

501.26
T0

動的接触熱抵抗とその定量的評価に関する研究

(課題番号 12650195)

平成12～13年度 科学研究費補助金 (基盤研究 (C) (2))
研究成果報告書

横浜国立大学附属図書館



11446327

平成14年8月

研究代表者 鳥居 薫
(横浜国立大学大学院工学研究院教授)

はしがき

ころがり接触や摺動接触に見られる動的接触面での熱抵抗は、一般的に低荷重状態であること、荷重状態が時間変動すること、接触面性状が非定常に変質すること、過渡的な伝熱状態にあること等の特徴を有し、静的接触面における熱抵抗とは本質的に異なる、新たな興味深い伝熱問題を提起する。製鉄プロセスにおけるロールと鋼板の接触、無潤滑軸受けにおける回転接触、往復運動する弁と弁座の接触、各種の切削・研削加工における加工面とバイトの接触、などはその典型である。

接触熱抵抗に関するこれまでの研究は、接触面に一定荷重が長時間作用する静的接触に関するものが殆どであった。静的接触熱抵抗では、名目接触圧力、接触面性状（表面粗さの高さや勾配など）、部材熱伝導率、接触面間介在物質（空気、介在箔など）が主要な物理パラメータとなる。最近では、介在空気が存在しない真空中での接触熱抵抗の問題、ならびに名目接触圧力が極めて低い（例えば、0.1MPa 以下の）条件での接触熱抵抗の問題が、宇宙用熱交換器、極低温用伝熱機器、電子デバイス冷却装置などの関連で着目され、研究が続けられている。国内では京都大学の牧野俊郎教授のグループ、九州大学の藤井丕夫教授のグループ、横浜国立大学の本申請者のグループ、海外では米国 Texas A&M 大学の Fletcher 教授のグループ、カナダ Waterloo 大学の Yovanovich 教授のグループなどが基礎研究を行っている。

そのような静的接触熱抵抗に関する研究の進展と比較して、動的接触熱抵抗に関する研究報告はほとんど見当たらず、企業の設計者は経験と勘を頼りに伝熱設計を行っている状況にある。果たして、動的接触面においてもこれまでの静的接触熱抵抗の予測式が適用できるのか？ 動的接触面における発熱をどのように伝熱設計に考慮すべきなのか？ 荷重変動や表面性状の時間変化をどのように取り扱うべきなのか？ など、基本的な諸問題についての解答が現状では全く不明である。

そこで本研究では、製鉄におけるロールと鋼板の接触熱抵抗問題への応用を念頭に置き、動的接触面の熱抵抗機構を系統的に調べることによって、（1）熱抵抗を定める物理パラメータの特定、（2）それらのパラメータと熱抵抗値との相関式の提案、（3）接触熱抵抗の時間変動の数値シミュレーションを行う。さらに、実機レベルでの動的接触熱抵抗の評価と制御を行うための基礎として、（4）非定常法による接触熱抵抗評価方法の開発・検証、（5）モデルケースを対象とした熱抵抗制御の数値シミュレーションを目指す。

具体的な動的接触面として「ころがり接触する回転円筒面」を対象とする。この接触形態は接触部の弾性変形理論解が存在する基本的なものであり、動的接触熱抵抗に関する基礎研究の対象として理想的であることに加えて、荷重や回転速度あるいは部材や表面性状の変更が容易であるとの利点を有する。

本報告書は、以上のような研究目的に向かって実施した研究成果をとりまとめたものである。

研究組織

研究代表者：鳥居 薫 (横浜国立大学大学院工学研究院教授)

研究分担者：西野 耕一 (横浜国立大学大学院工学研究院助教授)

交付決定額 (配分額)

(金額単位：千円)

	直接経費	間接経費	合計
平成12年度	2,600		2,600
平成13年度	1,400		1,400
総計	4,000		4,000

研究発表

西野耕一, 佐伯政之, 鳥居薫, 2000, 円筒面間の接触熱抵抗—動的接触熱抵抗に向けて, 第37回日本伝熱シンポジウム講演論文集, Vol. III, pp. 921-922.

目 次

はしがき	i
研究組織	ii
交付決定額(配分額)	ii
研究発表	ii
目次	iii
研究成果概要	1
1. 序論	1
2. 動的接触面における接触熱抵抗(理論解析)	2
2.1 静的接触面における接触熱抵抗	2
2.2 動的接触面における接触熱抵抗の定義	2
2.3 動的接触による接触面内部の温度変化	8
2.4 動的接触面における接触熱抵抗の測定法	14
2.5 円柱接触面間に介在する空気の熱伝導抵抗	20
2.6 円柱間の放射伝熱	23
3. 実験装置と実験方法	27
3.1 実験装置	27
3.2 荷重方法	31
3.3 実験手順	33
4. 非定常法と数値解析方法	35
4.1 基礎式	35
4.2 接触熱抵抗層	36
4.3 離散化	37
4.4 計算格子	38
4.5 境界条件	40
4.6 解析アルゴリズム	43
4.7 検証計算	44
4.8 数値解析の修正	46
4.9 各パラメータの影響	49
5. 実験結果および考察	52
5.1 炭素綱ローラ	52
5.2 アルミ合金ローラ	63
6. 結論	81
参考文献	83
付録A 式(2.13)、(2.14)の証明	84
付録B 式(2.17)の証明	87

研究成果概要

1. 序論

ころがり接触に見られる動的接触面での熱抵抗は、一般的に低荷重状態であること、荷重状態が時間変動すること、接触面形状が非定常に変化すること、過渡的な伝熱状態にあること等の特徴を有し、静的接触面における熱抵抗とは本質的に異なる、新たな興味深い伝熱問題を提起する。製鉄プロセスにおけるロールと鋼板の接触などはその典型である。

これまで、機器の冷却を促進するために静止した2物体間の接触熱抵抗（静的接触熱抵抗）に関する研究は多く成されてきたが（Torii & Yanagihara 1989、鳥居 1989）、回転などによって接触面が次々と変化していく動的接触熱抵抗に関する研究は数が少ない。しかし、実際には動的接触を伴う伝熱を扱う場面は非常に多い。例えば、製鉄プロセスにおける圧延ロールの温度を均一にする事は、均一な鋼板を作ることにつながるが、これは圧延ロールと鋼板の間に生じる動的接触熱抵抗を考慮することにより成される。

本研究では、回転円筒面間の動的接触熱抵抗を明らかにすることを目指して、まずその第一歩として、静止円筒面間の接触熱抵抗を非定常法を用いて実験的に評価した。小型圧延機を改良した動的接触熱抵抗装置を製作し、炭素鋼とアルミニウム合金のローラの静的接触熱抵抗を測定した。円筒面間空気層の熱伝導の寄与を理論的に検討し、空気層が非常に薄くなる箇所については希薄気体効果を導入した。接触荷重を20～150kgfの範囲で変化させ、接触荷重と接触熱抵抗との関係を調べた。次に、動的接触熱抵抗の理解への取り組みとして、回転接触するロール表面温度変化を熱電対と赤外線放射温度計とを用いて測定した。また、接触熱抵抗層が非定常熱移動に与える影響を理論的に考察した。

2. 動的接触面における接触熱抵抗 (理論解析)

2.1 静的接触面における接触熱抵抗

静的接触面における接触熱抵抗 r_c は図 2.1 に示すように次式で定義される。

$$q \equiv \frac{\Delta T}{r_c} \quad (2.1)$$

ここで、 q は熱流束 [W/m^2]、 ΔT は接触面での温度ジャンプ [K]、 r_c は接触熱抵抗 [m^2K/W] である。この定義は実験的には使い易い。即ち、 q (または $-\lambda(\partial T/\partial x)_{x=0}$) と ΔT とを与えて (つまり測定して) r_c を求める。しかし、数値計算的には ΔT は未知の値であるので、式(2.1)を接触面における境界条件として使用するのには使い難い。そこで図 2.2 のような仮想薄膜の定常熱伝導抵抗に接触熱抵抗を置きかえる。

$$r_c = \frac{2\delta_c}{\lambda_c} = \frac{2}{h_c} \quad (2.2)$$

ここで、 $2\delta_c$ は薄膜の厚さ [m]、 λ_c は薄膜の熱伝導率 [$W/(m\cdot K)$] である。 h_c は $h_c = \lambda_c/\delta_c$ で定義される接触熱コンダクタンス [$W/(m^2\cdot K)$] で、接触熱抵抗膜の半分の厚さに対する熱コンダクタンスである。薄膜の厚さは十分に薄い一定値を与え、薄膜の熱伝導率は式(2.2)を満足する仮想値である。 δ_c の推奨値としては次式を与える。

$$\delta_c = O(\sigma_{rms}) \text{ (rms 粗さの程度)} \quad (2.3)$$

以上の置換によって、静的接触面の接触伝熱問題を接触母材表面に仮想薄膜を付けた定常熱伝導問題として変換する。 r_c (または λ_c) をパラメータにして式(2.1)で境界条件を与え、定常熱伝導方程式 (ラプラス方程式) を解くことによって定常温度分布 $T(x)$ を求めることができる。

2.2 動的接触面における接触熱抵抗の定義

半無限体について考える (図 2.3)。動的接触する界面における接触熱抵抗として、静的接触面で定義した接触熱抵抗 (定常熱伝導抵抗) の外に、何か接触界面の熱容量 (非定常熱伝導抵抗) によ

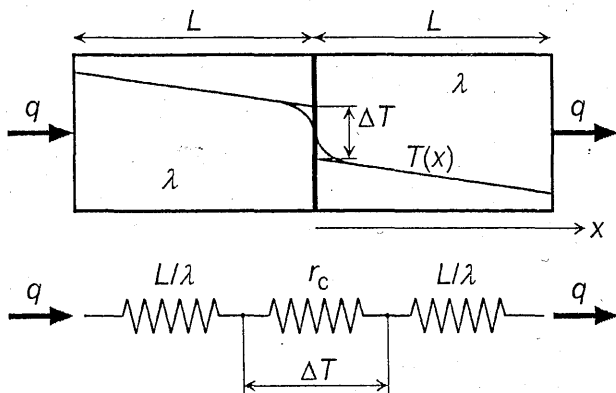


図 2.1 定常熱抵抗

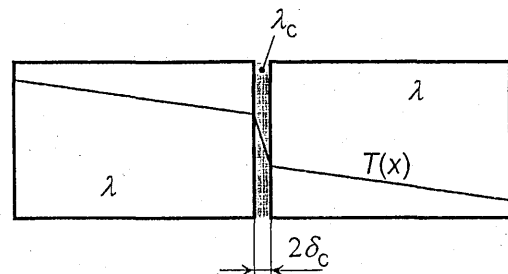


図 2.2 接触熱抵抗

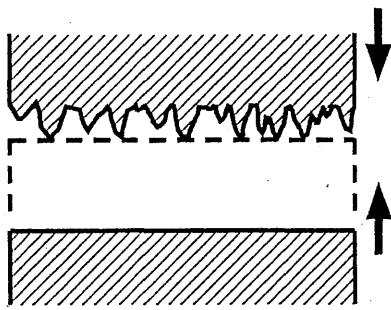


図 2.3 半無限体の動的接触

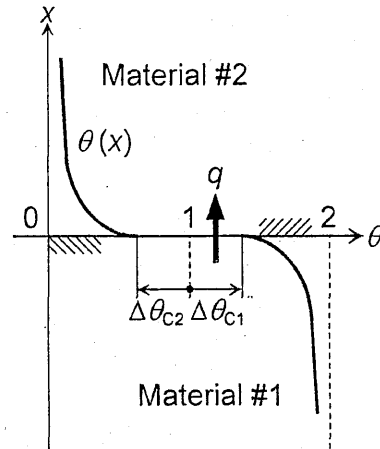


図 2.4 動的接触界面の温度分布

る接触熱抵抗を考慮に入れる必要があるかを考察する。

2. 2. 1 接触界面の熱容量を無視

温度がそれぞれ $\theta=0$ 、 2 の2つの同一材質の半無限体（熱伝導率 λ 、密度 ρ 、比熱 C 、温度伝導率 a ）を考える（図 2.4）。ここで、温度 θ は適当な参照温度 T_{ref} と参照温度差 ΔT_{ref} とによって無次元化された温度である（具体的には式(2.40)参照。熱伝導方程式の線形性より無次元化によって一般性は失われない）。これらの半無限体が時刻 $t=0$ に表面 $x=0$ で接触した場合、図 2.1 および式(2.1)で定義した仮想温度差の概念を適用すると温度分布の対称性から

$$|\Delta\theta_{c1}| = |\Delta\theta_{c2}| = \Delta\theta_c = \text{一定} \quad (2.4)$$

でなければならない。 $r_c=0$ （接触熱抵抗なし）の場合を考えると

$$\Delta\theta_c = 0 \quad (2.4')$$

この場合の温度分布は次式で与えられる（日本機械学会編, 1986, 伝熱工学資料, p.6）。

$$\theta(x,t) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (2.5)$$

熱流束は^{脚注1}

$$q(x,t) = -\lambda \left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) = \lambda \frac{1}{\sqrt{\pi at}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) \quad (2.6)$$

従って、接触面の熱流束は次式で与えられる。

^{脚注1} 厳密には、熱流束は $q(x,t) = -\lambda \Delta T_{ref} (\partial\theta/\partial x)$ で与えられる。ここで、 ΔT_{ref} は温度の無次元化に用いた参照温度差である。本報告書では、記述の簡便化のために、 ΔT_{ref} を省いた表現であることに注意されたい。

$$q(0,t) = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} \quad (2.7)$$

式(2.7)から明らかなように

$$q(x=0, t=0) = +\infty \quad (2.8)$$

従って、動的接触面の場合には式(2.1)の定義式は成立しない（意味がない）。

$$q \neq \frac{\Delta\theta_c}{r_c} \quad \text{at } t \rightarrow 0 \quad (2.9)$$

従って、動的接触面の場合には接触熱伝導抵抗を式(2.2)で定義（置換）すべきである。即ち、

$$\text{等価薄膜（厚さ } \delta_c = O(\sigma_{ms})、\text{熱伝導率 } \lambda_c、\text{温度伝導率 } a_c) \quad (2.10)$$

で定義する。次に、 $a_c = \infty$ とはせず、熱容量が大きい場合も含めて考える。

2. 2. 2 接触界面の熱容量を考慮した場合

図 2.5 に示したように、表面に接触熱抵抗に相当する薄膜を有する半無限体が $t=0$ に接触する場合を考える。図 2.4 の場合と同様に $\theta=0$ と 2 の半無限体が $x=-\delta_c$ で $t=0$ に接触すると

$$\theta = 1 \quad \text{at } x = -\delta_c, t > 0 \quad (2.11)$$

動的接触表面の境界条件を上式で与え、非定常熱伝導方程式を次のように時間 t に関してラプラス変換して解けば

$$\bar{\theta}(x,s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \theta(x,t) dt \quad (2.12)$$

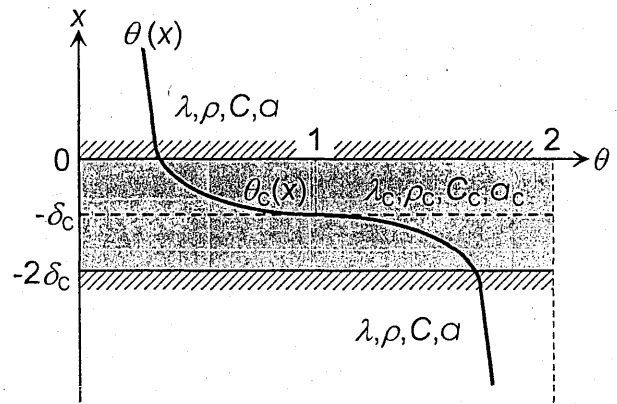


図 2.5 接触熱抵抗等価薄膜

付録 A に示したように、等価薄膜内温度 $\bar{\theta}_c(x,s)$ および母材温度 $\bar{\theta}(x,s)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\bar{\theta}_c(x,s) = \frac{\cosh \sqrt{\frac{s}{a_c}} x - \frac{\lambda}{\lambda_c} \sqrt{\frac{a_c}{a}} \sinh \sqrt{\frac{s}{a_c}} x}{s \left(\cosh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c + \frac{\lambda}{\lambda_c} \sqrt{\frac{a_c}{a}} \sinh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c \right)} \quad (2.13)$$

$$\bar{\theta}(x,s) = \frac{1}{s \left(\cosh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c + \frac{\lambda}{\lambda_c} \sqrt{\frac{a_c}{a}} \sinh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c \right)} \exp \left(-\sqrt{\frac{s}{a}} x \right) \quad (2.14)$$

等価薄膜は十分に薄いと考えられるので、3次の微小項を省略すると ($\delta_c^3 \ll 1$)、式(2.14)は

$$\bar{\theta} = \frac{k \exp(-\sqrt{s/a} x)}{s(k + \sqrt{s/a} + k's)} \quad (2.15)$$

ここで、

$$k = \frac{\lambda_c}{\lambda \delta_c}, \quad k' = \frac{\lambda_c \delta_c}{2a_c \lambda} \quad (2.16)$$

付録Bに示したように、式(2.15)は接触熱抵抗がない半無限体 (初期温度 $\theta=0$) の表面 (温度 θ_0) が突然 ($t=0$) に温度 $\theta=1$ の流体にさらされて、次の境界条件で加熱された場合の解と同一である。

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial x} - k' \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \theta_0 = -k \quad \text{at } x=0, t>0 \quad (2.17)$$

境界条件式(2.17)より

$$q_0 = -\lambda \frac{\partial \theta_0}{\partial x} = \frac{\lambda_c}{\delta_c} (1 - \theta_0) - \frac{\lambda_c \delta_c}{2a_c} \frac{\partial \theta_0}{\partial t} \quad (2.18)$$

$$= \frac{\lambda_c}{\delta_c} (1 - \theta_0) - \frac{1}{2} \rho_c C_c \delta_c \frac{\partial \theta_0}{\partial t} \quad (2.19)$$

上式から明らかなように、この近似は次のように解釈できる。図2.6において、等価薄膜は十分に薄いとして膜内の温度分布 θ_c を直線で近似すると、膜の平均温度 $\bar{\theta}_c = (1 + \theta_0)/2$ が与えられる。従って、単位表面積、単位時間当り膜内に蓄えられる熱量 q_c' は次式で与えられる。

$$q_c' = \rho_c C_c \delta_c \frac{\partial \bar{\theta}_c}{\partial t} = \frac{1}{2} \rho_c C_c \delta_c \frac{\partial \theta_0}{\partial t} \quad (2.20)$$

膜裏面から母材 (半無限体) への熱流束 q_0 は膜表面での熱流束を q_c とすればエネルギーの釣合から次式で与えられる。

$$q_0 = q_c - q_c' = -\lambda_c \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=-\delta_c} - \frac{1}{2} \rho_c C_c \delta_c \frac{\partial \theta_0}{\partial t} = \frac{\lambda_c}{\delta_c} (1 - \theta_0) - \frac{1}{2} \rho_c C_c \delta_c \frac{\partial \theta_0}{\partial t} \quad (2.21)$$

式(2.21)は式(2.19)と同一である。

従って、近似解の式(2.15)は等価薄膜内の温度分布を直線分布で近似し、時々刻々、直線分布を保ったまま温度上昇すると近似した解に他ならない。

2. 2. 3 等価薄膜の熱容量の影響

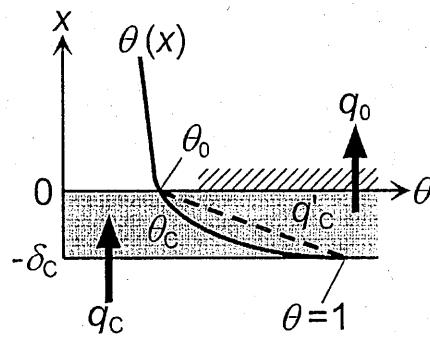


図 2.6 等価薄膜内の温度変化

2. 2. 3. 1 熱容量無視の場合 ($k'=0$)

等価薄膜の熱容量が無視できる場合には式(2.15)は

$$\bar{\theta}(x,s) = \frac{k \exp(-\sqrt{s/a} x)}{s(k + \sqrt{s/a})} \quad (2.22)$$

となり、逆ラプラス変換すると

$$\theta = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \exp(kx + k^2 at) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + k\sqrt{at}\right) \quad (2.23)$$

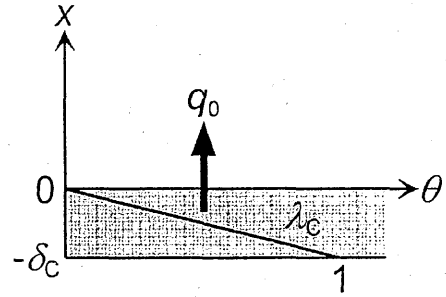


図 2.7 接触直後の等価薄膜内の温度分布 (熱容量無視)

x における熱流束 q は次式で与えられる。

$$q = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) + \lambda k \exp(kx + k^2 at) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + k\sqrt{at}\right) - \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} \exp\left[-\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + k\sqrt{at}\right)^2\right] \exp(kx + k^2 at) \quad (2.24)$$

