T₂-12 (Kinematic hardening ; Point D in Fig.3.42)



(a) Isotropic hardening



(b) Kinematic hardening

Fig.3.55 Liquid height-equivalent stress relation on point C in Fig.3.43 for load condition T₃-11

Table 3.5 Initial or subsequent yielded liquid height
for load condition T₂-11

Cycle	Process	Point	Isotropic hardening		Kinematic hardening	
			H ₂ (m)	H ₃ (m)	H ₂ (m)	H ₃ (m)
1	①	C	13.5	0.0	13.5	0.0
		D	11.0	0.0	11.0	0.0
	③	C	11.0	18.0	11.5	18.0
		D	12.0	18.0	13.0	18.0
2	①	C	8.5	0.0	6.5	0.0
		D	7.5	0.0	5.5	0.0
	③	C	9.0	18.0	11.5	18.0
		D	9.5	18.0	13.0	18.0
3	①	C	10.5	0.0	6.5	0.0
		D	9.5	0.0	5.5	0.0
	③	C	7.5	18.0	11.5	18.0
		D	8.0	18.0	13.0	18.0

Table 3.6 Initial or subsequent yielded liquid height
for load condition T₂-12

Cycle	Process	Point	Isotropic hardening		Kinematic hardening	
			H ₂ (m)	H ₃ (m)	H ₂ (m)	H ₃ (m)
1	①	C	13.5	0.0	13.5	0.0
		D	11.0	0.0	11.0	0.0
	③	C	0.0	7.0	0.0	6.5
		D	0.0	6.5	0.0	5.5
2	①	C	8.5	0.0	6.5	0.0
		D	7.5	0.0	5.5	0.0
	③	C	0.0	9.0	0.0	6.5
		D	0.0	8.5	0.0	5.5
3	①	C	10.5	0.0	7.0	0.0
		D	9.5	0.0	5.5	0.0
	③	C	0.0	11.0	0.0	6.5
		D	0.0	10.5	0.0	5.5

3.4 第3章まとめ

多重円筒石油タンクの内筒側板-底板接合部は、側板外面の底板張り出し長さが長いことと、液体領域が側板の両側に存在する点で、通常の円筒タンクの側板-底板接合部とは、応力に及ぼす条件が異なる。本章では当接合部の応力解析の効率化のため、FEM-BEM結合解析プログラムを開発し、通常時と地震時の弾性解析および通常時の弾塑性解析を行った。

(1) 弾性解析

内筒側板-底板接合部の隅肉溶接止端部の応力集中を考慮するため、当接合部を軸対称境界要素、他のタンク主要部を軸対称シェル要素、基礎をばね要素で扱い、自由度の異なる境界要素とシェル要素との結合部には仮想結合要素を用いるFEM-BEM結合弾性解析プログラムを開発した。本プログラムを用いて、通常時には内筒側板の片側の液体領域のみ満液で他は空液の場合の2ケース、地震時にはその他に両側満液の場合の計3ケースを解析した。さらに、通常の円筒タンクの側板-底板接合部に相当する外筒側板-底板接合部も比較のため解析した。このとき、第2章で得られた短周期地震時の解析結果を、地震荷重として与えた。その結果、以下の点が明らかになった。

- ① 通常の円筒タンクの側板-底板接合部では、側板外側底板の応力が、内側と比べて低くなるのに対し、多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部では、底板応力が内・外側とも同程度になる。
- ② 内筒側板の両側に液体が満液の状態が存在するとき、内筒側板-底板接合部の応力は、通常時には極めて低くなるのに対し、地震時には片側にのみ液体が存在する場合より高くなる。

(2) 弾塑性解析

内筒側板では、両側に液体領域が存在するため、液の出し入れによる応力の振幅が大きく、さらに底板との接合部の隅肉溶接止端部には、塑性域が形成されるため、低サイクル疲労が問題になる。そのため、通常時の液の出し入れに対する履歴を解析する、FEM-BEM結合弾塑性解析プログラムを開発した。

非線形問題に対してBEMはFEMより複雑になるため、ここでは弾性解析においてBEMで扱った当接合部の領域のうち、塑性域が進展する隅肉溶接止端部近傍を軸対称ソリッド有限要素で扱い、他は弾性解析の場合と同様に扱った。塑性理論としてひずみ増分理論の立場から、ひずみ硬化とBauschinger効果を考慮できる複合硬化理論に基づき、荷重増分はMarcalの方法、遷移要素には弾性予測・半径引き戻し法で応力補正を行った。また、液面の変動による液圧荷重は、各増分段階で等価節点荷重増分を逐次修正して扱った。

本プログラムを用いて、液体の出し入れの繰返しによる、内筒側板-底板接合部と外筒側板-底板接合部の塑性域の進展、応力履歴を等方硬化と移動硬化について解析した結果、以下の点が明らかになった。

- ① 通常の間筒タンクの、側板-底板接合部の隅肉溶接止端部の塑性域は、液体の満液と空液の繰返しで、第2サイクル目以降にはシェークダウンのため、その塑性域は大幅に減少するのに対し、内筒側板-底板接合部では荷重振幅が大きいいため、等方硬化・移動硬化とも3サイクルの繰返しの範囲では、荷重サイクル数に無関係に最大の荷重状態での塑性域の広さはほぼ一定になる。その結果、当部の低サイクル疲労に大きく影響するものと予想される。
- ② 内筒側板-底板接合部の隅肉溶接止端部の応力履歴を調べた結果、等方硬化では除荷後の再降伏液高が、荷重の繰返しとともにシェークダウンして、最大の液圧荷重状態に近づくのに対し、移動硬化では第2サイクル目以降ほぼ一定になる。

なお、ここで開発した弾塑性解析プログラムを用いて、Coffin-Manson則などの破壊基準にあてはめ、低サイクル疲労を評価することができる。

本論文末尾では付録Iとして、内筒側板-底板接合部の溶接に部分溶込み溶接を仮定した場合の、通常時と地震時の弾性解析を実施する。

第3章 参考文献

- (1) 三菱石油水島製油所タンク事故原因調査報告書, 1975.
- (2) 危険物技術基準委員会; 1978年宮城県沖地震東北石油仙台製油所石油タンク破損原因調査報告書, 消防庁, 1979.
- (3) J.B.Denham, J.Russel and C.M.R.Wills; A Comparison of Predicted and

Measured Stresses in a Large Storage Tank, API Division of Refining Paper, 1968.

- (4) 小林; タンク隅底部の応力解析, 石川島播磨技報, Vol.16, No.6, 1976, pp.696-701.
- (5) 河野; 鋼製円筒タンク底隅角部の応力解析, 日本建築学会論文報告集, No.245, 1976, pp.53-61.
- (6) 小林; 地震荷重を受ける円筒形液体タンクの隅底部応力略算法(第1報), 圧力技術, Vol.19, No.5, 1981, pp.261-267.
- (7) 頭井・西村・新家; 平底円筒タンクの地震時隅底部応力解析(第1報), 圧力技術, Vol.20, No.6, 1982, pp.281-287.
- (8) P.E.Grafton and D.R.Strome; Analysis of Axi-symmetric Shells by the Direct Stiffness Method, AIAA Journal, Vol.1, No.10, 1963, pp.2342-2347.
- (9) J.H.Percy, T.H.H.Pian, S.Klein and D.R.Navaratna; Application of Matrix Displacement Method to Linear Elastic Analysis of Shells of Revolution, AIAA Journal, Vol.3, No.11, 1965, pp.2138-2145.
- (10) O.C.Zienkiewicz(吉識・山田監訳); マトリックス有限要素法, 培風館, 1984, pp.384-388.
- (11) 蔦・山地; 軸対称体の周辺積分有限要素法, 日本機械学会論文集(A編), Vol.48, No.429, 1982, pp.598-606.
- (12) T.Kermanidis; A Numerical Solution for Axially Symmetrical Elasticity Problems, Int. J. Solid Structures, Vol.11, 1975, pp.493-500.
- (13) T.A.Cruse, D.W.Snow and R.B.Wilson; Numerical Solutions in Axisymmetric Elasticity, Computer & Structures, Vol.7, 1977, pp.445-451.
- (14) C.A.Brebbia, J.C.F.Tells and L.C.Wrobel(田中訳); 境界要素解析—理論と応用, 丸善, 1984, pp.98-99.
- (15) M.Mayr, W.Drexler and G.Kuhn; A Semianalytical Boundary Integral Approach for Axisymmetric Elastic Bodies with Arbitrary Boundary Conditions, Int. J. Solids Structures, Vol.16, 1980, pp.863-871.
- (16) 北川・福井; 境界要素法による軸対称弾性体の非軸対称問題の解析, 境界要素法論文集, Vol.2, 1985, pp.31-36.
- (17) C.A.Brebbia(神谷・他2名訳); 境界要素法入門, 培風館, 1980, pp.165-168.
- (18) 岸本・山口・立原・青木・坂田; 境界要素・有限要素結合法による弾塑性破壊力学解析, 日本機械学会論文集(A編), Vol.50, No.460, 1984, pp.1963-1971.
- (19) 文献(10)の718~728ページ.
- (20) 座古・辻村・三好; 構造物寿命の信頼性評価, 日本機械学会講演論文集,

No.830-2, 1983, pp.163-165.

- (21) 矢川・渡辺・石渡; ラグランジュ乗数法を用いた効率的な弾塑性構造解析用プログラム'EPAS'の開発と応用, 日本機械学会論文集, Vol.46, No.401, 1980, pp.87-96.
- (22) 宮崎・渡辺・石渡・矢川; 三次元き裂解析用プログラムEPAS-J1の開発と応用, 日本機械学会論文集(A編), Vol.48, No.430, 1982, pp.739-746.
- (23) 渡辺; 3次元破壊力学問題への有限要素法の適用に関する研究, 東京大学博士論文, 1984.
- (24) 斎藤・吉田; タンク隅角部の有限要素法による弾塑性応力解析, 配管技術, Vol.27, No.1, 1985, pp.58-65.
- (25) 山田; 塑性・粘弾性, 培風館, 1980, pp.104-111.
- (26) P.V.Marcial and I.P.King; Elastic-Plastic Analysis of Two-Dimensional Stress Systems by the Finite Element Method, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.9, 1967, pp.143-155.
- (27) H.L.Schreyer, R.F.Kulak and J.M.Kramer; Accurate Numerical Solutions for Elastic-Plastic Models, Trans.ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol.101, 1979, pp.226-234.
- (28) Y.Yamada, N.Yoshimura and T.Sakurai; Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Method, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.10, 1968, pp.343-354.
- (29) W.Prager; The Theory of Plasticity : A Survey of Recent Achievements, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol.169, 1955, pp.41-57.
- (30) H.Ziegler; A Modification of Prager's Hardening Rule, Quarterly Journal of Applied Mathematics, Vol.17, 1959, pp.55-65.
- (31) 浜田・田中; バウシニング効果を考慮した円板の大たわみ弾塑性問題の一数值解析法, 日本機械学会論文集, Vol.38, No.305, 1972, pp.36-47.
- (32) H.Miyamoto and M.Shiratori; Elastic-Plastic Response of Kinetically Hardening Cracked Sheet under Cyclic Loading, Proceedings of the 21st Japan National Congress for Applied Mechanics, 1971, pp.221-230.
- (33) 田中・中谷・浜田; 降伏曲面の膨張と移動を考慮した応力-ひずみ関係式と降伏条件についての一考察, 日本機械学会論文集, Vol.39, No.325, 1973, pp.2639-2648.
- (34) R.Hill(鷲津・山田・工藤訳); 塑性学, 培風館, 1954, pp.106-114.

第 4 章

破壞力学解析

第4章 破壊力学解析

4.1 第4章緒言

多重円筒石油タンクの、外筒側板あるいは内筒側板と底板との接合部は、応力集中部であり、タンクの強度解析上で重要な箇所の一つである。第3章では、当部に欠陥が存在しないことを前提として、応力解析を行った。一方、欠陥が存在する場合、当部の強度解析には、破壊力学に基づく手法が必要となる。なお、ここで呼ぶ欠陥とは、『非破壊検査』で定義される、『傷(flaw)』と非破壊検査の指示値が基準値を越えた傷である『欠陥(defect)』の両方を意味する。

通常の円筒形石油タンクは、容量 1,000 kl 以上に限っても、国内に1万基以上存在する。それらのタンクは、容量 10,000 kl以上が5年ごと、10,000 kl 未満が10年ごとの内部を空にしての点検を、消防法が規定している⁽¹⁾。この内部点検では、溶接部の非破壊検査、板厚測定や目視による腐食状況の検査などが実施される。さらに、発見された欠陥で、許容値以上の寸法の場合は、すべて補修される。このような状況から、通常の円筒タンクの応力集中部である側板-底板接合部の欠陥に関して、膨大なデータを蓄積している^{(2), (3)}。

しかし、多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部は、側板の両側に液体が存在するため、内容液の出し入れによる応力振幅が大きく、さらに第3章での解析結果から明らかなように、同時に両側に液体が存在する場合の地震時には応力値そのものが、通常の円筒タンクの側板-底板接合部に相当する外筒側板-底板接合部より大きくなることが考えられる。そのため、多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部に存在する欠陥の強度評価には、新たな知見が必要となる。

一般に、機器・構造物におけるき裂状の欠陥は、溶接継手部や切欠部など形状の複雑な応力集中部に発生するケースが多く、また、表面き裂など三次元的形態をとることが多い。応力拡大係数(K値)を代表的パラメータとする線形破壊力学は、欠陥評価の有力な手段として発展し、ASME Code Section XI⁽⁴⁾、BSI PD6493⁽⁵⁾、WES 2805⁽⁶⁾では規格化されているが、現場での実用化の面では、確立されているとは言い難い。その理由の一つとして、応力集中部の表面き裂のK値が、容易には求まらない点が上げられる。

応力集中部に存在する任意形状の表面き裂のK値は、三次元有限要素法や境界要素法によって解くことはできるが、インプットデータ作成のための膨大な労力と、多大な計算時間を必要とする。一方、白鳥・三好^{(7), (8)}が提案している影響関数法は、あらかじめ求めておいたき裂面に単位分布力を受けるき裂のK値をデータベースとし、き裂のない部材の応力解析より得られる仮想き裂面上の応力分布から、重ね合せの原理に基づいてK値を解析する方法である。これによれば、一回の応力解析を行うだけで、任意形状表面き裂のK値を求めることができ、応力集中部材への適用も可能となる⁽⁹⁾。

本章では、多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部の欠陥の強度評価を容易に行うた

めに、16 bitパーソナルコンピュータを使用して、K値を影響関数法で解析し、疲労き裂進展はパリス則に基づく、表面き裂の簡易強度評価システムを開発する。本システムは、多重円筒タンクの他の箇所欠陥や、一般の機器・構造物の欠陥の強度評価にも容易に適用できる。

4.2 影響関数法

本システムにおいて、K値解析方法に用いている影響関数法⁽⁷⁾は、重ね合せの原理に基づく。すなわち、Fig.4.1 (a)において、任意分布力Tを受けるき裂を有する弾性体の問題は、同図(b)に示すき裂の無い弾性体が分布力Tを受ける問題と、(b)の仮想き裂面に生じる分布力 $T_0(x)$ と等値逆符号の $-T_0(x)$ なる分布力をき裂面 S_{tc} に受ける同図(c)に示すき裂材の問題の和として与えられる⁽¹⁰⁾。したがって、(b)にはき裂が無いことを考えれば、(a)に示される問題のK値は、(c)に示される問題のK値と等しくなる。

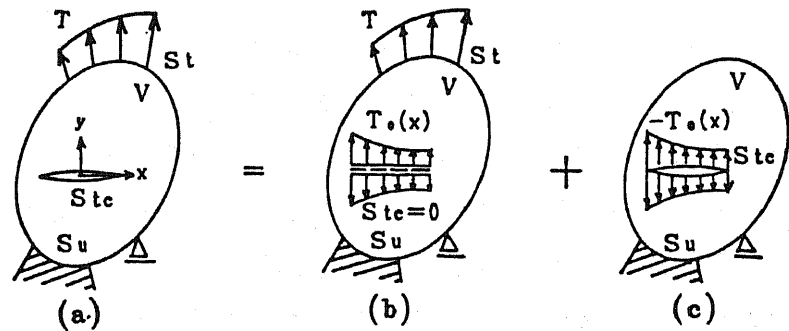


Fig.4.1 Principle of superposition

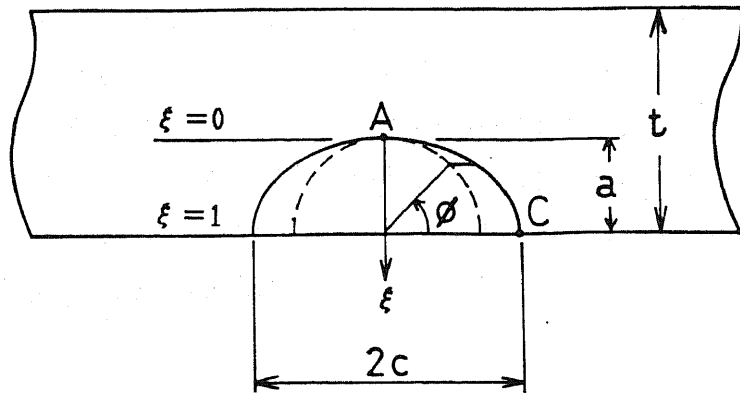


Fig.4.2 Semielliptical surface crack

本システムでは、Fig.4.2に示す半だ円表面き裂のモードI形（開口形）の K_I 値を扱う。き裂面上の表面応力の分布を、き裂の幅方向には一様で、深さ方向のみ変化するものとし、以下に示す三次の多項式で近似する。

$$\sigma(\xi) = A\xi^3 + B\xi^2 + C\xi + D \quad (4.1)$$

ただし、 ξ はFig.4.3に示す正規化座標である。ここで、Fig.4.3に示すように、

$$\sigma(\xi) = 1.0, \quad \xi, \quad \xi^2, \quad \xi^3 \quad (4.2)$$

で表わされる表面応力に対応するき裂の K_I 値を、それぞれ K_0, K_1, K_2, K_3 とすれば、式(4.1)の分布を受ける場合の K_I 値は、重ね合せの原理より次式で表わされる。

$$K_I = AK_3 + BK_2 + CK_1 + DK_0 \quad (4.3)$$

したがって、き裂の無い場合の応力解析から求まる仮想き裂面上の応力分布を式(4.1)で表わし、すでに得られているFig.4.3の基本モードごとの K_I 値⁽⁸⁾を用いて、任意分布力に対する K_I 値を簡単に求めることができる。また、 $K_0 \sim K_3$ は平板中の表面き裂の解であるが、式(4.3)はFig.4.4に一例を示す応力集中部の表面き裂にも適用できることが報告されている⁽⁹⁾。

半だ円表面き裂の K 値を簡便に求める方法として、Newman・Rajuの式⁽¹¹⁾がある。これは、引張りと曲げを受ける平板中のき裂の K 値を、様々なき裂形状に対し有限要素法で解析し、その結果に基づいた簡便式を導入したものであり、現在広く用いられている。Newman・Rajuの式は、式(4.1)において ξ に関する 0 次と 1 次の項を考慮していることに相当する。

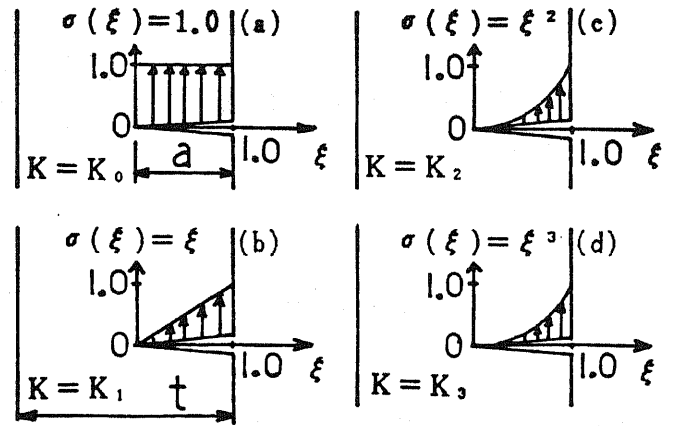


Fig.4.3 Distributed stress of the fundamental mode

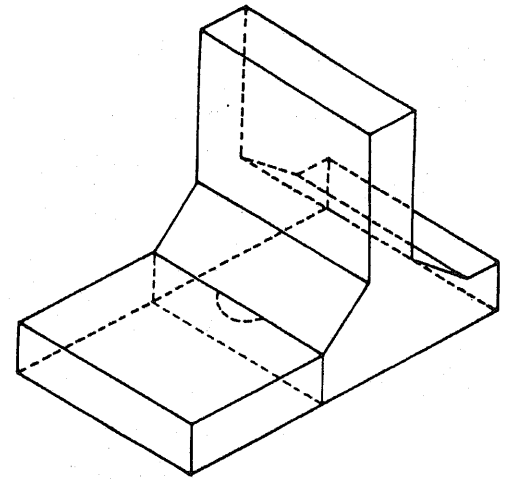


Fig.4.4 Surface crack in stress concentrated part

4.3 表面き裂の強度評価システム

4.3.1 システムの概要

線形破壊力学に基づき欠陥の強度評価を行うコンピュータ・システムとして、 K 値を有限要素法で解析し、大型計算機にその端末を介した対話形式のシステム『HIDESS』⁽¹²⁾、表面き裂の K 値計算にNewman・Rajuの式⁽¹¹⁾を用いた疲労寿命評価システム『MiCRACK』⁽¹³⁾などが報告されている。

本システム『SACS』(Safety Analysis for Surface Cracked Structure)は、現場において応力集中部を含む機器・構造物の欠陥評価を容易に行う目的で、現在広く普及している16 bitパーソナルコンピュータを用いた簡易強度評価システムであり、き裂の K_I 値解析、き裂の安全性評価、疲労き裂進展解析の三つの機能をもつ。いずれの機能においても、き裂のない場合の応力解析から得られた仮想き裂面上の応力分布を入力データとして与える必要がある。データは対話形式で入力し、解析結果はグラフィックディスプレイ上で図形表示している。

4.3.2 システムの機能

(1) き裂の K_I 値解析

き裂深さ a 、き裂半幅 c を入力し、Fig.4.2におけるき裂最深部A点と表面部C点の K_I 値を解析し、グラフィック・ディスプレイ上にき裂形状とともに、それらの値を表示する。

(2) き裂の安全性評価

き裂の板厚比 $a/t = 0.2 \sim 0.8$ 、アスペクト比 $a/c = 0.2 \sim 1.0$ の範囲での各き裂形状の K 値を解析し、入力した材料の破壊じん性値 K_{Ic} との比較から、不安定破壊を起こすき裂の形状を表示する。

本機能は以下に示す三種類の図形を作成する。

① 立体安全性評価グラフ

三次元直交座標系の第1軸に a/t 、第2軸に a/c 、第3軸に K_I 値をとり、 $0.2 \leq a/t \leq 0.8$ 、 $0.2 \leq a/c \leq 1.0$ の範囲の分割数を入力データで与え、各格子点での K_I 値を表示し、また $K_I = K_{Ic}$ の等高線を描く。

② 平面安全性評価グラフ

縦軸に a/c 、横軸に a/t をとり、不安定破壊条件を満たすき裂形状の領域と、安定な領域をディスプレイ上に色分けして表示する。

③ $K_I \sim a/c$ 図

縦軸に K_I 値、横軸に a/c をとり、入力データで与えた各 a/t ごとの関係を示す。

なお、本機能は(1)の機能を包含しているが、単一形状き裂の K_I 値を求めたい場合は、(1)の機能を用いるのが効率的である。

(3) 疲労き裂進展解析

疲労により初期き裂(a_0, c_0)が進展する場合の寿命評価を行う。き裂進展速度は、パリズ則により次式で与えられる。

$$da/dN = C (\Delta K_I)^m \quad (4.4)$$

ここで、 N は荷重の繰返し数、 ΔK_I は K_I 値の範囲、 C, m は材料定数である。また、 ΔK_I として、

$$\Delta K_I = \left\{ \begin{array}{ll} K_{max} - K_{min} & (K_{min} > 0) \\ K_{max} & (K_{min} \leq 0) \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

と仮定する。ここに、 K_{max}, K_{min} はそれぞれ荷重1サイクル中の最大応力、最小応力に対応する K_I 値である。

本システムでは、進展するき裂形状は常に半だ円形状を保つものと仮定し、式(4.4)をFig.4.2のA点とC点に適用する。すなわち、

$$\left. \begin{array}{l} da/dN = C [\Delta K_I(A)]^m \\ dc/dN = C [\Delta K_I(C)]^m \end{array} \right\} \quad (4.6)$$

ここで、 $\Delta K_I(A), \Delta K_I(C)$ はそれぞれA点、C点の K_I 値の範囲である。式(4.6)を積分することで進展後の形状が得られる。

仮想き裂面上の応力分布として、最大応力、最小応力の2種類を入力し、かつ C, m, K_{Ic} を入力することで、次の図形を出力する。

① き裂進展図

き裂の進展状況、形状変化を、入力した荷重繰返し数ごとに表示する。また、き裂面の任意領域を任意の倍率で拡大して、進展図を見ることができる。

② $K_I \sim N$ 図

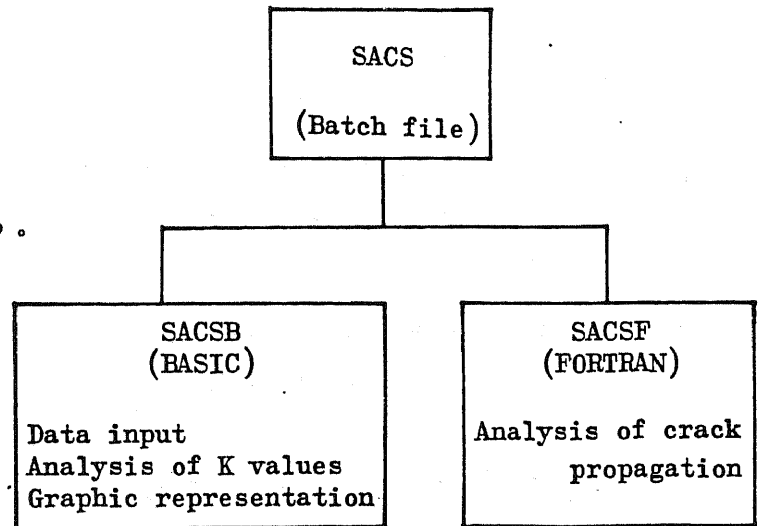
K_I 値と荷重繰返し数の関係を表示し、不安定破壊条件 $K_I = K_{Ic}$ が成立したときの N の値を出力する。

③ き裂寸法～ N 図

き裂寸法 a , c と N との関係を表示する。

④ $a/c \sim a/t$ 図

進展に伴うき裂のアスペクト比 a/c と板厚比 a/t の関係を表示する。



4.3.3 システムの構成

本システムは、16ビットパーソナルコンピュータを使用し、Fig.4.5 に示すようにデータ入力、 K_I 値解析、図形処理を行う SACSB と、式(4.6) のパリス則の積分を行う SACSF の2つのプログラムから成る。言語として SACSB はグラフィック機能の豊富な BASIC、高速演算が要求される SACSF は FORTRAN を使用し、MS-DOS 上のバッチファイルにより制御されている。また両プログラム間の変数の受け渡しは、ファイルで行っている。

Fig.4.5 System configuration

4.4 解析例

4.4.1 解析条件

表面き裂の強度評価システム『SACS』を用いて、第1章 Fig.1.6 に示した三重円筒タンクの表面き裂状の欠陥の、地震時の安全性評価と通常時の疲労き裂進展解析を行う。欠陥は、側板と底板との接合部の隅肉溶接止端部に存在するものとし、Fig.1.6 の直径40 m の内筒側板 (T_2)-底板接合部(内筒側板部)と、直径60 m の外筒側板 (T_3)-底板接合部(外筒側板部)について解析を実施する。なお、影響関数法においてあらかじめ準備が必要な、き裂がない場合の仮想き裂面上の応力分布は、第3章で得られた弾性解析結果を用いる。

欠陥が存在する箇所は溶接部であるが、第3章での解析結果の応力値には溶接残留応力が含まれない。石油タンクの側板と底板との溶接は、通常、建設現場で施工され、溶接後の応力除去焼鈍処理は施されない。そのため、溶接線方向には、引張の残留応力が存在し、溶接線と直角方向の欠陥の強度には、残留応力が大きく影響する。

WES 2805⁽⁶⁾では、この溶接線方向の残留応力の大きさとして、材料の降伏応力をとっている。本節では、WES 2805に基づき、以下に示す残留応力のない場合とある場合の、二通りの解析を行う。

- ① ケース1：残留応力のない場合として、仮想き裂面上の応力に、第3章の応力値をそのまま用いる。
- ② ケース2：残留応力のある場合として、仮想き裂面上の応力に、(第3章の応力値+材料の降伏応力)を用いる。

なお、材料の物性値をTable 4.1に表す。

Table 4.1 Material properties

		Inner shell part	Outer shell part
Material		SM 400A(JIS G3106)	SM 490A(JIS G3106)
Yield stress(σ_y)		240 MPa	320 MPa
Fracture toughness(K_{Ic})		90 MPa \sqrt{m}	90 MPa \sqrt{m}
Material constants in Paris Formula(*)	C	3.717×10^{-12} (14)	1.110×10^{-11} (15)
	m	3.30 (14)	2.88 (15)

(*) : ΔK_I (MPa \sqrt{m}) ; a, c (mm)

4.4.2 地震時の安全性評価

地震荷重を受けるときの、内筒側板部と外筒側板部の表面き裂の安全性評価を行う。き裂がない場合の仮想き裂面上の応力分布を、内筒側板部はFig.4.6、外筒側板部はFig.4.7に表す。き裂は、内筒側板部ではFig.4.6のC-C断面である外側隅肉溶接止端部、外筒側板部ではFig.4.7のB-B断面である内側隅肉溶接止端部の、 $\eta=0$ にき裂表面部C点が位置するような形で存在するものとする。また、各ケース1の応力は、Fig.4.6では第3章のFig.3.25(a)、Fig.4.7ではFig.3.26(b)の半径方向応力 σ_r である。Fig.

3.25(a)およびFig.3.26(b)より、この仮想き裂面上では、 $\tau_{rz} \neq 0$ であり、 σ_r によるモードI形の K_I 値の他に、 τ_{rz} によるモードII形の K_{II} 値も生じる。しかし、 τ_{rz} は σ_r に比べて小さいため、これを無視する。

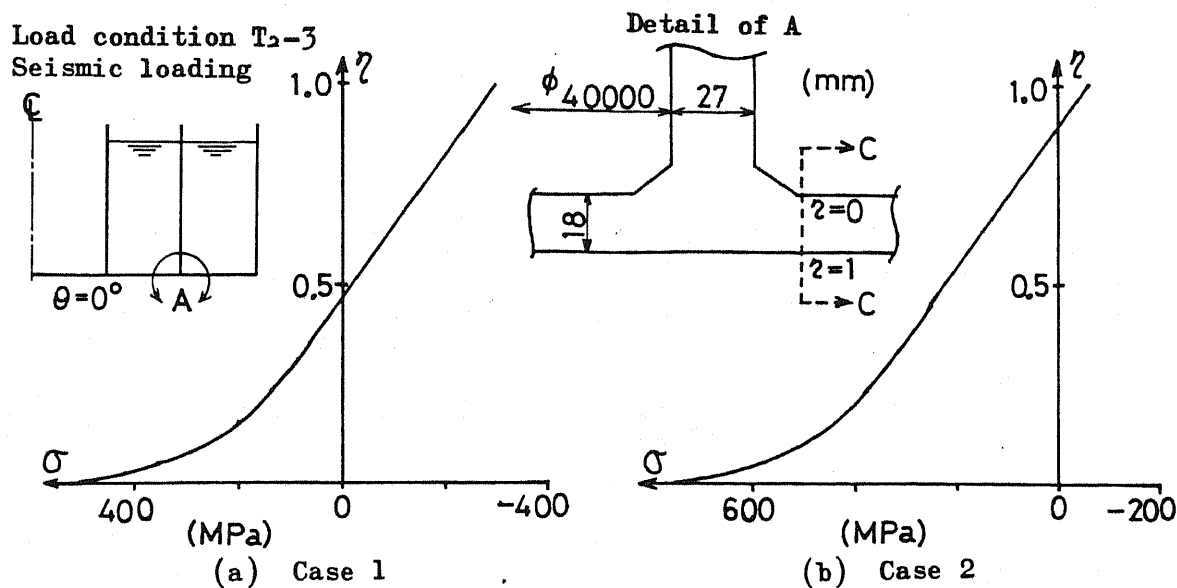


Fig.4.6 Stress distribution on the virtual cracked surface in the inner shell to bottom joint

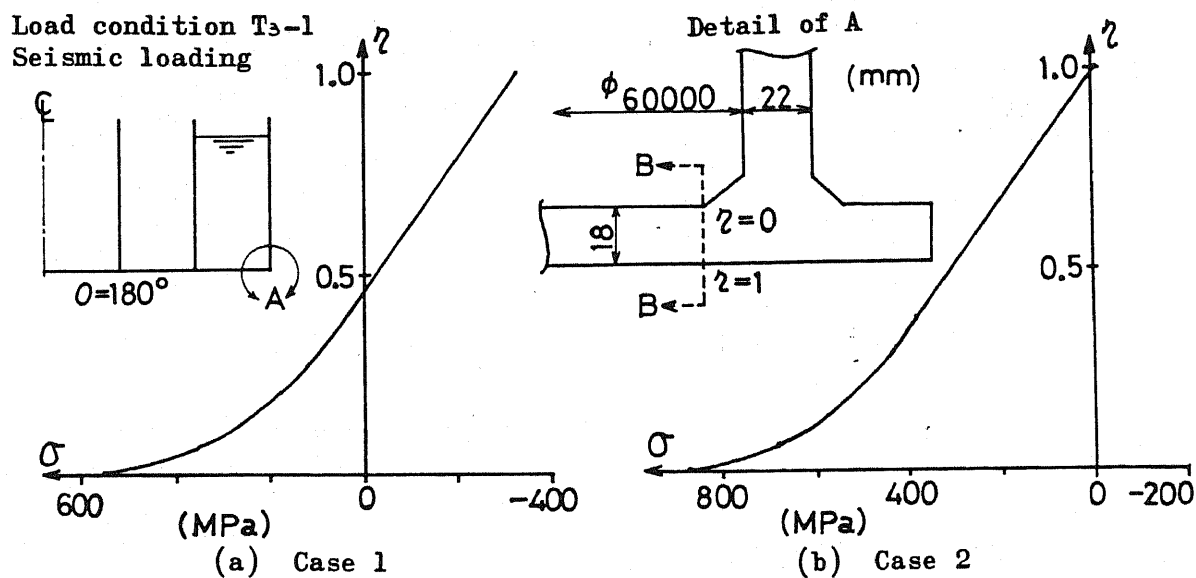


Fig.4.7 Stress distribution on the virtual cracked surface in the outer shell to bottom joint

影響関数法により、 $0.2 \leq a/t \leq 0.8$, $0.2 \leq a/c \leq 1.0$ の範囲の任意形状表面き裂の K_I 値を解析した結果の、 $K_I \sim a/c$ 図を内筒側板部は Fig.4.8、外筒側板部は Fig.4.9 に表す。両図から、内筒側板部・外筒側板部とも、ケース1ではき裂の K_I 値が K_{Ic} を越えないが、ケース2では a/t が大きくなると、き裂表面部C点の K_I 値が K_{Ic} を越え、

不安定破壊を起こす。また、Fig.4.6, Fig.4.7の応力分布は、曲げによる分布に底板上面での隅肉溶接止端部の応力集中の影響が重なったものであり、底板下面においてケース1の場合は圧縮となり、ケース2の場合は引張ではあるが、その値は小さくなる。このことから、き裂最深部A点では、 a/t の増加とともに K_I 値が小さくなる傾向にある。

