

銚詰の打換法に関する解析的研究

平成13年3月

横浜国立大学附属図書館



11472753

徳之六 建

3725
1A
博士学位論文

缶詰の打検法に関する解析的研究
An Analytical Study on Tapping Inspection of a Can.

平成 16 年 3 月

指導教官 白鳥正樹教授

横浜国立大学大学院

工学府 システム統合工学専攻

機械システム工学コース

竹之内 健

横浜国立大学附属図書館



11472753

概要

本論文は、缶詰の安全保証技術として広く用いられている打検法について、検査機の性能向上ならびに缶体の打検適性の向上を図るために、その動作原理を解明し、改良手法を提案するものである。

打検法は、倒立させた缶詰の底部をたたいて、発する音の高低から漏洩や変敗による缶内圧異常を検知し、不良缶を排斥する缶詰検査法である。この検査法は缶詰産業の初期から用いられており、現在では缶詰飲料の高速充填工程に対応した自動打検機が国内の無炭酸飲料缶詰充填ラインのほぼ全てに設置され、缶詰食品の安全性を保証する重要な検査技術として機能している。しかし、打検機は缶詰充填工程の一部に組み込まれているため、限られた関係者にしかその存在が知られていない。また、打検法の技術開発は、従来の手動打検を充填工程の高速化に対応させるという発想の元で実践的に進められてきた経緯があり、実験的・運用的知見は多くあるものの、打検法の動作原理は十分には解明されていない。

近年、製造技術の進歩により缶体の薄肉軽量化が進化したために缶体の振動形態が複雑になり、打検法の検査精度に影響を及ぼしている。この問題の解決は、従来の経験的手法では困難であり、打検法の動作原理、および打検振動のメカニズムを解明することが求められている。また、缶体の打検適性評価は、現状では多くの工数と費用とがかかる試作缶体の実験的評価手法によるしかなく、最適缶体形状を効率的に抽出する手法を確立することが求められている。

本論文は、上記の問題点を解決して打検法の工業的な発展を支えるために行った工学的研究について報告する。論文は 6 章から構成され、各章の内容は以下の通りである。

第 1 章 緒言では、打検法の歴史、産業的位置付け、運用形態などについて概説し、解決すべき問題点を提示した。

第 2 章 打検法の周波数解析法では、打検法の周波数解析法として開発されたデータ拡張 FFT の周波数解析原理を考察し、動作性能の評価結果を示した。データ拡張 FFT は、観測した波形データの後ろに 0 値を付加し、見かけの観測時間を拡張して FFT を行う手法で、10ms 程度の短時間観測波形の周波数を 10Hz の精度で同定できる。本研究では、データ拡張 FFT が周波数系列の原点を移動させた複数の FFT 系列を交互に配置する手法であることを解明した。また、模擬波形による評価を行って、周波数同定能はこの手法により向上することと、振動モード分離検出能はデータ拡張前の FFT と変わらないことを示した。さらに、FFT の表示周波数列原点を移動させる効果を持つ複素窓関数と、これを用いた高速化アルゴリズムとを提案した。

第 3 章 圧力を受ける缶体の振動では、打検振動を一様な横荷重を受ける円板の

基底振動と捉え、板の大変形理論を適用して缶内圧と打検周波数の関係に対する理論解を導出した。さらにこの理論を応用して、水と空気とを含み内圧を受ける円筒容器に発生する共振現象を予想した。

第4章 打検振動の計算解析手法では、缶体の打検振動を表現する計算解析手法を提案した。打検振動は、内部に水と空気とを含み内圧を受ける薄肉シェル容器に衝撃荷重を加えて励起した自由振動と捉えられる。シェルの大変形および流体要素とシェル要素との音響－構造練成を同時に考慮した計算解析は難しく、本研究で用いたNastranなどの汎用計算解析ソフトウェアではいまだ取り扱うことができない。本研究では、大変形で生じるシェルの固有振動数変化を、変形状態シェル形状の採用とヤング率の補正とによって合わせ込み、流体要素を含むシェルが内圧を受けたときの振動状態を線型の音響－構造練成解析で表現する解析手法を提案した。この手法は、実際の打検振動で見られる共振現象を表現することができ、また、従来の手法では不可能な、容器内部の圧力振動挙動を観察することができる。さらにこの手法を用いて、打検振動における共振現象のメカニズムを探り、共振を抑制する方策について検討した。

第5章 統計的設計支援システムによる缶体形状の最適化では、計算解析を用いた缶体の効率的な設計手法を提案した。打検法による缶内圧検査は、多くの場合レトルト殺菌工程を経た後に行われる。そのため、打検缶体の設計においては、レトルト工程中の圧力により変形した缶体の打検特性を予測する必要がある。本研究では、レトルト殺菌工程に必要な耐圧と打検周波数感度とを両立させる最適形状を抽出するため、従来の試作缶体を用いた実試験評価手法に替えて、シェルの大変形を考慮した固有値解析を統計的設計支援システムに適用した最適化手法を提案した。この手法を用いて缶体の形状因子がレトルト打検適性に与える影響を解析し、2ピース缶体のレトルト打検適性を向上させる最適形状を抽出した。

第6章 結言では、各章で得られた研究結果を総括した。

本研究により、

- ・ 打検法の周波数解析原理の解明
- ・ 打検校正曲線の理論曲線の導出
- ・ 打検振動の計算解析手法の提案
- ・ 統計的設計支援システムによる缶体形状の最適設計手法の提案

などの結果が得られ、打検法の工業的発展に寄与する工学的成果が得られた。また、本研究の結果は、短時間波形の周波数解析、円板の大変形理論、内圧を受ける容器の音響－構造練成解析、最適化設計法に関する有用な知見を含み、学術的・産業的に広く応用できると考える。

Abstract

This thesis describes a study on tapping inspection method widely used as safety assurance technology of canned food, which intend to discover the principle of operation and propose the method for improving the performance of tapping inspection machine and the tapping inspection aptitude of a can body. Tapping inspection is a method to detect a change of can internal pressure, which is caused by leakage or spoilage, by detecting the change of the vibration frequency of can bottom. This inspection method has been used since the beginning of canned food industry. Today, tapping detectors are used in most high-speed filling lines of non carbonated drink can in Japan because it is recognized as an important inspection method for assurance of canned products. However, the tapping inspection is known by a narrow circle of experts because the tapping detector is built in one part of a filling line. As the technical development of this method has been carried out mainly in practical application, theoretical background of the tapping inspection has not sufficiently been explained. Improved manufacturing technology achieved a light weight can body, and accordingly, its vibration phenomenon became complicated, which causes the deterioration in the precision of a tapping inspection. It is difficult to solve this issue by conventional practical method, and analysis for a principle of a tapping inspection and mechanism of tapping vibration is required. Tapping inspection aptitude for a proposed design has long been evaluated by expensive experimental measurement, requiring trial manufactures. Therefore, it is required to develop an effective design technique to extract an optimum design.

In this thesis, a study to solve the issues mentioned above and solutions to support future development of tapping inspection are reported. This thesis consists of following 6 chapters.

Chapter 1 gives a general statement about the history, a position in the industry, and an operative procedure of the tapping inspection as an introduction, and presents the issues that should be solved.

Chapter 2 examines a principle of a Data Extended FFT (DE-FFT) developed as frequency analysis method of a tapping inspection, and evaluates its performance. The DE-FFT is a method to carry out FFT frequency analysis for an extended data by adding zero value after observed waveform data. It can identify peak frequency by 10Hz precision for a short time observation waveform of 10ms period. This study made clear that a DE-FFT is a technique to alternately allocate multiple FFTs in series, in which an

origin of frequency sequence was shifted. Furthermore, results of evaluation by simulation waveform led to the fact that a DE-FFT has a superior identification accuracy and vibrational mode separability equivalent of FFT whose data is not extended. Moreover, the Complex Window Function which has an effect to shift the origin of FFT spectrum is proposed, and the accelerating algorithm which applies this function is presented.

Chapter 3 derived a theoretical analysis that a change of natural frequency for fundamental vibration of circular plate under uniform transverse load corresponds to a relationship between can internal pressure and tapping frequency, with the large deflection theory. By expanding this theory, a resonance phenomenon which arises on pressurized cylindrical vessel containing air and water were predicted.

Chapter 4 proposed computational analysis technique to simulate tapping vibration of a can body. Tapping vibration can be regarded as a free vibration excited by impact load for pressurized thin shell vessel containing air and water. In case of using commercially available computational analysis software like Nastran, which was used in this study, an acoustic-structural coupled analysis of fluid element and shell element cannot examine a large deflection effect. In this study, an analysis technique to express vibration of a pressurized vessel containing fluid element with a linear acoustic-structural coupled analysis was proposed. This technique adjusted a natural frequency change of shell, which occurred from large deflection effect, with a combination of the adoption of distorted shell shape and the correction of Young's modulus. A method to control the resonance phenomena observed in tapping vibration, which can be expressed with this technique, was investigated.

Chapter 5 proposed an effective design method for a can body by a Statistical Design Support System. General tapping inspection method is carried out after retort sterilization process. Therefore, in a design of a can body, it is necessary to predict tapping frequency after retort sterilization process. In this study, the optimization method using the Statistical Design Support System combined with eigenvalue analyses considering large deflection was developed to extract optimum can bottom shape for the tapping inspection aptitude after retort sterilization process, which can be an alternative method of conventional experiment evaluation method with a trial manufacture. By applying this method, the influence of design factor to the tapping inspection aptitude after retort sterilization was investigated, and optimum can bottom shapes for improving performance of 2-piece can body were extracted.

Chapter 6 summarized results of research provided in each former chapter.

In a study reported by this thesis, the followings are conducted.

- analysis and evaluation of frequency analysis method for tapping inspection,
- theoretical analysis of vibration characteristics which corresponds to tapping inspection curve,
- formulation of a computational analysis method for tapping vibration of pressurized lightweight can body, and
- formulation of the optimum design method of can body shape by a Statistical Design Support System.

Accordingly, important technological findings which could contribute to engineering development of the tapping inspection were provided. In addition, results of this study, including valuable information regarding frequency analysis of a short time waveform, a large deflection theory of a circular plate, an acoustic-structural coupled analysis of pressurized vessel, and an optimization design method, can be extensively applied scientifically and industrially.

目次

第1章 緒言	1
1.1 缶詰の安全性保証技術	1
1.1.1 缶詰の歴史と現状	1
1.1.2 缶詰の形態と製造技術	2
1.1.3 缶詰の安全性保証技術	4
1.2 打検法	4
1.2.1 打検法の歴史	4
1.2.2 打検機のシステムと運用形態	6
1.2.3 打検法が適用される内容物	8
1.3 打検法の問題点	9
1.4 本論文の構成	12
参考文献	13
第2章 打検法の周波数解析法	15
2.1 はじめに	15
2.1.1 打検法の周波数解析法に求められる要件	15
2.1.2 スペクトル	16
2.1.3 周波数分解能の定義	17
2.2 データ拡張 FFT による周波数解析	18
2.2.1 FFT の計算原理	18
2.2.2 データ拡張 FFT の計算原理	20
2.2.3 1モード振動に対する動作特性	21
2.2.4 2モード振動に対する動作特性	23
2.2.5 データ拡張 FFT の周波数分解能	25
2.3 データ拡張 FFT の高速化アルゴリズム	26
2.3.1 データ拡張 FFT の動作速度とその問題点	26
2.3.2 FFT のアルゴリズムと処理速度	27
2.3.3 データ拡張 FFT のアルゴリズムと処理速度	30
2.3.4 復素窓関数	32
2.3.5 周波数解析範囲を限定する方法	36

2.3.6	組合せによる高速化.....	38
2.4	線型予測係数法による周波数解析.....	40
2.4.1	線型予測係数法.....	40
2.4.2	1モード振動に対する動作特性.....	41
2.4.3	2モード振動に対する動作特性.....	42
2.4.4	周波数解析法の性能比較.....	44
2.5	まとめ.....	46
	参考文献.....	47
第3章	圧力を受ける缶体の振動.....	49
3.1	はじめに.....	49
3.2	一様な横荷重を受ける円板の固有振動.....	50
3.2.1	薄板の大変形理論.....	50
3.2.2	振動方程式.....	51
3.2.3	固有振動数.....	54
3.2.4	たわみおよび振動モード形状の近似表式.....	55
3.2.5	固有振動数と荷重強度との関係.....	59
3.3	圧力を受ける円筒容器の固有振動.....	61
3.3.1	液体が上にのった円板の固有振動.....	61
3.3.2	圧力を受ける薄肉円筒シェルの固有振動数.....	63
3.4	まとめ.....	64
	参考文献.....	65
第4章	打検振動の計算解析手法.....	67
4.1	はじめに.....	67
4.2	初期内圧の影響を考慮した音響－構造練成解析.....	68
4.2.1	計算解析モデル.....	68
4.2.2	ハット型シェルの計算解析.....	69
4.2.3	音響－構造練成解析手法.....	71
4.2.4	計算解析による共振現象の表現.....	72
4.3	共振現象抑制策の検討.....	78
4.3.1	共振現象の特性.....	78

4.3.2 下面円板部の影響.....	79
4.3.3 側壁の厚みの影響.....	81
4.4 容器内部の圧力分布観察.....	84
4.5 まとめ.....	87
参考文献.....	87
第5章 統計的設計支援システムによる缶体形状の最適化.....	89
5.1 はじめに.....	89
5.2 2ピース缶底形状のレトルト打検適性最適化.....	89
5.2.1 レトルト打検適性.....	89
5.2.2 レトルト打検適性を評価する計算解析手法.....	91
5.2.3 SDSS による缶底形状の最適化.....	93
5.2.4 缶体の実試験評価.....	99
5.3 まとめ.....	100
参考文献.....	101
第6章 結言.....	103
付録A 線型予測係数法.....	107
付録B 均一な横荷重を受ける円板の固有振動数.....	113
B.1 構成方程式.....	113
B.2 基底振動モードの固有振動数と荷重強度の関係.....	115
B.3 境界条件に対する係数値.....	118
本論文を構成する公表論文.....	121
謝辞とあとがき.....	123

第1章

緒 言

第1章 緒言

1.1 缶詰の安全性保証技術

1.1.1 缶詰の歴史と現状¹⁾

缶詰は、ナポレオンの懸賞に応じて、1804年に Nicolas Appert が、容器に密封した後容器ごと殺菌する食品保存原理を発明したことに始まる。Appert は容器としてガラスビンを用いていたが、1810年に Peter Durand が金属容器、すなわち缶を用いることを発明した。以後200年にわたって製缶法・充填法・殺菌手法・缶用素材・生産工程などの開発が進められた結果、現在、缶詰は食品の安全で安価な貯蔵・流通・輸送手段として、全世界で広く用いられている。

日本では、1871年に缶詰製造が導入された。日本での缶詰生産は、長く魚介類、果実類などの食品缶詰が主体であったが、1960年代以降飲料缶詰の生産が拡大し、現在では缶詰生産量の95%以上を占めるまでになっている。

Fig. 1-1 は、2002年の日本の缶詰生産量を示している。缶詰は1年間に約360億缶製造されている。これは、全日本国民が1日1缶消費する数量に相当し、缶詰が現代の日常生活に重要な位置を占めることを表している。

1994年の小容量PETボトル使用解禁以来、近年はPETボトルの伸張が著しいが、金属缶はなお、紙容器と並んで、食品の主要な包装容器である。

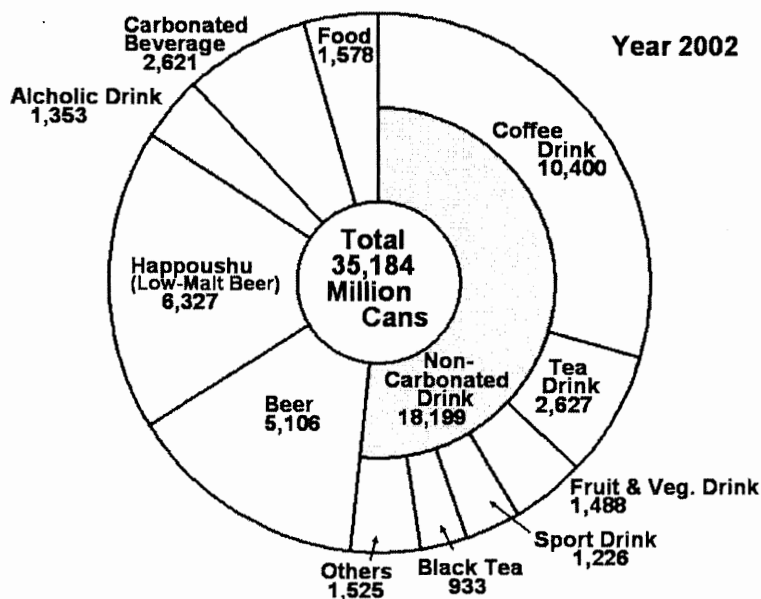


Fig.1-1 Japanese food and beverage can market

1.1.2 缶詰の形態と製造技術

缶体形状の観点から、缶詰は、上蓋、缶胴、底蓋から成る 3 ピース缶 (3-piece can) と、上蓋と有底缶胴からなる 2 ピース缶 (2-piece can) に大別される。Fig. 1-2 に 2 ピース缶と 3 ピース缶の外観を示す。

1960 年代まで、缶詰の主流はハンダ 3 ピース缶であった。その後、生産性向上とハンダの材料である錫の資源保護との観点から、ハンダ缶は接着缶と溶接缶とに置き換わっている。一方、2 ピース缶は、高度な成形加工技術が必要であるが、

- a) 比較的厚い原板から薄肉円筒を成形することによって、ハンドリングが困難な薄肉平板形状の取り扱いを回避できるため、薄肉軽量化に有利である
 - b) 接合部が少ないため、漏洩の危険性を低減できる
- という優位性があるため、加工技術の進展に伴い生産量が増大し、今では全体の 70%を占めるまでになっている。

2 ピース缶には、ADI 缶 (Aluminum Drawing and Ironing Can)、SDI 缶 (Steel Drawing and Ironing Can)、DR 缶 (Draw and Redraw Can)、インパクト缶、および、TULC と呼ばれる、ポリエステルフィルム両面被覆原板からストレッチドローアイアニング成形された缶体、などがある。現在では ADI 缶と TULC とが主に用いられている。

缶蓋材料にはスチールとアルミとが用いられる。飲料缶の缶蓋は、環境適性に配慮した、タブがとれない SOT (Stay On Tab) 蓋が主流となっており、飲み口の開けやすさとタブを取付けるリベットの加工性との観点から、ほとんどアルミ蓋が用いられている。

缶蓋と缶胴の接合、即ち缶詰の密封技術には二重巻締法が用いられる。二重巻締法は、毎分 2000 缶の生産速度を達成できる接合速度を有し、接合の信頼性に優れているため、金属缶の密封法として長年用いられている。

Fig. 1-1 にも示したように、金属缶は典型的な大量生産工業製品であり、製造原価に占める材料費の割合が非常に大きい。このために、缶体の薄肉軽量化はコストダウン

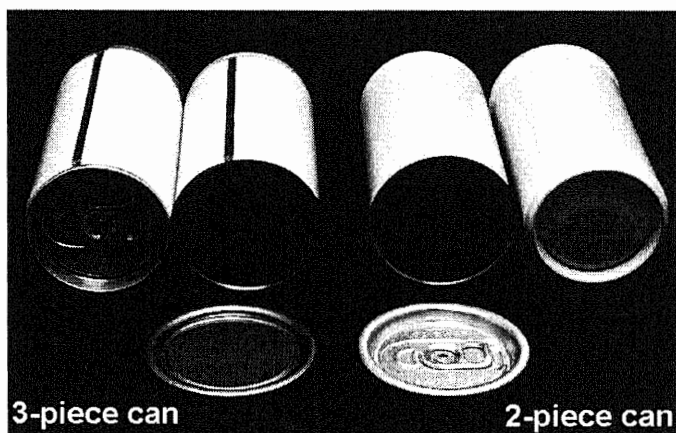


Fig. 1-2 Outlook of 2-piece can and 3-piece can

の主要な方策として常に求められている。さらに近年では資源保護および廃棄物削減の環境保護的観点からも、缶体の薄肉軽量化が求められるようになってきている。

缶体の薄肉軽量化を達成するには成形加工技術の改良と容器設計の改良とが必要である。特に近年では、成形加工技術が進化した結果、薄肉軽量化の限界は容器強度確保の観点から定められるようになってきている。

Fig.1-3 は本論文の対象となる打検対応 2 ピース缶における、薄肉軽量化の変遷を表している。この缶体は、原型が開発されてから 10 年足らずの間に 30%以上の薄肉軽量化が図られている。これらは成形加工技術の改良とともに、充填技術の改良により缶内圧強度基準を低減させることや、特殊なシェル形状を用いて容器の耐圧強度を向上させることにより達成されている。

このような薄肉軽量化缶体においては、容器素材の剛性に余裕度がなくなっており、缶体に要求される種々の強度基準をバランスよく満たすために、容器形状の設計が重要になってきている。

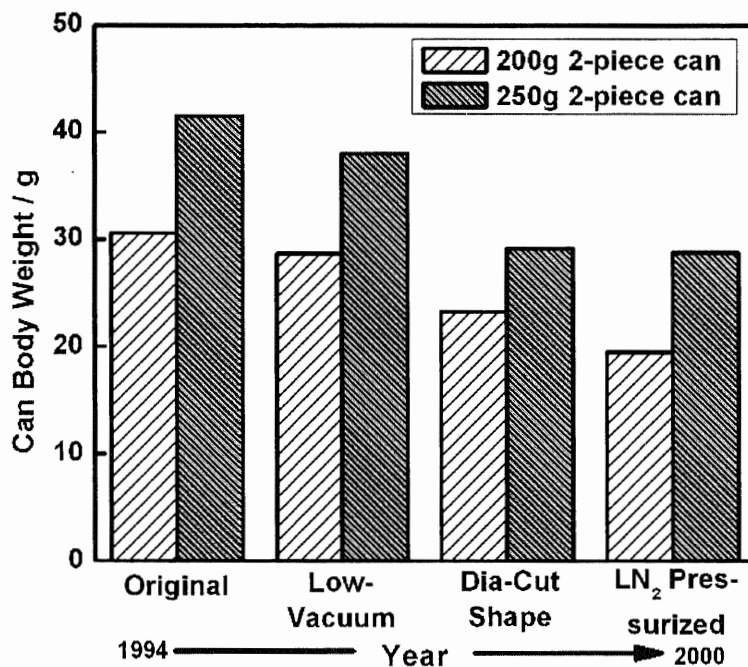


Fig. 1-3 Can body weight of 2-piece can for tapping inspection.

1.1.3 缶詰の安全性保証技術

缶詰の原理は、食品を容器に充填・密封した後に加熱殺菌することであり、缶詰の安全性は、適正な殺菌が行われていることと、密封性が保たれていることとによって保証される。これらを保証するための技術としては、レトルト殺菌法と缶内圧検査法とが組み合わされて用いられている。

レトルト殺菌法 (Retort Sterilization)は、圧力釜の中で加熱水と水蒸気とを用いて缶体を加熱殺菌する手法である。この方法は、加圧により水の沸点が上昇することを利用して高温殺菌を行う。加熱温度および加熱時間は、殺菌対象とする菌の種類、および被殺菌容器形状などによって決まるが、現在では 120～130℃の温度で殺菌を行うことが多い。

缶内圧検査法は、缶詰が正常な圧力範囲にあることを非破壊で検査する方法である。通常、缶詰は大気圧に対して陰圧あるいは陽圧状態にあり、缶内圧は一定の圧力範囲に分布する。缶詰に漏洩あるいは微生物増殖による変敗が起こっている場合、缶内圧は正常圧力範囲からのずれを示す。缶内圧検査法は、この圧力変動を検知して不良缶を検出・排斥する手法である。缶内圧検査の具体的な手法としては、本研究の主題である打検法が古くから使われている。また、通常の陽圧缶に対しては打検法が適用できないため、缶胴側壁部を押圧して反力により缶内圧を検知する、接触式反圧検査法が用いられている²⁾。またこの他にも、容器のふくらみを光学的に検知する方法などもあるが、要求される缶内圧分解能や安定性が十分に得られないため、上記の打検法や接触式反圧検査法を補完する手法としてしか用いられてない。

1.2 打検法

1.2.1 打検法の歴史

打検法 (Tapping Inspection) は、缶体をたたいて発する音から缶詰内部の圧力を検知する、缶詰の安全性検査法である²⁾。

金属缶体は内部を目視観察することができないので、音で内部状態を検知する打検法が古くから用いられてきた。初期の打検は、打検士が打検棒で缶体をたたき、耳で音を聞いて正常品と不良品とを判別する手動打検方式が用いられていた。打検棒の外観を Fig. 1-4 に示す。当時は缶詰の不良率が高かったので、輸出缶詰に対する品質検査が義務付けられており、手動打検はその中心的役割を担っていた。しかし、飲料缶詰の製造が毎分 1000 缶を超えるような高速・大量生産に移行するにつれ、手動打検では処理速度が追いつきにくくなってきた。このため、1970 年代に、高速で安定した



Fig. 1-4 Tapping inspection stick

検査を行える、打検機の開発が行われた。

打検機 (Tapping Detector) は、後述するように、電磁パルスで倒立した缶の底部に振動を励起し、発した音の周波数を解析して、あらかじめ求めてある打検較正曲線から缶内圧を推定して、規格外の不良缶を排斥する装置である。手動打検と打検機の間には、缶体を直接たたく接触式検査法と電磁パルスで励振する非接触検査法との大きな違いがあり、この意味で「打」検機」という呼称は実体とは異なっているが、上に述べた歴史的背景から、現在においてもこの呼び方が、関係者の間では広く使われている。

打検機の要素技術の中で、缶体から発する音の周波数解析方法は時代とともに大きく変化してきた。初期の装置はバンドパスフィルターを配置したアナログ式周波数解

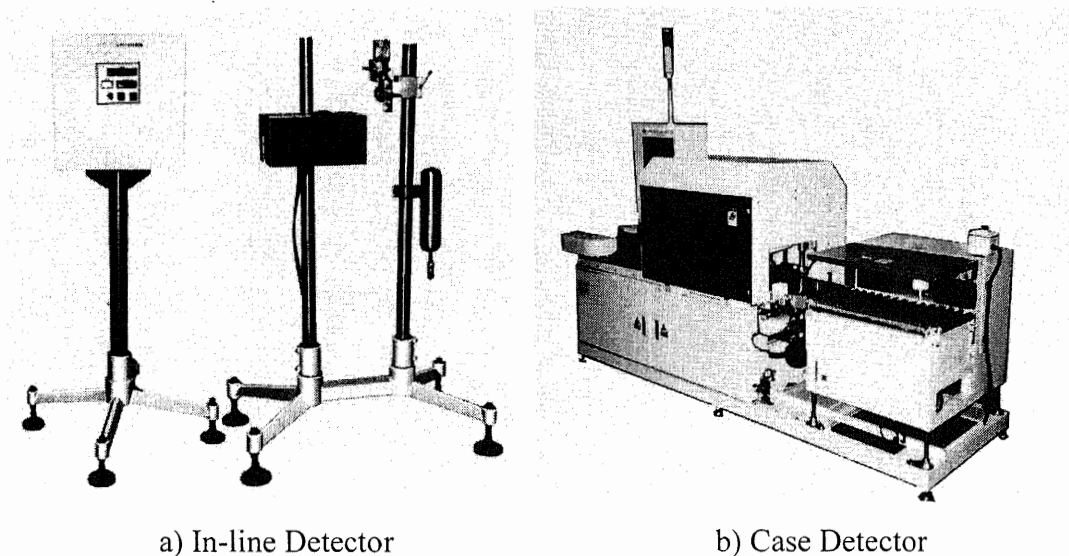


Fig. 1-5 Tapping detector

析方法を採用していた。しかし、機器が複雑になることと、十分な周波数分解能が得られなかったため、当時のデジタル技術の急激な進展を背景に、測定した波形をデジタル変換して数値演算により周波数解析を行う、デジタル式周波数解析法に移行していった。1977年に開発・実用化された、初期のデジタル化装置は、自己相関に基づいた周波数解析法を採用していた。その後、1991年に、後述するデータ拡張FFTに基づく周波数解析を行う装置が開発・実用化され、現在までこの方式が用いられている。Fig. 1-5に打検機の概観を示す³⁾。

なお、自動打検が普及したこと、缶詰の製造品質が向上して検査の重要性が薄らいだことや缶詰の輸出自体が減少したことなどから手動打検の需要は減少し、今ではごく一部の輸出・輸入検査で実施されているに過ぎない。

1.2.2 打検機のシステムと運用形態

打検機のシステム構成の概念図を Fig. 1-6 に示す。打検機は、缶底に振動を与える電磁コイルと集音マイクとで構成される打検ヘッド、周波数解析や不良判定などを行う演算部、および不良缶体排出機構から構成される。

打検法で検査する缶体は、底部に円板部が設けてあり、打検を行うときには缶底円板部が上を向くように缶詰を倒立させる。コンベヤで運ばれてきた缶詰が打検ヘッドの

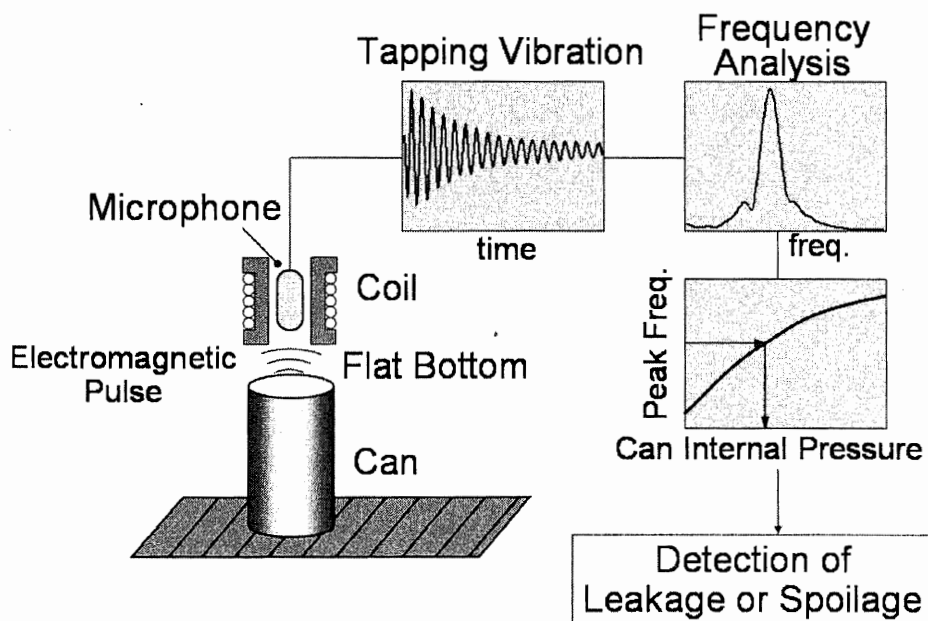


Fig. 1-6 Schematic diagram of tapping inspection system.

下を通過するとき、コイルにパルス電流を引加して電磁パルスを発生させ、缶底円板部に振動を励起させる。マイクロホンで集音した缶底円板部の振動音を、A/D 変換して振動波形データを生成し、この波形データを周波数解析して振動周波数を求め、あらかじめ測定してある打検校正曲線 (Tapping Calibration Curve)、すなわち缶内圧と周波数との関係から缶内圧を検知する。

打検機には、飲料製造ラインの最後尾、カートン詰工程の前で検査する、インライン打検機と、カートンの上から検査を行うケース打検機とがあるが、基本的な装置構成は同じである。ケース打検機では、カートン内に入った複数個の缶詰を検査するために、打検ヘッドを複数配置した構造となっている。インライン打検では主に製造工程に起因する漏洩不良を検知するのに対して、ケース打検では主に変敗による圧力変動を検知する。

打検を行う無炭酸飲料缶詰の典型的な充填工程の概観を Fig. 1-7 に示す。飲料内容物はフィルターで缶体に充填され、直後に巻締機で缶蓋と巻締密封される。窒素充填陽圧化を行う場合には、巻締機の直前に設けられた液体窒素充填機によって液体窒素を封入する。巻締められた缶詰はバスケットに集載され、レトルト釜によってレトルト殺菌処理が行われる。レトルト処理終了後、缶詰はバスケットから再びコンベヤに移されて搬送され、インライン打検機で打検を行った後ケース詰めされ、倉庫に保管されて適宜出荷される。ケース打検は、ケース詰めされた製品を出荷倉庫とは別に 5 日程度経時保管してから検査する。

ケース打検は、かつては製造数の全数に対して行っていたが、飲料充填ラインの衛生管理技術が向上して変敗事故がほとんど発生しなくなったことから、保管倉庫費用と出荷までのリードタイムを節約するため、現在では 3%程度の一部抜き取り検査に切

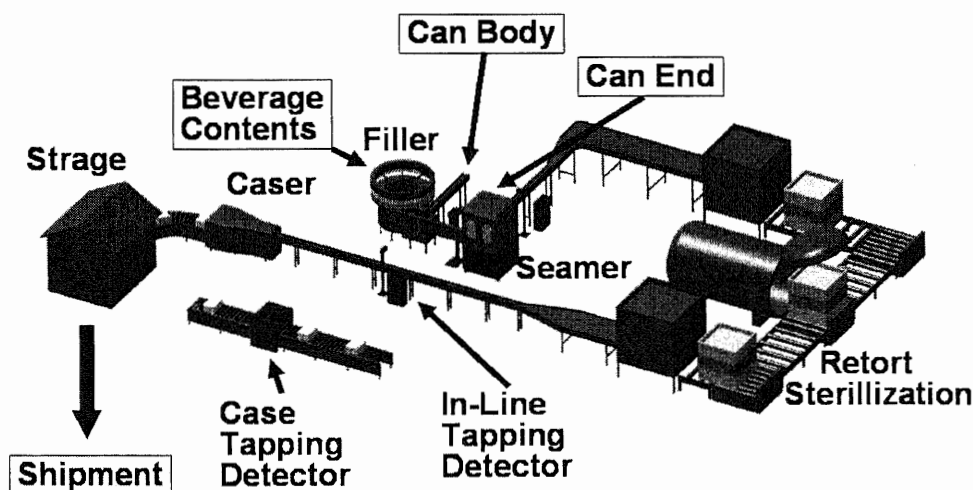


Fig. 1-7 Manufacturing process of canned beverage.

り替わっている。しかし、安全管理上のチェックポイントをはずすことには慎重な姿勢がとられ、これらの高度に衛生的な充填ラインにおいてもケース打検に対する重要性の認識は変わらない。また、ケース打検はカートン詰めされた缶詰に対する非破壊検査であるという利点がある。一旦市場で変敗事故が発見された場合、対象ロットを回収して良品と不良品とを選別するが、ケース打検は回収したカートン詰め缶詰をカートンを開けずに選別できるので効率が高く、これら選別作業に活用されている。

現在、インライン打検機の稼働台数は約 400 台で、国内の陰圧缶充填ラインのほぼ全てで使われていると推定される。また、ケース打検機も約 120 台稼働しており、国内のほぼ全ての充填業者が保有して検査に用いていると考えられる。

打検装置を製造しているのは、著者の所属する東洋製罐、同じく国内の製缶業者である大和製罐、そして米国のベンソス社の 3 社であり、マーケットシェアは、東洋製罐が 70%、大和製罐が 20%、ベンソス社が 10%と推定される。一方、打検装置を購入するのは、国内の缶詰充填業者であり、その数は数十社程度である。このため、打検技術は限られた業界関係者にしか知られていない。

1.2.3 打検法が適用される内容物

飲料缶詰の内容物の分類を Table 1-1 に示す。

缶内圧の観点から、缶詰は陰圧缶 (Vacuum Can) と陽圧缶 (Pressurized Can) とに分類される。陽圧缶には、内容物に炭酸を含む炭酸飲料缶と、微量の液体窒素を密

Table 1-1 Classification of canned beverage.

		Vacuum Can	Pressurized Can
Alcoholic drink		Japanese Sake	Beer Spirit and soda "Chu-High" Japanese Sake (LN ₂)
Carbonated drink		—	Cola, Cider
Non-carbonated drink	Acid drink	Fruit drink Sport drink	Fruit drink (LN ₂) Sport drink (LN ₂)
	Low acid drink	Tea drink Black coffee	Tea drink (LN ₂) Black coffee (LN ₂)
	Low acid drink with milk	Milk coffee Milk tea	Milk coffee (LN ₂)

封直前の缶内に滴下封入し、気化により発生する圧力により陽圧化する、液体窒素充填法 (Liquid Nitrogen Injection; LN₂ Injection) による窒素充填陽圧缶とがある。元来、缶詰飲料は、殺菌のためと粘度を下げて充填しやすくするため、多くの場合 65℃～95℃の高温で充填・密封される。そのため、室温では内容物とヘッドスペースの気体とが収縮して陰圧缶となるのが通例であった。しかしながら、陰圧缶では缶が内側に凹まないように缶体強度が要求されるのに対して、缶内圧が陽圧の場合、容器強度の一部を内圧が担持するので、缶体自身の強度を低減することができ、大幅な薄肉軽量化が実現できる。このため、市場からの要求に応じて、まず炭酸飲料陽圧缶が、そして窒素充填陽圧缶が開発されてきた。現在、日本における陽圧缶化率は 60%程度となっている。

一方、微生物学的観点からは、飲料は酒精飲料・炭酸飲料・無炭酸飲料の3種類に分類され、無炭酸飲料はさらに、酸性飲料・低酸性飲料・ミルク入り低酸性飲料の3種類に分類される。容器内での微生物(カビ・酵母・細菌)の繁殖による変敗危険性は、Table 1-1 の下にいくほど高くなる。酒精飲料・炭酸飲料・酸性飲料は、アルコール分や酸性度の点からこれら微生物が生育する環境になく、変敗危険性は低い。また、低酸性飲料は、繁殖の栄養源がなく、やはり変敗危険性は低い。これに対して、ミルク入り低酸性飲料は、微生物にとって栄養分が豊富にあり繁殖に適した環境であるため変敗危険性が高く、十分な製造管理が必要である。

このような微生物学的観点から、日本缶詰協会では、ミルク入り低酸性飲料の製造にあたっては安全性を保障するためにレトルト殺菌処理と全数変敗検査とを行うことを規定している。変敗検査を行うには、初期缶内圧のばらつきが十分小さいこと(規定缶内圧に対して±10kPa)が必要だが、LN₂ 充填陽圧缶の初期缶内圧精度は±30kPa程度で十分な検査を行うことができないため、ミルク入り低酸性飲料の陽圧缶化は規制されてきた。近年、著者らは、LN₂ をミスト状に噴霧することにより缶内圧精度を陰圧缶と同等の±10kPa に向上させて打検法の適用を可能とするミスト充填技術を開発し、ミルク入り低酸性飲料の LN₂ 陽圧缶が実現した⁴⁾。

なお、ミルク入り低酸性飲料に関するこれらの規制は日本缶詰協会の内部規約によるものである。協会に加盟していない一部の国内メーカー、および海外の食品メーカーが、この規制に関わらず、ミルク入り低酸性飲料の LN₂ 陽圧缶を無検査で製造・出荷している事例もある。

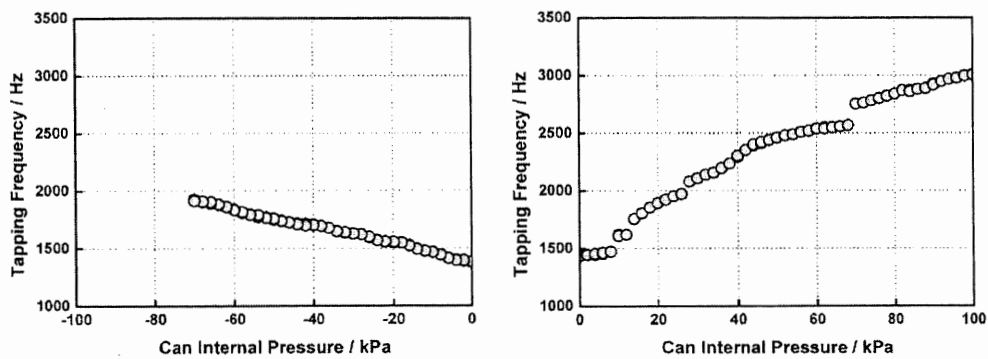
1.3 打検法の問題点

打検対応缶体が 2 ピース缶となり、さらに缶体の薄肉軽量化が進むにつれて、缶体の振動形態が複雑になり、従来の陰圧 3 ピース缶では見られない問題が起こってきた。

Fig. 1-8a) に陰圧 3 ピース缶、Fig. 1-8b) に陽圧 2 ピース缶の、典型的な打検較正曲線を示す。陰圧 3 ピース缶は缶内圧が下がる(陰圧度が高くなる)につれて打検周波数が増加する傾向を示し、陽圧 2 ピース缶は缶内圧が上がるにつれて打検周波数が増加する傾向を示す。

Fig. 1-8b)で見られるように、陽圧 2 ピース缶では打検較正曲線に不連続点が見られる。この打検較正曲線の不連続性は、打検周波数から缶内圧を推定する過程に影響して、検査精度を低下させる問題を引き起こす。

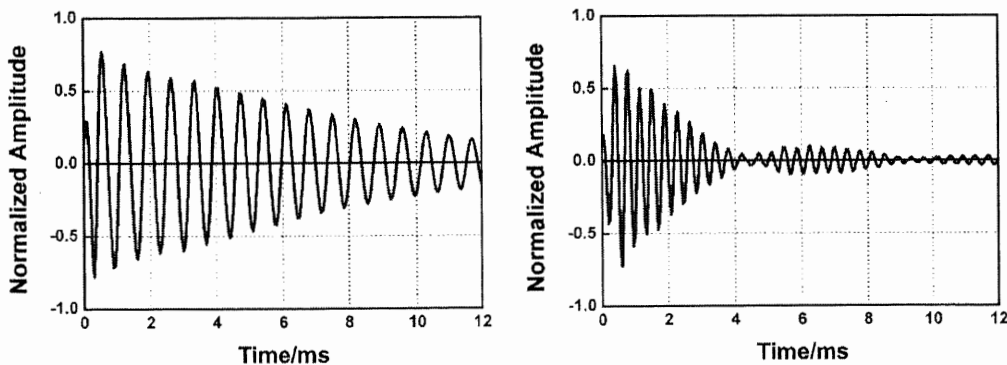
さらに、この陽圧 2 ピース缶の打検振動波形を Fig. 1-9 に示す。打検較正曲線が連続である領域では、打検振動波形は Fig.1-9a)に示すような単振動減衰波であるのに対して、打検較正曲線が不連続な領域では、打検振動波形には Fig. 1-9b)に示すような共振現象が発生している。この共振現象は、缶体が薄肉化するほど顕著に見られ、缶形状、内容物充填量による影響が見られる。一方、マイクの性能・打検ヘッド形状・回路構成といった打検機の性能は、共振現象発生には本質的には影響しない。また、



a) 3-piece vacuum can

b) 2-piece pressurized can

Fig. 1-8 Tapping inspection curve.



a) Can Internal Pressure 0kPa

b) Can Internal Pressure 70kPa

Fig. 1-9 Waveform of tapping vibration for 200g 2-piece can containing 183g water.