母材表面 ($x=0$) における熱流束 q_0 は

$$q_0 = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} + \lambda k \exp(k^2 at) \operatorname{erfc}(k\sqrt{at}) - \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} \exp(-k^2 at) \exp(k^2 at) = \lambda k \exp(k^2 at) \operatorname{erfc}(k\sqrt{at}) \quad (2.25)$$

従って、接触直後 ($k \ll 1$) における q_0 は図 2.7 に示すように次式で与えられる。

$$q_0 = \lambda k = \frac{\lambda_c}{\delta_c} = h_c \quad \text{at } t \ll 1 \quad (2.26)$$

2. 2. 3. 2 熱容量を考慮する場合

図 2.8 に示したように $t \leq t_0$ では温度分布 θ はフィルム内に限られるので $\theta_0 = 0$ (母材には未だ熱が事実上伝わっていない)。この間の温度分布 θ は温度伝導率が a_c の半無限体の解と同一であるので、

$$\theta = \operatorname{erfc}\left(\frac{x + \delta_c}{2\sqrt{a_c t}}\right) \quad (2.27)$$

で与えられる。 $\theta_0 = 0.01$ に達する時間 t_0 を母材にまで温度が到達する時間と定義すれば、式(2.27)より

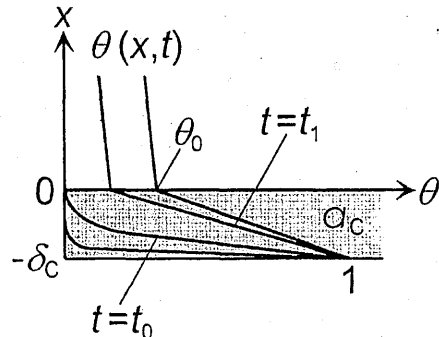


図 2.8 接触直後の等価薄膜内の温度分布 (熱容量考慮)

$$\frac{\delta_c}{2\sqrt{a_c t_0}} = 1.83 \quad (2.28)$$

上式を書き直すと

$$t_0 = \frac{\delta_c^2}{4a_c (1.83)^2} = 0.0747 \frac{\delta_c^2}{a_c} \quad (2.29)$$

ジュラルミン (A7075) の接触熱コンダクタンスの実測値に基づき考察する。温度伝導率 $a = 55 \text{ mm}^2/\text{s}$ 、熱伝導率 $\lambda = 130 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、比熱 $C = 0.5 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 、接触圧力 $P = 1.2 \text{ MPa}$ 、表面rms粗さ $\sigma_{\text{rms}} = 1.2 \mu\text{m}$ 、接触熱コンダクタンス $h_c = 1.0 \times 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 、雰囲気圧力 = 大気圧、 $\delta_c = \sigma_{\text{rms}}$ ($= 1.2 \mu\text{m}$) と仮定すると、 $\lambda_c = h_c \delta_c = 1.0 \times 10^4 \times 1.2 \times 10^{-6} = 1.2 \times 10^2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。この h_c の値は、粗さを有する平面どうしが 1 MPa 程度の圧力で接触した場合のものである。ところで、 300 K の空気 (大気圧) の $\lambda_g = 2.6 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、 $a_g = 22 \text{ mm}^2/\text{s}$ であり、大気圧雰囲気では未だ希薄気体効果による熱伝導率 λ_g の低下は考え難いので、 $\lambda_c < \lambda_g$ はありえない。仮に $\lambda_c = \lambda_g$ とすると $\delta_c = 2.6 \mu\text{m}$ となる。さらに $a_c = a_g$ と仮定すると、式(2.26)より $t_0 = 0.0747 (2.6 \times 10^{-6})^2 / (22 \times 10^{-6}) = 2.3 \times 10^{-8} \text{ s}$ となる。すなわち、 $t_0 = 23 \text{ ns}$ であり、接触してから極めて短時間に温度は表面 ($x = -\delta_c$) から母材 ($x = 0$) まで伝わるのが分る。実際の a_c は、特に真空雰囲気中では母材の値に近いと考えられるので、実際の t_0 はこれよりさらに短いと考えられる。

次にフィルム内の温度分布が準定常に達し、直線温度分布で近似できる時間 t_1 ($t \geq t_1$) を求める。 a_c と a とは同オーダーなので、簡単のために $a_c = a$ と仮定すれば式(2.20)と同様にして温度分布 θ は半無限体のステップ応答として次式で与えられる。

$$\theta = \text{erfc}\left(\frac{x + \delta_c}{2\sqrt{at}}\right) = \text{erfc}(\phi) \quad (2.30)$$

ここに
$$\phi = \frac{x + \delta_c}{2\sqrt{at}} \quad (2.31)$$

式(2.30)を $\phi = 0$ 近傍で直線近似すると

$$\theta = \text{erfc}(0) + \left[\frac{d}{d\phi} \text{erfc}(\phi) \right]_{\phi=0} \phi = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \phi \quad (2.32)$$

式(2.30)を式(2.32)で近似することの誤差 ε は

$$\varepsilon = \frac{1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \phi - \text{erfc}(\phi)}{\text{erfc}(\phi)} \quad (2.33)$$

式(2.33)より $\phi = 0.3$ のとき $\varepsilon = -0.015$ (誤差 -1.5%)。従って、母材表面 ($x = 0$) における直線近似による θ_0 の誤差が 1.5% 以下である時間 t_1 は、式(2.31)と $\delta_c = 2.6 \mu\text{m}$ より

$$t_1 = \frac{\delta_c^2}{4a\phi^2} = \frac{(2.6 \times 10^{-6})^2}{4 \times 55 \times 10^{-6} \times (0.3)^2} = 3.4 \times 10^{-7} \text{ s}$$

すなわち、 $t \geq t_1 = 0.34 \mu\text{s}$ でフィルム内は準定常状態に達して、温度分布は直線的に変化すると近似できる。換言すれば、等価接触熱抵抗膜の熱容量は無視できるので $a_c = \infty$ と仮定してよい。

2. 2. 4 等価接触熱抵抗膜

前節での考察から、等価接触熱抵抗膜の熱容量は無視できることが明らかになった。等価接触熱抵抗膜の熱伝導率 λ_c と厚み δ_c とは、あくまでも仮想的なものであり、動的接触による半無限体の温度分布は λ_c と δ_c に独立に依存するのではなく、両者の比である単位（面積当たり）の熱コンダクタンス h_c に依存する（4. 2節参照）。従って、 λ_c か δ_c のいずれか一方は任意の値を取り得るが、便宜的に δ_c の方を任意の値に固定して解析することにする。その場合、物理的に意味のある λ_c の値の範囲は、

$$\lambda_G \leq \lambda_c \leq \lambda \quad (2.34)$$

と考えられる。 δ_c は熱容量が無視できるほどに充分に小さな値にとればよい。 h_c の（実験的に）与えられた値から温度分布を数値解析する場合には、物理的に妥当な δ_c の値としては、

$$\delta_c \leq 2\sigma_{rms} \quad (2.35)$$

を満足する値が推奨される。

前述の実験データを用いて式(2.23)と(2.34)から接触面近傍の温度変化を求め、図 2.9 に示す。

2. 2. 5 まとめ

以上の考察から結論として、接触界面近傍の熱容量の影響は無視できるので、静的接触面における接触熱抵抗 r_c の定義式(2.1)は動的接触面にも適用できる。換言すれば、動的に接触しても接触界面上には静的熱抵抗 r_c と同じ抵抗が存在するだけで新たに熱抵抗が加わることはなく、式(2.2)で定義される r_c のみを考えればよい。したがって、動的接触面の接触熱抵抗を測定するための動的接触実験は困難さの割に意義が少なく、静的接触面での実測だけで十分と思われる。

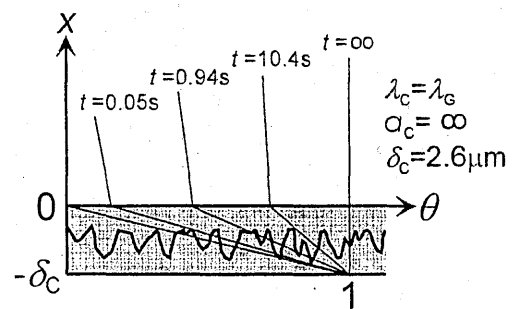


図 2.9 接触面近傍の温度変化

2. 3 動的接触による接触面内部の温度変化

2. 3. 1 動的接触における境界条件及び初期条件

前節で明らかにしたように、動的接触熱抵抗 $r_c (=1/h_c)$ は熱容量が無視できるほどに十分に薄い等価接触熱抵抗膜で置きかえることができる。すなわち、

$$h_c = \frac{1}{r_c} = \frac{\lambda_c}{\delta_c} \quad (2.36)$$

$$\delta_c = 2\sigma_{rms} \quad (2.37)$$

いま、寸法形状は同一だが材質の異なる二つの物体を瞬間的に接触させた場合、物体の初期温度がそれぞれ $T_{i1} (=T_1(x,0))$ と $T_{i2} (=T_2(x,0))$ であるときの接触面表面 ($x=-\delta_c$) における温度 T_c は次式で与えられ、時間に依らず一定である。

$$T_c = \frac{b_1 T_{i1} + b_2 T_{i2}}{(b_1 + b_2)} \quad (2.38)$$

ここに、 $b_1 = \sqrt{\rho_1 C_1 \lambda_1}$ 、 $b_2 = \sqrt{\rho_2 C_2 \lambda_2}$ 。材質が同一である場合には

$$T_c = \frac{T_{i1} + T_{i2}}{2} \quad (2.39)$$

T_c を用いて温度分布 T を無次元化すれば

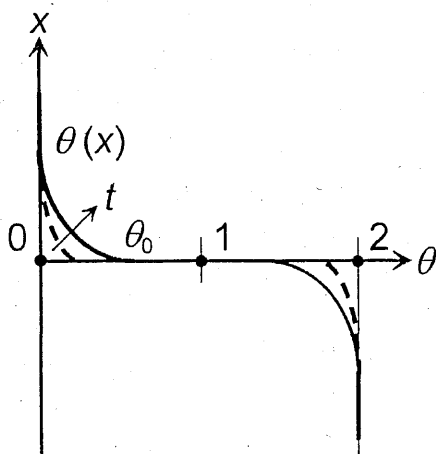
$$\theta(x,t) = \frac{T(x,t) - T_{i2}}{T_c - T_{i2}} \quad (2.40)$$

ここで、 T_{i2} として低温側物体の初期温度をとれば $\theta(-\infty, t) = 2$ 、 $\theta(+\infty, t) = 0$ となる。

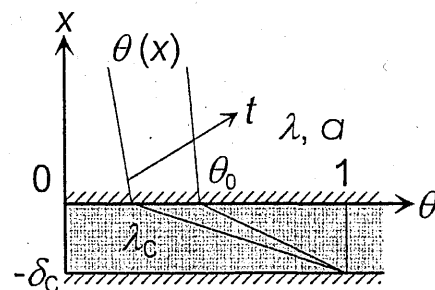
2. 3. 2 動的接触による半無限体内部の温度変化

初期温度がそれぞれ $\theta=0$ 、 $\theta=2$ (θ は式(2.40)で定義) である同一材質の半無限体が時間 $t=0$ で接触した場合の理論温度分布を求める。

この場合、接触面表面 ($x=-\delta_c$) における温度は式(2.39)から $\theta=1$ であり、理論温度分布は式(2.23)、



(a)温度分布



(b)接触面近傍

図 2.10 半無限体の温度分布

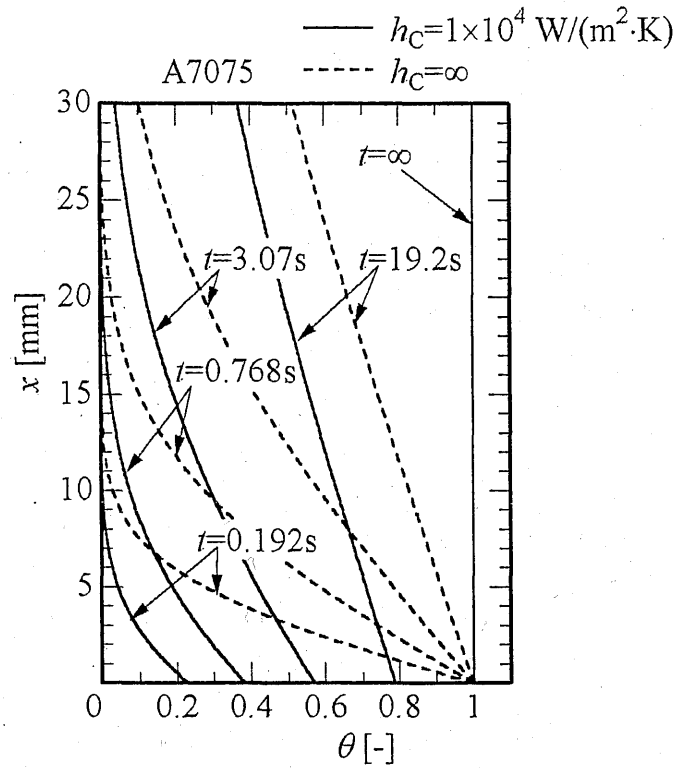


図 2.11 接触熱コンダクタンス $h_c=1 \times 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ を有するジュラルミン半無限体の温度分布

(2.24)、(2.25)と次式で与えられ、図 2.10 に示すように変化する。

$$\theta = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \exp\left(\frac{h_c x}{\lambda} + \frac{h_c^2 at}{\lambda^2}\right) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + \frac{h_c \sqrt{at}}{\lambda}\right) \quad (2.41)$$

母材表面 ($x=0$) における温度 θ_0 は

$$\theta_0 = 1 - \exp\left(\frac{h_c^2 at}{\lambda^2}\right) \text{erfc}\left(\frac{h_c \sqrt{at}}{\lambda}\right) \quad (2.42)$$

母材表面 ($x=0$) における熱流束 q_0 は

$$q_0 = h_c (1 - \theta) = h_c \exp\left(\frac{h_c^2 at}{\lambda^2}\right) \text{erfc}\left(\frac{h_c \sqrt{at}}{\lambda}\right) \quad (2.43)$$

接触熱抵抗がない場合 ($h_c = \infty$) の温度分布は

$$\theta = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (2.44)$$

前出の実験 ($h_c=1 \times 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 、A7075) をシミュレーションして式(2.41)から時刻 t [s] = 0.192、0.768、3.07、19.2、 ∞ の温度分布を計算し図 2.11 に示す。接触熱抵抗がない場合 ($h_c = \infty$) の温度分布を比較のため破線で示す。式(2.41)から

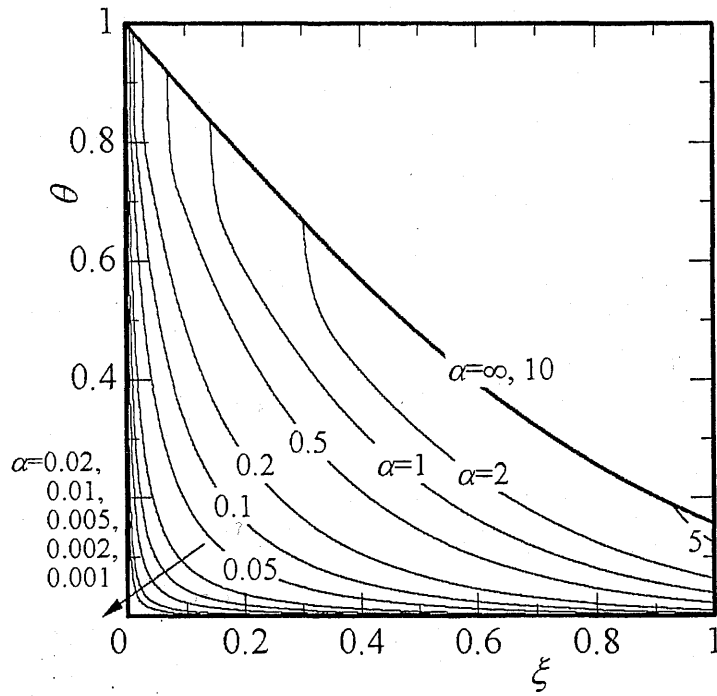


図 2.12 接触熱抵抗を有する半無限体の温度分布

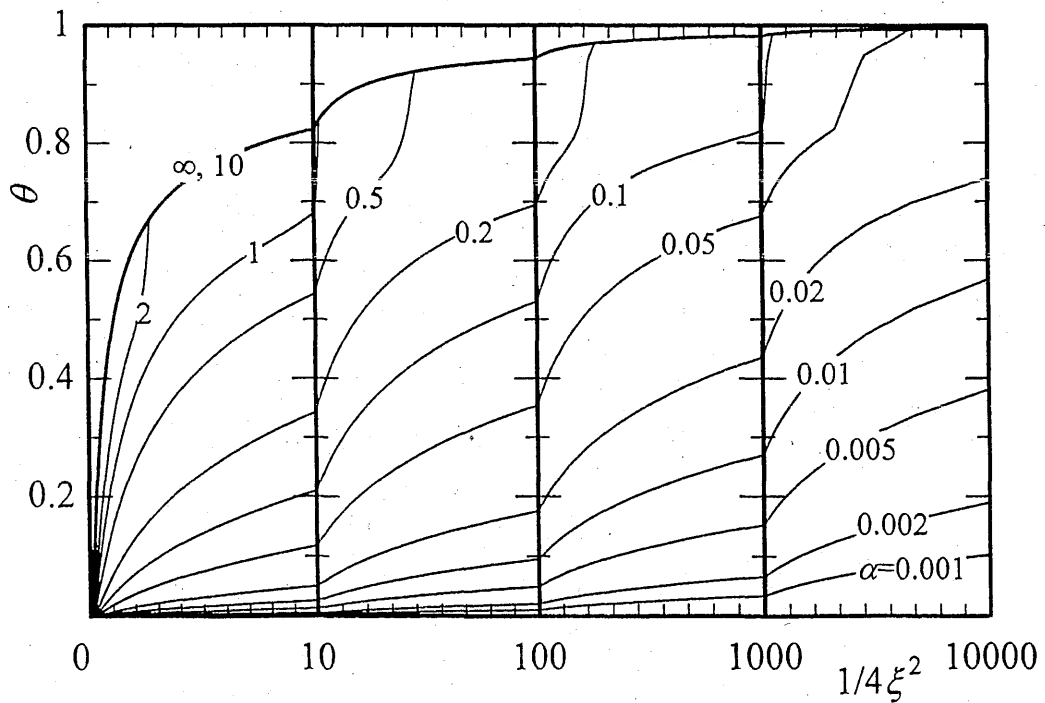


図 2.13 接触熱抵抗を有する半無限体の温度分布 ($1/4\xi^2$) : フーリエ数)

$$\theta = \operatorname{erfc}(\xi) - \exp\left(\alpha + \frac{\alpha^2}{4\xi^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\xi + \frac{\alpha}{2\xi}\right) \quad (2.45)$$

ここに、

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad \alpha = \frac{h_c x}{\lambda} \quad (2.46)$$

式(2.45)から得られる温度分布 θ を α をパラメータにして図 2.12 に示す。同じ温度分布を縦軸を $\log_{10}\theta$ 、横軸を $\log_{10}\xi$ にして図 2.13 に示す。

[追補]

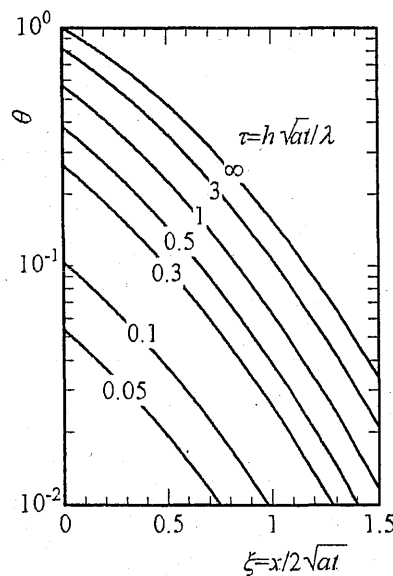
式(2.45)は $\xi \rightarrow 0$ で $\exp(\cdot) \rightarrow +\infty$ 、 $\operatorname{erfc}(\cdot) \rightarrow 0$ で数値誤差の影響を受けやすいので、式(2.41)の形で計算する方がよい。すなわち、

$$\theta = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \exp\left(\frac{h_c x}{\lambda} + \frac{h_c^2 at}{\lambda^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + \frac{h_c \sqrt{at}}{\lambda}\right) \quad (2.41)$$

母材表面 ($x=0$) における温度 θ_0 は式(2.42)で与えられている。すなわち、

$$\theta_0 = 1 - \exp\left(\frac{h_c^2 at}{\lambda^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{h_c \sqrt{at}}{\lambda}\right) \quad (2.42)$$

$x/(2\sqrt{at}) = \xi$ を独立変数 (横軸) とし、 $h_c \sqrt{at}/\lambda = \tau$ をパラメータとして θ を従属変数 (縦軸) とし、式(2.41)を付図 2.1 に示す。 $x=0$ のとき $\xi=0$ であるので、 $\theta_{\xi=0} = \theta_0$ 。また、 $h_c x/\lambda = 2\xi\tau$ であることに注意。



付図 2.1 接触熱抵抗を有する半無限体の温度分布 (τ をパラメータとした表示)