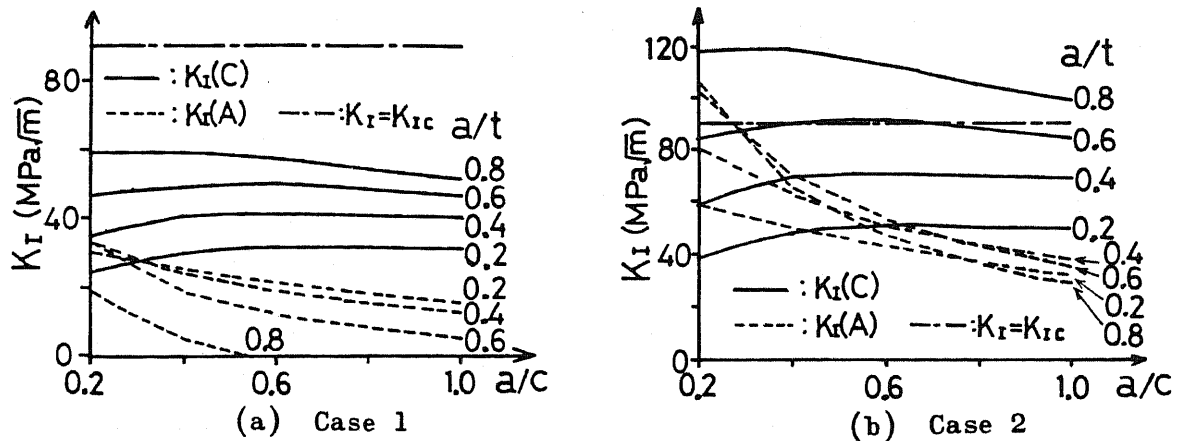


Fig.4.8 Stress intensity factor in the inner shell to bottom joint

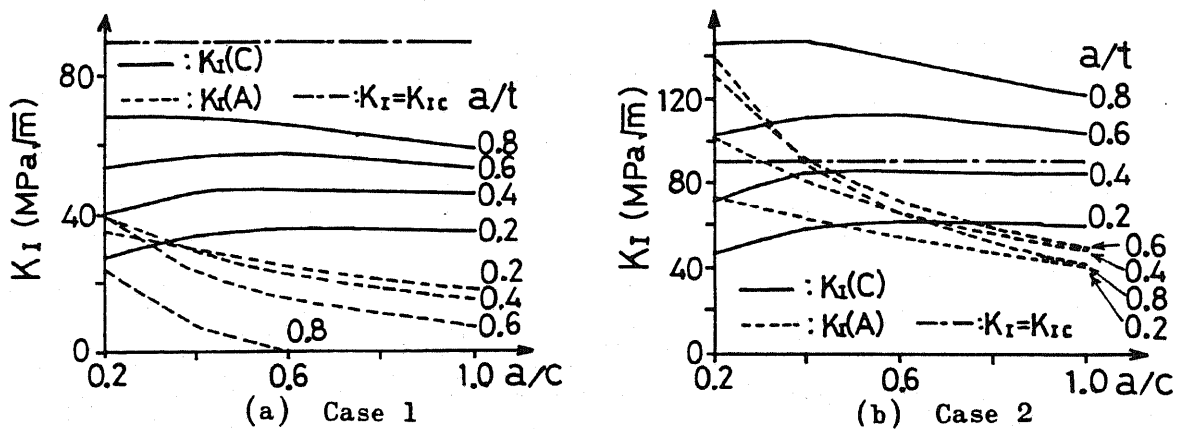


Fig.4.9 Stress intensity factor in the outer shell to bottom joint

Fig.4.10, Fig.4.11は、 $K_I \geq K_{Ic}$ のき裂形状もあるケース2の場合の、それぞれ内筒側板と外筒側板の平面安全性評価グラフである。これらの図で、 $K_I \geq K_{Ic}$ となるき裂形状の領域をハッチングして示しており、内筒側板部では $a/t > 0.7$ 、外筒側板部では $a/t > 0.5$ が不安定領域になる。

Fig.4.12, Fig.4.13は、それぞれ

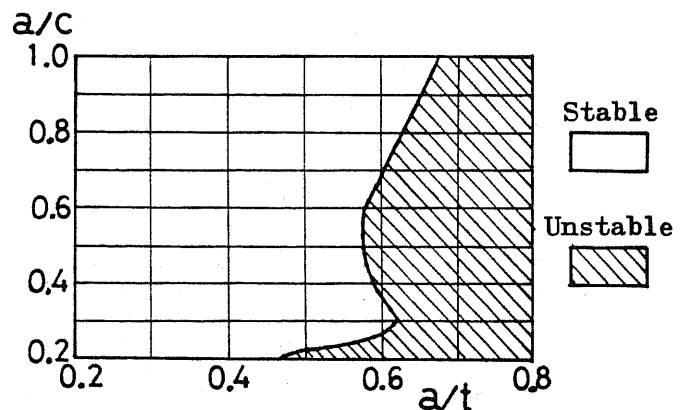


Fig.4.10 Two dimensional chart for safety evaluation of Case 2 in the inner shell to bottom joint

内筒側板部と外筒側板部の、立体安全性評価グラフである。これらの図から、任意形状表面き裂の K_I 値を容易に知ることができる。構造物の欠陥は、現場での保守管理あるいは定期点検時に発見されるため、欠陥評価とその対応方法も、現場において迅速に決定されることが望まれる。あらかじめ、このような平面・立体安全性評価グラフを、欠陥の発生しやすい箇所に対し作成しておけば、発見される欠陥の評価が容易になる。

また、両側板部ともケース2の場合のき裂の K_I 値は、ケース1の場合と比べると極めて大きくなる。したがって、残留応力の影響は、溶接線と直角方向の欠陥には重要になることがわかる。Fig.4.6, Fig.4.7に示した位置の表面き裂は、側板-底板接合部の底板相互の溶接線とは直角方向になる。

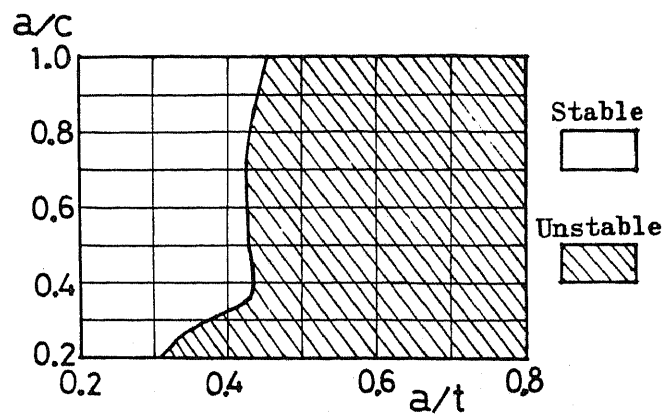
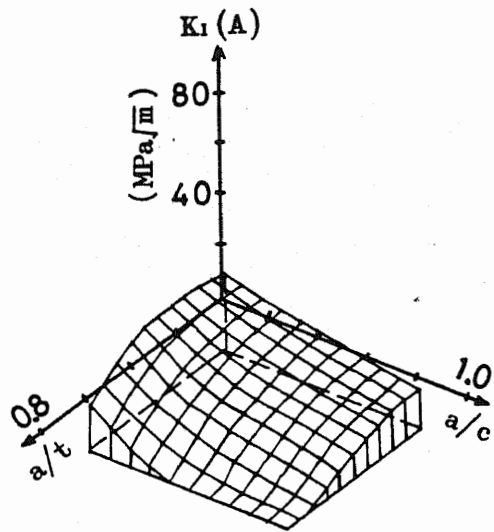
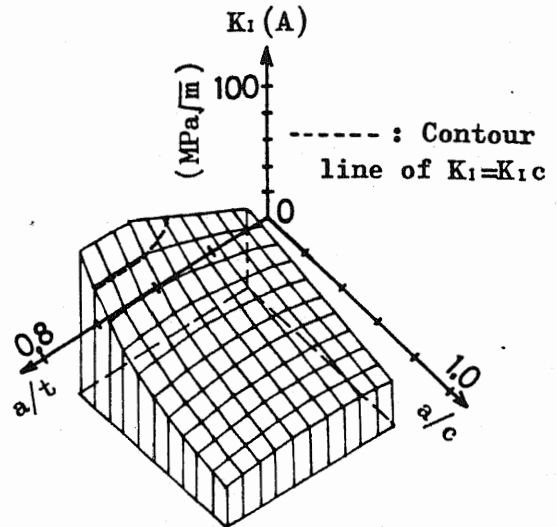


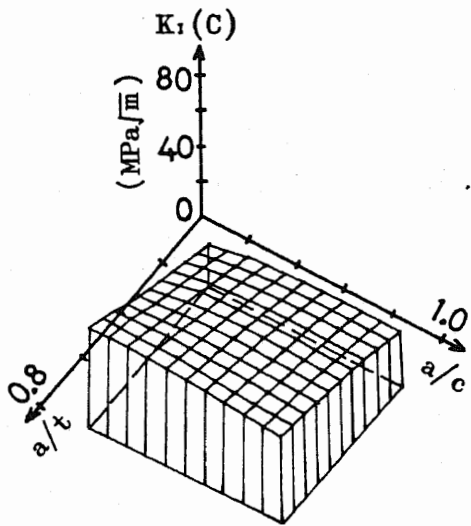
Fig.4.11 Two dimensional chart for safety evaluation of Case 2 in the outer shell to bottom joint



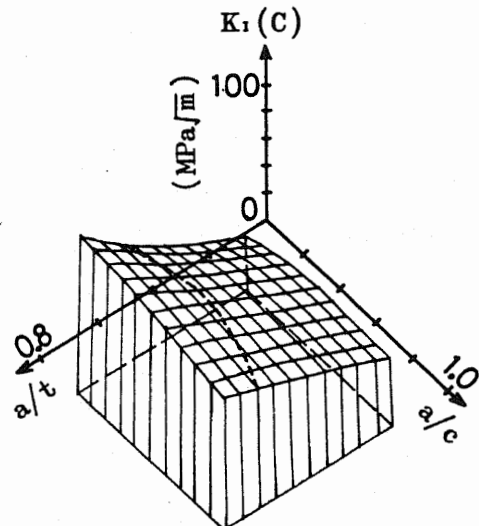
(a) Case 1 $K_I(A)$



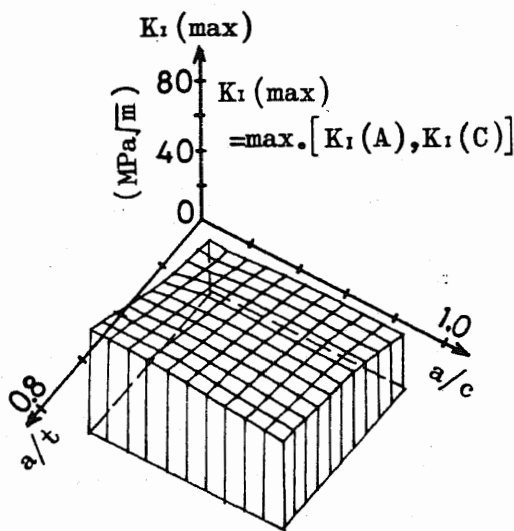
(d) Case 2 $K_I(A)$



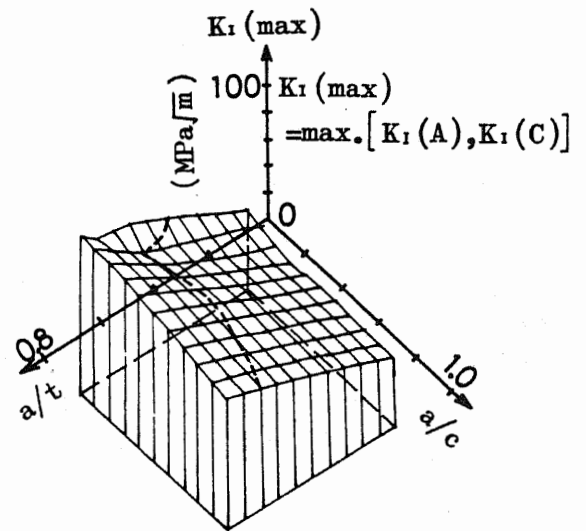
(b) Case 1 $K_I(C)$



(e) Case 2 $K_I(C)$

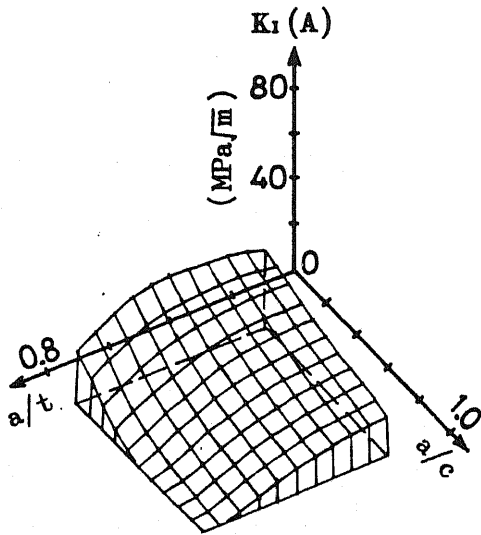


(c) Case 1 $K_I(\max)$

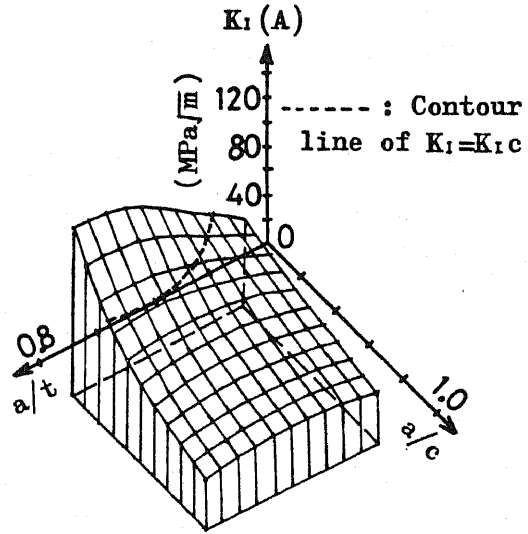


(f) Case 2 $K_I(\max)$

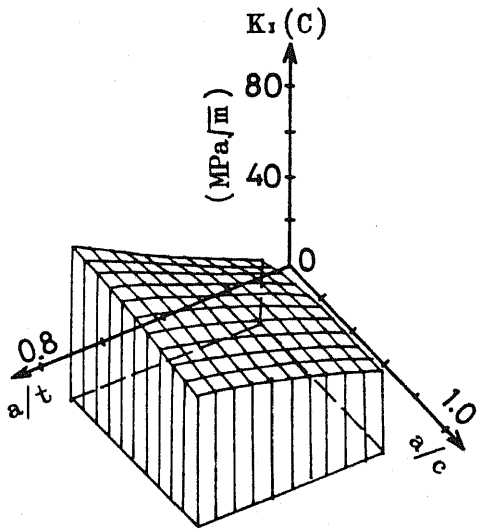
Fig.4.12 Three dimensional chart for safety evaluation in the inner shell to bottom joint



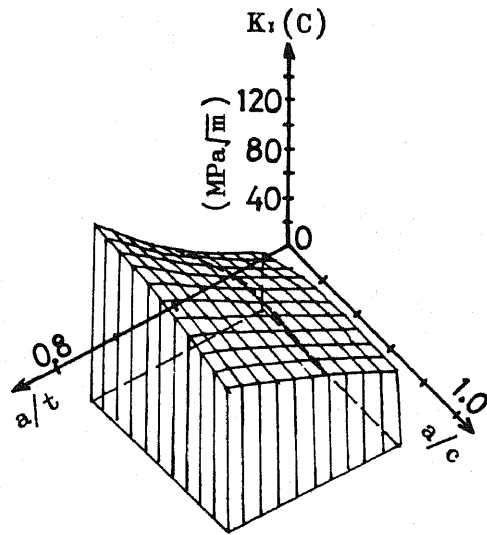
(a) Case 1 $K_I(A)$



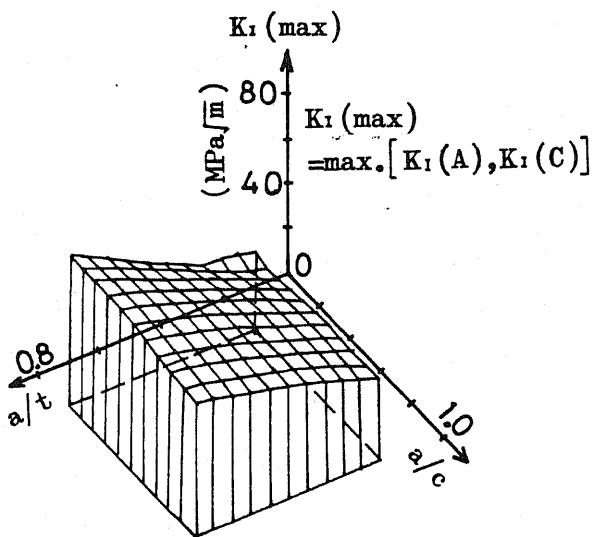
(d) Case 2 $K_I(A)$



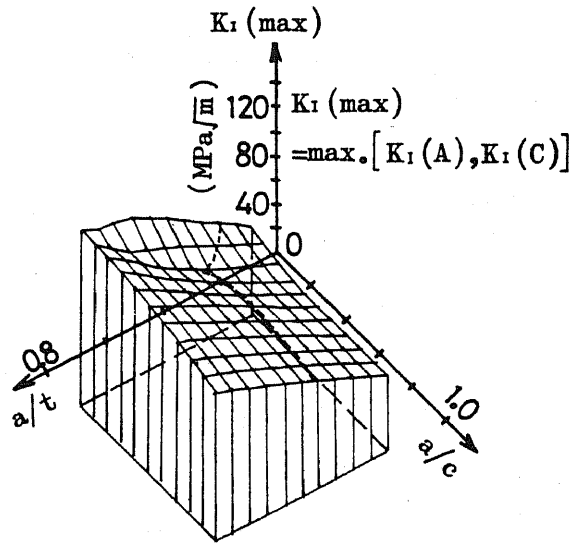
(b) Case 1 $K_I(C)$



(e) Case 2 $K_I(C)$



(c) Case 1 $K_I(\max)$



(f) Case 2 $K_I(\max)$

Fig.4.13 Three dimensional chart for safety evaluation in the outer shell to bottom joint

4.4.3 通常時の疲労き裂進展解析

通常時の内筒側板部と外筒側板部の表面き裂の、疲労き裂進展解析を行う。初期き裂形状 $a_0 = 3.6 \text{ mm}$, $c_0 = 7.2 \text{ mm}$ とし、内筒側板部では、第1章の Fig.1.6の内側液体領域 (V_2) が空液のとき外側液体領域 (V_3) が満液、 V_2 が満液のとき V_3 が空液を繰返すものとし、外筒側板部では、外側に液体領域が存在しないため、 V_3 が満液と空液を繰返すものとする。き裂がない場合の仮想き裂面上の応力分布を、内筒側板部では Fig.4.14、外筒側板部では Fig.4.15 に表す。各側板部とも、き裂は各図の B-B 断面上である、内側隅肉溶接止端部の、 $r = 0$ にき裂表面部 C 点が位置するような形で存在するものとする。Fig.4.14 のケース1の実線の応力分布は、第3章の荷重条件 T_2-1 の通常時の弾性解析結果である Fig.3.15(a)、点線は荷重条件 T_2-2 の同様の解析結果である、Fig.3.15(b) の半径方向応力 σ_r である。また、Fig.4.15 のケース1の実線の応力分布は、荷重条件 T_3-1 の通常時の弾性解析結果である、Fig.3.15(c) の σ_r である。さらに、外筒側板部の空液時・ケース1の応力を零とする。

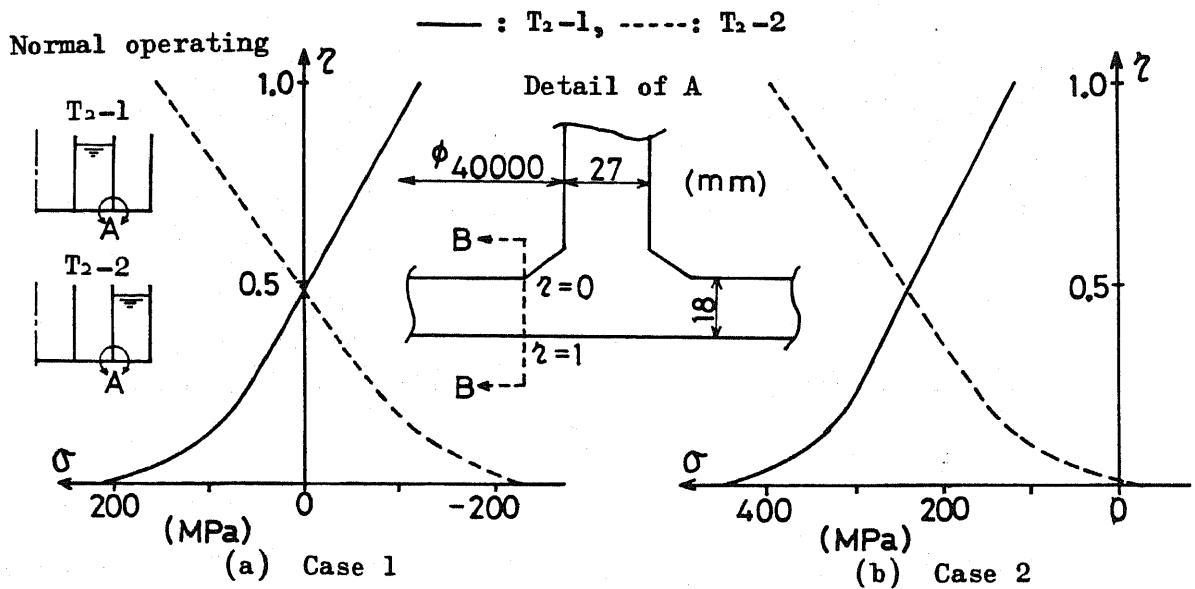


Fig.4.14 Range of distributed stress on the virtual cracked surface in the inner shell to bottom plate

式(4.6)のパリス則を積分し、 $N = 6 \times 10^4$ cycleまで解析した結果、Fig.4.16, Fig.4.17に、それぞれ内筒側板部と外筒側板部のき裂進展図を示す。Fig.4.16(a)は荷重繰返し数 3×10^4 cycle ごと、Fig.4.16(b)とFig.4.17は 10^4 cycleごとのき裂形状を示している。また、Fig.4.17の外筒側板部では、ケース1とケース2で ΔK_I が等しくなるため、理論的に同一の進展形状になる。これらの図から、ケース1の内筒側板部ではほとんど進展しないのに対し、ケース1の外筒側板部とケース2の両側板部とも、板厚方

向より板幅方向に、大きく進展している。そして、その大きさは、ケース2の内筒側板部で極めて大きくなる。

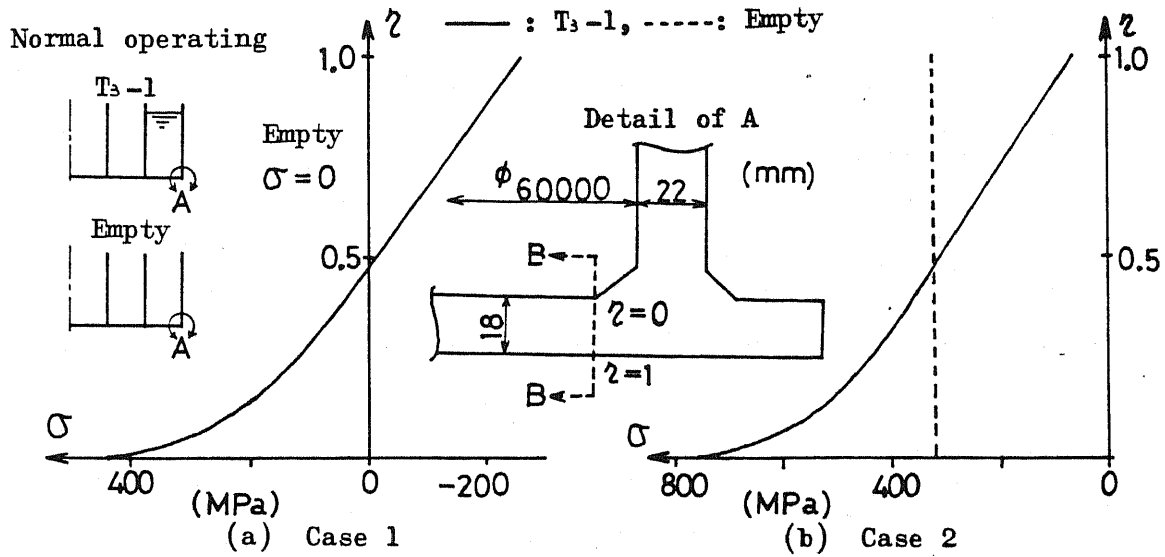


Fig.4.15 Range of distributed stress on the virtual cracked surface in the outer shell to bottom plate

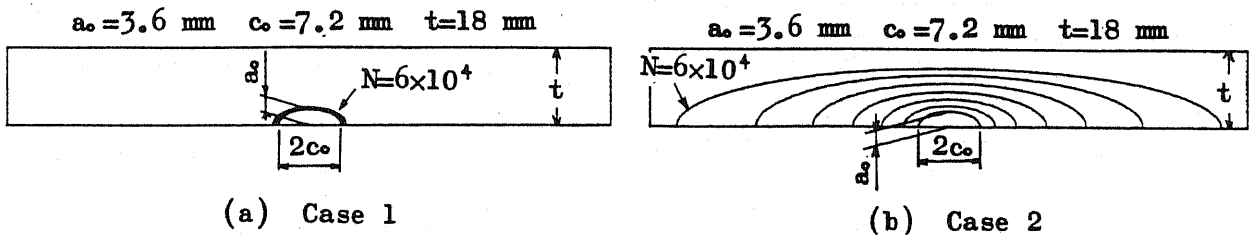


Fig.4.16 Fatigue crack propagation in the inner shell to bottom joint

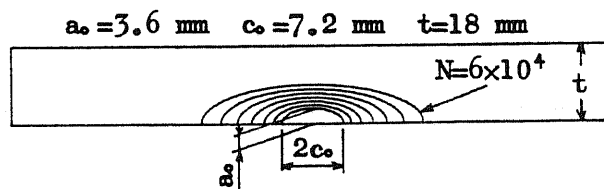


Fig.4.17 Fatigue crack propagation in the outer shell to bottom joint

Fig.4.18, Fig.4.19は、それぞれ内筒側板部と外筒側板部の $K_I \sim N$ 図である。Fig.4.19(b)より、内筒側板部のケース2の場合、 $N = 58240$ cycleで $K_I = K_{Ic}$ となり、不安定破壊を起こす。

Fig.4.20, Fig.4.21とFig.4.22, Fig.4.23は、内筒側板部と外筒側板部のそれぞれき裂寸法 $\sim N$ 図および $a/c \sim a/t$ 図である。Fig.4.20(b), Fig.4.21において、増加の割合が a より c の方が大きいことから、Fig.4.22, Fig.4.23の $a/c \sim a/t$ 図では、荷重の繰返しに伴い、右下がりの曲線になる。

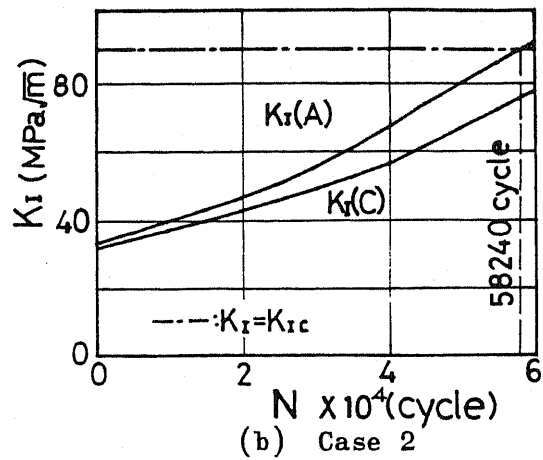
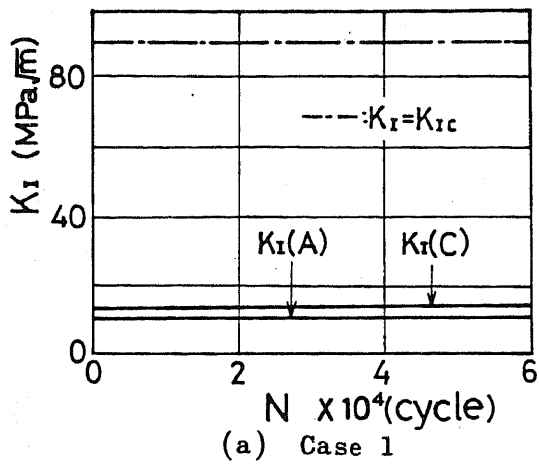


Fig.4.18 Relation between stress intensity factor and number of cycles in the inner shell to bottom joint

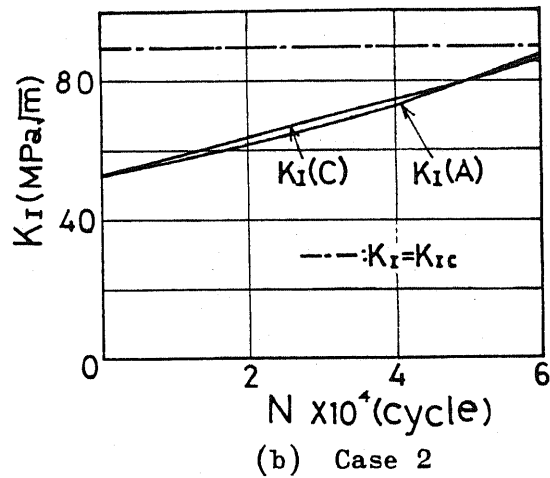
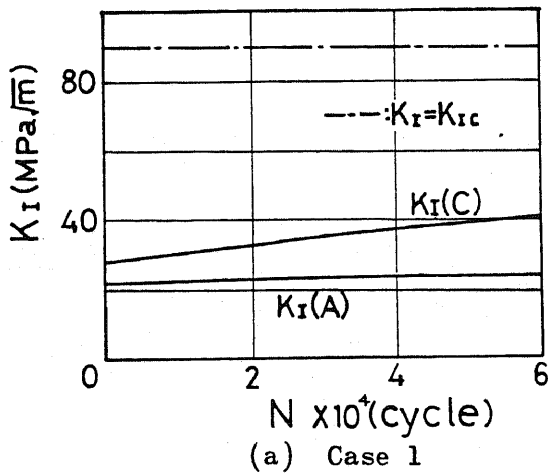


Fig.4.19 Relation between stress intensity factor and number of cycles in the outer shell to bottom joint

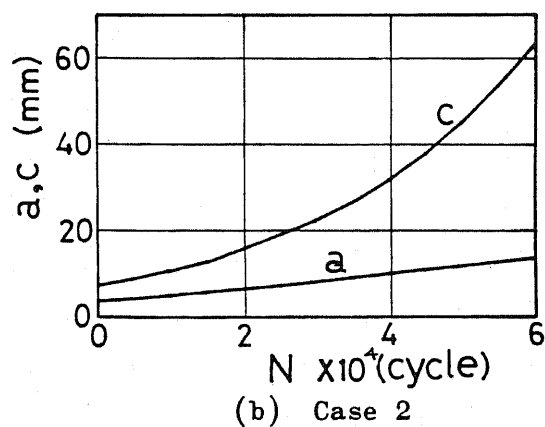
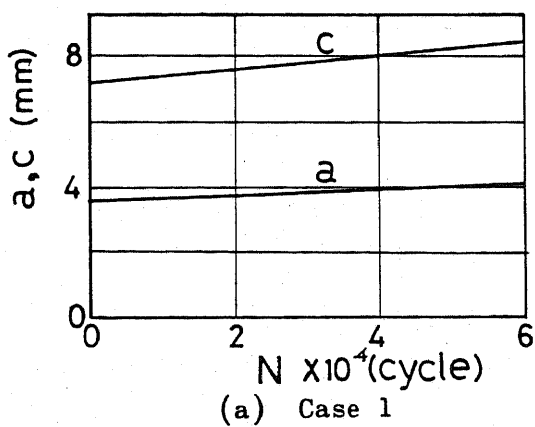


Fig.4.20 Relation between crack size and number of cycles in the inner shell to bottom joint

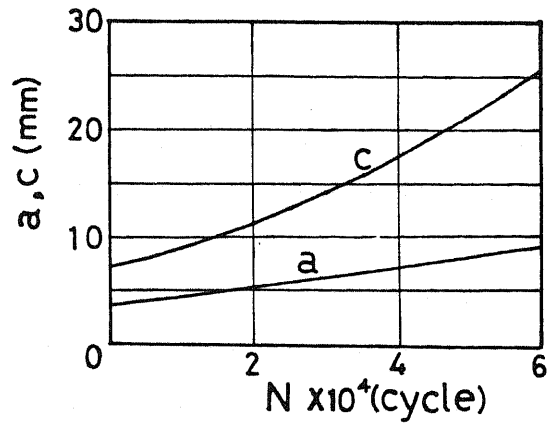


Fig.4.21 Relation between crack size and number of cycles in the outer shell to bottom joint

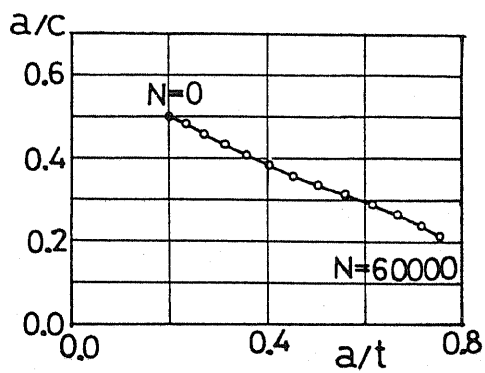


Fig.4.22 Relation between a/c and a/t of Case 2 in the inner shell to bottom joint

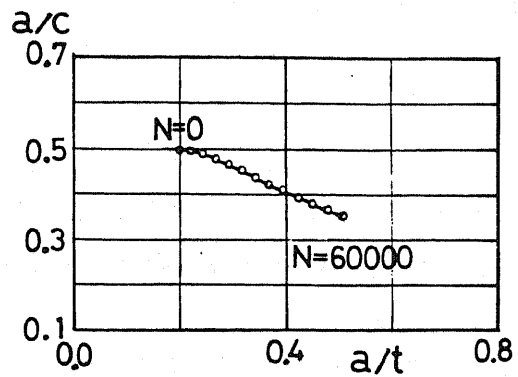


Fig.4.23 Relation between a/c and a/t in the outer shell to bottom joint

4.5 第4章まとめ

多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部は応力集中部であり、また側板の両側に液体領域があるため、内容液の出し入れによる応力振幅が大きい。当部の欠陥の強度評価には、既に膨大なデータを蓄積している、通常の円筒タンクの側板-底板接合部の欠陥に対する経験を適用することはできず、新たな知見が必要になる。

本章では、応力集中部に存在する表面き裂の強度評価のため、線形破壊力学に基づき、き裂のK値を影響関数法によって解析する、16 bitパーソナル・コンピュータを用いた簡易強度評価システム『SACS』を開発した。このシステムを用い、多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部、および通常の円筒タンクの側板-底板接合部に相当する外筒側板-底板接合部に存在する欠陥の、地震時の安全性評価と通常時の疲労き裂進展解析を実施し、以下のような知見を得た。

- ① 地震荷重を受ける場合のき裂の安全性評価では、き裂が溶接線と直角方向に位置するときの引張残留応力の大きさを材料の降伏応力にとると、内筒側板-底板接合部、外筒側板-底板接合部とも、 a/t が大きくなると K_I 値が極めて大きくなる。
- ② 通常時の疲労き裂進展解析では、①と同じく溶接残留応力を考慮すると、応力振幅の大きい内筒側板-底板接合部のき裂において、外筒側板-底板接合部のき裂よりも、荷重の繰返しとともに、その寸法とK値が急速に大きくなる。

また、本システムは、多重円筒タンクのみならず、一般の機器・構造物の欠陥の強度評価にも適用でき、保守管理あるいは定期点検時に発見される欠陥の安全性評価、疲労寿命評価を容易に行うことができる。

なお、仮想き裂面上の応力分布を表したFig.4.6, 4.7, 4.14, 4.15より、その応力はTable 4.1に示した降伏応力を大きく越えている。したがって、この仮想き裂面上にき裂が存在する場合、線形破壊力学が適用できる前提条件である小規模降伏状態とはなっていない。このような場合を厳密に扱うには、J積分などの非線形破壊力学パラメータを用いる必要があるが、三次元表面き裂の解析には多大な労力と費用を要す。多重円筒タンクの内筒側板および外筒側板と底板との接合部の塑性を含む領域のき裂に、線形破壊力学を適用することに、どこまで妥当性があるかはさらに検討が必要であるが、ここでは影響関数法によって容易に評価できる応力拡大係数を用いた。

第4章 参考文献

- (1) 総理府令；危険物の規制に関する規則，第62条の5.
- (2) 北川；石油タンク腐食対策技術の日本における現状と課題，圧力技術，Vol.29，No.1，1991，pp.3-12.
- (3) 田島；石油タンクの補修実態から見た問題点，圧力技術，Vol.29，No.1，1991，pp.29-36.
- (4) ASME, Boiler and Pressure Vessel Code Section XI, Rules for Inservice Inspection of Nuclear Power Plant Components, Appendix A, 1989.
- (5) British Standard Institute, PD 6493 Guidance on Some Methods for the Derivation of Acceptance Levels for Defects in Fusion Welded Joints, 1980.
- (6) 日本溶接協会，WES 2805，溶接継手のぜい性破壊発生に対する欠陥の評価方法，1980.
- (7) 白鳥・三好・谷川；任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析，日本機械学会論文集(A編)，Vol.51，No.467，1985，pp.1828-1835.
- (8) 白鳥・三好・谷川；任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析(第2報，平板中の半だ円表面き裂に対する影響係数の解析とその応用)，日本機械学会論文集(A編)，Vol.52，No.474，1986，pp.390-398.
- (9) 白鳥・三好・酒井；任意分布力を受ける表面き裂の応力拡大係数の解析(第4報，影響係数データベースの応力集中部材への応用)，日本機械学会論文集(A編)，Vol.53，No.492，1987，pp.1651-1656.
- (10) 岡村；線形破壊力学入門，培風館，1976，pp.40-41.
- (11) J.C.Newman and I.S.Raju; Analyses of Surface Cracks in Finite Plates under Tension or Bending Loads, NASA Technical Paper 1578, 1979.
- (12) 宮田・小嶋・木本・志田・伊藤；対話形式による破壊力学適用強度評価，圧力技術，Vol.20，No.3，1982，pp.136-143.
- (13) 吉田・結城；鋼構造物の疲労き裂進展寿命評価システム，圧力技術，Vol.24，No.3，1986，pp.115-123.
- (14) 日本材料学会；金属材料疲労き裂進展抵抗データ集，Vol.1，1983，pp.18-19.
- (15) 文献(14)；pp.38-39.