この共振現象は側壁部や缶底のエッジ部を押さえると抑制される特徴を持つ。

この打検校正曲線の不連続性をもたらす共振現象については、今まで多くの検討が加えられているが、缶体製造条件や内容物充填条件を変えて打検特性との関係を調べる従来の手法では、いまだ抜本的な抑制策を見出せてない。

顧みると、打検法は缶詰の安全性保証技術として多くの開発と運用が積み重ねられ、実績ある安定した検査法として広く認められている。しかしながら、打検技術の開発は、多分に工業的実用化に重きを置いて実践的に進められてきた経緯があり、その検査原理には未解明の部分が多くある。これらを解明する工学的検討は、打検法の発展の基礎として必要であるにも関わらず、いままで手がつけられていない課題である。具体的には、次の項目が解明すべき検討課題として挙げられる。

a) 打検法の周波数解析法の動作原理解明と動作特性評価

打検法に用いられる周波数解析法は、短時間振動波形の周波数解析法として優れた特性を持つと考えられるが、その技術的価値を十分に評価されているとは言い難い。その動作原理を解明して動作特性や適用限界を把握することが必要である。

b) 打検振動の理論解析手法および計算解析手法の構築

力学的に見ると、缶体の打検振動は、水と空気とを含み内圧を受ける薄肉円筒容器の振動である。このような振動問題の解決については理論的解析による多くの知見を活用することが有効であり、また近年著しい発展を遂げている計算解析手法を活用することも有効と考えられる。しかしながら、従来の打検振動の研究はもっぱら実験的・実践的なアプローチが採られており、これらの解析手段は活用されていない。近年の薄肉缶体では振動形態が複雑となっているため、実験的検討のみでは打検振動メカニズムを解明するのは困難であり、理論解析手法と計算解析的手法を構築して、共振現象の抑制などの打検振動に関する問題解決に適用することが必要である。

c) 計算解析を用いた缶体の最適化設計手法の構築

打検対応缶体には、打検特性やレトルト耐圧といった様々な要求基準をバランスよく満たす最適形状設計が求められる。従来の缶体設計法では缶体設計案を実際に試作して実試験により缶体性能を評価しているが、この手法は多大な工数と費用を要するため、最適形状を抽出することが困難である。一方、現在の薄肉軽量缶体では缶体強度の余裕度がほとんどなくなっており、最適化設計の重要度が高まっている。近年研究が盛んな計算解析を用いた最適化手法は、このような状況下で種々の性能を満たす最適形状を抽出するのに効果的であると考えられ、缶体性能を予測評価する計算解析手法と組み合わせた缶体の最適化設計手法の構築が、効率的な缶体設計のために重要である。

本論文は、打検法の工業的発展を支える基礎となる、これらの工学的課題を解決するために実施した解析的研究を報告するものである。

1.4 本論文の構成

本論文は、本章を含めて6章で構成される。

第1章 緒言では、打検法の歴史、現状の位置付け、運用形態などについて概説し、解決すべき問題点を提示する。

第2章 打検法の周波数解析法では、打検法の周波数解析法として開発されたデータ拡張FFTについて、周波数解析原理を理論的に考察し、また模擬振動波形による評価を行って、短時間波形周波数解析法としての動作特性を示す。さらに、FFTの表示周波数列原点を移動させる効果を持つ複素窓関数と、これを用いた高速化アルゴリズムとを提案する。

第3章 圧力を受ける缶体の振動では、打検周波数を均一な横荷重を受ける円板の基底振動周波数と捉え、板の大変形理論を適用して打検周波数と缶内圧の関係の理論解を導出する。さらにこの理論を応用して、水と空気とを含み内圧を受ける円筒容器に見られる共振現象について考察する。

第4章 打検振動の計算解析手法では、缶体の打検振動を表現する計算解析手法を提案する。缶体の振動を計算解析で表現するためには、内容物の流体要素と薄肉缶体のシェル要素との間の音響-構造練成、および缶内圧による薄肉缶体シェル要素の幾何学的大変形を同時に扱うことが必要であるが、このような計算を扱える計算解析ソフトウェアはまだ存在せず、計算解析技法の構築が必要となる。本研究では、大変形で生じるシェルの固有振動数変化を、変形状態シェル形状の採用とヤング率の補正とによって合わせ込み、流体要素を含むシェルが内圧を受けたときの振動状態を線型の音響-構造練成解析で表現する解析手法を提案する。さらに、打検振動の共振現象のメカニズムを解析し、その抑制策を検討する。

第5章 統計的設計支援システムによる缶体形状の最適化では、計算解析を用いた効率的な缶体設計手法を提案する。打検対応缶体の設計においては、レトルト工程中の圧力により変形した缶体の打検特性を予測する必要がある。本研究では、従来の試作缶体を用いた実試験評価手法に換えて、シェルの変形を考慮した固有値解析を統計的設計支援システムに適用した最適化手法を提案し、この手法を適用して、2ピース缶体のレトルト打検性能を向上させる最適形状を解析する。

第6章 結言では、各章で得られた研究結果を総括する。

参考文献

1. 日本缶詰協会編, “缶詰製造講義 I(総論)”, 日本缶詰協会(1970)
2. 石谷孝祐編, 食品包装用語辞典, サイエンスフォーラム, p333 (1993)
3. PED-M1 インライン打検機パンフレット, 東洋製罐 (2001)
4. Ken Takenouchi, Kazuyuki Kurosawa, "The MIST Liquid Nitrogen Filling Technology", Proceedings of Fillex 2000 Conference (2000)

第2章

打検法の周波数解析法

第2章 打検法の周波数解析法

2.1 はじめに

2.1.1 打検法の周波数解析法に求められる要件

振動周波数は、振動波形の繰り返しを観測することにより求められるものであり、観測時間が短くなると周波数分解能は低下する。通常の周波数解析では、高い周波数分解能を得るため、観測時間を十分に長くとって行われる。しかし、振動には、音声のように時々刻々変化する非定常振動や、打撃振動のように持続時間の短い短時間振動が多く存在する。これらの振動波形に対してどのように周波数解析を行うか、という問題は、短時間波形スペクトル解析(Short Wave Spectrum Analysis)として、多くの研究がなされている。

缶体の打検振動は持続時間が約 10~20ms の減衰波であり、さらに、高速充填ラインに対応する最大瞬間検査速度 1,600cpm を得るために、振動波形の全観測時間は約 10ms 以下に制限される。現行の打検装置では、全観測時間は 6.4ms である。

一方、陰圧缶の充填工程において缶内圧分布は設定値に対して $\pm 10\text{kPa}$ 程度に管理され、缶内圧検査にはこの圧力範囲から外れた缶を検知して排除することが求められる。生産現場では、ブルドン管式圧力計や Fig. 2-1 に示すようなダイヤフラム式圧力計を用いた抜き取り破壊測定も併用され、缶内圧は 1kPa 単位、あるいは 1cmHg(=1.33kPa)単位で測定されている。これらの破壊式測定法との整合性のため、打検法にも同等の缶内圧測定分解能が要求される。缶内圧に対する打検周波数の感度は、缶種により異なるが概ね $1 \times 10^{-2}\text{Hz/Pa}$ で、このことから、打検法には 10Hz の周波数分解能が要求される。

10ms の全観測時間で 10Hz の周波数分解能という打検法に対する要求は、短時間波形スペクトル解析の観点から見て非常に厳しいものであり、通常の周波数解析に用いられる

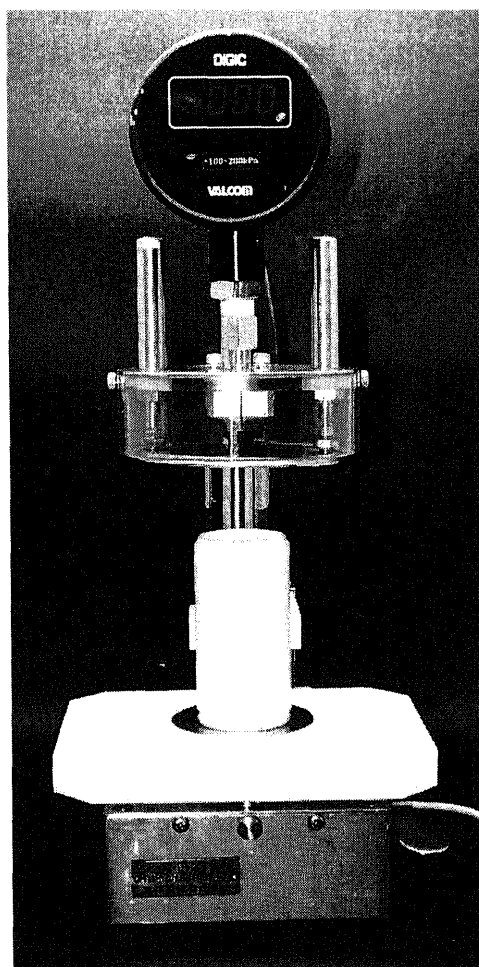


Fig. 2-1 Can pressure detector.

FFT ではこの要求を満たすことはできない。これに対して、打検法の開発過程ではこの問題を解決するために、FFTの改良手法を考案した。この手法は打検機に採用されて運用実績を積み、有効な周波数解析法と認められている。しかし、この手法の開発は、実際に内圧分布をつけた試験缶体群を識別することによって性能評価するという実践的な手法で行われており、周波数解析法の原理や動作特性は十分に解明されておらず、また短時間波形スペクトル解析の優れた手法であるという特長も十分には認識されていない。

本研究では、この打検法で用いられている FFT の改良手法をデータ拡張 FFT と名付けて、その原理を解析し、動作特性を評価した。また、データ拡張 FFT のアルゴリズムについて解析し、動作速度を改良する方法を考案した。さらに、短時間波形スペクトル解析法として知られている線形予測係数法を打検法に適用した場合の動作特性を評価した。これらの検討結果について述べる。

2.1.2 スペクトル

振動は、平衡点からの変位に比例する復元力が存在する時に起きる。この復元力により、波動方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (2\pi f)^2 x = 0 \quad \dots(2-1)$$

が導かれ、その解である複素三角関数 $\exp(i2\pi ft)$ の重ね合せとして、すべての振動は記述される。スペクトルはフーリエ変換と密接に関係しており、フーリエ変換の定義式

$$x[t] = \int_{-\infty}^{\infty} X[f] \exp(i2\pi ft) df \quad \dots(2-2)$$

における係数 $X[f]$ と捉えられる。

ところで、式(2-2) の定義において、振動は無限に定常と考えられている。しかし、実際に観測できる波形は必ず有限長である。また多くの場合振動は非定常であり、スペクトルは時々刻々変化する。スペクトル解析はその中の短時間の波形切り出し部分を定常とみなして行われなければならない。現実のスペクトル解析では、この観測時間の有限性とスペクトル定義の無限性とのギャップを埋めるために、様々な検討が行われてきた。

アナログ時代のスペクトルは、複数個の並列に並べた帯域フィルター (band pass

filter) で周波数成分を分離することによって求められていた¹⁾。ソナグラムなどのアナログ式周波数解析装置の分解能は一般に 1/3 オクターブである。これは、例えば参照波の周波数が 1000Hz の場合は分解能 333Hz にあたり、現在のレベルから見るとかなり分解能は低い。

1970 年代以降、デジタルコンピューター技術の発達により、振動波形を A/D 変換により等間隔時系列データとしてサンプリングして数値計算により周波数を求める、デジタル式周波数解析法が開発されてきた。デジタル式周波数解析法はアナログ式と比べて機器コストが安く周波数分解能が高いため、現在ではほとんどがデジタル式に置き換わっている。打検法においても、自動打検装置開発の初期には一部の装置でアナログ式が採用されたが²⁾、現在ではすべてがデジタル式周波数解析システムを採用している。

動作原理の観点から、デジタル式周波数解析方法は、離散フーリエ級数展開に基づく方法と自己相関に基づく方法との、2つの系列に大別される。前者はFFT、後者はLPCがその代表としてあげられる。

2.1.3. 周波数分解能の定義

一般的に、周波数分解能は、異なった2つの振動を弁別できる最小の周波数差として定義される。評価尺度としては、例えば Lord Reileigh の定義などがよく用いられる³⁾。しかしながら、打撃振動、共鳴を伴う音響振動、機械の運転に伴う振動などには、少数の固有モードが励起される形態が多く見られる。これらに対する振動周波数解析では、個々の固有モードの周波数を同定することが求められ、振動周波数を正確に同定する能力を周波数分解能と呼ぶ場合も多く見られる。また、周波数解析法によっては見かけ上細かい周波数間隔でスペクトルを表示することができ、これを周波数分解能と捉える見方もある。この意味で周波数分解能は Fig. 2-2 に示すように

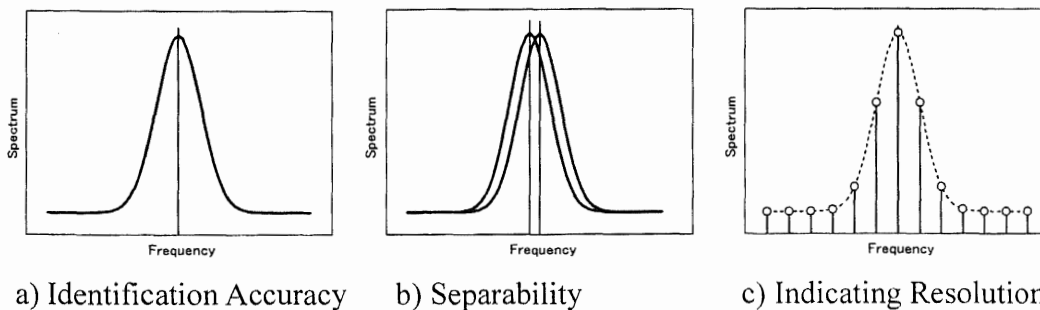


Fig. 2-2 Schematic diagrams for the definition of resolution.

- ・個々の振動モードの周波数を同定する、周波数同定能 (Identification accuracy)
- ・2つの近接した振動モードを識別する、振動モード分離検出能 (Separability)
- ・見かけ上表示可能な周波数間隔である、表示分解能 (Indicating resolution)

の3つに分けて考える必要がある。

打検法の場合、励起される振動は缶底円板部の基底モードに制限される。打検法において周波数分解能と呼ばれているのは、この基底モードの振動周波数を正確に同定する能力であり、これは上記の分類では周波数同定能にあたる。

表示分解能と振動モード分離検出能、および振動周波数同定能は必ずしも一致しない。分離検出能や周波数同定能が表示分解能よりも低いことは起こり得るため、これらは表示分解能に関わらず各々検証すべきである。

2.2 データ拡張 FFT による周波数解析⁴⁾

2.2.1 FFT の計算原理⁵⁾

FFT (Fast Fourier Transform) は、1965年に Cooley と Turkey とが発明した、離散フーリエ級数展開 (Discrete Fourier series expansion) を高速で数値計算するアルゴリズムで、今日では最も一般的な周波数解析法として広く用いられている⁶⁾。

サンプリング間隔 τ で等間隔に観測されたデータ列 $\{x[n] : n=0,1,\dots,N-1\}$ を、関数系列 $\{\phi_k[n] : n=0,1,\dots,N-1 ; k=0,1,\dots\}$ を用いて最小二乗近似する。即ち二乗ノルム

$$\left\| \sum_{n=0}^{N-1} \left(x[n] - \sum_k X[k] \phi_k[n] \right) \right\|^2 \quad \dots(2-3)$$

が最小となるよう係数 $X[k]$ を決定することにより、関数系列 $\{\phi_k[n]\}$ の一次結合でデータ列 $x[n]$ を最良近似する。関数系列を適切に選べば、最良近似は一通りに決まることだが、数学的に証明されている。

関数系列 $\{\phi_k[n]\}$ を正規直交条件

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \phi_k[n] \bar{\phi}_j[n] = \delta_{kj} \quad \dots(2-4)$$

を満たすように定めたものが離散フーリエ級数展開である。係数 $X[k]$ はフーリエ係数と呼ばれ、式(2-3)を各係数で偏微分して0とおくことにより

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \bar{\phi}_k[n] \quad \dots(2-5)$$

で与えられる。

関数系列を、波動方程式(2-1)の解である複素三角関数系 $\{\exp(i2\pi f_k n\tau) : k = 0, 1, \dots ; n = 0, 1, \dots, N-1\}$ で構成したとき、

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(i2\pi f_k n\tau) \exp(-i2\pi f_j n\tau) = \frac{1}{N} \frac{1 - \exp(i2\pi(f_k - f_j)N\tau)}{1 - \exp(i2\pi(f_k - f_j)\tau)} = \delta_{kj} \quad \dots(2-6)$$

となり、周波数 f_k に関する直交条件は

$$f_k = f_0 + \frac{k}{N\tau} = f_0 + \frac{k}{T} \quad \dots(2-7)$$

フーリエ係数 $X[k]$ は

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left\{-i2\pi\left(f_0 + \frac{k}{T}\right)n\tau\right\}, \quad \langle k = 0, 1, \dots, N-1 \rangle \quad \dots(2-8)$$

となる。ここで $T=N\tau$ はデータの全観測時間を表す。複素三角関数の周期性から、 k は $0 \dots N-1$ に限定される。通常は、周波数原点 $f_0 = 0$ として、

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-i2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad \langle k = 0, 1, \dots, N-1 \rangle \quad \dots(2-9)$$

と表される。

直交条件(2-7)から、次のことがわかる。

- a) フーリエスペクトルの表示分解能は全観測時間 T と反比例する。打検における打撃振動波形の場合、全観測時間が短いため、表示分解能が低下し、それに伴って振動モード分離検出能も低下する。振動を認識するために、ある程度の観測時間が必要なのは、いかなる周波数解析法に対しても共通である。しかしながら、フーリエ級数展開における相反則は、さらに厳しい制約となる。
- b) 一方、周波数系列の原点 f_0 は、どのように定めても直交条件には関係しない。この性質を利用すれば、周波数同定能はいくらでも向上できる。

現行の打検法の場合、観測時間は 6.4ms であり、FFT の表示分解能は 156.25Hz と

なる。これは、要求される周波数分解能 10Hz とはかけ離れており、打検法で必要な性能を FFT で得ることはできない。

2.2.2. データ拡張 FFT の計算原理

前節で述べたように、打検法に FFT を適用した場合、相反則により周波数分解能が不足する。この問題に対して、測定した N 点波形データ列の後ろに 0 値を付加してデータ列を拡張し、見かけの全観測時間を長くして FFT を行う手法が、打検法の開発過程で見出された。この手法が缶内圧を精度よく検知できることは実験的に確認されており、打検装置にはこの周波数解析手法が採用されている。本研究において、この手法をデータ拡張 FFT (Data Extended FFT; DE-FFT)、この手法で得られるスペクトルをデータ拡張 FFT スペクトルと名付けた。

N 個の観測データの後ろに 0 点を付加してデータ点数を NM 個としたとき、拡張データ列 $\{x'[mN+n] : m = 0, 1, \dots, M-1; n = 0, 1, \dots, N-1\}$ に対するフーリエ係数 $X[k']$ は、式 (2-9) に拡張データ列を適用することにより、次式で表される。

$$X[k'] = \frac{1}{NM} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} x'[mN+n] \exp\left\{-i2\pi \frac{k'(mN+n)}{MN}\right\}$$

$$\langle k' = 0, 1, \dots, MN-1 \rangle \quad \dots(2-10)$$

ここで、 $X[k']$ は周波数 $f_{k'} = k'/(MN\tau)$ に対する振幅成分を表す。データ拡張 FFT の表示分解能は通常の FFT に比べて M 倍に細くなる

$k' = kM + \ell$ ($k = 0, 1, \dots, N-1; \ell = 0, 1, \dots, M-1$) とおき、複素指数関数の周期性に留意して式 (2-10) を整理すると、式 (2-11) が得られる。

$$X[kM + \ell] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{x[n]}{M} \exp\left(-i2\pi \frac{\ell n}{MN}\right) \right\} \exp\left(-i2\pi \frac{kn}{N}\right)$$

$$\langle k = 0, 1, \dots, N-1; \ell = 0, 1, \dots, M-1 \rangle \quad \dots(2-11)$$

式 (2-10) と式 (2-11) とを比較すると、データ拡張 FFT スペクトルは、 ℓ の値によって分けられた M 個の N 点波形データ列を生成し、各々のデータ列に対して独立した FFT を行なって周波数原点を $1/(MT)$ づつシフトさせた M 個のスペクトルを求め、これらのスペクトルを周波数順に並べ替えた包絡線として捉えることができる。この包絡線は、拡張する前の N 点波形データ列に対する FFT の包絡線と同じ形になる⁷⁾。

2.2.3. 1モード振動に対する動作特性

データ拡張 FFT により、表示分解能は向上するが、振動モード分離検出能や周波数同定能が向上するかどうかは必ずしも保証されない。そこで、データ拡張 FFT の動作特性を評価するため、打検振動の模擬波形データ列を計算機上で生成し、これに対するデータ拡張 FFT スペクトルを求めた。

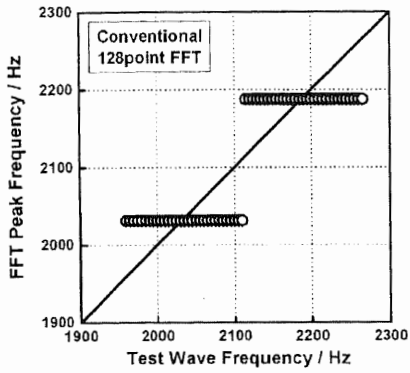
模擬波形データ列として、次式に基づく2つの単振動減衰波の合成波を生成した。

$$x[n] = A_1 \exp(-\gamma_1 n \tau) \cos(2\pi f_1 n \tau + \theta_1) + A_2 \exp(-\gamma_2 n \tau) \cos(2\pi f_2 n \tau + \theta_2) \quad \langle n = 0, 1, \dots, N-1 \rangle \quad \dots(2-12)$$

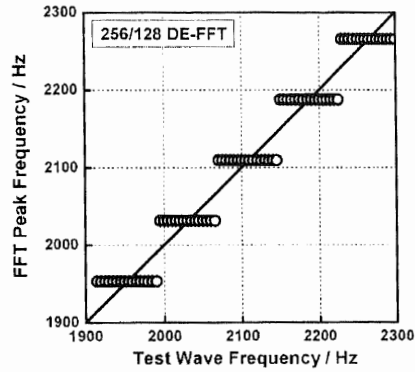
ここで、サンプリング間隔 $\tau = 5 \times 10^{-5}$ s、測定データ数 $N = 128$ 、減衰定数 $\gamma_1 = \gamma_2 = 1/(N\tau)$ とした。観測時間は $T = N\tau = 6.4$ ms となる。 $A_1, A_2, f_1, f_2, \theta_1, \theta_2$ は、各々第1および第2振動モードの振幅、周波数、位相を表す。第1あるいは第2モードの振幅が0のときの振動状態を1モード振動 (1 mode vibration)、モードが2つとも生成される時の振動状態を2モード振動 (2 mode vibration)と呼ぶこととする。

式(2-12)において、 $A_1=1, A_2=0, \theta_1=0^\circ$ とし、 f_1 を 1600Hz から 2400Hz まで 5Hz ずつ変化させて、1モード振動の模擬波形データ列を生成し、この模擬波形の128点データに対する128点FFTスペクトルのピーク周波数、および256,512,1024,2048点に各々拡張したデータ拡張FFTスペクトルのピーク周波数を求めた。1900Hz から2300Hzの範囲の結果を Fig.2-3 に示す。ここで、横軸は模擬波形の周波数、縦軸は周波数解析によって得られたスペクトルのピーク周波数を表す。図中の実線は、検出されたピーク周波数が模擬波形の周波数と一致する、理想検出線を表す。サンプリング周波数が20kHzであることから、128点FFTの表示分解能は156.25Hzであり、データ拡張FFTの表示分解能は、256点の場合78.13Hz、512点の場合39.16Hz、1024点の場合19.53Hz、2048点の場合9.77Hzとなる。

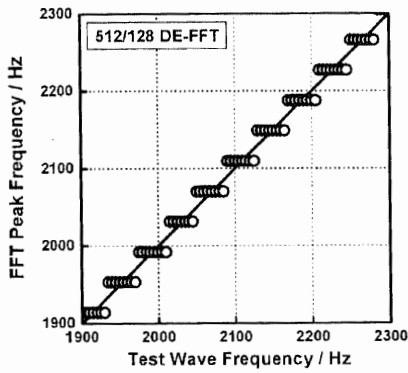
Fig. 2-3は、データ拡張FFTが、1モード振動の周波数を表示分解能と等しい精度で同定していることを示す。これは、データ拡張度を制御することによって1モード振動に対する周波数同定能を自在に設定できることを表している。



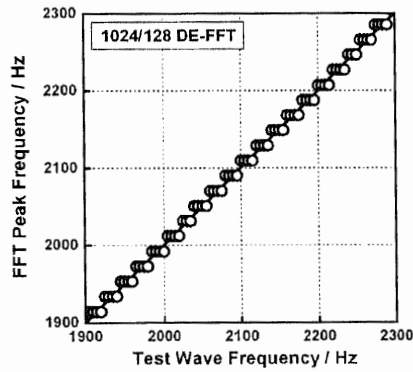
a) Conventional 128point FFT
 Indicating Resolution: 156.25Hz



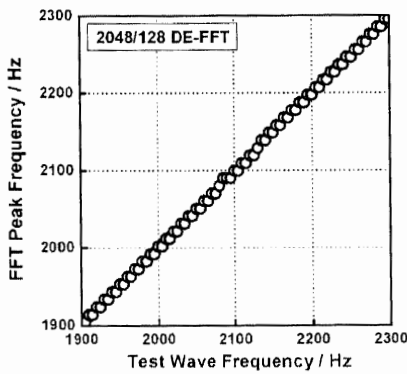
b) 256/128 DE-FFT
 Indicating Resolution: 78.13Hz



c) 512/128 DE-FFT
 Indicating Resolution: 39.06Hz



d) 1024/128 DE-FFT
 Indicating Resolution: 19.53Hz



e) 2048/128 DE-FFT
 Indicating Resolution: 9.77Hz

Sampling rate: 5×10^{-5} s
 Sampling Data Number: 128

Fig. 2-3 Peak frequency for 1 mode test wave. by DE-FFT and conventional FFT.

2.2.4. 2モード振動に対する動作特性

振動モード間の位相差の影響を調べるため、模擬波形の定義式 (2-12) において、振幅比 $A_1:A_2$ を 1:1、第 1 モードの周波数と位相を $f_1 = 2000\text{Hz}$, $\theta_1 = 0^\circ$ に固定し、第 2 モードの周波数 f_2 と位相 θ_2 を変化させて生成した 2 モード振動模擬波形に対するデータ拡張 FFT スペクトルを求めた。Fig. 2-4 に周波数差が 80Hz、位相差が 0° と 120° との場合のデータ拡張 FFT スペクトルを示す。また、Fig. 2-5 に振動モード間の位相差がピーク周波数に与える影響を示す。Fig. 2-5 において、第 1 振動モードは $f_1 = 2000\text{Hz}$, $\theta_1 = 0^\circ$ に固定し、第 2 振動モードの周波数 f_2 を 2080, 2160, 2240, 2320Hz とし、各周波数に対して位相 θ_2 を 15° ずつ変化させた。図中の黒線は、模擬波形の周波数を表す。

模擬波形の 2 つの振動モードが周波数差 240Hz 以下に近接した場合、データ拡張 FFT スペクトルは、Fig. 2-4 で示すように、2 つのピークに分裂する形態と 1 つのピークに縮退する形態との 2 つの形態をとる。ピークが 1 つに縮退する場合、ピーク周波数は 2 つの振動モード周波数を 2 分する値をとる傾向が見られる。ピークが 2 つに分裂する場合、各ピーク周波数は位相差によって変化し、模擬波形の周波数を正確には示さない。模擬波形の振動モードの周波数差が小さくなるにしたがって、データ拡張 FFT スペクトルのピーク周波数と模擬波形の振動モードの周波数とのずれは著しくなり、またピーク周波数の縮退が起こりやすくなる。振動モードの周波数差が 320Hz の場合、ピーク周波数の縮退は起こらず、ピーク周波数のずれは小さい。

振動モードの周波数差の影響を調べるため、第 1 モードの周波数と位相とを $f_1 = 2000\text{Hz}$, $\theta_1 = 0^\circ$ に固定し、第 2 モードの周波数 f_2 を 1600Hz から 2400Hz まで 20Hz

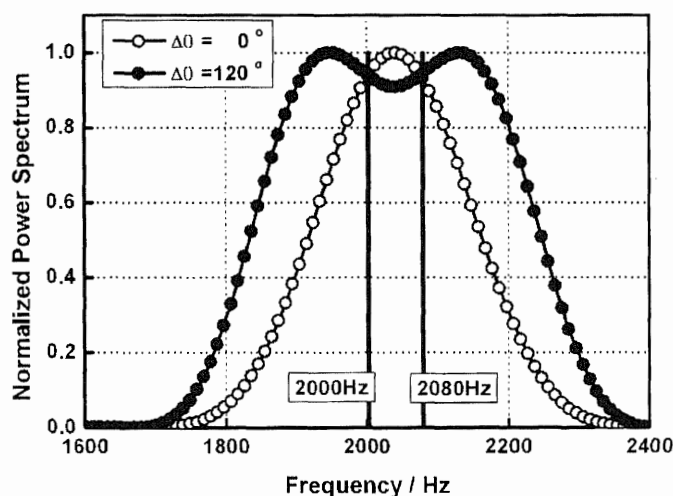
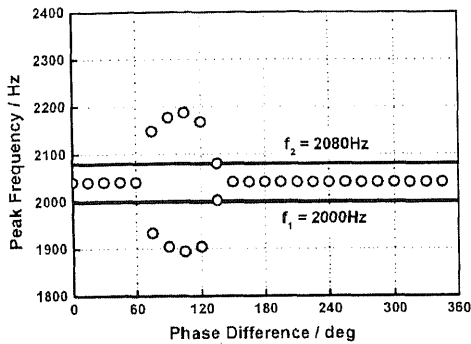
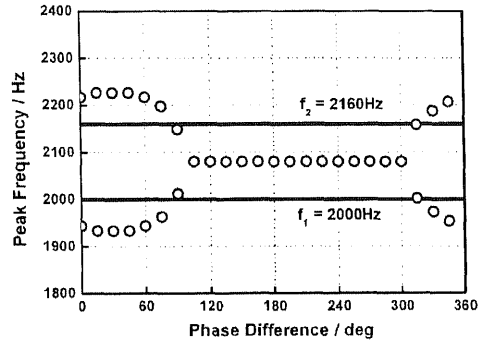


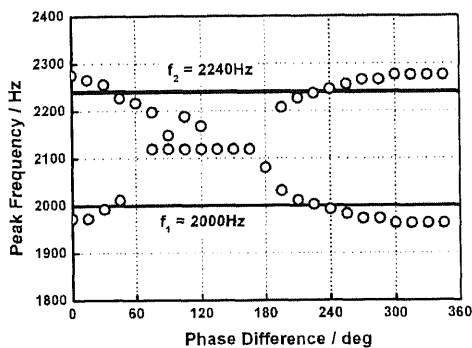
Fig.2-4 Data Extended FFT spectrum for 2 mor test wave.



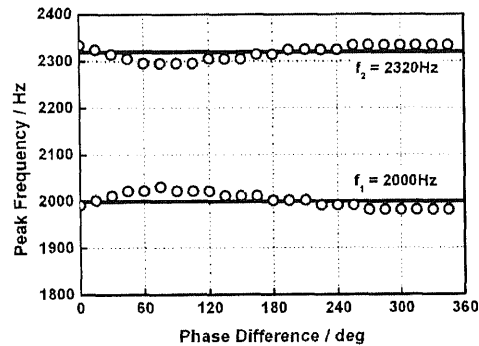
a) Frequency difference 80Hz



b) Frequency difference 160Hz



c) Frequency difference 240Hz

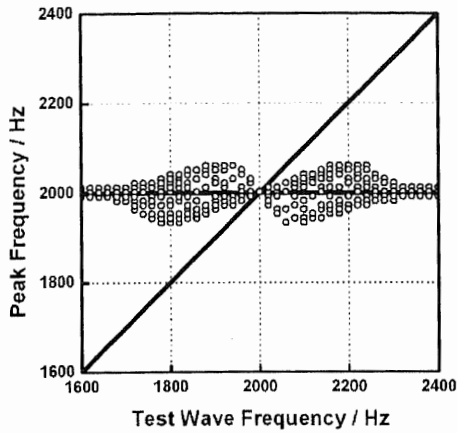


d) Frequency difference 320Hz

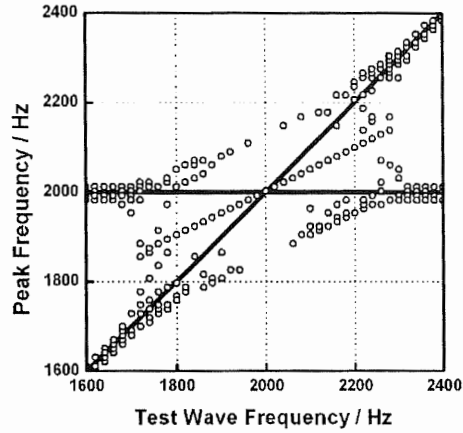
Fig. 2-5 Effect of frequency difference and phase difference on peak frequency of 2 mode test wave by Data Extended FFT.

刻み、位相 θ_2 を 0° から 330° まで 30° 刻みで変化させて2モード振動の模擬波形を生成し、これに対するデータ拡張FFTスペクトルのピーク周波数を求めた。最大ピークに対して、2番目のピークの大きさが90%以上ある時、ピークが2つあるものとした。Fig. 2-6に、振幅比が a) 6:4、b) 5:5、c) 4:6 のときの結果を示す。図中の黒線は、模擬波形の周波数が正確に検出された場合の理想検出線を表す。

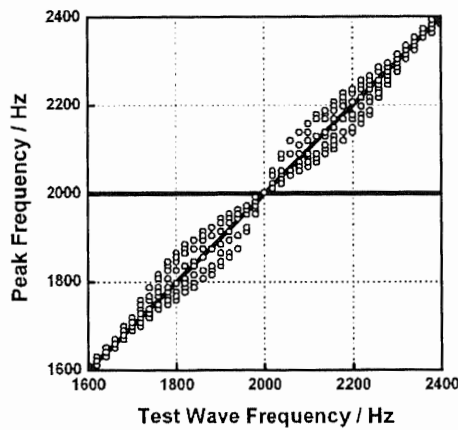
2つの振動モードの振幅が等しい Fig. 2-6b) の場合、振動モードの周波数差が約300Hz以下の領域で、検出ピークの縮退が位相差によって起こり、2つの振動モード周波数の間にピークが現れる。ピークが分裂する場合もその周波数は模擬波形の振動モード周波数からのずれを示す。2つの振動モードの振幅に差がある Fig. 2-6a) および Fig. 2-6c) の場合、データ拡張FFTの最大ピーク周波数は、振幅の大きい方のモードの周波数を示す。2つの振動モードの周波数差が300Hz以下の領域では、検出ピーク周波数は振幅の大きい方のモード周波数からずれる。ずれの程度は2つ



a) Amplitude ratio $A_1:A_2 = 6:4$



b) Amplitude ratio $A_1:A_2 = 5:5$



c) Amplitude ratio $A_1:A_2 = 4:6$

Sampling Rate: 5×10^{-5} s
 Samplint Data Number: 128
 Extended Data Number: 2048
 $\theta_1 = 0^\circ$
 $\theta_2 = 0 - 330^\circ$ (step 30°)

Fig. 2-6 Effect of frequency difference on peak frequency of 2-mode test wave by Data Extended FFT.