2. 3. 3 二次元・三次元物体の動的接触

これまで、半無限体について考えてきたが、平板や円柱や球の場合にも、接触面近傍 ($x \ll 1$) であれば接触面の曲率も無視できて、半無限体で近似できる。裏面が断熱された厚さ L の平板の動的接触を例にとると、接触した瞬間の表面温度が内部へ浸透していき、裏面に到達してその温度が上がり始めるまでは、平板内の温度分布は半無限体のものと全く同一であり、式(2.45)で与えられる。

接触熱抵抗がない場合 ($h_c = \infty$) は、この温度浸透深さは式(2.28)で与えられるので、

$$\frac{L}{2\sqrt{at}} = 1.83 \quad (2.47)$$

上式を書き直すと $t \leq t_0$ では半無限体として扱える。

$$t_0 = 0.0747 \frac{L^2}{a} \quad (2.48)$$

円柱や球といった曲面の場合でも、接触面近傍 ($x \ll$ 曲率半径) であれば曲率の影響は無視できる。従って、接触直後における接触面の境界条件 (母材の表面温度 θ_0) は接触面の曲率によらず式(2.42)で与えられる。また、等価抵抗膜は十分に薄いので ($\delta_c \ll$ 曲率半径)、接触面の形状によらず式(2.36)を適用することができる。

2. 3. 4 半無限固体の周期的接触

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad \text{at } x > 0 \quad (2.49)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_c (\theta_c - \theta) \quad \text{at } x = 0 \quad (2.50)$$

$$\theta_c = \cos(2\pi ft) \quad (2.51)$$

$t \gg 0$ の準定常 (周期) 解を求める。

$$\theta = \frac{\beta}{\sqrt{(1+\beta)^2 + 1}} \exp\left(-x\sqrt{\frac{\pi f}{a}}\right) \cos\left(2\pi ft - x\sqrt{\frac{\pi f}{a}} - \varepsilon\right) \quad (2.52)$$

ここで
$$\beta = \frac{h_c}{\lambda} \sqrt{\frac{a}{\pi f}}, \quad \varepsilon = \tan^{-1}\left(\frac{1}{1+\beta}\right) \quad (2.53)$$

半周期あたりの接触伝熱量は

$$Q_{T/2} = h_c A_c \int_0^{T/2} (\theta_c - \theta) dt$$

cos 波以外の一一般の周期的接触 (温度変動 θ_c) の場合には、フーリエ級数で表すことができる。その場合、支配的方程式(2.49)が線形であるので、特殊な解が現れることはないと考えられる。

2. 4 動的接触面における接触熱抵抗の測定法

2. 4. 1 測定原理

前章で取扱った動的に接触する半無限体を例に説明する。初期温度がそれぞれ $\theta=0$ と $\theta=2$ である同一材料の半無限体が時間 $t=0$ で接触した場合の温度分布は式(2.45)で与えられる。母材内部 x の位置に埋め込んだ熱電対の指示する温度(実測温度)を図2.12あるいは図2.13上にプロットして α を求め、 h_c を決定する。すなわち、式(2.45)を用いて、各 α の値に対する計算温度と実測温度とを比較して、最もよく一致する α の値を求める値とする。

2. 4. 2 測定感度

この測定法による測定感度は $(\partial\theta/\partial h_c)$ であるので、測定感度を最大にするための必要条件は

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial h_c^2} = 0 \quad (2.54)$$

式(2.45)を用いて上式を計算すると

$$\operatorname{erfc}(\eta) = \frac{2\eta \exp(-\eta^2)}{\sqrt{\pi}(1+2\eta^2)} \quad (2.55)$$

ここに $\eta = \xi + \frac{\alpha}{2\xi} \quad (2.56)$

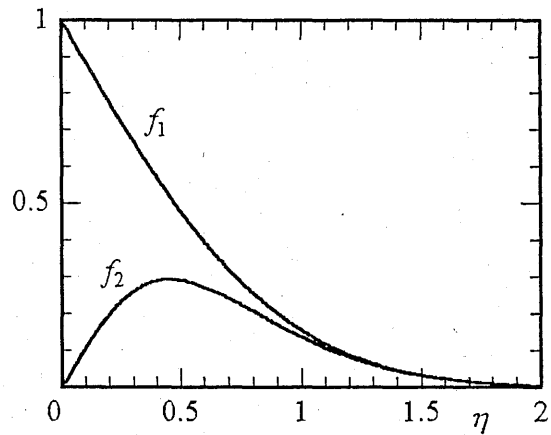


図 2.14 測定感度の最大点

式(2.55)の左辺を f_1 、右辺を f_2 として図2.14に示す。 f_1 と f_2 との交点が式(2.55)を満足する点であるが、図から明らかなように厳密には両者は交わず、測定感度を最大にする η は存在しない。しかし、 $\eta=1.0$ のとき $(f_1-f_2)/f_1=0.12$ 、 $\eta=2.0$ のとき0.1と、 η が大きいくほど式(2.55)をよく満足する。したがって、近似的に式(2.54)を満足して測定感度を最大にする η を η_m とすると

$$\eta = \eta_m \geq 1 \quad (2.57)$$

式(2.57)を式(2.56)に代入すれば

$$\xi + \frac{\alpha}{2\xi} = \eta_m \geq 1 \quad (2.58)$$

式(2.58)を満足する ξ が存在するためには

$$\alpha \leq \frac{\eta_m^2}{2} \quad \text{where } \eta_m \geq 1 \quad (2.59)$$

従って、

$$x = \frac{\alpha\lambda}{h_c} \leq \frac{\eta_m^2\lambda}{(2h_c)} \quad (2.60)$$

式(2.58)を満足し、測定感度を最大にする ξ を ξ_m とすると

$$\xi_m = \frac{\eta_m \pm \sqrt{\eta_m^2 - 2\alpha}}{2} \quad (2.61)$$

図 2.12 から明らかなように、式(2.45)で与えられる温度分布 $\theta(\xi)$ は ξ の減少関数なので、 ξ の値が小さいほど θ の値は大きくなり、温度測定精度が上がる。従って、 ξ_m として式(2.61)で与えられる二つの値のうち、小さい方の値を測定点に選ぶことにする。

$$\therefore \xi_m = \frac{\eta_m - \sqrt{\eta_m^2 - 2\alpha}}{2} \quad (2.62)$$

$$t_m = x^2 / (4a\xi_m^2) \quad (2.63)$$

式(2.62)から明らかなように、 α が小さいほど ξ_m は小さくなり、最大感度 $(\partial\theta/\partial h_c)$ は大きくなる。このことは図 2.13 から明らかである。しかし、 α を小さくすると式(2.60)が示すように x が小さくなり、位置精度が悪くなり、終いには熱電対を埋め込むことさえ出来なくなる。

測定感度が最大値を有する x の最大値 x_{\max} は式(2.60)に $\alpha = \eta_m^2/2$ を代入して

$$x_{\max} = \eta_m^2 \lambda / (2h_c) \quad (2.64)$$

この場合に測定感度を最大にする ξ を ξ_{\max} とすると

$$\xi_{\max} = \eta_m / 2 \quad (2.65)$$

そのときの時刻 t を t_{\max} とすると

$$t_{\max} = x_{\max}^2 / (a\eta_m^2) \quad (2.66)$$

2. 4. 3 シミュレーション実験

本測定方法の手順を具体的に検討し、接触熱抵抗や材質の違いによって考慮すべき点を調査するためにシミュレーション実験を行う。

2. 4. 3. 1 接触熱抵抗の影響

接触熱抵抗が本測定法に与える影響を調べるために、ジュラルミン (A-7075) 半無限体について $h_c = 10^2 \sim 10^6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ の範囲でシミュレーション実験を行う。

(1) $h_c = 1 \times 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ の場合

α が小さいほうが望ましいので、最大感度であることを多少犠牲にして

$$\eta_m = 1 \quad (2.67)$$

従って、式(2.59)は

$$\alpha \leq 0.5 \quad (2.68)$$

式(2.64)より

$$x_{\max} = \frac{\eta_m^2 \lambda}{(2h_c)} = \frac{1 \times 130}{(2 \times 1 \times 10^4)} = 6.5 \times 10^{-3} = 6.5 \text{mm} \quad (2.69)$$

式(2.66)より

$$t_{\max} = \frac{x_{\max}^2}{a\eta_m^2} = \frac{6.5^2 \times 10^{-6}}{55 \times 10^{-6}} = \frac{6.5^2}{55} = 0.768 \text{s} \quad (2.70)$$

$x=1\text{mm}$ ぐらいまでは、十分な位置精度で熱電対を埋めると思われるので、 $\alpha=0.1$ とすると式(2.46)より

$$x_m = \frac{\alpha \lambda}{h_c} = \frac{0.1 \times 130}{1 \times 10^4} = 1.3 \text{mm} \quad (2.71)$$

その場合の ξ_m は式(2.62)より

$$\xi_m = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\alpha}}{2} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0.2}}{2} = 0.0528 \quad (2.72)$$

そのときの時刻 t_m は式(2.63)より

$$t_m = \frac{x_m^2}{4a\xi_m^2} = \frac{1.3^2 \times 10^{-6}}{4 \times 55 \times 10^{-6} \times 5.28^2 \times 10^{-4}} = 2.76 \text{s} \quad (2.73)$$

これらの最大感度を与える位置と時刻とが生じる様子が図 2.10 からよく見てとれる。

$x=6.5\text{mm}$ のとき $\alpha=0.5$ であり、 $x=6.5\text{mm}$ を温度測定点にした場合の測定温度の時間変化は図 2.12 と 2.13 において $\alpha=0.5$ の曲線で示される。測定温度変化の範囲を $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ に選んで測定範囲とする。図 2.12 および図 2.13 から測定時間範囲は $0.6 \geq \xi \geq 0.07$ ($0.53 \text{s} \leq t \leq 39 \text{s}$) となり、最大感度時間 $\xi_{\max}=0.5$ ($t_{\max}=0.768 \text{s}$) である。同様に $x=1.3\text{mm}$ のときは $\alpha=0.1$ であり、 $0.285 \geq \xi \geq 0.018$ ($0.095 \text{s} \leq t \leq 24 \text{s}$)、 $\xi=0.053$ ($t_m=2.8 \text{s}$) となる。

(2) $h_c=1 \times 10^5 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ の場合

$x=6.5\text{mm}$ のとき $\alpha=5$ となるので最大感度は存在しない。図 2.12 と 2.13 で明らかなように、 $\xi \leq 0.9$ ($\theta \geq 0.2$) では $\alpha=\infty$ の場合と一致してしまい測定不能となる。従って、 $\theta < 0.2$ 、 $\xi > 0.9$ で測定を行う必要がある。

(3) $h_c=1 \times 10^6 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ の場合

$x=1.3\text{mm}$ のとき $\alpha=10$ となり、 $\alpha=\infty$ の場合と完全一致してしまうので測定不能となる。 $x=0.65\text{mm}$ のときでも $\alpha=5$ となり、測定は困難であり、 $\theta < 0.2$ 、 $\xi > 0.9$ での測定が必要である。従って、 $h_c=1 \times 10^6 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ は本測定法における限界であるが、幸いにしてジュラルミンの接触熱コンダクタンス h_c の実測値は 10^4 オーダであり問題ないと思われる。

(4) $h_c=1000 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ の場合

$x=6.5\text{mm}$ のとき $\alpha=0.05$ となり、 $0.18 \geq \xi \geq 0.01$ ($5.9\text{s} \leq t \leq 1900\text{s}$) となる。 ξ_m と t_m は次の通り。

$$\xi_m = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\alpha}}{2} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0.1}}{2} = 0.026, \quad t_m = 280\text{s}$$

$x=1.3\text{mm}$ のとき $\alpha=0.01$ となり、 $0.045 \geq \xi$ ($3.8\text{s} \leq t$) となる。 ξ_m と t_m は次の通り。

$$\xi_m = \frac{1 - \sqrt{1 - 0.02}}{2} = 0.005, \quad t_m = 310\text{s}$$

$x=13\text{mm}$ のとき $\alpha=0.1$ 、 $0.29 \geq \xi \geq 0.018$ ($9.5\text{s} \leq t \leq 2400\text{s}$) となり、 $\xi_m=0.053$ 、 $t_m=280\text{s}$ である。この場合、測定点の位置によらず、最大感度を示す測定時間 t_m はほぼ 300 秒であることが明らかである。

$\alpha \ll 1$ の場合には式(2.62)は次式で近似できる。

$$\xi_m = \frac{\alpha}{2\eta_m} = \frac{\alpha}{2}, \quad \eta_m = 1 \quad (2.74)$$

上式を式(2.63)に代入すれば、最大感度測定時間 t_m は

$$t_m = \frac{x^2}{a\alpha^2} = \frac{\lambda^2}{a} \cdot \frac{1}{h_c^2} \quad (2.75)$$

すなわち、 α が 1 より十分に小さい場合には x によらず t_m は一定で上式で与えられることを示している。

(5) $h_c=100\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ の場合

$x=6.5\text{mm}$: $\alpha=0.005$ 、 $0.025 \geq \xi$ ($310\text{s} \leq t$) となり、 $\xi_m=0.0025$ 、 $t_m=3.1 \times 10^4\text{s}$ となる。

$x=13\text{mm}$: $\alpha=0.01$ 、 $0.045 \geq \xi$ ($380\text{s} \leq t$) となり、 $\xi_m=0.005$ 、 $t_m=3.1 \times 10^4\text{s}$ となる。

$x=26\text{mm}$: $\alpha=0.02$ 、 $0.09 \geq \xi$ ($380\text{s} \leq t$) となり、 $\xi_m=0.01$ 、 $t_m=3.1 \times 10^4\text{s}$ となる。

2. 4. 3. 2 材料の影響

材料が本測定法に与える影響を調べるために 4 種類の金属についてシミュレーション実験を行う。

(a) クロムニッケルステンレス鋼 : $\lambda=15\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、 $a=4\text{mm}^2/\text{s}$

h_c [W/(m ² ·K)]	x [mm]	α [-]	ξ [-] t [s]	ξ_m [-]、 t_m [s]
100	3.0	0.02	$0.09 \geq \xi$ $69 \leq t$	$\xi_m=0.01$ 、 $t_m=5.6 \times 10^3$
	7.5	0.05	$0.18 \geq \xi \geq 0.01$ $110 \leq t \leq 3.5 \times 10^4$	$\xi_m=0.025$ 、 $t_m=5.6 \times 10^3$
	15	0.1	$0.29 \geq \xi \geq 0.018$ $167 \leq t \leq 4.3 \times 10^4$	$\xi_m=0.053$ 、 $t_m=5.0 \times 10^3$
1000	1.5	0.1	$0.29 \geq \xi \geq 0.018$ $1.7 \leq t \leq 430$	$\xi_m=0.053$ 、 $t_m=50$
	3.0	0.2	$0.41 \geq \xi \geq 0.03$ $3.3 \leq t \leq 630$	$\xi_m=0.11$ 、 $t_m=44$
	7.5	0.5	$0.6 \geq \xi \geq 0.07$ $9.8 \leq t \leq 720$	
1×10^4	0.75	0.5	$0.6 \geq \xi \geq 0.07$ $0.098 \leq t \leq 7.2$	$\xi_m=0.5$ 、 $t_m=0.14$

	1.5	1	$0.75 \geq \xi \geq 0.14$ $0.25 \leq t \leq 7.0$	$\theta < 0.8$ 、 $\xi > 0.14$ で測定可能
	3.0	2	$0.93 \geq \xi \geq 0.3$ $0.65 \leq t \leq 6.2$	$\theta < 0.67$ 、 $\xi > 0.3$ で測定可能
1×10^5	0.75	5	$1 \geq \xi \geq 0.9$ $0.035 \leq t \leq 0.043$	$\theta < 0.2$ 、 $\xi > 0.9$ で測定可能
	1.5	10		測定不可能

(b) 炭素綱 : $\lambda = 40 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ 、 $a = 10 \text{ mm}^2/\text{s}$

h_c [W/(m ² ·K)]	x [mm]	α [-]	ξ [-] t [s]	ξ_m [-]、 t_m [s]
100	2.0	0.005	$0.025 \geq \xi$ $160 \leq t$	$\xi_m = 0.0025$ 、 $t_m = 1.6 \times 10^4$
	4.0	0.01	$0.045 \geq \xi$ $200 \leq t$	$\xi_m = 0.005$ 、 $t_m = 1.6 \times 10^4$
	8.0	0.02	$0.09 \geq \xi$ $200 \leq t$	$\xi_m = 0.01$ 、 $t_m = 1.6 \times 10^4$
1000	0.8	0.02	$0.09 \geq \xi$ $2.0 \leq t$	$\xi_m = 0.01$ 、 $t_m = 160$
	2.0	0.05	$0.18 \geq \xi \geq 0.01$ $3.1 \leq t \leq 1000$	$\xi_m = 0.025$ 、 $t_m = 160$
	4.0	0.1	$0.29 \geq \xi \geq 0.018$ $4.8 \leq t \leq 1200$	$\xi_m = 0.053$ 、 $t_m = 140$
1×10^4	0.8	0.2	$0.41 \geq \xi \geq 0.03$ $0.095 \leq t \leq 18$	$\xi_m = 0.11$ 、 $t_m = 1.3$
	2.0	0.5	$0.6 \geq \xi \geq 0.06$ $0.28 \leq t \leq 28$	$\xi_m = 0.5$ 、 $t_m = 0.4$
	4.0	1.0	$0.75 \geq \xi \geq 0.14$ $0.71 \leq t \leq 20$	$\theta < 0.8$ 、 $\xi > 0.14$ で測定可能
	8.0	2.0	$0.93 \geq \xi \geq 0.3$ $1.8 \leq t \leq 18$	$\theta < 0.67$ 、 $\xi > 0.3$ で測定可能
1×10^5	0.8	2	$0.93 \geq \xi \geq 0.3$ $0.018 \leq t \leq 0.18$	$\theta < 0.67$ 、 $\xi > 0.3$ で測定可能
	2.0	5	$1 \geq \xi \geq 0.9$ $0.1 \leq t \leq 0.12$	$\theta < 0.2$ 、 $\xi > 0.9$ で測定可能

(c) アルミニウム : $\lambda = 200 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ 、 $a = 84 \text{ mm}^2/\text{s}$

h_c [W/(m ² ·K)]	x [mm]	α [-]	ξ [-] t [s]	ξ_m [-]、 t_m [s]
100	10	0.005	$0.025 \geq \xi$ $476 \leq t$	$\xi_m = 0.0025$ 、 $t_m = 476$
1000	2.0	0.01	$0.045 \geq \xi$ $5.9 \leq t$	$\xi_m = 0.05$ 、 $t_m = 480$
	4.0	0.02	$0.09 \geq \xi$ $5.9 \leq t$	$\xi_m = 0.01$ 、 $t_m = 480$
	10	0.05	$0.18 \geq \xi \geq 0.01$ $9.2 \leq t \leq 3000$	$\xi_m = 0.026$ 、 $t_m = 440$
1×10^4	1.0	0.05	$0.18 \geq \xi \geq 0.01$ $0.092 \leq t \leq 30$	$\xi_m = 0.026$ 、 $t_m = 4.4$

	2.0	0.1	$0.29 \geq \xi \geq 0.018$ $0.14 \leq t \leq 38$	$\xi_m = 0.053, t_m = 4.2$
	4.0	0.2	$0.41 \geq \xi \geq 0.03$ $0.28 \leq t \leq 53$	$\xi_m = 0.11, t_m = 3.9$
	10	0.5	$0.6 \geq \xi \geq 0.06$ $0.83 \leq t \leq 83$	$\xi_m = 0.5, t_m = 1.2$
1×10^5	1.0	0.5	$0.6 \geq \xi \geq 0.06$ $8.3 \times 10^{-3} \leq t \leq 0.83$	$\xi_m = 0.5, t_m = 12$
	4.0	2.0	$0.93 \geq \xi \geq 0.3$ $0.055 \leq t \leq 0.53$	$\theta < 0.67, \xi > 0.3$ で測定可能
	10	5.0	$1 \geq \xi \geq 0.9$ $0.30 \leq t \leq 0.37$	$\theta < 0.2, \xi > 0.9$ で測定可能
1×10^6	1.0	5.0	$1 \geq \xi \geq 0.9$ $3.0 \times 10^{-3} \leq t \leq 3.7 \times 10^{-3}$	$\theta < 0.2, \xi > 0.9$ で測定可能
	2.0	10		測定不可能

(d) 銅 : $\lambda = 390 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 、 $a = 110 \text{ mm}^2/\text{s}$

h_c [W/(m ² ·K)]	x [mm]	α [-]	ξ [-] t [s]	ξ_m [-], t_m [s]
100	19.5	0.005	$0.025 \geq \xi$ $1400 \leq t$	
1000	3.9	0.01	$0.045 \geq \xi$ $17 \leq t$	$\xi_m = 0.005, t_m = 1400$
	7.8	0.02	$0.09 \geq \xi$ $17 \leq t$	$\xi_m = 0.01, t_m = 1400$
1×10^4	3.9	0.1	$0.29 \geq \xi \geq 0.018$ $0.41 \leq t \leq 110$	$\xi_m = 0.053, t_m = 12$
	7.8	0.2	$0.41 \geq \xi \geq 0.03$ $0.82 \leq t \leq 150$	$\xi_m = 0.11, t_m = 11$
1×10^5	3.9	1.0	$0.75 \geq \xi \geq 0.14$ $0.061 \leq t \leq 1.8$	$\theta < 0.8, \xi > 0.14$ で測定可能
	7.8	2.0	$0.93 \geq \xi \geq 0.3$ $0.16 \leq t \leq 0.39$	$\theta < 0.67, \xi > 0.3$ で測定可能
	19.5	5.0	$1 \geq \xi \geq 0.9$ $0.86 \leq t \leq 1.1$	$\theta < 0.2, \xi > 0.9$ で測定可能
1×10^6	1.95	5.0	$1 \geq \xi \geq 0.9$ $8.7 \times 10^{-3} \leq t \leq 0.011$	$\theta < 0.2, \xi > 0.9$ で測定可能
	3.9	10		測定不可能