第 5 章

座屈解析

第5章 座屈解析

5.1 第5章緒言

多重円筒タンクでは、外側にのみ液体が貯蔵されている場合の内筒側板、あるいは雨水滞留時の浮屋根において、円周方向の圧縮応力が生じ、座屈に対する検討が必要となる。この二つの問題は、軸対称荷重を受ける軸対称殻の非軸対称モードの分岐座屈解析として扱うことができる。

通常の円筒形石油タンクの側板は、直径/板厚が1000を越える薄肉構造であり、多重円筒タンクの内筒側板も、このような薄肉構造になる。そのため、内筒側板の外圧座屈防止のため、単に板厚を増やすだけでは合理的でなく、補強リングを取付ける必要がある。補強円筒殻の外圧座屈に関しては、多くの研究が行われているが、内筒側板のような薄肉補強円筒殻は、これまで構造物として採用される理由がなかったために、この方面の研究は見られない。

また、雨水滞留時の浮屋根では、雨水量に応じて、浮力とのバランスをとりながら大きく変形する。しかし、雨水荷重は、浮屋根の形状変化に依存し、荷重状態が一義的に定まらないため、荷重条件として与えた雨水量と、浮屋根形状から得られる雨水量が一致する状態を求める解析手法が必要となる。

この二つの問題では、座屈前変形の幾何学的非線形性を考慮する必要がある。このような軸対称殻の分岐座屈解析は、FEM^{(1)~(3)}で広く行われている。本章では、この手法に基づいた荷重増分法によるFEMプログラムを開発し、内筒側板では薄肉補強円筒殻であること、浮屋根では雨水荷重が変形に依存することの特殊性を考慮した、分岐座屈解析を行う。また、内筒側板の外圧座屈では、補強リング取付け位置を決める最適設計法を開発する。

5.2 有限要素法基礎式

本節では、軸対称シェル要素を用いた軸対称殻の、分岐座屈解析の有限要素法理論を述べる。この軸対称シェル要素は、第3章の応力解析で用いたものと同じであり、本節の説明は、3.2.1項とその一部が重複する。

5.2.1 軸対称シェル要素

本解析で使用する軸対称シェル要素を Fig.5.1に示す。これは、Kirchhoff-Loveの仮

定を用い、子午線方向変位 u 、円周方向変位 v は s の一次式、法線方向変位 w は s の三次式の形状関数をもつ。ひずみ-変位関係式は、Novozhilovの式に基づき、ひずみを線形項と非線形項に分け、次式で表される⁽⁴⁾。

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^{(L)}\} + \{\epsilon^{(N)}\} \quad (5.1)$$

$$\{\epsilon^{(L)}\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_s^{(L)} \\ \epsilon_\theta^{(L)} \\ \epsilon_{s\theta}^{(L)} \\ \chi_s^{(L)} \\ \chi_\theta^{(L)} \\ \chi_{s\theta}^{(L)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (w \cos \phi + u \sin \phi) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{v}{r} \sin \phi \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\ -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\cos \phi}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial s} \\ 2 \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial \theta} + \frac{\sin \phi}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\sin \phi \cos \phi}{r^2} v \right) \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\{\epsilon^{(N)}\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_s^{(N)} \\ \epsilon_\theta^{(N)} \\ \epsilon_{s\theta}^{(N)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial s} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{r} \cos \phi \right)^2 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial s} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{r} \cos \phi \right) \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

ここで、上付き添字(L),(N)は、それぞれ線形項、非線形項を意味し、 ϵ_i ($i = s, \theta, s\theta$) は殻中央面のひずみ、 χ_i ($i = s, \theta, s\theta$) は曲率変化である。

応力-ひずみ関係式は、Hookeの法則より、次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \\ N_{s\theta} \\ M_s \\ M_\theta \\ M_{s\theta} \end{Bmatrix} = Et/(1-\nu^2) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & (1-\nu)/2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & t^2/12 & \nu t^2/12 & 0 \\ & & & & t^2/12 & 0 \\ \text{SYM.} & & & & & (1-\nu)t^2/24 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{s\theta} \\ \chi_s \\ \chi_\theta \\ \chi_{s\theta} \end{Bmatrix} \quad (5.4)$$

ここで、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 t は板厚であり、 $N_i, M_i (i = s, \theta, s\theta)$ はそれぞれ合応力、合モーメントである。式(5.4)を次のように表す。

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (5.5)$$

5.2.2 座屈前変形解析

現在の变形段階まで軸対称荷重による応力、ひずみ、変位が求まっており、次の増分段階でも軸対称変形を仮定する。次段階の変位ベクトル $\{u\}$ を次式で定義する。

$$\{u\} = \{u_0\} + \{du_0\} \quad (5.6)$$

ただし、

$$\{u_0\} = \begin{Bmatrix} u_{z0} \\ u_{r0} \\ \beta_0 \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

ここで、 $\{u_m\} (m=0)$ は、円周方向波数(調和次数) $m=0$ の軸対称変位ベクトル、 $\{du_m\}$ は変位増分ベクトルであり、 $u_{i0} (i = z, r)$ 、 β_0 は、それぞれ i 方向変位と円周軸まわりの回転角である。また、軸対称変形では式(5.2)、(5.3)において、 v と $\partial(\)/\partial\theta$ を零とおく。

本論文では、updated Lagrange形定式化を行う。仮想仕事の原理より得られる要素ごとの剛性方程式を構造全体に重ね合せると次式が求まる。

$$[K_0]\{du_0\} = \{dF_0\} + \{R_0\} \quad (5.8)$$

ここで、 $[K_m], \{dF_m\}, \{R_m\} (m=0)$ は、全体剛性マトリックス、等価節点荷重増分ベクトル、残差荷重ベクトルである。また、updated Lagrange形では、 $[K_0]$ が次式で表される。

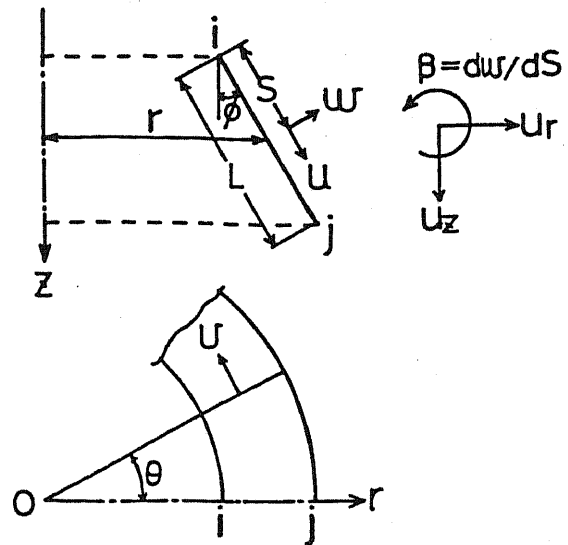


Fig.5.1 Axisymmetric shell element

$$[K_0] = [K_0^{(L)}] + [K_0^{(0)}] \quad (5.9)$$

上式において、 $[K_0^{(L)}], [K_0^{(0)}]$ はそれぞれ微小変位剛性マトリックス、初期応力剛性マトリックスであり、各要素ごとのそれらのマトリックスは現段階の座標を参照し、次式で求められる。

$$[k_0^{(L)}] = 2\pi \int_0^L [B_0^{(L)}]^T [D] [B_0^{(L)}] r ds \quad (5.10)$$

$$[k_0^{(0)}] = 2\pi \int_0^L [B_{40}]^T N_{s0} [B_{40}] r ds \quad (5.11)$$

ただし、 $[B_m^{(L)}], N_{sm} (m=0)$ は、円周方向波数 $m=0$ の線形ひずみ-変位マトリックスと子午線方向合応力である。また $[B_{40}]$ は、次式で定義される変位勾配マトリックスである。

$$\left\{ \frac{\partial w_0}{\partial s} \right\} = [B_{40}] \{u_0\} \quad (5.12)$$

$w_m (m=0)$ は、円周方向波数 $m=0$ の法線方向変位である。

5.2.3 分岐座屈解析^{(1)~(3)}

ここでは、軸対称変形後の増分段階として、円周方向波数 $m (m \geq 1)$ の変位増分を仮定し、変位ベクトル $\{u\}$ を次式で定義する。

$$\{u\} = \{u_0\} + \{du_m\} \begin{pmatrix} \cos m \theta \\ \sin m \theta \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

ただし、

$$\{du_m\} \begin{pmatrix} \cos m \theta \\ \sin m \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} du_{zm} \cos m \theta \\ du_{\theta m} \sin m \theta \\ du_{rm} \cos m \theta \\ d\beta_m \cos m \theta \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

ここで、 $du_{im} (i = z, \theta, r), d\beta_m$ は、波数 m で円周方向に分布する i 方向変位増分と円周軸まわりの回転角増分の、それぞれ振幅値である。

5.2.2と同様の方法で、仮想仕事の原理から次の方程式を得る。

$$[K_n]\{du_n\} = 0 \quad (5.15)$$

$[K_n]$ は次のように表される。

$$[K_n] = [K_n^{(L)}] + [K_n^{(0)}] \quad (5.16)$$

各要素ごとの微小変位剛性マトリックス $[k_n^{(L)}]$ と初期応力剛性マトリックス $[k_n^{(0)}]$ は次式で求まる。

$$[k_n^{(L)}] = \pi \int_0^L [B_n^{(L)}]^T [D] [B_n^{(L)}] r ds \quad (5.17)$$

$$[k_n^{(0)}] = \pi \int_0^L [B_{\phi n}]^T \begin{bmatrix} N_{\phi 0} & 0 \\ 0 & N_{\phi 0} \end{bmatrix} [B_{\phi n}] r ds \quad (5.18)$$

ここで、 $[B_n^{(L)}]$ は、円周方向波数 m の線形ひずみ-変位マトリックスである。また、変位勾配マトリックス $[B_{\phi n}]$ は、次式で定義される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial (w_n \cos m \theta)}{\partial s} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (w_n \cos m \theta)}{\partial \theta} - \frac{v_n \sin m \theta}{r} \cos \phi \end{array} \right\} = [B_{\phi n}] \{u_n\} \begin{bmatrix} \cos m \theta \\ \sin m \theta \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

w_n, v_n は、円周方向波数 m の法線方向と円周方向の変位の振幅値である。

$[K_n]$ が正定値のとき、式(5.15)の解は $\{du_n\} = 0$ であるが、非正定値すなわち $[K_n]$ の行列式が零のとき、 $\{du_n\} \neq 0$ の解をもち得る。このときの荷重が波数 m の分岐座屈荷重となり、また $[K_0]$ の行列式が零のときは、飛移り座屈となる。

剛性マトリックスの非正定値の判定は、三角分解後の対角項の符号を観察し、一つでも負の項があれば、非正定値すなわち座屈と判定する。すなわち、

$$\det([K_n]) = \det([L_n][D_n][L_n]^T) = \det([D_n]) \quad (5.20)$$

ここで、 $[L_n], [D_n]$ はそれぞれ下三角マトリックス、対角マトリックスである。

また、ここで扱う分岐座屈は対称分岐座屈であり、剛性マトリックスの零固有値に対応する固有ベクトルが座屈モードとなる⁽⁵⁾。固有ベクトルは、逆べき乗法により、次式で計算できる。

$$[K_m] \cdot l_{k+1} \cdot \{\phi\}_{k+1} = \{\phi\}_k \quad (5.21)$$

ここで、 $\{\phi\}_{k+1}$ は反復過程におけるk+1番目の固有モード解、 l_{k+1} は正規化係数である。ここでは、 $\{\phi\}_1 = \{1\}$ とおいている。なお、式(5.21)は、零固有値に対する固有ベクトルの計算であり、その収束は極めて早い。

5.2.4 プログラム検証

5.2.1~5.2.3項の理論に基づき開発した、コンピュータプログラムの検証を行う。

(1) 一様外圧を受ける部分球殻

Fig.5.2に示す一様外圧を受ける部分球殻の座屈解析を行い、遠藤ら⁽²⁾の解析結果と比較する。本解析では、殻を50要素で等分割し、各増分段階において、Newton-Raphson法により残差荷重を零に収束させる繰返し計算を行う。

全球殻の線形座屈値 P_c は、次式で与えられる⁽⁶⁾。

$$P_c = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{t}{R} \right)^2 \quad (5.22)$$

この P_c を用いて、無次元化した座屈荷重をTable 5.1に示す。同表より、本解析結果は遠藤らの結果と良く一致する。

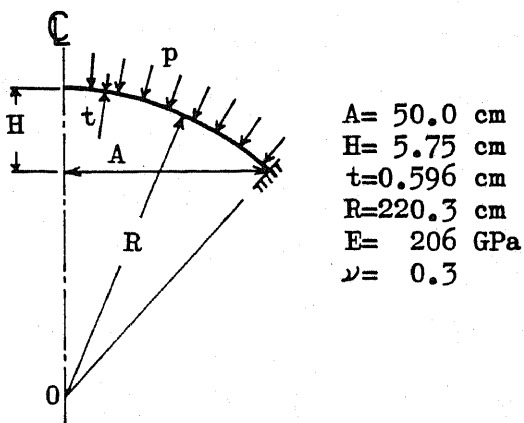


Fig.5.2 Shallow shell
under uniform pressure

Table 5.1 Buckling load

Circumferential mode	P/P _c	
	Present	Endou, et al ⁽²⁾
m = 0	1.122	1.135
2	0.887	0.884
3	0.772	0.780
4	0.768	0.764
5	0.817	0.809
6	0.895	0.872
7	0.983	0.964
8	1.067	1.071

(2) 一様外圧を受ける補強円筒殻

Fig.5.3に示す一様外圧を受ける両端固定の補強円筒殻の分岐座屈解析を行い、横田ら⁽⁷⁾の実験結果と比較する。軸対称シェル要素による分割は、円筒殻を96等分割し、補強リングは1個を1要素でモデル化する。Fig.5.4に検証結果を示す。本解析の座屈圧力は横田らの結果と良好な一致を示した。

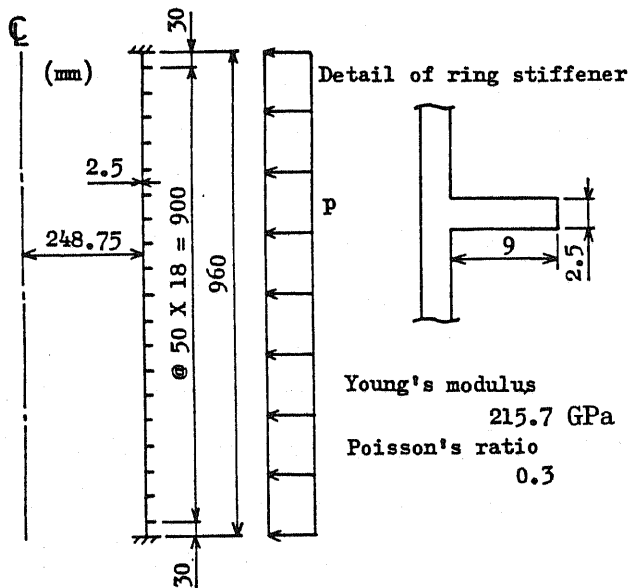


Fig.5.3 Ring stiffened cylinder under external pressure

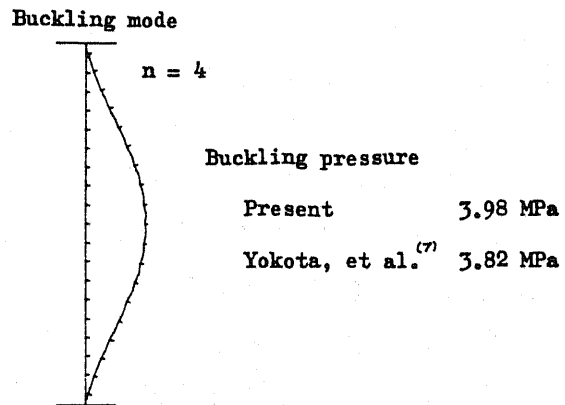


Fig.5.4 Buckling pressure

5.3 内筒側板の外圧座屈解析

5.3.1 解析方法

(1) 補強円筒殻の外圧座屈

5.1 節の緒言で述べたように、石油タンクは、直径/板厚が1000を越える薄肉構造物であり、外圧に対し座屈防止のため側板の板厚を厚くするだけでは現実的でなく、補強リングを取付ける必要がある。一方、石油タンクの設計⁽⁸⁾では風荷重を一様外圧と仮定し、両端単純支持の補強の無い円筒殻の座屈値⁽⁹⁾から、補強リング(ウインドガーダー)の取付け位置を決めている。しかし、多重円筒タンクの内筒側板下端での液圧は、風圧力の数10~100倍程度になり、座屈前変形の幾何学的非線形性を考慮せず、また側板と補強リングの剛性を別個に扱うウインドガーダーの設計方法を、多重円筒タンク内筒側板の外圧座屈問題に取入れることの妥当性は検討されていない。

外圧を受ける補強円筒殻の座屈に関し、石油タンクと比較し直径/板厚の小さな構造物を対象に、数多くの研究がある^{(7), (10)~(15)}。しかし、それらの研究は板厚一定の殻が一様な外圧を受ける場合を扱っており、石油タンクでは側板の板厚は階段状に上段ほど薄く、外圧も液面からの深さに比例する。さらに、このような薄肉補強円筒殻は、風荷重という外圧としては極めて低い圧力の作用する石油タンクの場合以外、これまで他の構造物へ採用される理由がなかったために、この方面の研究は見られない。一方、5.2 節で述べたFEMは、任意分布の軸対称外圧を受け、殻の板厚が一定でない補強円筒殻に対しても容易に扱うことができる。

本問題においては、設定した補強内筒側板の形状に対して、最高液高を想定した荷重の作用形態で実際の荷重に対する座屈値の倍率を得ることとともに、最小座屈液高を得ることも設計上重要であると考えられる。最小座屈液高を求めるには、液高を少しずつ増加させる荷重増分法で外圧荷重を扱う必要がある。荷重増分法で液面が変動する液圧を扱う場合、各増分段階において、各節点の等価節点荷重増分の比は一定にはならないため、汎用プログラムで扱うには面倒な面があった。そのため、5.2 節のFEM理論に基づき、かつ逐次等価節点荷重増分を求める専用プログラムを開発した。

(2) 等価節点荷重増分

FEM解析において、内筒側板の最小座屈液高を得るために、液圧荷重を Fig.5.5に示すように液高を少しずつ増加させる荷重増分法で扱う。液高が増加する過程で、液面

より上部に位置する内筒側板では、液面がその位置に達するまで外圧は常に零であり、各増分段階ごとに各節点における等価節点荷重増分の比は異なる。

本解析では、現段階の液高より得られる等価節点荷重と前段階でのそれとの差を、現段階の等価節点荷重増分とする。すなわち、第 n 段階における各要素ごとの等価節点荷重増分ベクトル $\{df_o\}_n$ は、液面より下に位置する要素に対し次式で与えられる。

$$\{df_o\}_n = 2\pi r \left\{ [\lambda]^{T_n} \int_0^{L_n} [N_o]^{T_n} \cdot (h_n - z) \cdot r \cdot ds - [\lambda]^{T_{n-1}} \int_0^{L_{n-1}} [N_o]^{T_{n-1}} \cdot (h_{n-1} - z) \cdot r \cdot ds \right\} \quad (5.23)$$

ここで、 γ は液体の比重、 h_n は第 n 段階における液高、 z は Fig. 5.5 に示す底部からの高さ、 $[\lambda]_n$ 、 $[N_o]_n$ は第 n 段階での要素座標を参照した座標変換マトリックス、形状マトリックスである。

荷重が変形に依存する場合、厳密には仮想仕事の原理より導かれる非対称形の荷重補正マトリックスを剛性マトリックスの中に考慮する必要がある。しかし、ここでは式 (5.23) によって荷重の変形依存性を近似的に満足する方法を用いることにより、剛性マトリックスを対称形で扱った。

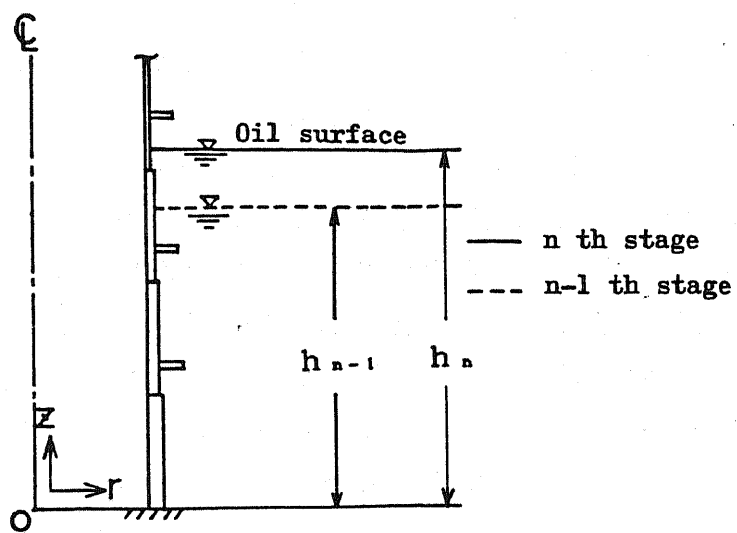


Fig.5.5 Liquid pressure

(3) 補強リングの取付け位置の決定方法

FEM解析において、与えられた外圧荷重条件に対して、座屈を生じさせないための内筒側板と補強リングの諸寸法を試行錯誤で得ようとするれば、膨大な労力と計算時間を要することになる。本節では、内筒側板の板厚を設定したとき、座屈を生じさせないための補強リングの最少取付け個数の近似値を求める最適設計法として、座屈モードのピークを示す位置に補強リングを1個ずつ取付けてゆく手順を、座屈液高が最高液高を越えるまで繰返す方法を用いる。

両端の支持条件が同一で、一様外圧を受ける一定板厚の補強無し円筒殻の座屈モード

のピークを示す位置は、軸方向の中間部であり、補強リングを1個取付ける場合、同位置に取付けることが最も座屈荷重を上げることになる。さらに外圧が大きくなった場合、1個目の取付け位置とは別の位置に、外圧の大きさに応じて2個、3個と1個ずつ増やして取付けることが、座屈に対する合理的な設計となる。

本節では、補強リング取付け位置を決定する最適設計法として、座屈モードのピークを示す位置に、補強リングを1個ずつ取付け、座屈荷重の上昇を追跡する方法を用いており、この方法を、両端同一支持条件の一樣外圧で一定板厚の殻に適用してみる。まず、Fig.5.6(a)に示すように、補強の無いときの座屈モードのピークを示す位置は、軸方向の中間部であり、この位置に1個目の補強リングを取付ける。次に、さらに荷重を上げると、Fig.5.6(b)に示すような座屈モードとなり、今度は補強リングが2個同時に取付くことになり、Fig.5.6(c)のようになる。この方法では、Fig.5.6(d)に示すような、1個目とは別の位置に補強リングを2個取付ければ良いケースでも、3個必要になる。

したがって、この方法は補強リングの必要最少取付け個数を得る方法ではないが、外圧が大きい薄肉補強円筒殻では、補強リングが密に取付けられるため、その個数が多少増えることは、それほど問題ではなく、かつ設計としては安全側となる。一方、第1章の Fig.1.6に示す三重円筒タンクの内筒側板は、両端での支持条件が異なり、また一樣外圧・一定板厚でもない。この内筒側板の補強リングの最少取付け個数とその位置を得るには試行錯誤となり、膨大な労力と計算時間を要するため、実質的に不可能である。そのため、ここで用いる座屈モードを利用する方法を、内筒側板の外圧座屈問題へ適用することは、有効な方法になり得ると考えられる。

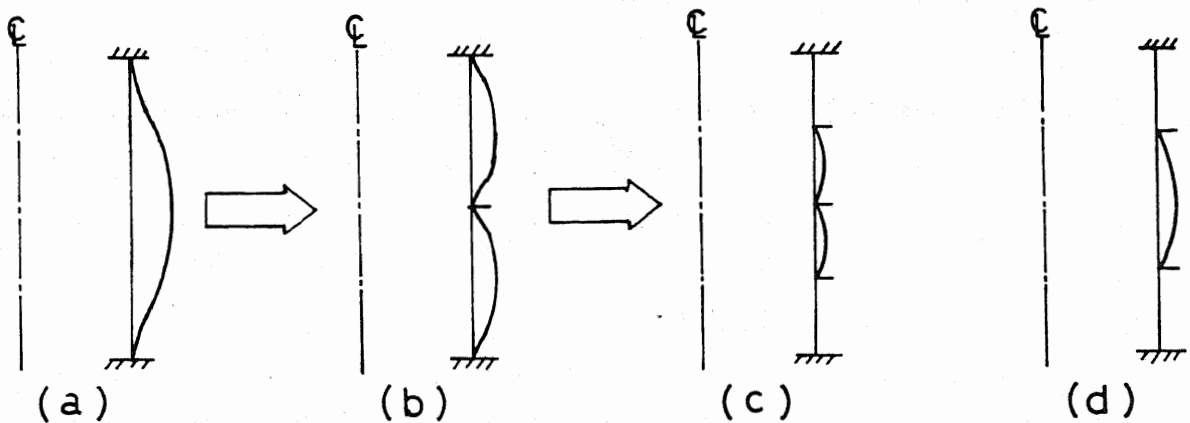


Fig.5.6 Method for determination of location of ring stiffeners

5.3.2 解析結果

(1) 解析モデル

外圧を受ける補強円筒殻の座屈は、補強リング間での殻の座屈(胴板座屈)と補強リングと殻が一体となった座屈(全体座屈)に大別される。実際にどの座屈が生じるかは、殻および補強リングの諸寸法と材料の力学的性質によって決まるが、一般に補強リングの断面寸法を大きくする過程で、全体座屈から胴板座屈へ座屈の形式が移行し、座屈荷重も大きくなる。また、胴板座屈へ移行後は、補強リングの断面寸法を大きくしても座屈荷重は一定となる。そのため、多重円筒タンク内筒側板の設計にあたっては、全体座屈を防止するのに必要な最小の断面寸法を補強リングが有することが望ましい。

解析例として、内筒側板の板厚を Fig.1.6に示すように設定し、まず補強リングが全体座屈を防止するのに十分な断面寸法を求め、次に補強リングの最少取付け個数の近似値を、5.3.1(3)の方法で系統的に求める。

(2) 補強リングの断面寸法

全体座屈を防止するために必要な補強リングの断面寸法を求める。補強リングの形状は、板厚15mmのウェブとする。補強リングの板厚が内筒側板より十分厚い場合、溶接時の熱変形が大きくなるため、板厚15mm程度が補強リングの板厚として妥当なものと考えた。

まず、補強リングが無い場合の、第1章 Fig.1.6 の内筒側板の座屈解析を行った結果、座屈液高は直径20 m(T_1)で7065mm、直径40 m(T_2)で6878mmであり、座屈モードがピークを示す位置は、底板からの高さがそれぞれ4400 mm, 4065mmであった(Fig.5.8(a)および Fig.5.9(a))。この位置に補強リングを1個取付けた場合、座屈液高と補強リングのウェブ長さとの関係を示したのが Fig.5.7である。Fig.5.7より、ウェブ長さが直径20 mで150 mm、直径40 mで200 mmを越えると座屈液高は一定となり、その座屈モードも、ウェブ長さがその長さ以下では補強リング取付け部が変位する全体座屈であるのに対し、それ以上では取付け部が変位しない胴板座屈となる。

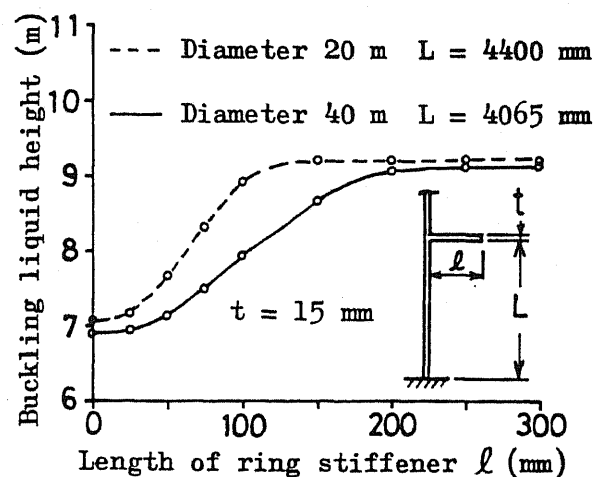


Fig.5.7 Relation between buckling liquid height and size of ring stiffener

(3) 補強リングの取付け位置

5.3.1(3)で述べた座屈モードのピークの位置に補強リングを1個ずつ取付けて行く方法を、Fig.1.6に示す三重円筒タンク内筒側板に適用して解析した結果を、内筒側板の直径が20 mの場合はFig.5.8、直径40 mの場合はFig.5.9に示す。なお、補強リングのウェブ長さは、全体座屈を生じさせない断面寸法として、Fig.5.7の結果から200 mmとした。

Fig.5.8およびFig.5.9に示すように、最高液高18 mに達するまで、補強リングは直径20 mで17個、直径40 mで15個必要となった。この座屈モードを利用する方法では、補強リングを1個ずつ増やすことで、前の段階より座屈液高が上昇するため、座屈液高が最高液高に達するまでの解析の繰返しが有限回となる。したがって、本来試行錯誤で得られる補強リングの必要最少取付け個数も、これよりやや多い取付け個数とはなるが、座屈モードを利用する方法では、(取付け個数+1)回の繰返しで近似値を求めることができる。

座屈前変形の幾何学的非線形性を無視できる場合、補強のない円筒殻の線形座屈値から簡便的に取付け位置を決めることも可能である。本節での対象である多重円筒タンク内筒側板では、薄肉で外圧が大きいことから、それを無視することはできない。このような場合でしかも板厚が一定でないとき、ここで提案している座屈モードを利用する最適設計法は、補強リングの取付け位置を決める有力な方法になり得る。