のモードの振幅が等しくなるにつれて大きくなる。すべての場合において、2つの振動モードの周波数差が約 300Hz 以下になると、データ拡張 FFT のピーク周波数は模擬波形のモード周波数を正しく示さなくなる。

2.2.5 データ拡張 FFT の周波数分解能

離散化されたスペクトルから2つの振動モードを分離検出するためには、少なくともス

ペクトルに〈山—谷—山〉のパターンが見られなければならない、これには表示分解能の2倍の周波数間隔が必要である。このことからN点FFTの振動モード分離検出能は観測時間 $T = N\tau$ に対して $2/T$ となる。

2.2.3節で示したように、データ拡張FFTスペクトルは、元のN点波形データ列に対して周波数を $1/(MT)$ づつシフトさせたM個の独立したFFTを求め、周波数順に並べ替えた包絡線として得られる。すなわち、NM点データ拡張FFTは、計算の実態としてN点FFTと同等であり、振動モード分離検出能はN点FFTと同じ $2/T$ であると考えられる。また、模擬波形による動作特性評価によると、元の波形データ列の観測時間は $T = 6.4\text{ms}$ であるので、 $2/T = 312.5\text{Hz}$ であり、Fig. 2-6から評価した2モード振動の周波数を正しく検出できる限界、約 300Hz はこれと符合する。これらの結果は、データ拡張FFTの振動モード分離検出能は、データ拡張の程度に関わらず、拡張前のFFTと同じ $2/T$ であることを示していると考えられる。一方、Fig. 2-3およびFig. 2-6で示されるように、NM点データ拡張FFTは表示分解能と同じ $1/(MT)$ の周波数同定能を持つ。

通常のFFTにおける分離検出能は、表示分解能に関する制約と一致している。しかし、データ拡張FFTでは、数学的操作により、表示分解能の制約を取り除いているにもかかわらず、振動モード分離検出能に関して、同等の制約が現れるのは興味深い。

2.3 データ拡張FFTの高速化アルゴリズム⁸⁾

2.3.1. データ拡張FFTの動作速度とその問題点

前節で述べたように、データ拡張FFTは、打検法の周波数解析法に必要な、高い周波数同定能を持つ。しかし、データ拡張FFTは“重い”、即ち演算時間が長いという欠点がある。これは、次の2つの理由による。

- a) 観測データに対して多くの0点を付加しているため、データサイズが大きくなってしまふ。この部分で無駄な計算が行われている。
- b) 余分な周波数を解析している。打検周波数は、概ね 1000Hz から 3500Hz の間でしか変化しないのに対して、打検システムでは 20kHz のサンプリング周波数で観測を行うため、データ拡張FFTでは $0\sim 10000\text{Hz}$ までを周波数解析している。この部分で無駄な計算が行われている。

打検法の検査速度は通常 1200cpm であるが、瞬間的に缶が連続して打検機を通過する時を考えると、 1600cpm の最大瞬間検査速度が必要で、これに相当する 37.5ms 内に、缶体の検知・打検振動測定・周波数解析・異常検出・排斥、の一連の処理を行わねばならない。この高速検査に対する余裕度を確保し、将来の更なる高速化に備え

て、周波数解析法の高速化が求められる。

ハードウェア的に、より速いクロック周波数を持つCPUを採用する、あるいは、FFT演算素子を用いることにより、処理速度を向上することはできる。しかし、処理速度の速いCPUは、発熱量の増大や、動作の安定性などの問題がある。また、FFT演算素子などの、特定のハードに頼る装置は、長期的な部品の供給に不安がある。このような理由から、ハードウェアだけに頼った高速化には限界があり、ソフトウェア的な解決法が求められる。

本節では、データ拡張FFTの高速化アルゴリズムについての検討結果を報告する。

2.3.2 FFTのアルゴリズムと処理速度⁹⁾

FFTの演算処理速度は、最も処理時間がかかる複素乗算の回数で評価される。また、(実数)×(実数)乗算は複素乗算の1/4、(実数)×(複素数)乗算は複素乗算の1/2としてカウントする。本章での演算速度評価はこの評価法により行う。

離散フーリエ級数展開を示す式(2-9)

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-i2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad \langle k = 0, 1, \dots, N-1 \rangle$$

を、回転子

$$W = \exp(-i2\pi) = \cos(2\pi) - i \cdot \sin(2\pi) = 1 \quad \dots(2-13)$$

を使い、以下のように表記する。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W^{\frac{n \cdot k}{N}} \quad \dots(2-14)$$

式(2-14)に基づいてフーリエスペクトル $X[k]$ を求めるには、 N 個の k ($k = 0, 1, \dots, N-1$) に対して N 回の複素乗算を行い、総和をとる必要がある。また、通常は観測データには窓関数処理を行い、 N 回の(実数)×(実数)乗算を行う。これらを足し合わせると、離散フーリエ級数展開では $(N^2 + N/4)$ 回の複素乗算を行う。

FFTでは、データ点数に関して $N=2^P$ の制限が設けられ、複素乗算回数は $2^{2P}(1+1/2^{P+2})$ 回となる。データ番号 n と周波数番号 k を次のように2進数表記で表す。

$$n = \{n_{p-1}, n_{p-2}, \dots, n_r, \dots, n_1, n_0\} = 2^{p-1}n_{p-1} + 2^{p-2}n_{p-2} + \dots + 2^r n_r + \dots + 2^1 n_1 + 2^0 n_0 \quad \dots(2-15a)$$

$$k = \{k_{p-1}, k_{p-2}, \dots, k_s, \dots, k_1, k_0\} = 2^{p-1}k_{p-1} + 2^{p-2}k_{p-2} + \dots + 2^s k_s + \dots + 2^1 k_1 + 2^0 k_0 \quad \dots(2-15b)$$

これにより、式(2-14)は、次のように表される。

$$X[\{k_{p-1}, \dots, k_s, \dots, k_0\}] = \sum_{n_{p-1}=0}^1 \dots \sum_{n_r=0}^1 \dots \sum_{n_0=0}^1 x[\{n_{p-1}, \dots, n_r, \dots, n_0\}] W^{\frac{(2^{p-1}n_{p-1} + \dots + 2^r n_r + \dots + 2^0 n_0)(2^{p-1}k_{p-1} + \dots + 2^s k_s + \dots + 2^0 k_0)}{N}} \dots(2-16)$$

式(2-16)中の W の指数項を展開すると、

$$\begin{aligned} & (2^{p-1}n_{p-1} + 2^{p-2}n_{p-2} + \dots + 2^1 n_1 + 2^0 n_0)(2^{p-1}k_{p-1} + 2^{p-2}k_{p-2} + \dots + 2^1 k_1 + 2^0 k_0)/N \\ & = (2^{2p-2}n_{p-1}k_{p-1} + 2^{2p-3}n_{p-1}k_{p-2} + \dots + 2^{p+1}n_{p-1}k_2 + 2^p n_{p-1}k_1 + 2^{p-1}n_{p-1}k_0)/N \\ & \quad + (2^{2p-3}n_{p-2}k_{p-1} + 2^{2p-4}n_{p-2}k_{p-2} + \dots + 2^p n_{p-2}k_2 + 2^{p-1}n_{p-2}k_1 + 2^{p-2}n_{p-2}k_0)/N \\ & \dots \\ & \quad + (2^p n_1 k_{p-1} + 2^{p-1}n_1 k_{p-2} + 2^{p-2}n_1 k_{p-3} + \dots + 2^3 n_1 k_2 + 2^2 n_1 k_1 + 2^1 n_1 k_0)/N \\ & \quad + (2^{p-1}n_0 k_{p-1} + 2^{p-2}n_0 k_{p-2} + 2^{p-3}n_0 k_{p-3} + \dots + 2^2 n_0 k_2 + 2^1 n_0 k_1 + 2^0 n_0 k_0)/N \\ & \dots(2-17) \\ & = (1/2)n_0 k_{p-1} + (1/2^p)(2^{p-2}n_0 k_{p-2} + 2^{p-3}n_0 k_{p-3} + \dots + 2^2 n_0 k_2 + 2^1 n_0 k_1 + 2^0 n_0 k_0) \\ & \quad + \underline{n_1 k_{p-1}} + (1/2)n_1 k_{p-2} + (1/2^{p-1})(2^{p-3}n_1 k_{p-3} + \dots + 2^2 n_1 k_2 + 2^1 n_1 k_1 + 2^0 n_1 k_0) \\ & \dots \\ & \quad + \underline{(2^{p-3}n_{p-2}k_{p-1} + 2^{p-4}n_{p-2}k_{p-2} + \dots + 2^0 n_{p-2}k_2)} + (1/2) n_{p-2}k_1 + (1/2^2) n_{p-2}k_0 \\ & \quad + \underline{(2^{p-2}n_{p-1}k_{p-1} + 2^{p-3}n_{p-1}k_{p-2} + \dots + 2^1 n_{p-1}k_2 + 2^0 n_{p-1}k_1)} + (1/2)n_{p-1}k_0 \end{aligned}$$

n_r および k_s は 0 または 1 なので、式(2-17)の下線部は整数となり、これを指数とする W の部分は 1 に等しいため計算から省略することができる。これより、式(2-16)は以下のように書き表される。

$$X[\{k_{p-1}, \dots, k_s, \dots, k_0\}] = \sum_{n_0=0}^1 \left(\dots \sum_{n_r=0}^1 \left(\dots \sum_{n_{p-1}=0}^1 x[\{n_{p-1}, \dots, n_r, \dots, n_0\}] W^{\frac{k_0 n_{p-1}}{2}} \dots \right) W^{\frac{2^{p-r-1}k_{p-r-1} + 2^{p-r-2}k_{p-r-2} + \dots + k_0 n_r}{2^{p-r}}} \dots \right) W^{\frac{2^{p-1}k_{p-1} + 2^{p-2}k_{p-2} + \dots + k_0 n_0}{2^p}} \dots(2-18)$$

さらに、 $x[n]$ のビット反転(Bit Reversion)数列

$$y[m] = y[\{m_{p-1}, \dots, m_r, \dots, m_0\}] = x[\{n_0, \dots, n_{p-r-1}, \dots, n_{p-1}\}] \dots(2-19)$$

を導入すると、式(2-18)は、次のように表される。ここで、 $W^{1/2} = -1$ を利用する。

$$\begin{aligned}
& X[\{k_{p-1}, \dots, k_3, \dots, k_0\}] \\
&= \sum_{m_{p-1}=0}^1 \left(\dots \sum_{m_r=0}^1 \left(\dots \left(\sum_{m_0=0}^1 y[\{m_{p-1}, \dots, m_r, \dots, m_0\}] \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. W^{\frac{k_0 m_0}{2}} \dots \right) W^{\frac{2^{r-1} k_{r-1} + 2^{r-2} k_{r-2} + \dots + k_0}{2^r} m_{r-1}} \dots \right) W^{\frac{2^{p-1} k_{p-1} + 2^{p-2} k_{p-2} + \dots + k_0}{2^p} m_{p-1}} \right. \\
&\quad \left. \dots \right) \dots \quad \dots (2-20) \\
&= \sum_{m_{p-1}=0}^1 \left(\dots \sum_{m_r=0}^1 \left(\dots \left(\sum_{m_0=0}^1 y[\{m_{p-1}, \dots, m_r, \dots, m_0\}] \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. (-1)^{k_0 m_0} \dots (-1)^{k_r m_r} W^{\frac{2^{r-2} k_{r-2} + \dots + k_0}{2^r} m_{r-1}} \dots \right) (-1)^{k_{p-1} m_{p-1}} W^{\frac{2^{p-2} k_{p-2} + \dots + k_0}{2^p} m_{p-1}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \dots \right) \dots \right) \dots
\end{aligned}$$

式(2-20)は、内側のカッコから順に、 $m_0, m_1, \dots, m_r, \dots, m_{p-1}$ が分離されている。即ちこれは、 $X[k]$ が m_r について帰納的に演算できることをあらわしている。この計算過程はバタフライ演算と呼ばれる。バタフライ演算過程を漸化的に書き表してみると、

$$\begin{aligned}
& y_r[\{m_{p-1}, \dots, m_r; k_{r-1}, k_{r-2}, \dots, k_0\}] \\
&= y_{r-1}[\{m_{p-1}, \dots, m_r, m_{r-1} = 0; k_{r-2}, k_{r-3}, \dots, k_0\}] \\
&\quad + (-1)^{k_{r-1}} y_{r-1}[\{m_{p-1}, \dots, m_r, m_{r-1} = 1; k_{r-2}, k_{r-3}, \dots, k_0\}] W^{\frac{2^{p-r} 2^{r-2} k_{r-2} + \dots + k_0}{N}} \\
&\quad \langle r = 1, 2, \dots, P-1 \rangle \quad \dots (2-21a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& X[\{k_{p-1}, \dots, k_0\}] \\
&= y_{p-1}[\{m_{p-1} = 0; k_{p-2}, \dots, k_0\}] \\
&\quad + (-1)^{k_{p-1}} y_{p-1}[\{m_{p-1} = 1; k_{p-2}, \dots, k_0\}] W^{\frac{2^{p-2} k_{p-2} + \dots + k_0}{N}} \quad \dots (2-21b)
\end{aligned}$$

と書いて、元々は波形データであった $y[m]$ の内容を漸化的にスペクトルデータに置き換えていく演算過程と捉えることができる。この演算過程を線図として表現すると、Fig. 2-7 のようになる。

FFT の演算処理速度を評価すると、バタフライ演算の各ステップでは、 r 次に対応する $m_r=1$ の項に回転子を乗じる複素乗算が $2^p/2$ 回行われ、これが $(P-1)$ 段繰り返されるので、バタフライ演算全体としては、 $2^{p-1}(P-1)$ 回の複素乗算が行われる。また、窓関数処理として(実数)×(実数)乗算が 2^p 回行われる。これらを足し合わせて、FFTの複素乗算回数は $2^{p-1}(P-1/2)$ 回となる。先に述べたように、離散フーリエ級数展開をそのまま実行すると、窓関数処理と合わせて $2^{2p}(1+1/2^{p+2})$ 回の複素乗算が必要となる。これと比較すると、FFTは離散フーリエ級数展開の複素乗算回数を 2^p のオーダーで削減できることがわかる。具体的に、現在の打検法で用いられているサンプリング点数 $N=128$ ($P=7$)で複素乗算回数を評価すると、離散フーリエ級数展開では 16416 回、FFT では 416 回となり、FFTが大幅に演算処理速度を高速化できることがわかる。

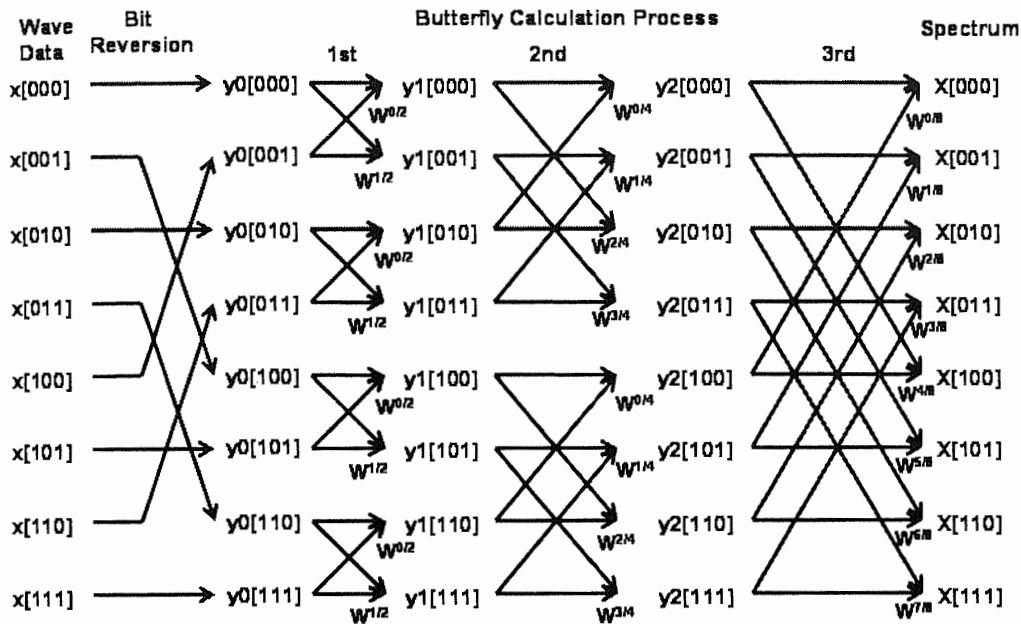


Fig. 2-7 Calculation process of FFT. Data number N=8 (Step number P=3)

2.3.3 データ拡張 FFT のアルゴリズムと処理速度

2^P 点データ列を 2^{P+Q} 点に拡張するデータ拡張 FFT の場合、窓関数処理では $2^P/4$ 回、バタフライ演算では $2^{P+Q-1}(P+Q-1)/2$ 回の複素乗算が行われ、全体では $2^{P+Q-1}(P+Q-1+1/2^{Q+1})$ 回となる。具体的に、現行打検システムでは、128 点 ($P=7$) の観測データを 2048 点 ($Q=4$) に拡張する処理が行われている。この場合の複素乗算回数は 10272 回である。

データ拡張 FFT において、 2^P 点波形データを 2^{P+Q} 点に拡張したデータ列は

$$x[\{n_{P+Q-1}, n_{P+Q-2}, \dots, n_P; n_{P-1}, \dots, n_1, n_0\}] = x[\{0, 0, \dots, 0; n_{P-1}, \dots, n_1, n_0\}] \quad \dots(2-22)$$

これをビット反転すると

$$y[\{m_{P+Q-1}, m_{P+Q-2}, \dots, m_Q; m_{Q-1}, \dots, m_1, m_0\}] = y[\{m_{P+Q-1}, m_{P+Q-2}, \dots, m_Q; 0, \dots, 0, 0\}] \quad \dots(2-23)$$

となる。即ち、 $m_{Q-1} = m_{Q-2} = \dots = m_1 = m_0 = 0$ の点にしか波形データは入らず、他は 0 となる。このことを考慮して FFT の演算式(2-20)を適用すると、

$$\begin{aligned}
& X[\{k_{p+Q-1}, \dots, k_p; k_{p-1}, \dots, k_0\}] \\
&= \sum_{m_{p+Q-1}=0}^1 \left(\dots \sum_{m_Q=0}^1 \left(\sum_{m_{Q-1}=0}^1 \dots \left(\sum_{m_0=0}^1 y[\{m_{p+Q-1}, \dots, m_Q; m_{Q-1}, \dots, m_0\}] \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. W^{\frac{k_0 m_0}{2}} \right) \dots \right) W^{\frac{2^{Q-1} k_{Q-1} + \dots + k_0}{2^Q} m_{Q-1}} \right) W^{\frac{2^Q k_Q + \dots + k_0}{2^{Q+1}} m_Q} \dots \left. \right) W^{\frac{2^{p+Q-1} k_{p+Q-1} + 2^{p+Q-2} k_{p+Q-2} + \dots + k_0}{2^{p+Q}} m_{p+Q-1}} \quad \dots(2-24) \\
&= \sum_{m_{p+Q-1}=0}^1 \left(\dots \left(\sum_{m_Q=0}^1 y[\{m_{p+Q-1}, \dots, m_Q; 0, \dots, 0\}] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. W^{\frac{2^Q k_Q + \dots + k_0}{2^{Q+1}} m_Q} \right) \dots \right) W^{\frac{2^{p+Q-1} k_{p+Q-1} + 2^{p+Q-2} k_{p+Q-2} + \dots + k_0}{2^{p+Q}} m_{p+Q-1}}
\end{aligned}$$

この演算過程を図示すると、Fig.2-8 のようになる。この図でも示されるように、式(2-24)は、バタフライ演算過程で最初の0次からQ-1次の段では複素乗算を行う必要がなくFFTのルーチンをそのまま用いると、この部分で無駄な計算を行っていることがわかる。

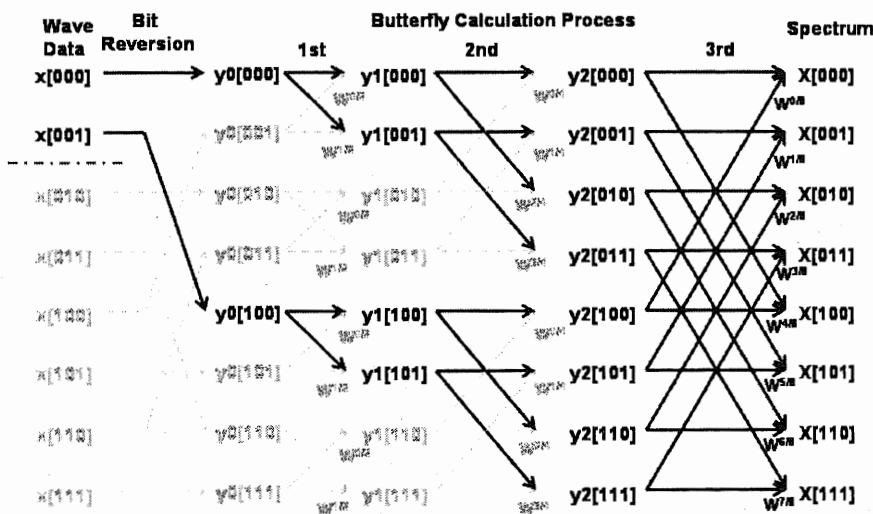


Fig. 2-8 Calculation process of Data Extended FFT. $P=1$, $Q=2$. Broken lines indicate unnecessary multiplications due to zero value.

2.3.4 複素窓関数

離散フーリエ級数展開では、有限長観測データの最初と最後は位相不整合が起こり、スペクトルに誤差を生じる。この誤差を低減させるため、実数関数をデータ列にかけて誤差を低減させる前処理が行われる。この関数を窓関数(Window Function)と呼ぶ。一般的には窓関数として、

・Hanning Window: $H[n] = 0.5 - 0.5\cos(2\pi n/N); \langle n = 0, 1, \dots, N-1 \rangle \quad \dots(2-25a)$

・Hamming Window: $H[n] = 0.54 - 0.46\cos(2\pi n/N); \langle n = 0, 1, \dots, N-1 \rangle \quad \dots(2-25b)$

等が用いられる。

一方、フーリエ係数を表す式(2-8)を変形して次式が得られる。

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \{x[n] \exp(-i2\pi f_0 n\tau)\} \exp\left(-i2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad \langle k = 0, 1, \dots, N-1 \rangle \quad \dots(2-26)$$

式(2-26)のカッコ内は無関係であるから、FFTを行う前に計算することができる。これは、式中の観測データ $x[n]$ にかかる指数項 $\exp(-i2\pi f_0 n\tau)$ を窓関数として扱えることを意味する。この指数項を通常の窓関数に乗じて、複素窓関数(Complex Window Function)を導入する。Fig. 2-9 に複素窓関数の概念図を示す。

複素窓関数の振幅項はデータの端部位相不整合を緩和する効果があるのに対して、指数項は離散フーリエ級数の原点を周波数軸上で移動させる効果を持つ。複素窓関

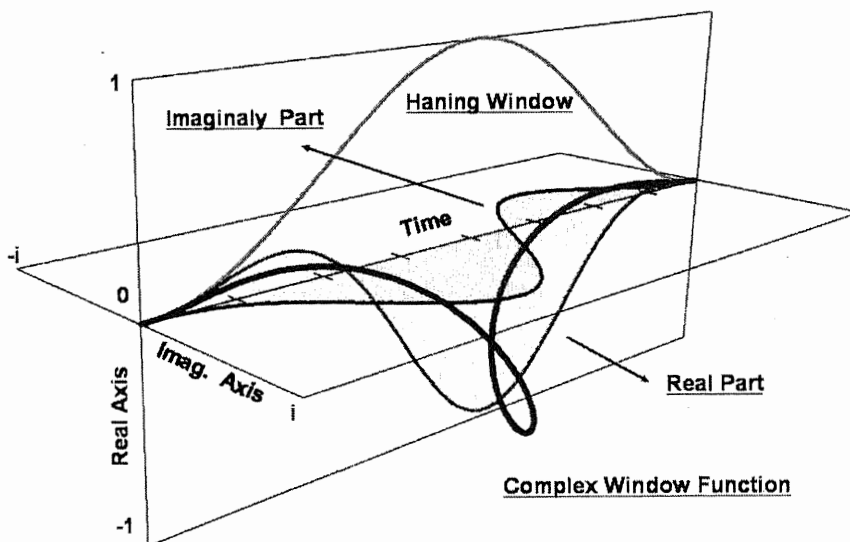


Fig. 2-9 Schematic diagram of Complex Window Function

数処理では(実数)×(複素数)乗算を行うので、N点波形データに対してN/2回の複素乗算を行うことになる。図中には、元となるハニング実数窓関数、複素窓関数、および複素窓関数の実数部と虚数部を図示してある。図で示すように、複素窓関数は複素空間内で旋回する特性を持ち、旋回周期は周波数原点の移動量を表している。

以下、この複素窓関数を用いた周波数解析アルゴリズムについて述べる。

a) 分割FFT(Segmental FFT)

周波数原点 f_0 を

$$f_0(\ell) = \frac{\ell}{MT}, \quad \langle \ell = 0, 1, \dots, M-1 \rangle \quad \dots(2-27)$$

とおくと、表示周波数を任意に分割した M 個のスペクトル系列が得られる。このスペクトルは次式で表される。

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ x[n] \exp \left(-i2\pi \left(k + \frac{\ell}{M} \right) \frac{n}{N} \right) \right\} \quad \langle k=0, 1, \dots, N-1; \ell=0, 1, \dots, M-1 \rangle \quad \dots(2-28)$$

式(2-28)の右辺は、データ拡張 FFT スペクトルを表す式(2-11)と本質的に等しい。 $X[k]$ は周波数 $f_k = (k + \ell/M)/T$ に対する周波数成分を表す。この手法を分割

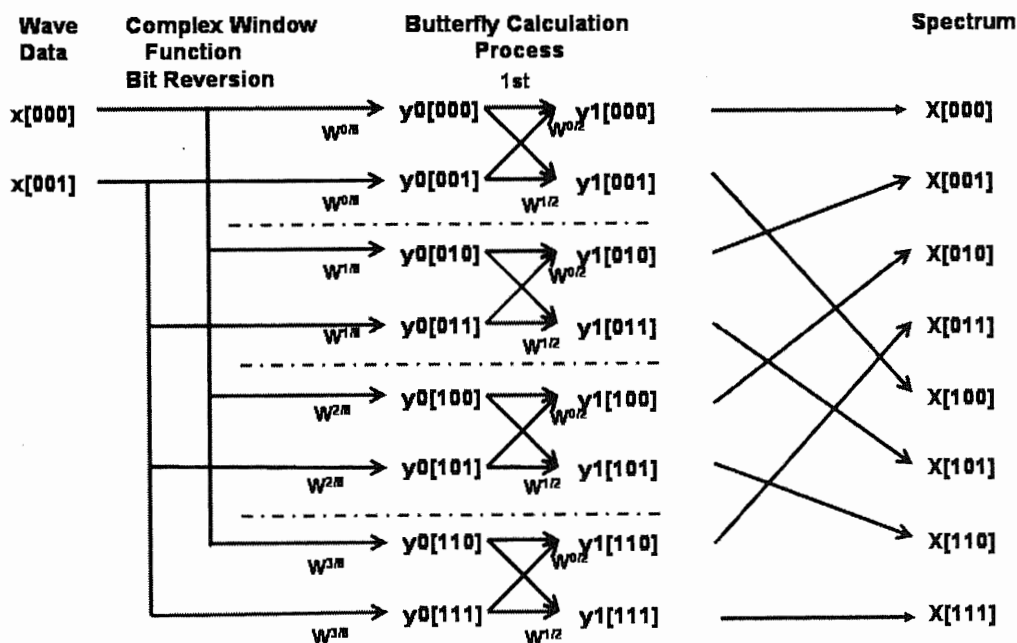


Fig. 2-10 Schematic diagram of Segmental FFT. P=1, Q=2.

FFT(Segmental FFT)と名付ける。

Fig. 2-10 に分割 FFT の演算過程を図示する。Fig. 2-8 と比較すると、複素窓関数を用いた分割 FFT は、データ拡張 FFT に比べてバタフライ演算の段数が大きく減少するのがわかる。分割 FFT の復素乗算回数は、窓関数処理で $2^{P-1}(2^Q-1)+2^{P-2}$ 回、バタフライ演算で $2^{P-1}P \cdot 2^Q$ 回であり、全体としては $2^{P+Q-1}\{P+1 - 2^{-(Q+1)}\}$ 回となって、データ拡張 FFT より少ない演算回数で同じ周波数同定能を得ることができる。P=7,Q=4 の場合、復素乗算回数は 7136 回となる。

b) フォーカス法 (Focusing Method)

周波数解析の目的が、ピーク周辺の状態を調べることに限定される場合、より効率的なアルゴリズムが存在する。

2^P 点波形データを FFT にかけて、得られたピーク周波数が k_0/T の場合、真のピークは $[(k_0-1/2)/T, (k_0+1/2)/T]$ の範囲にある。そこで、この区間だけを離散フーリエ級数展開により直接解析すれば、全体を解析するより計算処理時間を節減できる。具体的には、離散フーリエ級数展開を表す

$$\text{式(2-8): } X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-i2\pi\left(f_0 + \frac{k}{T}\right)n\tau\right), \quad \langle k = 0, 1, \dots, N-1 \rangle$$

において、ピーク近傍の区間を 2^Q 分割して、

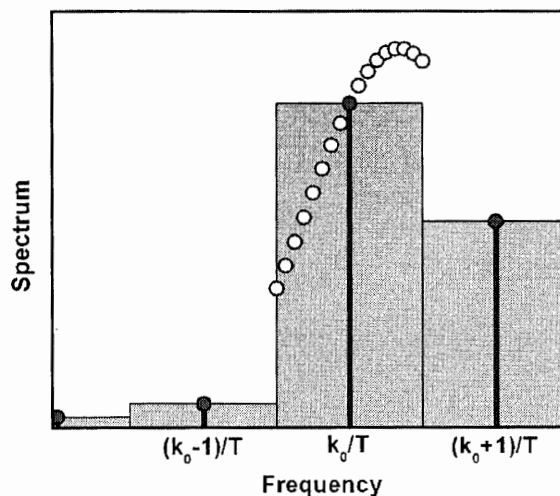


Fig.2-11 Schematic diagram of Focusing Method.

$$k=0, f_0 = \frac{1}{T} \left(k_0 + \frac{j}{2^Q} \right), \quad \langle j = -2^Q, -2^{Q-1}, \dots, -1, 1, \dots, 2^{Q-1}, 2^Q \rangle$$

とすることにより、ピーク近傍のスペクトルを求めることができる。この方法をフォーカス法(Focusing Method)と名付ける。フォーカス法は、ピーク近傍の周波数に対応するよう、複素窓関数を用いて離散フーリエ級数展開の原点を移動し、移動後の原点のスペクトルを求める手法と捉えることができる。Fig. 2-11 にフォーカス法で得られるスペクトルの概念図を示す。図中では、FFT で求めたピークの近傍を精査することにより、真のピークを検出できることが示されている。

フォーカス法の周波数刻みは相反側で規定される振動モード分離検出能を超えているが、1 モード振動が保証されているのであれば、ピーク周波数はこの方法で正しく同定でき、打検法の周波数解析法として有効である。

フォーカス法はスペクトルを精査する周波数領域を絞り込んでいるため、サンプリング間隔で定まる周波数領域全域を精査するデータ拡張 FFT と比べて、大幅な演算処理速度の向上が図れる。複素乗算回数は最初の 2^P 点 FFT で $2^{P-1}(P-1/2)$ 回、ピーク近傍の解析で 2^{P+Q} 回、全体では $2^{P-1}(P-1/2+2^{Q+1})$ 回となる。P=7,Q=4 の場合、複素乗算回数は 2464 回である。

c) ピーク探索法 (Peak Search Method)

ピーク周波数を求めることだけに周波数解析の目的を限定するならば、さらに効率のよい方法が存在する。

2^P 点 FFT で得られたピーク周波数が k_0/T の場合、これに対応したピーク範囲 $[(k_0-1/2)/T, (k_0+1/2)/T]$ の両端点、すなわち周波数 $(k_0-1/2)/T$ と $(k_0+1/2)/T$ とに対するスペクトルを、フォーカス法と同様に周波数原点を移動させた離散フーリエ級数展開で求め、 k_0/T スペクトルを加えて 3 者で比較し、最大となる周波数を $\{k_0+(1/2)j_1\}/T$ とおく。ここで j_1 は -1, 0, 1 のいずれかである。次にこの区間の半分、すなわち $\{k_0+(1/2)j_1-1/2^2\}/T$ と $\{k_0+(1/2)j_1+1/2^2\}/T$ とに対するスペクトルを計算して、 $\{k_0+(1/2)j_1\}/T$ に対するスペクトルを加えた 3 者で比較し、最大となる周波数を $\{k_0+(1/2)j_1+(1/2^2)j_2\}/T$ とおく。この操作を繰り返すことにより、ピーク周波数は、

$$\frac{k_0 + \sum_{m=1}^Q (1/2^m)j_m}{T}, \quad \langle j_m = -1, 0, 1 \rangle \quad \dots(2-29)$$

で表される。これは、 2^{P+Q} 次のデータ拡張 FFT と同等の周波数同定能を持つ。この手法をピーク探索法(Peak Search Method)と名付ける。Fig. 2-12 にピーク探索法で得られるスペクトルの概念図を示す。

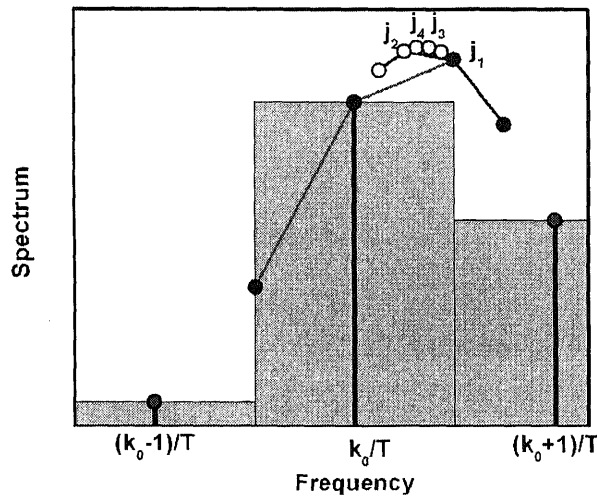


Fig. 2-12 Schematic diagram of Peak Search Method.

ピーク探索法で得られるのはピーク周波数のみであり、スペクトルについては情報が欠落する。しかしながら、打検法では 1 モード振動であるという仮定の下でピーク周波数のみを求めるのであるため、この方法は打検法の周波数解析法として有効である。

ピーク探索法の演算処理速度を評価すると、複素乗算回数は最初の 2^P 点 FFT で $2^{P-1}(P-1/2)$ 、分割比較の部分で $2Q \times 2^P$ 回、全体では $2^{P-1}(P-1/2+4Q)$ となる。P=7, Q=4 の場合、複素乗算回数は 1440 回となる。

2.3.5 周波数解析範囲を限定する方法

FFT およびデータ拡張 FFT では、周波数解析範囲はサンプリング周波数で一意的に定められてしまう、しかし、実際に注目する振動周波数範囲は限定されている場合が多く、この範囲外のスペクトルを計算することによる無駄が生じている。現行の打検システムでは 20kHz のサンプリングを行うので、データ拡張 FFT では 0~10kHz の周波数範囲のスペクトルが出力される。しかし、実際に打検周波数の変動範囲は 1000Hz~3500Hz であり、この範囲のスペクトルしか注目していない。

複素窓関数を活用すると、解析する周波数範囲を限定して複素乗算回数を節減することができる。この限定範囲解析法 (Limited Region Analysis) について述べる。

複素窓関数を用いた離散フーリエ級数展開の式(2-26)において、周波数解析範囲を $1/2^R$ に限定することを考える。これは、 $k_{p-1}=k_{p-2}=...=k_{p-R}=0$ として 2^{p-R} 点のスペクトルを求めることにあたる。これをバタフライ演算の漸化式(2-21)に適用すると、

$$\begin{aligned}
& y_r[\{m_{p-1}, \dots, m_r; k_{r-1}, k_{r-2}, \dots, k_0\}] \\
& = y_{r-1}[\{m_{p-1}, \dots, m_r, m_{r-1} = 0; k_{r-2}, k_{r-3}, \dots, k_0\}] \\
& + (-1)^{k_{r-1}} y_{r-1}[\{m_{p-1}, \dots, m_r, m_{r-1} = 1; k_{r-2}, k_{r-3}, \dots, k_0\}] W^{\frac{2^{p-r} 2^{r-2} k_{r-2} + \dots + k_0}{N}} \\
& \quad \langle r=1, 2, \dots, P-R \rangle \quad \dots(2-30a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& y_r[\{m_{p-1}, \dots, m_r; 0, \dots, k_{p-R-1}, \dots, k_0\}] \\
& = y_{r-1}[\{m_{p-1}, \dots, m_r, m_{r-1} = 0; 0, \dots, k_{p-R-1}, \dots, k_0\}] \\
& + [\{m_{p-1}, \dots, m_r, m_{r-1} = 1; 0, \dots, k_{p-R-1}, \dots, k_0\}] W^{\frac{2^{p-r} 2^{p-R-1} k_{p-R-1} + \dots + k_0}{N}} \\
& \quad \langle r=P-R+1, P-R+2, \dots, P-1 \rangle \quad \dots(2-30b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& X[\{k_{p-1}, \dots, k_{p-R}, k_{p-R-1}, \dots, k_0\}] = X[\{0, \dots, 0, k_{p-R-1}, \dots, k_0\}] \\
& = y_{p-1}[\{m_{p-1} = 0; 0, \dots, k_{p-R-1}, \dots, k_0\}] + y_{p-1}[\{m_{p-1} = 1; 0, \dots, k_{p-R-1}, \dots, k_0\}] W^{\frac{2^{p-R-1} k_{p-R-1} + \dots + k_0}{N}} \\
& \quad \dots(2-30c)
\end{aligned}$$

この演算過程を図示すると Fig.2-13 のようになる。

この手法は、複素窓関数による前処理と併用できる。周波数原点 f_0 は、複素窓関数処理により自由に設定できる。得られる周波数範囲は $[f_0, f_0 + 1/(2^R \tau)]$ となる。

限定範囲解析法の複素乗算回数は、複素窓関数処理で 2^{P-1} 回、通常のパタフライ

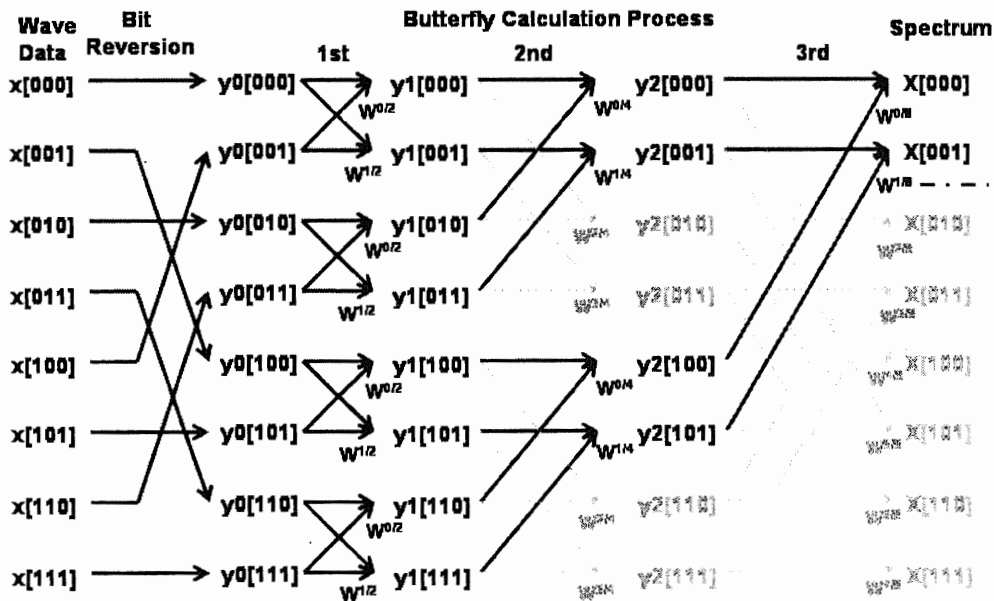


Fig.2-13 Calculation process of Limited range FFT. Broken lines indicate reduced multiplication for spectrum out of range

演算を行う $1 < r \leq P-R$ の各段で $2^{P-1}(P-R-1)$ 回、さらに $P-R+1 < r \leq P$ の各段においては、

演算に關与する $y_r[m]$ の個数を順次 $1/2$ ずつ減らしていくことになり、 $\sum_{r=P-R+1}^P \frac{2^P}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^r$ 回

となり、全体では $2^{P-1}(P-R+1-1/2^R)$ となる。 $P=7, R=2$ の場合、336 回となる。

2.3.6 組合せによる高速化

前節で述べた限定範囲解析は、複素窓関数を用いた高速化手法と組み合わせて用いることができる。各々の組合せに対する複素乗算回数を Table 2-1 に示す。表中には具体的な値として、観測データ点数 $128(P=7)$ 、拡張データ点数 $2048(Q=4)$ 、周波数限定範囲 $1/4(R=2)$ に対する複素乗算回数も示す。

データ拡張 FFT により周波数同定能を上げると複素乗算回数は増加するが、複素窓関数を用いた種々の高速化手法をとることによって複素乗算回数を減らすことができる。また限定範囲解析は、同じ高速化手法の中では複素乗算回数を減らすことができる。しかしながら、組合せによって効果の程度には差があり、どの手法を採用するかについては様々な手法を比べて総合的に判断すべきである。

Table 2-1 Number of times of complex number multiplication combined with various methods of high-speed frequency analyses based on discrete Fourier series expansion. Lower rows of each cells indicate a concrete example for P=7, Q=4, R=2, $\tau=5 \times 10^{-5}$ sec.