2. 4. 4 測定限界

図 2.12 に示すように ξ が大きいと測定温度 θ が小さくなり、精度の良い測定が出来ない。 $\theta=0.1$ になる ξ を測定限界 ξ_1 と定義すれば、測定に適した測定条件は次式で与えられる。

$$\xi \leq \xi_1, \quad \theta \geq 0.1 \quad (2.76)$$

ξ_1 は式(2.45)から求められる。すなわち

$$0.1 = \operatorname{erfc}(\xi_1) - \exp\left(\alpha + \frac{\alpha^2}{4\xi_1^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\xi_1 + \frac{\alpha\xi_1}{2}\right) \quad (2.77)$$

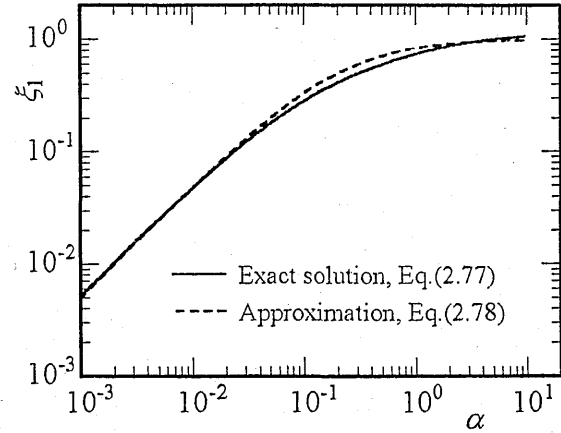


図 2.15 測定限界 ξ_1 と α との関係

式(2.77)を図 2.15 に示す。 ξ_1 を与える近似式を求めると、

$$\xi_1 = 1 - \exp\{-\ln(1 + 5\alpha)\} \quad (2.78)$$

図 2.15 に示すように、この近似式はかなり良い近似を与える。従って、式(2.78)を用いて ξ_1 を求め、 $\xi \leq \xi_1$ で測定を行えばよい。

2. 5 円柱接触面間に介在する空気の熱伝導抵抗

2. 5. 1 介在空気の影響を無視した場合

典型的実験条件として、円柱半径 $R=30\text{mm}$ 、長さ $L=180\text{mm}$ 、接触荷重 $F=51.2\text{kgf}$ を考える。このとき、円柱単位長さ当りの接触荷重 W [N/m] は

$$W = F/L = 51.2 \times 9.80665 / 0.18 = 2790 \text{ N/m} \quad (2.79)$$

ヘルツ接触を仮定すると、接触幅 2ζ [m]、すなわち円柱単位長さ当りの接触面積は

$$2\zeta = 4 \sqrt{\frac{W}{\pi} \left(\frac{1-\nu^2}{E} \right) / \left(\frac{1}{R} \right)} \quad (2.80)$$

ここで、 E はヤング率 [Pa]、 ν はポアソン比である。炭素鋼 (S45C) に対する $E=201\text{GPa}$ 、 $\nu=0.29$ を上式に代入すれば

$$2\zeta = 4 \sqrt{\frac{2790}{\pi} \frac{1-0.29^2}{20.1 \times 10^{10}} \times 0.03} = 4.41 \times 10^{-5} = 44.1 \mu\text{m} \quad (2.81)$$

接触面積 A [m²] は

$$A = 2\zeta \cdot L = 44.1 \times 10^{-6} \times 0.18 = 7.94 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad (2.82)$$

接触面圧力 P [Pa] は

$$P = W/2\zeta = 63.6 \text{ MPa} \quad (2.83)$$

本研究の低荷重条件 (51.2kgf) で得られた接触熱コンダクタンス h_c の実測値は

$$h_c = 4.72 \times 10^7 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \quad (2.84)$$

円柱単位長さ当りの接触熱コンダクタンス K_c [W/(m·K)] は

$$K_c = h_c \cdot 2\zeta = 2080 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \quad (2.85)$$

2. 5. 2 介在空気を通しての熱伝導の影響

接触面での介在空気の厚さ $\delta_a = 1\mu\text{m}$ と仮定する。これは $\delta_a = 0$ とすると、そこでのコンダクタンスが無限大となり実際的ではないためである。数値シミュレーションにおいて $\delta_c = 1\mu\text{m}$ ($\delta_c = \lambda_c/h_c$) と仮定していることを考え合わせて、 $\delta_a = 1\mu\text{m}$ の仮定を設けた (すなわち、接触幅の外側 $|x| > s$ のみに空気が介在すると仮定)。

介在空気を通しての円柱単位長さ当りの熱伝導による伝熱量 q_a は次式で与えられる。

$$q_a = K_a(T_w - T_c) \quad (2.86)$$

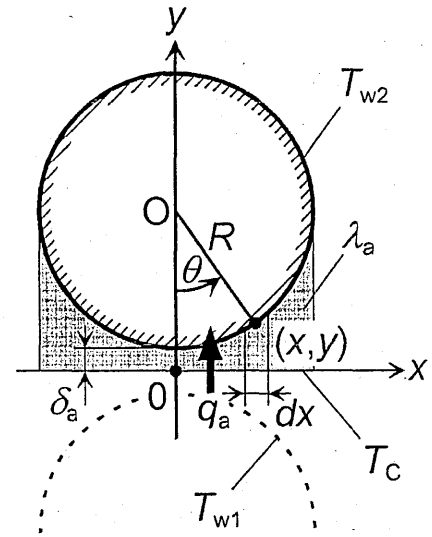


図 2.16 介在空気の熱伝導

ここで、 K_a は介在空気を通しての円柱単位長さ当りの熱伝導による熱コンダクタンスである。 q_a は次式から求められる (図 2.16 参照)。

$$q_a = 2\lambda_a(T_w - T_c) \int_0^R \frac{dx}{y} \quad (2.87)$$

ここで、 λ_a は空気の熱伝導率。ところで、図 2.16 より

$$x = r \sin \theta, \quad y = R(1 - \cos \theta) + \delta_a \quad (2.88)$$

式(2.86)、(2.88)を式(2.87)に代入すれば

$$\frac{K_a}{\lambda_a} = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta + \delta_a/R} d\theta \quad (2.89)$$

ここに、

$$\delta_a/R = 1 \times 10^{-6} / 0.03 = 3.33 \times 10^{-5} \quad (2.90)$$

接触点近傍 ($\theta_1 \ll 1$) では

$$\frac{K_a}{\lambda_a} = 2 \int_0^{\theta_1} \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta + \delta_a/R} d\theta \approx 2 \int_0^{\theta_1} \frac{R}{\delta_a} d\theta = \frac{R}{\delta_a} \theta_1 \quad (2.91)$$

上式の近似誤差は $\theta_1 = 0.001$ で +0.5% である。接触点遠方 ($\theta = \pi/2$ 近傍) では

$$\frac{1}{2} \frac{K_a}{\lambda_a} = \int_{\theta_2}^{\pi/2} \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta + \delta_a/R} d\theta \approx \int_{\theta_2}^{\pi/2} \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} d\theta = \cot\left(\frac{\theta_2}{2}\right) + \theta_2 - \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\theta_2=0.1$ (5.7°) で上式の近似誤差は+0.5%以下である。式(2.89)を計算すれば

$$K_a/\lambda_a=393.8 \times 2 \quad (2.92)$$

介在空気を通しての熱伝導による総伝熱量 q_a/λ_a の内、99%の伝熱量をまかなっている領域 $-\theta_c \leq \theta \leq \theta_c$ を求めてみる。

$$2 \int_{\theta_c}^{\pi/2} \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta + \delta_a/R} d\theta = 0.01 K_a/\lambda_a$$

上式に式(2.91)、(2.92)を代入すれば

$$\theta_c = 6.5088 - \frac{1}{\tan(\theta_c/2)} \quad (2.93)$$

上式を満足する θ_c は

$$\theta_c = 0.3204 = 18.4^\circ \quad (2.94)$$

なお、 $|\theta| \leq 0.1$ (5.7°) の領域で 95.6%の伝熱を行っていることが分った。

介在空気の熱伝導による円柱単位長さ当りの熱コンダクタンス K_a の値は式(2.92)より

$$K_a = 393.8 \times 2 \times \lambda_a = 787.6 \times 0.03 = 23.6 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \quad (2.95)$$

また、円柱全長 ($L=180\text{mm}$) に対する熱コンダクタンス K_a' の値は

$$K_a' = K_a \cdot L = 4.25 \text{ W/K} \quad (2.95')$$

ただし、 λ_a には 80°C の値を用いた。したがって式(2.85)、(2.95)より

$$K_a/K_c = 23.6/2080 = 0.011 \quad (2.96)$$

すなわち、接触熱伝導によって伝達される熱量にくらべて介在空気を通しての熱伝導によって伝達される熱量は小さい。荷重が 51.2kgf より大きい場合は、熱伝導の寄与はさらに小さくなる。

2. 5. 3 回転円柱と周囲空気との熱伝達

静止流体中の回転円柱の熱伝達は次式で与えられる (日本機械学会, 1986)。

$$Nu_D = 0.135 \left\{ (0.5 Re_{\omega,D}^2 + Re_{\omega}^2 + Gr_D) Pr \right\}^{1/3} \quad \text{for } 2000 < Re_{\omega,D} < 45000 \quad (2.97)$$

80°C の空気の物性値は、 $\rho=1.00\text{kg/m}^3$ 、 $C_p=1.01 \times 10^3\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$ 、 $\mu=0.0210 \times 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、 $\lambda=0.0302\text{W/(m}\cdot\text{K)}$ 、 $\nu=21.0 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 、 $\alpha=29.9 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 、 $Pr=0.704$ である。円柱の回転数 $n=180\text{rpm}$ と仮定すると、

$$\omega = 2\pi n/60 = 6\pi \text{ rad/s} \quad (2.98)$$

式(2.97)において

$$Re_{\omega} = 0$$

$$Re_{\omega, D} = D^2 \omega / \nu = 4R^2 \omega / \nu = 4 \times (0.03)^2 \times 6\pi / 21.0 \times 10^{-6} = 3230$$

$$Gr_D = D^3 g \beta (T_w - T_{\infty}) / \nu^2 = (0.06)^3 \times 9.807 \times (1/353) \times (140 - 20) / (21.0 \times 10^{-6})^2 = 1.63 \times 10^6$$

これらを式(2.97)に代入すれば

$$Nu_D = 0.135 \left\{ (5.2 \times 10^6 + 1.63 \times 10^6) \times 0.704 \right\}^{1/3} = 22.8 \quad (2.99)$$

従って、回転円柱の熱伝達率 h_f は、

$$h_f = Nu \lambda / D = 22.8 \times 0.0302 / 0.06 = 11.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.100)$$

回転円柱による単位長さ当りの対流熱コンダクタンス K_f は

$$K_f = \pi D \cdot h_f = \pi \times 0.06 \times 11.5 = 2.17 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

また、円柱全長に対する熱コンダクタンス K_f' は

$$K_f' = K_f \times L = 0.39 \quad (2.100')$$

従って、

$$K_f / K_c = 2.17 / 2080 = 1.0 \times 10^{-3} \quad (2.101)$$

このように K_f の値は K_c の値に比べて無視することができる。さらに、実際には接触面近傍では流れが制限されるので K_f の値はもっと小さくなると思われる。また、本実験のように一方のロールは室温である場合には、空気流との温度差が 0 になるので、ロール 1 からロール 2 への対流伝熱量 q_f は

$$q_f = 0 \quad (2.103)$$

となるので実質的には対流熱伝達の影響は小さいと思われる。

2. 6 円柱間の放射伝熱

2. 6. 1 一般式

ロール 1 からロール 2 への単位長さ当りの放射伝熱量 q_{12} [W/m] を考える。

$$q_{12} = K_r (T_{w1} - T_{w2}) / 2 \quad (2.104)$$

ここに、 K_r は単位長さ当りの放射熱コンダクタンス [W/(m·K)] である。形態係数 $F_{1,2}$ は次式で与えられる。

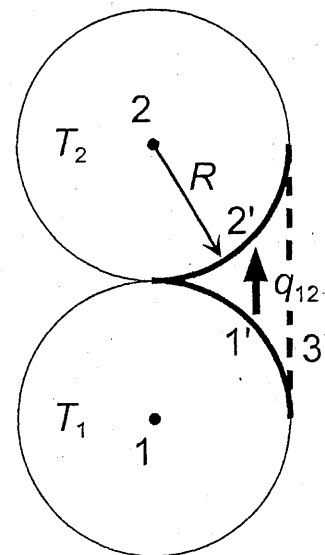


図 2.17 円柱間の形態係数

$$F_{1,2} = (1 + A_2/A_1 - A_3/A_1)/2 \quad (2.105)$$

ところで、図 2.17 より

$$A_1 = A_2 = \pi R/2, \quad A_3 = 2R \quad (2.106)$$

を式(2.104) に代入すれば

$$F_{1,2} = 1 - 2/\pi \quad (2.107)$$

ロール面 1 から放射されてロール面 2 に到達するエネルギーはロール面 1' から放射されてロール面 2' に到達するエネルギーの 2 倍に等しいので次式が成立つ。

$$A_1 F_{12} = 2A_1' F_{1'2'} \quad (2.108)$$

従って、

$$F_{12} = 2A_1' F_{1'2'} / A_1 = F_{1'2'}/2 = 0.5 - 1/\pi \quad (2.109)$$

なお、

$$A_1 = A_2 = A = 2\pi R \quad (2.110)$$

ロール 1 (面 1 : T_{w1} , ε)、ロール 2 (面 2 : T_{w2} , ε)、周囲 (面 3 : T_{∞} , $\varepsilon=1$) の 3 面からなる閉じた系としてロール 1 からロール 2 への単位長さ当りの q_{12} [W/m] を求める。等価電気回路は図 2.18 に示すように描かれる。この図から

$$\begin{aligned} q_1 &= (\sigma T_{w1}^4 - G_1) A \varepsilon / (1 - \varepsilon), & q_{12} &= (G_1 - G_2) A F_{12}, & q_{13} &= (G_1 - \sigma T_{\infty}^4) A F_{13} \\ q_2 &= (\sigma T_{w2}^4 - G_2) A \varepsilon / (1 - \varepsilon), & q_{23} &= (G_2 - \sigma T_{\infty}^4) A F_{23}, & q_1 &= q_{12} + q_{13}, \\ q_{23} &= q_{12} + q_2 \end{aligned}$$

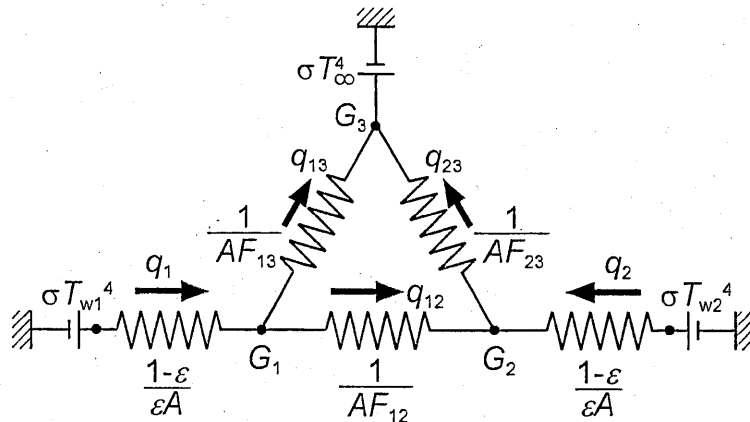


図 2.18 二円柱間放射伝熱の等価回路

これらの関係から

$$\begin{aligned}
 G_1 & \left[\left(F_{12} + F_{13} + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \frac{F_{23}}{F_{12}} + \left(F_{12} + F_{13} + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) - F_{12} + \left(F_{12} + F_{13} + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{1}{F_{12}} \right] \\
 & = \left(\sigma T_{w1}^4 \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} + \sigma T_{\infty}^4 F_{13} \right) \frac{F_{23}}{F_{12}} + \sigma T_{\infty}^4 F_{23} + \left(\sigma T_{w1}^4 \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} + \sigma T_{\infty}^4 F_{13} \right) \\
 & \quad + \sigma T_{w2}^4 \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{1}{F_{12}} \left(\sigma T_{w1}^4 \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} + \sigma T_{\infty}^4 F_{13} \right)
 \end{aligned} \tag{2.111}$$

$$G_2 F_{12} = G_1 \left(F_{12} + F_{13} + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) - \left(\sigma T_{\infty}^4 \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} + \sigma T_{\infty}^4 F_{13} \right) \tag{2.112}$$

$$q_{12} = (G_1 - G_2) A F_{12} \tag{2.113}$$

$$q_1 = (\sigma T_{w1}^4 - G_1) A \varepsilon / (1-\varepsilon) \tag{2.114}$$

$$q_2 = (\sigma T_{w2}^4 - G_2) A \varepsilon / (1-\varepsilon) \tag{2.115}$$

ところで

$$F_{13} = F_{23} = 1 - F_{12} \tag{2.116}$$

2. 6. 2 一方のロールの温度が周囲温度に等しい場合 ($T_{w2} = T_{\infty}$)

この場合の等価電気回路を図 2.19 に示す。この図から次式が導かれる。

$$\frac{1}{R_{23}} = A F_{13} + \frac{1}{\frac{1}{A F_{12}} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}} \tag{2.117}$$

$$R = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A} + R_{23} \tag{2.118}$$

$$q_1 = (\sigma T_{w1}^4 - \sigma T_{\infty}^4) / R \tag{2.119}$$

$$q_{12} = q_2 = q_1 - q_{13} = q_1 \left(1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} F_{13} \right) - (\sigma T_{w1}^4 - \sigma T_{\infty}^4) A F_{13} \tag{2.120}$$

2. 6. 3 一方のロールの温度が周囲温度に等しく、黒体面の場合 ($T_{w2} = T_{\infty}$, $\varepsilon = 1$)

前節の関係式より

$$q_1 = (\sigma T_{w1}^4 - \sigma T_{\infty}^4) A \tag{2.121}$$

$$q_{12} = (\sigma T_{w1}^4 - \sigma T_{\infty}^4) A F_{12} \tag{2.122}$$

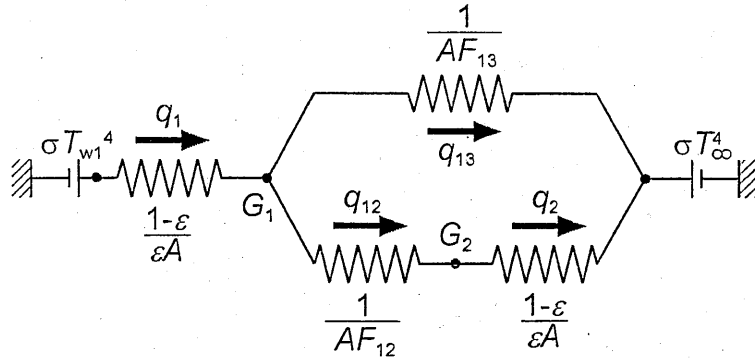


図 2.19 二円柱間放射伝熱の等価回路 ($T_{w2}=T_{\infty}$ の場合)

2. 6. 4 二円柱間の単位長さ当りの放射熱コンダクタンス K_r

(1) 一般の場合

K_r は式(2.104)、(2.111)、(2.112)、(2.113)で求められる。

(2) $T_{w2}=T_{\infty}$ 、 $\varepsilon=1$ の場合

K_r は式(2.104)、(2.109)、(2.122)で求められる。

$$K_r = \frac{(\sigma T_{w1}^4 - \sigma T_{\infty}^4) 2AF_{12}}{(T_{w1} - T_{\infty})} = \frac{(\sigma T_{w1}^4 - \sigma T_{\infty}^4)}{T_{w1} - T_{\infty}} \cdot 2\pi R \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \quad (2.123)$$

$T_{w1}=140^{\circ}\text{C}$ 、 $T_{\infty}=20^{\circ}\text{C}$ と仮定すると K_r の値は

$$K_r = \frac{5.67 \left[\left(\frac{273+140}{100} \right)^4 - \left(\frac{273+20}{100} \right)^4 \right]}{120} \times 2\pi \times 0.03 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \quad (2.124)$$

$$= 10.26 \times 0.06\pi \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) = 0.703 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

また、円柱全体に対する熱コンダクタンス K_r' は、

$$K_r' = K_r \times L = 0.127 \text{ W}/\text{K} \quad (2.124')$$

従って、式(2.85)から

$$K_r / K_c = 0.703 / 2080 = 3.4 \times 10^{-4} \quad (2.125)$$

黒体と仮定した場合でも放射伝熱は接触伝熱の 0.034%に過ぎない。実際には放射率 $\varepsilon < 0.6$ であるので放射の影響はさらに小さくなり無視できると考えられる。