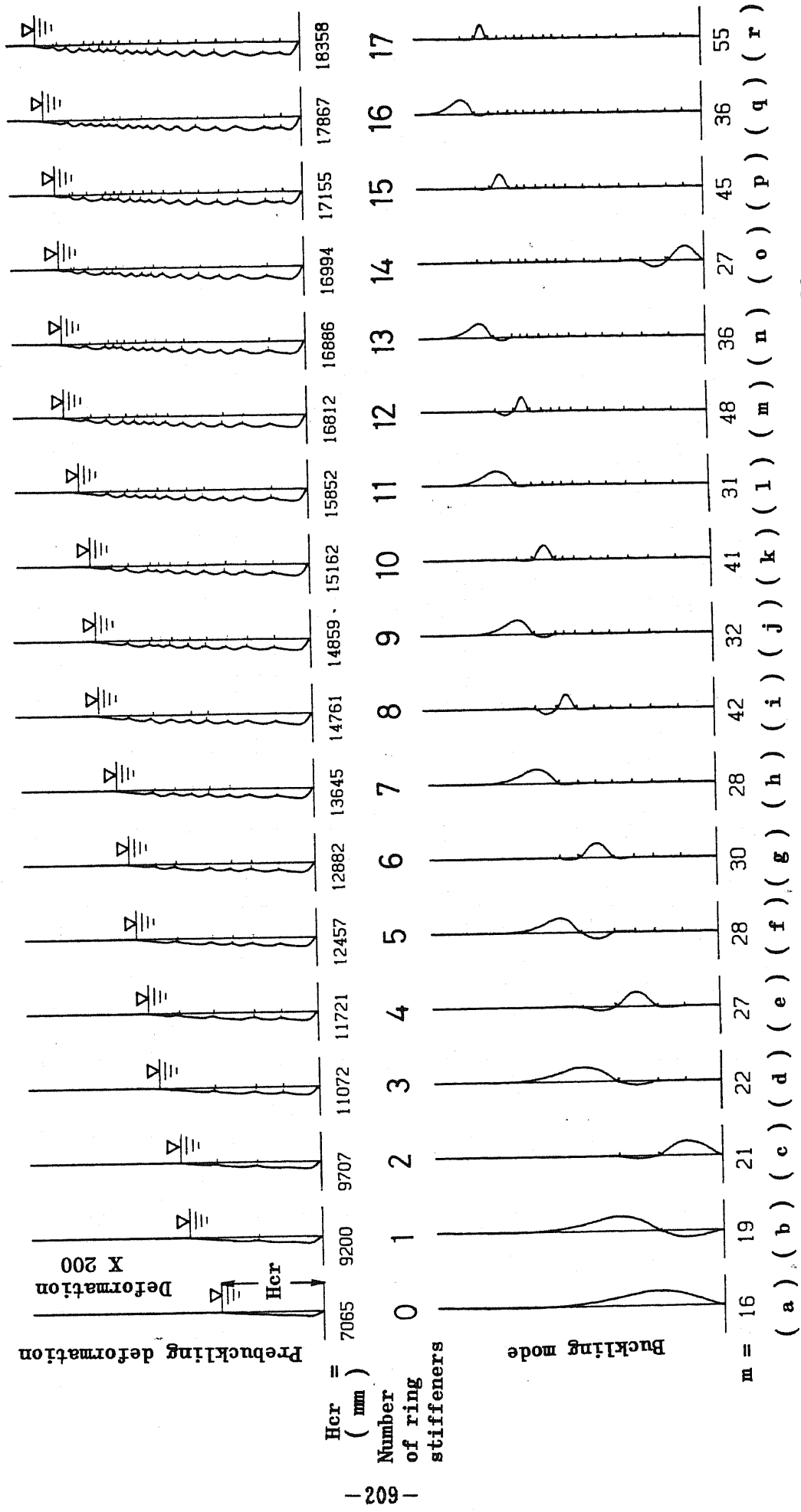


Fig.5.8 Location of ring stiffeners for the 20 m's diameter shell

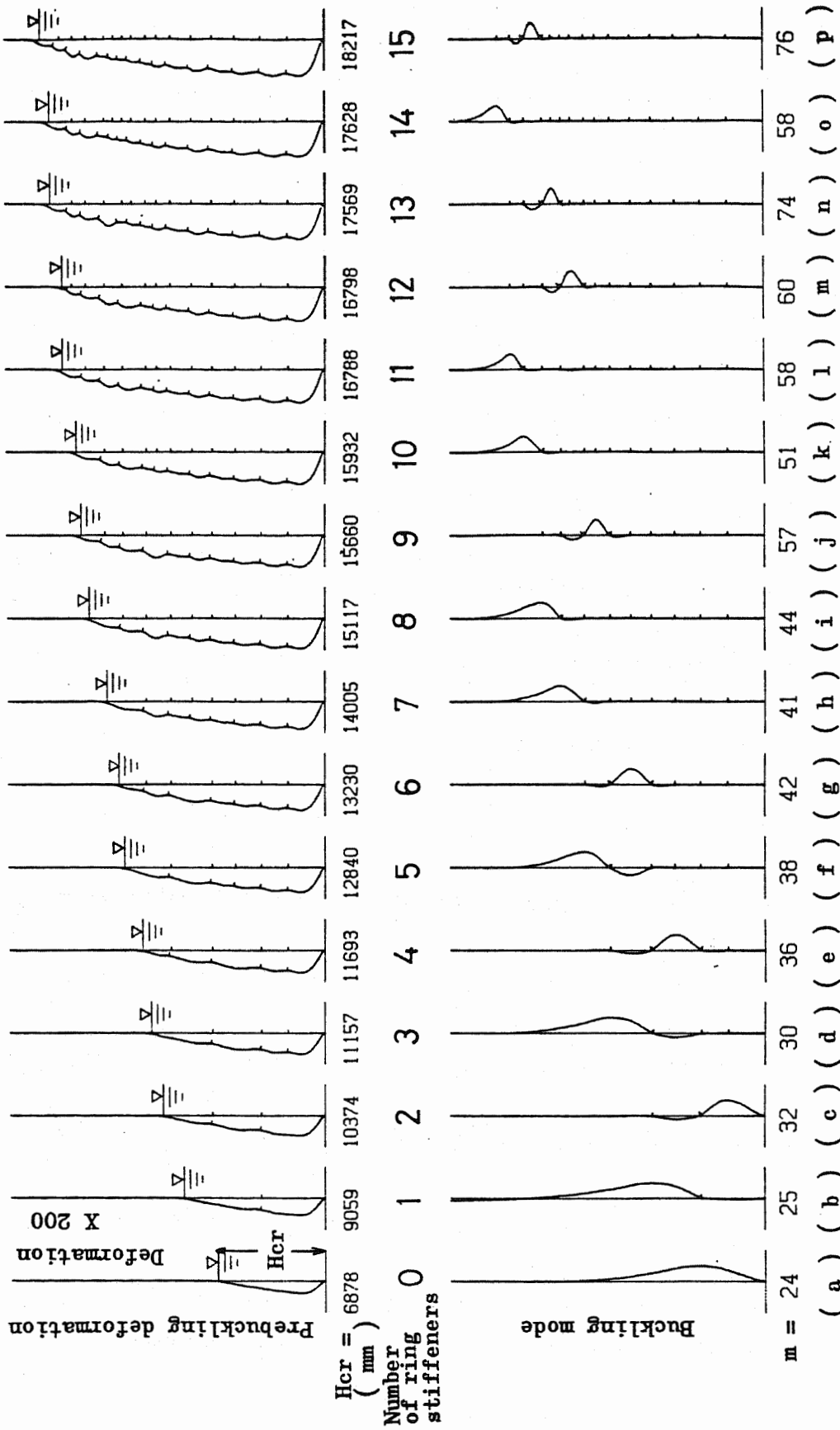


Fig.5.9 Location of ring stiffeners for the 40 m's diameter shell

5.4 雨水滞留時の浮屋根座屈解析

5.4.1 解析方法

(1) 雨水滞留時の浮屋根

通常、円筒形石油タンクの液面上に、油の蒸発防止のため鋼製の屋根を浮かせる浮屋根式タンクは、多くの大型タンクに採用されている。浮屋根の構造は、第1章 Fig.1.5 に示すように、シングルデッキ形とダブルデッキ形の二種類に分けられる。ダブルデッキ形は、豪雪地帯の積雪対策や内容液の保温の目的で建設されるが、通常は建設コストの安いシングルデッキ形が採用される。

通常、円筒タンクのシングルデッキ形浮屋根は、Fig.5.10(a)に示すように、一枚の薄い円板（デッキ）の周囲に箱形断面の浮き（ポンツーン）を溶接した構造をしている。一方、多重円筒タンクにおいても、直径が数10 mにも及ぶ場合は、浮屋根式の採用が考えられる。この場合のシングルデッキ形の構造は、Fig.5.10(b)に示すように、円環状の板の両側にポンツーンを取付けた形式が考えられる。このシングルデッキ型浮屋根（以下『浮屋根』とする）の設計において、重要な問題の一つに、デッキ上に雨水が滞留する場合の強度検討がある。

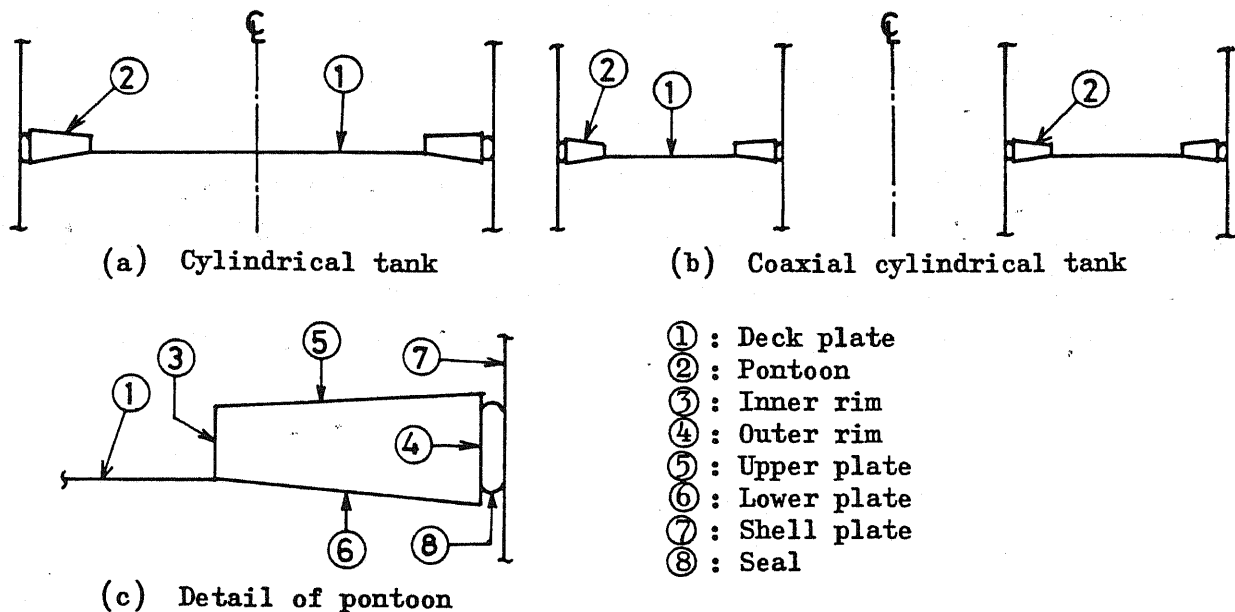


Fig.5.10 Configuration of floating roof

雨水滞留時の浮屋根は、Fig.5.11に示すように、雨水量に応じて、浮力とのバランスをとりながら変形する。雨水量が多くなると、デッキ中央部は大きくたわみ、外側のデッキ周辺部とポンツーンには円周方向の圧縮応力が生じる。このため浮屋根の強度検討に

は、幾何学的非線形性を考慮した応力解析と座屈解析が必要となる。しかし、雨水荷重は、デッキの形状変化に依存するため、荷重状態が一義的に定まらず、荷重条件として与えた雨水量とデッキ形状から得られる雨水量が一致する状態を求める解析手法が必要となる。このような理由から、汎用の有限要素法 (F E M) プログラムで扱うには面倒な面があった。

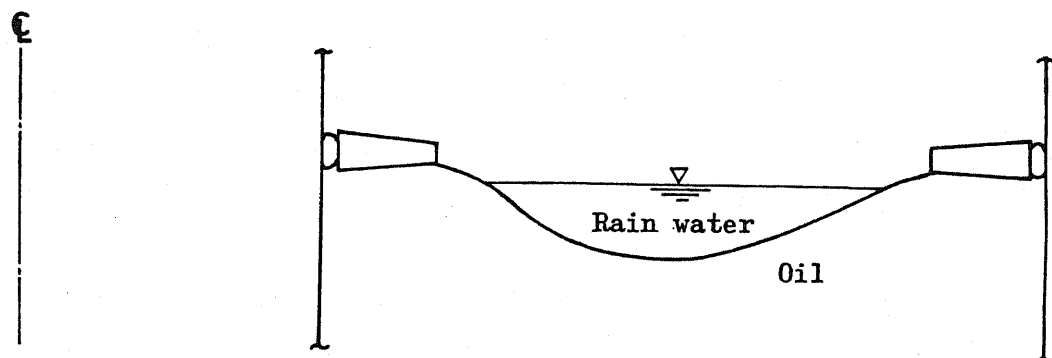


Fig.5.11 Floating roof under accumulated rain water condition

通常の円筒形石油タンクの雨水滞留時の浮屋根応力解析は、幾何学的非線形性を考慮した軸対称問題として、解析的方法^{(16)~(18)}やFEM^{(19),(20)}で行われている。一方、座屈解析はMitchell⁽¹⁶⁾およびEpsteinら⁽²¹⁾が、デッキの剛性を無視し、ポンツーンのみをリングとして扱った簡便式を提案している。しかし、その式の妥当性は確認されておらず、また浮屋根の座屈特性そのものも解明されていない。

浮屋根の座屈は、非軸対称モードの分岐座屈である。浮屋根の強度を正確に求めるには、座屈後の挙動も解明する必要がある。本節では、そのための一歩として、各々の円周方向波数に対する分岐座屈荷重を求める。ここでは5.2節の理論に基づいて、浮屋根を軸対称シェル要素でモデル化した荷重増分法に基づくFEMにより、分岐座屈解析を行う。雨水荷重は、各変形段階において、デッキの変形状態に応じて逐次修正する方法で扱う。

(2) 等価節点荷重増分

デッキ板厚は通常4.5~6mm程度であり、ポンツーンは、上部では雨水、下部では油の蒸気の溜りを防ぐため、くさび形断面となる。また、ポンツーン内には、破損時の全体の浮力喪失防止のため、半径方向の隔壁が設けられる。この隔壁の剛性を正確に考慮すると、三次元解析が必要となるが、隔壁は密に取付けられることはなく、円周方向の間隔が長いことから、雨水滞留時の応力解析は、隔壁の剛性を無視し、軸対称問題として

扱われてきた^{(16)~(20)}。そのような理由から、本論文でも軸対称問題として扱っている。

また、浮屋根には排水設備が設置されているが、降雨量250 mmに相当する雨水が滞留しても沈下しない構造であることが、法規により定められている⁽²²⁾。

FEM解析では、はじめに浮屋根重量をいくつか分割し、自重による応力等を求める。次に全雨水体積に対しても分割を行い、雨水体積増分を求める。さらに、前段階でのデッキのたわみ形状を用い、現段階での雨水体積から雨水面を計算し、等価節点荷重を算出する。等価節点荷重増分は、現段階と前段階の等価節点荷重の差として与えられる。すなわち、第n段階における各要素ごとの等価節点荷重増分ベクトル $\{df_o\}_n$ は、Fig.5.12より次式となる。

$$\{df_o\}_n = 2\pi \gamma \left([\lambda]_n^T \int_0^L [N_o]_n^T \cdot h_n \cdot r \cdot ds - [\lambda]_n^{T_{n-1}} \int_0^L [N_o]_{n-1}^T \cdot h_{n-1} \cdot r \cdot ds \right) \quad (5.24)$$

ここで、 γ は雨水比重、 $[\lambda]_n$ 、 $[N_o]_n$ 、 h_n は、第n段階における要素の座標変換マトリックス、形状マトリックス、雨水深さである。式(5.24)の $\{df_o\}$ より、構造全体の等価節点荷重増分ベクトル $\{dF_o\}$ が得られ、FEM方程式(5.8)を解くことができる。

また、内容液による浮屋根への圧力は、浮屋根の鉛直方向変位に比例する。したがって、内容液については、その浮力と等価な鉛直方向のばね要素でモデル化する。

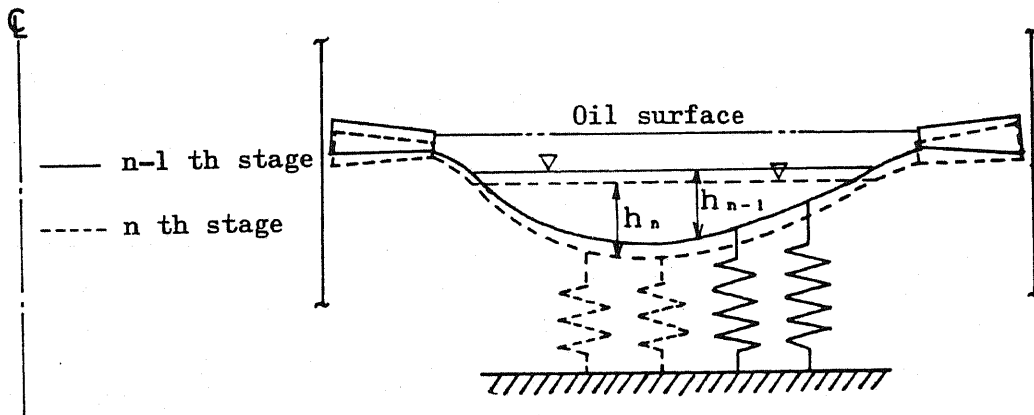


Fig.5.12 Rain water load

5.4.2 解析結果

(1) 解析条件

Fig.1.6 に示した三重円筒タンクの浮屋根の、雨水滞留時の座屈解析を行う。Fig.5.13に示すように、アニュラス部の液体領域 V_2 、 V_3 の液面上の浮屋根を、それぞれ $FRT-V_2$ 、 $FRT-V_3$ と呼ぶことにする。Fig.5.14は、それらの浮屋根の諸寸法と重量を表している。 $FRT-V_2$ と $FRT-V_3$ は、円筒座標系 (r, θ, z) の r 座標は異なるが、 $r-z$ 面上では同じ寸法を有している。また、各部の重量は、付属品なども考慮した値である。

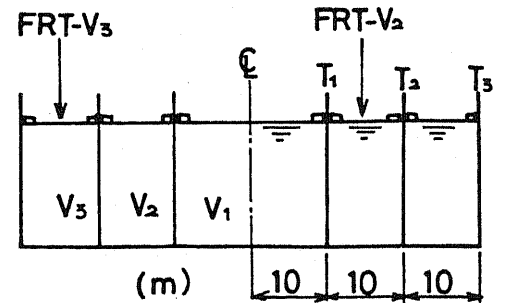


Fig.5.13 Definition of floating roofs

降雨はタンク内に均等にあり、Fig.5.14に示した内筒側板 T_1 と T_2 の間の降雨は $FRT-V_2$ 、内筒側板 T_2 と外筒側板 T_3 との間の降雨は $FRT-V_3$ の、それぞれデッキ上に溜まるものとする。FEM解析では、両浮屋根とも370節点、371要素でモデル化し、降雨量を荷重パラメータとして用いる。

増分解析では、はじめにFig.5.14に示した浮屋根自重による解析を、30増分段階で行う。次の雨水荷重による解析では、Table 5.2 に示す降雨量増分で、1000 mm の降雨量まで行う。合計 540段階の増分解析である。

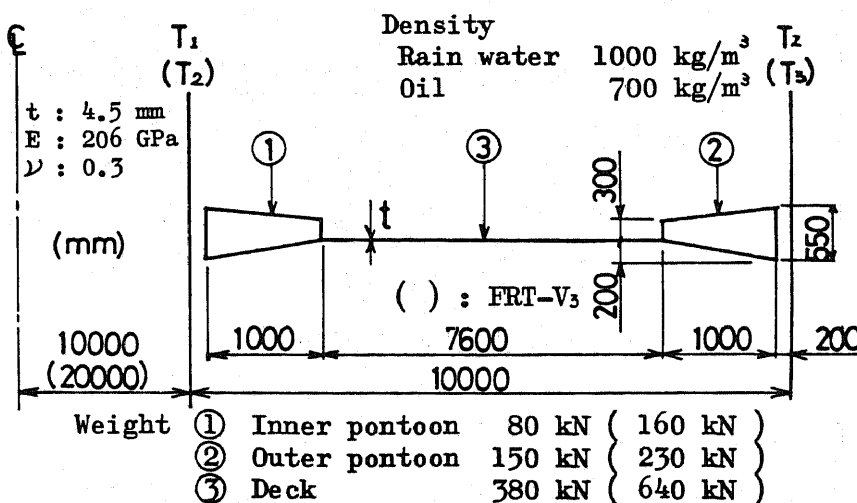


Fig.5.14 Dimensions and weights of floating roofs

Table 5.2
Rainfall increment

Rainfall (mm)	Rainfall increment (mm)
0 ~ 5	0.05
5 ~ 10	0.10
10 ~ 20	0.20
20 ~ 30	0.25
30 ~ 50	0.50
50 ~ 100	1.00
100 ~ 200	2.00
200 ~ 300	2.50
300 ~ 500	5.00
500 ~ 1000	10.00

(2) 座屈降雨量

式(5.9), (5.16)で表される円周方向波数 $m = 0 \sim 80$ の、各増分段階における剛性マトリックス $[K_m]$ の行列式を計算し、座屈発生の有無を確認した結果を、FRT-V₂ はFig.5.15、FRT-V₃ はFig.5.16にそれぞれ示す。

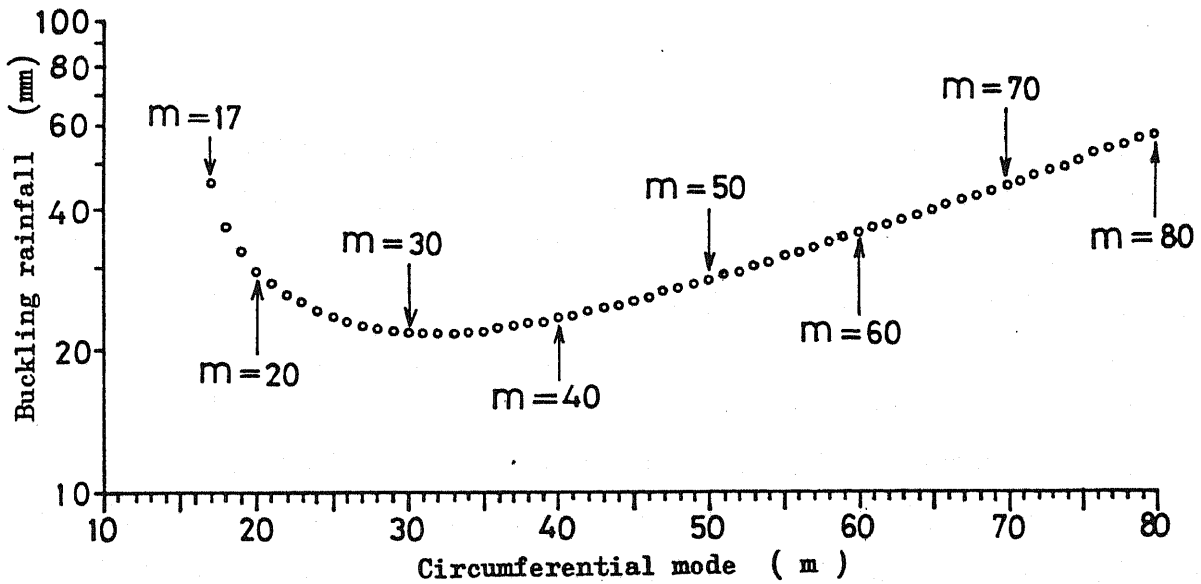


Fig.5.15 Buckling rainfall (FRT-V₂)

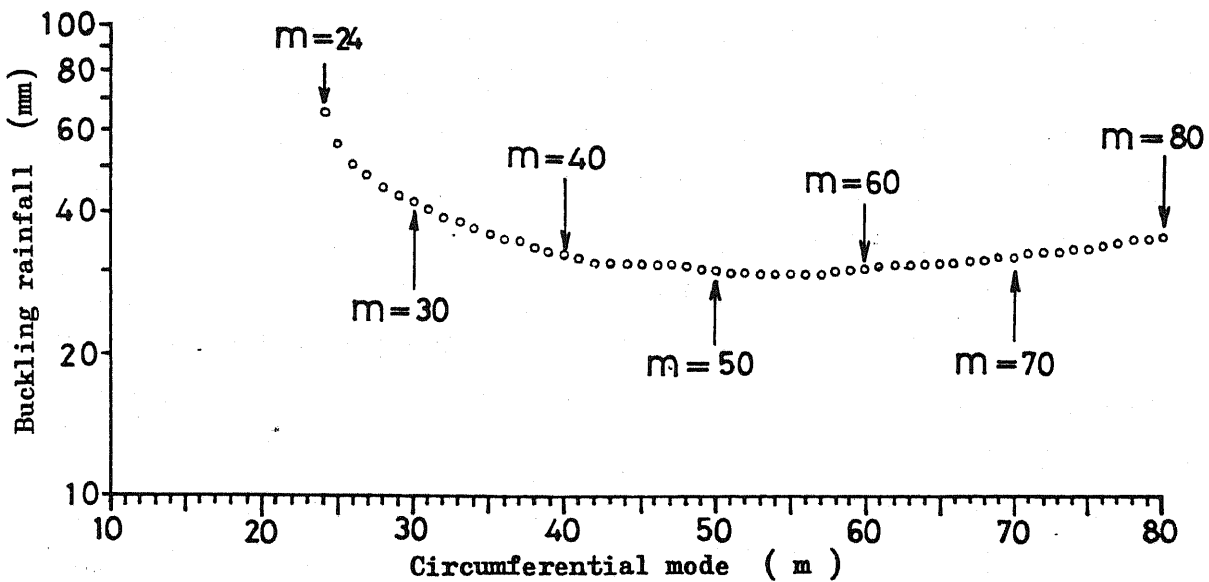


Fig.5.16 Buckling rainfall (FRT-V₃)

FRT-V₂ の最小座屈荷重は、降雨量 21.75 mm で、 $m = 30 \sim 34$ に同時に生じ、 $m = 0 \sim 16$ は降雨量 1000 mm までの解析では座屈が生じなかった。また、 $m = 17 \sim 30$ では、 m の大きい方が座屈荷重は小さくなった。一方、FRT-V₃ の最小座屈荷重は、降雨

量29.75 mmで生じ、そのときの円周方向波数は $m=51\sim 57$ であった。また、 $m=0\sim 23$ の座屈は降雨量 1000 mmまでの解析では生じなかった。

Fig.5.17~Fig.5.20は、最小座屈降雨量での円周方向波数、および座屈が発生した最小円周方向波数を含む、5種類の円周方向波数の座屈モードと、その分岐座屈発生時のデッキのたわみである。FRT-V₂とFRT-V₃とも座屈モードは、アウターポンツーン側のデッキが変位しており、円周方向波数の相違による座屈モードの相違は、顕著には見られない。

Fig.5.21~Fig.5.24は、Fig.5.17に座屈モードを示したFRT-V₂の各分岐座屈発生時のデッキの子午線方向（半径方向）と円周方向のそれぞれ膜応力と曲げ応力である。また、Fig.5.25~Fig.5.28は、Fig.5.19に座屈モードを示したFRT-V₃における同様の図である。FRT-V₂のFig.5.21, 5.22あるいはFRT-V₃のFig.5.25, 5.26より、両浮屋根とも子午線方向膜応力（ $N_{\theta\theta}/t$ ）は引張、円周方向膜応力（ $N_{\phi\phi}/t$ ）は半径座標の増加とともに、引張から圧縮に変わる。また、最大応力値の比較では、円周方向膜応力が大きくなっている。また、曲げ応力を示したFig.5.23, 5.24, 5.27, 5.28では、デッキ中央部で応力曲線がわずかながら凸になって描かれてる。これは、Fig.5.14に示したデッキ部総重量を、分布荷重へ置き換える際に、デッキ中央において半径座標で1 mの範囲を、他より10%多くしたためである。これは、この部分に付属品が多く取付けられることを考慮したものである。

次に、FRT-V₃との座屈強度の比較の目的で、直径60 mの通常の円筒タンク浮屋根の座屈解析を行う。Fig.5.29は、その浮屋根の諸寸法である。Fig.5.30は、円周方向波数 $m=0\sim 40$ の、各増分段階における座屈発生の有無を確認した結果である。最小座屈荷重は、降雨量2.8 mm、 $m=18$ において生じ、 $m=0\sim 5$ は、降雨量 1000 mmまでの解析では座屈しなかった。

Fig.5.31は、 $m=6\sim 9$ と $m=18$ の座屈モードである。 $m=10\sim 40$ の座屈モードは、デッキ中心と端の中間部の、狭い範囲が変位する $m=18$ の座屈モードとほぼ同様である。Fig.5.32, 5.33は、Fig.5.31に示した各円周方向波数の分岐座屈発生時の、デッキのたわみと膜応力である。Fig.5.33より、降雨量の増加とともに円周方向膜応力（ $N_{\phi\phi}/t$ ）の圧縮の範囲が狭くなり、応力値は大きくなることがわかる。

座屈解析において重要なのは、最小座屈荷重であるが、浮屋根の場合、Fig.5.15, 5.16, 5.30に示すように、それは極めてわずかな降雨量で生じる。実際の浮屋根を考えると、デッキ板とデッキ板とは重ね継手溶接であり、さらに、デッキ上には多くの付属品が取付けられる。そのため、このように低い降雨量でかつ高次の m での座屈は、現実には起こらないと思われる。

デッキとポンツーンの剛性の比較において、デッキから見ればポンツーンは剛なリングである。浮屋根の最終強度を評価するには、ポンツーン自身の座屈が重要であると考

えられる。アニュラス部の浮屋根である $FRT-V_2$, $FRT-V_3$ の座屈モードは、Fig.5.17, 5.19に示すように、デッキが変位するモードであるのに対し、通常の間筒タンク浮屋根の座屈モードである Fig.5.31では、 $m=6, 7$ にボンツーンが変位するモードが現れている。そのことから、多重間筒タンクのアニュラス部の浮屋根は、外径が等しい通常の間筒タンク浮屋根より、その座屈強度は高いものと考えられる。

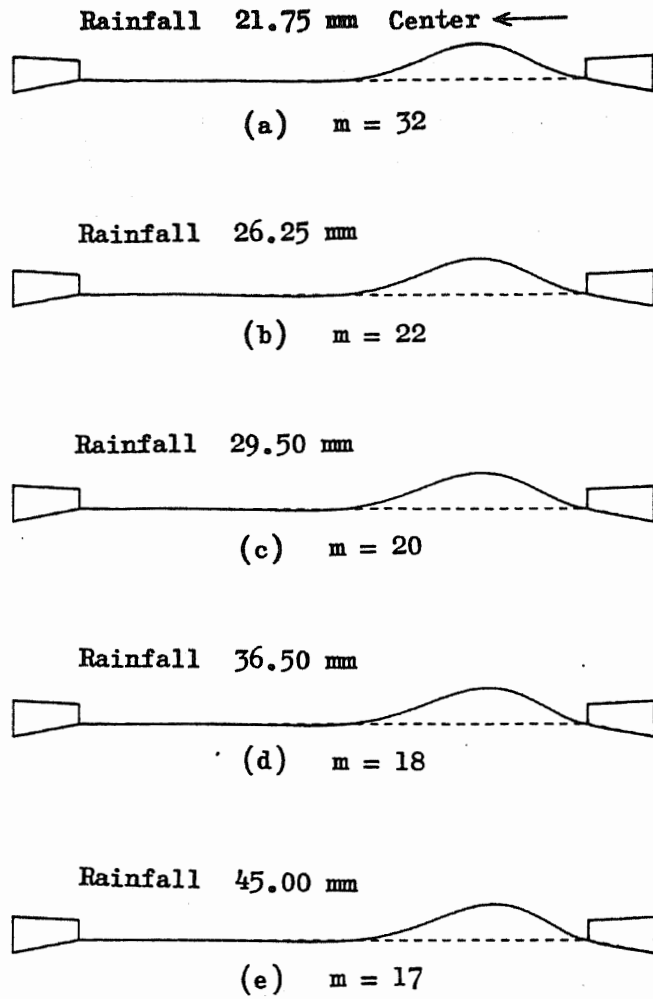


Fig.5.17 Buckling mode (FRT-V₂)

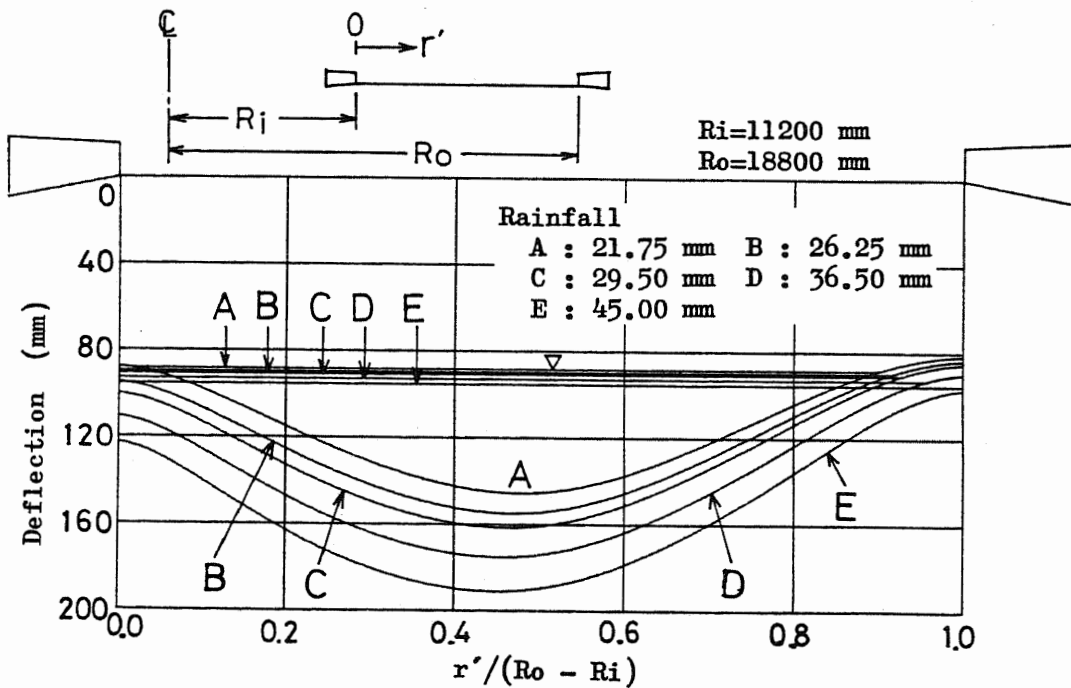


Fig.5.18 Deck deflection (FRT-V₂)

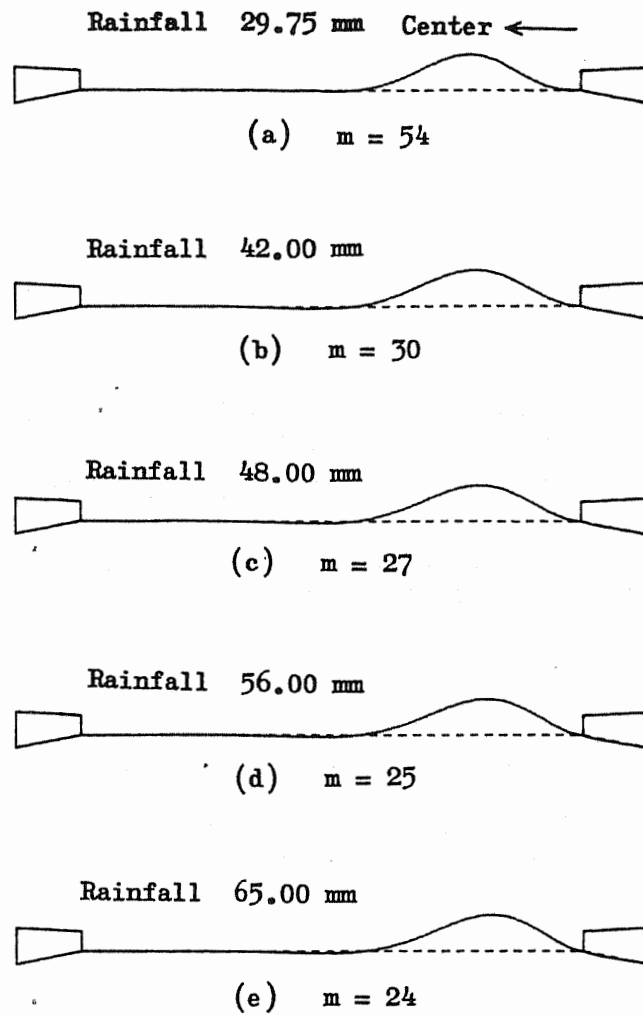


Fig.5.19 Buckling mode (FRT-V₃)

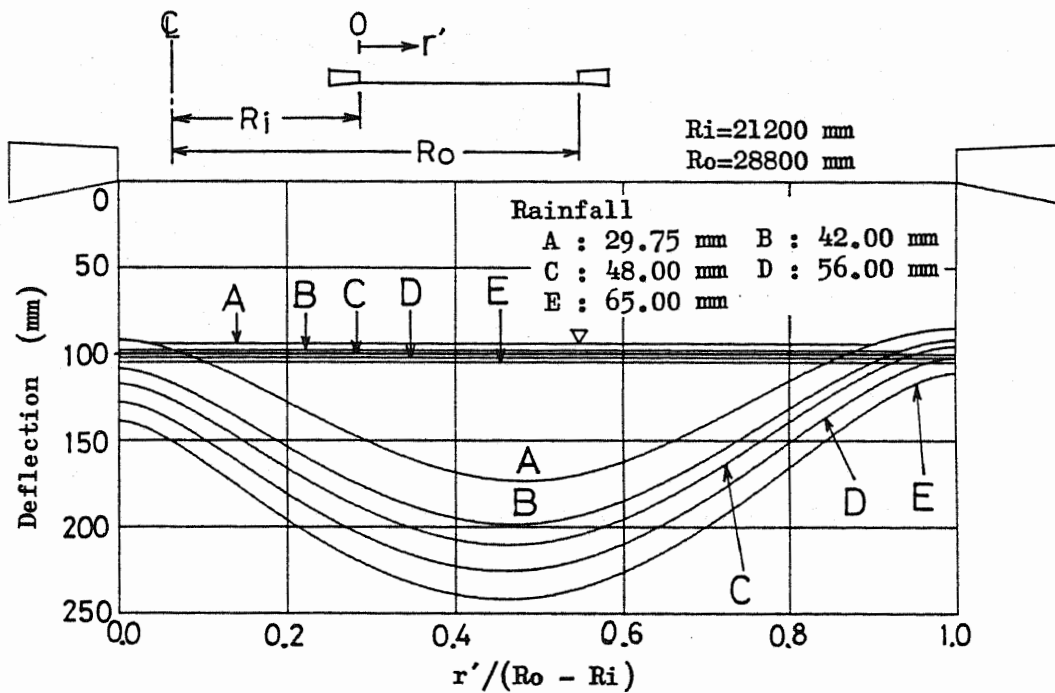


Fig.5.20 Deck deflection (FRT-V₃)