Method	Identification accuracy/Hz	Number of times of complex number multiplication	
		Whole range analysis 0-10000Hz	Limited range analysis 1000-3500Hz
DFT	$\frac{1}{2^P \tau}$	$2^P \left(2^P + \frac{1}{4} \right)$	$2^P \left(2^{P-R} + \frac{1}{2} \right)$
	156.25	16416	4160
FFT	$\frac{1}{2^P \tau}$	$2^{P-1} \left(P - \frac{1}{2} \right)$	$2^{P-1} \left(P - R + 1 - \frac{1}{2^R} \right)$
	156.25	416	368
Data Extended FFT	$\frac{1}{2^{P+Q} \tau}$	$2^{P+Q-1} \left(P + Q - 1 + \frac{1}{2^{Q+1}} \right)$	$2^{P+Q-1} \left(P - R + \frac{1}{2^Q} - \frac{1}{2^R} \right)$
	9.77	10272	4928
Segmental FFT	$\frac{1}{2^{P+Q} \tau}$	$2^{P+Q-1} \left(P - \frac{1}{2^{Q+1}} \right)$	$2^{P+Q-1} \left(P - R + 1 - \frac{1}{2^R} \right)$
	9.77	7136	5888
Focusing Method	$\frac{1}{2^{P+Q} \tau}$	$2^{P-1} \left(P - \frac{1}{2} + 2^{Q+1} \right)$	$2^{P-1} \left(P - R + 1 - \frac{1}{2^R} + 2^{Q+1} \right)$
	9.77	2464	2416
Peak Search Method	$\frac{1}{2^{P+Q} \tau}$	$2^{P-1} \left(P - \frac{1}{2} + 4Q \right)$	$2^{P-1} \left(P - R + 1 - \frac{1}{2^R} + 4Q \right)$
	9.77	1440	1392

2.4 線型予測係数法による周波数解析

2.4.1 線型予測係数法¹⁰⁻¹²⁾

周波数解析法には、今まで述べてきたフーリエ級数展開に基づく手法のほかに、線形予測係数法 (Linear Prediction Coefficient Method; LPC) による方法がある。

LPC は、等間隔でサンプリングされた波形データの n 番目の値を、過去の m 個の値の線形結合で予測する自己回帰モデルに基づく。

$$x[n] + \sum_{k=1}^m c_m(k) \cdot x[n-k] = e[n] \quad \dots(2-31)$$

ここで、 $c_m(k)$ は自己回帰係数、 p は自己回帰モデル次数、 $e[n]$ は予測誤差である。LPC は、短いデータから周波数成分を抽出することに優れているといわれており、地震波の解析、音声信号の合成、音響信号の圧縮と複合化などの分野で多く用いられている。LPC に基づく周波数解析法には、いくつかの手法があるが、本研究では、Burg 法を用いる。最大エントロピー法 (Maximum Entropy Method) とも呼ばれる Burg 法は 1967 年に Burg が提案したアルゴリズムで、与えられたデータのみを用いて解析を行うことと、線型予測係数法の他の手法に比べて解析の安定性が良いことが特徴である。LPC の計算原理は付録 A に示す。

FFT に対する LPC の最大の特徴は、直交性の制約がないことである。FFT の表示分解能が全観測時間による制約を受けるのに対して、LPC で得られるパワースペクトルは、周波数の連続関数として与えられ、任意の表示分解能を得ることができる。しかし、それは、LPC が周波数同定能や分離検出能を任意に向上できることを意味するわけではない。Burg 法などの LPC による周波数解析手法では、自己相関 $C(\xi)$ とパワースペクトル密度 $P(f)$ との間の、Wiener-Khintchine の関係

$$P(f) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \exp(-i2\pi f\xi) d\xi \quad \dots(2-32a)$$

$$C(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) \exp(i2\pi f\xi) df \quad \dots(2-32b)$$

を前提としている。ここで、式(2-32)は、時間遅れ ξ が無限に大きくできることを仮定している。しかしながら、有限観測時間データでは、 ξ を無限にとることはできない。式(2-32a)は、 ξ が大きいほど $P(f)$ の細かい構造を表現することを示しており、時間遅れ ξ が大きく取れない短時間波形に対しては、周波数分解能は低下すると考えられる。

LPC を打検法に適用した例はなく、その性能には興味を持たれる。本研究では LPC の動作特性を、データ拡張 FFT と同様に模擬波形を用いて評価した。

2.4.2 1モード振動に対する動作特性

データ拡張 FFT の動作特性評価と同様に、式(2-12)

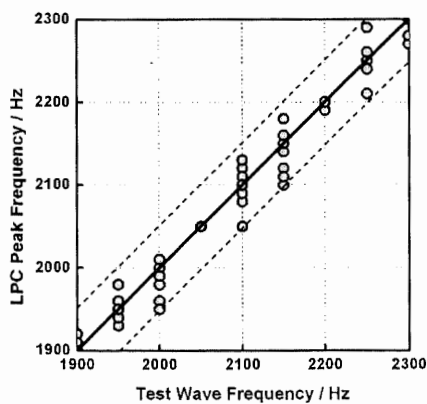
$$x[n] = A_1 \exp(-\gamma_1 n \tau) \cos(2\pi f_1 n \tau + \theta_1) + A_2 \exp(-\gamma_2 n \tau) \cos(2\pi f_2 n \tau + \theta_2) \quad \langle n = 0, 1, \dots, N-1 \rangle$$

により模擬波形データを生成して LPC の動作特性を評価した。ここで、 $\tau=5 \times 10^{-5}$ [s]、 $N=128$ 、 $\gamma_1=\gamma_2=1/(N\tau)=156.25$ [1/s]とした。また、 $A_1+A_2=1$ の制約を設けた。LPC は完全な正弦波に対して計算不能となる。これを防ぐため、正弦波振幅の1%の大きさで乱数データを加え、計算の安定性を確保した。

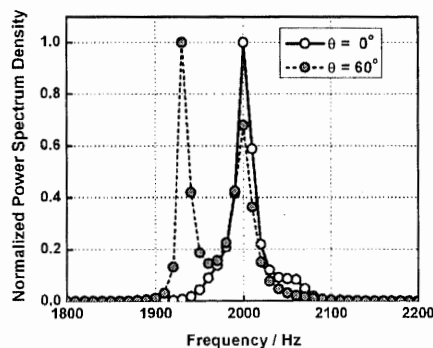
1モード振動に対する動作特性を評価するため、 $A_1=1$ 、 $A_2=0$ と固定し、周波数 f_1 を 50Hz 刻み、位相 θ_1 を 0° から 330° まで 30° 刻みで変化させて模擬波形を生成し、これに対する LPC のピーク周波数を求めた。LPC の次数は 30、スペクトルの表示分解能は 10Hz に設定した。結果を Fig. 2-14 に示す。

図中の実線は、模擬波形の周波数が正確に検出された場合の理想検出線を表し、破線は、理想検出線からの $\pm 3\sigma$ 線を表す。ここで σ は、理想検出線からの各データの偏差の標準偏差であり、 $\pm 3\sigma$ の範囲には正規分布に従う偏差を持ったデータの 99.7% が入る。本章では $\pm 3\sigma$ の範囲を LPC の周波数同定能と規定する。Fig. 2-14a) では、LPC ピーク周波数の周波数同定能は 51.2Hz で表示分解能 10Hz より大きいバラつきを生じる。

Fig. 2-14b) に、周波数 $f_1=2000$ Hz にたいする LPC スペクトルの一例を示す。この図



a) Peak frequency distribution.



b) Example of LPC spectrum.

Fig. 2-14 Peak frequency for 1 mode vibration by LPC. A solid line denotes ideal detection line. Broken lines denote $\pm 3\sigma$ deviation from the ideal line.

Sampling Rate: 5×10^{-5} s, Sampling Data Number: 128,
LPC Order: 30, Indicating Resolution 10Hz.

で見られるように、元の振動波形が1モード振動波形であるにも関わらず、LPCは2つの分裂したピークを検出する場合がある。一方のピークは模擬波形の周波数とほぼ一致しているが、他方は大きくずれており、このずれたピークが優勢になる時に大きな偏差を生じる。ピークの分裂は、模擬波形の位相、およびLPC計算の安定化のために導入した乱数により引き起こされる。ピーク分裂のメカニズムは今のところ不明である。

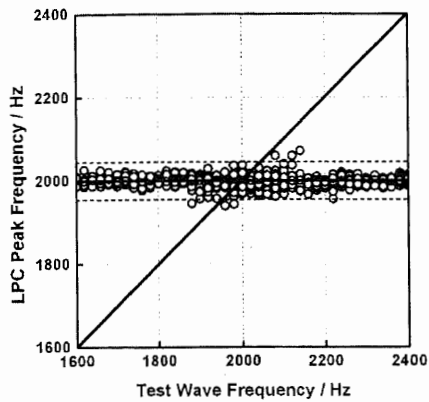
FFT、およびデータ拡張FFTでは、表示分解能と等しい周波数同定能を得ることができる。これに対して、LPCでは表示分解能を高く設定しても周波数同定能は追従しない。この模擬波形の観測時間は6.4msであり、FFTの周波数同定能は表示分解能と同じ156.25Hzとなる。それに対して、LPCの周波数同定能は51.2Hzであり、3倍の性能向上が見られる。しかし、データ拡張FFTは、拡張の程度に応じて周波数同定能をいくらかでも向上させられるが、LPCはこれには及ばない。

2.4.3 2モード振動に対する動作特性

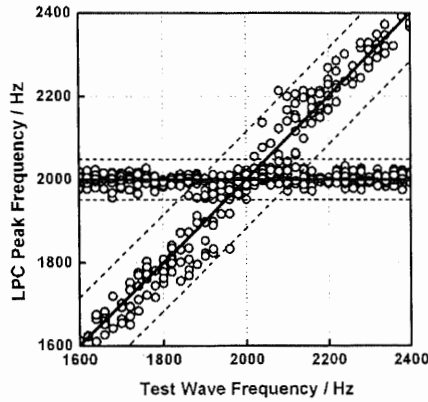
2モード振動の周波数差の影響を調べるため、模擬波形の式(2-12)において第1モードの周波数と位相とを $f_1=2000\text{Hz}$ 、 $\theta_1=0^\circ$ に固定し、第2モードの周波数 f_2 を1600Hzから2400Hzまで20Hz刻み、位相 θ_2 を 0° から 330° まで 30° 刻みで変化させて2モード振動の模擬波形を生成し、これに対するLPCスペクトルのピーク周波数を求めた。Fig. 2-15に、第1モードの振幅 A_1 と第2モードの振幅 A_2 との比がa) 6:4、b) 5:5、c) 4:6の時の結果を示す。図中の実線は、模擬波形の周波数が正確に検出された場合の理想検出線を表し、破線は、理想検出線からの $\pm 3\sigma$ 線、すなわち周波数同定能を表す。Fig. 2-15a)で第1モードのばらつきが第2モードに比べて小さいのは、第1モードの位相 θ_1 を 0° に固定しているためである。

2.2.4節で示したように、データ拡張FFTで検出されるピークのばらつきは2つの周波数が近接した領域で大きくなる傾向を持つ。これに対してLPCで検出されるピーク周波数のばらつきは、Fig. 2-15で見られるように2つの周波数が近接した領域と離れている領域の間で差がない。破線で表されるばらつきは、振幅 A_1 と A_2 とが均衡するにつれ大きくなり、周波数同定能は低下する。振幅比 $A_1:A_2=6:4$ であるFig. 2-15a)においては、すべてのピーク周波数が優勢である第1モードを検出している。しかし、振幅比 $A_1:A_2=4:6$ であるFig. 2-15c)においては、優勢である第2モードではなく、劣勢な第1モードを検出したデータが見られる。この不安定性は、打検法の周波数解析法としては、誤検出の原因となり好ましくない。

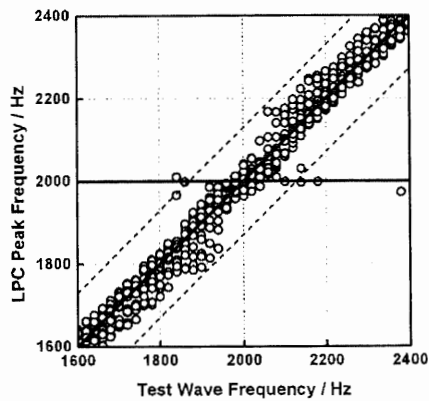
振動モード間の位相差が与える影響を調べるため、式(2-12)の模擬波形において、第1モードを周波数 $f_1=2000\text{Hz}$ 、位相 $\theta_1=0^\circ$ に固定し、第2モードの周波数をa) 2080、b) 2160、c) 2240、d) 2320Hzとし、各周波数に対して位相 θ_2 を 15° ずつ変化させて



a) Amplitude Ratio $A_1:A_2 = 6:4$



b) Amplitude Ratio $A_1:A_2 = 5:5$



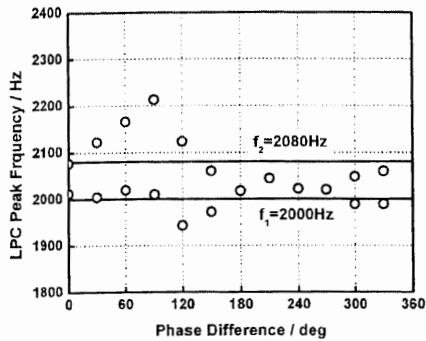
c) Amplitude Ratio $A_1:A_2 = 4:6$

Sampling Rate: 5×10^{-5} s
 Sampling Data Number: 128
 $\theta_1 = 0^\circ$
 $\theta_1 = 0-330^\circ$ (step 30°)
 LPC Order: 30
 Indicating Resolution: 10Hz

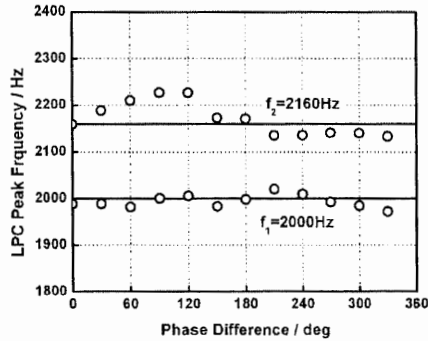
Fig. 2-15 Effect of frequency difference of 2 mode vibration on LPC peak frequency. Solid lines denote ideal detection. Broken lines denote $\pm 3\sigma$ deviation from the ideal lines.

LPC ピーク周波数を求めた。Fig. 2-16 に結果を示す。図中の実線は模擬波形の第 1 モードおよび第 2 モードの周波数を表す。

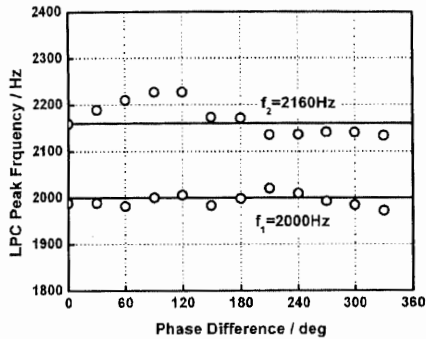
周波数差が 80Hz である Fig. 2-16a) においては、位相差が 180° から 270° の間で 2 つの振動モードを分離できず、ピーク周波数が 1 つに縮退していることがわかる。周波数差が 160Hz の Fig. 2-16b)、240Hz の Fig. 2-16c)、320Hz の Fig. 2-16d) では、2 つの振動モードを分離できる。ピーク周波数には 1 モード振動の解析結果と同様に、模擬波形周波数からのずれが見られるが、その程度は周波数差が大きくなって変わらない。これらの結果から、LPC の振動モード分離検出能は約 160Hz となる。これは、FFT およびデータ拡張 FFT に比べて 2 倍の性能となる。



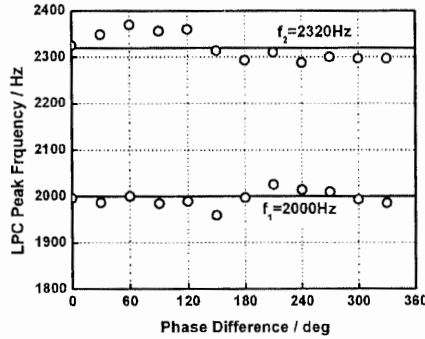
a) Frequency Difference 80Hz



b) Frequency Difference 160Hz



c) Frequency Difference 240Hz



d) Frequency Difference 320Hz

Fig. 2-16 Effect of frequency and phase difference on LPC peak frequency for 2-mode vibration test wave. $\tau=5 \times 10^{-5}$ s, $N=128$, $A_1:A_2=5:5$, LPC order $K=30$, Indicating resolution 10Hz.

2.4.4 周波数解析法の性能比較

今まで述べてきた、3つの周波数解析法、すなわちFFT、データ拡張FFT、およびLPCについて、打検法への具体的適用を想定した性能比較をまとめてTable 2-2に示す。ここで示す具体数値は、観測点数 $N = 128$ 、サンプリング間隔 $\tau = 5 \times 10^{-5}$ s (観測時間 $T = 6.4$ ms) に対する値である。FFTの表示分解能は156.25Hzである。データ拡張FFTの拡張次数は $Q=4$ とした。表示分解能は9.77Hzとなる。LPCについては、次数 $K = 20$ 、表示分解能10Hz、スペクトル表示範囲を1000Hz~3500Hz ($L=250$) とした。LPCの複素乗算回数は、付録Aで導いた計算式

Table 2-2 Summary of performance for frequency analysis method to the tapping inspection system.

Method	Indicating resolution / Hz	Identification accuracy / Hz	Separability / Hz	Number of times of complex multiplication
FFT	156.25	156.25	312.5	416
DE-FFT	9.77*	9.77*	312.5	10272**
LPC	10*	51.2	160	17798.25

* Any required level can be achieved.

** Several techniques are available for decreasing the complex multiplications.

$$\frac{1}{4} \{ (N-1)K^2 + (4N+2L+1)K + (N+5) \} \quad \dots(2-33)$$

から 17798.25 回となる。

Table 2-2 に見られるように、データ拡張 FFT と LPC はいずれも約 10Hz の表示分解能を得ることができる。しかし、打検法で要求される、周波数同定能 10Hz を満足するのはデータ拡張 FFT だけであり、LPC の周波数同定能 51.2Hz はこの要求に達しない。また、演算処理速度の指標である複素乗算回数は、DE-FFT の方が LPC より少なく、さらに 2.3 節で述べたような高速化手法をとることにより演算処理速度を向上させること

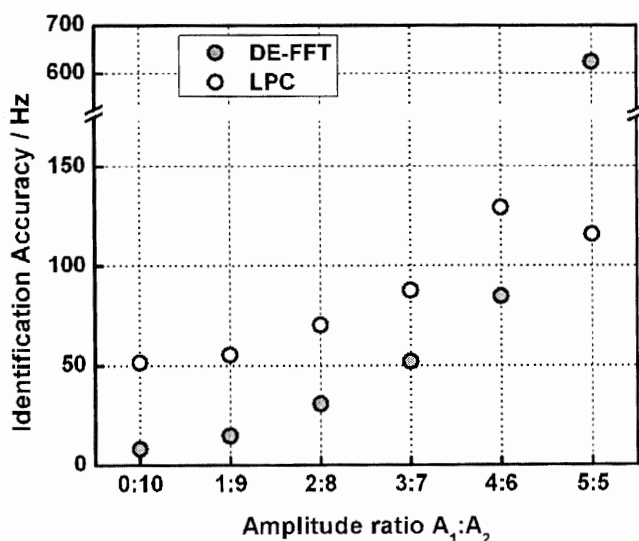


Fig. 2-17 Identification accuracy of LPC and Data Extended FFT for 2-mode vibration of various amplitude ratios.

が可能である。これらの結果から、打検法に用いる周波数解析法としては、データ拡張 FFT が最も優れていると結論できる。

振幅比を変化させた 2 モード振動模擬波形に対するデータ拡張 FFT の動作特性を調べた Fig. 2-6 の評価試験、および LPC の動作特性を調べた Fig. 2-15 の評価試験において、第 2 振動モードが優勢な条件下のピーク周波数のばらつきを求めた。結果を Fig. 2-17 に示す。2 つの振動モードに振幅差があるとき、すなわち振幅比 $A_1:A_2$ が 0:10~4:6 の場合には、データ拡張 FFT は LPC より優れた周波数同定能を示す。しかし振幅比 $A_1:A_2$ が 5:5 のときは、データ拡張 FFT の周波数同定能は極度に劣化する。

1 モード振動である振幅比 $A_1:A_2 = 0:10$ では、データ拡張 FFT は打検で要求される周波数同定能 10Hz を満たすが、2 つのモードが混合した場合、振幅比 $A_1:A_2 = 1:9$ の場合でさえも、周波数同定能は劣化し、要求基準を満たさなくなる。このことは、データ拡張 FFT が十分な周波数同定能を確保するためには、振動形態が 1 モード振動であることが重要であることを示している。

一般的な周波数解析においては、スペクトルは連続であるとみなされ、近接したピークを判別することが重視される。データ拡張 FFT は表示分解能が振動モード分離検出能より高いため、誤った解析情報を与える恐れがあり、一般的な周波数解析法には使えない。しかし、打検法では非常に高い周波数同定能が要求されるため、データ拡張 FFT が用いられる。

データ拡張 FFT が十分な周波数同定能を発揮するためには、打検缶体設計において振動形態が 1 モード振動になるよう制御することが重要である。設計現場では“打検適性”という概念が用いられている。これは、缶底に設けられた円板部の基底振動モードのみが励起するような缶底形状や励起方法を表している。本研究の結果と照らし合わせると、打検適性は、データ拡張 FFT が有効に動作するように、缶体の振動形態が 1 モード振動となるよう制御することを表現していると考えられる。

2.5 まとめ

打検法の周波数解析法には、10ms 以下の短い観測時間で 10Hz の周波数同定能を得ることが要求される。打検法で開発されたデータ拡張 FFT は、この厳しい要求基準を満たす優れた周波数解析法である。しかしながら、データ拡張 FFT の計算原理や動作特性は必ずしも十分には把握されていなかった。

本研究では、データ拡張 FFT の計算原理が、周波数系列の原点を移動させた複数の FFT 系列を交互に配置する手法であることを解明した。さらに、1 モード振動および 2 モード振動に対するデータ拡張 FFT の動作特性を調べた結果、周波数同定能はデータ拡張の程度に応じて向上することと、振動モード分離検出能はデータ拡張前の

FFTと変わらないことを示した。比較評価したFFTおよびLPCは、周波数同定能に制約があり、データ拡張FFTのみが打検法の要求性能を満たすことができる。

また、FFTの表示周波数列原点を移動させる効果を持つ複素窓関数を提案し、これを用いた高速化アルゴリズムを示した。

データ拡張FFTが十分な周波数同定能を発揮するためには、打検缶体設計において振動形態が1モード振動になるよう制御することが重要である。設計現場で用いられる“打検適性”という概念は、このことを表現していると考えられる。

参考文献

1. 小橋豊, “音と音波”, 裳華房, pp193-196 (1969)
2. ゲアリー・ジー・ヘイワード, “密封容器内部の圧力を検査する方法および装置”, 特願昭 48-42790 (1973)
3. 吉原邦夫, “物理光学”, 共立出版, pp.117 (1966)
4. 竹之内健, 高田淳一, 白鳥正樹, “打検法の周波数解析法に関する研究”, 日本包装学会誌, Vol.12, No.2, pp.93-102(2003)
5. 牧之内三郎, 鳥居達生, “数値解析”, オーム社, pp238-314 (1975)
6. J.W.Cooley and J.W.Turkey, *Mathematics of Computation*, 19, p297 (1965)
7. 金井浩, “音・振動のスペクトル解析”, コロナ社 (1999)
8. 竹之内健, “周波数解析装置、周波数解析方法、周波数解析プログラム、打検装置および打検方法”, 特願 2001-355058(2001)
9. 江原, “ユーザーズデジタル信号処理”, 東京電気大学出版局, 1991
10. 竹之内健, 高田淳一, 倉島秀夫, “線型予測係数法を用いた打検方法および打検装置”, 特願 2000-88143(2000)
11. 秋月景雄, 松山泰雄, 吉江修, “C 言語／デジタル信号処理”, 培風館, 1989
12. 常葉野和男, 大友詔雄, 田中幸雄, “最大エントロピー法による時系列解析”, 北海道大学図書刊行会, 2002

第3章

圧力を受ける缶体の振動

第3章 圧力を受ける缶体の振動

3.1 はじめに

現代においては、Fig. 3-1 に示すように、種々の力学的問題に対して

- ・ 実験解析による実現象の把握と検証
- ・ 計算解析による詳細な条件の検討
- ・ 理論解析手法による定性的なメカニズムの把握

を行って、各手法の特性を相互に補完しつつ解析するのが、新規創造や効率的な開発のために有効である。

打検振動は、液体と気体を含み圧力を受ける薄肉円筒シェル容器の自由振動と捉えられる。従来、打検振動に関わる諸現象は実験的手法によって解析されてきた。また、近年では、計算解析手法による解析も行われている。これらの手法は有効ではあるが、しかしながら力学的なメカニズムを探る手段としては不十分である。すなわち、これらの手法は、実験解析はもとより計算解析においても、現象論的解析を行うのみで、現象のメカニズムはブラックボックスとして残される。一方、理論解析手法は打検振動の力学的なメカニズムを把握するのには有効であるが、詳細な解析を行う手段としては不十分である。すなわち、理論解析手法のみによって打検振動における大変形や内容物との連成などを考慮しつつ、実際の複雑な形状を取り扱うことは困難である。この意味で、理論的解析をメカニズムの定性的把握手段と位置づけ、計算解析および実験解析と並行して進めることが重要である。

本章においては打検較正曲線を固有振動数の圧力変化と捉え、

- ・ 横荷重(圧力)による円板の固有振動数変化
- ・ 水が上にのることによる円板の固有振動数変化

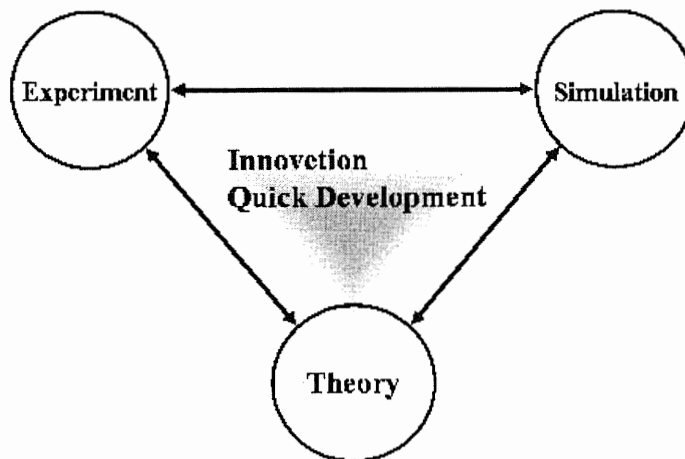


Fig. 3-1 A concept of development using simulation.

・ 圧力による円筒シェルの固有振動数変化
について理論的解析を行った結果について述べる。

3.2 一様な横荷重を受ける円板の固有振動¹⁾

3.2.1 薄板の大変形理論²⁾

力学的観点からは、打検振動は均一な荷重を受ける薄い弾性円板の固有振動と捉えられる。

弾性変形理論は Kirchhoff の仮定の上に構築されている。キルヒホッフの仮定は、板の弾性変形の基礎方程式を線型微分方程式の形で導き、これにより板の線型弾性変形理論は大きな発展を見た。板の線型弾性振動理論も、弾性変形理論に慣性項を付け加えて線型微分方程式の体系を構築できる。円板の弾性振動理論については、Lord Rayleigh が詳細な研究をまとめている³⁾。

しかしながら、線型振動理論では、缶内圧による打検周波数の変化を扱うことができない。定性的に見ると、缶内圧による打検周波数変化は円板の面内方向に引張応力が発生することにより起こる。これはアナロジーとしては、ギターのコイルが糸巻で引っ張られることにより音程を変えるのと同じ現象である。しかし、線型振動理論では純曲げ変形のみを考慮し、面内方向の引張応力を無視するため、荷重を加えても固有振動数は変化しない。この問題を扱うためには大変形理論 (large deflection theory) を適用する必要がある。大変形理論はたわみが板厚の約 0.3 倍から約 2~3 倍までの領域で適用され、面内の引張応力を考慮するが、さらに大変形によって生ずる剪断応力は無視する。缶内圧による缶底中心のたわみ量は、板厚約 0.2mm に対して 0.1mm から 0.5mm であり、大変形理論の適用範囲にある。

薄い弾性板の大変形に対する構成方程式は Kármán によって導入された。Way⁴⁾ は一様な横荷重を受ける固定支持円板のたわみの正確な解を導出した。Kung⁵⁾ は理論的および実験的研究によって、円板の大振幅振動における固有振動数と振動振幅との関係を導出した。Wah^{6,7)} は円板の大振幅振動および予張された円板の振動を Berger 方程式⁸⁾ に基づいて理論的に研究した。これらの研究は、Thimoshenko⁹⁾ や Leissa¹⁰⁾ の著書にまとめられている。しかし、打検振動の理論的基礎となる、初期横荷重を受ける円板の固有振動数変化を理論的に扱った研究は、未だ見受けられない。

本研究では、一様な初期横荷重を受ける薄い弾性円板の軸対称振動の振動方程式を Kármán 方程式に基づいて導出した。さらに固定支持および単純支持円板における軸対称振動モードの固有振動数と荷重強度との関係を、Galerkin 法を用いて近似的に導出した。これらについて以下に述べる。

3.2.2 振動方程式

周縁を支持され、荷重強度 p の一様な荷重を受ける、半径 a 、板厚 h の薄い均一な円板の振動を考える。本章の理論展開では、板半径 a で正規化した動径座標 ξ による円柱座標系を用いる。円板の中心で $\xi=0$ 、周縁で $\xi=1$ である。

板の軸対称大変形は、下記の Kármán 方程式の形で記述される。

$$\nabla^4 \Phi + \frac{Eh}{2\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 \right\} = 0 \quad \dots(3-1a)$$

$$D \nabla^4 w - \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) = pa^4 - \rho ha^4 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \dots(3-1b)$$

ここで、

- Φ : 応力関数 E : ヤング率 w : たわみ
- D : 曲げ剛性、 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ ν : ポアソン比
- ρ : 板の密度 t : 時間

を表す。 ∇^4 は重調和演算子で、 $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ 、 $\nabla^2 = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial}{\partial \xi} \right)$ を表す。また、応力関数

Φ は円板の各部分における動径方向応力 σ_r および円周方向応力 σ_t に対して、

$$\sigma_r = \frac{1}{rh} \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad \sigma_t = \frac{1}{h} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}$$

の関係を満たすよう定められる。

大変形理論においては、たわみに対する境界条件に加えて、応力関数に対する境界条件を考慮する必要がある。周縁支持円板の境界条件は Fig. 3-2 に示す 4 種類に分類される。

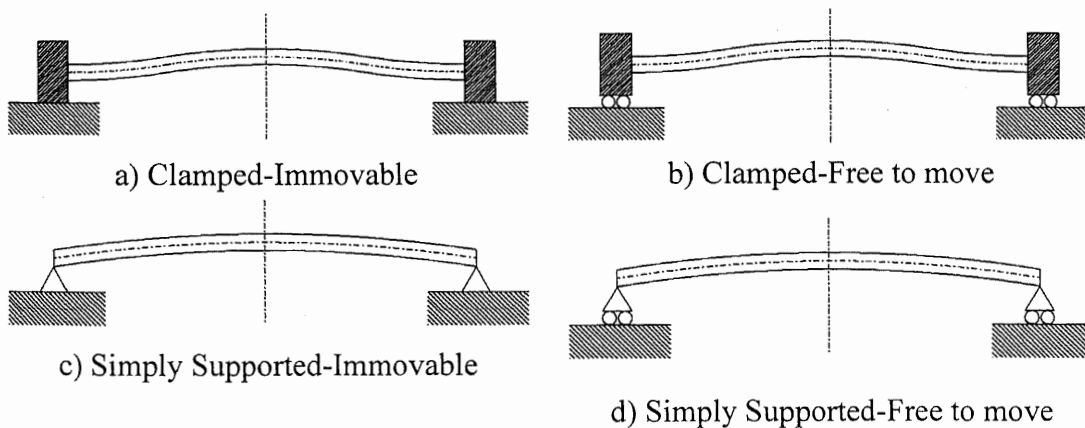


Fig. 3-2 Boundary conditions of edge-supported circular plate for large deflection theory.

a) 横方向固定、径方向不動:

$$w|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - \frac{v}{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \right|_{\xi=1} = 0, \quad \dots (3-2a)$$

b) 横方向固定、径方向自由:

$$w|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0, \quad \dots (3-2b)$$

c) 横方向単純支持、径方向不動:

$$w|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{v}{\xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) \right|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - \frac{v}{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \right|_{\xi=1} = 0, \quad \dots (3-2c)$$

d) 横方向単純支持、径方向自由:

$$w|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{v}{\xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) \right|_{\xi=1} = 0, \quad \left. \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0. \quad \dots (3-2d)$$

さらに、板中心の軸対称条件を考慮する。

$$\left. \frac{\partial w}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad \dots (3-3)$$

打検振動の過程を Fig. 3-3 に示す。内容物を充填して陽圧あるいは陰圧状態となった打検缶体は、倒立状態で打検機にかけられる(Fig. 3-3a)。打検機はこの状態の缶に対して電磁パルスを与え缶底部に振動を励起する(Fig. 3-3b)。電磁パルス消失後、缶底部は自由振動状態となり、これにより生ずる音をマイクで捕捉する(Fig. 3-3c)。

このとき、初期内圧による缶底部変位は板厚の 2~3 倍となり、大変形を考慮すべきである。一方、振動変位は減衰振動であり、振動初期の極短時間を除いては板厚と比べて十分小さい。このことから、たわみ w と応力関数 Φ とを、初期横荷重による w_s および応力関数 Φ_s と振動によるたわみ w_d および応力関数 Φ_d とに各々分割する。初期横荷重によるたわみ w_s は大変形効果を考慮するほど十分大きく、一方、振動によるたわみ w_d は十分に小さく、次式の関係が成り立つと仮定する。

$$w = w_s + w_d, \quad w_d \ll w_s, \quad \Phi = \Phi_s + \Phi_d. \quad \dots (3-4)$$

横荷重が円板に加えられた初期状態は、式(3-1)に w_s を代入して次のように記述できる。

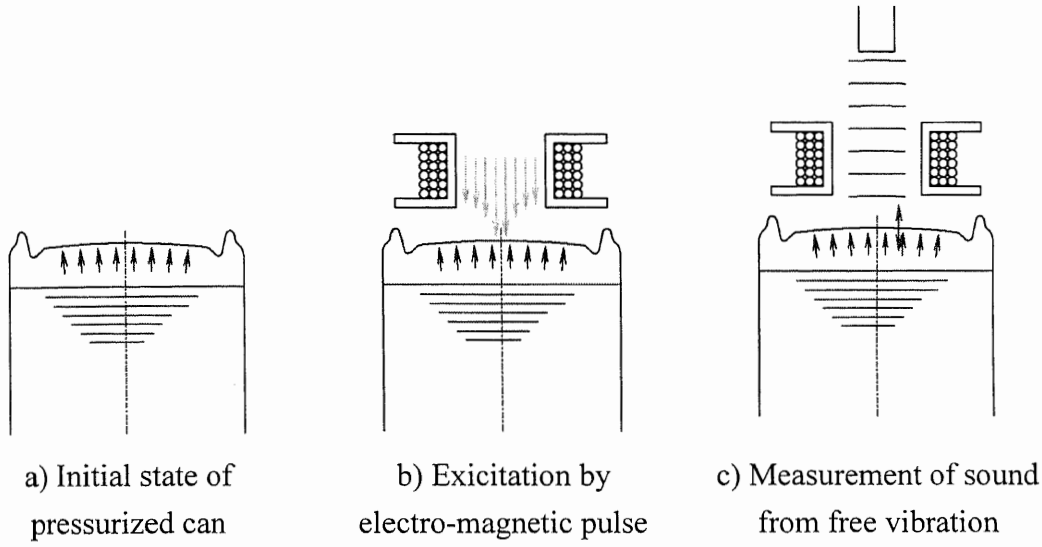


Fig. 3-3 Vibrating process of tapping vibration.

$$\nabla^4 \Phi_s + \frac{Eh}{2\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \left(\frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right)^2 \right\} = 0 \quad \dots(3-5a)$$

$$D\nabla^4 w_s - \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) = pa^4 \quad \dots(3-5b)$$

圧力を受けた円板に励起された自由振動は、以下のように記述できる。

$$\nabla^4 (\Phi_s + \Phi_d) + \frac{Eh}{2\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \left(\frac{\partial (w_s + w_d)}{\partial \xi} \right)^2 \right\} = 0 \quad \dots(3-6a)$$

$$D\nabla^4 (w_s + w_d) - \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial (\Phi_s + \Phi_d)}{\partial \xi} \frac{\partial (w_s + w_d)}{\partial \xi} \right) = pa^4 - \rho ha^4 \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} \quad \dots(3-6b)$$

式(3-4)、(3-5a)、(3-5b)を式(3-6a)、(3-6b)に代入して微小項を無視することにより、横荷重を受ける円板の軸対称自由振動の振動方程式は次のように得られる。

$$\nabla^4 \Phi_d + \frac{Eh}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_d}{\partial \xi} \right) = 0, \quad \dots(3-7a)$$

$$D\nabla^4 w_d - \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_d}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) + \rho ha^4 \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} = 0 \quad \dots(3-7b)$$

3.2.3 固有振動数

横荷重を受けない状態の円板の振動は、次の線型方程式によって記述される。

$$D\nabla^4 w_d + \rho h a^4 \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} = 0 \quad \dots(3-8)$$

節円数 m の軸対称 m 次振動モードに対する形状関数 $R_m(\xi)$ および固有振動数 f_{mL} は、0 次の第 1 種ベッセル関数 $J_0(\xi)$ および第 1 種修正ベッセル関数 $I_0(\xi)$ を用いて、次のように記述される。

$$R_m = R_m(\xi) = I_0(\lambda_m) J_0(\lambda_m \xi) - J_0(\lambda_m) I_0(\lambda_m \xi) \quad \dots(3-9)$$

$$f_{mL} = \frac{\lambda_m^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} = \lambda_m^2 \frac{h}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}} \quad \dots(3-10)$$

ここで λ_m は、下記の境界条件方程式に対する根である。

$$\text{固定支持: } \frac{J_1(\lambda_m)}{J_0(\lambda_m)} + \frac{I_1(\lambda_m)}{I_0(\lambda_m)} = 0 \quad \dots(3-11a)$$

$$\text{単純支持: } \frac{J_1(\lambda_m)}{J_0(\lambda_m)} + \frac{I_1(\lambda_m)}{I_0(\lambda_m)} = \frac{2\lambda_m}{1-\nu} \quad \dots(3-11b)$$

横荷重を受けたときの振動によるたわみ w_d と振動による応力関数 Φ_d を次のように展開する。

$$w_d = \sum_{m=0}^{\infty} c_m T_m(t) \cdot R_m(\xi) \quad \dots(3-12a)$$

$$\Phi_d = \sum_{m=0}^{\infty} c_m T_m(t) \cdot \Phi_m(\xi) \quad \dots(3-12b)$$

ここで、

Φ_m : m 次振動モードの応力関数 $T_m(t)$: m 次振動モードの時間関数

c_m : m 次振動モードの振幅

式(3-12a)、(3-12b)を、式(3-7a)、(3-7b)に代入し、さらに式(3-7b)に $c_n R_n(\xi) \xi d\xi$ を掛けて円板全体にわたって積分すると、以下の方程式が得られる。

$$\nabla^4 \Phi_m + \frac{Eh}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w_s}{\partial \xi} \frac{\partial R_m}{\partial \xi} \right) = 0 \quad \langle m=0,1,2 \dots \rangle \quad \dots(3-13a)$$

$$\frac{\partial^2 T_n}{\partial t^2} + \left\{ (2\pi f_{nL})^2 + \frac{\int_0^1 \left\{ \frac{R_n}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial R_n}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_n}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right\} \xi d\xi}{\rho h a^4 \int_0^1 R_n^2 \xi d\xi} \right\} T_n \quad \dots(3-13b)$$

$$= \frac{\sum_{m \neq n} c_m T_m \int_0^1 \left\{ \frac{R_n}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial R_m}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_m}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right\} \xi d\xi}{\rho h a^4 c_n \int_0^1 R_n^2 \xi d\xi}$$

式(3-13b)は、右辺で記述される外部荷重が、左辺で記述される n 次モード振動系に加えられた強制振動方程式と捉えることができる。線型振動モードの形状関数は互いに直交するので、初期横荷重が 0 の時式(3-13b)の右辺は 0 となる。初期横荷重が加わったとき右辺は 0 ではないが、数学的な連続性から横荷重が大きくない範囲では微小と考えて無視できる。この仮定を用いることにより、横荷重を受ける円板の軸対称振動に対する固有振動数 f_n は次のように導出される。

$$f_n = f_{nL} \left\{ 1 + \frac{\int_0^1 \left\{ \frac{\partial R_n}{\partial \xi} \cdot \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial R_n}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_n}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right\} d\xi}{\rho h a^4 (2\pi f_{nL})^2 \int_0^1 R_n^2 \xi d\xi} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots(3-14)$$

3.2.4 たわみおよび振動モード形状の近似表式

一様な荷重を受ける円板のたわみ w_s が、次式のように動径座標 ξ の二乗のべき級数で記述されることは、多くの文献から知られている。

$$w_s = (1 - \xi^2)^2 (w_0 + w_1 \xi^2 + \dots + w_k \xi^{2k} + \dots) \quad \dots(3-15)$$

また、軸対称 n 次振動モードの形状関数 $R_n(\xi)$ を記述する式(3-9)を構成する、0 次の第 1 種ベッセル関数 $J_0(\xi)$ および第 1 種修正ベッセル関数 $I_0(\xi)$ は、定義により動径座標 ξ の二乗のべき級数で次のように記述される。

$$J_0(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \xi^{2k}}{2^{2k} (k!)^2} = 1 - \frac{1}{4} \xi^2 + \frac{1}{64} \xi^4 - \dots \quad \dots(3-16a)$$

$$I_0(\xi) = J_0(i\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\xi^{2k}}{2^{2k} (k!)^2} = 1 + \frac{1}{4} \xi^2 + \frac{1}{64} \xi^4 - \dots \quad \dots(3-16b)$$

これより、軸対称 n 次振動モードの形状関数 $R_n(\xi)$ は、次式のように表される。

$$R_n(\xi) = a_{n0} + a_{n1} \xi^2 + \dots + a_{nk} \xi^{2k} + \dots \quad \dots(3-17a)$$

$$a_{nk} = \frac{\{(-1)^k I_0(\lambda_n) - J_0(\lambda_n)\} \lambda_n^{2k}}{2^{2k} (k!)^2} \quad \dots(3-17b)$$

さらに、式(3-17a)を次式のように展開できる。この式は固定支持条件(3-2a,b)および軸対称条件(3-3)を満たす。

$$R_n(\xi) = \left\{ \prod_{\ell=0}^n \left(1 - \frac{\xi^2}{\alpha_{n\ell}} \right) \right\} (1 - \xi^2) (b_{n0} + b_{n1} \xi^2 + \dots + b_{nk} \xi^{2k} + \dots) \quad \dots(3-18)$$

ここで $\alpha_{n\ell}$ は、軸対称 n 次モードの ℓ 番目の節円半径である。係数 b_{nk} は式(3-18)と式(3-17a)とを比較することにより定められる。基底振動モード($n=0$)に対しては、

$$b_{0k} = \sum_{j=0}^k \frac{(k+1-j) \lambda_0^{2j} \{(-1)^j I_0(\lambda_0) - J_0(\lambda_0)\}}{2^{2j} (j!)^2} \quad \dots(3-19)$$

軸対称 1 次振動モード($n=1$)に対しては、

$$b_{1k} = \sum_{\ell=0}^k \left\{ \frac{1}{\alpha_{1\ell}} \sum_{j=0}^{\ell} \frac{(\ell+1-j) \lambda_1^{2j} \{(-1)^j I_0(\lambda_1) - J_0(\lambda_1)\}}{2^{2j} (j!)^2} \right\} \quad \dots(3-20)$$

で与えられる。

単準支持境界条件に対するたわみ w_s と基底振動モード形状関数 R_n についても、固定支持条件の場合と同様に、動径座標 ξ の二乗のべき級数の形で以下のように記述できる。

$$w_s = (1 - \xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2 \right) (w_0 + w_1 \xi^2 + w_2 \xi^4 + \dots + w_k \xi^{2k} + \dots) \quad \dots(3-21)$$

$$R_n = \left\{ \prod_{\ell=0}^n \left(1 - \frac{\xi^2}{\alpha_{n\ell}} \right) \right\} \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2 \right) (b_{n0} + b_{n1} \xi^2 + \dots + b_{nk} \xi^{2k} + \dots) \quad \dots(3-22)$$

$$b_{0k} = \sum_{j=0}^k \frac{(5+\nu) - (1+\nu) \left(\frac{1+\nu}{5+\nu} \right)^{k-j}}{4} \frac{\lambda_0^{2j} ((-1)^j I_0(\lambda_0) - J_0(\lambda_0))}{2^{2j} (j!)^2} \quad \dots(3-23)$$

$$b_{lk} = \sum_{\ell=0}^k \left\{ \frac{1}{\alpha_{1k}^\ell} \sum_{j=0}^k \frac{(5+\nu) - (1+\nu) \left(\frac{1+\nu}{5+\nu} \right)^{k-j}}{4} \frac{\lambda_1^{2j} ((-1)^j I_0(\lambda_1) - J_0(\lambda_1))}{2^{2j} (j!)^2} \right\} \quad \dots(3-24)$$

λ_n と b_{nk} の値は境界条件で決まる。基底振動モードおよび軸対称 1 次振動モードに対するこれらの値を Table 3-1 に示す。

固定支持条件に対するたわみおよび基底振動モードの形状関数の近似表式は、式(3-15)および式(3-18)の無限級数展開を適当な次数で打ち切ることによって得られる。本研究では、以下の表式を、 w_s と R_0 の近似表式として採用する。

$$w_s = (1 - \xi^2)^2 (w_0 + w_1 \xi^2) \quad \dots(3-25)$$

$$R_0 = (1 - \xi^2)^2 (b_{00} + b_{01} \xi^2) \quad \dots(3-26)$$

単純支持境界条件に対しては、次の表式を、たわみおよび軸対称振動モード形状

Table.3-1 Coefficient values of shape function for axisymmetric vibration mode.