3. 実験装置と実験方法

3. 1 実験装置

接触熱抵抗の評価は非定常法 (transient method) を用いて行った。この方法は、温度差を与えた上下ローラを急速に接触させ、その後の接触部近傍の温度変化を測定し、別途行われる温度変化の数値解析結果と比較することによって、接触熱抵抗を評価するものである。非定常法の詳細は第3章で述べる。

図 3.1 に動的接触熱抵抗実験装置システム、図 3.2 に実験装置写真を示す。本装置は小型圧延機を改造したもので、仕様は表 3.1 の通りである。下部ローラは埋め込まれたロッドヒータで所定の温度 (100°C 程度) に加熱される。上部ローラは常温である。ローラ軸受け間のバネによって無荷重

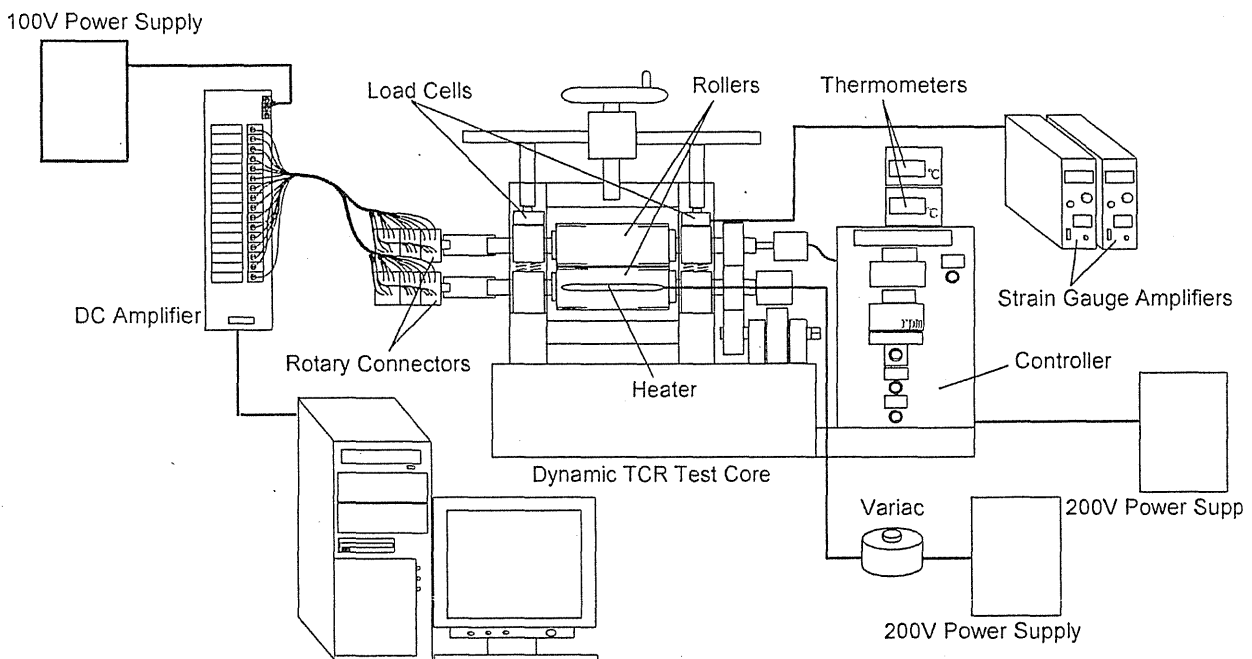


図 3.1 動的接触熱抵抗実験装置システム

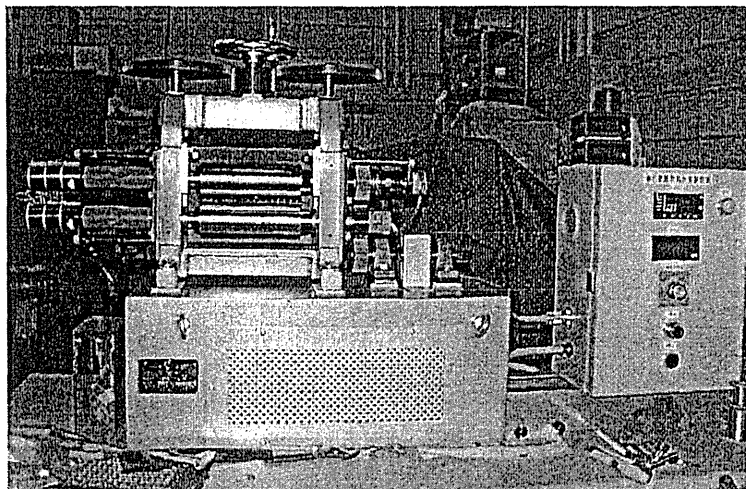


図 3.2 実験装置写真

では両者は接触していない。上部ローラに所定の荷重を負荷することによって押下し、両者を接触させる。

接触部近傍の温度測定を行うため、ローラ端面から直径深さ 60mm、直径 0.7mm の熱電対孔を加工した。熱電対孔中心位置のローラ表面からの距離は 1.5mm と 1.75mm の 2 種類とした。これらの熱電対孔に外径 0.5mm の K 型シース熱電対を挿入し、隙間を充填するため熱拡散コンパウンドを使用した。ローラ部材、熱電対、熱拡散コンパウンドの熱物性値および機械的物性値を表 3.2 に示す。

表 3.1 動的接触熱抵抗装置の仕様

ローラ寸法	直径 60mm、長さ 180mm
ローラ材質	炭素鋼 (S45C) あるいはアルミニウム合金 (A6061)
ローラ表面仕上げ	切削仕上げ (▽▽▽)
最大回転速度	2950rpm、インバータ制御
回転角度測定	インクリメンタル型ロータリエンコーダ (1000 パルス/1 回転)
荷重範囲	20~1000kgf
加熱ヒータ出力	1kW (交流安定化電源)
ヒータ用電源取り出し	水銀封入型ロータリコネクタ
ローラ冷却部	なし
熱電対孔	直径 1mm、円筒表面より 1.50mm と 1.75mm、円筒端面より 60mm
熱電対出力取り出し	18 極スリップリング (2 個)

表 3.2 熱物性値と機械的物性値のまとめ

ローラ	炭素鋼 (S45)	密度 $\rho=7800\text{kg/m}^3$ 、比熱 $C_p=520\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 、熱伝導率 $\lambda=47.2\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、 a = 温度伝導率 $11.6\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 、弾性率 $E=201\text{GPa}$ 、 ν = ポアソン比 0.29
	アルミ合金 (A6061)	密度 2700kg/m^3 、比熱 $896\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 、熱伝導率 $180\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、温度伝導率 $74.4\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 、弾性率 69.4GPa 、ポアソン比 0.33
シース熱電対 (K 型、接地型)	シース材質	インコネル (密度 8420kg/m^3 、比熱 $444\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 、熱伝導率 $14.8\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)、
	充填剤	酸化マグネシウム MgO (密度 3506kg/m^3 、比熱 $955\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 、熱伝導率 $45.2\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)
熱拡散コンパウンド (ダウコーニングアジア)		密度 2400kg/m^3 、比熱 $1046\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 、熱伝導率 $0.711\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$

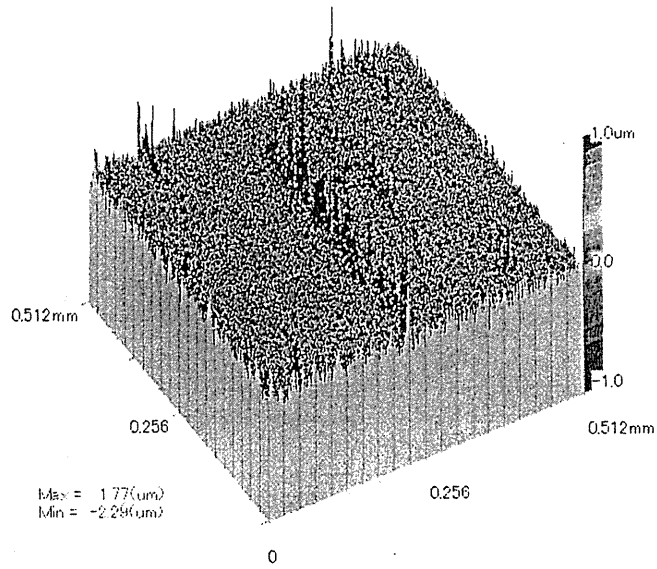
表 3.3 ローラ表面の粗さ測定結果

	炭素鋼 (S45C)		アルミ合金 (A6061)	
	ローラ 1 (図 3.5(a))	ローラ 2 (図 3.5(b))	ローラ 1 (図 3.6(a))	ローラ 2 (図 3.6(b))
平均粗さ R_a [μm]	0.05	0.05	0.07	0.07
rms 粗さ R_q [μm]	0.07	0.07	0.19	0.19
最大粗さ R_{max} [μm]	4.06	2.15	6.07	5.79
平均粗さ勾配 θ [deg]	2.7	2.9	2.6	2.8

図 3.3、3.4 にローラ表面粗さ測定の結果を示す。表 3.3 は測定結果をまとめたものである。ここで、図 3.4 に見られる測定領域左端での大きな粗さは、測定上の不具合が原因である。

File: EYFE22.MDT, Date: 2001/09/04
 Scan direction and step = X2*256(um), Raster direction and pitch = Y2*256(um)
 Scan speed = 0.100(mm/s), Input channel = CH1 Surf (50.0um/FS)
 Analyse area = 0.510*0.510(mm), Compensation = CcyRr=30.000(mm), Csurf

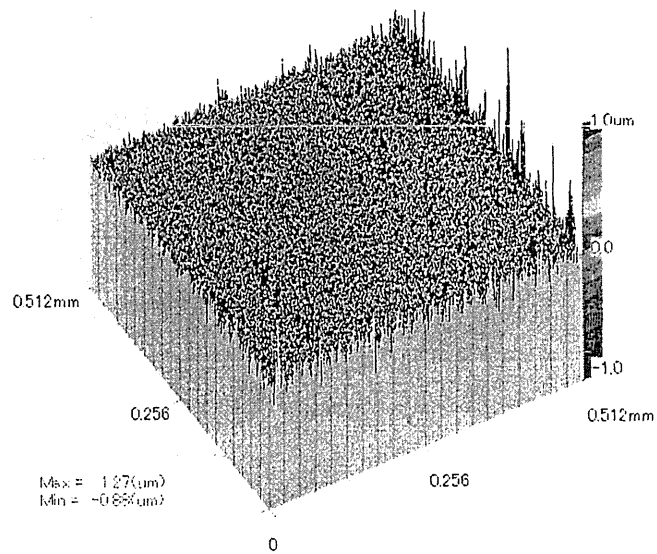
SRa = 0.05(um)
 SRq = 0.07(um)
 SRmsz = 4.08(um)
 SRfy = 2.27(um)
 SRz = 2.44(um)
 Smax = 0.009(mm)
 Smx = 0.011(mm)
 Sx = 0.006(mm)
 Sy = 0.007(mm)
 SRsk = -0.69
 SRku = 43.32
 SΔar = 0.047
 Δaxr = 0.034
 Δayr = 0.026
 Sθar = 2.7(deg)
 θaxr = 1.9(deg)
 θayr = 1.5(deg)
 SPcr = 25350.361/mm*2



(a)

File: EYFE22.MDT, Date: 2001/09/04
 Scan direction and step = X2*256(um), Raster direction and pitch = Y2*256(um)
 Scan speed = 0.100(mm/s), Input channel = CH1 Surf (50.0um/FS)
 Analyse area = 0.510*0.510(mm), Compensation = CcyRr=30.000(mm), Csurf

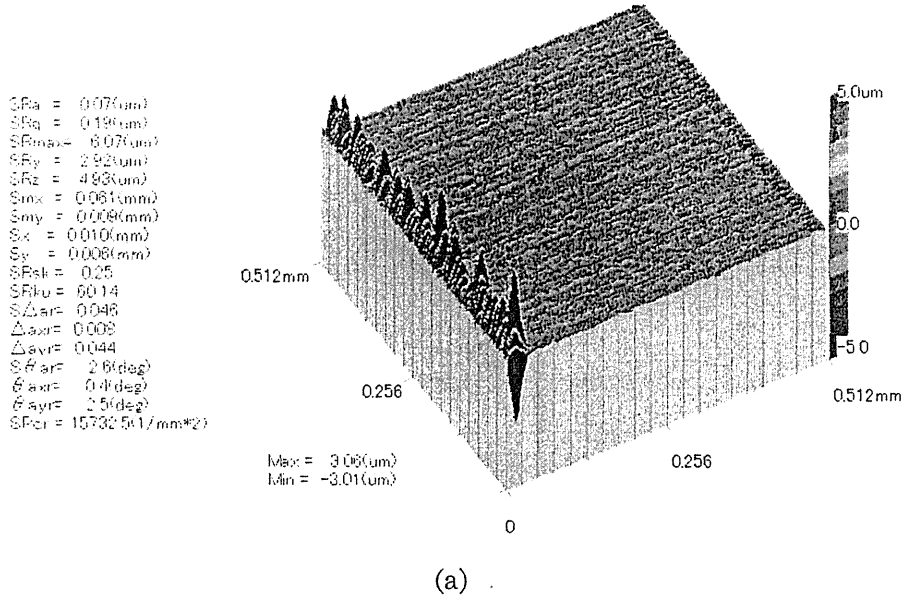
SRa = 0.05(um)
 SRq = 0.07(um)
 SRmsz = 2.15(um)
 SRfy = 1.29(um)
 SRz = 1.52(um)
 Smax = 0.009(mm)
 Smx = 0.011(mm)
 Sx = 0.006(mm)
 Sy = 0.007(mm)
 SRsk = -0.24
 SRku = 12.61
 SΔar = 0.050
 Δaxr = 0.037
 Δayr = 0.027
 Sθar = 2.9(deg)
 θaxr = 2.1(deg)
 θayr = 1.5(deg)
 SPcr = 24976.361/mm*2



(b)

図 3.3 炭素鋼 (S45C) ローラ表面粗さ測定結果 : (a)ローラ 1、(b)ローラ 2

File: FYAL11.MDT, Date: 2001/08/27
 Scan direction and step = X2*256(um), Raster direction and pitch = Y2*256(um)
 Scan speed = 0.100(mm/s), Input channel = CH1 Surf (50.0um/FS)
 Analyse area = 0.510*0.510mm, Compensation = CcyKr=30.000mm, Csurf



File: FYAL12.MDT, Date: 2001/08/27
 Scan direction and step = X2*256(um), Raster direction and pitch = Y2*256(um)
 Scan speed = 0.100(mm/s), Input channel = CH1 Surf (50.0um/FS)
 Analyse area = 0.510*0.510mm, Compensation = CcyKr=30.000mm, Csurf

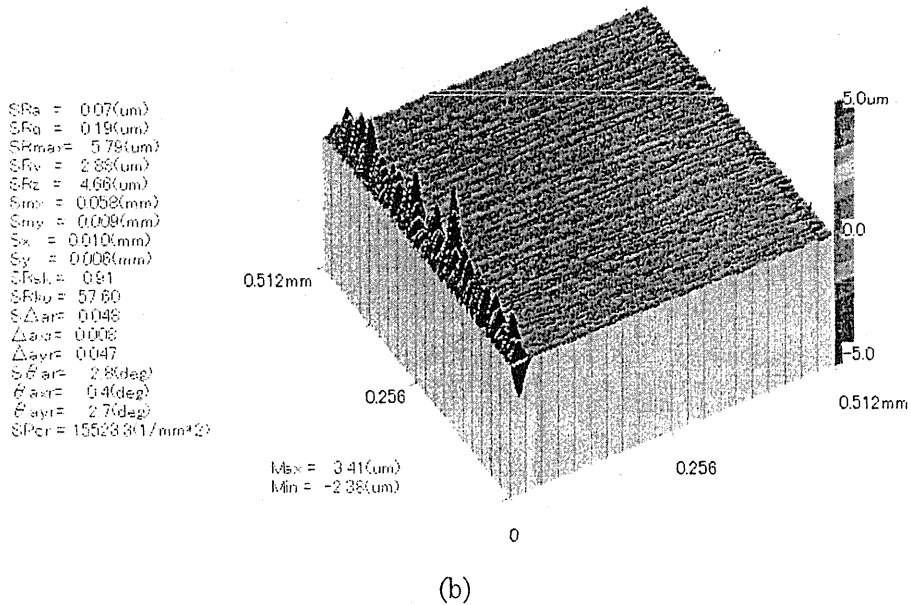


図 3.4 アルミニウム合金 (A6061) ローラ表面粗さ測定結果 : (a)ローラ 1、(b)ローラ 2

3. 2 荷重方法

当初設計では、ローラ支持ビーム中央のハンドルを回すことによって、左右2本の支柱の位置で上部ローラを押し下げる方法であった。その後、感圧紙による接触圧力の可視化およびローラ弾性変形の数値解析によって、この荷重方法ではローラ軸方向に大きな荷重分布が生じ、ローラ中央部では殆ど無荷重と成り得ることが判明した。その対策として、ロール左右端面からそれぞれ約23mmと54mmの位置で分散荷重する方法に変更した。そのような荷重は、4つの硬質ゴム製車輪を介して、「てこ」によって上部ローラを押し下げることによって実現した(図3.5参照)。このときの接触圧力分布と接触幅分布の数値解析結果を図3.6に示す。ロール軸方向にほぼ均一の接触圧力分布となっており、接触幅も一定となっていることがわかる。

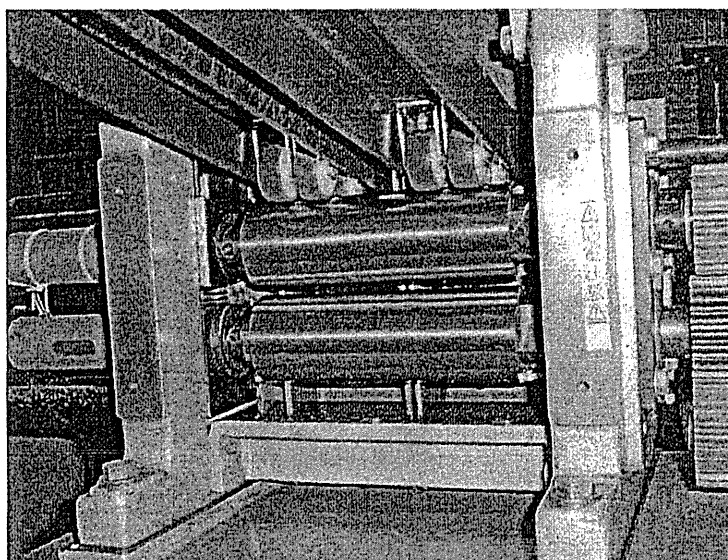
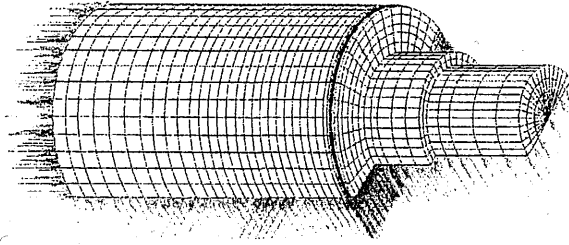


図 3.5 てこによる荷重方法

てこの自重をキャンセルするため、てこ先端にロープが取り付けられており、カウンタウエイトによって鉛直上向きの力が加えられている。両ロール軸受け間にはバネが挿入されており、てこの自重がキャンセルされた状態では上ロールは下ロールに対して浮上して非接触である。バネのバネ定数は小さく、その縮みによる反発荷重は無視できる。その結果、てこ先端に加えた押下荷重 W [kgf] と上ロールに作用する鉛直下向き荷重 F [kgf] とは、単純に次式で与えられる。