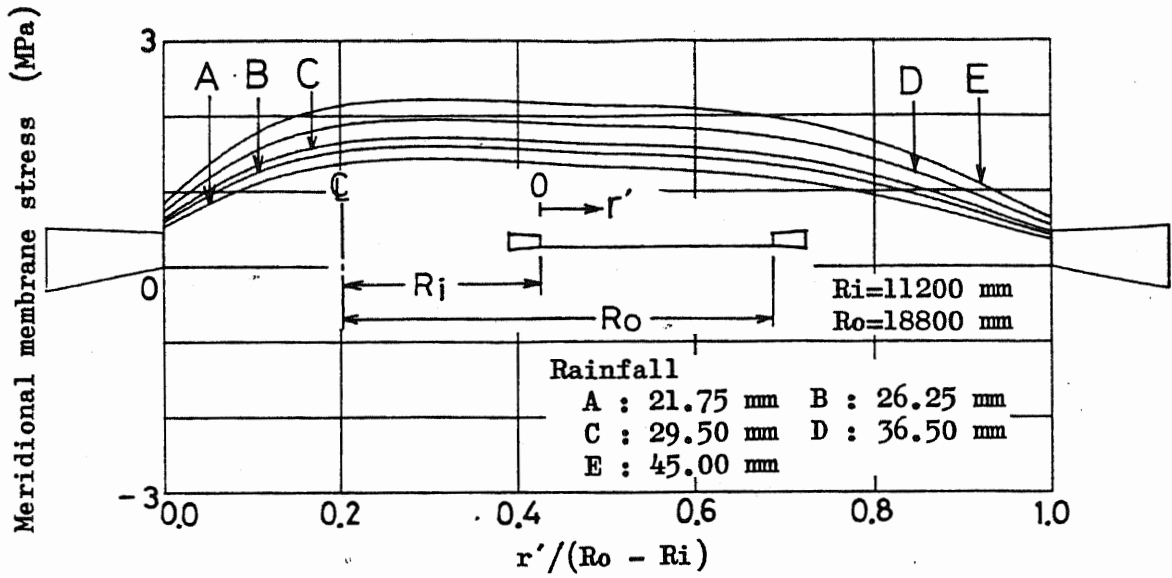


Fig.5.21 Meridional membrane stress on deck (FRT-V₂)

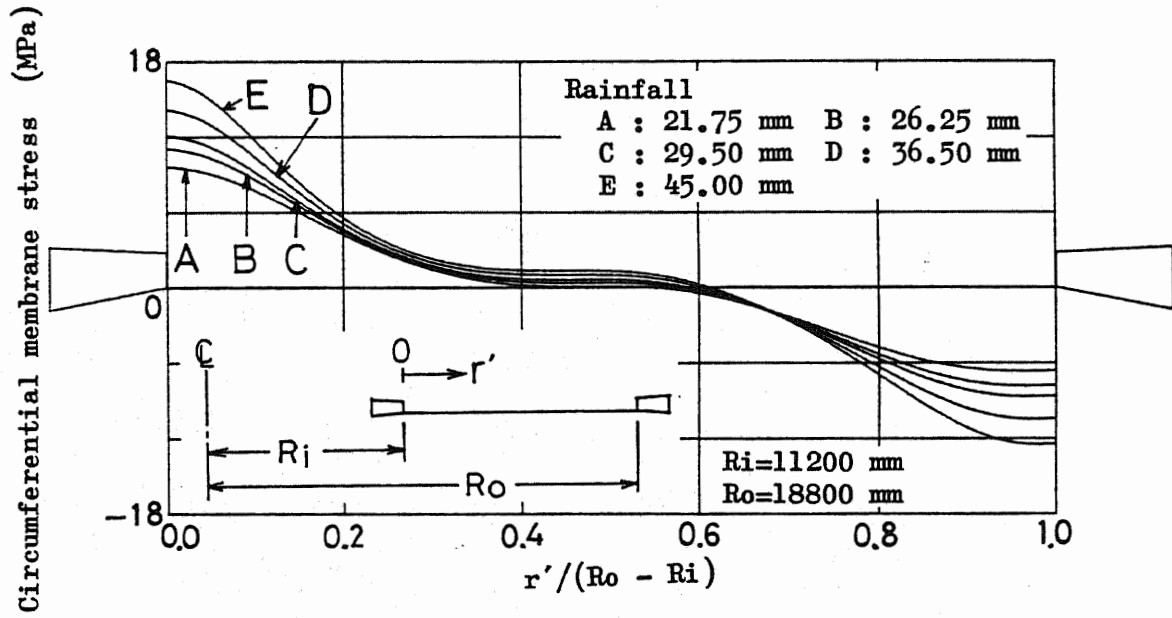


Fig.5.22 Circumferential membrane stress on deck (FRT-V₂)

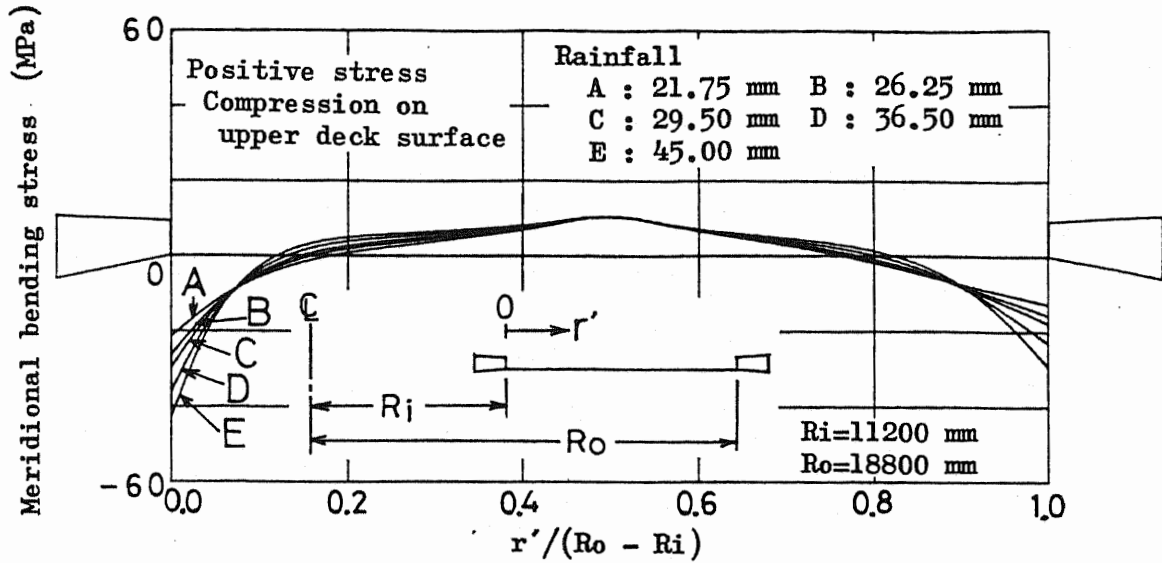


Fig.5.23 Meridional bending stress on deck (FRT-V₂)

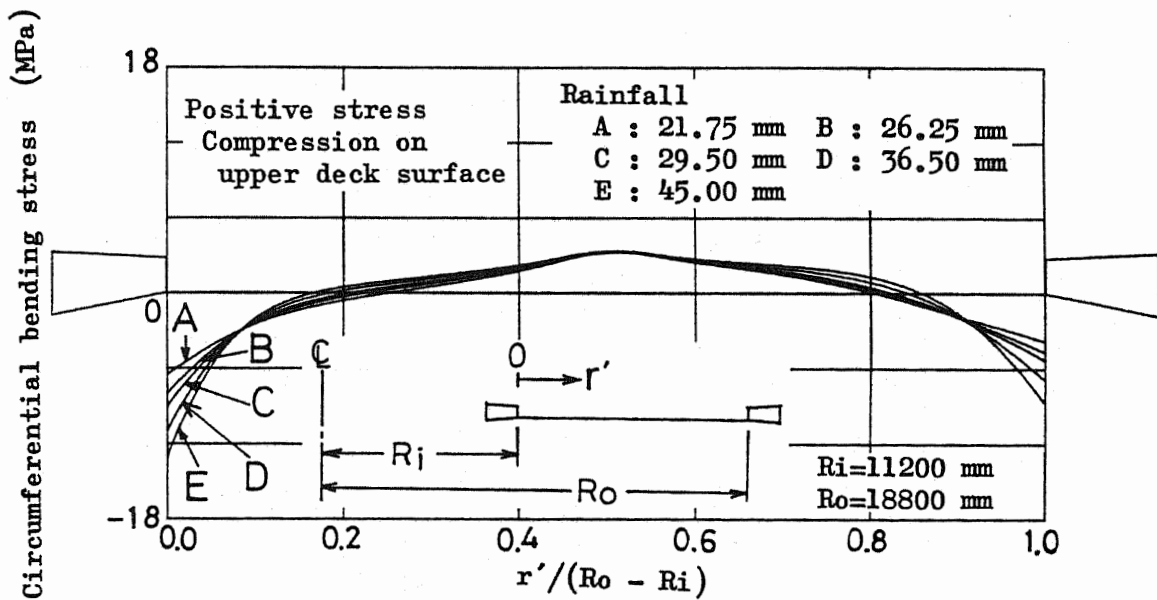


Fig.5.24 Circumferential bending stress on deck (FRT-V₂)

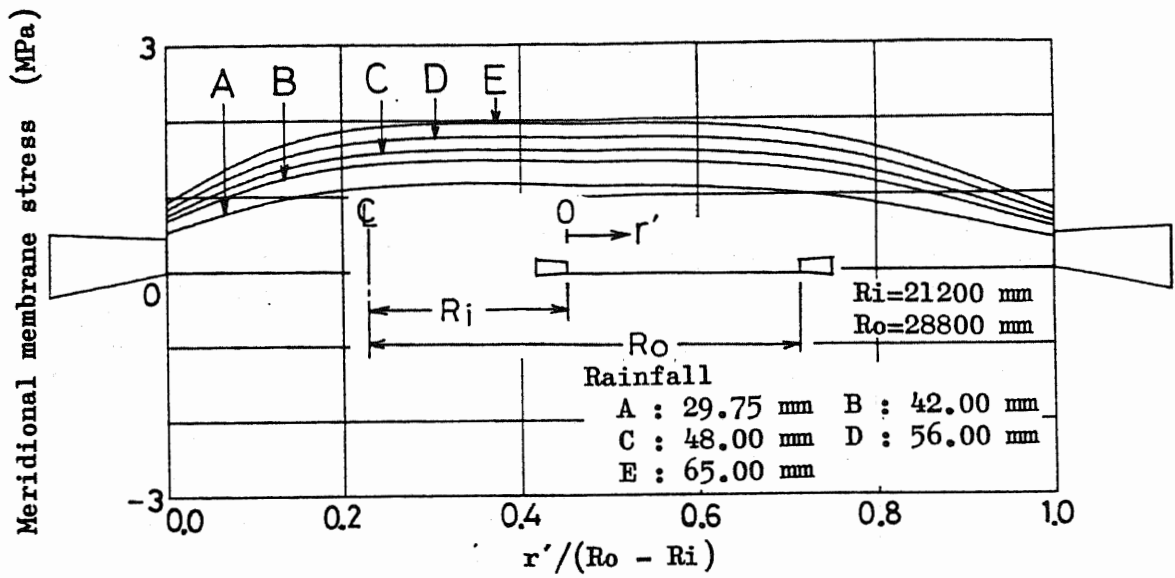


Fig.5.25 Meridional membrane stress on deck (FRT-V₃)

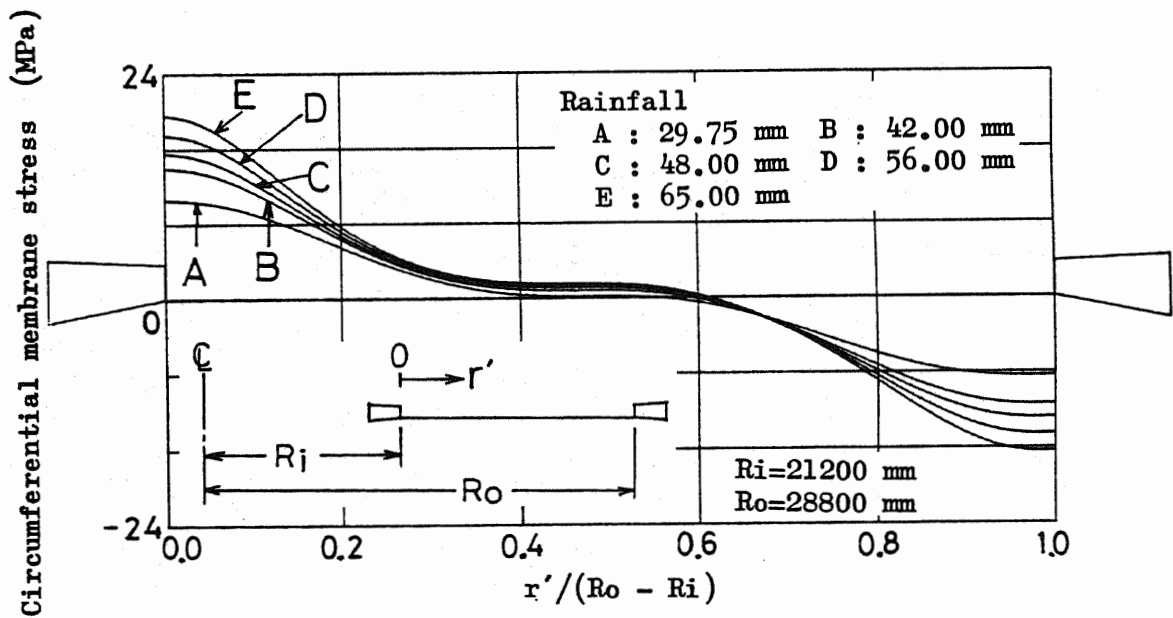


Fig.5.26 Circumferential membrane stress on deck (FRT-V₃)

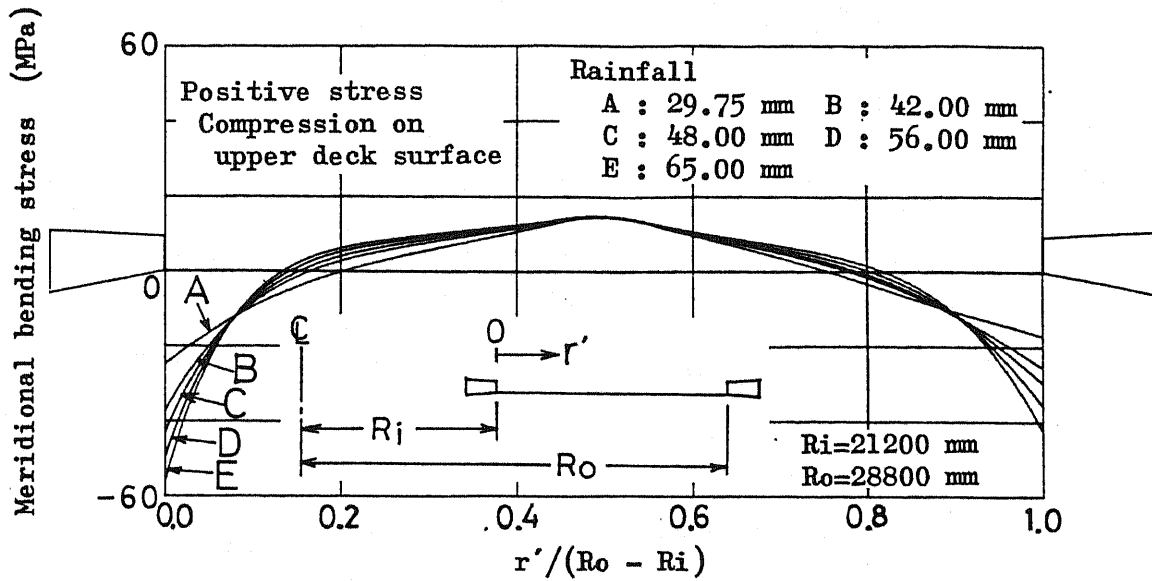


Fig.5.27 Meridional bending stress on deck (FRT-V₃)

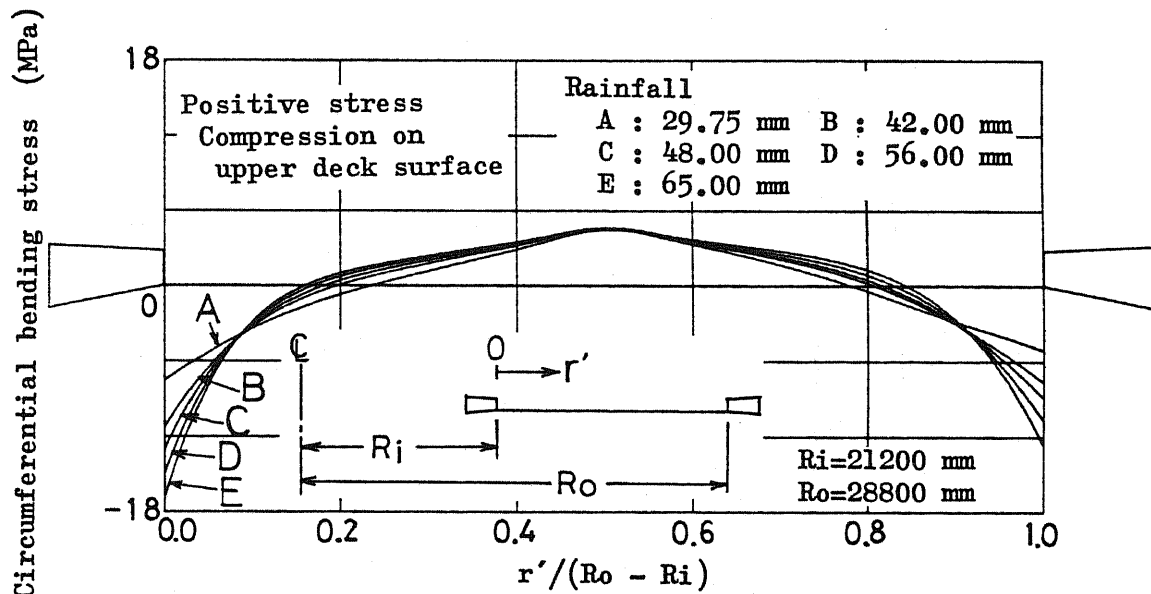


Fig.5.28 Circumferential bending stress on deck (FRT-V₃)

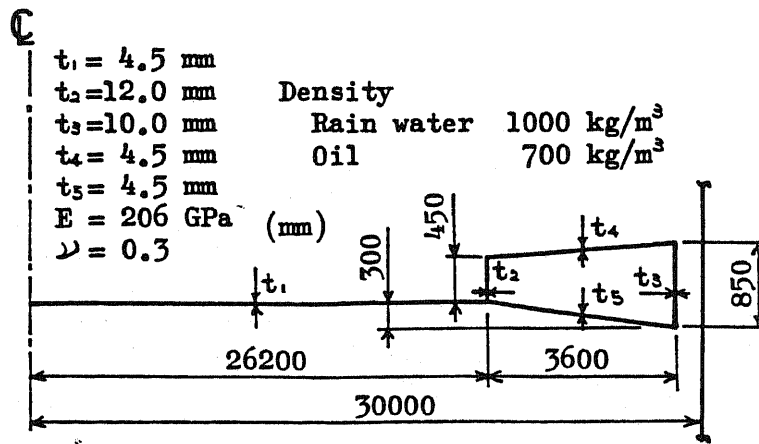


Fig.5.29 Dimensions of ordinary floating roof

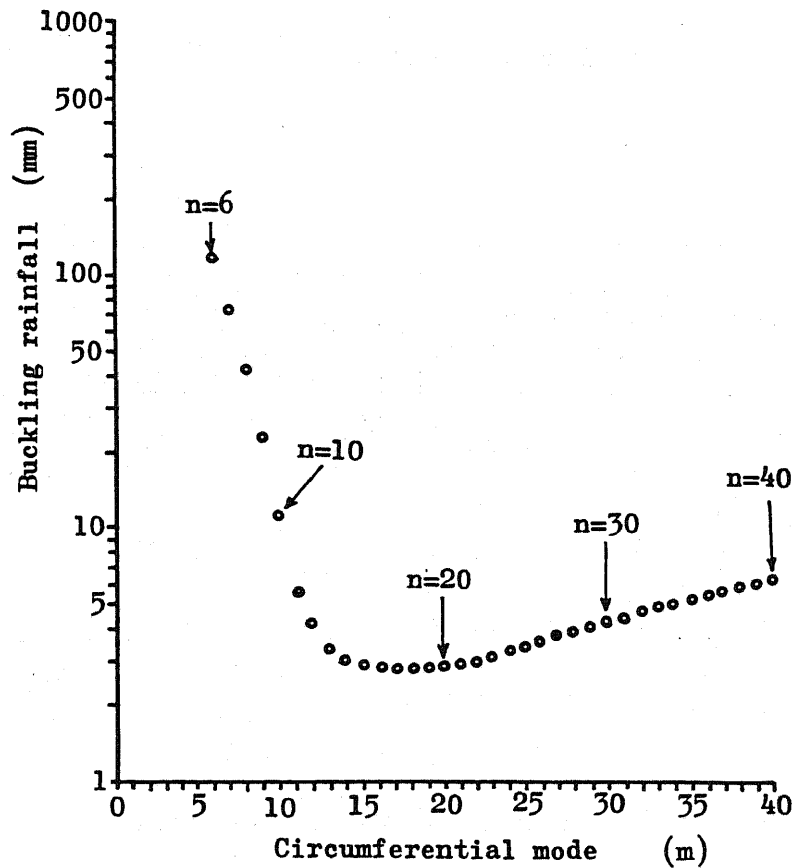


Fig.5.30 Buckling rainfall of ordinary floating roof

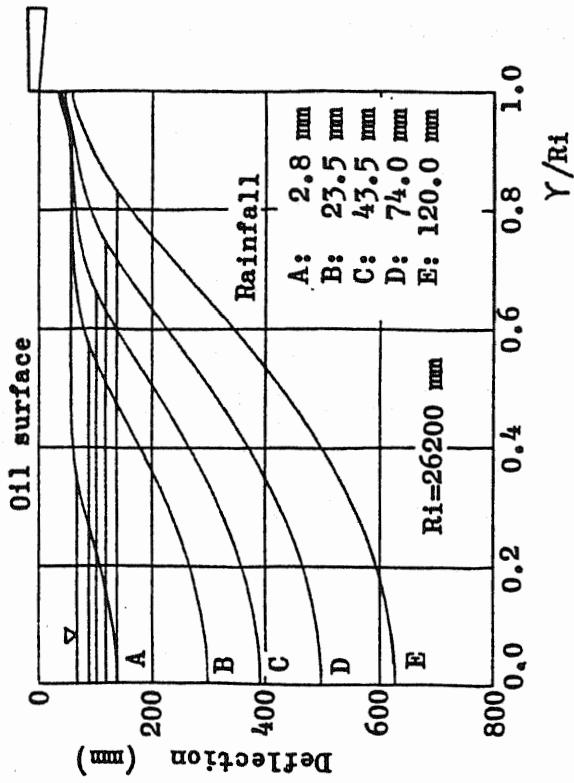


Fig.5.32 Deck deflection of ordinary floating roof

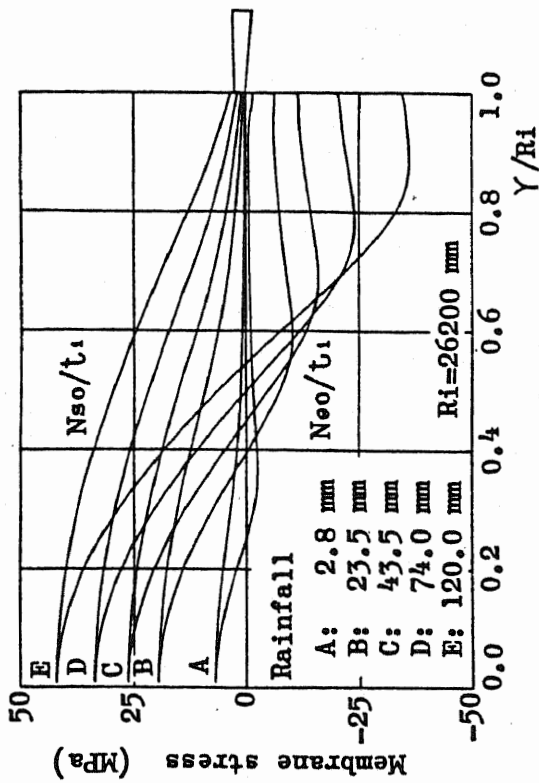


Fig.5.33 Membrane stress on deck of ordinary floating roof

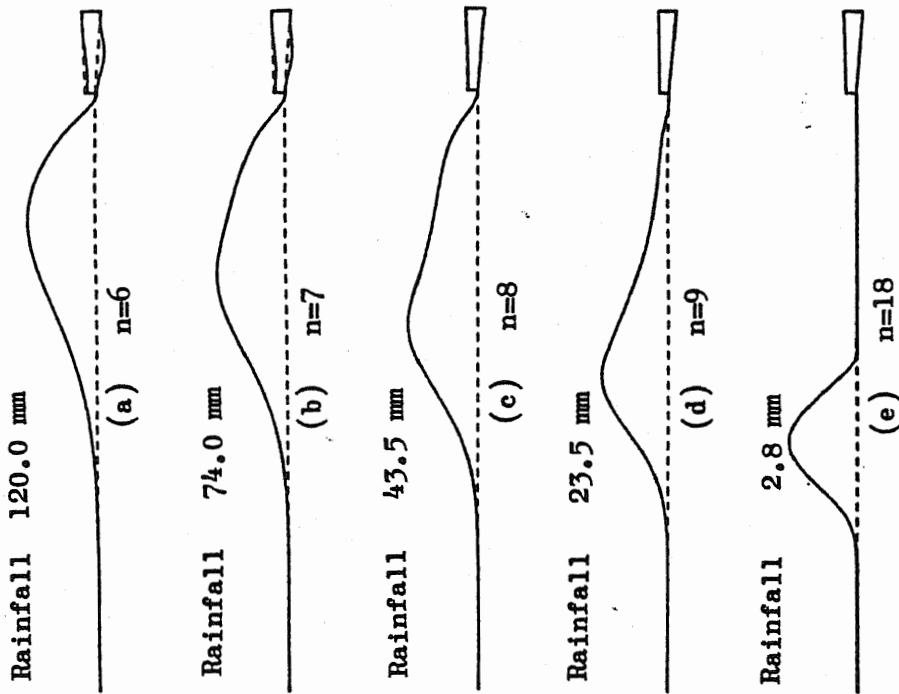


Fig.5.31 Buckling mode of ordinary floating roof

(3) 変形と応力

(2)で述べたように、浮屋根の場合、小さい座屈降雨量でかつ高次の m での座屈は実際には起こりにくいと考えられる。そのため、 $FRT-V_2$ と $FRT-V_3$ が、座屈をしないものと仮定し、各降雨量に対する変形と応力を求めることも、設計上重要であると考えられる。

Fig.5.34~Fig.5.43は、降雨量 100, 200, 300, 500 mmでの、デッキのたわみと応力である。これらの図から、 $FRT-V_2$ と $FRT-V_3$ では、デッキの変形、各方向の膜応力と曲げ応力のいずれも、大きな相違は見られない。また、Fig.5.33に示すように、通常の円筒タンク浮屋根のデッキの円周方向膜応力の圧縮の範囲が、降雨量の増加とともに狭くなるのに対し、Fig.5.37, 5.41に示す多重円筒タンクのアニュラス部浮屋根のそれは、降雨量の増加とともに応力値のみが大きくなり、圧縮の範囲は変化していないことがわかる。

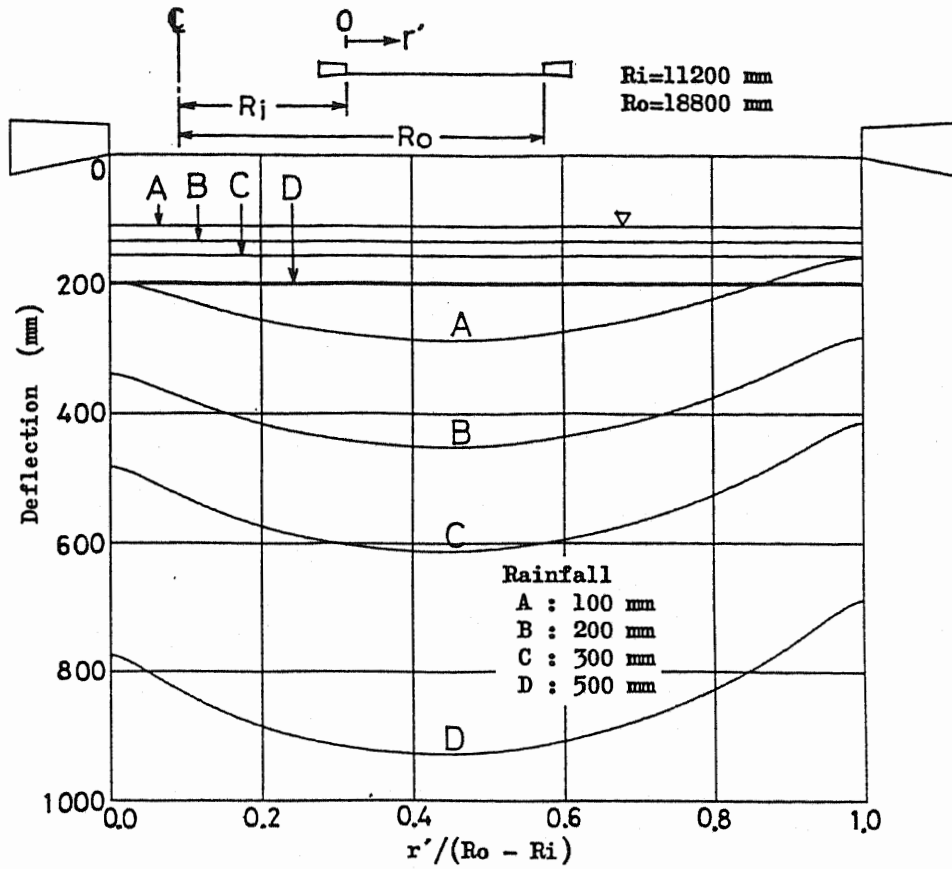


Fig.5.34 Deck deflection (FRT-V₂)

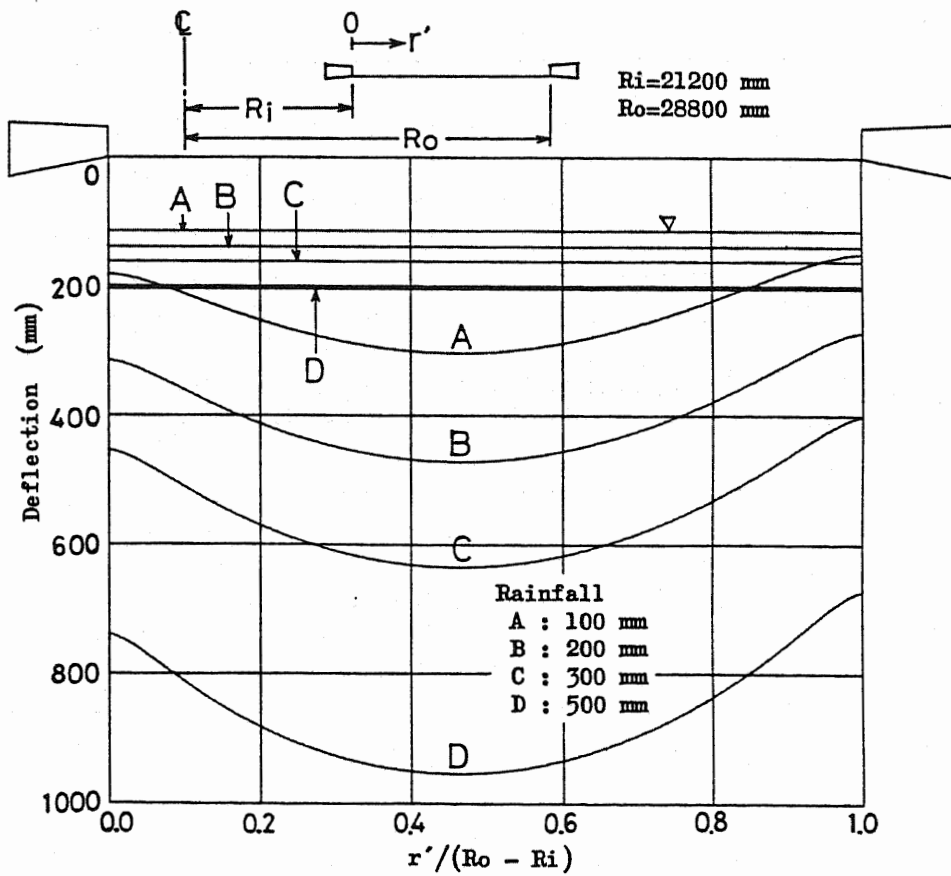


Fig.5.35 Deck deflection (FRT-V₃)

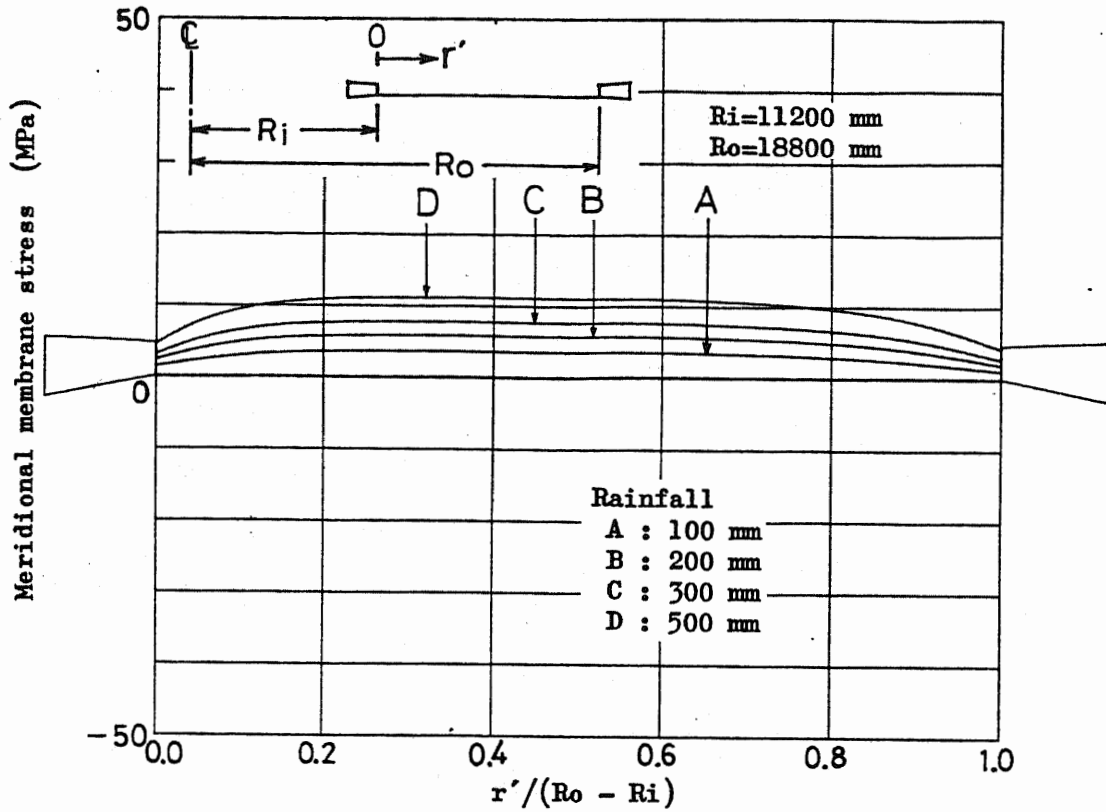


Fig.5.36 Meridional membrane stress on deck (FRT-V₂)