Nodal Order	Coefficient Value (Poisson's Ratio $\nu = 0.3$)			
	Clamped		Simply Supported	
0	$\lambda_0 = 3.196$	$b_{00} = 6.048$	$\lambda_0 = 2.222$	$b_{00} = 2.572$
	$\alpha_{00} = 1.000$	$b_{01} = -1.720$	$\alpha_{00} = 1.000$	$b_{01} = -0.2133$
		$b_{02} = 0.3744$		$b_{02} = 0.08233$
1	$\lambda_1 = 6.306$	$b_{10} = 88.76$	$\lambda_1 = 5.452$	$b_{10} = 40.88$
	$\alpha_{10} = 1.000$	$b_{11} = -91.54$	$\alpha_{10} = 1.000$	$b_{11} = -42.96$
	$\alpha_{11} = 0.3790$	$b_{12} = 48.65$	$\alpha_{11} = 0.4417$	$b_{12} = 19.62$

関数の近似表式に用いることができる。

$$w_s = (1-\xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2 \right) \left(w_0 + w_1 \xi^2 + \dots + w_p \xi^{2p} - \frac{1}{p+1} \left(\sum_{q=0}^p q w_q \right) \xi^{2(p+1)} \right) \dots (3-27)$$

$$R_0 = (1-\xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2 \right) \left(b_{00} + b_{01} \xi^2 + \dots + b_{0p} \xi^{2p} - \frac{1}{p+1} \left(\sum_{q=0}^p q b_{0q} \right) \xi^{2(p+1)} \right) \dots (3-28)$$

式(3-27)、(3-28)において、右辺の次数 $\xi^{2(p+1)}$ の項は、単純支持条件を満たすために付け加えた。本研究では、 $p=1$ の場合に対応する以下の近似表式を用いる。

$$w_s = (1-\xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2 \right) \left\{ w_0 + w_1 \left(\xi^2 - \frac{\xi^4}{2} \right) \right\} \dots (3-29)$$

$$R_0 = (1-\xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2 \right) \left\{ b_{00} + b_{01} \left(\xi^2 - \frac{\xi^4}{2} \right) \right\} \dots (3-30)$$

形状関数 $R_n(\xi)$ に関しては、ベッセル関数で表された正確な表式(3-9)に対する近似表式の誤差を評価することができる。基底振動モードと軸対称 1 次振動モードについて

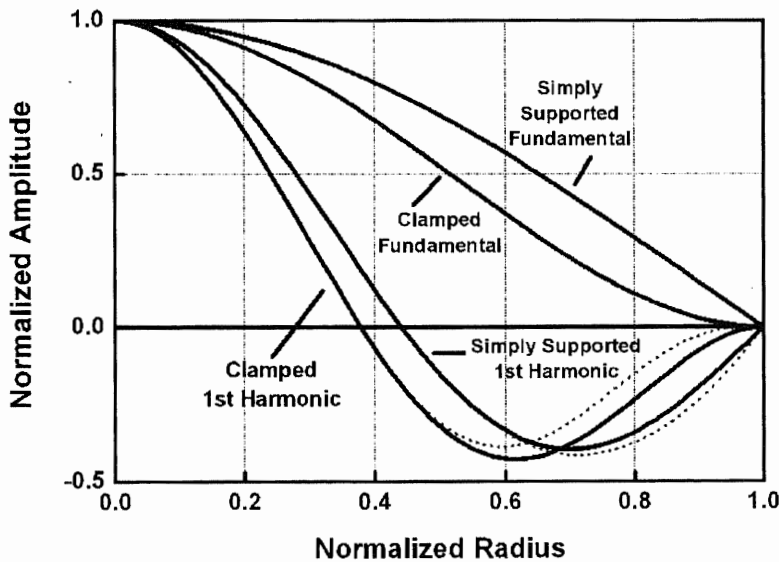


Fig. 3-4 Shape functions for vibration of circular plate. Solid lines indicate exact expressions. Broken lines indicate approximate expressions.

て、固定支持ならびに単純支持境界条件における近似表式(3-22)、(3-28)の形と正確な表式(3-9)の形とを Fig. 3-4 に示す。近似表式と正確な表式の誤差の比率は、各々の最大偏差点において以下ようになる。

固定支持: 基底振動モード: 0.38% 軸対称 1 次振動モード: 8.38%
 単純支持: 基底振動モード: 0.09% 軸対称 1 次振動モード: 4.40%

3.2.5 固有振動数と荷重強度との関係

前節に示した近似表式を構成方程式に代入し、Garelkin 法を用いてたわみの未定常数を決定することにより、

正規化荷重強度 normalized load intensity $p^* = (p/E)(a/h)^4$
 正規化固有振動数 normalized natural frequency $f_0^* = (f_0/f_{0L})$

の間に次の関係が導かれる。

$$p^* = C_{LI} \frac{\sqrt{f_0^{*2} - 1}}{C_{VI}} + C_{NL} \left(\frac{\sqrt{f_0^{*2} - 1}}{C_{VI}} \right)^3 \quad \dots (3-31)$$

ここで、

C_{LI} : 線型係数 Linear Coefficient

C_{NL} : 非線型係数 Nonlinear Coefficient

C_{VI} : 振動係数 Vibration Coefficient

を導入する。線型係数 C_{LI} は、たわみと横荷重との関係における、線型理論による曲げの寄与分に対応し、一方、非線型係数 C_{NL} は大変形理論で現れる伸びの寄与に対応する。振動係数 C_{VI} は、固有振動数とたわみとの関係を表す。これらの係数の値は境界条件によって定められる。式(3-31)導出の詳細は付録 B に述べる。これらの計算過程では、複雑な代数計算を実行するために数式処理ソフトウェア Mathematica (Wolfram Research, Inc.)を用いた。

式(3-18)、(3-20)、(3-22)、(3-24)を用いると、軸対称 1 次振動モードについても固有振動数と荷重強度との関係を導くことができる。横荷重による円板の変形に振動モードは関与しないので、係数 C_{LI} および C_{NL} は変化せず、振動係数 C_{VI} だけが振動モードによって変化する。ポアソン比 $\nu = 0.3$ の時のこれら係数値を、Table 3-2 にまとめる。線型係数 C_{LI} および非線型係数 C_{NL} は、本質的に Timoshenko⁹⁾によって示された係数に等しい。

基底振動モードについて、正規化荷重強度と正規化固有振動数との関係を Fig. 3-5 に示す。図には、Nastran による大変形非線型固有値解析による数値計算結果も示している。数値計算結果と理論計算結果はよく整合している。

Table 3-2 Coefficient values for fundamental vibration mode of circular plate under uniform transverse load.

Boundary Condition		Coefficient Value (Poisson's ratio: $\nu=0.3$)			
Transverse	Radial	C_{LI}	C_{NL}	C_{VI}	
				0th	1st
Clamped	Immovable	5.861	3.804	1.242	0.5341
	Free to Move	5.861	1.414	0.7133	0.3989
Simply Supported	Immovable	1.438	3.054	2.364	0.4031
	Free to Move	1.438	0.5669	0.9035	0.1853

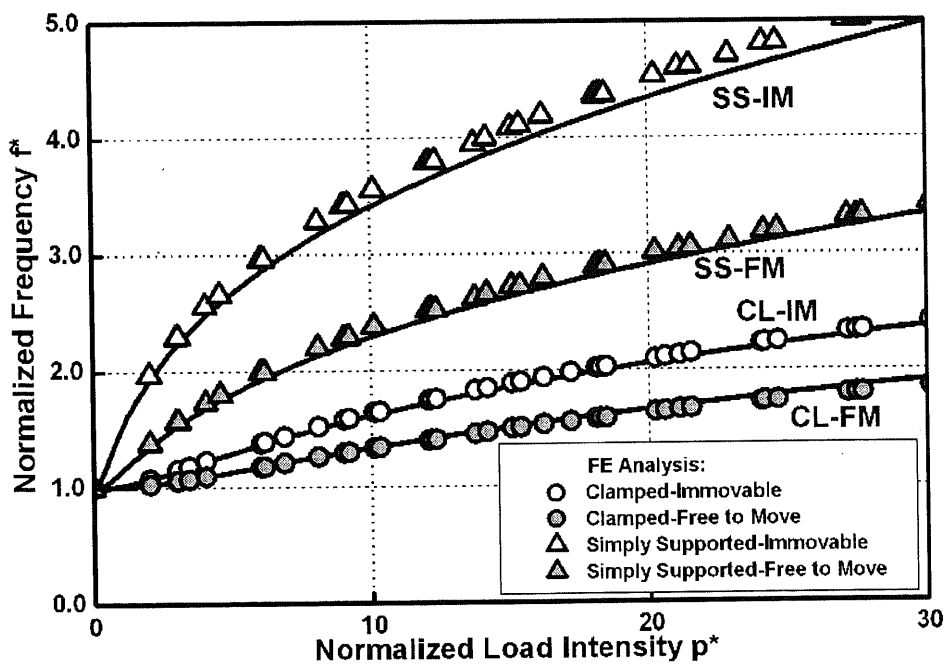


Fig.3-5 Relationship between natural frequency for fundamental vibration mode and load intensity of edge supported circular plate. Dots denote results of FE analysis. Solid lines denote theoretical results.

3.3 圧力を受ける円筒容器の固有振動

3.3.1 液体が上にのった円板の固有振動

打検缶体の下側蓋面の振動は、液体が充填された円筒容器の下面円板部の振動と捉えられる。係数 C_{LI} 、 C_{NL} 、 C_{VI} は密度および荷重の項を含まないため、正規化荷重強度と正規化固有振動数との関係を示す式(3-31)は、均一な付加質量が加わった系に対しても成立する。すなわち次式のように、荷重強度 p に液体の深さに相当する液の自重を加え、板の慣性質量 ρ に液体の質量を加えることにより、円板の上にのった液体の影響を容易に表すことができる。

$$p_T = p + \rho_{liq} Hg \quad \dots(3-32a)$$

$$\rho_T = \rho \left(1 + \frac{\rho_{liq} H}{\rho h} \right) \quad \dots(3-32b)$$

ここで、 ρ_{liq} は液体の密度、 H は液体の“深さ”、 g は重力加速度である。

しかし、この質量付加理論は、液体の深さが浅い場合にのみ有効である。これは、内容液を弾性体として取り扱い、液体としての挙動を無視しているためである。一方、深さ無限大の液が上にのった円板の固有振動数は、Lamb などの研究により次のように得られる¹¹⁾。

$$\rho_T = \rho \left(1 + 0.6689 \frac{\rho_{liq} a}{\rho h} \right) \quad \dots(3-33)$$

これは、円板からの放射エネルギーが無限遠で 0 となることを用いており、液体の深さが十分深いときにのみ有効である。液体の深さが中間領域にある場合を表す理論は、現状調べた限りでは見当たらない。

打検対応缶体を模した、板厚 0.2mm、直径 36mm の固定支持円板を底面とする容器に水を入れた場合の、水の深さと固有振動数との関係を Fig. 3-6 に示す。この場合、水深 12mm で質量付加理論による固有振動数と Lamb 理論による固有振動数が交差する。実際の缶体では水深は 90mm 程度、計算解析モデルでは 93.6mm あり、Lamb 理論を採用するのが妥当と考えられる。

式(3-31)、(3-32a)、(3-33)を用いると、液体を含む円筒容器内の上面円板部および下面円板部の固有振動に缶内圧が与える影響を理論的に導くことができる。上面円板部周縁を単純支持一径方向不動、下面円板部周縁を固定支持一径方向不動とし

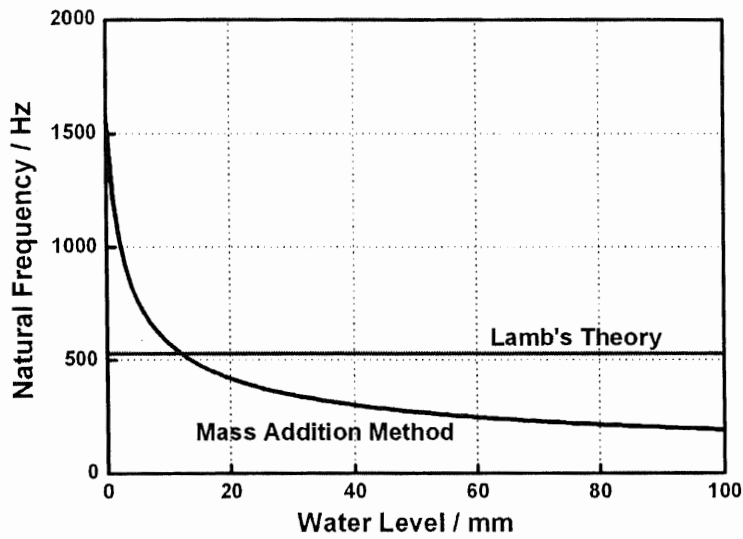


Fig. 3-6 Natural frequency for fundamental vibration mode of clamped circular plate with water on the upper surface.

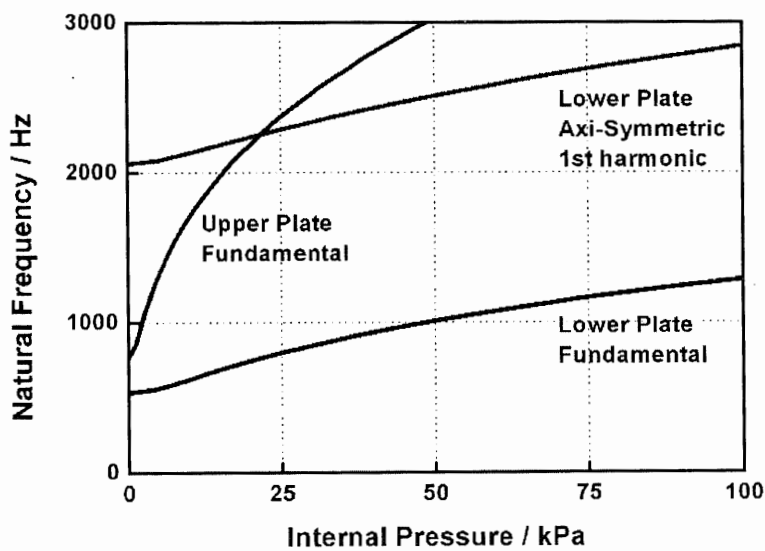


Fig. 3-7 Effect of internal pressure to natural frequency for upper and lower circular plate of cylindrical vessel partly filled with water.

た場合の、缶内圧と固有振動数との関係を Fig. 3-7 に示す。

水がのることにより下面円板部の固有振動数は低下し、同時に荷重強度に対する傾きが小さくなる。このため、下面円板部の 1 次高調波モードと上面円板部の基底振動モードとが交差する点が現れる。Fig. 3-7 では、荷重強度 20kPa でこのような交差点が見られる。交差関係は、上下面円板部の材料特性、板厚、液体の物性と液量、および上下面円板部の境界条件によって変化する。固有振動数の交差は、共振現象の発生を示唆するものであり、これが薄肉缶体の打検振動に見られる共振現象と関係すると考えられる。

3.3.2 圧力を受ける薄肉円筒シェルの固有振動数¹²⁾

薄肉シェルの理論は、Kirchhoff-Love の仮説の上に構築される。これは、薄肉平板における Kirchhoff の仮定を拡張したものである。薄肉円筒シェルの構成方程式には何種類かの形式があるが、大変形を扱う場合には Donnell-Mushtari(D-M)理論に基づく構成方程式が用いられる。D-M 理論は、シェルの曲率半径が大きい場合に適用され、構成方程式が比較的単純な形式で表されるのが特徴である。圧力を受ける薄肉円筒シェルの固有振動数は、D-M 理論を用いて Reissner と Vlasov により、次式のように定式化されている。

$$\left(\frac{f_{mn}}{f_{mnL}}\right)^2 - 1 = \frac{\lambda^2 + 2n^2}{2 \left\{ \frac{\lambda^4}{(\lambda^2 + n^2)^2} + \frac{h^2}{12R^2} \frac{(\lambda^2 + n^2)^2}{(1 - \nu^2)} \right\}} \frac{R p}{h E} \quad \dots(3-34a)$$

$$f_{mnL}^2 = \frac{E}{(2\pi R)^2 \rho} \left\{ \frac{\lambda^4}{(\lambda^2 + n^2)^2} + \frac{h^2}{12R^2} \frac{(\lambda^2 + n^2)^2}{(1 - \nu^2)} \right\} \quad \dots(3-34b)$$

$$\lambda = \frac{m\pi R}{L} \quad \dots(3-34c)$$

ここでは以下の記号を用いる。

- | | | | |
|----------|---------------|-----------|-----------------|
| f_{mn} | : 円筒シェルの固有振動数 | f_{mnL} | : 円筒シェルの線型固有振動数 |
| n | : 円周方向の分割節数 | m | : 軸方向の分割節数 |
| R | : 円筒シェルの半径 | L | : 円筒シェルの軸方向長さ |
| h | : 円筒シェルの肉厚 | | |

式(3-34)に基づいて、圧力を受ける円筒容器の側面円筒部の固有振動を Fig. 3-8 に示す。図には同時に上面円板部の基底振動を示している。この図において、側面円

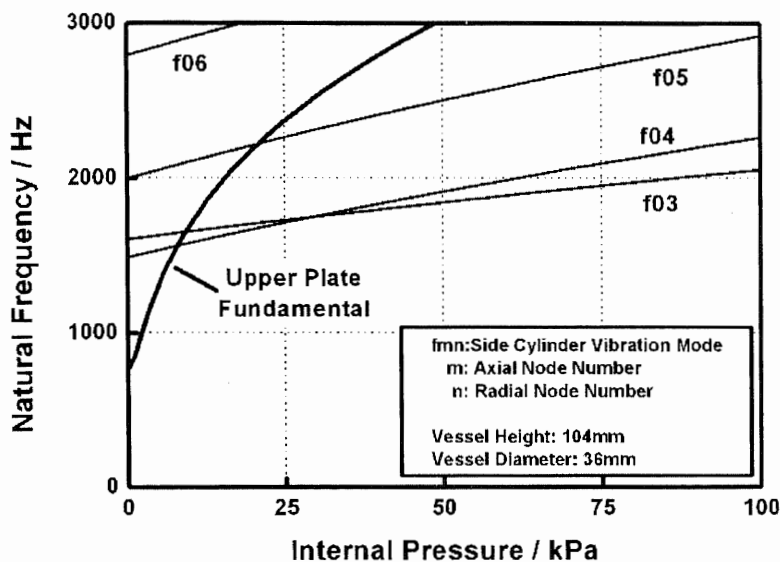


Fig. 3-8 Natural frequency of cylindrical vessel under pressure.

筒部の固有振動数は上面円板部の固有振動数と交差し、前節と同様に共振を起こす可能性が示唆される。

缶体の振動を正確に表現するためには、内容液の影響を考慮に入れなければならないが、それにはより複雑な理論の構築が必要であり、この点は今後の課題である。

3.4 まとめ

打検振動のメカニズムの定性的把握を目的として、薄肉円筒容器の円板部および円筒部の固有振動数と印加内圧との関係を理論的に解析した。

均一な横荷重を受ける円板の固有振動数の表式を、大変形を考慮したカルマン方程式に基づいて導出した。さらに、固定支持一径方向不動、固定支持一径方向自由、単純支持一径方向不動、および単純支持一径方向固定の、各境界条件について、基底振動モードおよび軸対称 1 次振動モードの固有振動数と荷重強度との関係は、線型係数 C_{LI} 、非線型係数 C_{NL} および振動係数 C_{VI} を用いて同じ形式で記述できることを見出した。この関係は、打検較正曲線の理論曲線として用いることができる。

さらに、この理論解析結果を展開して、上に水がのった円板の固有振動数の圧力による変化を表せることを示し、これらを組み合わせて、内部に水を含む円筒容器において、上下面円板部の間に固有振動数の交差が起こり、共振現象の原因と成り得るこ

とを見出した。

また、円筒の固有振動数の圧力変化に対する、Donell-Mushutari 理論に基づいた表式を用いて、円筒容器の上面円板部と側面円筒部の間にも固有振動数の交差が起こり、共振現象が発生し得ることを見出した。

本章で得られた理論的解析による知見は、次章に述べる計算解析手法と総合することによって、打検振動のメカニズムの解明に大きく寄与する。

参考文献

1. 竹之内健, 白鳥正樹, “一様な横荷重をうける固定支持円板の軸対称振動”, 日本機械学会第 15 回計算力学講演会講演論文集, pp.239-240(2002)
2. Ventsel, E., Krauthammer, T., “Thin Plates and Shells”, Marcel Dekker, New York (2001)
3. Lord Rayleigh (Strutt, J. W.), “The Theory of Sound”, 2nd. edn., Dover, New York (1894)
4. Way, S., "Bending of Circular Plates with Large Deflection," Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol.56, pp.627-636 (1934)
5. Kung, G. C., Pao, Y. H., "Nonlinear Flexural Vibrations of a Clamped Circular Plate," Journal of Applied Mechanics., Dec,1972, pp. 1050-1054(1972)
6. Wah, T., "Vibration of Circular Plates at Large amplitudes," Journal of the Engineering Mechanics division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.89, pp. 1-15 (1963)
7. Wah, T., "Vibration of Circular Plates," the Journal of the Acoustical Society of America, Vol.34, No. 3, pp. 275-281(1962)
8. Berger, H. M., "A New Approach to the Analysis of Large Deflections of Plates," Journal of Applied Mechanics, vol. 22, pp.465-472 (1955)
9. Timoshenko, S. P., Woinowski-Krieger, S., "Theory of Plates and Shells," 2nd. edn., McGraw-Hill, New York, pp. 396-428 (1959)
10. Leissa, A., "Vibration of Plates", Acoustical Society of America, pp.303-314(1993)
11. Lamb, H., "On the Vibration of an Elastic Plate in Contact with Water," Proc. Roy. Soc. (London) Ser. A, Vol. 98, pp.256-216 (1920)
12. Leissa, A., "Vibration of Shells", Acoustical Society of America, pp.231-289(1993)

第4章

打検振動の計算解析手法

第4章 打検振動の計算解析手法

4.1 はじめに

第1章で述べたように、近年の薄肉軽量缶体では打検振動の振動形態が複雑となり、しばしば共振現象(うなり)が発生する。打検法の周波数解析法であるデータ拡張FFTは、振動形態が1モード振動でないと周波数同定能が低下するため、共振の抑制が求められる。

この問題については、いままでも多くの実験的検討が行われてきた。しかし、薄肉缶体の打検振動はデリケートな側面があり、振動測定法の多くは缶体の振動状態を変えてしまうために正確な測定が困難である。特に、振動伝播に重要な役割を果たすと思われる、缶体内部の液体の振動状態を正しく観察測定することは不可能で、このことが、打検振動における共振メカニズムの解明を困難にしている。また、理論的解析は、第3章に示したような、高度な力学的振動理論の構築が必要で、缶体の複雑な形状を考慮して、内部の液体・気体との練成を考慮することは困難である。

計算解析は、近年のハードウェアおよびソフトウェア技術の発達に伴って著しい進展を遂げており、様々な力学的問題を解決する有効な手段となっている。また、計算解析手法を基にした最適化手法を適用することによって最適設計への展開が可能となり、設計の効率化や新規機能の創造に寄与することができる。しかし、計算解析を個々の問題に適用するためには、実際の現象を精度よく表現する解析手法を確立することが必要である。

打検振動は、内容液と気体を含み圧力を受ける薄肉円筒シェル容器の自由振動であり、力学的に取り扱うには、圧力による大変形や内容物流体との連成などを考慮する必要がある。しかし、本研究で用いたNastranなどの汎用有限解析ソフトウェアでは、シェルの大変形および流体要素とシェル要素との音響-構造練成を同時に取り扱える解析コードは未だ開発されていない。

本研究では、流体要素を含み内圧を受けるシェルの振動状態を、線型の音響-構造練成解析(Acoustic-structural coupled analysis)で表現する計算解析手法を構築した。さらに、本研究では、構築した計算解析手法を用いて、打検振動における共振現象発生メカニズムを探り、抑制策を検討した。これらの結果について述べる。

4.2 初期内圧の影響を考慮した音響－構造練成解析

4.2.1 計算解析モデル

本研究では、缶体を円筒シェルの両端に円板が結合した円筒容器と単純化した。円筒容器の内部空間に存在する空気と水とは、流体要素を用いてモデル化した。本研究における打検振動解析の対象とした缶体(C200TF-2HF)、およびこれを単純化した円筒容器状の計算解析モデルの形状と諸元とを Table 4-1 および Fig. 4-1 に示す。

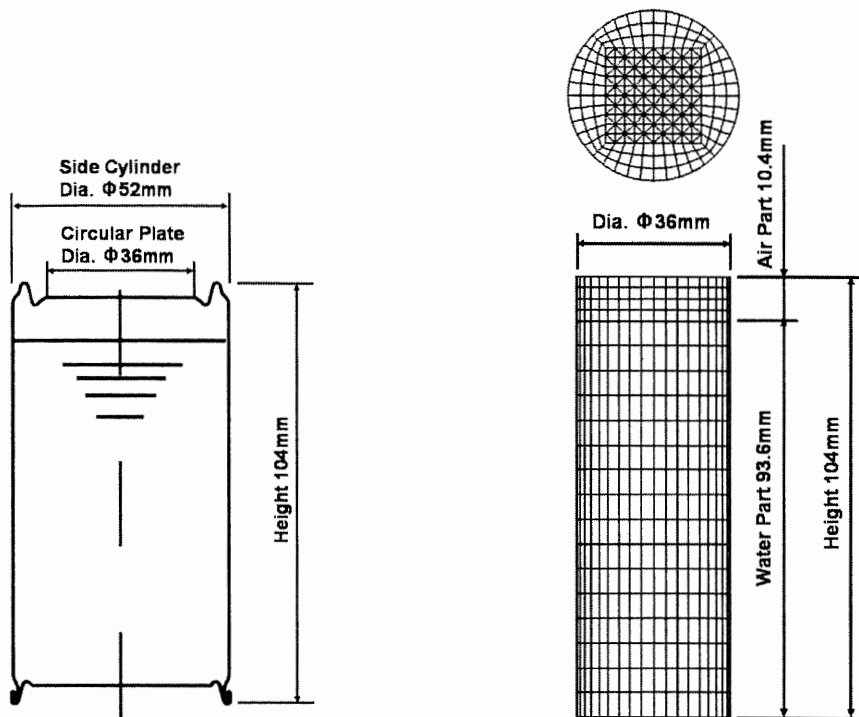
打検振動においては、振動を励起させる容器底部の円板部が最も重要であることから、円筒容器モデルの直径は実缶体の缶底円板部直径にあわせて設定した。缶体は1240個の四辺形要素で構成し、内部空間には4400個の六面体流体要素を配置した。軸方向は20層に分割して、容器内の水の充填量変化を表現できるようにした。水と空気の充填比率は、水の充填量の影響を見る解析を除き、水90%:空気10%とした。モデルの節点数は7707である。実缶体の巻締部に相当する円筒シェルの下端円周を固定支持とした。

本研究の計算解析には汎用有限要素法ソフトウェア Nastran (MSC Software Inc.) を用いた¹⁾。シェル要素のみを扱う解析においては、大変形を考慮した非線形実固有値解析および直接過渡応答解析(動解析)を行ったが、流体要素を加えた音響－構造練成解析では線型の複素固有値解析および直接過渡応答解析を行った。動解析では、初期荷重として上面円板部全体に10 μ sの間100kPaのパルス状圧力荷重を与え、除荷後の自由振動状態を解析した。減衰と内部流体の自重とは考慮しなかった。

Table 4-1 Dimension and property for computational analysis model of the tapping vibration.

Shell part	Upper circular plate	Lower circular plate	Side cylinder
Young's modulus / Pa	2.07 \times 10 ¹¹ *		
Poisson ratio	0.3		
Mass density / kg/m ³	7.85 \times 10 ³		
Thickness / m	2.0 \times 10 ⁻⁴	2.0 \times 10 ⁻⁴	1.0 \times 10 ⁻⁴
Fluid part	Air part		Water part
Mass density / kg/m ³	1.12		999
Bulk modulus / Pa	1.42 \times 10 ⁵		2.22 \times 10 ⁹

* Young's modulus was compensated to represent the effect of internal pressure in several analyses.



a) 200g 2-piece can (C200TF-2HF)

b) FE analysis model

Fig. 4-1 Shape and dimension for computational analysis model of tapping vibration.

4.2.2 ハット型シェルの計算解析²⁾

シェル要素のみによる振動の状態を調べるため、計算解析モデルの上面円板部および側壁円筒部のシェル要素のみを用いて、ハット型シェル(hat-shaped shell)モデルを構成した。この計算解析では、大変形を考慮した固有値解析および動解析のコードを用いた。側壁円筒部の下端円周部を固定支持とし、シェルの各要素に、シェルの外面方向に向けた圧力をかけ、固有振動モードと固有振動数とを調べた。結果をFig.4-2に示す。

ハット型シェルの上面円板部周縁は単純支持条件に近い境界条件となっており、第3章で示した理論解と適合した圧力-固有振動数曲線を描く。側面円筒部の振動は、曲げ振動が支配的である。側面円筒部の各振動モードは内圧にしたがって上昇する。圧力に対する固有振動数の傾きは振動モードの次数が増えるにしたがって大きくなる。これらの傾向は理論解析と一致する。

上面円板部の固有振動数は側面円板部のいくつかの振動モードの固有振動数と交差する。第3章で述べた理論的解析からは、上面円板部の形状剛性は側面円筒部よ

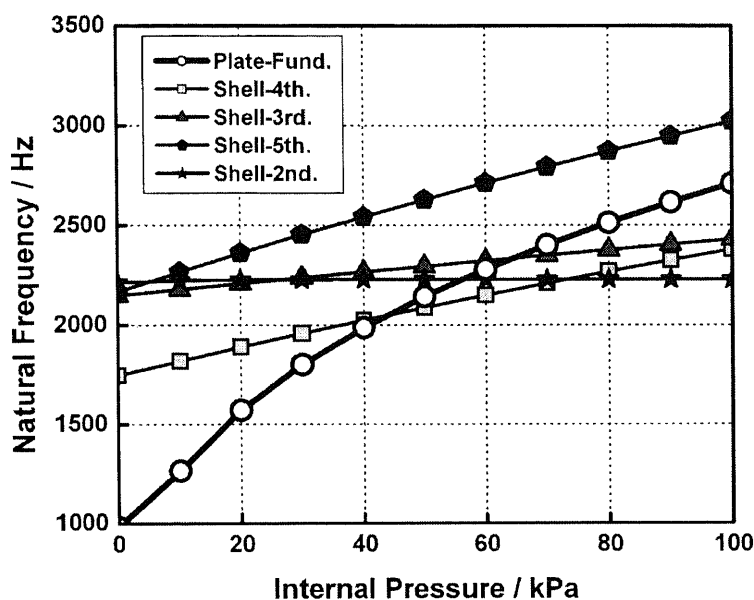


Fig. 4-2 Natural frequency of hat-shaped shell under internal pressure.

り低いいため圧力に対する感度が高いために固有振動数の交差が起こることが導き出されており、Fig. 4-2 の解析結果は、この知見と一致する。

一般的に、共振現象は振動モードの固有振動数が交差あるいは近接することにより生じる。このことから考えると、ハット型シェルにおいて、上面円板部と側面円筒部との間での共振現象の発生が期待される。しかし、動解析を行ってみると、ハット型シェルでは共振現象は観察されない。

Fig.4-3 は上面円板部の基底振動の固有振動数が側面円筒部の 4 回対称振動の固有振動数と交差する内圧 42kPa、および 3 回対称振動の固有振動数と交差する内圧

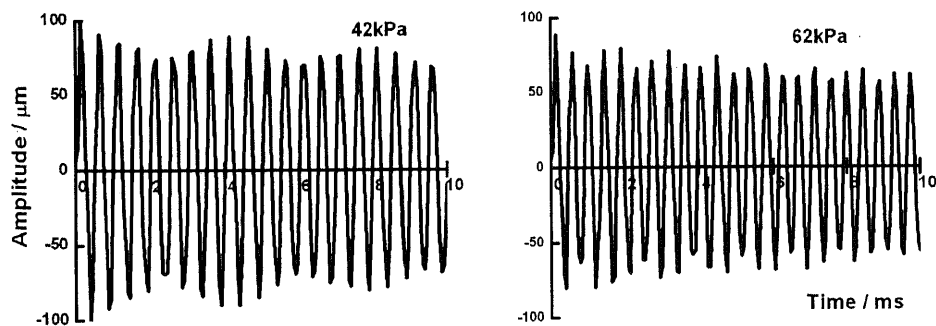


Fig. 4-3 Tapping waveform of hat-shaped shell at the center of top circular plate. Computational transient analysis.

62kPa における動解析で得られた、上面円板部中心の振動変位である。振動は上面円板部基底モードが支配的で、上面円板部の軸対称 1 次高調波モードとの干渉によるうなりが見られるが、側壁部の振動モードとの間の共振現象は見られない。同様の動解析は、Fig. 4-2 に示す内圧範囲全域で行ったが、いずれも共振現象は見られなかった。ハット型シェルでは、上面円板部と側面円筒部とは、円板部の周縁で結合しており、振動は周縁部を通じてのみ伝播する。このような系では互いの振動が伝播しないか、あるいは非常に弱く、両部分はほぼ独立に振動することを、Fig. 4-3 の結果は示している。

このことから、打検振動における共振現象の発生には、内部に含まれる流体を振動の伝播要因として考慮することが必要と考えられる。

4.2.3 音響－構造練成解析手法³⁻⁶⁾

円筒容器内部の液体と空気とを考慮した計算解析を行うため、円筒容器の内部に流体要素を設定し、外殻のシェル要素との間で練成させる、音響－構造練成解析を用いた。

本研究で用いた Nastran など、汎用の計算解析ソフトウェアの多くは、シェルの大変形を考慮した固有値解析および動解析を行うことができる。また、流体要素とシェル要素の音響－構造練成を考慮した固有値解析および動解析を行うこともできる。しかしながら、これらを組み合わせた、大変形を考慮した音響－構造練成解析はいまだ取り扱うことができない。そこで本研究では、流体要素を含むシェルに内圧がかかったときの振動状態を解析するために、大変形によってシェルが“硬化する (hardening)”、すなわち固有振動数が上昇する知見に沿って、以下の手順により内圧の影響を表現した⁷⁾。

- 1) 流体要素を含まないシェル要素のみについて、大変形を考慮した固有値解析を行い、各部分の固有値を求めるとともに、圧力によって変形したシェル形状を抽出する。
- 2) 取り出した変形シェルに対して、大変形を考慮しない線型固有値解析を行い、各部分の固有値を求める。
- 3) 大変形を考慮した 1) の非線型解析による固有値と、大変形を考慮しない 2) の線型解析による固有値とを比較して、線型固有値が非線型固有値に一致するよう解析モデルの各部分のヤング率を調整する。
- 4) 上記操作により、各圧力に対して作成した、形状変形とヤング率調整を行ったシェルモデルの中に流体要素を加え、線型の音響－練成解析を行う。

上記の手法を Fig.4-1 の計算解析モデルに対して適用した場合の形状変化の程度および補正ヤング率を Table 4-2 に示す。表中に見られるように、内圧によるシェルの

固有振動数の変化に対する形状変形の寄与分とヤング率変化の寄与分はほぼ同程度であった。内圧 100kPa における値と内圧 0kPa における値との比を取ると、大変形を考慮した解析では固有振動数の比は 2.31 倍であるが、変形シェル線の線型解析による固有振動数の比は 1.99 倍、ヤング率の比は 1.50 倍であった。これは、第 3 章で求めた固有振動数の表式(3-14)からの予測と整合する。

4.2.4 計算解析による共振現象の表現

前節で構築した計算解析手法を用いて、円筒容器の振動状態を解析した。

まず、容器内の水充填量の影響について調べるため、円筒容器内部の流体要素に、軸方向に区切られた各層ごとに空気あるいは水の物性値を与えて、固有値解析を行った。固有値解析から得られた固有振動モードのうち、形状関数の振幅が大きい主要振動モードについて、水の量と固有振動数との関係を Fig. 4-4 に示す。

円板の振動モードは節直径と節円の数で表される。節直径 0 の場合は軸対称振動、1 以上の場合非軸対称振動である⁸⁾。図中で各振動モードは次のように表記した。

Table 4-2 Deformation and Young's modulus compensation for the computational analysis of tapping inspection.