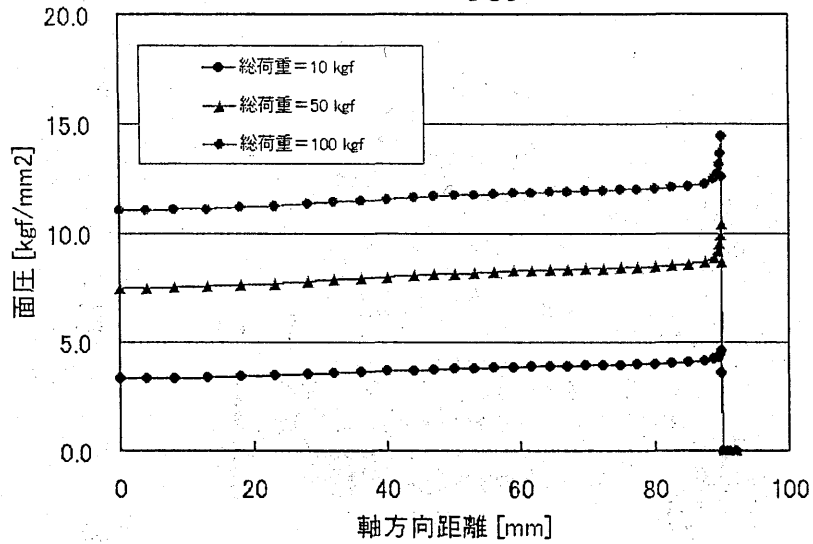
$$F=12.8W \text{ (kgf)} \quad (3.1)$$

ここで、係数 12.8 は、下部ロールの左右軸受けの下にロードセルを設置して (F +ロール自重) を実測することによって決定した。



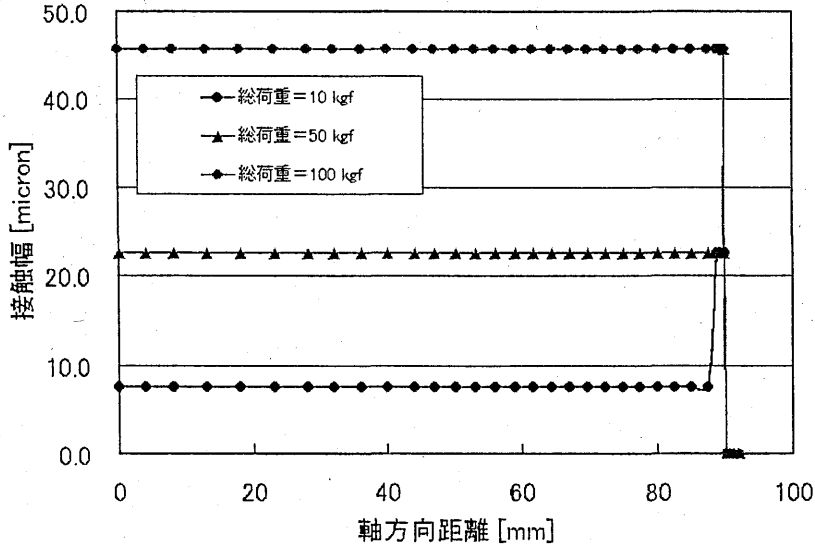
(a)

ローラ端15~31mm部及び46~62mm部・線状分布荷重
10~100 [kgf]



(b)

ローラ端15~31mm部及び46~62mm部・線状分布荷重
10~100 [kgf]



(c)

図 3.6 接触荷重分布の数値解析：(a)計算格子、(b)接触面圧分布、(c)接触幅分布

3. 3 実験手順

実験手順は以下の通りである。

[準備]

- (1) 非実験期間中に酸化防止のために上下ローラに塗布している防錆潤滑剤（(株)スリーボンド製パワールーセン）をアセトンにより除去する。
- (2) てこ自重キャンセル装置のカウンタウェイトを装着する。
- (3) 非実験期間中に上部ローラを支えているブロック（ばねのへたり防止用）を取り外す。
- (4) 下部ローラ加熱用ヒータ電源を投入する。但し、スライダックは 0V 出力位置に戻しておき、加熱は行わない。
- (5) ホストコンピュータを起動する。
- (6) 熱電対出力モニタプログラム (Flex Logger) を起動し、熱電対出力を確認する。
- (7) 熱電対出力取り込みプログラム (Wave Shot) を起動する。
- (8) てこの力点に所定の錘を吊す。この状態では、てこは支持台に載せられており、上部ローラに荷重は加えられない。

[測定]

- (9) スライダックを回すことにより所定の加熱電力を投入して下部ローラを約 100°C まで加熱する。その際、輻射伝熱防止のための反射断熱材を下部ローラに掛けておく。加熱中は Flex Logger で熱電対出力を監視し、下部ローラ温度が約 100°C で一定となるようスライダックを調整する。
- (10) 下部ローラ温度が一定になったら、Flex Logger を停止し、Wave Shot でのサンプリングを開始できるよう準備しておく。
- (11) 次の 4 つの作業を迅速に行う (5~6 秒)。
 - (a) スライダックを 0V 出力位置に素早く戻して、ヒータ加熱を停止する。
 - (b) 反射断熱材を取り外す。
 - (c) Wave Shot によるデータサンプリングを開始する。
 - (d) てこを支持台から下ろすことにより上部ローラに荷重を加えて下部ローラと接触させる。この作業は 1~2 秒以内で行う。
- (12) 接触から 30 秒間程度データサンプリングを行う。
- (13) サンプリングが終了したら、データをファイル保存する。
- (14) 下部ローラが室温程度になるまで扇風機で冷却する。

荷重を変えながら以上の測定手順を繰り返す。

[データ前処理]

- (15) ファイル保存した温度データをノイズ除去プログラム (Moving Averaging) を用いフィルタリングし、別名で保存する。
- (16) その温度データをデータ前処理プログラム (Normalization of Temperature) を用いて、無次

元化し、別名で保存する。

(17) その無次元温度データをグラフ化してデータの妥当性を確認する。

以上の実験手順によって、荷重条件ごとに無次元温度 $\theta(t)$ の時間変化が得られる。無次元化の定義は次の通りである。

$$\theta(t) = \frac{T(t) - T_i}{T_c - T_i} \quad (3.2)$$

ここで、 T_i は下部ローラあるいは上部ローラの初期温度（それぞれ T_{i1} と T_{i2} ）、 T_c は上下ローラの初期温度の平均値である（式(2.39)参照）。高温下部ローラの無次元化には T_{i1} を、低温上部ローラのそれには T_{i2} を用いることによって、両無次元温度（ θ_1^* と θ_2^* ）は共に0から1の範囲に規格化される。一例として、図3.7に炭素綱ローラにおいて接触荷重51.2kgfで測定された無次元温度の時間変化を示す。上部ローラと下部ローラの左右端面から埋め込まれた計4本の熱電対出力を無次元温度で表示したものである。

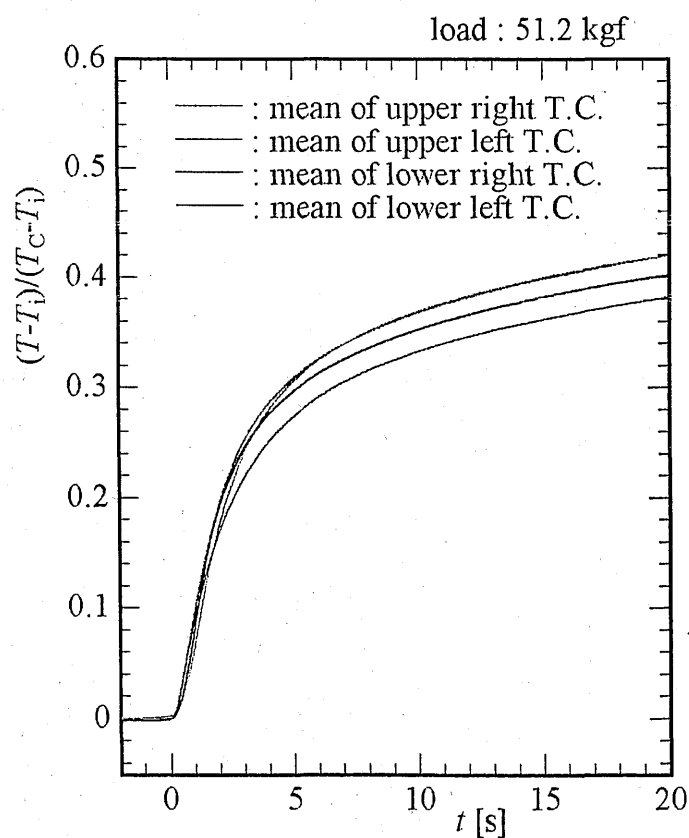


図 3.7 測定された無次元温度の時間変化（荷重=51.2kgf、炭素綱ローラ）

4. 非定常法と数値解析方法

前章で触れた非定常法は、測定した接触部近傍の非定常温度変化と、接触熱抵抗をモデル化した数値解析から得られる非定常温度変化とを比較することによって、接触熱抵抗を評価する方法である。図 4.1 は接触熱抵抗のモデル化を示しており、第 2 章で述べたように、表面粗さどうしの接触を薄い均質な熱抵抗層の存在で置き換える。熱抵抗層の厚さを $2\delta_c$ 、熱伝導率を λ_c とすると、熱抵抗は $r_c = 2\delta_c/\lambda_c$ で与えられる（熱抵抗層の半分の厚さを考えると熱抵抗は δ_c/λ_c である）。このような熱抵抗層の存在を仮定した熱伝導数値解析を行い、非定常温度変化の数値解析結果と測定結果とを比較し、両者がよく一致する熱抵抗を求める。

以下では、熱抵抗層を設けた熱伝導数値解析について述べる。

4. 1 基礎式

一般的な三次元非定常熱伝導方程式をデカルト座標系ならびに円筒座標系で表すと次式となる。

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S \quad (4.1)$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S \quad (4.2)$$

上式から軸方向成分を省略すると、円筒座標系表示の二次元非定常熱伝導方程式を得る。

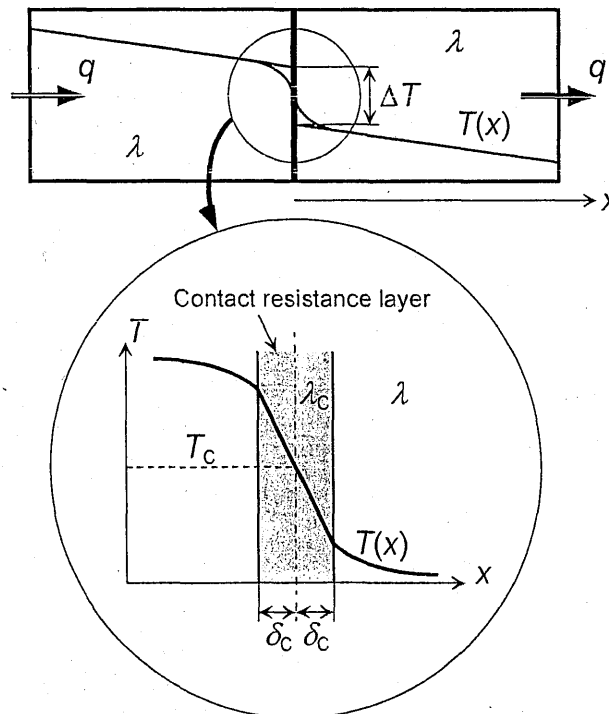


図 4.1 接触熱抵抗の模式図と接触熱抵抗層によるモデル化

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + S \quad (4.3)$$

ここで、 $T(r, \theta, t)$ は部材温度、 (r, θ) は半径方向座標と周方向座標、 ρ と C は部材密度 [kg/m^3] と比熱 [$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$]、 λ は部材熱伝導率 [$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$]、 S は発熱項 [W/m^3]である。本数値解析では式(4.3)を基礎式とする(さらに、実際の解析では発熱項 S はゼロとする)。

4. 2 接触熱抵抗層

接触円筒面間の接触熱抵抗を数値解析するために、接触部に薄い「接触熱抵抗層」の存在を仮定する(川上 1995)。まず、図 4.1 のような典型的な静的接触状態を考える。熱損失を考えなければ、部材内部の温度分布は軸方向にのみ直線的に変化し、接触面で温度ジャンプ ΔT を生じる。軸方向の熱流束 q で表すと、接触熱抵抗は次式で定義される。

$$r_c = \Delta T / q \quad (4.4)$$

ミクロに眺めると接触面位置の特定は難しいが、マクロに眺めると接触面は薄い接触熱抵抗層の中央位置と考えることができる。両接触部材が同一の熱物性を有していれば、接触面温度 T_c は高温部材の接触面への外挿温度と低温部材の接触面への外挿温度の算術平均値となり、時間に依らず一定となる。このことは、後述する円筒接触の数値解析において利用し、数値解析の温度境界条件となる接触面温度は、対応する接触熱抵抗実験における上下円筒の初期温度の平均値として与える。即ち、

$$T_c = (T_{i1} + T_{i2}) / 2 \quad (4.5)$$

ここで、 T_{i1} と T_{i2} はそれぞれ高温円筒と低温円筒の初期温度である。接触熱抵抗層の厚みを $2\delta_c$ 、熱伝導率を λ_c とすると、熱流束 q は次式で与えられる。

$$q = \lambda_c \Delta T / (2\delta_c) \quad \text{or} \quad \lambda_c / (2\delta_c) = q / \Delta T \quad (4.6)$$

この式と式(4.4)とを比較すると、

$$r_c = 2\delta_c / \lambda_c = 2 / h_c \quad (4.7)$$

ここで、 $h_c = \lambda_c / \delta_c$ で熱抵抗層の半分の厚さに対する熱コンダクタンスである。 δ_c と λ_c は数値解析のための便宜的なもので、上式の h_c が妥当な値となるように調整すべきものである^{脚注2}。本数値解析

脚注2 式(2.41)より、ローラ部材の温度分布は δ_c と λ_c に独立に依存するのではなく、両者を組み合わせた h_c に依存することがわかる。

では、 $\delta_c = 1 \times 10^{-6} \text{m}$ に固定し、 λ_c を変化させることによって h_c を変化させる。

4. 3 離散化

式(4.3)を Patankar のコントロールボリューム法 (パタンカー 1985) を用いて離散化する。コントロールボリューム (以下、CV) を図 4.2 のようにとる。ここで、着目格子点 P の上下左右の隣接格子点がそれぞれ N 、 S 、 W 、 E であり、点線で示した CV の上下左右境界がそれぞれ ni 、 si 、 wi 、 ei である。また、各格子点は CV の中心 (即ち、 $r_p = (r_{ni} + r_{si})/2$ 、 $\theta_p = (\theta_{ei} + \theta_{wi})/2$) に位置するものとする。CV の半径方向と周方向角度の幅をそれぞれ Δr_p 、 $\Delta \theta_p$ とする。

式(4.3)を CV 全域かつ時刻 $t = ti \sim ti + \Delta t$ にわたって積分すると、次式を得る。

$$\int_{w_i}^{e_i} \int_{s_i}^{n_i} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dt dr \cdot r d\theta = \rho C (T_p^1 - T_p^0) r_p \Delta r_p \Delta \theta_p \quad (4.8a)$$

$$\begin{aligned} \int_{w_i}^{e_i} \int_{s_i}^{n_i} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) dt dr \cdot r d\theta &= \int_{w_i}^{e_i} \int_{s_i}^{n_i} \left[r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{s_i}^{n_i} dt d\theta \\ &= \int_{w_i}^{e_i} \int_{s_i}^{n_i} \left(r_{ni} \lambda_{ni} \frac{T_N - T_P}{(\delta r)_{ni}} - r_{si} \lambda_{si} \frac{T_P - T_S}{(\delta r)_{si}} \right) dt d\theta \\ &= \left\{ r_{ni} \lambda_{ni} \frac{T_N^1 - T_P^1}{(\delta r)_{ni}} - r_{si} \lambda_{si} \frac{T_P^1 - T_S^1}{(\delta r)_{si}} \right\} \Delta t \Delta \theta_p \end{aligned} \quad (4.8b)$$

$$\begin{aligned} \int_{w_i}^{e_i} \int_{s_i}^{n_i} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) dt dr \cdot r d\theta &= \int_{s_i}^{n_i} \int_{w_i}^{e_i} \left[\frac{\lambda \partial T}{r \partial \theta} \right]_{w_i}^{e_i} dt dr \\ &= \int_{s_i}^{n_i} \int_{w_i}^{e_i} \left(\frac{\lambda_{ei} T_E - T_P}{r_{ei} (\delta \theta)_{ei}} - \frac{\lambda_{wi} T_P - T_W}{r_{wi} (\delta \theta)_{wi}} \right) dt dr \\ &= \left\{ \frac{\lambda_{ei} T_E^1 - T_P^1}{r_{ei} (\delta \theta)_{ei}} - \frac{\lambda_{wi} T_P^1 - T_W^1}{r_{wi} (\delta \theta)_{wi}} \right\} \Delta t \Delta r_p \end{aligned} \quad (4.8c)$$

$$\int_{w_i}^{e_i} \int_{s_i}^{n_i} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} S dt dr \cdot r d\theta = S_p \Delta t \Delta r_p \cdot r_p \Delta \theta_p \quad (4.8d)$$

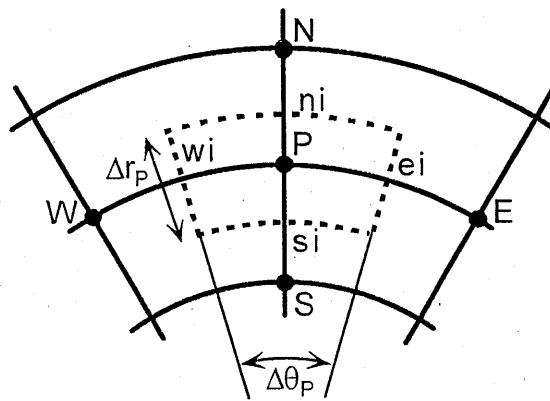


図 4.2 コントロールボリューム (CV)

ここで、

$$\begin{aligned}\Delta r_p &= r_{ni} - r_{si}, \Delta \theta_p = \theta_{ei} - \theta_{wi}, \\ (\delta r)_{ni} &= r_N - r_p, (\delta r)_{si} = r_p - r_S, (\delta \theta)_{ei} = \theta_E - \theta_p, (\delta \theta)_{wi} = \theta_p - \theta_W\end{aligned}$$

また、下付添字 $P, N, S, W, E, ni, si, wi, ei$ は各位置での値を意味し、上付添字 0 と 1 はそれぞれ時刻 t_i と $t_i + \Delta t$ での値を意味する。これらを式(4.3)に代入して整理すると次式を得る。

$$a_p T_p^1 = a_E T_E^1 + a_W T_W^1 + a_N T_N^1 + a_S T_S^1 + a_p^0 T_p^0 + b_p \quad (4.9)$$

ここで、

$$\begin{aligned}a_E &= \frac{\lambda_{ei} \Delta r_p}{r_{ei} (\delta \theta)_{ei}}, a_W = \frac{k_{wi} \Delta r_p}{r_{wi} (\delta \theta)_{wi}}, a_N = \frac{k_{ni} r_{ni} \Delta \theta_p}{(\delta r)_{ni}}, a_S = \frac{k_{si} r_{si} \Delta \theta_p}{(\delta r)_{si}}, \\ a_p^0 &= \frac{\rho C r_p \Delta r_p \Delta \theta_p}{\Delta t}, a_p = a_p^0 + a_E + a_W + a_N + a_S, b_p = S_p \Delta t \Delta r_p \cdot r_p \Delta \theta_p\end{aligned}$$

式(4.9)は格子点での温度 T を未知数とする一次連立方程式を構成するので、適当な初期条件と境界条件の下で解くことが可能である。本研究では、収束効率を高めるため、後述する line-by-line TDMA アルゴリズムを使用した。

4. 4 計算格子

離散化された温度 T は図 4.3 に示した計算領域内の格子点上で定義される。計算領域はリングローラの一部（内径 20mm、外径 30mm、中心角 20deg）に対応し、直径 1mm の熱電対孔の存在が考慮されたものである（実際の計算では直径 0.7mm、また計算領域は中心角 45deg）。これよりわかるように、接触位置（計算領域右下位置）付近で計算格子が細くなるような不等間隔格子とした。また、熱電対孔付近でも計算格子を細かくした。

計算格子の生成は、（1）CV 界面位置を生成し、（2）隣接する CV 界面の midpoint として格子位置を計算する、との手順で行った。これによって、格子点が CV の中心に位置するとの仮定が自動的に満足される。上述した不等間隔格子を自動的に生成するため、半径方向の CV 界面位置 $r_c(i)$ を次式を用いて生成した（図 3.4 参照）。

$$r_c(i) = \begin{cases} (R_a - R_1) \left\{ \frac{i-1}{M_a-1} \right\}^{\frac{1}{\alpha_a}} + R_1 & \text{for } i = 1 \sim M_a \\ (R_b - R_a) \left\{ \frac{i-M_a}{M_b} \right\} + R_a & \text{for } i = (M_a+1) \sim (M_a+M_b) \\ (R_2 - R_b) \left\{ \frac{i-M_a-M_b}{M_c} \right\}^{\frac{1}{\alpha_c}} + R_b & \text{for } i = (M_a+M_b+1) \sim (M_a+M_b+M_c) \\ R_2 + \delta & \text{for } i = M_a+M_b+M_c+1 \end{cases} \quad (4.10)$$