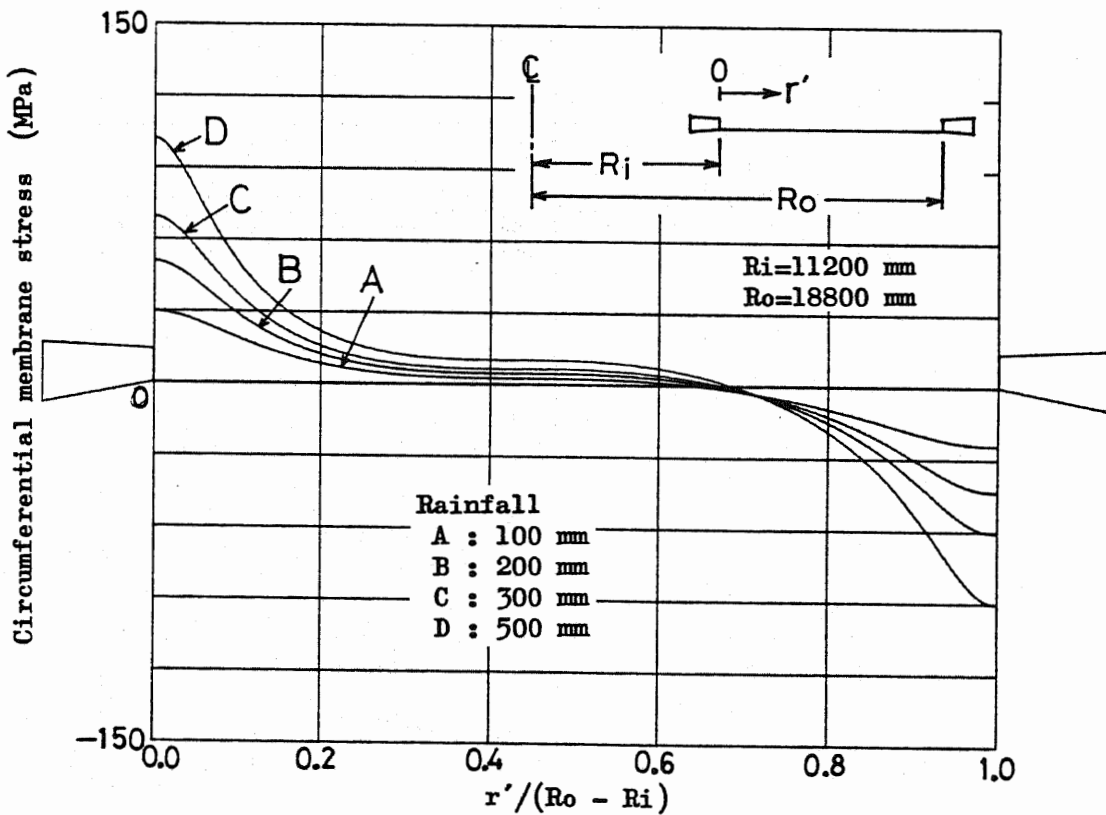


Fig.5.37 Circumferential membrane stress on deck (FRT-V₂)

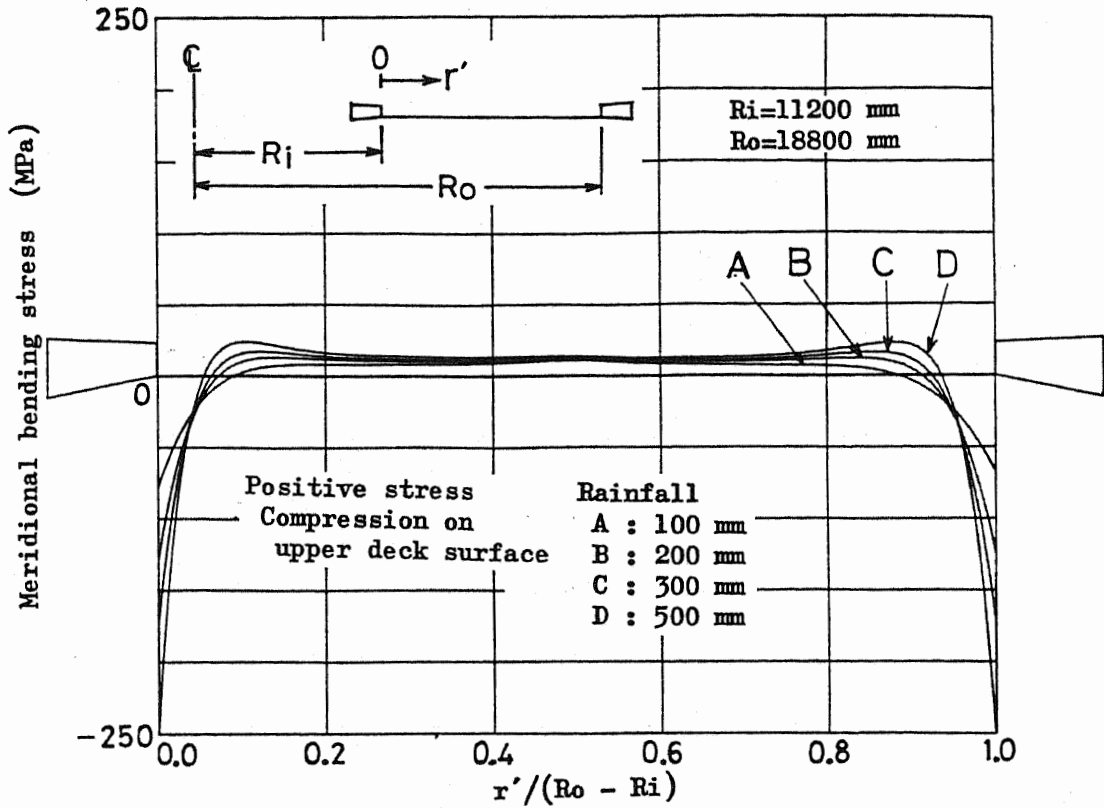


Fig.5.38 Meridional bending stress on deck (FRT-V₂)

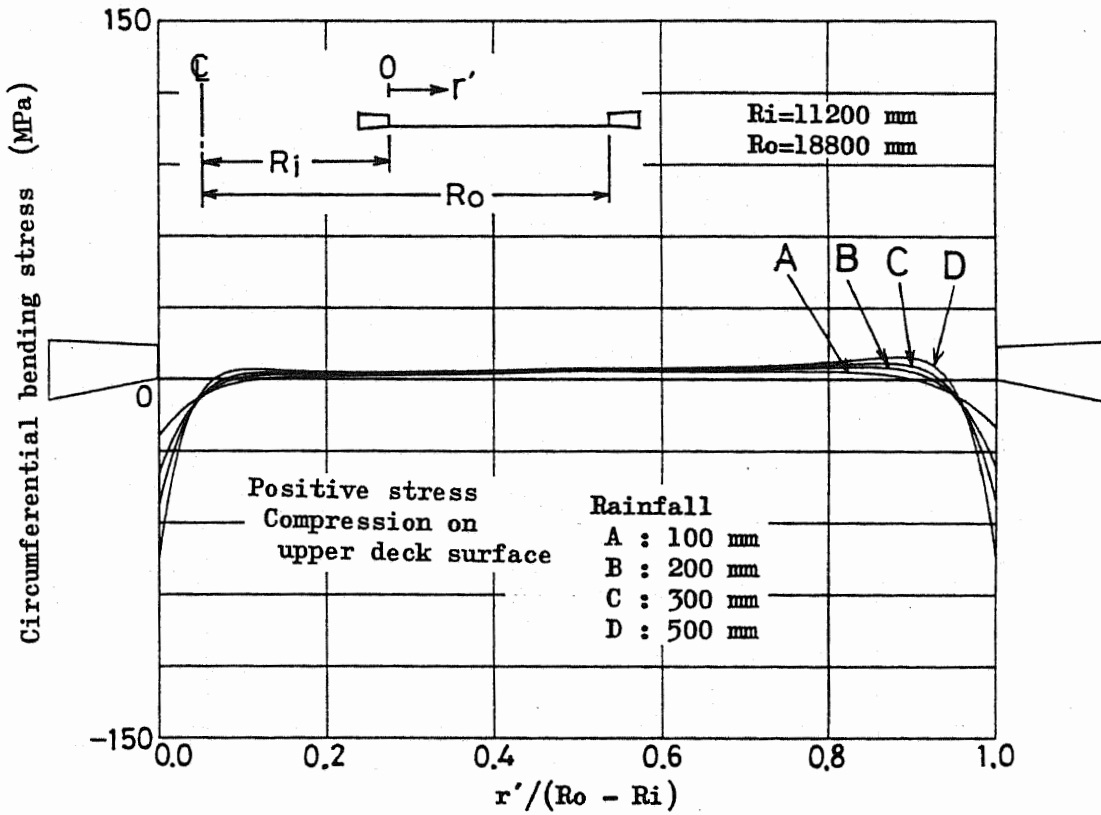


Fig.5.39 Circumferential bending stress on deck (FRT-V₂)

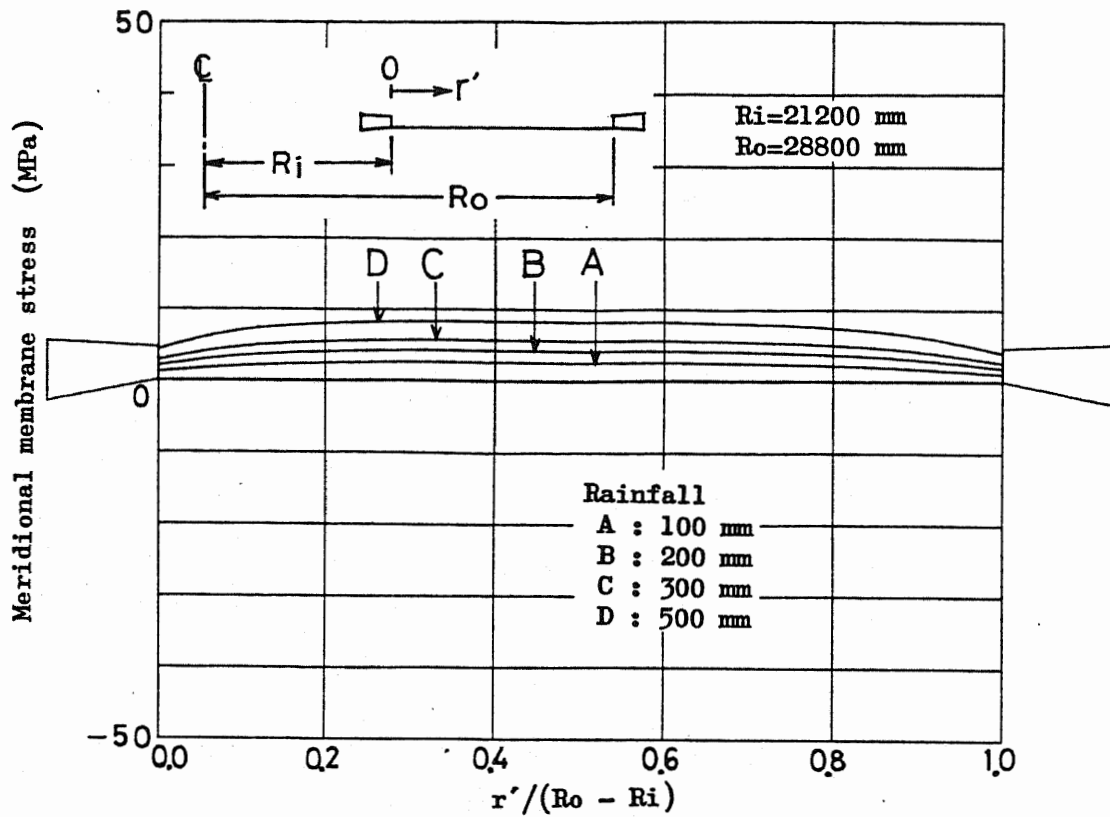


Fig.5.40 Meridional membrane stress on deck (FRT-V₃)

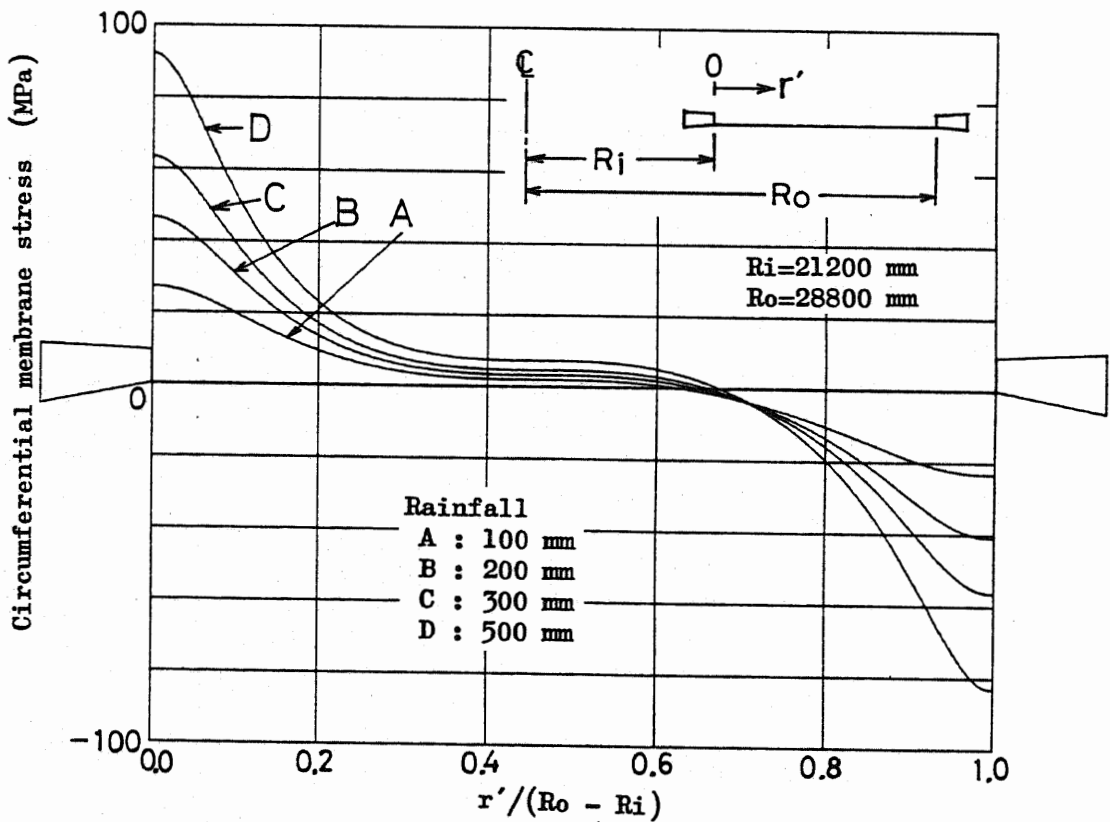


Fig.5.41 Circumferential membrane stress on deck (FRT-V₃)

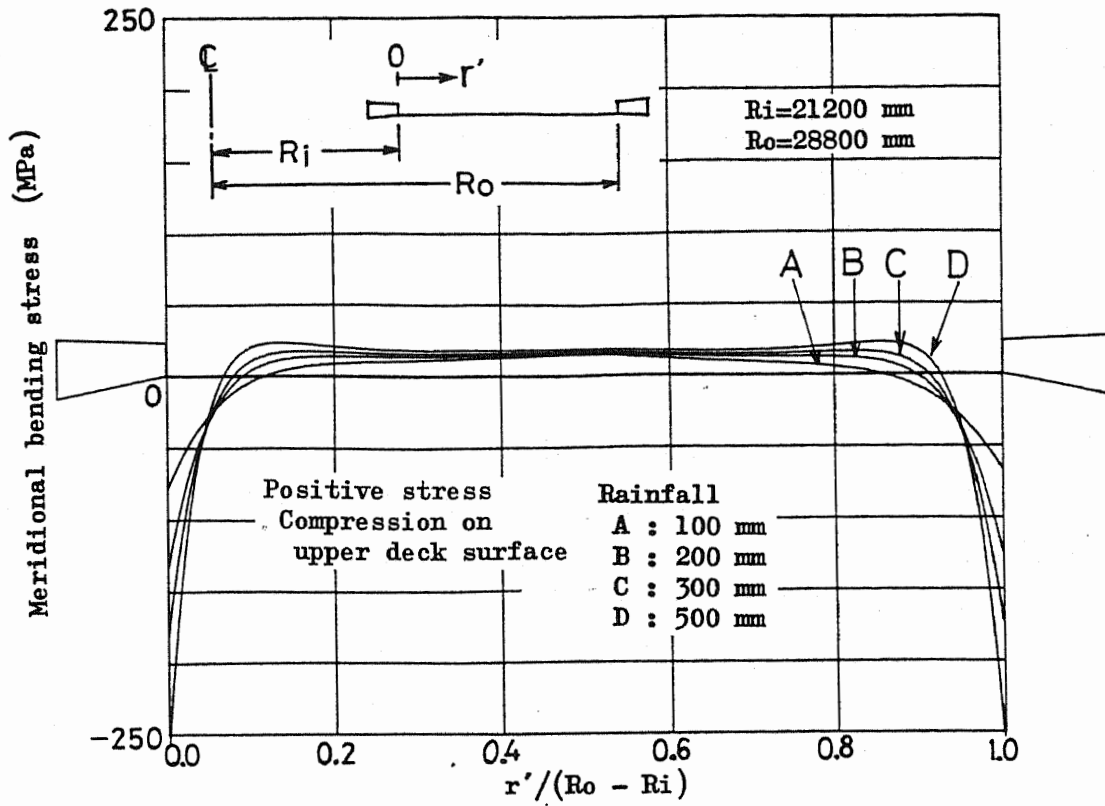


Fig.5.42 Meridional bending stress on deck (FRT-V₃)

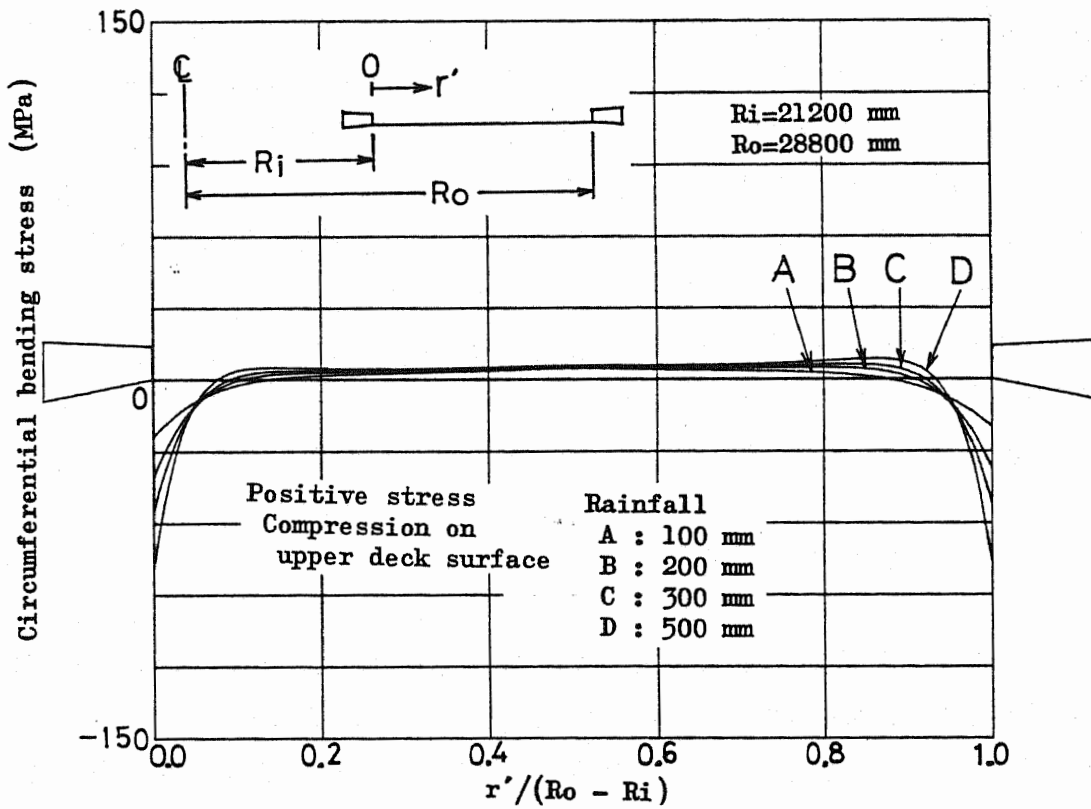


Fig.5.43 Circumferential bending stress on deck (FRT-V₃)

5.5 第5章まとめ

本章では、多重円筒石油タンクの、外圧を受ける内筒側板と雨水滞留時の浮屋根の座屈解析のため、有限要素法プログラムを開発し、その座屈特性を検討した。

(1) 有限要素法プログラムの開発

内筒側板の外圧座屈と雨水滞留時の浮屋根座屈は、ともに軸対称荷重を受ける軸対称シェルの、非軸対称モードの分岐座屈として扱うことができる。ここでは、軸対称シェル要素を用い、座屈前変形に幾何学的非線形性を考慮するため、ひずみ-変位関係式は非線形項を含んだNovozhilovの式、応力-ひずみ関係は弾性、荷重は荷重増分法で扱う updated Lagrange形定式化の有限要素法プログラムを開発した。

(2) 内筒側板の外圧座屈解析

内筒側板は、外圧を受ける円筒構造物として、極めて薄肉であることの特殊性を有しており、座屈防止のため単に板厚を増やすだけでは合理的でなく、補強リングを取付ける必要がある。ここでは、補強リングが全体座屈を防止するのに十分な断面寸法を有し、かつ内筒側板の板厚を設定したとき、座屈を生じさせないための補強リングの最少取付け個数の近似値を求める最適設計法を開発した。それは、座屈モードのピークを示す位置に、補強リングを1個ずつ取付けて行く手順を、座屈液高が最高液高を越えるまで繰返す方法である。この方法を、実際の内筒側板に適用した。その結果、本来試行錯誤で得られる補強リングの必要最少取付け個数も、これよりやや多くはなるが、系統的にその近似値を得ることができた。

(3) 雨水滞留時の浮屋根座屈解析

雨水滞留時の浮屋根は、雨水量に応じて浮力とのバランスをとりながら大きく変形し、さらに、雨水荷重は浮屋根変形に依存するため、一義的に定まらない。そのため、各増分段階において等価節点荷重増分を逐次修正する方法で、雨水荷重を扱う解析手法を開発した。その手法を用いて、多重円筒タンクのアニュラス部の浮屋根の、各円周方向波数に対する分岐座屈荷重を、1000 mm の降雨量まで求めた。

その結果、わずかな降雨量で高い円周方向波数の、デッキの局部座屈を表すモードの分岐座屈荷重が得られた。しかし、浮屋根上に多くの付属品等が取付けられることを考えると、このような低い降雨量で座屈することは、現実には起こりにくいと考えられる。むしろ、設計上重要になるのは、ボンツーンが変位する座屈モードの分岐座屈であると考えられる。アニュラス部の浮屋根では、このようなモードの座屈は発生しなかったが、比較のため同様の解析を行った、外筒側板の直径が等しい通常の円筒タンク浮屋根では、100 mm以下の降雨量で発生し、アニュラス部の浮屋根の方が、座屈強度が高いことが明らかになった。

第5章 参考文献

- (1) 小久保・山本；球かくの座屈後の挙動，日本機械学会論文集，Vol.41，No.349，1975，pp.2549-2556.
- (2) A.Endou, Y.Hangai and S.Kawamata; Post-Buckling Analysis of Elastic Shells of Revolution by the Finite Element Method, 東京大学生産技術研究所報告，Vol.26，No.2，1976，pp.47-81.
- (3) 矢川・宮崎・安藤；有限要素法による部分球かくのクリープ座屈解析，日本機械学会論文集，Vol.43，No.375，1977，pp.3986-3993.
- (4) J.A.Stricklin, W.E.Haisler, H.R.MacDougall and F.J.Stebbins; Nonlinear Analysis of Shells of Revolution by the Matrix Displacement Method, AIAA Journal, Vol.6, No.12, 1968, pp.2306-2312.
- (5) Y.Hangai and S.Kawamata; Analysis of Geometrically Nonlinear and Stability Problem by Static Perturbation Method, 東京大学生産技術研究所報告，Vol.22，No.5，1973，pp.245-295.
- (6) S.P.Timoshenko and J.M.Gere; Theory of Elastic Stability, Second Edition, McGraw-Hill, 1961, pp.512-519.
- (7) 横田・難波・山内・浦部・馬場；一様外圧を受ける耐圧補強円筒殻の全体圧壊強度に関する検討，日本造船学会論文集，No.158，1985，pp.406-419.
- (8) JIS B8501；鋼製石油貯槽の構造(全溶接製)，1985.
- (9) 箕輪・河野；風荷重による鋼製円筒タンク側板の座屈について，日本建築学会大会学術講演梗概集，1977，pp.1005-1006.

- (10) 山本; 補強円筒殻の外圧による全体圧壊の研究, 造船協会論文集, No.113, 1963, pp.95-105.
- (11) 杉村; 外圧をうける補強円筒殻の全体圧壊, 造船協会論文集, No.118, 1965, pp.234-240.
- (12) D.Bushnell; Analysis of Buckling and Vibration of Ring-Stiffened, Segmented Shells of Revolution, International Journal for Solids and Structures, Vol.6, 1970, pp.157-181.
- (13) D.Bushnell; Effect of Cold Bending and Welding on Buckling of Ring-Stiffened Cylinders, Computers & Structures, Vol.12, 1980, pp.291-307.
- (14) 本間; 外圧を受ける円筒殻の軸対称圧壊強度, 日本造船学会論文集, No.147, 1980, pp.238-243.
- (15) 大坪・吉田・広岡・高麗; 補強円筒殻の全体圧壊, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.12, 1988, pp.425-430.
- (16) G.C.Mitchell; Analysis and Stability of Floating Roofs, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.99, 1973, pp.1037-1052.
- (17) H.I.Epstein and J.R.Buzek; Stresses in Floating Roofs, ASME Paper No.76-Pet-74, September, 1976, pp.19-24.
- (18) 梅木・石渡; 雨水滞留時の浮屋根変形強度の解析, 配管技術, Vol.27, No.4, 1985, pp.64-69.
- (19) 内山・岡・老川; 有限要素法による雨水滞留時の浮屋根強度の解析, 圧力技術, Vol.19, No.2, 1981, pp.81-86.
- (20) 吉田; 浮屋根の有限要素法による幾何学的非線形応力解析, 配管技術, Vol.25, No.8, 1983, pp.51-57.
- (21) H.I.Epstein and J.R.Buzek; Design of Pontoons for Floating Roofs, Proceedings of ASME/CSME Pressure Vessels and Piping Conference, Vol.78-PVP-11, 1978, pp.2-8.
- (22) 自治省; 危険物の規制に関する技術上の基準の細目を定める告示, 第4条の22, 1974.

第 6 章

設計システムの開発

第6章 設計システムの開発

6.1 第6章緒言

一般に、機器・構造物の構造設計は、はじめの基本設計と後の詳細設計の二段階に分けられる。基本設計では、主要部の寸法や材料等が決定され、詳細設計では、製作や施工が可能になるまで掘り下げた諸寸法が決定される。また、基本設計の段階では、設計データを種々変更し、概略的な工程やコストまで算出され、経済設計が検討される。石油タンクの場合、基本設計において、側板や底板の板厚と材質あるいはトップアングルやウインドガーダーの部材寸法等が決められ、詳細設計において、溶接寸法やノズル・マンホールの取付け位置等が決められる。さらに、主要部の寸法を決める際の支配的要因は地震荷重であり、基本設計の大部分を耐震設計が占めている。

多重円筒石油タンクにおける基本設計では、外筒・内筒側板や底板の板厚と材質、あるいは内筒側板に取付けられる補強リングの部材寸法の決定のため、第2章で述べた方法で荷重を評価し、それに基づく応力解析と座屈解析が行われる。このときの解析結果の判定に用いられる、消防法に規定された許容値⁽¹⁾は、地震荷重などの短期荷重に対しては、通常時の長期荷重に対する許容値の1.5倍をとることができる。このことを考慮し、かつ第2, 3, 5章の解析結果から判断すると、支配的荷重条件は、応力解析に対しては地震荷重、座屈解析に対しては通常時の荷重になる。したがって、多重円筒石油タンクの基本設計においても、耐震設計が重要な要因の一つになり、また、それは解析による設計(Design by Analysis)になる。

一般に、Design by Analysisは、実績・経験が少なく、規則による設計(Design by Rule)が確立されていない構造物に、想定される使用条件に対するシミュレーションのため、最新の技術を駆使することで実施され、解析には高精度と信頼性が要求される。そのため、設計費も膨大になるが、一般には対象が大規模構造物であるため、総建設コストに占める割合は、それほど多くはならない。

一方、中仕切りタンクの経済的利点の一つに、第1章1.1節で述べたように、消防法に規定される保有空地⁽²⁾に関連した用地面積の低減がある。そして、現行消防法での低減率は、小形タンクほど大きくなる。したがって、中仕切りタンクの需要は、容量1000kl程度の小形タンクに、最も多いものと考えられる。また、このようなタンクでは、作業員が検査や点検を行うのに十分な各円筒間の間隔が必要になるため、内部をあまり細かく分割することができなくなることから、二重円筒形が主流になる。このとき、もともと総建設コストがそれほど多くない小形二重円筒タンクのDesign by Analysisは、設計費が大きな比重を占めることになる。

このような理由から、小形タンクで需要の多い二重円筒タンクの、Design by Analy-

sis による耐震設計において、地震応答解析、応力解析、座屈解析を、16 bitパーソナルコンピュータを使用して統合化したシステムを開発し、設計の効率化と設計時間の短縮を図る。

6.2 システムの機能

二重円筒タンクの耐震設計システム『SEDEC』(Seismic Design System for Coaxial Cylindrical Tanks)における、地震応答解析、応力解析、座屈解析の解析方法を述べる。

6.2.1 地震応答解析

(1) 解析条件

二重円筒タンクの耐震設計では、内・外槽の満液と空液の組み合わせによって、Fig.6.1 に示す3ケースの解析を考える必要がある。多重円筒タンクの解析モデルであるFig.2.