Pressure /kPa	Natural Frequency under consideration of large deflection /Hz	Displacement at the center of upper circular plate / m	Natural frequency of distorted shell / Hz	Compensated Young's modulus / Pa
0	1136	0	1136	2.07×10^{11}
10	1328	1.56×10^{-4}	1264	2.40×10^{11}
20	1579	2.62×10^{-4}	1440	2.70×10^{11}
30	1776	3.39×10^{-4}	1597	2.80×10^{11}
40	1946	3.99×10^{-4}	1725	2.90×10^{11}
50	2101	4.50×10^{-4}	1836	3.00×10^{11}
60	2227	4.93×10^{-4}	1945	3.00×10^{11}
70	2352	5.32×10^{-4}	2028	3.10×10^{11}
80	2453	5.66×10^{-4}	2114	3.10×10^{11}
90	2542	5.98×10^{-4}	2190	3.10×10^{11}
100	2629	6.27×10^{-4}	2264	3.10×10^{11}

- Umn: 上面円板部の振動モード。次数 m は節直径数、次数 n は節円数を表わす。
- Lmn: 下面円板部の振動モード。次数 m は節直径数、次数 n は節円数を表わす。
- Smn: 側面円筒部の振動モード。次数 m は軸方向節数、次数 n は円周方向節数を表わす。
- Acoustic: 円筒容器中の水の共鳴による振動モード。
- Air Resonance: 円筒容器中の空気の共鳴による振動モード。

次に動解析を行って上面円板部中心および下面円板部中心の振動波形を求めた。この波形からデータ拡張 FFT により求めた主要振動ピークについて、水の量と FFT ピーク周波数との関係を Fig. 4-5 に示す。動解析の振動モードは、固有値解析で得られた固有振動数を参照して特定した。

これらの解析から、次の知見が得られた。

- 円筒容器の中に流体を入れると、シェルの固有振動に加えて、空気の共鳴による固有振動と、水の共鳴による固有振動とが発生する。水の量が増えるにつれて、空気の共鳴による固有振動数は上昇し、一方、水の共鳴による固有振動数は低下する。
- 下面円板部の固有振動数は、水が加わると急激に低下し、その結果下面円板部基底振動モードの固有振動数は円筒容器全体で最も低くなる。側面円筒部の固有振動数は、水の量が増えるにつれて低下する。
- 固有値解析においては、多くの固有振動数が検出される。特に、Fig. 4-4 では主要振動モードとして L10、U10 の非軸対称振動、S02、S03、S04 の側面振動モードが検出される。しかし、動解析においては、これらの非軸対称振動モードは確認できなかった。上下面円板部の中心以外の数点に対しても振動波形を観察したが、振動波形には大きな差異はなく、非軸対称振動モードはこれらの観測点でも確認できなかった。これは、上面円板部の基底振動モードを励起するめ、円筒容器全体としても軸対称振動が強く励起されたためと考えられる。

Air Resonance モードは、水量比率 0%では強く発生しているが、水量が増えるにつれ、振動数が高くなるとともに、強度が小さくなって確認が困難になった。

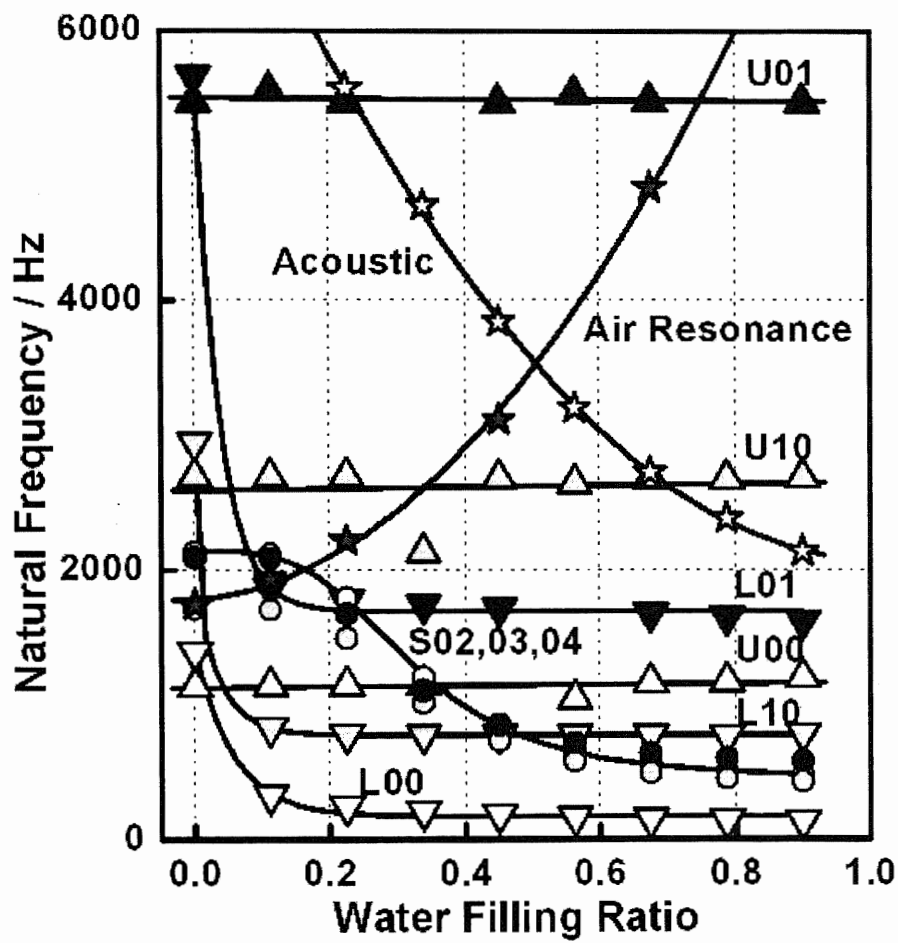


Fig. 4-4 Influence of water contents for natural frequency of cylindrical vessel. Computational eigenvalue analysis.

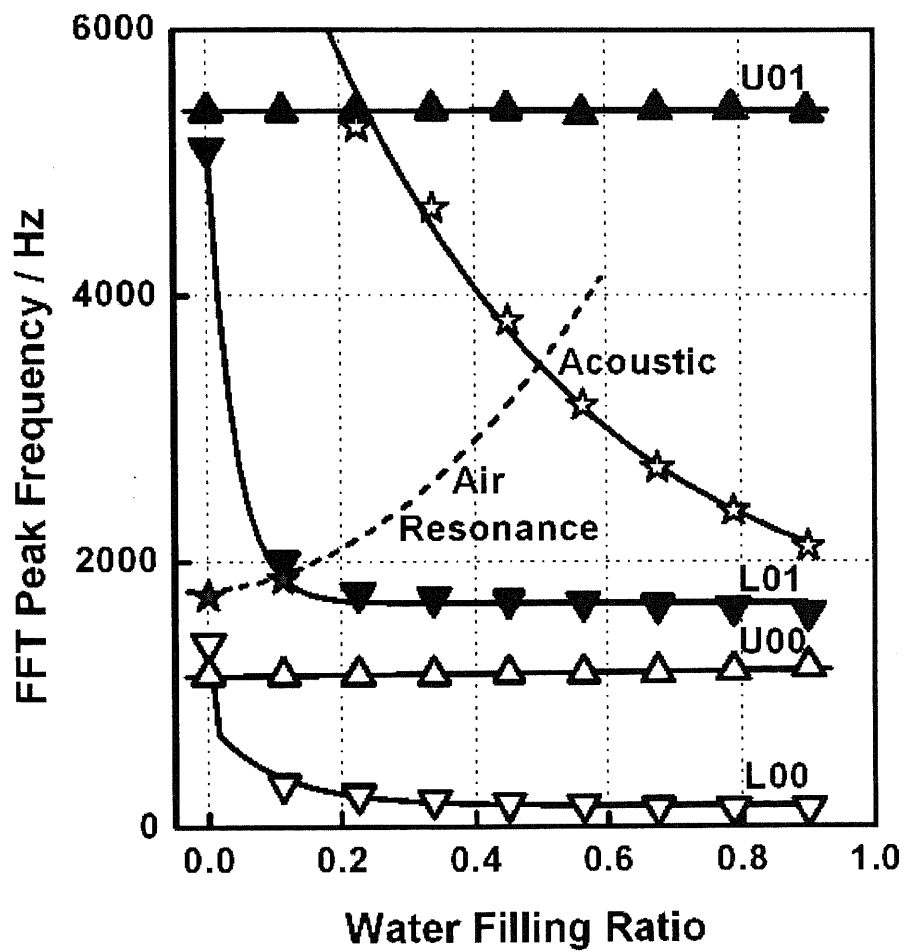


Fig. 4-5 DE-FFT Peak Frequency of transient analysis for cylindrical vessel containing air and water. Computational transient analysis.

次に、水の量を内容積の90%とし、円筒容器に0~100kPaの内圧を加えて動解析を行い、上面円板部中心および下面円板部中心の振動波形のピーク周波数をデータ拡張FFTによって調べた。内圧による主要振動モードの変化を、Fig. 4-6に示す。

図では、上面円板部の基底振動モードの固有振動数が内圧につれて増大するのに対して下面円板部の各振動モードおよび音響振動モードの固有振動数はほとんど変化しない傾向が見られる。上面円板部の基底振動モードの固有振動数は音響振動モードの固有振動数と、内圧約50kPaの領域で交差する。

この近傍の圧力領域における動解析振動波形を Fig. 4-7 に示す。図中では内圧51kPaを中心とした圧力領域で上面円板部に共振現象が発生しているのが見られる。共振現象が発生する圧力領域は狭く、周波数差が50Hz以内に固有振動数が接近しないと発生しない。これは約±3kPaの圧力差に相当する。上面円板部の基底振動と下面円板部の軸対称1次モードが交差する25kPaでも共振現象の発生は確認されたが、うなりの大きさは Fig. 4-7に見られるよりは小さなものであった。動解析波形からデータ拡張FFTによりピーク周波数を求めた結果を Fig. 4-8 に示す。図では実際の打検較正曲線と同様なピーク周波数の不連続性が見られる。これらの結果は、本研究で構築した解析手法が打検振動における共振現象を表現できることを示している。

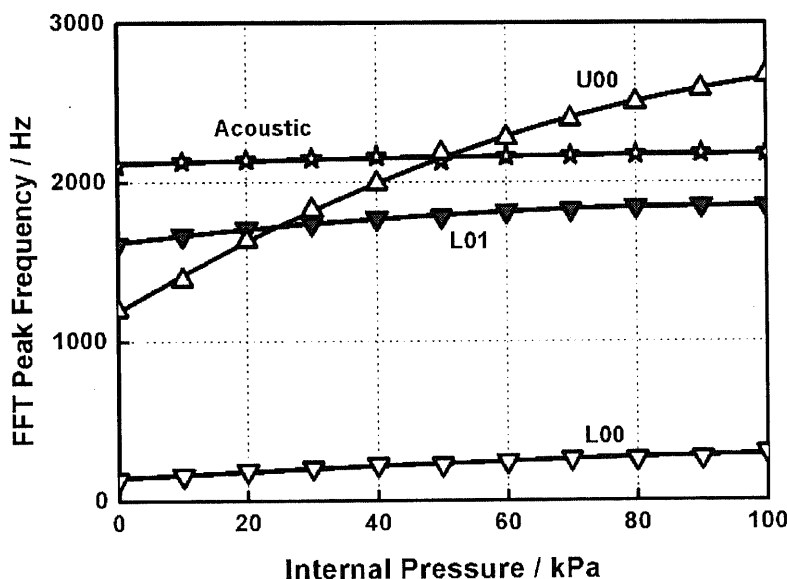


Fig. 4-6 DE-FFT peak frequency for vibration of cylindrical vessel containing water and air under internal pressure. Computational transient analysis.

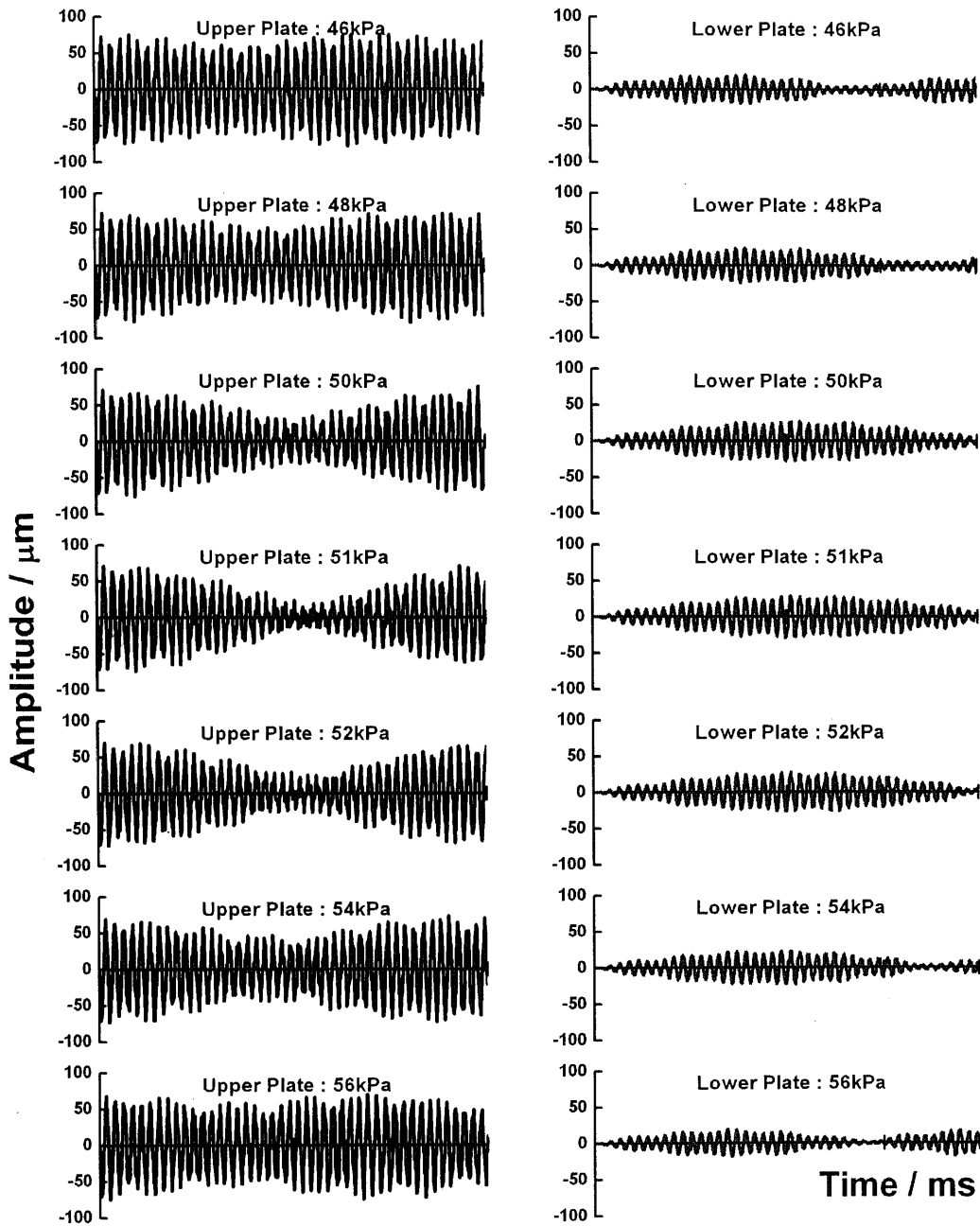


Fig. 4-7 Tapping waveform of cylindrical vessel containing air and water. Each waveform in left column indicate the vibration at the center of upper circular plate, those in right column indicate the vibration at the center of lower circular plate. Computational transient analysis.

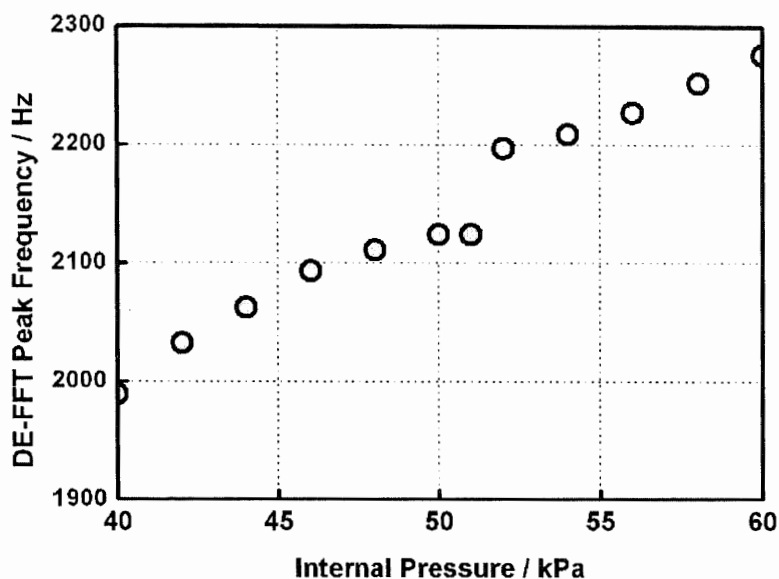


Fig. 4-8 Data extended FFT peak frequency of transient analysis waveform of cylindrical vessel containing air and water in resonant region. Computational transient analysis.

動解析において共振現象が発生する圧力範囲は、実際の現象に比べてかなり狭い。これは、解析に減衰を考慮してない影響が考えられ、減衰を取り込んだ解析手法の構築は今後の課題である。また、固有値解析においては水の量の変化、圧力の変化により振動モードが多彩な変化をする。これらを詳細に調べることにより、さらに知見が得られると思われる。

4.3 共振現象抑制策の検討

4.3.1 共振現象の特性

前節で構築した解析手法により、打検振動の共振現象の特性を探り、抑制策を検討した。共振現象は、1次振動に対して、振動数が近接した2次振動が重畳して、1次振動を乱す現象である。2次振動は、他の振動発生源から発する場合と、2次振動体の振動が1次振動により励起されて発生する場合がある。打検振動においては、1次振動の発生源は、電磁パルスによって励起された缶底部である。この振動が2次振動体に伝播して振動を励起し、励起された2次振動が逆伝播して1次振動に重畳して共振

現象が発生するものと考えられる。

共振現象は日常的に多く見られる現象で、共振現象の抑制は、工学的に様々な曲面で解決が求められる普遍的課題である。一般に、共振現象の抑制には

- ・ 1次振動、あるいは2次振動の発生を抑止する
- ・ 共振関係にある2つの振動の固有振動数をずらす
- ・ 共振関係にある振動体間の伝播経路を遮断する

方策が考えられる。しかしながら、打検法は缶底部の振動を測定する検査法であることから、1次振動発生は抑止できない。また、缶内圧によって1次振動である缶底部の基底振動周波数が変化するため、2次振動の固有振動数をずらせて共振を抑制することは困難である。このことを考慮すると、打検振動の共振を抑制するには、2次振動を抑止するか、振動伝播経路を遮断するしかない。

一般に、振動体の状態を変化させると固有振動数も変化する。共振現象は2つの振動体の振動数が近接することにより生じるため、単に固有振動数の変化だけでも見かけ上共振は抑制される。しかし上にも述べたように、打検振動の場合は缶内圧によって振動数が変化するため、固有振動数変化は単に共振する圧力ポイントを移動させる効果しか持たない。このことを考慮して、本研究では振動体の固有振動数の差が同じとなるように缶内圧を調整して、その状況における共振状態を評価するようにした。

4.3.2 下面円板部の影響

打検振動測定実験による実験的知見として、振動を励起する缶底部と反対側の缶蓋部を全く振動しないように固定すると、共振が抑制されることが見出されている。そこでこれに対応した状況として、円筒容器モデルの下面円板部の板厚を0.3mmに増加させたモデルと、下面円板部全体を固定支持としたモデルを作り、Fig.4-7に示す解析と同じ条件で動解析を実施した。上面円板部中心、および下面円板部中心の動解析振動波形をFig. 4-9およびFig. 4-10に示す。

下面板厚を0.3mmに増加させたFig. 4-9の場合、共振状態となる圧力ポイントは50kPaから40kPaに移動するが、そのポイントにおけるうなりの大きさは、Fig. 4-7に示す下面板厚0.2mmの場合とほとんど変わらない。

一方、Fig. 4-10に示す下面円板部固定の場合、当然下面円板部に振動は発生しないが、上面円板部の振動にも共振現象は発生しない。Fig. 4-7に示す共振現象は音響モードと上面円板部の基底振動モードとの間で起こるものであるが、下面を固定したことにより、共振関係が消滅する。これは共振現象に下面の振動が大きく影響することを示している。

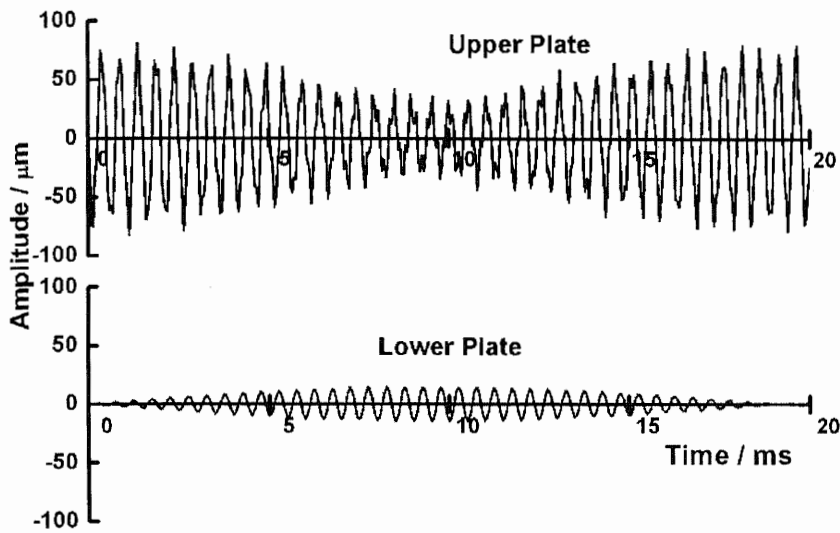


Fig. 4-9 Tapping waveform of cylindrical vessel containing air and water, with lower plate thickness 0.3mm. Internal pressure 40kPa. Computational transient analysis.

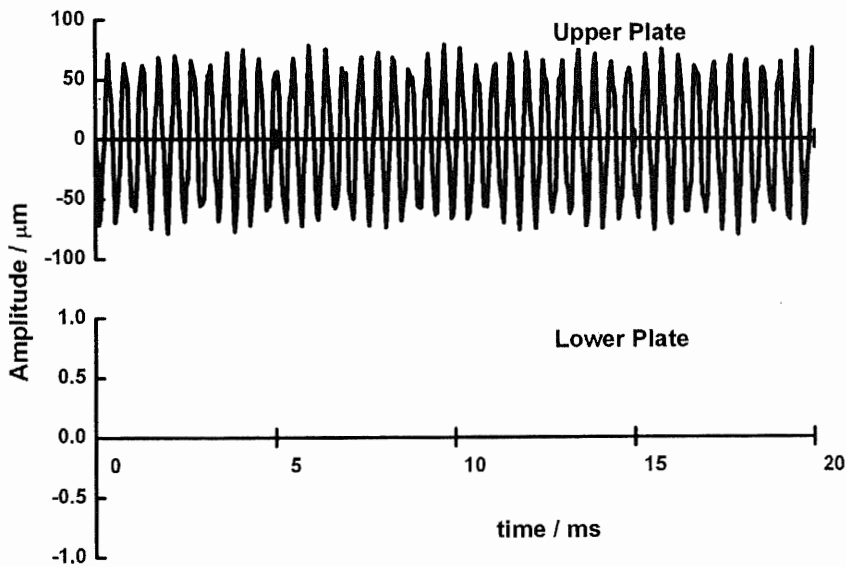


Fig. 4-10 Tapping waveform of cylindrical vessel containing air and water with clamped lower plate. Internal pressure 50kPa. Computational transient analysis.

4.3.3 側壁の厚みの影響

打検振動の実験的知見として、側壁の厚みが薄くなることによって共振が発生すること、側壁部を手で押さえることで共振を抑制できることがわかっている。これに対応した状況として、円筒容器の側壁部厚みを0.1mmから0.2mm、0.3mmと増加させて、共振現象への影響を調べた。側壁厚みを増加させると共振点がずれるので、下面の振動に現れる共振波形の周波数差が50Hzとなるように内圧を調整した。共振ポイントは、厚み0.1mmの場合51kPa、0.2mmの場合46kPa、0.3mmの場合54kPaであった。Fig. 4-11に示す動解析振動波形でわかるように、側壁厚みを増加させるにつれ、下面円板部の振動振幅は小さくなるが、上面円板部に見られるうなりの大きさは、厚みが増すことで逆に大きくなり、側壁厚み増加を増加させても共振抑制効果は得られなかった。

一方、側壁の境界条件を変えると大きな共振抑制効果が得られた。Fig. 4-12は側壁全体を固定支持とした場合の上面円板部中心および下面円板部中心の振動波形を示す。側壁厚みは0.1mm、内圧は50kPaである。振幅スケールが上面円板部と下面円板部で異なることに留意していただきたい。下面円板部の振動形態は、今までの場合と異なり、基底振動が支配的である。下面振動の振幅は小さく、上面の振動にも共振の発生は見られない。側面の振動を抑制するという観点からは、厚みを増加させることと固定支持することの間に大きな差はないと思われるのに、結果としてこのような振動状態に大きな違いが現れるのは興味深い。

さらに、側面全体を固定支持することに替えて、側面円筒部と上面円板部との接合点である、上面円板部周縁を固定支持し、その影響を調べた。

本研究で用いている円筒容器の解析モデルは、上面円板部周縁には境界条件を設定していない。この状況は上面円板部にとって単純支持に近いため、周縁部固定支持とすることで振動状態はかなり変わってしまう。新たに共振関係を調べた結果、75kPaにおいて下面に共振関係が見出されたが、この場合においても、上面円板部の振動には共振は発生しなかった。動解析による振動波形をFig. 4-13に示す。

このように支持条件を調整することで、振動数からは共振関係にある状況で、円筒容器の上面円板部の共振を抑制できることがわかった。一方、単に板厚を増加させるだけでは、共振ポイントを移動させることはできても、共振を抑制することはできない。これらの差異が何に起因するものかは明らかではなく、今後追求すべき課題として残される。また、計算解析における固定支持条件を実際にどうすれば具現化できるかは、実缶体設計における検討課題である。

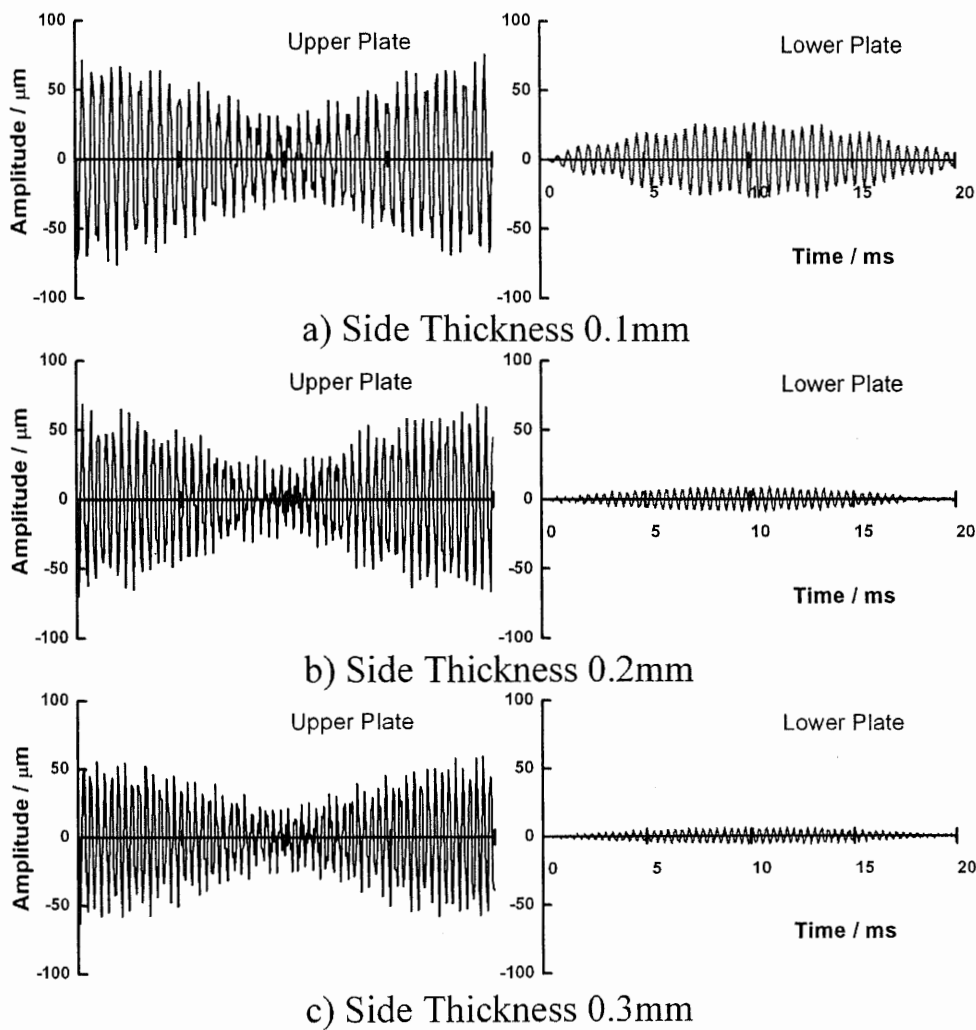


Fig. 4-11 Effect of thickness of side cylinder part on beating phenomenon. Internal pressure was a) 51kPa, b) 46kPa, c) 54kPa. Computational transient analysis.

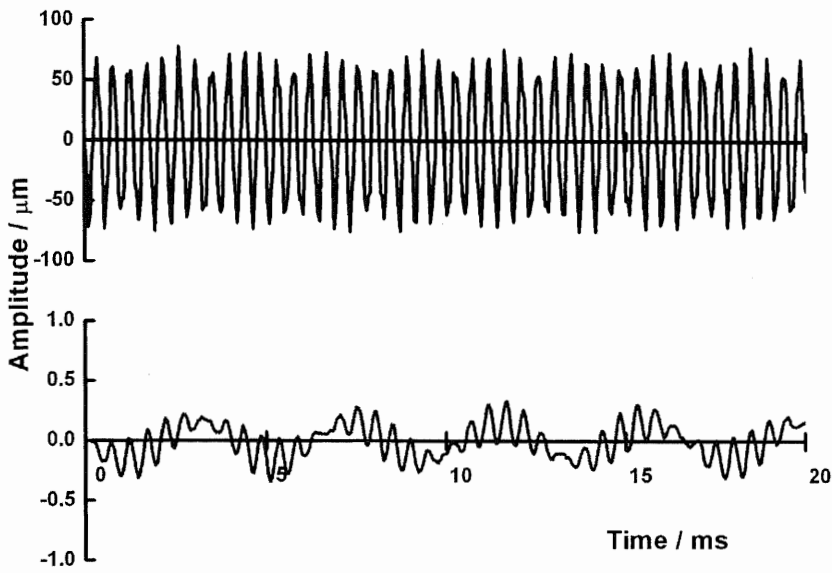


Fig. 4-12 Waveform of cylindrical vessel containing air and water with clamped side cylinder. Internal pressure was 50kPa. Computational transient analysis.

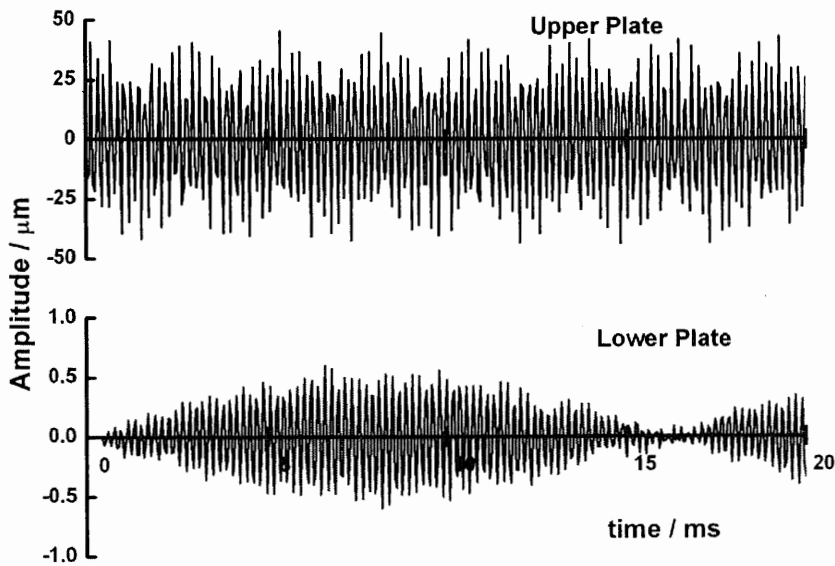


Fig. 4-13 Waveform of cylindrical vessel containing air and water with clamped upper plate edge. Internal pressure was 75kPa. Computational transient analysis.

4.4 容器内部の圧力分布観察

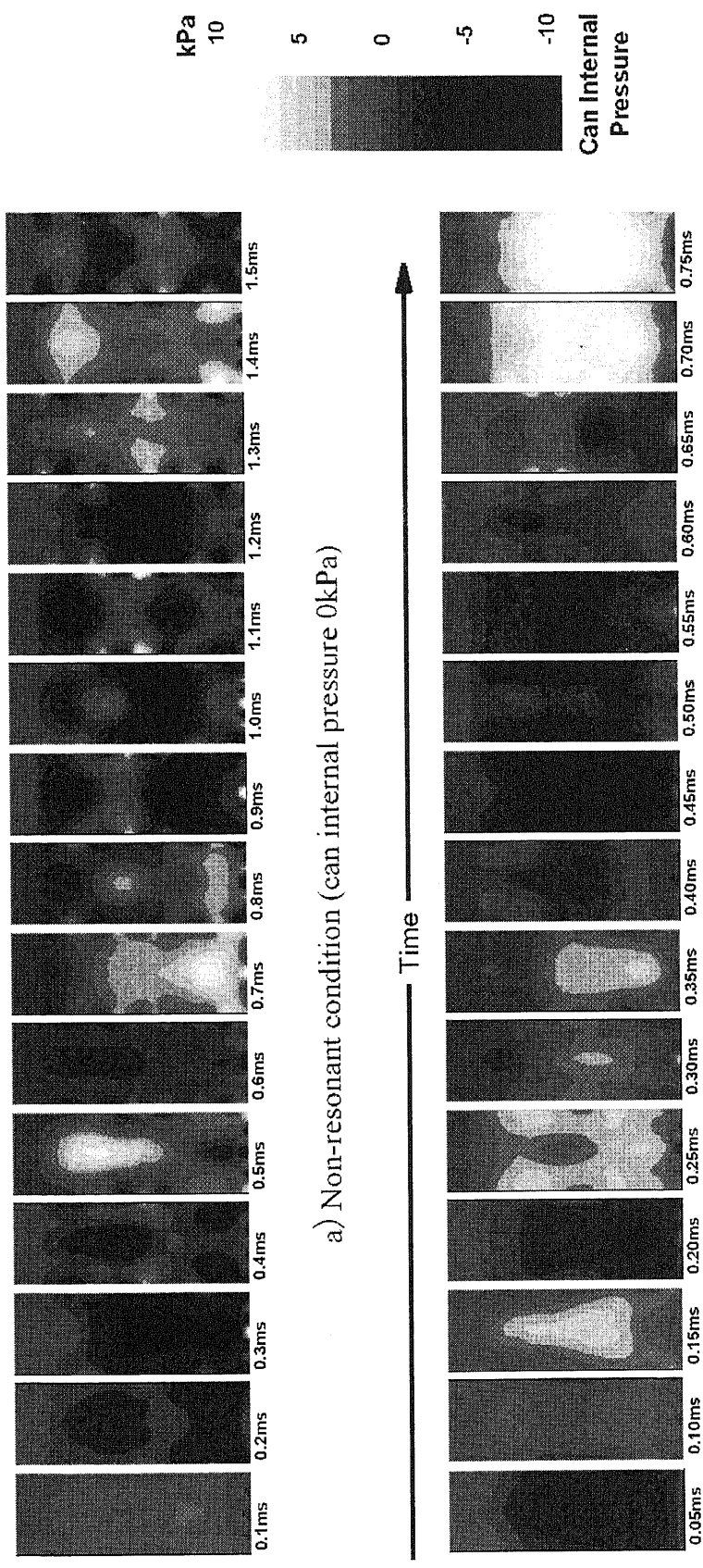
音響-構造練成解析においては、容器内部の流体要素の圧力が解析結果として出力される。これをマッピングすることで、容器内部の圧力振動を観察することができる。Fig. 4-6で示す動解析で、上面円板部の基底振動モードと音響モードとが共振関係にある初期内圧 50kPa、および共振関係にない初期内圧 0kPa における、中心軸断面上の流体要素圧力の時間推移を、-10kPa~10kPa の範囲の白黒濃淡図として Fig. 4-15 に示す。各々の時間系列は、上面円板部中心波形の 1 周期に相当する。

共振関係にない Fig. 4-14a)において、圧力振動には複数の逆相の腹が観察される。局所的に高い圧力を示す部分はあるが、全体としては大きな圧力変動は示さない。これに対して、共振関係にある Fig. 4-14b)においては、圧力振動は 1 つの腹を持ち、大きな圧力変動を示す。圧力振動周期は上面円板部の振動周期と一致する。これらの圧力振動を、水平方向断面からも観察したが、圧力は水平断面内ではほぼ一様に変動しており、中心軸に対する軸対称振動モードのみが観察された。圧力振動の大きさは±10kPa 以上にもなり、音響振動としては非常に大きな値を示す。これは、小さな閉鎖空間内で振動しているためと考えられる。

さらに、前節に述べた共振抑制策の検討項目に対応する内部流体要素の圧力分布を Fig. 4-15 に示す。図は、振動励起後 0.48ms における軸方向切断面の分布状態を -2kPa~2kPa の範囲の白黒濃淡で表現している。

Fig. 4-14b)で見られるのと同様な圧力振動状態は、下面円板部厚みを 0.3mm とした 4-15a)、側面円筒部厚みを 0.3mm とした 4-15c)でも見られる。一方、下面円板部全面を固定支持とした Fig. 4-15b)は Fig. 4-14a)と類似した圧力状態を示す。また、側面円筒部全体を固定支持とした Fig. 4-15d)、上面円板部周縁を固定支持とした Fig. 4-15e)はともに、高さ方向相層状となった弱い圧力分布を示す。

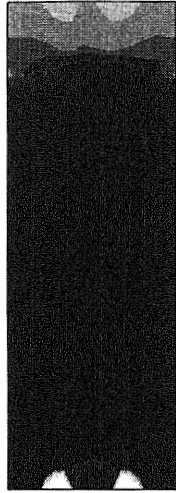
このように、内部の振動状態は共振現象と密接に関連する挙動を示している。従来の実験的手法では、圧力分布を高い分解能で測る手段がなく、また薄肉軽量缶体では観察すること自体が系の振動状態を変えてしまうために、缶体内部の挙動を観察することができなかった。本研究で得られた、内部状態の計算解析的観察手法は、振動挙動の解明に有用と考えられる。



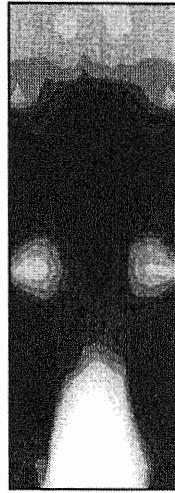
a) Non-resonant condition (can internal pressure 0kPa)

b) Resonant condition (can internal pressure 50kPa)

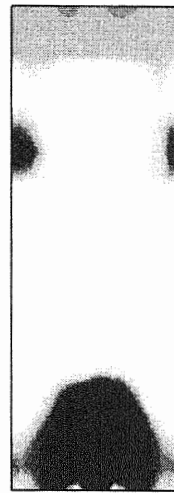
Fig. 4-14 Pressure vibration of fluid inside cylindrical vessel. Cross sectional view of axis plane. Computational Analysis



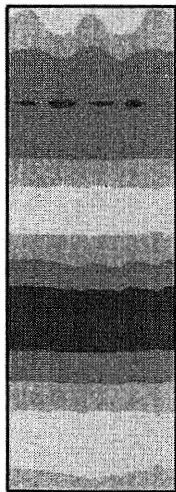
a) Lower thickness 0.3mm
see Fig. 4-9



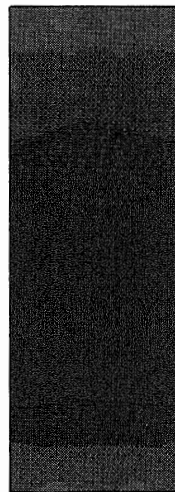
b) Lower plate clamped
see Fig. 4-10



c) Side thickness 0.3mm
see Fig. 4-11



d) Side clamped
see Fig. 4-12



e) Upper edge clamped
see Fig. 4-13

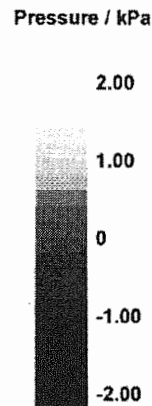


Fig. 4-15 Pressure distribution of fluid inside cylindrical vessel for axial plane at 0.48ms after excitation. Each sectional view corresponds to waveform indicated as figure number. Computational transient analysis.