ここで、 R_1 と R_2 はリングローラの内径と外径、 (R_a, M_a) 、 (R_b, M_b) 、 (R_c, M_c) は半径方向に三分割した

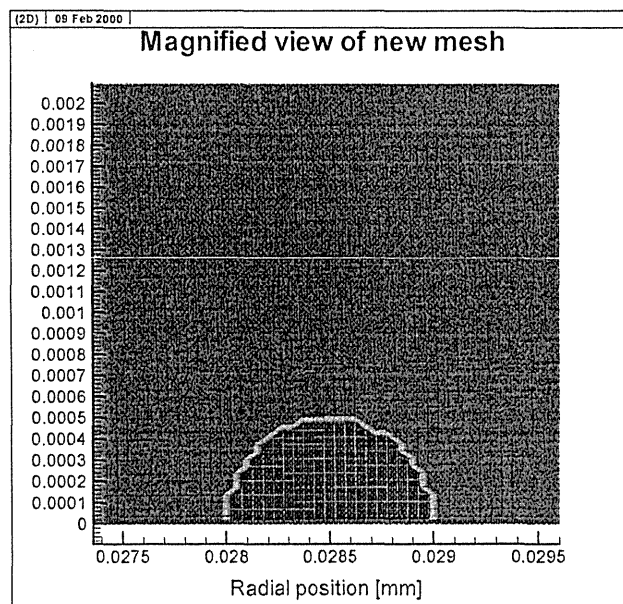
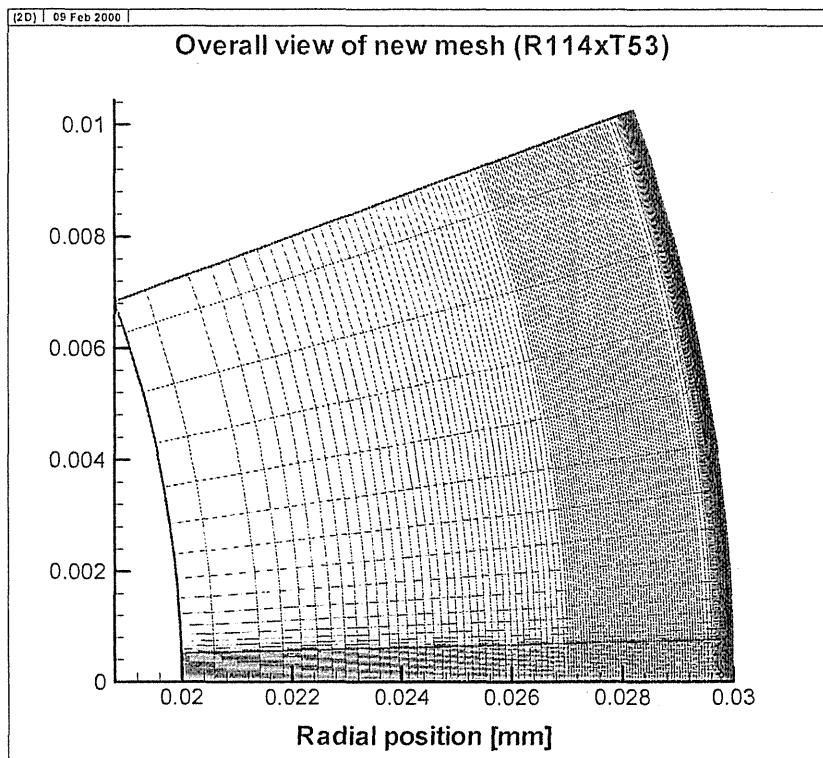


図 4.3 計算格子：(上) 計算領域全体（内径 20mm、外径 30mm、中心角 20deg）、
 (下) 熱電対孔近傍（孔直径 1mm、孔半径位置 28.5mm）

各計算領域の内径と格子点数である。三つの計算領域は、内側より（1）内径領域、（2）熱電対孔領域、（3）外径領域（表面領域）に対応する。さらに、ローラ表面の接触熱抵抗層を考慮するために、厚さ δ_c の CV がローラ外径の外側に付加されている。前述したように、本数値解析では常に δ_c

=1 μ m とした。

周方向についても同様に三分割されており、それぞれ (1) 接触領域、(2) 熱電対孔領域、(3) 外側領域に対応する。周方向の CV 界面位置 $\theta_c(j)$ は半径方向と同様に次式から生成される。

$$\theta_c(j) = \begin{cases} \frac{s}{R_2} \left\{ \frac{j-1}{N_a-1} \right\} & \text{for } j=1 \sim N_a \\ \frac{3r_h}{2R_2} \frac{j-N_a}{N_b} + \frac{s}{R_2} & \text{for } j=(N_a+1) \sim (N_a+N_b) \\ \left(\theta_{\max} - \frac{b}{R_2} \right) \left\{ \frac{j-N_a-N_b}{N_c} \right\}^\beta + \frac{b}{R_2} & \text{for } j=(N_a+N_b+1) \sim (N_a+N_b+N_c) \end{cases} \quad (4.11)$$

ここで、 s は接触領域幅の 1/2 である。理想的な弾性変形に対しては、Hertz 理論より導かれる。 r_h は熱電対孔の半径、 θ_{\max} は解析領域の角度幅である。また、 b は熱電対孔領域の幅で、次式で与えられる。

$$\frac{b}{R_2} = \frac{3r_h}{2R_2} + \frac{s}{R_2}$$

後述の接触熱抵抗計算では、式(4.10)と(4.11)に含まれる格子生成パラメータをそれぞれ以下のように設定した。

接触熱抵抗：	$R_1 = 20.0,$	$R_a = 27.0,$	$R_b = 29.5,$	$R_2 = 30.0,$	$\delta = 0.001$ (mm)
	$M_a = 37,$	$M_b = 50,$	$M_c = 25,$	$M (= M_a + M_b + M_c + 2) = 114$	
	$\alpha_a = 1.5,$	$\alpha_b = 2.0$			
	$\theta_{\max} = \pi/9.0$				
	$N_a = 11,$	$N_b = 21,$	$N_c = 20,$	$N (= N_a + N_b + N_c + 1) = 53$	
	$\beta = 4.0$				

このように CV 界面の位置が定まると、各格子点の半径方向位置 $r_p(i)$ と周方向位置 $\theta_p(j)$ は次のように計算される。

$$r_p(i) = \begin{cases} R_1 & \text{for } i=1 \\ (r_c(i) + r_c(i-1))/2 & \text{for } i=2 \sim M-1 \\ R_2 + \delta & \text{for } i=M \end{cases} \quad (4.12a)$$

$$\theta_p(j) = \begin{cases} 0 & \text{for } j=1 \\ (\theta_c(j) + \theta_c(j-1))/2 & \text{for } j=2 \sim N-1 \\ \theta_{\max} & \text{for } j=N \end{cases} \quad (4.12b)$$

ここで、 $i=1, M$ と $j=1, N$ は厚みゼロの CV を形成する。

4. 5 境界条件

本数値解析に必要な温度境界条件は、(a) 等温条件、(b) 断熱・等熱流束条件、(c) 熱伝達条件、(d) 熱放射条件、(e) 熱伝達+熱放射条件の 5 種類である。計算領域境界ごとにこれら

5種類の温度境界条件を定式化すると次のようになる (図 4.4 参照)。

(1) 接触面と外円筒面 (S_1 と S_2)

(1-a) 等温条件 (境界温度 TB が既知)

$$T(M, j) = TB \quad \text{for } j=1 \sim N \quad (4.13a)$$

(1-b) 断熱・等熱流束条件 (境界熱流束 QB が既知)

$$T^1(M, j) = T^1(M-1, j) - \frac{(\delta r)_{si}}{\lambda_{si}} QB \quad \text{for } j=1 \sim N \quad (4.13b)$$

ここで、 $(\delta r)_{si}$ と k_{si} は着目位置での値である。即ち、 $(\delta r)_{si}$ は着目格子点 $P(i, j)$ を含む CV の下側 (south 側) 界面における値であり、 k_{si} は同じ位置における熱伝導率である。以下の式においても同様の取り扱いとする。

(1-c) 熱伝達率条件 (熱伝達率 CB と周囲気体温度 TA が既知)

$$T^1(M, j) = \frac{\left\{ T^1(M-1, j) + \frac{(\delta r)_{si}}{k_{si}} CB \cdot TA \right\}}{\left\{ 1 + \frac{(\delta r)_{si}}{k_{si}} CB \right\}} \quad \text{for } j=1 \sim N \quad (4.13c)$$

(1-d) 熱放射条件 (放射率 EB と周囲温度 TR が既知)

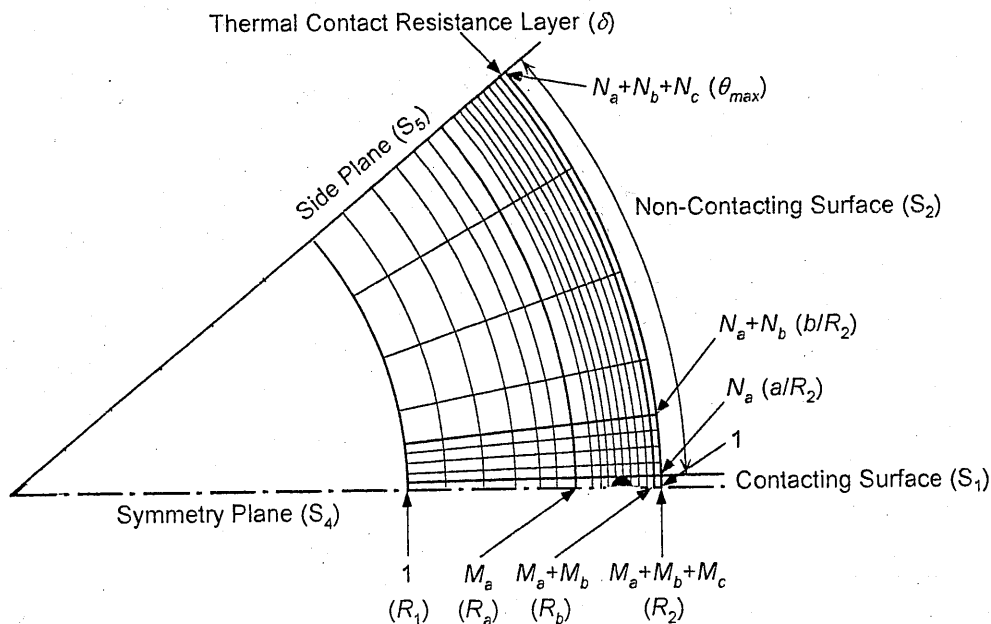


図 4.4 CV 界面位置の定義

$$T^1(M, j) = \frac{\left\{ T^1(M-1, j) + \frac{(\delta r)_{si}}{k_{si}} CR \cdot TR \right\}}{\left\{ 1 + \frac{(\delta r)_{si}}{k_{si}} CR \right\}} \quad \text{for } j=1 \sim N \quad (4.13d)$$

但し、 $CR = EB \cdot \sigma \cdot \left[\{T^0(M, j)\}^2 + TR^2 \right] [T^0(M, j) + TR]$

ここで、 σ はステファン・ボルツマン定数 ($=5.67051 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$) である。

(1-e) 熱伝達+熱放射条件 (熱伝達率 CB 、周囲気体温度 TA 、放射率 EB 、周囲温度 TR が既知)

$$T^1(M, j) = \frac{\left\{ T^1(M-1, j) + \frac{(\delta r)_{si}}{\lambda_{si}} (CB \cdot TA + CR \cdot TR) \right\}}{\left\{ 1 + \frac{(\delta r)_{si}}{k_{si}} (CB + CR) \right\}} \quad \text{for } j=1 \sim N \quad (4.13e)$$

但し、 $CR = EB \cdot \sigma \cdot \left[\{T^0(M, j)\}^2 + TR^2 \right] [T^0(M, j) + TR]$

(2) 内円筒面 (S_3)

(2-a) 等温条件 (境界温度 TB が既知)

$$T(1, j) = TB \quad \text{for } j=1 \sim N \quad (4.14a)$$

(2-b) 断熱・等熱流束条件 (境界熱流束 QB が既知。但し QB は領域からの放熱をプラスとする)

$$T^1(1, j) = T^1(2, j) - \frac{(\delta r)_{ni}}{\lambda_{ni}} QB \quad \text{for } j=1 \sim N \quad (4.14b)$$

(3) 対称面 (S_4)

(3-a) 断熱・等熱流束条件 (境界熱流束 QB が既知。実際には $QB=0$)

$$T^1(i, 1) = T^1(i, 2) - \frac{r_{ei}(\delta\theta)_{ei}}{k_{ei}} QB \quad \text{for } i=1 \sim M \quad (4.15)$$

なお、図 4.2 に示した CV 左右境界面の記号 (ei, wi) と、上式および式(4.16b)のそれらとの位置関係が逆になっている (図 4.3 参照)。これは図 4.3 において角度の増大する向きが反時計回転方向になっているためである。この描図の向きを逆にすれば、位置関係の逆転は生じないことを付記する。

(4) 側面 (S_5)

(4-a) 等温条件 (境界温度 TB が既知)

$$T(i, N) = TB \quad \text{for } i = 1 \sim M \quad (4.16a)$$

(4-b) 断熱・等熱流束条件 (境界熱流束 QB が既知。但し QB は領域からの放熱をプラスとする)

$$T^1(i, N) = T^1(i, N-1) - \frac{r_{wi}(\delta\theta)_{wi}}{k_{wi}} QB \quad \text{for } i = 1 \sim M \quad (4.16b)$$

後述の接触熱抵抗計算にて設定した温度境界条件をまとめると以下の通りである。

- S₁ 等温
- S₂ 断熱 ($QB=0$)
- S₃ 断熱 ($QB=0$)
- S₄ 断熱 ($QB=0$)
- S₅ 断熱 ($QB=0$)

4. 6 解析アルゴリズム

前述したように、計算効率を高め、収束を早めるため、線順次 (line-by-line) TDMA 法を採用した。TDMA (tri-diagonal matrix algorithm) は着目格子点とその両隣格子点の計3点の連立方程式を効率的に解くアルゴリズムである。着目点を i とすると、両隣の格子点は $i+1$ と $i-1$ となり、式(4.9) は次のように表される。

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \quad (i = 1 \sim K) \quad (4.17)$$

ここで、

$$\begin{array}{llll} a_p T_p^1 & & \rightarrow & a_i T_i \\ a_e T_e^1 & \text{or } a_s T_s^1 & \rightarrow & a_{i-1} T_{i-1} \\ a_w T_w^1 & \text{or } a_n T_n^1 & \rightarrow & a_{i+1} T_{i+1} \\ a_s T_s^1 + a_n T_n^1 + a_p^0 T_p^0 + b_p & \text{or } a_e T_e^1 + a_w T_w^1 + a_p^0 T_p^0 + b_p & \rightarrow & d_i \\ N & \text{or } M & \rightarrow & K \end{array}$$

の置換を施す。この置換において、(E、W) の組み合わせを使用した場合は周方向掃引、(N、S) の組み合わせを使用した場合は半径方向掃引となる。本解析で使用した線順次 TDMA では、初めに半径方向掃引にて全計算領域の温度を更新し、次に周方向掃引にて更新するといったように、掃引を交互に繰り返して収束させた。

TDMA の具体的なアルゴリズムは以下の通りである。

(1) $i=1$ での境界条件を式(4.17)に代入する。

$$a_1 T_1 = b_1 T_2 + d_1 \quad (\because C_1 = 0) \quad \rightarrow \quad T_1 = \frac{b_1}{a_1} T_2 + \frac{d_1}{a_1} = P_1 T_2 + Q_1 \quad (a)$$

(2) $i=2 \sim K-1$ について漸化的に式(a)を式(4.17)に代入する。

$$T_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} T_{i+1} + \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} = P_i T_{i+1} + Q_i \quad (b)$$

(3) $i=K$ での温度 T_K を定める。

$$T_K = P_K T_{K+1} + Q_K = Q_K \quad (\because P_K = b_K = 0) \quad (c)$$

(4) $i=K-1 \sim 2$ について、 T_{i+1} を漸化的に式(b)に代入して T_i を定める。

$$T_i = P_i T_{i+1} + Q_i \quad (d)$$

上述の交互掃引式線順次 TDMA にて繰り返し計算を行い、全格子点の温度の更新値が 1×10^{-5} K 如何になった場合に、収束したと判断した。即ち、

$$\text{if } \text{abs}(T_i^1 - T_i^0) < 1 \times 10^{-5} \text{ then converged else repeat}$$

後述する接触熱抵抗解析では、計算初期では交互掃引の繰り返し数は 3000~5000、計算後期では 500~1000 であった。

4. 7 検証計算

コーディングした数値解析プログラムの動作検証のために、(1)リングローラの定常一次元熱伝導問題、(2)表面が周期加熱される半無限固体の非定常一次元熱伝導問題の計算を行い、理論解析結果と比較した。

リングローラの定常一次元熱伝導問題は、ローラ外表面と内表面がそれぞれ一定温度に維持された場合の温度分布を求める問題で、次の理論解が存在する。

$$T(r) = \frac{(T_2 - T_1) \ln r + (T_1 \ln r_2 - T_2 \ln r_1)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (4.18)$$

次の条件の炭素綱リングロール内の定常熱伝導計算を行い、上の解析解と比較した。

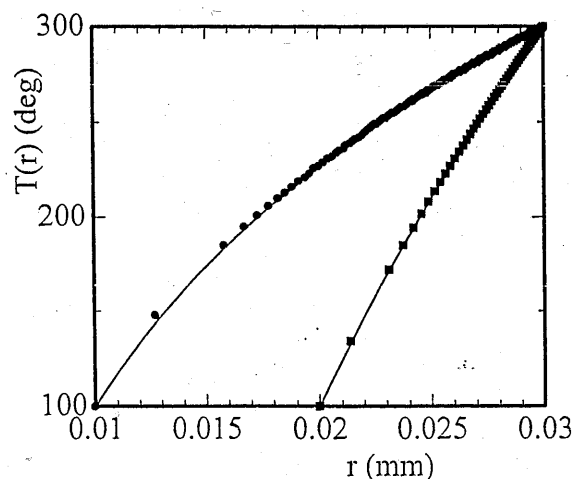


図 4.5 リングローラ内の定常一次元熱伝導問題の数値解析結果と理論解析結果との比較

S45C: $R_2=5100$ [mm], $R_1=5000$ [mm] (nearly flat)
 $T_1=20$ [deg], $T_w=200$ [deg], $T_a=50$ [deg], $f=0.2$ [Hz]
 T_2 : Oscillation = $T_a \sin(2\pi ft) + T_w$, T_1 : Insulation

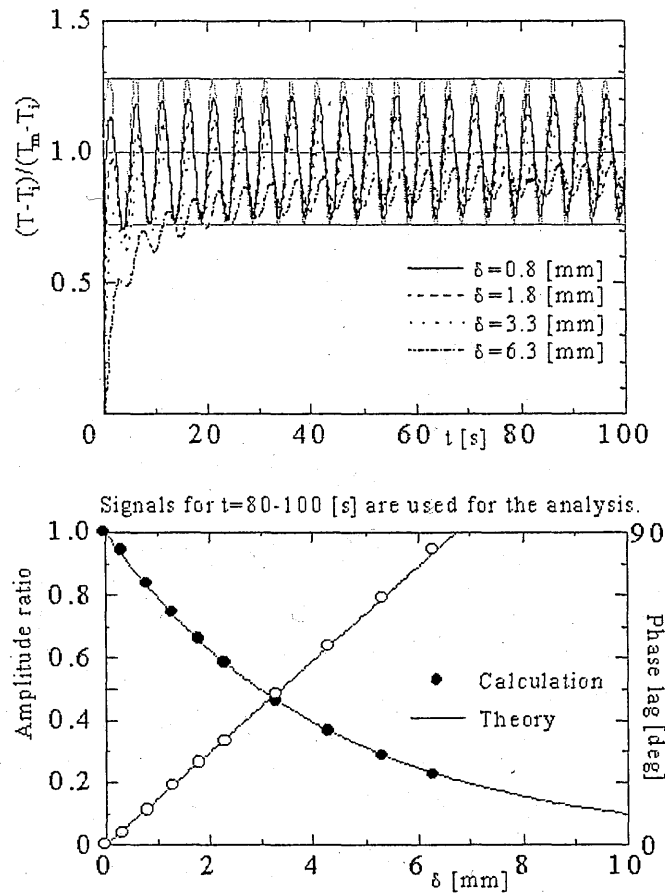


図 4.6 半無限固体の周期加熱の数値解析結果：

(上) 温度の時間変化、(下) 振幅比と位相差の理論解析結果との比較

条件 1 : $r_1=10$ mm, $r_2=30$ mm, $T_1=100$ °C, $T_2=300$ °C

条件 2 : $r_1=20$ mm, $r_2=30$ mm, $T_1=100$ °C, $T_2=300$ °C

比較結果を図 4.5 に示す。シンボルで示した数値解析結果と実線で示した理論解析結果とが良好に一致することが確認される。

表面が周期加熱される半無限固体の非定常一次元熱伝導問題は、表面からの距離 x における温度変動が次式で与えられることが理論的に求められている。

$$T'(x,t) = A \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi f}{a}} x\right) \cos\left(2\pi ft - \varepsilon - \sqrt{\frac{\pi f}{a}} x\right) \quad (4.19)$$

ここで、次式の表面温度変動が表面に付加されている。

$$T'(0,t) = A \cos(2\pi ft - \varepsilon) \quad (4.20)$$

両式を比較すると、表面から x の位置では振幅比と位相差が次のようになることがわかる。

振幅比 : $\exp(-\sqrt{\pi f / \alpha x})$ で減衰する

位相差 : $\sqrt{\pi f / \alpha x}$ で遅れる

図 4.6 は、作成した数値解析プログラムにおいて、リングローラ半径を十分に大きくして (内径=5m)、実質的に平面と見なせる条件で表面に周期的温度変動を付加した計算結果である。表面での周期温度変動が固体内部に伝播している様子がわかる。計算結果より求めた振幅比と位相差は上述した理論解析結果と良好に一致する。