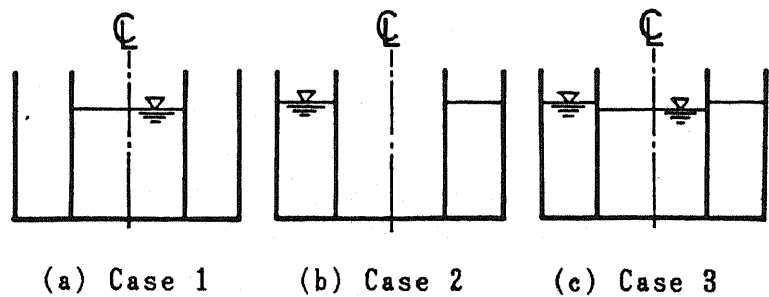


Fig.6.1 Analytical condition

20を、二重円筒形に書き直した Fig.6.2 に示すように、液体領域 V_i における液高 H_i 、また側板領域 T_i における半径を r_i とし、 $i = 1, 2$ はそれぞれ内槽と外槽を意味するものとする。さらに、底部の中心に原点を置き、 θ を円周方向の角度とする円筒座標系 (r, θ, z) を定義する。2.2.2項 および2.3節、2.4節と同様に、タンクは剛基礎上に固定され、内容液は非圧縮性完全流体の渦なし流れを仮定する。

タンクは軸対称構造物として、軸対称解析を実施する。そのとき、振動モードは円周方向に Fourier級数で展開することができる。

側板下端が剛基礎上に固定されているとき、励起されるモードは Fourier級数の次数 m が水平動で1、鉛直動で0である。また、地震動に含まれる長周期成分(長周期地震動)によるスロッシングと短周期成分(短周期地震動)によるバルジンは、相互の連成効果が極めて弱いため、両者を別個に扱う。

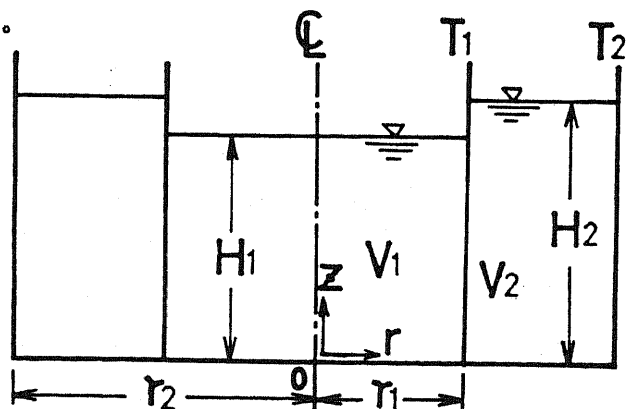


Fig.6.2 Analytical model

以上の仮定条件をおくことで、第2章で述

べた解析方法を用いることができる。

(2) 長周期地震動

スロッシング解析では、2.2.2項(1)および2.3節と同様に、側板を剛体と仮定する。この場合、内槽と外槽の液体の運動は非連成となり、Fig.6.1のケース1とケース2の定式化を行えば、ケース3は両者の重ね合わせで応答値が得られる。

タンクは底部を $\theta = 0$ の方向から、水平方向に加振されるものとする。液体の速度ポテンシャルの存在を仮定し、1次のスロッシング固有周期と等しい周期の正弦波が入力した場合の過渡応答解に速度応答スペクトル S_v を導入すると、ケース1の最大波高 $\eta_{\max(1)}$ 、最大動液圧 $p_{\max(1)}$ は、通常の円筒タンクの式である式(2.13)、(2.17)をそれぞれ用いて、次式で与えられる。

$$\eta_{\max(1)}(r, \theta) = \frac{4\pi r_1 J_1(\epsilon_1 r / r_1)}{g T_{s1(1)} (\epsilon_1^2 - 1) J_1(\epsilon_1)} S_v \cdot \cos \theta \quad (6.1)$$

$$p_{\max(1)}(r, \theta, z) = \rho_{l(1)} \cdot g \cdot \eta_{\max(1)}(r, \theta) \frac{\cosh(\epsilon_1 z / r_1)}{\cosh(\epsilon_1 H_1 / r_1)} \quad (6.2)$$

ここで、 ρ_l は液体の密度、 g は重力加速度、 T_{s1} は1次のスロッシング固有周期、 J_1 は1次の第一種Bessel関数、 $\epsilon_1 = 1.841$ であり、下付き括弧内は液体領域を表す。また、 T_{s1} は、式(2.5)における ω_1 を用いて、次式で与えられる。

$$T_{s1(1)} = \frac{2\pi}{\sqrt{g \epsilon_1 \tanh(\epsilon_1 H_1 / r_1) / r_1}} \quad (6.3)$$

また、ケース2の場合は、それぞれ式(2.52)、(2.53)、(2.33)より、次式で与えられる。

$$\eta_{\max(2)}(r, \theta) = \frac{2\pi r_2}{g T_{s1(2)}} Q_1 \cdot G_1(r) \cdot S_v \cdot \cos \theta \quad (6.4)$$

$$p_{\max(2)}(r, \theta, z) = \rho_{l(2)} \cdot g \cdot \eta_{\max(2)}(r, \theta) \frac{\cosh(\xi_1 z / r_2)}{\cosh(\xi_1 H_2 / r_2)} \quad (6.5)$$

$$T_{s1(2)} = \frac{2\pi}{\sqrt{g \xi_1 \tanh(\xi_1 H_2 / r_2) / r_2}} \quad (6.6)$$

ここで、 ξ_1 、 Q_1 は $k (= r_1 / r_2)$ により、 $G_1(r)$ は k と r により定まる定数であり、Table 2.3から得られる。また2.3節では、座標の原点を液面中心においたが、ここでは、Fig.6.2に示すように底面中心においており、式(6.5)は式(2.53)を、そのように修正している。

(3) 短周期地震動

バルジング解析では、タンク本体を微小変形の弾性体と仮定し、Fig.6.1 の3ケースとも2.4節で述べたFEMで扱う。タンクは底部を、水平動では $\theta = 0$ の方向から加速度 \ddot{u}_{gh} で、鉛直動ではz方向に加速度 \ddot{u}_{gv} で加振されるものとし、水平動と鉛直動を別個に解析する。また、 $\ddot{u}_{gv} \ll g$ を仮定する。内容液はFig.2.21に示す軸対称長方形要素、タンク本体はFig.2.22に示す軸対称シェル要素でモデル化し、液体の運動を動液圧で記述した2.4.2項のFEM定式化から、Fig.6.1 ケース3の場合について、液体-タンク連成系運動方程式として、式(2.88)に相当する次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} [M_s^{(1)}] & 0 \\ 0 & [M_s^{(2)}] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -[S_{(1)}^T]/\rho_{L(1)} & -[S_{(2)}^T]/\rho_{L(2)} \\ 0 & -[S_{(2)}^T]/\rho_{L(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K_{L(1)}] & 0 \\ 0 & [K_{L(2)}] \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} [S_{(1)}] & 0 \\ [S_{(2)}] & [S_{(2)}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}^{(1)} \\ \ddot{u}^{(2)} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [K_s^{(1)}] & 0 \\ 0 & [K_s^{(2)}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \end{Bmatrix} = - \left(\begin{bmatrix} [M_s^{(1)}] & 0 \\ 0 & [M_s^{(2)}] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} e^{(1)} \\ e^{(2)} \end{Bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} -[S_{(1)}^T]/\rho_{L(1)} & -[S_{(2)}^T]/\rho_{L(2)} \\ 0 & -[S_{(2)}^T]/\rho_{L(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K_{L(1)}] & 0 \\ 0 & [K_{L(2)}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} f_{L(1)} \\ f_{L(2)} \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (6.7) \end{aligned}$$

ここで、 $[M_s^{(i)}]$ 、 $[K_s^{(i)}]$ 、 $\{u^{(i)}\}$ 、 $\{e^{(i)}\}$ は、それぞれ側板領域 T_i におけるタンク本体の質量マトリックス、剛性マトリックス、変位ベクトル、地震動の励振ベクトルである。また、 $[K_{L(i)}]$ 、 $\{f_{L(i)}\}$ は、液体領域 V_i における液体の剛性マトリックス、および液体の励振ベクトルであり、 $[S_{(i)}]$ は側板領域 T_i と液体領域 V_i の連成マトリックスである。 \ddot{u}_g は地震動の加速度で、水平動では \ddot{u}_{gh} 、鉛直動では \ddot{u}_{gv} となる。なお、上付き括弧内は側板領域、下付き括弧内は液体領域を示す。また、ケース1とケース2の定式化では、空液となる液体領域に関する項を零とおく。

式(6.7)を次のように書き換える。

$$\begin{aligned} & ([\bar{M}_s] - [\bar{S}_s][\bar{K}_L]^{-1}[\bar{S}_L])\{\ddot{\bar{u}}\} + [\bar{K}_s]\{\bar{u}\} \\ & = -([\bar{M}_s]\{\bar{e}\} - [\bar{S}_s][\bar{K}_L]^{-1}\{\bar{f}_L\})\ddot{u}_g \quad (6.8) \end{aligned}$$

動液圧は式(2.87)より、次式で与えられる。

$$\{\bar{p}\} = -[\bar{K}_L]^{-1}([\bar{S}_L]\{\ddot{\bar{u}}\} + \{\bar{f}_L\})\ddot{u}_g \quad (6.9)$$

ここで、

$$\{\bar{p}\} = [\{p_{(1)}\} \quad \{p_{(2)}\}]^T \quad (6.10)$$

であり、 $\{p_{(1)}\}$ は、液体領域 V_L における液体の動液圧ベクトルである。

式(6.8)の解法に、2.4.2項(4)で述べた、応答スペクトル法の一つであるSRSS法を用いる。絶対加速度の最大応答値は、式(2.94)より次式で得られる。

$$(\{\ddot{u}\} + \{\bar{e}\} \ddot{u}_g)_{max} = \sqrt{\sum_{c=1}^n (\{\phi_c\} \cdot \beta_c \cdot S_{Ac})^2} \quad (6.11)$$

ここで、 n は自由度総数、 $\{\phi_c\}$ 、 β_c はそれぞれ C 次の固有ベクトルと刺激係数であり、 S_{Ac} は C 次のバルジング固有周期と減衰比に対応する加速度応答スペクトルである。

一方、動液圧の最大応答値 $\{\bar{p}\}_{max}$ は、式(2.95)より次式で得られる。

$$\{\bar{p}\}_{max} = \sqrt{\sum_{c=1}^n ([\bar{K}_L]^{-1} [\bar{S}_L] \{\phi_c\} \cdot \beta_c \cdot (S_{Ac} - \ddot{u}_{gmax}))^2 + |[\bar{K}_L]^{-1} \{\bar{f}_L\} \ddot{u}_{gmax}|} \quad (6.12)$$

ここで、 \ddot{u}_{gmax} は \ddot{u}_g の最大値である。

6.2.2 応力解析

応力解析では、地震応答解析より得られた地震荷重を荷重条件に、微小変形の静弾性解析を行う。石油タンクでは、地震時のタンク本体の慣性力と比較し、内容液の慣性力である動液圧が極めて大きくなる。本システムでは、地震荷重としては動液圧のみを考慮する。通常時の静液圧と鉛直地震動の動液圧は、Fourier級数の次数 $m=0$ の軸対称荷重、水平地震動による動液圧は $m=1$ の非軸対称荷重である。解析方法としては、非軸対称荷重を受ける軸対称シェル要素⁽³⁾によるFEMで、内筒と外筒の側板および底板、補強リングを含む二重円筒タンク全体をモデル化し、基礎をばね要素でモデル化する。

第3章で述べた応力解析方法は、内筒側板あるいは外筒側板と底板との接合部の、隅肉溶接止端部の応力集中や塑性域

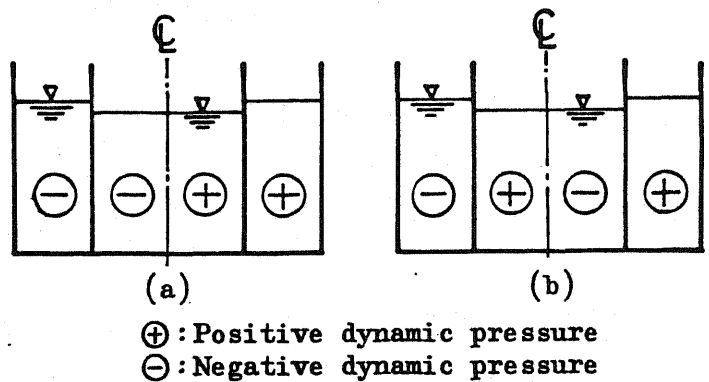


Fig.6.3 Load condition for horizontal excitation

の進展を、詳細に解析する方法であり、それは詳細設計時に実施される。本システムは、基本設計における効率化と設計時間の短縮を目的としており、第3章とは異なった方法を採用している。そして、その方法は、3.2節で述べたFEM-BEM結合解析における底板との接合部のBEM領域も、軸対称シェル要素のFEM領域に置き換えたものである。

SRSS法は、応答の最大値を評価する方法であり、その発生時刻あるいは動液圧が正圧か負圧かについては考慮されない。したがって、Fig.6.3, Fig.6.4にFig.6.1のケース3の場合について示すように、水平動では内筒側板をはさむ両側の液体領域の動液圧の符号が同じ場合と異なる場合、鉛直動では各液体領域の動液圧が正圧と負圧の場合を荷重条件として想定する必要がある。その場合、ケース3の解析条件では短周期地震時が8通り、鉛直動を考慮しない長周期地震時は2通りの荷重条件が想定される。また、ケース1とケース2では、それぞれ短周期地震時2通り、長周期地震時1通りの荷重条件があり、さらに、各解析条件に関し、地震荷重の作用しない通常時の荷重を考えると、合計19通りの荷重条件に対する応力解析が必要になる。

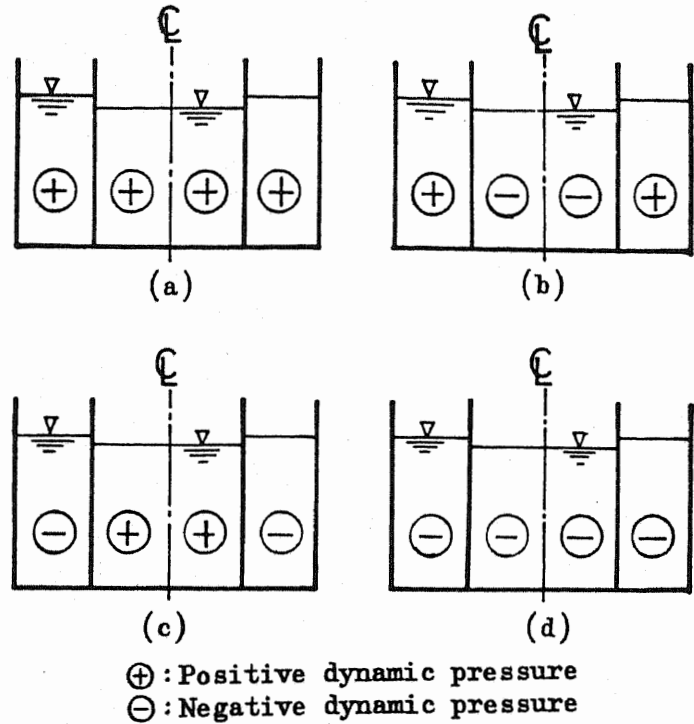


Fig.6.4 Load condition for vertical excitation

6.2.3 座屈解析

Fig.6.1のケース2に示す外槽のみに液体が存在する場合、内筒側板の外圧座屈の検討が必要になる。このような外圧に対し、座屈防止のため側板の板厚を増やすだけでは現実的でなく、補強リングを取付ける必要がある。本システムでは、座屈前変形に幾何学的非線形性を考慮した軸対称荷重の作用する軸対称シェルの、非軸対称モードの分岐座屈解析として、FEMで解析する。このとき、内筒側板とともに、補強リングも軸対称シェル要素でモデル化する。また、このFEM解析理論は、5.2節で述べている。

ここでのFEM解析は、軸対称荷重に対するものであり、非軸対称荷重である地震時の荷重に対しては、解析することができない。実際には、Fig.6.1のケース2の地震時

も、内筒側板に外圧は作用し、座屈解析が必要になる。しかし、6.1節で述べたように、石油タンクを規制する消防法では、地震時の座屈荷重の許容値を、通常時の1.5倍にとることができる。水平地震動による Fourier級数の次数 $m = 1$ の動液圧も、 $m = 0$ の軸対称荷重とみなし、第1章 Fig.1.6の三重円筒タンクの地震時の外圧分布を求めてみると、その動液圧を長周期地震時ではFig.2.19、短周期地震時はFig.2.39, 2.40に示すように、液面付近の側板上部を除いて通常時の1.5倍には達しない。また、側板上部では外圧の大きさそのものが小さいため、座屈荷重に大きく影響することはない。地震時の動液圧の大きさは、入力する地震動の大きさに依存するが、石油タンクの設計に通常用いられる入力地震では、座屈解析における支配的荷重にはなり得ない。したがって、本システムでは、通常時の静液圧による外圧のみの座屈解析を行う。

本システムでは、5.3節で述べた座屈モードのピークを利用して、補強リングの最少取付け個数の近似値を求める最適設計法とともに、補強リングの部材寸法およびその取付け位置を入力データとして与える、二種類の部材設定方法を採用している。5.3節での座屈モードのピークを利用する方法は、内筒側板の板厚が直径と比較し極めて小さくなる大形タンクに対して、有効な方法になる。一方、本システムで対象とする小形タンクでは、補強リングの取付け個数がそれほど多くはならないため、取付け位置を入力データとして与えた方が、計算時間を短縮できる場合もある。また、そのときの外圧荷重は、最高液面を想定した等価節点荷重の1/50を等価節点荷重増分として、本システムでは設定している。消防法での座屈に対する安全率は2.25であり⁽¹⁾、 $50 \times 2.25 = 113$ ステージまで座屈が発生しなければ、安全であるといえる。

6.3 システムの構成

本システム『SEDEC』の構成を、Fig.6.5に示す。本システムは、SEDEC-I, SL, BI, B, BG, SI, S, SG, ZI, Z, ZGの11個のプログラムから成り、MS-DOS上のバッチファイルで制御されている。言語として、SEDEC-I, SLはBASIC、他はFORTRANを使用し、各プログラム間の変数の受け渡しは、ファイルで行っている。また、2.2.2項(1)および2.3節に基づく長周期地震時の荷重算定はSEDEC-SL、2.4節の短周期地震時の荷重算定はSEDEC-Bでそれぞれ実行し、応力解析はSEDEC-S、座屈解析はSEDEC-Zで実行している。データの入力はSEDEC-Iにおいて、タンクの主要寸法、板厚、材料定数などを対話形式で行うだけで、FEM解析における要素分割や節点荷重データはSEDEC-BI, SI, ZIにおいて自動的に作成する。SEDEC-BG, SG, ZGは、グラフィック表示した各解析結果を、プリンタ上に自動的にハードコピーする。

本システムで使用する16 bitパーソナルコンピュータは、内部メモリ1 MBで、数値演

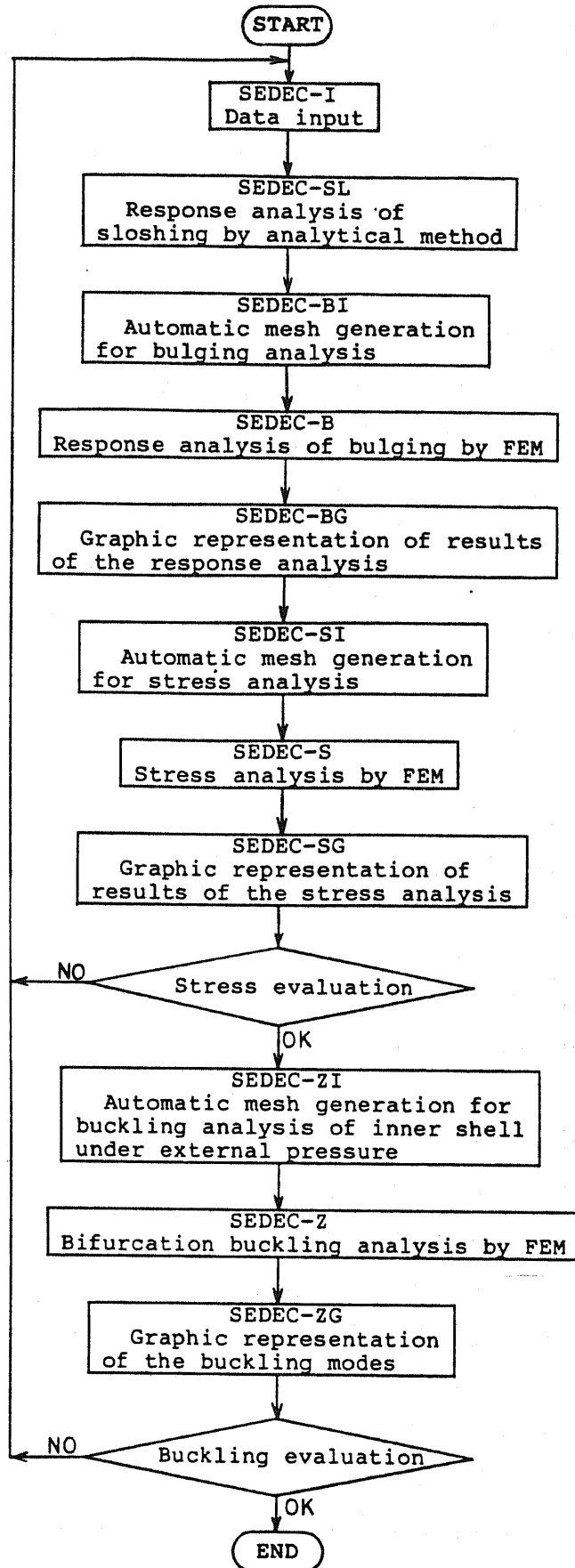


Fig.6.5 Flow of SEDEC

算コプロセッサを使用している。また、各プログラムは固定ディスクに格納し、ワークファイル用として、1MBのラムディスクを1台と1MBのフロッピーディスクを2台使用している。

本システムでは、以下に示す図形を、グラフィックディスプレイ上に表示する。

① SEDEC-SLが出力する図形

- ・長周期地震時の動液圧分布(Fig.6.9(c))

② SEDEC-BGが出力する図形

- ・短周期地震時の水平動に対する振動モード(Fig.6.7)
- ・短周期地震時の水平動に対する動液圧モード
- ・短周期地震時の鉛直動に対する振動モード(Fig.6.8)
- ・短周期地震時の鉛直動に対する動液圧モード
- ・短周期地震時の水平動に対する動液圧分布(Fig.6.9(a))
- ・短周期地震時の鉛直動に対する動液圧分布(Fig.6.9(b))

③ SEDEC-SGが出力する図形

- ・変形図(Fig.6.10)
- ・ $\theta = 0^\circ$ の中仕切板内面応力
- ・ $\theta = 0^\circ$ の中仕切板外面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の中仕切板内面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の中仕切板外面応力
- ・ $\theta = 0^\circ$ の側板内面応力
- ・ $\theta = 0^\circ$ の側板外面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の側板内面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の側板外面応力
- ・ $\theta = 0^\circ$ の中仕切板-底板接合部内面応力
- ・ $\theta = 0^\circ$ の中仕切板-底板接合部外面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の中仕切板-底板接合部内面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の中仕切板-底板接合部外面応力(Fig.6.11(a))
- ・ $\theta = 0^\circ$ の側板-底板接合部内面応力
- ・ $\theta = 0^\circ$ の側板-底板接合部外面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の側板-底板接合部内面応力
- ・ $\theta = 180^\circ$ の側板-底板接合部外面応力(Fig.6.11(b))

④ SEDEC-ZGが出力する図形

- ・ 座屈モード
- ・ 座屈前変形

6.4 適用例

6.4.1 解析例題

Fig.6.6 に示す内槽250kl、外槽750klの二重円筒タンクの解析を行う。本タンクは、内筒側板と外筒側板の直径がそれぞれ6mと12m、タンク高さが10m、液高は内・外槽とも8.84mである。地震動の最大加速度 $\ddot{u}_{ghmax}=300\text{ cm/s}^2$, $\ddot{u}_{gvmax}=150\text{ cm/s}^2$, 速度応答スペクトル $S_v=100\text{ cm/s}$ とする。また、応答解析でのSRS法において用いる加速度応答スペクトルは、Fig. 2.7の消防法の図を使用する。さらに、内筒側板の外圧座屈解析では、Fig.6.6

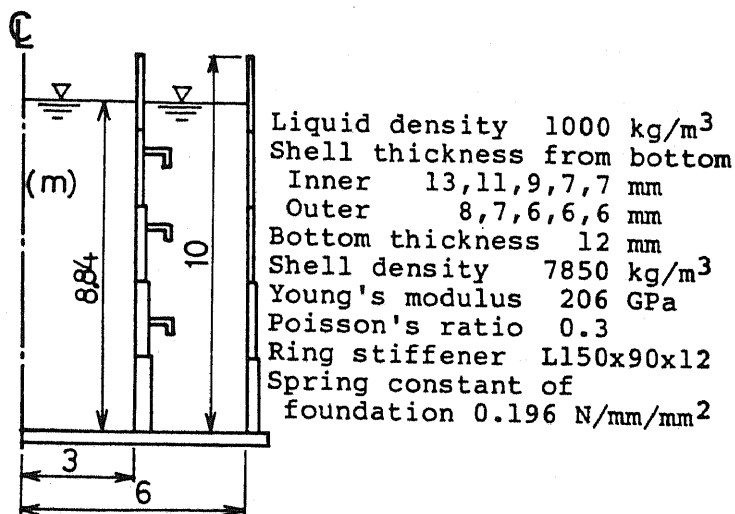


Fig.6.6 Example

に示した補強リングの部材とその取付け位置を、入力データとして与える方法を用いる。

6.4.2 地震荷重の算定結果

Fig.6.7, 6.8は短周期地震時のFEMによる固有値解析結果の振動モードである。要素分割は、半径方向6分割、鉛直方向10分割し、内筒側板に取付けられる補強リングの剛性は無視した。Fig.6.7, 6.8より、ケース2, 3とも、一次モードは内筒側板と外筒側板が逆相モードとなる。またFig.6.9は、短周期および長周期地震時の動液圧分布である。同図より、動液圧は長周期地震動より短周期地震動によるものの方が、大きくなることわかる。

6.4.3 応力解析・座屈解析結果

Fig.6.9 に示した動液圧分布と通常時の静液圧を用いて、6.2.2節 で述べた19通りの

荷重条件について、応力解析を行った。応力値が最も高くなるのは、Fig.6.1のケース3の短周期地震時で、水平動はFig.6.3(b)、鉛直動はFig.6.4(c)の組み合わせであった。このときの変形図をFig.6.10に示す。また、Fig.6.10のA, B部の外面(底板は下面)の応力をFig.6.11に示す。これより、外筒側板-底板接合部より内筒側板-底板接合部の方が、高い応力となっている。3.2.7項(3)の三重円筒タンクの地震時の弾性解析結果においても、内筒側板-底板接合部の応力が外筒側板-底板接合部より高くなっており、傾向は一致する。

本システムでは、応力解析結果の判定を迅速に行うため、Fig.6.11に示すような応力分布図とともに、内筒側板および外筒側板と底板との接合部の最大応力強さ(最大主応力と最小主応力との差)の表を作成している。Table 6.1は、Fig.6.10, 6.11と同一条件の場合のその表である。

Table 6.1 Maximum stress table on the same condition as Fig.6.10, 6.11 drawn by SEDEC

		最大応力強さ		許容応力 (kg/cm ²)
		0 度	180 度	
中仕切板-底板 接合部 応力	内槽底板	19.57	20.77	45.00
	外槽底板	20.84	24.69	45.00
側板-底板 接合部 応力	中仕切板	2.15	4.55	45.00
	外槽底板	5.70	8.35	45.00
	側板	8.99	10.95	45.00

一方、座屈解析では Fig.6.1のケース2の通常時で、第182 ステージに円周方向波数 $m=13$ の分岐座屈が発生した。第50ステージで通常時の荷重と等しくなるので、座屈に対する安全率は $182/50 \approx 3.64$ となる。

なお、本システムでの計算時間は、応答解析、応力解析、座屈解析が、それぞれ約1時間、4時間、12時間である。EWSなどを用いれば、計算時間の短縮が可能である。しかし16 bitパーソナルコンピュータが、現在広く普及しており、二重円筒石油タンクの耐震設計をパーソナルコンピュータにより実施できることを、本章の目的としている。

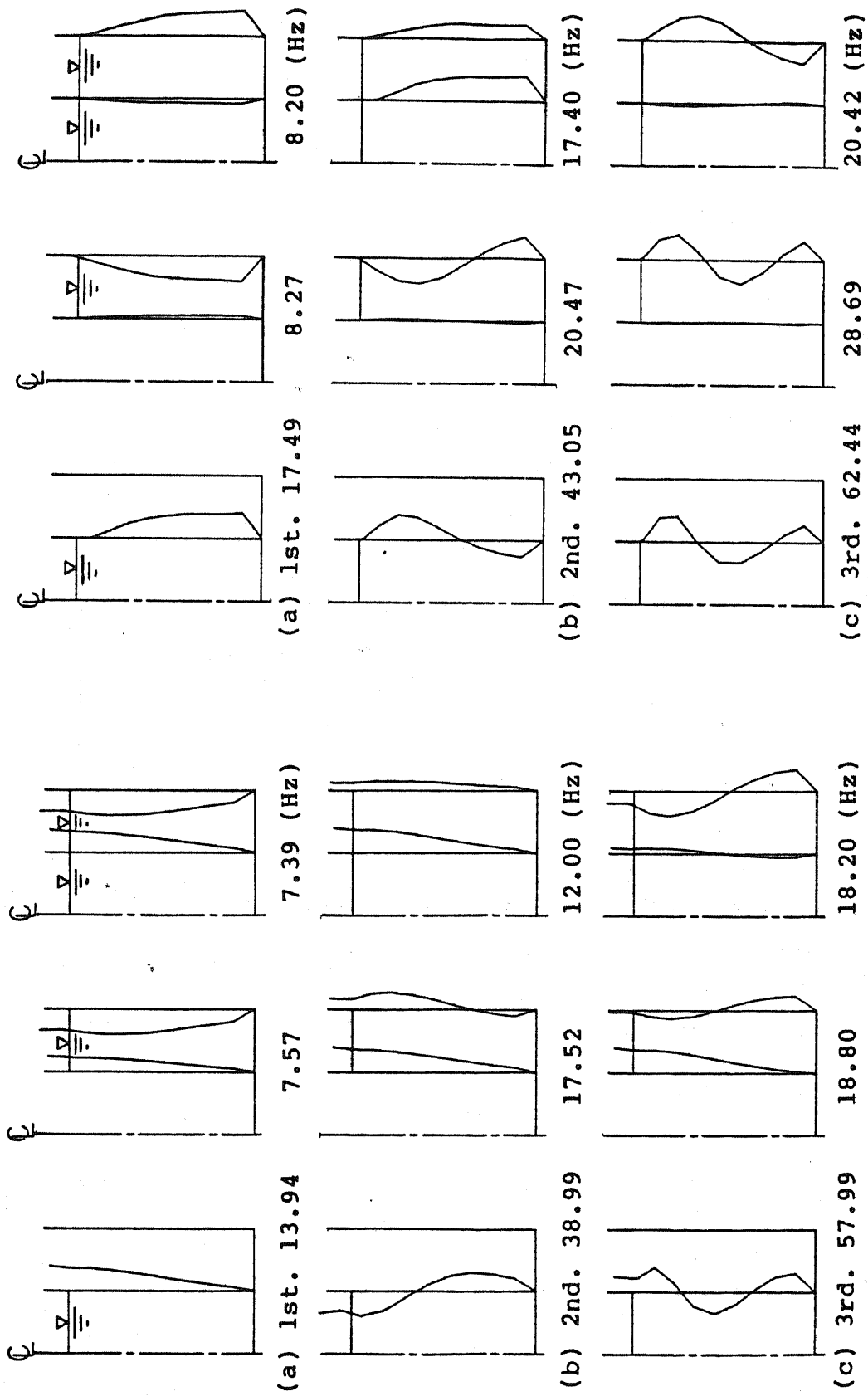
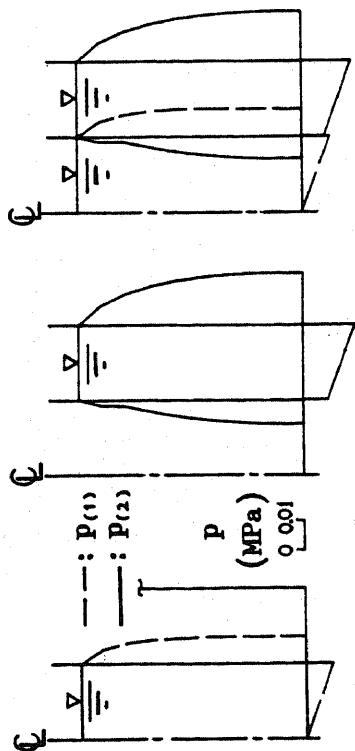
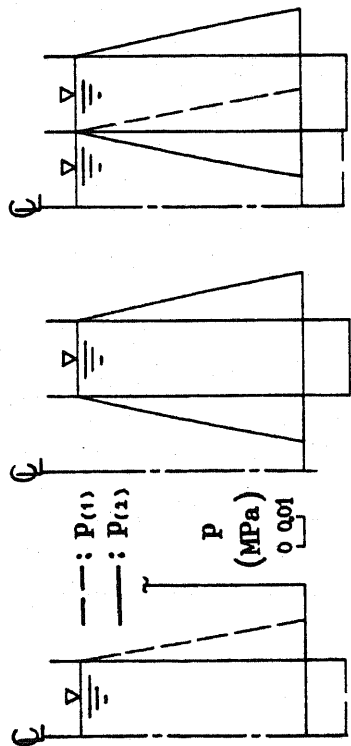


Fig.6.7 Vibration mode under horizontal excitation

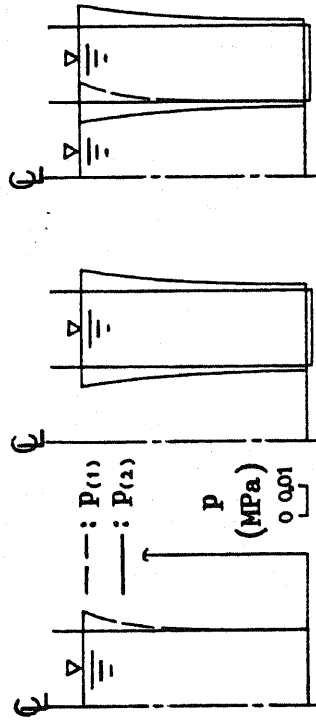
Fig.6.8 Vibration mode under vertical excitation



(a) Bulging motion under horizontal excitation



(b) Bulging motion under vertical excitation



(c) Sloshing motion

Fig.6.9 Dynamic pressure

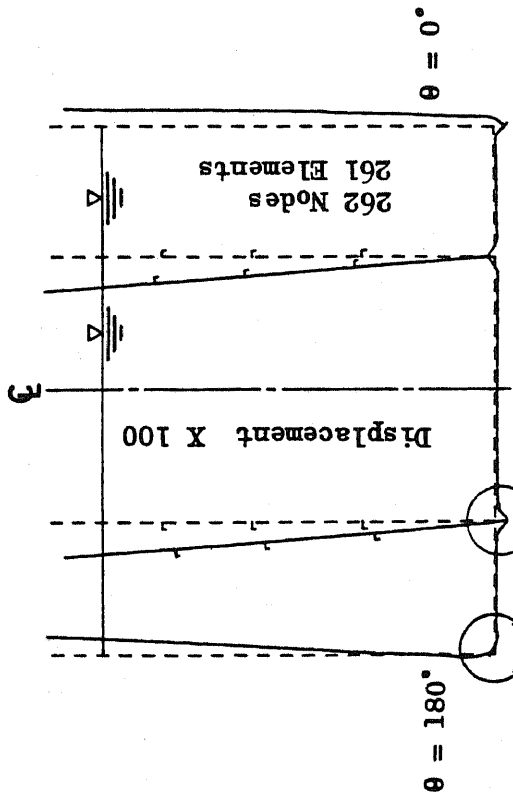
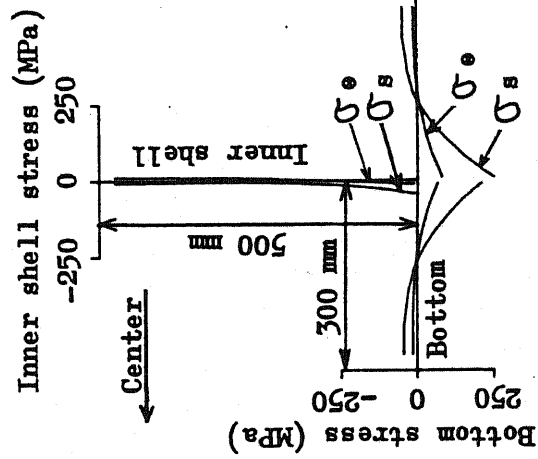
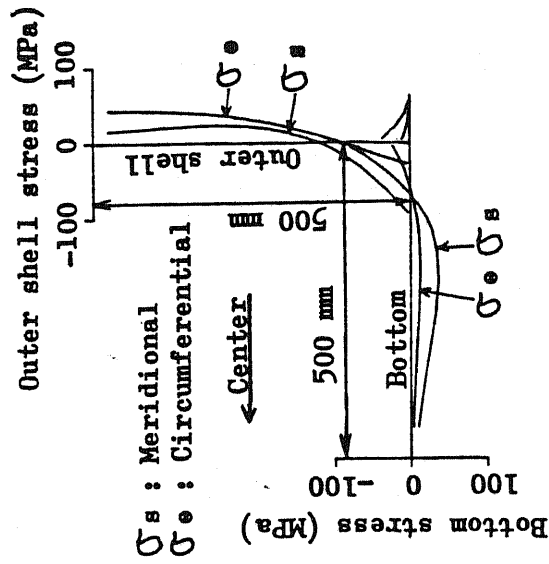


Fig.6.10 Deformation



(a) Inner shell-to-bottom joint ("A" in Fig.6.10)



(b) Outer shell-to-bottom joint ("B" in Fig.6.10)

Fig.6.11 Stress on outer surface

6.5 第6章まとめ

多重円筒タンクの主要部材を決定する基本設計において、耐震設計がその大部分を占めることになる。また、それは解析による設計(Design by Analysis)になる。一方、小形タンクでは二重円筒形が主流になるが、総建設コストがそれほど多くない、この小形二重円筒タンクの Design by Analysis は、設計費が大きな比重を占めることになる。

そのため、本章では二重円筒タンクの Design by Analysis による耐震設計において、地震応答解析、応力解析、座屈解析を、16 bitパーソナル・コンピュータを使用して統合化したシステム「SEDEC」を開発した。これにより、設計の効率化と設計時間の短縮が可能となった。本システムは、設計における必要な最小限のデータを入力することで、FEM解析におけるインプットデータも自動作成しており、データ作成ミスなどのヒューマンエラーも減少し、設計への信頼性も向上する。

また、本システムは対象を二重円筒タンクに限定しているが、FEM解析におけるインプットデータ作成を SEDEC-BI, SEDEC-SI, SEDEC-ZI によらず、あらかじめ準備することにより、多重円筒タンクへも容易に適用することができる。

第6章参考文献

- (1) 自治省；危険物の規制に関する技術上の基準の細目を定める告示，第4条の16の2，1983.
- (2) 危険物の規制に関する政令；第11条第1項第2号.
- (3) O.C.Zienkiewicz(吉識・山田監訳)；マトリックス有限要素法，培風館，1984，pp. 384-389.