4.5 まとめ

本章では、内部に液体と気体とを含み内圧を受ける缶体の打検振動を計算解析で評点するために、シェル要素に内圧をかけて、大変形非線型固有値と変形したシェル形状とを抽出し、変形シェルの線型固有値が非線型固有値に一致するよう解析モデルの各部分のヤング率を調整したシェルモデルの中に流体要素を加え、線型の音響-練成解析を行う手法を構築した。さらに、この手法を用いて、缶体を単純化したモデルの、水と空気を含む薄肉円筒容器の振動を解析した。

円筒容器の振動モードには、上面円板部、下面円板部、側面円筒部の各固有振動モードに加えて、空気の共鳴による振動モードと水の共鳴による振動モードが現れる。

内部の水の量により下面円板部の軸対称固有振動モードおよび音響振動モードの固有振動数は低下し、さらに、水の存在のために、円筒容器に内圧が加わってもこれらの固有振動数はほとんど変化しない。気相部にある上部円板部の固有振動数は内圧によって大きく変化するため、水の存在によって低下した下面円板部の軸対称振動モードおよび音響振動モードと交差し、このときに共振現象が発生する。特に、音響振動モードと交差するポイントにおいては強い共振現象が生ずることが観察された。

この解析手法により、円筒容器の各部分の形状や固定状態を変化させると、振動の伝播状態を変化させて共振現象を抑制できる可能性を見出した。特に、円筒容器の各部位を固定支持することにより、それぞれ顕著な共振抑制効果を見出した。

また、動解析結果を用いて容器内部の流体の圧力分布状態を観察する手法を構築した。この手法による観察の結果、共振現象の発生と密接に関連する圧力振動状態を見出すことができた。容器内部の圧力分布は、従来の実験的手法では観察することができなかつたもので、この手法で多くの有用な知見を得られること示唆される。

参考文献

1. Herting, D.,N., “MSC/NASTRAN Version 70 Advanced Dynamic Analysis User’s Guide”, The MacNeal-Schwendler Corporation (1997)
2. 竹之内健, 押尾利昭, 白鳥正樹, 于強, “圧力をかけたハット型シェルの振動解析”, 日本機械学会関東支部第 8 期総会講演会講演論文集, pp.299-300(2002)
3. 押尾利昭, 竹之内健, 白鳥正樹, 于強, “内部空間を考慮した円筒容器の音響構造連成解析”, 日本機械学会第 15 回計算力学講演会講演論文集, pp.237-238(2002)
4. 押尾利昭, “缶体の打検振動におけるうなり発生メカニズムの解明”, 修士論

文, 横浜国立大学大学院(2002)

5. 竹之内健, 杉野浩人, 白鳥正樹, 于強, “水と空気を含む円筒容器の振動におけるうなり現象の解析”, 日本機械学会第 16 回計算力学講演会講演論文集, pp.41-42(2003)
6. 杉野浩人, “自由表面を有する内部液体と薄肉圧力円筒との連成振動解析”, 学士論文, 横浜国立大学(2003)
7. Rossing, T., D., Fletcher, N., H., “Nonlinear Vibration on Plate and Gongs”, J. Acoust. Soc. Am., Vol.73, No.1, pp. 345-351(1983)
8. Morse, P., M., “Vibration and Sound”, 2nd. Edh., McGraw-Hill, New York (1948)

第5章

統計的設計支援システムによる 缶体形状の最適化

第5章 統計的設計支援システムによる

缶体形状の最適化

5.1 はじめに

第4章までの研究結果により、打検振動のメカニズムを解明して打検振動を表現する計算解析手法を構築することができた。しかし、工業的実用性の観点からは、単にメカニズムの解明だけではなく、打検振動を制御する効率的な缶体設計手法の開発が求められる。

従来の缶体の開発においては、主に成形法の改良により薄肉軽量化を達成してきた。しかし、近年では、成形加工技術が進展した結果、薄肉軽量化の限界は容器強度確保の観点から定められるようになってきている。このような状況において新しい缶体を設計する際には、種々の要求をバランスよく満たすことが求められており、この観点から設計の重要性は高まっている。

設計においては、容器性能を予測して最適な形状を抽出することが必要である。しかし、従来の容器性能予測は、工数のかかる試作缶体の実験的評価によって行われているため、最適形状を抽出するのが困難であり、より効率的な設計手法が求められている。

本研究では、レトルト打検適性に対する最適缶底形状を抽出するため、従来の試作缶体を用いた実試験評価手法に替えて、統計的設計支援システム(Statistical Design Support System; SDSS)による最適化設計手法を構築した。SDSSは柏村らによって提案された最適化手法で、実験計画法に基づいて一連の解析を行って特性値の応答曲面を求める、応答曲面法の一つである。SDSSは、比較的少ない解析量で、たとえば自動車の衝突衝撃吸収部材の変形など、非線型性の強い現象に適用できる特徴を有する¹⁾。この手法を適用することにより、現行の2ピース缶体の性能を向上させる最適形状を抽出し、さらに缶体の形状因子がレトルト打検適性に与える影響について検討した。これらについて報告する²⁾。

5.2 2ピース缶底形状のレトルト打検適性最適化

5.2.1 レトルト打検適性

打検法による検査工程は、通常レトルト殺菌工程を経た後に実施される。レトルト殺菌工程中、缶詰は、内容物、殺菌対象菌種、レトルト手法などに応じて、120～130℃

の熱履歴と 250~350kPa の圧力履歴を受ける。このとき、Fig. 5-1 に示すように、缶内圧は内容物とヘッドスペースの気体との熱膨張により上昇して釜内圧より高くなり、缶体には外向きの内外差圧が発生する。缶体にはこの内外差圧に対する耐圧性能が要求される。一方、第 3 章で示したように、打検法は缶底の平板円板部が圧力を受けて弾性変形することに伴う固有振動数変化を検知する手法であり、検知精度の観点から、缶体には缶内圧に対する高い感度が要求される。

この缶体に対する 2 つの要求、レトルト耐圧と打検感度とは二律背反の関係にある。

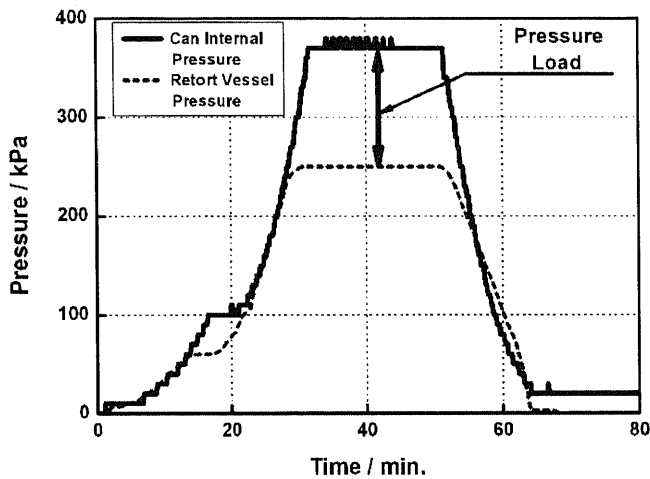


Fig. 5-1 Can internal pressure during retort sterilization process.

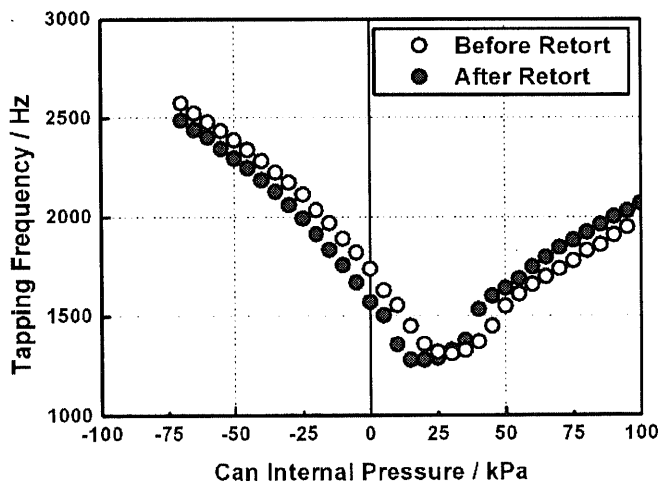


Fig. 5-2 Change of tapping inspection curve due to can body deformation during retort sterilization process.

打検缶体の設計においては、両者をバランスよく満足させることを、レトルト打検適性と呼んで重要視している。

Fig. 5-2 に示すように、薄肉軽量缶体はレトルト工程中に受ける圧力により塑性変形が生じて打検較正曲線の変化を引き起こす。打検法による缶内圧検査は、この変形した缶体に対して行われるため、打検較正曲線の変化を予測することは、打検対応缶体の設計において重要な課題である。

従来、レトルト打検特性の評価は、まず試作缶体を製作し、内圧を調整しながら内容物を充填密封し、レトルト殺菌を行い、打検特性を測定するといった実評価手法により行われている。この手法では、缶体を製作できる成形法が確立するまでは容器評価を行うことができず、また缶体試作過程においては、成形法確立のための試行錯誤的検討の時間と成形工具製作のコスト、打検適性評価過程においては充填密封工程およびレトルト工程を実施するための時間とコストがかかるため、多くの試作を繰り返すことが困難であり、最適形状に収斂することが難しい。

計算解析およびこれを用いた最適化設計手法は近年著しい発展を遂げており、これらの手法を打検缶体設計に適用することにより、試作や評価実験を省いて効率的な最適化設計を行うことが期待できる。本章では、レトルト打検適性を評価するために構築した計算解析手法と、これを用いた缶体のレトルト打検適性最適化手法とについて報告する。

5.2.2 レトルト打検適性を評価する計算解析手法

計算解析を用いた最適化を行うためには、現実の現象を精度よく表現する計算解析モデル・手法を構築することがまず必要である。

レトルト殺菌工程中、缶体は殺菌のため加熱・加圧される。しかし、レトルト殺菌工程でかかる 120～130℃という温度は、レトルト対応缶体の主材料であるスチールが軟化などの材料物性変化を引き起こすよりは十分低温であるので、熱の影響は無視して圧力の影響のみを考慮すればよい。本研究では、レトルト殺菌工程における缶体の変形と、それに伴う打検特性の変化を表現するため、

- 1) 缶体設計案の計算解析モデルを、シェル要素によって作成し、
- 2) モデルにレトルト圧に相当する圧力を印加して、これによる変形を弾塑性解析によって求め、
- 3) 変形したモデルの“打検較正曲線”、すなわち固有周波数と初期缶内圧との関係を、大変形を考慮した固有値解析によって計算する、

という手順をいくつかの印加圧力水準に対して行い、打検較正曲線の変化の程度を

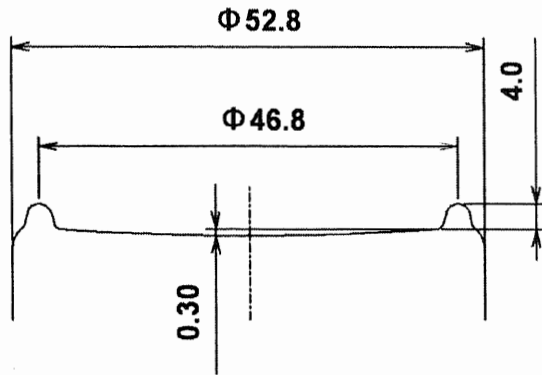
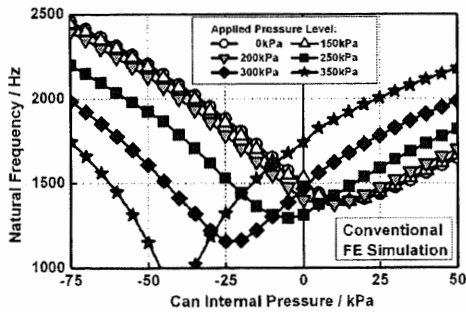


Fig. 5-3 Cross sectional view of conventional can bottom.
J250TF-S 2-piece steel can. $t = 0.26\text{mm}$

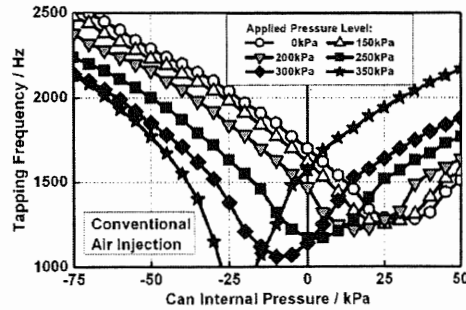
見ることにより、各印加圧力に対する耐圧を評価した。

この手法により、現行の陰圧2ピース缶体 (J250TF-S) 缶底部のレトルト打検適性を評価した。缶底部の形状を、Fig. 5-3 に示す。缶体の素材は、厚さ 0.26mm の電解クロム酸処理鋼板で、両面にポリエステルフィルムをラミネートしてあるが、ポリエステルフィルムはヤング率が低く、缶体の変形過程にはほとんど影響を及ぼさないので、缶体モデルでは無視した。また、実際の缶体の厚さは通常は部位によって異なるが、本計算解析モデルでは一様とみなした。計算解析モデルは、約 300 要素の軸対称シェル要素から構成した。計算解析には汎用有限要素解析ソフトウェア Marc (MSC Software Corp.) を用いた。

Fig. 5-4a) に本計算解析手法による評価結果を示す。Fig. 5-4b) にはエア注入法に



a) FE simulation method



b) Air injection method

Fig. 5-4 Tapping calibration curve of conventional can by FE simulation method.

よる実試験評価結果を示す。ここで、エア注入法とは、

- 1) 実際の缶体にプラグを取り付けて圧力調整器と接続し
- 2) レトルト圧に相当する設定圧力を3分間印加して缶体を変形させ
- 3) 印加圧力を開放した後、缶内圧を制御しながら打検周波数を測定する、

という手順による、実缶体のレトルト打検適性評価法である。Fig. 5-4 で見られるように、2つの手法により得られた打検較正曲線は良く一致しており、本研究で構築した計算解析手法が、現実とよく適合していることを示す。

Fig. 5-4 に示す計算解析において、印加圧力を増大させると、打検較正曲線は印加圧力0kPaの打検較正曲線からずれてくる。この印加圧力に対する打検較正曲線のずれの程度が缶体のレトルト耐圧を表し、打検較正曲線の形自体が缶体の打検特性を表すことになり、この図を用いてレトルト打検適性を評価することができる。

5.2.3 SDSS による缶底形状の最適化

2ピース缶体のレトルト耐圧向上に関する従来の実験的検討では、缶底円板部の周囲にビード(円周溝部)を設けること、および缶底円板部を湾曲させることが有効であると知られている。この知見を基に、Fig. 5-5 に示す缶底形状案を設定し、前節で述べた計算解析手法と統計的設計支援システム(SDSS)とを組み合わせレトルト打検適性に対する缶底形状の寸法最適化を試みた。

Fig. 5-5a) に示す6つの寸法、

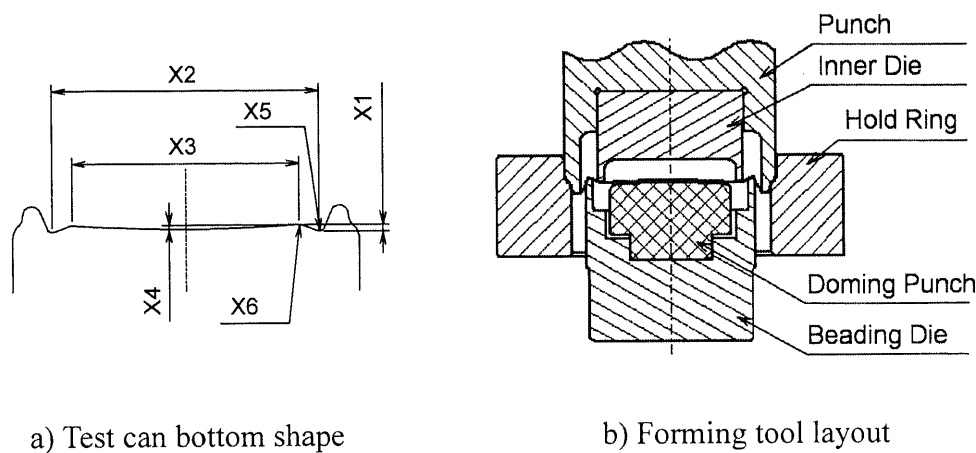


Fig. 5-5 Cross sectional view of test can bottom shape.

Table 5-1 Design Factors

Design Factor	Dimension / mm		
	Level 1	Level 2	Level 3
X1: Bead Depth	0.2	0.6	1.0
X2: Bead Diameter	40.0	40.6	41.2
X3: Circular Part Diameter	34.0	34.5	35.0
X4: Bottom Curvature	0.0	0.5	1.0
X5: Bead Ridge Radius	0.8	1.0	1.2
X6: Edge Radius	0.8	1.0	1.2

X1: ビード深さ Bead Depth

X2: ビード直径 Bead Diameter

X3: 円板部直径 Circular Part Diameter

X4: ボトム押込量 Bottom Curvature

X5: ビード曲率 Bead Ridge Radius

X6: 円板部エッジ曲率 Edge Radius

を設計要因として選択した。これらの設計要因の設定範囲を Table 5-1 に示す。板厚、材料特性、および基本寸法は、Fig. 5-3 で示す現行缶体と同じである。この形状の成形は、Fig. 5-5b) に示す成形工具を用いてプレス成形法で行える。ビード深さ X1 とボトム押込量 X4 は、上下型間の相対位置を設定することで調整でき、その他の設計要因は成形型部材の形状を変えることで調整できる。

レトルト打検適性に対する評価特性値として、次の 3 つを設定した。

Y1: 感度 Sensitivity 打検較正曲線の傾き。本研究では、印加圧力 0kPa の時の打検較正曲線における、初期圧 0kPa と 70kPa との間の周波数差を感度として設定した。

Y2: 耐圧 Pressure Resistance 打検較正曲線が印加圧力 0kPa に対する打検較正曲線からずれない最大印加圧力。

Y3: 反転耐性 Inversion Resistance 打検較正曲線の極小反転点が打検検査の運用領域(本研究では減圧領域)に存在しない最大印加圧。第 3 章で示したように、打検較正曲線は缶内圧による缶底円板部のたわみと密接に関係し、たわみがないときに極小となり、その両側で対称な特性を示す。運用領域内に極小反転点があると 1 つの打検周波数が 2 つの缶内圧に対応するため缶内圧を推定できなくなる。極小反転点の位置は、初期缶底形状と印加圧力による変形状態とによって決まり、これに運用領域を考慮することによって反転耐性が定められる。

これらの評価特性値の概念を、Fig. 5-6 に示す。

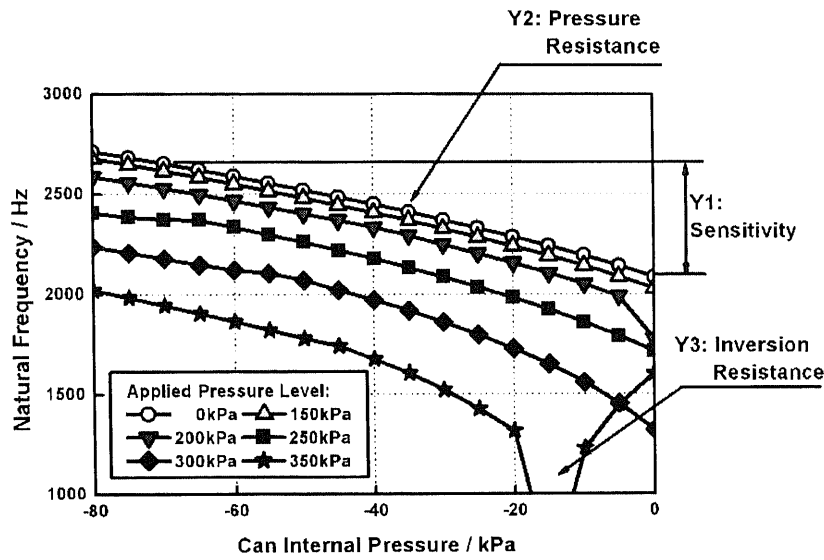


Fig. 5-6 Schematic diagram of characteristic values.

Table 5-2 Assignment of design factors to L27 orthogonal array and obtained characteristic values.

No.	Design Factor / mm													Character Value		
	X1	X2	e	e	X3	e	e	X4	X1* X4	X1* X4	X5	X6	e	Y1 /Hz	Y2 /kPa	Y3 /kPa
1	0.2	40.0	1	1	34.0	1	1	0.0	1	1	0.8	0.8	1	773	200	200
2	0.2	40.0	1	1	34.5	2	2	0.5	2	2	1.0	1.0	2	577	150	317
3	0.2	40.0	1	1	35.0	3	3	1.0	3	3	1.2	1.2	3	263	150	237
4	0.2	40.6	2	2	34.0	1	1	0.5	2	2	1.2	1.2	3	568	150	325
5	0.2	40.6	2	2	34.5	2	2	1.0	3	3	0.8	0.8	1	285	150	243
6	0.2	40.6	2	2	35.0	3	3	0.0	1	1	1.0	1.0	2	791	200	150
7	0.2	41.2	3	3	34.0	1	1	1.0	3	3	1.0	1.0	2	298	150	245
8	0.2	41.2	3	3	34.5	2	2	0.0	1	1	1.2	1.2	3	782	200	200
9	0.2	41.2	3	3	35.0	3	3	0.5	2	2	0.8	0.8	1	585	150	313
10	0.6	40.0	2	3	34.0	2	3	0.0	2	3	0.8	1.0	3	417	250	-10
11	0.6	40.0	2	3	34.5	3	1	0.5	3	1	1.0	1.2	1	500	200	362
12	0.6	40.0	2	3	35.0	1	2	1.0	1	2	1.2	0.8	2	251	150	300
13	0.6	40.6	3	1	34.0	2	3	0.5	3	1	1.2	0.8	2	463	200	378
14	0.6	40.6	3	1	34.5	3	1	1.0	1	2	0.8	1.0	3	261	150	325
15	0.6	40.6	3	1	35.0	1	2	0.0	2	3	1.0	1.2	1	461	250	-5
16	0.6	41.2	1	2	34.0	2	3	1.0	1	2	1.0	1.2	1	227	150	343
17	0.6	41.2	1	2	34.5	3	1	0.0	2	3	1.2	0.8	2	386	250	-10
18	0.6	41.2	1	2	35.0	1	2	0.5	3	1	0.8	1.0	3	518	200	362
19	1.0	40.0	3	2	34.0	3	2	0.0	3	2	0.8	1.2	2	188	350	-20
20	1.0	40.0	3	2	34.5	1	3	0.5	1	3	1.0	0.8	3	386	300	441
21	1.0	40.0	3	2	35.0	2	1	1.0	2	1	1.2	1.0	1	177	200	394
22	1.0	40.6	1	3	34.0	3	2	0.5	1	3	1.2	1.0	1	337	300	450
23	1.0	40.6	1	3	34.5	1	3	1.0	2	1	0.8	1.2	2	175	200	400
24	1.0	40.6	1	3	35.0	2	1	0.0	3	2	1.0	0.8	3	231	350	-15
25	1.0	41.2	2	1	34.0	3	2	1.0	2	1	1.0	0.8	3	131	200	440
26	1.0	41.2	2	1	34.5	1	3	0.0	3	2	1.2	1.0	1	163	350	-20
27	1.0	41.2	2	1	35.0	2	1	0.5	1	3	0.8	1.2	2	394	300	438

各設計要因を L27 直交表に割り付けて 27 の解析モデルを作成し、計算解析を行って各評価特性値を抽出し、分散分析に基づいて各評価特性値の評価関数を決定した。計算解析は、印加圧力 0kPa、150kPa、200kPa、250kPa、300kPa、350kPa について行った。Table 5-2 に各設計要因の直交表への割付と評価特性値の値を示す。評価特性値の評価関数は、次のように設計要因の 2 次多項式の形で得られた。

$$\begin{aligned}
 Y1 = & -21317.23 - 1235.00 X1 + 416.67 X1^2 + 799.76 X2 - 4.94 X2^2 \\
 & - 314.73 X3 + 2.39 X3^2 - 903.04 X4 + 171.92 X4^2 + 548.33 X5 \\
 & - 302.78 X5^2 + 99.17 X6 - 40.28 X6^2 + 3223.33 X1 \cdot X4 - 1953.33 X1 \cdot X4^2 \\
 & - 1573.96 X1^2 \cdot X4 + 1002.08 X1^2 \cdot X4^2 \\
 Y2 = & 181.25 + 20.83 X1 + 156.25 X1^2 - 25.00 X4 - 125.00 X1 \cdot X4 \\
 Y3 = & 10825.48 - 933.33 X1 + 567.71 X1^2 - 183.80 X2 + 1.16 X2^2 \\
 & - 78.84 X3 + 0.50 X3^2 - 30.58 X4 - 112.67 X4^2 + 142.50 X5 - 70.83 X5^2 \\
 & - 402.78 X6 + 200.00 X6^2 + 2840.00 X1 \cdot X4 - 1723.33 X1 \cdot X4^2 \\
 & - 1393.75 X1^2 \cdot X4 + 850.00 X1^2 \cdot X4^2
 \end{aligned}$$

また、分散分析により得られた、各評価特性値に対する設計要因の寄与率を Table 5-3 に示す。

Table 5-3 Effective ratio obtained by analysis of variance.

Factor	Dimension	Y1					Contribution	
		D.O.F.	Variance	F Ratio		Contributor	Y2	Y3
X1	1	1	4.17E+05	1.16E+03	**	42.4%	51.0%	52.2%
	2	1	3.42E+02	9.53E-01		0.0%	3.1%	0.9%
X2	1	1	1.27E+02	3.55E-01		0.0%	0.0%	0.2%
	2	1	3.04E+02	8.46E-01		0.0%	0.0%	0.0%
X3	1	1	4.02E+03	1.12E+01		0.4%	0.0%	0.3%
	2	1	3.41E+01	9.49E-02		0.0%	0.0%	0.0%
X4	1	1	2.51E+05	6.98E+02	**	25.5%	37.5%	0.9%
	2	1	1.06E+05	2.96E+02	**	10.8%	0.0%	33.1%
X5	1	1	2.36E+03	6.56E+00		0.0%	0.0%	0.1%
	2	1	8.81E+02	2.45E+00		0.0%	0.0%	0.2%
X6	1	1	2.50E+02	6.97E-01		0.0%	0.0%	0.1%
	2	1	1.57E+01	4.37E-02		0.0%	0.0%	0.0%
X1 × X4	1 × 1	1	1.64E+05	4.55E+02	**	16.6%	6.3%	9.9%
	1 × 2	1	2.25E+04	6.28E+01	**	2.2%	2.1%	0.3%
	2 × 1	1	8.37E+03	2.33E+01	**	0.8%	0.0%	0.1%
	2 × 2	1	2.14E+03	5.96E+00		0.2%	0.0%	0.1%
Error		10	3.59E+02			1.2%	0.0%	1.6%
Total		26				100.0%	100.0%	100.0%

この表からわかるように、設計要因のうちビード深さ X1 とボトム押込量 X4 とが評価特性値に対して支配的な影響を及ぼし、他の因子はほとんど影響を与えない。そこで、成形型形状によって定まる X2、X3、X5、X6 の各設計要因を、

ビード直径: X2 = 40.0 mm 円板部直径: X3 = 34.0 mm
 ビード曲率: X5 = 0.9 mm 円板部エッジ曲率: X6 = 0.9 mm

と固定することにより、設計要因 X1、X4 に対する評価特性値の分布状態をマッピングすることができた。結果を Fig. 5-7 に示す。

Fig. 5-7 で、等高線で表される感度 Y1 は図の右上から左下方向に向かって値が増加する。これはビード深さおよびボトム押込量が小さいほど感度が高くなることを示す。一方、耐圧 Y2 は図の右下から左上に向かって増加し、また、反転耐圧 Y3 は図の左から右に向かって増加する。

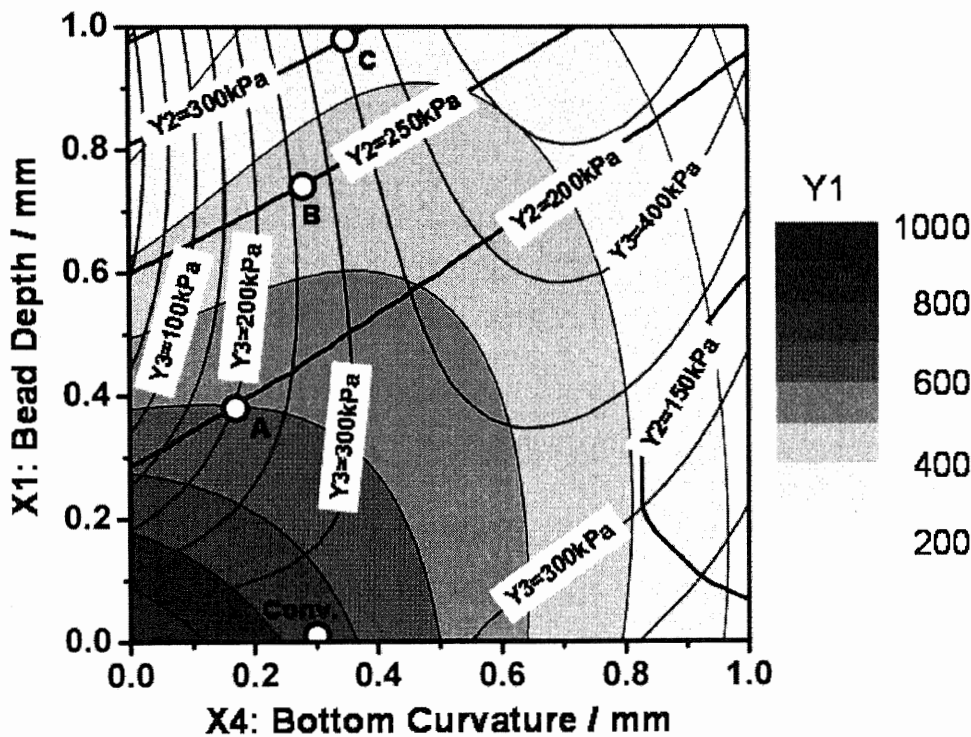


Fig. 5-7 Distribution of characteristic values. Contour lines indicate the sensitivity, bold solid lines indicate the pressure resistance, and thin solid lines indicate the inverse resistance. Open Circles denote the determined optimum shapes.

Table 5-4 Characteristic values for optimum shapes.

Shape		Opt. A	Opt. B	Opt. C	Conv.	
Design Factor	Optimum Dimension / mm	X1	0.38	0.74	0.98	0.00
		X2 (fixed)	40.0			40.0
		X3 (fixed)	34.0			40.0
		X4	0.17	0.28	0.35	0.30
		X5 (fixed)	0.9			-
		X6 (fixed)	0.9			-
Characteristic Value	SDSS	Y1/Hz (expected)	602	438	363	-
		Y2/kPa (critical)	200	250	300	-
		Y3/kPa (critical)	200	250	300	-
	FE Re-Analysis	Y1/Hz	766	558	468	925
		Y2/kPa	200	250	300	150
		Y3/kPa	250	300	400	200

この評価特性値の傾向を用いて最適缶底形状を抽出した。抽出は、耐圧 Y2 と反転耐圧 Y3 とが閾値以上となる条件下で、感度 Y1 が最大となるように行った。耐圧 Y2 および反転耐圧 Y3 の閾値を変えて、以下の3つの最適形状を抽出した。

- ・最適形状 A: 耐圧 Y2 \geq 200kPa 反転耐圧 Y3 \geq 200kPa
- ・最適形状 B: 耐圧 Y2 \geq 250kPa 反転耐圧 Y3 \geq 250kPa
- ・最適形状 C: 耐圧 Y2 \geq 300kPa 反転耐圧 Y3 \geq 300kPa

これらの最適形状および現行形状を Fig. 5-7 中に白丸で示す。現行形状は、感度は高いが耐圧が低く、バランスが悪いのに対して、最適形状は感度、耐圧、および反転耐圧がバランスよく高い水準にある。

最適形状に対する評価特性値を再解析により求め、SDSS 評価関数による予測値とともに、Table 5-4 に示す。SDSS の評価関数からの予測では、最適形状 A から C につれて、感度 Y1 は減少、耐圧 Y2 と反転耐圧 Y3 は増加する。最適形状の再解析によって得られた評価特性値は、定性的にはこれと合致する。定量的に見ると、SDSS は再解析結果より低い感度と低い反転耐圧を予測している。SDSS では低次の多項式を評価関数として用いることにより、最適化を効果的に行うことができるが、多峰性の系を広い範囲で評価することは困難である。本研究においても、定量的予測精度を上げるためには、設計要因の範囲を狭く絞ることが必要と考えられる。

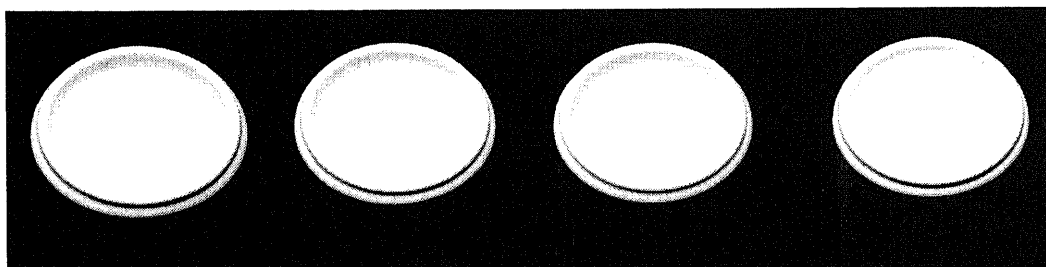
5.2.4 缶体の実試験評価

前節で抽出した最適缶底形状の性能を実用的な観点から検証するため、各最適形状を試作してレトルト打検適性の実試験評価を行った。試作缶体は、現行缶体 J250TF2-S の製造工程から底成形前の缶体半製品を抜き取り、Fig. 5-5b)に示す試作成形型を用いて製作した。設計要因のうち X2、X3、X5、X6 の各値は Table 5-4 に従って固定し、同一の成形型を用いて成形した。Fig. 5-8 に試作缶体の底形状概観を示す。これらの形状は、外観的には現行の缶体とほとんど変わらず、市場には十分受け入れられると思われる。

これらの試作缶体および現行缶体に、充填液温を 20°C、35°C、65°C、80°C に調整した水 245g を充填密封した。充填液温を高く設定することにより缶内圧は陰圧に設定される。これらの缶体に対して 123°C 20 分のレトルト殺菌処理を行った。温度 123°C における飽和蒸気圧は約 220kPa であるが、レトルト中に缶体にかかる内外差圧を緩和するために、熱水シャワー式加圧レトルトを行い、到達釜内圧力は 250kPa であった。レトルト工程中の缶内圧は、内容液量、容器容積、および初期缶内圧によって決まる。本試験範囲では、350kPa から 500kPa の範囲に分布する。これは、レトルト殺菌工程において約 100~250kPa の内外差圧が缶体にかかったことを意味する。

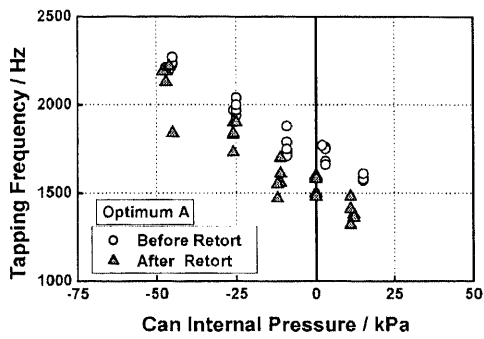
レトルト殺菌処理を行った缶体を室温 (23°C) に冷却し、打検装置で打検周波数を測定し、破壊式缶内圧測定装置で缶内圧を実測した。測定結果を Fig. 5-9 に示す。Fig. 5-9 において、最適形状 A から C につれて打検較正曲線の感度は減少し、一方、耐圧は増加してレトルト前後の打検較正曲線のずれは小さくなった。また、反転耐圧はどの形状でも十分高く、陰圧領域に極小反転点は見られなかった。これらの傾向は、SDSS で導出した予測と定性的に一致する。

これらの結果から、SDSS を用いると、レトルト時の耐圧と打検感度とを、様々なレベルでバランスよく向上させうることが明らかになった。従来の実験的手法では、各設計因子と評価特性の関係を導き出すのは困難であり、本手法は缶体の設計に有効である。



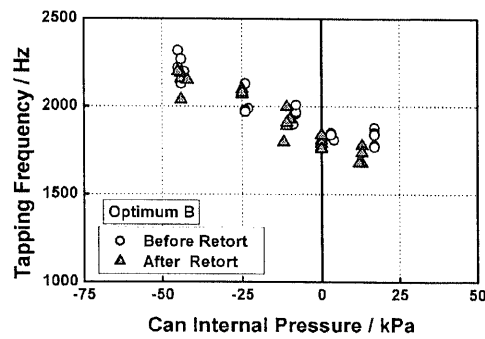
a) Optimum A b) Optimum B c) Optimum C d) Conventional
X1:0.38, X4:0.17 X1:0.74, X4:0.28 X1:0.98, X4:0.35 X1:0.00, X4:0.20

Fig. 5-8 Appearance of optimum can bottom shape.



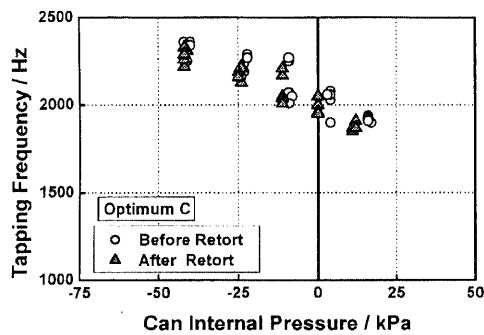
a) Optimum A

Pressure Resistance Y2=200kPa



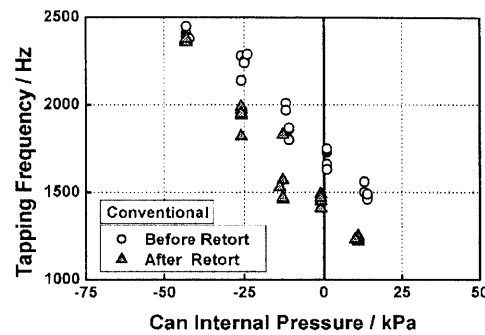
b) Optimum B

Pressure Resistance Y2=250kPa



c) Optimum C

Pressure Resistance Y2=300kPa



d) Conventional

Pressure Resistance 150kPa (measured)

Fig. 5-9 Tapping inspection aptitude of test can body after retort sterilization process.

5.3 まとめ

薄肉 2 ピース缶体のレトルト打検適性を評価するため、レトルト時の缶体変形を弾塑性解析によって求め、変形後の打検較正曲線を固有値解析によって求める計算解析手法を構築した。さらに、この計算解析手法を統計的設計支援システム(SDSS)と組み合わせ、レトルト打検適性に対する缶底形状最適化手法を構築した。打検感度、耐圧、および反転耐圧の 3 つの評価特性値に対する 6 つの設計要因の評価関数を SDSS から導出した。その結果、ビード深さと円板部押込量とが、各評価特性値に対する支配的要因であることを見出し、耐圧および反転耐圧が閾値より大きい条件下で打検感度が最も高くなるような最適形状を導出した。

これらの最適形状に対して再解析による検証を行い、さらに、最適形状缶体を試作してレトルト処理と打検測定とによる実試験評価を行った。その結果、SDSS で予測し

た性能は、実際の缶体の挙動と定性的に一致していることがわかった。

これらの結果は、従来行われている試作缶体の実評価を行わずに得られたものであり、SDSS による最適化設計手法が、従来手法に替わって缶体形状の効率的設計手法として活用できることを示す。

参考文献

1. 柏村孝義, 白鳥正樹, 于強, “実験計画法による非線形問題の最適化”, 朝倉書店(1998)
2. Ken Takenouchi, Junichi Takada, Hiroo Ikegami, Masaki Shiratori, “Optimization of Can Bottom Shape for Retort Sterilization and Tapping Inspection by Statistical Design Support System.”, Transactions of JSCES, Paper No. 20030021(2003)

第6章

結 言

第6章 結言

打検法は、缶詰食品の安全性を保証する重要な検査保証技術として機能している。しかし、打検法の開発は実践的に進められてきた経緯があり、打検法の動作原理は十分には解明されていない。そのため、缶体の薄肉軽量化が進むにつれて振動形態が複雑になり、打検法の検査精度低下を招く共振現象の発生などの問題が発生している。また、缶体の打検適性評価は、現状では多くの工数と費用とがかかる試作缶体の実験的評価手法によるしかなく、最適缶体形状を効率的に抽出する手法の確立が求められている。

本論文では、打検法に関する上記の問題点を解決し、工業的な発展を支えるために、その動作原理を解明して改良手法を構築する、工学的研究について報告した。

第1章 緒言では、打検法の歴史、現状の位置付け、運用形態などについて概説し、解決すべき問題点を提示した。

第2章 打検法の周波数解析法では、打検法の周波数解析法として開発されたデータ拡張 FFT の周波数解析原理を考察し、動作性能の評価結果を示した。データ拡張 FFT は、観測した波形データの後ろに0値を付加し、見かけの観測時間を拡張して FFT を行う手法で、10ms 程度の短時間観測波形のピーク周波数を 10Hz の精度で同定できる。本研究では、データ拡張 FFT が、周波数系列の原点を移動させた複数の FFT 系列を交互に配置する手法であることを解明した。また、模擬波形による評価を行って、周波数同定能はこの手法により向上することと、振動モード分離検出能はデータ拡張前の FFT と変わらないことを示した。さらに、FFT の表示周波数列原点を移動させる効果を持つ複素窓関数と、これを用いた高速化アルゴリズムとを提案した。これらの研究の結果として、打検法においてデータ拡張 FFT を安定的に運用するためには、打検振動の1モード振動性を確保する“打検適性”が缶体を設計する上で重要であることを示した。

第3章 圧力を受ける缶体の振動では、缶内圧と打検周波数の関係を、均一な横荷重がかかる円板の基底振動の固有振動数変化として捉え、板の大変形理論を適用して理論解を導出した。さらにこの理論を応用して、水と空気とを含み内圧を受ける円筒容器における共振現象の発生を予想した。

第4章 打検振動の計算解析手法では、缶体の打検振動を表現する計算解析手法を提案した。打検振動は、内部に水と空気とを含む薄肉シェル容器に内圧をかけた状態で衝撃荷重を加えて励起した自由振動と捉えられる。シェルの大変形と流体要素とシェル要素の音響－構造練成とを同時に考慮した計算解析は難しく、本研究で用い

た Nastran などの汎用計算解析ソフトウェアではいまだ取り扱うことができない。本研究では、大変形で生じるシェル固有振動数変化を、変形状態シェル形状の採用とヤング率の補正とによって合わせ込み、流体要素を含むシェルに内圧がかかったときの振動状態を線型の音響-構造練成解析で表現する解析手法を提案した。この手法は、実際の打検振動で見られる共振現象を表現することができ、また、従来の手法では不可能な、容器内部の圧力振動挙動を観察することができる。さらにこの手法を用いて、打検振動における共振現象のメカニズムを探り、共振を抑制する方策を検討した。

第 5 章 統計的設計支援システムによる缶体形状の最適化では、統計的設計支援システムによる缶体の効率的な設計手法を提案した。打検法による缶内圧検査は、多くの場合レトルト殺菌工程を経た後に行われる。そのため、打検缶体の設計においては、レトルト工程中の圧力により変形した缶体の打検特性を予測する必要がある。本研究では、レトルト殺菌工程に必要な耐圧と打検周波数感度とを両立させる最適形状を抽出するため、従来の試作缶体を用いた実試験評価手法に替えて、シェルの大変形を考慮した固有値解析を統計的設計支援システムに適用した最適化手法を提案した。この手法を適用することにより、2 ピース缶体のレトルト打検性能を向上させる最適形状を抽出し、さらに缶体の形状因子がレトルト打検適性に与える影響を解析した。

本研究により、

- ・ 打検法の周波数解析原理の解明
- ・ 打検較正曲線の理論曲線の導出
- ・ 打検振動の計算解析手法の構築
- ・ 統計的設計支援システムによる缶体形状の最適設計手法の構築

などの結果が得られ、打検法の工業的発展に寄与する工学的成果が得られた。また、本研究の結果は、短時間波形の周波数解析、円板の大変形理論、内圧を受ける容器の音響-構造練成解析、最適化設計法に関する有用な知見を含み、学術的・産業的に広く応用できると考える。

今後の展望として、以下の発展的検討課題が挙げられる。

- ・ 第 2 章で述べた LPC 法については、データ拡張 FFT より優れた振動モード分離検出能を有するにも関わらず、周波数同定能が低いために打検法の要求に適合しない結果となっている。この LPC 法の周波数同定能を向上させる改良により、2 モード振動に対する打検機の性能を向上できる。
- ・ 第 3 章で述べた均一な横荷重がかかる円板の振動については、非軸対称振動への理論展開が可能である。また、円筒容器と流体との連成振動についてはいくつかの報告があり、内圧がかかる円筒容器への拡張も可能であると考えられる。これらの理論解析を実施することにより打検振動のメカニズムをさらに深く解明

できる。

- ・第4章で述べた、水と空気を含み内圧を受ける円筒容器の振動に対する計算解析手法を、実際の缶体形状に適用して解析することにより、打検振動を的確に制御する手法や形状を創造できる。
- ・第5章で述べた、計算解析による缶体形状最適化手法を、第4章に述べた缶体の打検振動解析手法と組み合わせることにより、共振現象の抑制など缶体の打検振動制御に対する最適形状設計手法を確立することができる。

本研究を基とする、これらの発展的課題を解決することにより、打検法は缶詰の安全性検査法として、さらに優れた性能を得られるものとする。

付録 A

線型予測係数法

付録 A 線型予測係数法

線形予測係数法(LPC)に基づく周波数解析法として、本研究で用いた Burg 法の原理を概説する。Burg 法は、本来情報エントロピー理論から構築された手法であるが、多くの解説では LPC の一手法として捉えられており、ここでもその解釈にならって原理を解説する¹⁾。

LPC は、サンプリング間隔 τ で等間隔サンプリングされた波形データ $x[n]$ の n 番目の値を、過去の m 個の値の線形結合で予測する自己回帰モデルに基づく。

$$x[n] + \sum_{k=1}^m c_m(k) \cdot x[n-k] = e[n] \quad \langle n = 0, 1, \dots, N-1 \rangle \quad \dots(A-1)$$

ここで、 $c_m(k)$ は自己回帰係数、 p は自己回帰モデル次数、 $e[n]$ は予測誤差である。予測誤差 $e[n]$ の二乗平均を取ると、

$$\begin{aligned} E(e[n]^2) &= E \left\{ \left(x[n] + \sum_{k=1}^m c_m(k) x[n-k] \right)^2 \right\} \\ &= E(x[n]^2) + 2 \sum_{k=1}^m c_m(k) C(k) + \sum_{k=1}^m \sum_{\ell=1}^m c_m(k) c_m(\ell) C(k-\ell) \end{aligned} \quad \dots(A-2)$$

ここで、自己相関係数:

$$C(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] x[n-k] \quad \dots(A-3)$$

を導入する。予測誤差が最小となるよう、自己回帰係数 $c_m(k)$ の偏微分をとって、これを 0 とする。

$$\frac{\partial E(e[n]^2)}{\partial c_m(k)} = 0 \quad \dots(A-4)$$

これを式(A-2)に適用することにより、次式を得る。

$$C(0) + \sum_{k=1}^m c_m(k) C(k) = E(e[n]^2) \quad \dots(A-5a)$$

$$C(k) + \sum_{\ell=1}^m c_m(\ell) C(k-\ell) = 0 \quad \langle k=1,2,\dots,m \rangle \quad \dots(A-5b)$$

これらをまとめて、Yule-Walker 方程式と呼ばれる、次の行列式を得る。

$$\begin{bmatrix} C(0) & C(1) & C(2) & \cdots & C(m) \\ C(1) & C(0) & C(1) & & C(m-1) \\ C(2) & C(1) & C(0) & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ C(m) & C(m-1) & \cdots & \cdots & C(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ c_m(1) \\ c_m(2) \\ \vdots \\ c_m(m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_m \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots(A-5c)$$

ここで、 $P_m = E(e[n]^2)$ もまた、予測誤差と呼ばれる。Yule-Walker 方程式には Levinson-Durbin の漸化式

$$c_m(k) = c_{m-1}(k) + c_m(m) c_{m-1}(m-k) \quad \langle k=1,2,\dots,m-1 \rangle \quad \dots(A-6)$$

が成り立つ。さらに式(A-5)と式(A-6)とから、

$$P_m = P_{m-1}(1 - c_m(m)^2) \quad \dots(A-7)$$

これらの関係を用いると、 $c_m(m)$ が決定すれば、 $c_m(k)$ および P_m を定めることができる。式(A-5)から次の関係が導かれる。

$$\sum_{k=0}^m c_m(k) \sum_{\ell=0}^m c_m(\ell) C(k-\ell) = P_m \quad \dots(A-8)$$

式(A-8)に自己相関の定義を適用して、予測誤差 P_m に対する2つの式を得る。

$$P_m = E\{fe_m[n]^2\} \quad \dots(A-9a)$$

$$P_m = E\{be_m[n]^2\} \quad \dots(A-9b)$$

ただし、

$$\text{前向予測誤差: } fe_m[n] = \sum_{k=0}^m c_m(k) x[n+k] \quad \dots(A-10a)$$

$$\text{後向予測誤差: } be_m[n] = \sum_{k=0}^m c_m(k)x[n+m-k] \quad \dots(\text{A-10b})$$

式(A-9)は、前向予測誤差 $fe_m[n]$ と後向予測誤差 $be_m[n]$ の二乗平均が等しいことを要求している。しかし一般に、この等価性は成り立たない。ここで、式(A-9a)と式(A-9b)との等価性を成立させるため、両者の平均を最小にする、という規準を導入することにより、Burg 法のアルゴリズムが導出される。すなわち、

$$P_m = \text{Min} \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-m-1} (fe_m[n]^2 + be_m[n]^2) \right\} \quad \dots(\text{A-11})$$

という基準を採用することにより、 $c_m(m)$ を次のように求められる。

$$c_m(m) = - \frac{2 \sum_{n=0}^{M-m-1} fe_{m-1}[n] \cdot be_{m-1}[n+1]}{\sum_{n=0}^{N-m-1} (fe_{m-1}[n]^2 + be_{m-1}[n+1]^2)} \quad \dots(\text{A-12})$$

一方、式(A-1)の自己回帰モデルを、波形データ列から白色雑音を生成する線形システムととらえ、この線形システムの周波数特性を考えることにより、波形データ列のパワースペクトル $P(f)$ は、

$$P(f) = \frac{P_m \tau}{\left| 1 + \sum_{k=1}^m c_m(k) \exp(-i2\pi f k \tau) \right|^2} \quad \dots(\text{A-13})$$

で与えられる。

以上をまとめて、Burg 法のアルゴリズムは次のように記述される。

・初期値:

$$P_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2 \quad \dots(\text{A-14a})$$

$$c_m(0)=1 \quad \langle m=0,1,\dots,K \rangle \quad \dots(\text{A-14b})$$

・帰納演算: $\langle m = 1,2,\dots,K \rangle$

$$fe_{m-1}[n] = \sum_{k=0}^{m-1} c_{m-1}(k)x[n+k], \quad \dots(\text{A-14c})$$

$$be_{m-1}[n] = \sum_{k=0}^{m-1} c_{m-1}(k)x[n+m-1-k] \quad \dots(\text{A-14d})$$

$$c_m(m) = -\frac{2 \sum_{n=0}^{M-m-1} fe_{m-1}[n] \cdot be_{m-1}[n+1]}{\sum_{n=0}^{N-m-1} (fe_{m-1}[n]^2 + be_{m-1}[n+1]^2)} \quad \dots(\text{A-14e})$$

$$P_m = P_{m-1}(1 - c_m(m)^2) \quad \dots(\text{A-14f})$$

$$c_m(k) = c_{m-1}(k) + c_m(m)c_{m-1}(m-k), \quad k=1,2,\dots,m-1 \quad \dots(\text{A-14g})$$

・スペクトル計算:

$$P(f) = \frac{P_K \tau}{\left| 1 + \sum_{k=1}^K c_K(k) \exp(-i2\pi f k \tau) \right|^2} \quad \dots(\text{A-14h})$$

最初にも述べたように、Burg 法は、一般には線形予測係数法の一手法と分類されているが、正確には情報エントロピー理論に基づく論理展開により導き出された手法である。実際、自己相関係数の式(A-3)は観測範囲外のデータを要求しており、有限長データの情報のみを用いて周波数解析を行うという Burg 法の特徴を崩している。上方エントロピー理論に基づく Burg 法の計算原理については、常盤野²⁾らが詳細に概説しており、これを参照していただきたい。

LPC の演算処理速度を FFT の評価方法にならって複素乗算回数で評価する。LPC では実数のみを取り扱われるので、(実数) × (実数) 演算を複素乗算回数 1/4 回と換算する。複素乗算は、まず初期値を決める式(2.53a)で N/4 回、 $m=1,2,\dots,K$ のループの中では、式(2.53c)と式(2.53d)で各々 $mN/4$ 回、式(2.53e)で $(3(N-m)+1)/4$ 回、式(2.53f)で $2/4$ 回、式(2.53g)で $(m-1)/4$ 回と、スペクトルを求める式(2.53h)では、スペクトルを求める周波数の数を L として、 $(LK)/2+1+1/4$ 回行われる。これらを合計して LPC の複素乗算回数：

$$\frac{1}{4} \{ (N-1)K^2 + (4N+2L+1)K + (N+5) \} \quad \dots(A-15)$$

となる。

データ点数 $N=128$ 、LPC 次数 $K=20$ 、スペクトルを 1000Hz から 3500Hz の間を 10Hz 間隔で求めるため、 $L=250$ とした場合、複素乗算回数は 17798.25 回となる。

参考文献：

13. 江原義郎，“ユーザーズデジタル信号処理”，東京電機大学出版局，pp.97-132(1991)
14. 常葉野和男，大友詔雄，田中幸雄，“最大エントロピー法による時系列解析”，北海道大学図書刊行会(2002)

付録 B

均一な横荷重を受ける
円板の固有振動数

付録 B 均一な横荷重を受ける円板の固有振動数

B.1 構成方程式

第 3 章に述べた、均一な横荷重を受ける円板の固有振動数と横荷重強度との関係の導出過程を詳細に述べる。荷重による固有振動数変化を扱うには大変形理論を適用する必要がある。本研究では軸対称振動に対象を絞る。大変形を表す Kármán 方程式から次の式が導かれる。

横荷重によるたわみの構成方程式:

$$\nabla^4 \Phi_s + \frac{Eh}{2\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \left(\frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right)^2 \right\} = 0 \quad \dots(\text{B-1a})$$

$$D \nabla^4 w_s - \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) = p a^4 \quad \dots(\text{B-1b})$$

振動方程式:

$$\nabla^4 \Phi_n + \frac{Eh}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w_s}{\partial \xi} \frac{\partial R_n}{\partial \xi} \right) = 0 \quad \dots(\text{B-2a})$$

$$f_n = f_{nL} \left\{ 1 + \frac{\int_0^1 \left\{ \frac{\partial R_n}{\partial \xi} \cdot \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial R_n}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_n}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right\} d\xi}{\rho h a^4 (2\pi f_{nL})^2 \int_0^1 R_n^2 \xi d\xi} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots(\text{B-2b})$$

円板周縁部の境界条件に対応した、たわみ形状と基底振動モードの形状関数との近似表式を代入する。これらの表式はたわみ方向の境界条件と、円板中心部における軸対称条件を満たす。

固定支持条件:

$$w_s = (1 - \xi^2)^2 (w_0 + w_1 \xi^2) \quad \dots(\text{B-3a})$$

$$R_0 = (1 - \xi^2)^2 (b_{00} + b_{01} \xi^2) \quad \dots(\text{B-3b})$$

$$b_{0k} = \sum_{j=0}^k \frac{(k+1-j) \lambda_0^{2j} ((-1)^j I_0(\lambda_0) - J_0(\lambda_0))}{2^{2j} (j!)^2} \quad \dots(\text{B-3c})$$

単純支持条件:

$$w_s = (1-\xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2\right) \left\{ w_0 + w_1 \left(\xi^2 - \frac{\xi^4}{2} \right) \right\} \quad \dots(\text{B-4a})$$

$$R_0 = (1-\xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2\right) \left\{ b_{00} + b_{01} \left(\xi^2 - \frac{\xi^4}{2} \right) \right\} \quad \dots(\text{B-4b})$$

$$b_{0k} = \sum_{j=0}^k \frac{(5+\nu) - (1+\nu) \left(\frac{1+\nu}{5+\nu}\right)^{k-j}}{4} \frac{\lambda_0^{2j} ((-1)^j I_0(\lambda_0) - J_0(\lambda_0))}{2^{2j} (j!)^2}. \quad \dots(\text{B-4c})$$

たわみを表す式(B-3a)、(B-4a)の未定常数 w_0 、 w_1 は、式(B-1b)に Garelkin 法を適用して得られる次の式により決定する。

固定支持条件:

$$\int_0^1 \left\{ D \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right) - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} - \frac{pa^4 \xi}{2} \right\} (1-\xi^2)^2 \xi d\xi = 0 \quad \dots(\text{B-5a})$$

$$\int_0^1 \left\{ D \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right) - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} - \frac{pa^4 \xi}{2} \right\} \xi^2 (1-\xi^2)^2 \xi d\xi = 0 \quad \dots(\text{B-5b})$$

単純支持条件:

$$\int_0^1 \left\{ D \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right) - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} - \frac{pa^4 \xi}{2} \right\} \times (1-\xi^2) \left(\xi^2 - \frac{1}{2} \xi^4 \right) \xi d\xi = 0 \quad \dots(\text{B-6a})$$

$$\int_0^1 \left\{ D \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial w_s}{\partial \xi} \right) \right) - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} \frac{\partial w_s}{\partial \xi} - \frac{pa^4 \xi}{2} \right\} \times (1-\xi^2) \left(1 - \frac{1+\nu}{5+\nu} \xi^2\right) \left(\xi^2 - \frac{1}{2} \xi^4 \right) \xi d\xi = 0 \quad \dots(\text{B-6b})$$

さらに、大変形理論では動径方向に関する次の境界条件を考慮する必要がある。

径方向不動:

$$\left. \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - \frac{\nu}{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \right|_{\xi=1} = 0 \quad \dots (B-7a)$$

径方向自由:

$$\left. \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0 \quad \dots (B-7b)$$

B.2 基底振動モードの固有振動数と荷重強度の関係

各境界条件に対して導出の過程は同じである。ここでは固定支持—径方向不動条件について導出過程を示す。

式(B-1a)にたわみの表式(B-3a)を代入し、固定支持—径方向不動境界条件の式(B-7a)を適用して、以下の表式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_s}{\partial \xi} = & \frac{Ehw_0^2}{6} \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \xi - 6\xi^3 + 4\xi^5 - \xi^7 \right) - \frac{Ehw_0w_1}{30} \left(\frac{4-6\nu}{1-\nu} \xi - 30\xi^3 + 50\xi^5 - 35\xi^7 + 9\xi^9 \right) \dots (B-8) \\ & + \frac{Ehw_1^2}{60} \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \xi - 15\xi^3 + 40\xi^5 - 55\xi^7 + 36\xi^9 - 9\xi^{11} \right) \end{aligned}$$

さらに、式(B-3a)から次の式が得られる。

$$\frac{\partial w_s}{\partial \xi} = -4w_0(\xi - \xi^3) + 2w_1(\xi - 4\xi^3 + 3\xi^5) \quad \dots (B-9)$$

式(B-8) (B-9)を式(B-5a) (B-5b)に代入して積分すると、次式のように正規化荷重強度 $p^* = (p/E)(a/h)^4$ の表式が得られる。ここでパラメータ $\eta = (w_1/w_0)$ を導入する。

$$\begin{aligned} p^* = & \left\{ \frac{16}{3(1-\nu^2)} - \frac{8}{3(1-\nu^2)} \eta \right\} \left(\frac{w_0}{h} \right) + \left\{ \left(\frac{4,272 - 1,984\nu}{1,287(1-\nu)} \right) - \left(\frac{13,856 - 20,928\nu}{36,465(1-\nu)} \right) \eta \right. \\ & \left. + \left(\frac{242,312 - 141,536\nu}{692,835(1-\nu)} \right) \eta^2 - \left(\frac{80,568 - 46,976\nu}{2,078,505(1-\nu)} \right) \eta^3 \right\} \left(\frac{w_0}{h} \right)^3 \quad \dots (B-10a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^* = & \left\{ \frac{16}{3(1-\nu^2)} + \frac{8}{33(1-\nu^2)} \eta \right\} \left(\frac{w_0}{h} \right) + \left\{ \left(\frac{17,584 - 6,974\nu}{7,293(1-\nu)} \right) + \left(\frac{63,520 - 29,504\nu}{230,945(1-\nu)} \right) \eta \right. \\ & \left. + \left(\frac{60,552 - 21,792\nu}{230,945(1-\nu)} \right) \eta^2 + \left(\frac{8,120 + 2,368\nu}{937,365(1-\nu)} \right) \eta^3 \right\} \left(\frac{w_0}{h} \right)^3 \quad \dots (B-10b) \end{aligned}$$

式(B-10a)と(B-10b)とから p^* を消去して、 (w_0/h) と η との間の次の関係が得られる。

$$\left(\frac{w_0}{h}\right)^2 = \frac{\frac{1989}{(1+\nu)(621-400\nu)}\eta}{1 - \frac{42(1013-690\nu)}{95(621-400\nu)}\eta + \frac{51(223-280\nu)}{190(621-400\nu)}\eta^2 - \frac{141699-599980\nu}{4370(621-400\nu)}\eta^3} \quad \dots (B-11)$$

一方、式(B-3a)と(B-3b)とを式(B-2a)に代入し、径方向不動の境界条件(B-7a)を適用すると、以下の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} = & Eh w_0 \left\{ \frac{b_{00}}{3} \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \xi - 6\xi^3 + 4\xi^5 - \xi^7 \right) \right. \\ & \left. - \frac{b_{01}}{30} \left(\frac{4-6\nu}{1-\nu} \xi - 30\xi^3 + 50\xi^5 - 35\xi^7 + 9\xi^9 \right) \right\} \\ & - Eh w_1 \left\{ \frac{b_{00}}{30} \left(\frac{4-6\nu}{1-\nu} \xi - 30\xi^3 + 50\xi^5 - 35\xi^7 + 9\xi^9 \right) \right. \\ & \left. - \frac{b_{01}}{30} \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \xi - 15\xi^3 + 40\xi^5 - 55\xi^7 + 36\xi^9 - 9\xi^{11} \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots (B-12a)$$

$$\frac{\partial R_0}{\partial \xi} = -4b_{00}(\xi - \xi^3) + 2b_{01}(\xi - 4\xi^3 + 3\xi^5) \quad \dots (B-12b)$$

式(B-2b)にこれらを代入すると、基底振動モードの正規化固有振動数 $f_0^* = (f_0/f_{0L})$ と初期たわみとの関係が得られる。ここでパラメーター $\beta_{nk} = (b_{nk}/b_{n0})$ を導入する。

$$\begin{aligned} (f_0^{*2} - 1) = & \left(\frac{w_0}{h}\right)^2 \left\{ \frac{40(23-9\nu)(1+\nu)}{7\lambda^4} \cdot \frac{1 + \frac{19+9\nu}{230-90\nu}\beta_{01} + \frac{22-8\nu}{575-225\nu}\beta_{01}^2}{1 + \frac{1}{3}\beta_{01} + \frac{1}{21}\beta_{01}^2} \right\} \\ & \times \left\{ 1 + \frac{19+9\nu}{230-90\nu} \frac{1 + \frac{176-64\nu}{95+45\nu}\beta_{01} + \frac{11+3\nu}{95+45\nu}\beta_{01}^2}{1 + \frac{19+9\nu}{230-90\nu}\beta_{01} + \frac{22-8\nu}{575-225\nu}\beta_{01}^2} \eta \right. \\ & \left. + \frac{22-8\nu}{575-225\nu} \frac{1 + \frac{11+3\nu}{44-16\nu}\beta_{01} + \frac{205-51\nu}{968-352\nu}\beta_{01}^2}{1 + \frac{19+9\nu}{230-90\nu}\beta_{01} + \frac{22-8\nu}{575-225\nu}\beta_{01}^2} \eta^2 \right\} \end{aligned} \quad \dots (B-13)$$

式(B-10a)、(B-10b)、(B-11)、(B-13)は、整理すると以下の形式を持つ。

$$p^* = (C_{LI0} + C_{LI1}\eta) \left(\frac{w_0}{h} \right) + (C_{NL0} + C_{NL1}\eta + C_{NL2}\eta^2 + C_{NL3}\eta^3) \left(\frac{w_0}{h} \right)^3 \quad \dots(B-14)$$

$$\left(\frac{w_0}{h} \right)^2 = \frac{r_0\eta}{1+r_1\eta+r_2\eta^2+r_3\eta^3} \quad \dots(B-15)$$

$$\Omega^2 = k_0(1+k_1\eta+k_2\eta^2) \left(\frac{w_0}{h} \right)^2 \quad \dots(B-16)$$

$$\text{ここで } \Omega = \sqrt{f_0^{*2} - 1}$$

式(B-15)、(B-16)は、 η の次数に関して次のように近似される。

$$\left(\frac{w_0}{h} \right)^2 = \frac{r_0\eta}{1+r_1\eta+r_2\eta^2+r_3\eta^3} \approx \frac{r_0\eta}{1+r_1\eta} \quad \dots(B-17)$$

$$\Omega^2 = k_0 r_0 \eta \frac{1+k_1\eta+k_2\eta^2}{1+r_1\eta+r_2\eta^2+r_3\eta^3} \approx k_0 r_0 \eta \quad \dots(B-18)$$

式(B-14)を η の次数に関して近似し、式(B-17)、(B-18)を代入して次式が得られる。

$$\begin{aligned} p^* &\approx (C_{LI0} + C_{LI1}\eta) \sqrt{\frac{r_0\eta}{1+r_1\eta}} + (C_{NL0} + C_{NL1}\eta + C_{NL2}\eta^2 + C_{NL3}\eta^3) \left(\sqrt{\frac{r_0\eta}{1+r_1\eta}} \right)^3 \\ &\approx C_{LI0} \sqrt{r_0\eta} + \left(C_{NL0} + \frac{C_{LI1}}{r_0} - \frac{r_1 C_{LI0}}{2r_0} \right) (\sqrt{r_0\eta})^3 \\ &= C_{LI0} \frac{\Omega}{\sqrt{k_0}} + \left(C_{NL0} + \frac{C_{LI1}}{r_0} - \frac{r_1 C_{LI0}}{2r_0} \right) \left(\frac{\Omega}{\sqrt{k_0}} \right)^3 \end{aligned} \quad \dots(B-19)$$

線型係数 C_{LI} 、非線型係数 C_{NL} 、振動係数 C_{VI} を導入すると、式(B-19)は次のように表される。

$$p^* = C_{LI} \frac{\sqrt{f_0^{*2} - 1}}{C_{VI}} + C_{NL} \left(\frac{\sqrt{f_0^{*2} - 1}}{C_{VI}} \right)^3 \quad \dots(B-20)$$

$$\text{ここで、} C_{LI} = C_{LI0}, \quad C_{NL} = \left(C_{NLO} + \frac{C_{LII}}{r_0} - \frac{r_1 C_{LIO}}{2r_0} \right), \quad C_{VI} = \sqrt{k_0}$$

B.3 境界条件に対する係数值

前節に述べた式(B-20)は全ての境界条件について同じであり、境界条件の違いは係数 C_{LI} 、 C_{NL} 、 C_{VI} にのみ現れる。また、振動モードの違いは係数 C_{VI} のみに現れる。基底振動についてその完全な形を示す。軸対称 1 次以上のモードについても前節と同様の手法で原理的には解けるが、代数計算が煩雑になる。実用的には、ポアソン比 ν をあらかじめ定めて計算を進めるべきである。

固定支持一径方向不動:

$$C_{LI} = \frac{16}{3(1-\nu^2)} \quad \dots(\text{B-21a})$$

$$C_{NL} = \frac{19,250,328 - 8,818,720\nu}{6,235,515(1-\nu)} \quad \dots(\text{B-21b})$$

$$C_{VI} = \sqrt{\frac{40(1+\nu)(23-9\nu)}{7\lambda_0^4} \left(\frac{1 + \frac{19+9\nu}{230-90\nu}\beta_{01} + \frac{22-8\nu}{575-225\nu}\beta_{01}^2}{1 + \frac{1}{3}\beta_{01} + \frac{1}{21}\beta_{01}^2} \right)} \quad \dots(\text{B-21c})$$

固定支持一径方向自由:

$$C_{LI} = \frac{16}{3(1-\nu^2)} \quad \dots(\text{B-22a})$$

$$C_{NL} = \frac{1,763,744}{1,247,103} \quad \dots(\text{B-22b})$$

$$C_{VI} = \sqrt{\frac{360(1-\nu^2)}{7\lambda_0^4} \left(\frac{1 + \frac{1}{10}\beta_{01} + \frac{8}{225}\beta_{01}^2}{1 + \frac{1}{3}\beta_{01} + \frac{1}{21}\beta_{01}^2} \right)} \quad \dots(\text{B-23c})$$

単純支持一径方向不動:

$$C_{LI} = \frac{16}{3(1-\nu)(5+\nu)} \quad \dots(\text{B-23a})$$

$$C_{NL} = \frac{8,990,293,183,897}{3,932,555,079,375} \left(\frac{1 + \frac{77,445,658,807,247}{71,922,345,471,176} \nu + \frac{28,086,103,024,915}{71,922,345,471,176} \nu^2}{1 + \frac{81,311}{289,560} \nu - \frac{1,705,453}{2,895,600} \nu^2} + \frac{415,093,234,501}{35,961,172,735,588} \nu^3 - \frac{1,171,800,878,793}{35,961,172,735,588} \nu^4 - \frac{759,255,289,641}{71,922,345,471,176} \nu^5 - \frac{2,353,617}{4,826,000} \nu^3 - \frac{244,157}{1,447,800} \nu^4 - \frac{4,613}{144,780} \nu^5 - \frac{109,559,599,453}{71,922,345,471,176} \nu^6 - \frac{12,267,194}{113,801,179,543} \nu^7 - \frac{54,273,083}{17,980,586,367,794} \nu^8 - \frac{16,547}{4,826,000} \nu^6 - \frac{571}{2,895,600} \nu^7 - \frac{17}{3,619,500} \nu^8 \right) \quad \dots(\text{B-23b})$$

$$C_{VI} = \sqrt{\frac{89,352(1+\nu)(23-9\nu)}{1,8193\lambda_0^4} \left(\frac{1 + \frac{8,707}{18,615} \nu + \frac{2}{85} \nu^2 - \frac{174}{6,205} \nu^3 - \frac{25}{3,723} \nu^4 - \frac{3}{6,205} \nu^5}{1 + \frac{4,253}{12,995} \nu - \frac{5,666}{64,975} \nu^2 - \frac{3,414}{64,975} \nu^3 - \frac{21}{2,599} \nu^4 - \frac{27}{64,975} \nu^5} \right)} \times \left[\frac{1 + \frac{5,876}{16,425} \left(\frac{1 + \frac{43,791}{99,892} \nu + \frac{4,909}{49,946} \nu^2 + \frac{23}{1,469} \nu^3 + \frac{81}{49,946} \nu^4 + \frac{5}{99,892} \nu^5}{1 + \frac{8,707}{18,615} \nu + \frac{2}{85} \nu^2 - \frac{174}{6,205} \nu^3 - \frac{25}{3,723} \nu^4 - \frac{3}{6,205} \nu^5} \right)}{1 + \frac{300}{791} \left(\frac{1 + \frac{41}{150} \nu + \frac{1}{50} \nu^2}{1 + \frac{36}{113} \nu + \frac{3}{113} \nu^2} \right)} \right] \beta_{01} + \frac{1,469,521}{20,476,500} \left(\frac{1 + \frac{1,432,457}{4,408,563} \nu + \frac{2,738}{4,408,563} \nu^2 - \frac{24,966}{1,469,521} \nu^3 - \frac{13,237}{4,408,563} \nu^4 - \frac{775}{4,408,563} \nu^5}{1 + \frac{8,707}{18,615} \nu + \frac{2}{85} \nu^2 - \frac{174}{6,205} \nu^3 - \frac{25}{3,723} \nu^4 - \frac{3}{6,205} \nu^5} \right) \beta_{01}^2 + \frac{71}{1,356} \left(\frac{1 + \frac{121}{497} \nu + \frac{8}{497} \nu^2}{1 + \frac{36}{113} \nu + \frac{3}{113} \nu^2} \right) \beta_{01}^2 \quad \dots(\text{B-23c})$$

単純支持一径方向自由:

$$C_{LI} = \frac{16}{3(1-\nu)(5+\nu)} \quad \dots(\text{B-24a})$$

$$C_{NL} = \frac{54,084,683,775,973,330,303}{98,246,088,910,768,426,875} \left(\begin{aligned} & 1 + \frac{3,756,570,704,702,098,159,915}{1,298,032,410,623,359,927,272} v + \frac{1,079,841,751,397,224,529,823}{432,677,470,207,786,642,424} v^2 \\ & + \frac{52,339,380,023,057}{21,702,025,983,720} v + \frac{570,578,173,599,289}{217,020,259,837,200} v^2 \\ & + \frac{2,653,523,535,034,411,540,693}{1,298,032,410,623,359,927,272} v^3 + \frac{1,262,245,729,677,997,215,395}{1,298,032,410,623,359,927,272} v^4 + \frac{423,519,104,662,926,731,567}{1,298,032,410,623,359,927,272} v^5 \\ & + \frac{1,859,748,045,666,563}{1,085,101,299,186,000} v^3 + \frac{161,503,333,570,661}{217,020,259,837,200} v^4 + \frac{49,202,987,922,367}{217,020,259,837,200} v^5 \\ & + \frac{102,339,431,527,304,356,945}{1,298,032,410,623,359,927,272} v^6 + \frac{17,889,071,443,145,990,431}{1,298,032,410,623,359,927,272} v^7 + \frac{2,239,918,587,149,584,753}{1,298,032,410,623,359,927,272} v^8 \\ & + \frac{17,968,529,754,233}{361,700,433,062,000} v^6 + \frac{8,555,243,219,581}{1,085,101,299,186,000} v^7 + \frac{975,433,741,163}{1,085,101,299,186,000} v^8 \\ & + \frac{8,148,852,540,903,922}{54,084,683,775,973,330,303} v^9 + \frac{470,231,463,397,701}{54,084,683,775,973,330,303} v^{10} + \frac{48,240,700,653,610}{162,254,051,327,919,990,909} v^{11} \\ & + \frac{5,190,600,673}{72,340,086,612,400} v^9 + \frac{68,771,979}{18,085,021,653,100} v^{10} + \frac{10,854,363}{90,425,108,265,500} v^{11} \\ & + \frac{738,439,567,298}{162,254,051,327,919,990,909} v^{12} \\ & + \frac{115,651}{67,818,831,199,125} v^{12} \end{aligned} \right)$$

...(B-24b)

$$C_{VI} = \sqrt{\frac{8,056(1-\nu^2)}{3,955\lambda^4} \left(\frac{1 + \frac{2,836}{3,369}v + \frac{950}{3,369}v^2 + \frac{148}{3,369}v^3 + \frac{3}{1,123}v^4}{1 + \frac{406}{565}v + \frac{548}{2,825}v^2 + \frac{66}{2,825}v^3 + \frac{3}{2,825}v^4} \right)} \times \left\{ \begin{aligned} & 1 + \frac{1,486}{50,535} \left(\frac{1 - \frac{1,175}{1,486}v - \frac{765}{1,486}v^2 - \frac{125}{1,486}v^3 - \frac{5}{1,486}v^4}{1 + \frac{2,836}{3,369}v + \frac{950}{3,369}v^2 + \frac{148}{3,369}v^3 + \frac{3}{1,123}v^4} \right) \beta_{01} \\ & 1 + \frac{300}{791} \left(\frac{1 + \frac{41}{150}v + \frac{1}{50}v^2}{1 + \frac{36}{113}v + \frac{3}{113}v^2} \right) \beta_{01} \\ & + \frac{126,149}{2,223,540} \left(\frac{1 + \frac{87,146}{126,149}v + \frac{24,096}{126,149}v^2 + \frac{3,062}{126,149}v^3 + \frac{155}{126,149}v^4}{1 + \frac{2,836}{3,369}v + \frac{950}{3,369}v^2 + \frac{1448}{3,369}v^3 + \frac{3}{1,123}v^4} \right) \beta_{01}^2 \\ & + \frac{71}{1356} \left(\frac{1 + \frac{121}{497}v + \frac{8}{497}v^2}{1 + \frac{36}{113}v + \frac{3}{113}v^2} \right) \beta_{01}^2 \end{aligned} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots(\text{B-24c})$$

本論文を構成する公表論文

公表論文:

- 1) 竹之内健, 高田淳一, 白鳥正樹, “打検法の周波数解析法に関する研究”, 日本包装学会誌, Vol.12, No.2, pp.93-102(2003)
- 2) Ken Takenouchi, Junichi Takada, Hiroo Ikegami, Masaki Shiratori, “Optimization of Can Bottom Shape for Retort Sterilization and Tapping Inspection by Statistical Design Support System.”, Transactions of JSCES, Paper No. 20030021(2003)

参考論文:

- 1) 竹之内健, 高田淳一, 白鳥正樹, “打検振動の周波数解析方法”, 日本包装学会第 11 回年次大会講演要旨集, pp.72-73(2002)
- 2) 竹之内健, 白鳥正樹, “一様な横荷重をうける固定支持円板の軸対称振動”, 日本機械学会第 15 回計算力学講演会講演論文集, pp.239-240(2002)
- 3) 押尾利昭, 竹之内健, 白鳥正樹, 于強, “内部空間を考慮した円筒容器の音響構造連成解析”, 日本機械学会第 15 回計算力学講演会講演論文集, pp.237-238(2002)
- 4) 竹之内健, 杉野浩人, 白鳥正樹, 于強, “水と空気を含む円筒容器の振動におけるうなり現象の解析”, 日本機械学会第 16 回計算力学講演会講演論文集, pp.41-42(2003)
- 5) 竹之内健, 高田淳一, 池上裕夫, 白鳥正樹, “統計的設計支援システムによる缶底形状のレトルト打検適性最適化”, 日本計算工学会第 35 回 SDSS 分科会講演発表(2003)
- 6) Ken Takenouchi, Kazuyuki Kurosawa, "The MIST Liquid Nitrogen Filling Technology", Fillex 2000 Conference (2000)
- 7) 竹之内健, 高田淳一, 倉島秀夫, “線型予測係数法を用いた打検方法および打検装置”, 特願 2000-88143(2000)
- 8) 高田淳一, 竹之内健, 倉島秀夫, “密封缶”, 特願 2001-237003(2001)
- 9) 竹之内健, “周波数解析装置、周波数解析方法、周波数解析プログラム、打検装置及び打検方法”、特願 2001-355058(2001)

謝辞とあとがき

本論文を作成するにあたり、御指導、御助言、御支援を賜った下記の方々に感謝の意を表す。

指導教官である白鳥正樹教授には、私を研究室に受け入れていただき、3年間の在学期間中に渡り多大なる御指導、御助言、御支援を賜り、そのおかげをもって研究をすすめる、本論文をまとめることができた。

中桐滋教授、小豆島明教授、高田一教授、于強助教授には、御多忙の中、本論文の審査をお引き受けいただき、多くの有益なる御意見、御助言を賜り、そのおかげをもって本論文の内容をよりよいものに仕上げることができた。

于強助教授にはまた、渋谷忠弘助手とともに、研究室において多くの討論を重ねさせていただき、貴重な御助言と御支援とを賜った。

勤務先である、東洋製罐グループ総合研究所の広田和実 前所長(現・東洋製罐株式会社 常務取締役開発本部長)および丸橋吉次 現所長には、大学院への入学を御承認いただき、研究と学業の遂行に関して多大な御支援を賜った。

東洋製罐グループ総合研究所の同僚である、高田淳一研究員(現・東洋製罐株式会社 開発本部副主任部員)および池上裕夫主任研究員には、共同研究者として多大なる協力を賜った。また、大学院生の押尾利昭君(現・東洋製罐株式会社 開発本部社員)および学部4年生の杉野浩人君(株式会社スギノマシン入社予定)には、研究推進の上で多大なる協力を賜った。

白鳥研究室秘書の廣田光さんには、社会人大学生としての学業が円滑に進行するよう、多大な御支援を賜った。

白鳥研究室の方々には、様々な御支援をいただいた。特に白鳥研究室の先輩である金田章博士(現・防衛技術研究所)には、同じ音響振動分野の研究から多くの知見を御助言いただき、また、金田博士の博士論文からは、本論文をまとめるにあたって多くの有益な知見を得た。博士課程の同僚である金道燮、中村いずみ、鈴木孝治の各氏には、多く激励を賜り、おかげをもって学業を遂行することができた。

東洋製罐グループ総合研究所および東洋製罐株式会社の多くの方々には、研究の遂行に関して様々な御支援をいただいた。

日本缶詰協会の土橋芳和課長には、打検法の歴史についての貴重な資料の提供と概観の講義を賜った。

これらの方々の名をここに掲げ、重ねて深く謝意を表す。

また、本論文の主題である打検技術は、偉大な先達の長年の努力により確立されたものである。打検装置の開発実用化と改良、および安定運用に従事された多くの先輩方に深く敬意を表す。

想えば 20 年前、修士課程の研究として取り組んだのが“ハット型シェルの打撃振動の解析”であり、研究の世界の厳しさに打ちのめされながら、ようやく修士論文をまとめたことを思い出す。

社会人となって長い年月を経て、再びこの興味ある主題とめぐり合うことができたのは、私にとって大いなる幸せとするところで、当時の科学技術の水準と、私の能力の不足から成し得なかった部分、例えば

- ・短時間振動周波数解析の優れた手法の開発、
- ・シェルの振動への計算解析の適用
- ・ハット型シェルの振動理論の理解
- ・シェルの振動の観察／計測技術

については、打検法に関する一連の研究を進める中で達成できたのであるが、しかしながら一方で、研究の世界はやればやるほど奥深く、やっと入口の扉を少し開けたに過ぎない、というのが率直な感想である。民間企業に勤める身として、このような基礎的な学術的研究に、これほどまでに時間を割いて取り組むことはもはや叶わないかもしれないが、一歩ずつでもさらに先へ進みたいと思う。

最後になるが、私の研究と学業が円滑に進むよう、家庭において多く支えていただいた、私の家族に深く感謝する。

平成 16 年 3 月
竹之内 健