第 7 章

結 論

第7章 結 論

本論文は、多重円筒タンクの構造設計における強度解析手法を開発したものである。以下に、各章で得られた結論に対する総括を行う。

第1章は『緒論』であり、全3節から成る。本章では、はじめに研究の目的を述べた。その中で、中仕切りタンクの必要性和、中仕切りタンクとしては多重円筒タンクが最も有力な内部分割形式であることを示した。そして、多重円筒タンクの構造設計において、通常の円筒形石油タンクに関する経験と知見の他に、新たに多重円筒タンク特有の特性に対する強度解析手法の開発が必要なことを指摘し、それらの項目を示した。次に、通常の円筒形石油タンクの強度解析手法の現状について述べ、それらの手法が多重円筒タンクの構造設計においても必要であることを述べた。そして、本論文の構成と本論文の内容の概説を行った。

第2章は『荷重評価』と題し、全5節から成る。本章では、石油タンクの構造設計において、考慮することが法規で定められている荷重の種類を説明し、その中で地震荷重の算定には地震応答解析の実施が必要であることを述べた。そして、通常の円筒タンクの規則による設計(Design by Rule)として確立している地震荷重算定式の根拠となった理論を、長周期地震動と短周期地震動について説明した。次に、その理論の前提になった仮定条件を、多重円筒タンクへも適用した場合の、地震荷重算定方法を開発した。長周期地震動による荷重算定では、速度ポテンシャル理論に基づく解析的方法により、固有周期、スロッシング波高、動液圧等の簡易評価式を導き、アニュラス部のスロッシング特性を明らかにした。また、短周期地震動による荷重算定では、有限要素法による液体-タンク連成地震応答解析プログラムを開発し、適用例を示した。その結果から、多重円筒タンクでは、高次モードも考慮する必要性が明らかになり、通常の円筒タンクで採用されている修正震度法の適用は合理的でないことを示した。

第3章は『応力解析』と題し、全4節から成る。本章では、内筒側板-底板接合部の応力解析のため、当接合部の隅肉溶接形状を詳細に考慮しタンク全体をモデル化する、有限要素-境界要素結合解析プログラムを開発し、通常時と第2章で得られた荷重を用いた地震時の弾性解析、および通常時の弾塑性解析を行った。弾性解析では、当接合部が通常の円筒タンクの側板-底板接合部と形状が異なることの、応力に及ぼす影響を明らかにし、さらに内筒側板の両側が満液のときの地震時の応力が極めて高くなることを示した。また、弾塑性解析では、液体の満液と空液の繰返しによる、当接合部隅肉溶接止端部の塑性域の進展が、通常の円筒タンクの側板-底板接合部とは異なる状態を示すことを明らかにした。

第4章は『破壊力学解析』と題し、全5節から成る。本章では、応力集中部に存在す

る表面き裂の強度評価のため、線形破壊力学に基づき、き裂の応力拡大係数を影響関数法によって解析する、パーソナル・コンピュータを用いた簡易強度評価システムを開発した。本システムにより、応力集中部である内筒側板－底板接合部の隅肉溶接止端部に存在する表面き裂の、安全性評価と疲労き裂進展解析を行った。その結果から、内筒側板では両側に液体領域が存在することが、当接合部の疲労寿命に大きな影響を与えることを明らかにした。

第5章は『座屈解析』と題し、全5節から成る。本章では、軸対称荷重を受ける軸対称シェルの分岐座屈解析のための有限要素法プログラムを開発し、外圧を受ける内筒側板と雨水滞留時の浮屋根の座屈解析を行った。内筒側板の外圧座屈解析では、補強円筒殻としてその板厚を設定したとき、座屈を生じさせないための補強リングの最少取付け個数の近似値を求める最適設計法を開発し、適用例を示した。また、雨水滞留時の浮屋根座屈解析では、雨水荷重の浮屋根変形依存性を考慮した荷重増分法を開発し、適用例を示した。その結果、アニュラス部の浮屋根は、通常の円筒タンクの浮屋根より座屈強度が高いことが明らかになった。

第6章は『設計システムの開発』と題し、全5節から成る。本章では、多重円筒タンクの基本設計において、耐震設計がその大部分を占め、それは解析による設計(Design by Analysis)になることを述べ、小形タンクでは設計費が総建設コストの中に大きな比重を占めることを説明した。そのため、小形タンクで主流になる二重円筒タンクの耐震設計において、地震応答解析、応力解析、座屈解析を統合化した設計システムを開発し、設計の効率化と設計時間の短縮を図った。

以上各章の結論を総括すると、本論文で開発した強度解析手法に基づき、従来検討が行われていなかった多重円筒タンクの強度に関する知見を与えることができた。また、これにより通常の円筒タンクと同レベルでの、多重円筒タンクの構造設計が可能になった。さらに、今後の課題として、多重円筒タンクの実用化に際し、確立すべき強度解析項目がいくつか残っている。それらを以下に挙げる。

- ① 有限振幅波理論に基づく非線形スロッシング応答解析
- ② 地震時の内筒・外筒側板－底板接合部の弾塑性解析
- ③ 内筒・外筒側板－底板接合部に存在する表面き裂の延性不安定破壊解析

以上は、通常の円筒タンクにおいても未だに確立されていない問題であるが、多重円筒タンクの安全性確保のため、これらの研究を継続する必要がある。

また、本論文で開発した強度解析手法を適用し、1990年岡山県倉敷市に、990kℓ 二重

円筒石油タンク(内槽タンク：330kl, 外槽タンク：660kl)が建設された。本タンクは、自治省消防庁の委託で危険物保安技術協会に設置された『中仕切を有する屋外貯蔵所の安全性に関する調査検討委員会』の、1988年7月の報告書に基づいて設計・施工を行ったものとして、第一号になった。また、1991年に自治省消防庁の委託で危険物保安技術協会に設置された『特殊構造の屋外タンク貯蔵所の安全性に関する調査検討委員会』では、100 kl～900 klの二重円筒タンク27種類の試算、および1992年の『複合構造の屋外タンク貯蔵所の安全性に関する調査検討委員会』では500 kl～900 klの三重円筒タンクの試算に本強度解析手法が使われた。

最後に、本強度解析手法に基づいて設計される多重円筒タンクの、施工上の留意事項を述べる。

① 内部貫通配管には可撓継手を設ける

Fig.7.1 に表されるように、内槽および中間槽タンクの内容液の受け入れと払い出しのための配管は、中間槽および外槽タンクの内部を貫通する構造となる。このとき、静液圧や動液圧による側板の変形が配管により拘束されるため、側板の配管取付け部には過大な荷重がかかることになる。このような拘束を防止するためには、配管がある程度伸縮すればよく、そのための配管部品である可撓継手(Flexible joint)を設ける必要がある。

② 内筒側板と屋根板とは溶接しない

何らかの原因でタンク内の可燃性ガスに引火し爆発が起きたとき、側板-底板接合部より先に側板-屋根板接合部を破壊に至らしめ、圧力を上部に放出する『放爆構造』であるためには、側板-屋根板接合部を溶接構造として気密性を保ちつつ、できる限り弱くする必要がある。そのため、Fig.7.1 に示すように内筒側板と屋根板とは溶接をすべきではない。

通常の間筒タンクに対しても、どれが『放爆構造』かの説明はなされておらず、多重円筒タンクではそれがさらに複雑になる。このような現状から、多重円筒タンクの側板-屋根板接合部の強度を、通常の間筒タンクと同程度にはする必要がある。

③ 基礎はできる限り剛に近いものとする

側板下端の鉛直方向変位が円周方向に沿って変化する、いわゆる円周方向不等沈下(Differential settlement)が生じると、側板上部の真円度が損なわれる。また、側板との接合部近傍の底板の鉛直方向変位が半径方向に沿って急激に変化する、いわゆる半径方向不等沈下(Edge settlement)が生じると、同接合部に過大な応力を生じる。このような不等沈下の原因は、主として基礎の強度の不均一性による。

通常の円筒タンクでは、ある程度の不等沈下は生じており、API Standard 653にその許容量が規定されている。しかし、多重円筒タンクの場合、通常の円筒タンクの側板-底板接合部に相当する外筒側板-底板接合部と、内筒側板-底板接合部とは応力状態が異なることを考えると、不等沈下は起こさせないようにする必要がある。そのため、基礎はできる限り剛に近いもの、すなわちコンクリートスラブ基礎あるいは杭基礎にする必要がある。

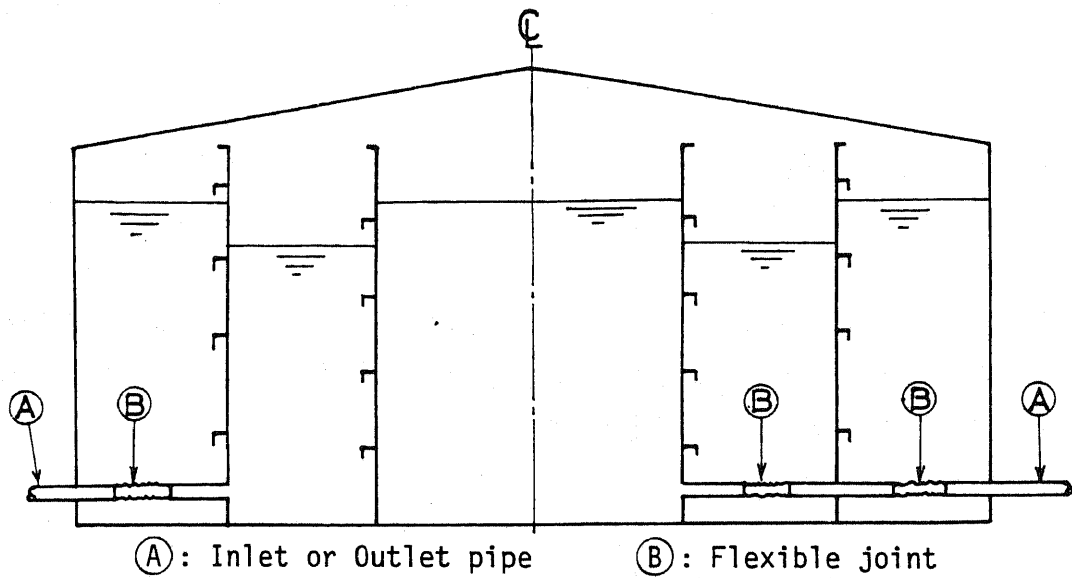


Fig.7.1 Multi-walled coaxial cylindrical tank

付録 I 部分溶込み溶接継手・ 内筒側板－底板接合部の強度

通常の間筒形石油タンクの側板と底板（あるいはアニュラ板）との溶接は、側板に開先をとらない隅肉溶接、あるいは側板の両側に開先をとる部分溶込み溶接であり、当接合部には未溶着部が存在する。当接合部の溶接を完全溶込みにすることは、以下の理由から行われていない⁽¹⁾。

- ① 溶接施工が難しい
- ② 溶接変形を増大させる
- ③ ラメラティアの危険性がある

一方、上記①～③の理由は多重円筒タンクにもあてはまり、外筒側板－底板接合部、内筒側板－底板接合部も、隅肉溶接あるいは部分溶込み溶接の方が、完全溶込み溶接より好ましいと考えられる。

隅肉溶接継手や部分溶込み溶接継手の強度については、佐藤ら⁽²⁾と中村ら⁽³⁾によって報告されているが、いずれも継手が引張りを受ける場合を扱ったものであり、石油タンクにそのまま適用することはできない。また、通常の間筒形石油タンクの側板－底板接合部については、征矢ら⁽⁴⁾が、実験とFEM解析を報告している。それによれば、隅肉溶接と完全溶込み溶接では、耐えうる限界の荷重に差はなく、また、隅肉溶接継手に存在する未溶着部の応力は小さいため、これが破壊に力学的影響を及ぼさないとしている。

ところで、第3章に示した応力解析結果は、未溶着部の存在を無視したものである。すなわち、完全溶込み溶接を仮定し、さらに溶接残留応力と溶接変形も無視し、溶接金属と母材の同一物性を仮定したものである。しかし、実際の施工では未溶着部が存在し、この未溶着部が溶接止端部の応力に与える影響を考察するため、これをモデル化した弾性応力解析を本付録では実施する。Fig.1.6の三重円筒タンクの内筒側板－底板および外筒側板－底板接合部の部分溶込み溶接を、Fig.I.1のように設定する。

ここでの応力解析方法は、第3章3.2.7項で行った軸対称有限要素－境界要素結合弾性解析と同一である。また、外筒側板－底板接合部は通常の間筒形石油タンクの側板－底板接合部に相当するため、既に多くの施工実績があり、その挙動も征矢ら⁽⁴⁾らの報告に示されていることから、ここでは内筒側板－底板接合部を対象とする。Fig.I.2はその境界要素領域の要素分割図であり、第3章のFig.3.12とは未溶着部のモデル化の有無のみが異なる。また、本付録では未溶着部の存在が溶接止端部の応力に与える影響を

解析するのが目的であるため、き裂先端と同様の未溶着部先端の応力特異性を表現できるようなモデルにはなっていない。

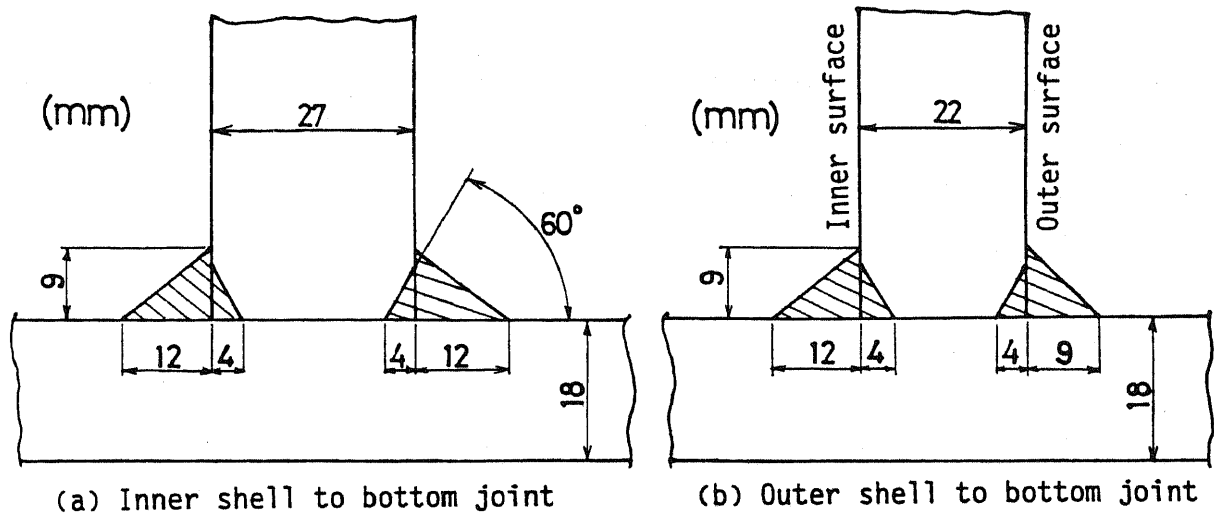


Fig. I.1 Groove welding with partial penetration

解析は、Table 3.4 に示した荷重条件 T_2-1 (中間槽満液、外槽空液)の通常時、荷重条件 T_2-2 (中間槽空液、外槽満液)の通常時、 T_2-3 (中間槽、外槽とも満液)の地震時について行う。荷重条件 T_2-3 の地震時の動液圧は、第3章における解析と同じく、第2章での地震応答解析結果であるFig.2.39(e)、Fig.2.40(e)を用いる。また、第3章と同様に、溶接残留応力、溶接変形は無視し、溶接金属と母材は同一物性値をもつものと仮定する。

解析の結果、Fig. I.2に示したB、C断面の下止端部の半径方向応力 σ_r の、部分溶込みと完全溶込み溶接の差異は、三荷重条件とも6%以内であり、未溶着部の影響はほとんどないといえる。ただし、完全溶込み溶接の場合の応力とは、Fig.3.15とFig.3.25に示した第3章での解析結果である。一方、上止端部を含むD断面では、B、C断面ほどの一致は見られない。Fig. I.3は、D断面におけるz方向応力 σ_z の分布を、部分溶込みと完全溶込み溶接の場合について表したものである。同図から応力は、部分溶込み溶接の方が、止端部で高く、板の中間部で低くなることわかる。

本付録の結論として、多重円筒タンクの内筒側板-底板接合部における部分溶込み溶接による未溶着部の存在は、下止端部の応力へは影響が少ないが、上止端部の応力を高めることがわかった。

付録 I 参考文献

- (1) 小倉；石油タンクの溶接設計，圧力技術，Vol.15, No.2, 1977, pp.64-69.
- (2) 佐藤・瀬尾・樋口・矢田貝；部分溶込み溶接継手の変形挙動と強度，溶接学会誌，Vol.42, No.4, 1973, pp.302-314.
- (3) 中村・福沢・矢田；すみ肉溶接継手の適正寸法に関する研究；石川島播磨技法，Vol.16, No.5, 1976, pp.513-521.
- (4) 征矢・三波・佐藤；円筒形 T 継手部の変形挙動と破壊，日本造船学会論文集，No.143, 1978, pp.283-293.

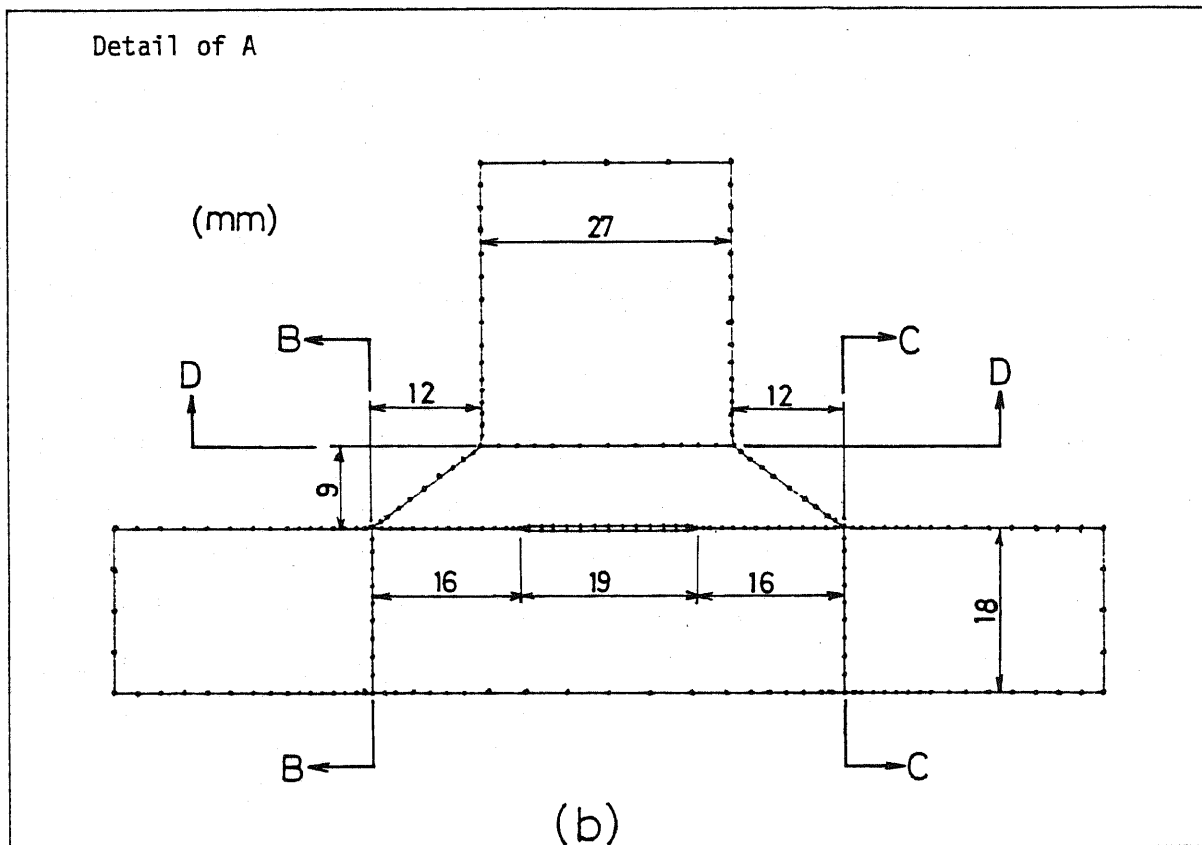
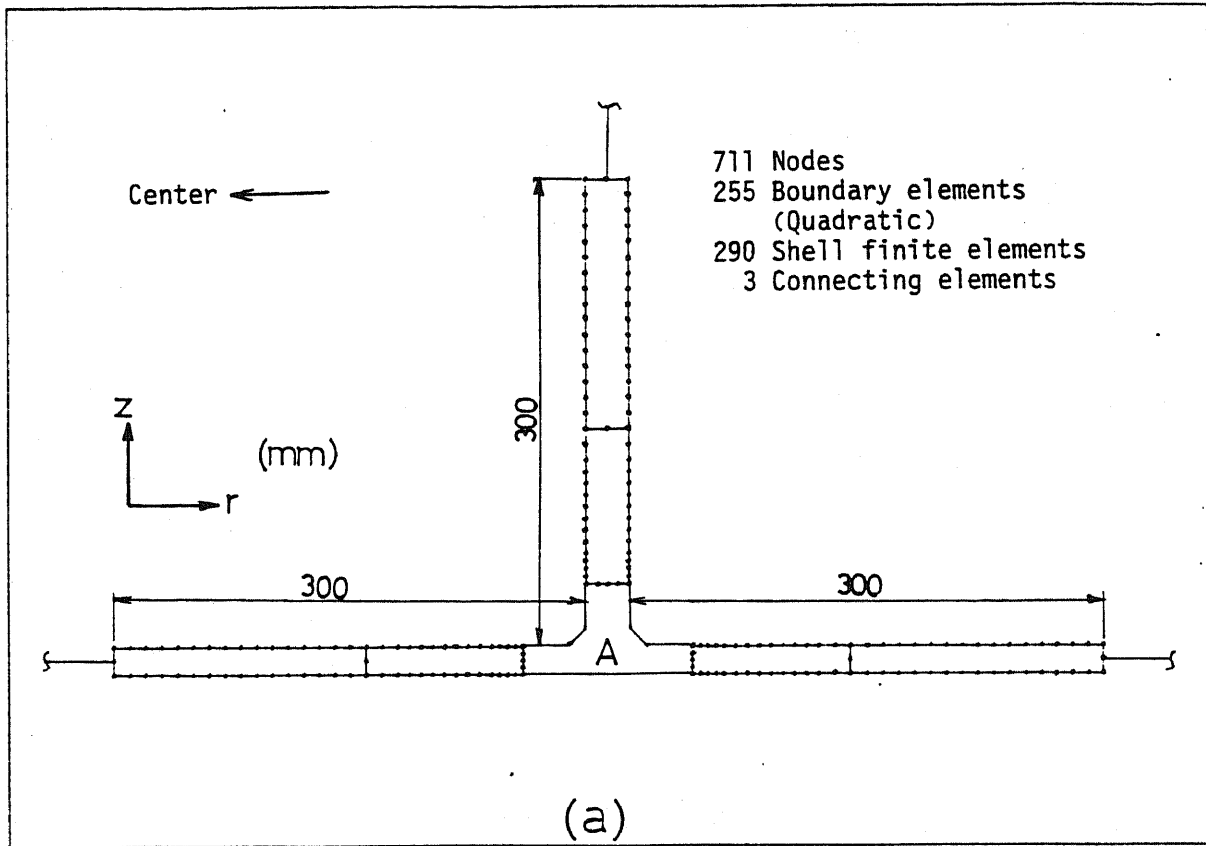
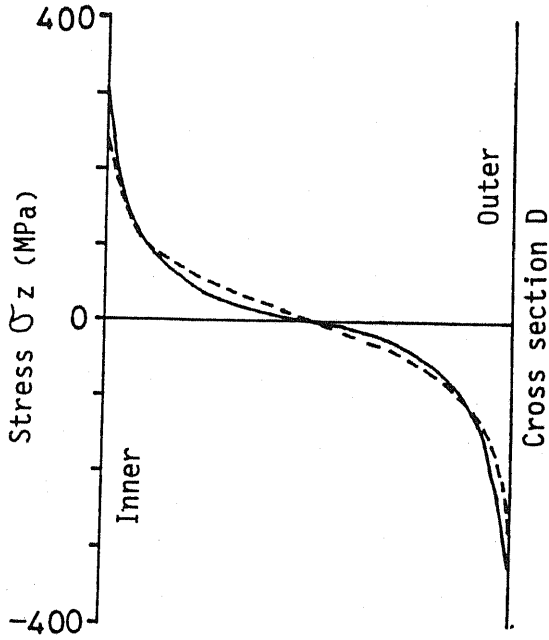
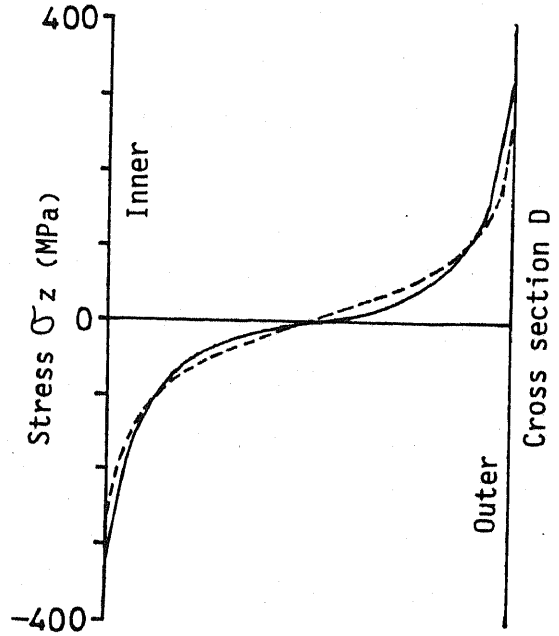


Fig. I .2 Mesh division of BEM domain for inner shell to bottom joint

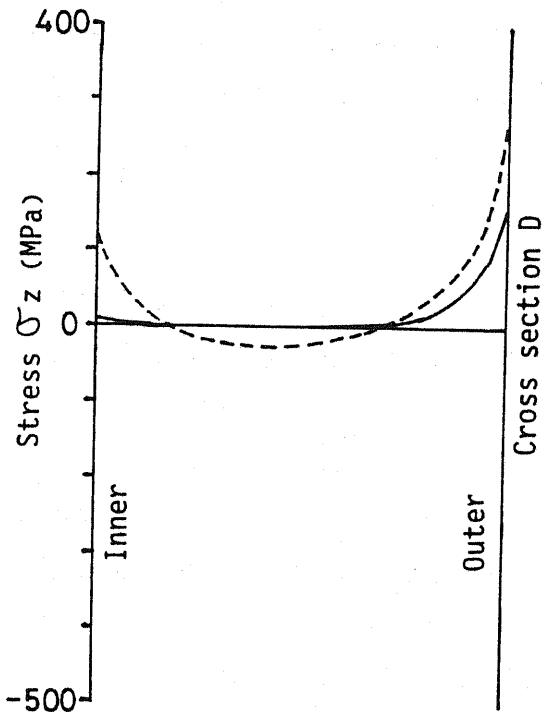
— : Groove welding with partial penetration
 - - - : Groove welding with complete penetration



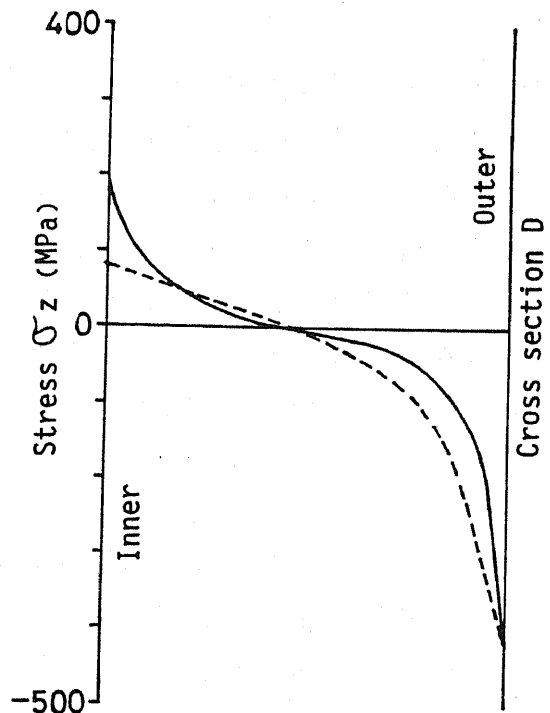
(a) Load condition T_2-1 under normal operating



(b) Load condition T_2-2 under normal operating



(c) Load condition T_2-3 under seismic loading ($\theta=0^\circ$)



(d) Load condition T_2-3 under seismic loading ($\theta=180^\circ$)

Fig. I .3 Stress σ_z distribution on cross section D

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、下記の多数の方々の御指導、御鞭撻、並びに御協力を賜ったことを銘記し、深く御礼申し上げます。

本研究は、1984年から始まる元東京大学工学部精密機械工学科 三好俊郎教授の御指導のもとに行われたものであり、終始適切な御助言と御激励を賜りました三好教授に深く感謝の意を表します。

本論文のとりまとめに際しては、横浜国立大学工学部生産工学科 白鳥正樹教授より終始適切な御助言と御激励を賜りました。また本論文の内容については、白鳥教授をはじめとして、横浜国立大学工学部生産工学科 柴田碧教授、横浜国立大学工学部建築学教室 青木博文教授、横浜国立大学工学部物質工学科 安藤柱教授、横浜国立大学工学部建設学科 角洋一教授、横浜国立大学工学部物質工学科 関根和喜助教授には、詳細な御討論と御助言を賜りました。これらの御好意に対して深く感謝いたします。

本研究に対し数多くの御支援と御協力を賜った、元東京大学工学部精密機械工学科 吉田有一郎講師（現東芝C A Eシステムズ(株)）、石油タンクの強度解析に関する貴重な御助言を賜った、千代田化工建設(株)建設技術部 河野和間部長、中仕切りタンクについての貴重な御討論を賜った、危険物保安技術協会業務企画部 関守秀課長代理、並びに(株)ジャパンエナジー知多製油所工務部 中川勝部長に、深く御礼申し上げます。

また、本研究の機会を与えていただいた、甲陽建設工業(株) 藤原豊代表取締役社長をはじめとする同社役員の方々、並びに本論文をまとめる機会を与えていただいた、構造解析部長 本澤三成取締役、深く御礼申し上げます。さらに、本研究に関連する一連の研究において御協力いただいた、森田建治技師長、斎藤雅之氏（現日本テクノアソシエイツ(株)）に、深く御礼申し上げます。

本研究の契機は、筆者が1976年同社入社時の上司であった、石渡正輝元常務取締役および坂本泰男部長代理に、石油タンクに関する数多くの興味ある強度解析の機会を与えていただいたことに負うことが多い。ここに、深く感謝申し上げます。

また、本研究の基礎となった有限要素法は、筆者の北海道大学大学院工学研究科修士課程機械工学第二専攻在籍中の研究テーマである。当時の恩師であり、また本研究を暖かく励ましていただいた、北海道大学 秦謹一名誉教授、北海道大学工学部機械工学第二学科 石川博將教授、室蘭工業大学工学部機械システム工学科 臺丸谷政志教授、北見工業大学工学部機械工学科 小林道明教授に、深く御礼申し上げます。

発表論文一覧

第2章 荷重評価

- (1) 吉田・斎藤・三好; 多重円筒タンクのスロッシング解析, 圧力技術, Vol.25, No.3, 1987, pp.137-143.
- (2) 吉田,三好; 多重円筒タンクの地震応答解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.53, No.492, 1987, pp.1670-1675.
- (3) 吉田・石川; 多重円筒型分割タンクの耐震設計, 配管技術, Vol.30, No.2, 1988, pp.92-99.
- (4) 吉田・三好; 多重円筒タンクの耐震設計, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.13, 1989, pp.431-436.
- (5) 吉田・三好; 鉛直地震動を受ける多重円筒タンクの応答解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.55, No.515, 1989, pp.1638-1643.
- (6) 吉田; 中仕切タンクの耐震設計の現状, 配管技術, Vol.32, No.1, 1990, pp.72-76.
- (7) S.Yoshida and T.Miyoshi; Seismic Response Analysis of Fluid-Coupled Multi-Walled Coaxial Cylindrical Tanks, Proceedings of International Conference on Computational Engineering Science, Melbourne, Australia, 1991, pp.1233-1236.
- (8) S.Yoshida and T.Miyoshi; Vibration Analysis of Fluid-Coupled Multi-Walled Coaxial Cylindrical Tanks, Proceedings of 11th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Tokyo, Japan, Vol.K, 1991, pp.541-546.

第3章 応力解析

- (1) 斎藤・吉田; タンク隅角部の有限要素法による弾塑性応力解析, 配管技術, Vol.27, No.1, 1985, pp.58-65.
- (2) 吉田・三好; 境界要素-有限要素結合法による平底円筒タンクの弾性解析, 境界要素法論文集, Vol.2, 1985, pp.107-112.
- (3) S.Yoshida and T.Miyoshi; Elastic Analysis of a Cylindrical Storage Tank by the Coupling Method of Boundary and Finite Elements, Proceedings of International Conference on Computational Mechanics, Tokyo, Japan, Vol.1, 1986, pp. II 103- II 108.
- (4) 吉田・三好; 境界要素法によるタンク応力解析, 配管技術, Vol.28, No.6, 1986, pp.89-94.
- (5) 吉田・斎藤・三好; 有限要素-境界要素結合法による軸対称弾塑性解析, 境界

要素法論文集, Vol.3, 1986, pp.185-190.

- (6) 斎藤・吉田・三好; 有限要素法による平底円筒タンクの弾塑性解析, 日本機械学会論文集(A編), Vol.53, No.486, 1987, pp.282-287.
- (7) 吉田・斎藤・三好; 有限要素-境界要素結合解法による平底円筒タンクの弾塑性解析, 圧力技術, Vol.25, No.1, 1987, pp.11-22.
- (8) 吉田・斎藤・三好; 非軸対称荷重を受ける軸対称弾性体の境界要素法解析, 境界要素法論文集, Vol.4, 1987, pp.55-59.

第4章 破壊力学解析

- (1) 吉田・斎藤・三好; 有限要素-境界要素結合解法と影響関数法による地震荷重を受ける平底円筒タンク表面き裂の応力拡大係数の解析, 日本機械学会論文集(A編), Vol.54, No.503, 1988, pp.1365-1370.
- (2) 吉田・三好; 球形タンク角変形部表面き裂の応力拡大係数の解析, 圧力技術, Vol.26, No.3, 1988, pp.122-137.
- (3) 吉田・三好; 表面き裂の強度評価システムの開発, 日本機械学会論文集(A編), Vol.55, No.513, 1989, pp.1210-1214.
- (4) S.Yoshida and T.Miyoshi; Stress Intensity Factor Analysis for Surface Cracks of a Cylindrical Storage Tank under Seismic Loading, ASME PVP, Advances in Fracture and Fatigue for the 1990's Vol. II Non-Linear Analysis and Applications, PVP-Vol.167, 1989, pp.129-134.
- (5) 吉田・森田; 貯槽の欠陥評価と寿命予測, 配管技術, Vol.31, No.10, 1989, pp.60-65.
- (6) 三好・吉田; 構造物の表面き裂解析, 機械の研究, Vol.43, No.1, 1991, pp.27-31.

第5章 座屈解析

- (1) 吉田; 浮屋根の有限要素法による幾何学的非線形応力解析, 配管技術, Vol.25, No.8, 1983, pp.51-57.
- (2) 吉田・三好; シングルデッキ型浮屋根の座屈解析, 日本機械学会論文集(A編), Vol.56, No.521, 1990, pp.33-38.
- (3) 吉田・三好; 多重円筒石油タンク内筒側板の外圧座屈解析, 日本機械学会論文集(A編), Vol.56, No.524, 1990, pp.937-942.
- (4) 吉田・三好・岡本; 雨水滞留時の石油タンク浮屋根の座屈解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.14, 1990, pp.137-142.

第 6 章 設計システムの開発

- (1) 吉田・三好；二重円筒石油タンクの耐震設計システムの開発，日本機械学会論文集(A編)，Vol.56，No.532，1990，pp.2601-2606.