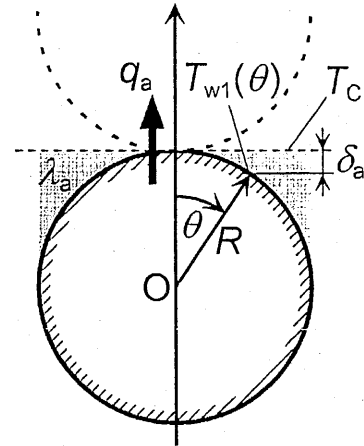


図 4.7 空気熱伝導モデル

4. 8 数値解析の修正

実験結果との比較における妥当性を高めるため、上述した数値解析に対して次の3点の修正を施した。

- (1) 空気層熱伝導
- (2) 空気層熱伝導における希薄気体効果
- (3) 温度初期条件

以下では、これらの修正を説明する。

(1) 空気層熱伝導

接触円筒間には空気層が存在し、そこを通過する熱伝導の寄与が無視できないことは2. 5節に述べた通りである (最低荷重条件において約8%の寄与)。この空気層熱伝導の寄与を数値解析に組み込むため、円筒表面における境界条件を熱伝達条件 (式(4.13c)参照) で与えこととし、熱伝達率 CB [$W/(m^2 \cdot K)$] を以下のように定めた。

2円筒間の対称面と円筒表面との距離を空気層厚さ δ_a として次式で与える (図 4.7)。

$$\delta_a = R(1 - \cos \theta) \quad (4.21)$$

空気層熱伝導を与える局所熱伝達率 CB は、

$$CB = \frac{\lambda_a}{\delta_a} = \frac{\lambda_a}{R(1 - \cos \theta)} \quad (4.22)$$

ここで、熱伝達率は局所円筒表面温度 $T_{w1}(\theta)$ と対称面温度 T_c との温度差 (即ち、 $T_{w1}(\theta) - T_c$) で定

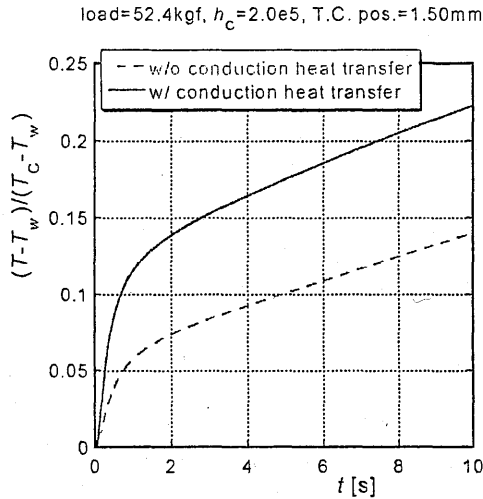


図 4.8 空気熱伝導の影響
(希薄気体効果なし)

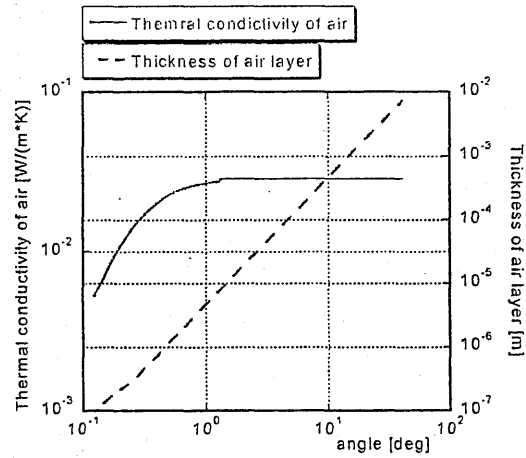


図 4.9 希薄気体効果を考慮した
空気熱伝導率

義される。

式(4.22)は $\theta \rightarrow 0$ で $CB \rightarrow \infty$ となる。 $\theta = 0 \sim \theta_0$ (有限値) の範囲で熱コンダクタンスを積分する、

$$K_a = \int_0^{\theta_0} CB(\theta) dA = \int_0^{\theta_0} \frac{\lambda_a l}{1 - \cos \theta} d\theta = \left[-\lambda_a l \frac{\cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \right]_0^{\theta_0} \rightarrow \infty \quad (4.23)$$

即ち、空気熱伝導の全熱コンダクタンスは無限大となり、過大な寄与を与える可能性がある。図 4.8 はローラ荷重 52.4kgf に対する温度変化の数値解析において、空気層熱伝導の有無の影響を比較したものである。同一時刻の温度を比較すると、空気層熱伝導の寄与が存在することによって温度上昇が約 1.7 倍に増大しており、明らかに過大な影響を及ぼしている。実際の現象では、 $\theta \rightarrow 0$ で $\delta_a \rightarrow 0$ となり、そこでは希薄気体効果によって空気熱伝導が抑えられていると考えられる。次節では、この希薄気体効果を考慮する。

(2) 空気層熱伝導における希薄気体効果

希薄気体効果を考慮した空気熱伝導率 λ_b [W/(m·K)] は次式で与えられる (甲藤 1964)。

$$\left\{ \begin{array}{ll} \lambda_b = \lambda_a & \text{for } Kn < 0.01 \\ \lambda_b = \frac{\lambda_a}{1 + 2 \frac{2 - \alpha}{\alpha} \frac{2\gamma_a}{\gamma_a + 1} \frac{L}{Pr_a \delta_a}} & \text{for } 0.01 < Kn < 3 \\ \lambda_b = \delta_a \frac{\alpha \gamma_a + 1}{2 \gamma_a - 1} \sqrt{\frac{R_b p_b^2}{2\pi T_b}} & \text{for } 3 < Kn \end{array} \right. \quad (4.24)$$

ここで、 Kn はクヌッセン数、 Pr はプラントル数 ($=0.706$)、 R_b は空気の気体定数 ($=287.0$ [J/(kg·K)])、 p_b [Pa] は気圧 ($=1.013 \times 10^5$ [Pa])、 T_b [K] は空気温度、 γ は比熱比 ($=1.4$)、 α は順応係数 ($=0.9$)

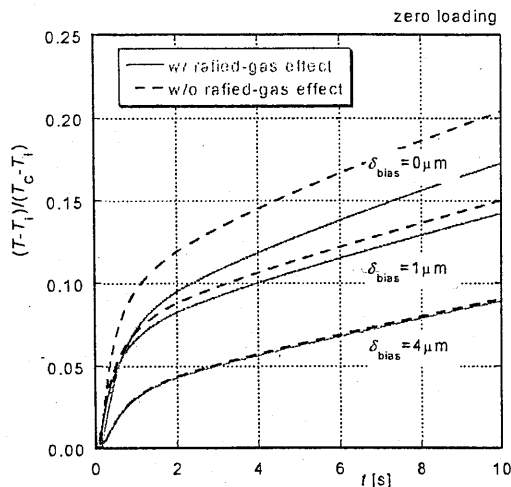


図 4.10 希薄気体効果の影響

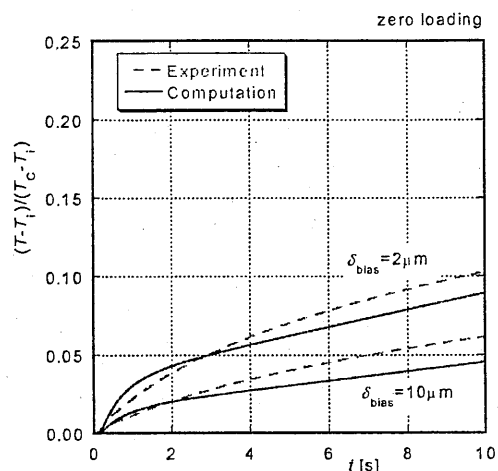


図 4.11 空気熱伝導の寄与に関する
実験値との比較

である。添字 a は大気圧における物性値を意味する ($\lambda_a = 0.0287$ [W/(m·K)])。クヌッセン数は $Kn = L/\delta_a$ で定義され、平均自由行程 L は次式で与えられる。

$$L = 1.255 \frac{\mu_a}{P_g} \sqrt{R_g T_g} \quad (4.25)$$

ここで、 μ [Pa·s] は粘性係数 ($= 0.0201 \times 10^{-3}$ [Pa·s]) である。

数値解析では式(4.24)が与える空気熱伝導率 λ_g を式(4.22)の λ_a の代わりに用いる。図 4.9 は式(4.24)が与える λ_g を θ に対してプロットしたものである。同時に δ_a もプロットしてある。 $\theta < 1 \text{ deg}$ ($\delta_a < 5 \mu\text{m}$) で希薄気体効果による熱伝導率低下が生じる。図 4.10 はローラ荷重 0kgf (無荷重) の数値解析において希薄気体効果を調べたものである。ここで、 δ_{bias} は円筒間隙間に与えたバイアス値であり、正味の円筒間隙間は $\delta_a + \delta_{bias}$ で与えられる。希薄気体効果によって空気層熱伝導が抑えられることがわかる。また、 $\delta_{bias} > 1 \mu\text{m}$ では希薄気体効果はごくわずかであり、図 4.9 の結果と対応する。図 4.11 は円筒間に金属箔 (厚み $2 \mu\text{m}$ と $10 \mu\text{m}$) を挿入した場合の温度変化について、測定結果と数値解析結果とを比較したものである。両者は妥当に一致しており、数値解析において空気層熱伝導の寄与が妥当に考慮されていることを示す。なお、これらの金属箔厚みでは希薄気体効果はほとんど現れないため、その妥当性の検証にはなっていない。実験技術上の難しさのため、これ以上薄い金属箔を使うことができなかった。また、無荷重で円筒接触させることは困難であり、図 4.10 に対応する実験結果を得ることはできなかった。

(3) 温度初期条件

実験では円筒接触は瞬間的に行われるのではなく、1~2 秒程度の有限時間でされる。そのことを数値解析で表現するため、接触面での温度境界条件 (式(4.13a)) TB として次の $f(t)$ を用いた。

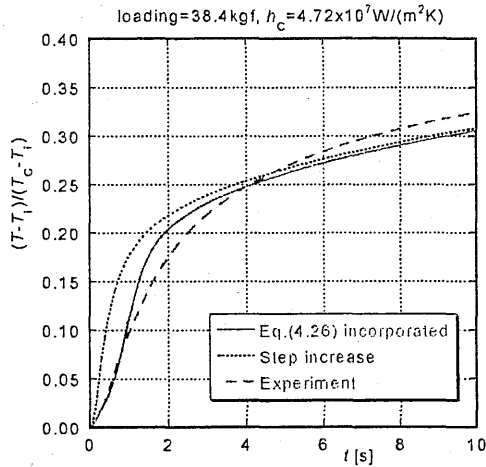


図 4.12a 温度初期条件修正の効果

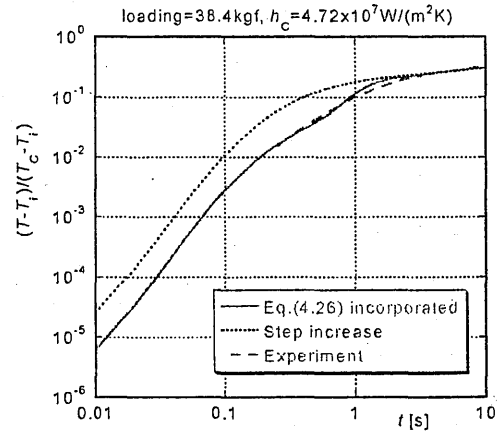


図 4.12b 同左 (対数表示)

$$f(t) = (TB - T_i) [1 - \exp\{-g(t/\Delta t)\}] + T_i \quad (4.26)$$

$$g(t/\Delta t) = C \{3(t/\Delta t) - 3(t/\Delta t)^2 + (t/\Delta t)^3\}$$

ここで、 $f(t)$ の関数形は次の条件を満たすよう定められたものである。

$$f(0) = T_i, f(\Delta t) = TB, f'(0) = 0, f'(\Delta t) = 0$$

即ち、初期温度 T_i から滑らかに温度上昇し、 Δt 後に TB に達する関数形である。式 (4.26) に含まれる 2 つのパラメータ Δt と C を調整することによって、接触開始直後の温度変化を数値解析で再現する。本解析では $\Delta t = 0.1s$ 、 $C = 0.005$ と定めた。図 4.12a は、荷重 38.4kgf における実験結果と比較したもので、式(4.26)を用いた数値解析結果と TB をステップ変化させた数値解析結果を示した。図 4.12b は同じ結果を対数表示したものである。温度初期条件の改善によって、 $t < 1s$ での数値解析結果が実験結果と良好に一致していることがわかる。一方、 $t > 1s$ では、温度初期条件の改善による効果が認められるものの、依然として実験結果の挙動と有意な差異が認められ、さらなる改善の余地が残されている。

4. 9 各パラメータの影響

数値解析に与える各パラメータに含まれる不確かさが解析結果に与える影響を調べた。検討したパラメータ、検討範囲、影響の程度は次の通りである。解析条件として接触熱コンダクタンス $h_c = 1.0 \times 10^5 W/(m^2 \cdot K)$ 、熱電対位置はローラ表面から 1.75mm とした。

表 4.1 各パラメータが数値解析に及ぼす影響

パラメータ	検討範囲	影響の程度	図番
空気層厚さ (δ_a)	$\pm 10\%$	小	図 4.13
空気層熱伝導率 (λ_g)	$\pm 10\%$	小	図 4.14

熱電対位置	±0.2mm	小	図 4.15
シース充填物質	酸化マグネシウム あるいは、インコネル	無視できる	図 4.16
熱電対孔充填物質	熱拡散コンパウンド あるいは、空気	大	図 4.17
計算領域の角度範囲	10、45、60、90deg	$\theta_{\max} > 45\text{deg}$ で 無視できる	図 4.18

(1) 空気層厚さ

空気層厚さは理想的には式(4.21)で与えられるが、それに±10%の不確かさを仮定して、温度変化に与える影響を評価した。図 4.13 にその結果を示す。影響は小さいと言える。

(2) 空気層熱伝導率

(1) と同様に、式(4.24)で与える空気層熱伝導率に±10%の不確かさを仮定して、その影響を評価した (図 4.14)。熱伝導率の増減とともに温度変化も増減するが、その変化幅は小さい。

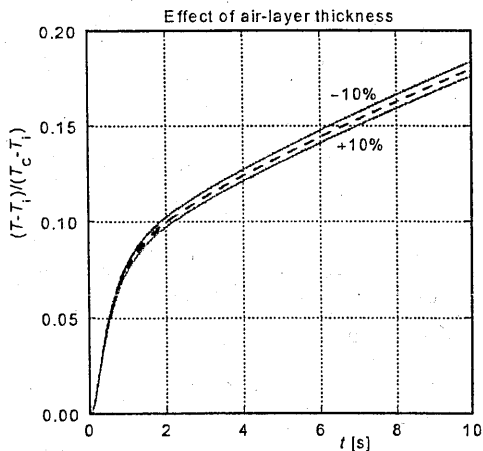


図 4.13 空気層厚さの影響

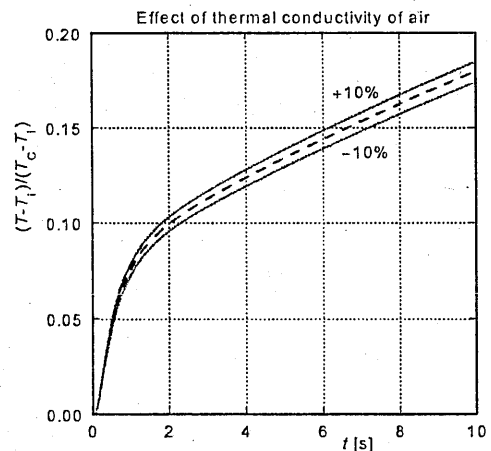


図 4.14 空気熱伝導率の影響

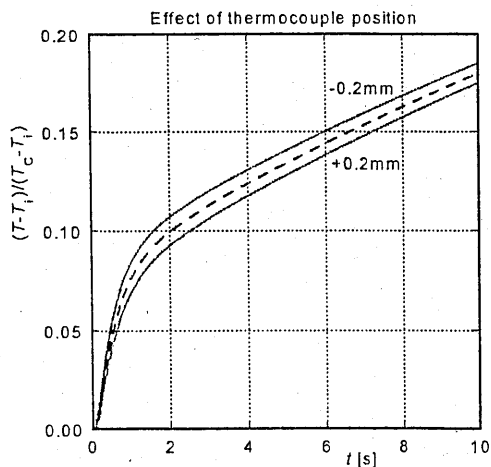


図 4.15 熱電対位置の影響

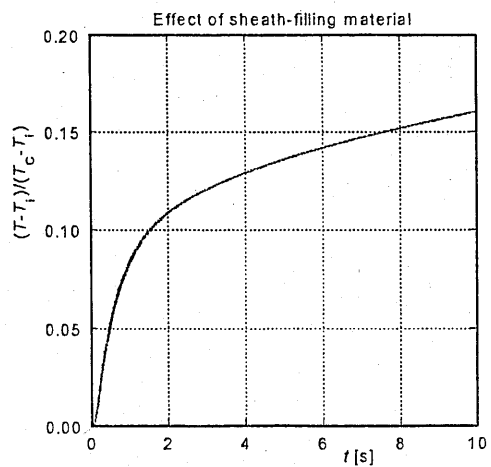


図 4.16 シース充填剤の影響

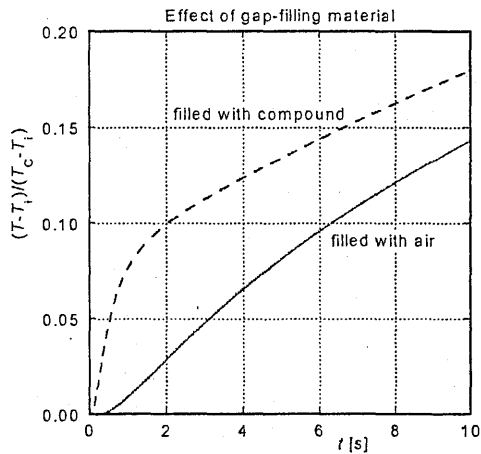


図 4.17 熱電対孔充填物質の影響

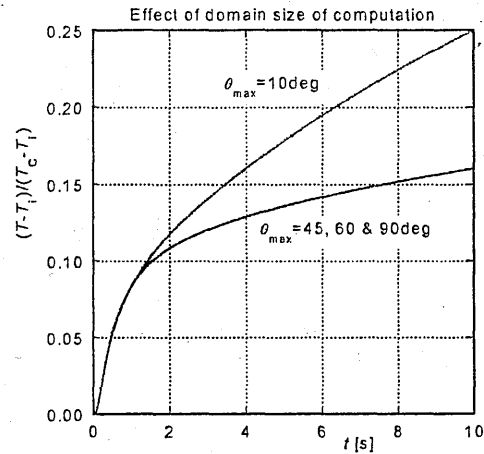


図 4.18 解析領域サイズの影響

(3) 熱電対位置

熱電対はローラ表面から所定の距離（1.5mm と 1.75mm）に設けられた直径 0.7mm の熱電対孔に熱拡散コンパウンドとともに挿入される。使用した非接地型シース熱電対（直径 0.5mm）は、測温接合部がシース先端のどの位置に取り付けられているか不確かさである。そこで、熱電対接合部の位置の不確かさを $\pm 0.2\text{mm}$ と見込んで、その影響を評価した。図 4.15 に結果を示す。熱電対位置の違いによる影響が認められるが、温度変化幅は小さい。

(4) シース充填物質

シース内部は酸化マグネシウム（MgO）で充填されているが、熱電対接合部はインコネル製シース先端に取り付けられている。シース充填物質として酸化マグネシウムあるいはインコネルの熱物性値を用いて数値解析し、その違いによる影響を調べた（両者の熱物性値については表 2.2 参照）。図 4.16 に結果を示す。シース充填剤の違いに起因する温度変化の差異は全く見られない。

(5) 熱電対孔充填物質

熱電対孔は熱拡散コンパウンド（その熱物性値は表 2.2 参照）で充填されているが、ボイドが存在すると大きな影響を与えると予想される。そこで、直径 0.5mm のシース熱電対と直径 0.7mm の熱電対孔の隙間が全て空気で充填されているワーストケースを想定して、それが温度変化に与える影響を調べた。結果を図 4.17 に示す。大きな影響が生じることがわかる。このことを考慮して、シース熱電対を挿入する際には、熱拡散コンパウンドが十分に充填されボイドが生じぬよう注意した。

(6) 計算領域の角度範囲

解析時間短縮のため、接触位置から周方向に中心角 θ_{max} までの範囲を解析領域とする（式(4.11)および図 4.3 参照）。周方向境界の温度境界条件は断熱条件である。従って、周方向境界から流出する熱伝導熱流束が存在しないため、解析領域が十分に広がらないと温度上昇を過大評価する結果となる。このことを調べるため、 θ_{max} の値を 10、40、60、90deg と変えて解析を行った。結果を図 4.18 に示す。 $\theta_{\text{max}} \geq 40\text{deg}$ では解析領域の大きさへの依存性が見られない。そこで、本解析は全て $\theta_{\text{max}} = 40\text{deg}$ で行った。

5. 実験結果および考察

5. 1 炭素鋼ローラ

表 3.2 の炭素鋼 (S45C) ローラを用いて、荷重 12.8、25.6、38.4、51.2、64.0、76.8、89.6、102.4kgf の 8 通りについて測定を行った。第 3 章に述べた実験装置改修を進めながらデータ取得を繰り返し、全改修終了後の平成 13 年 10 月以降に取得したデータを報告する。各荷重について 9 セットのデータを取得し、次の平均化を施した。

$$\bar{T}_j = \frac{\sum_{k=1}^9 T_{j,k}}{9} \quad (5.1)$$

ここで、 j は上下ローラの左右に取り付けられた 4 本の熱電対 (ul : upper left、ur : upper right、ll : lower left、lr : lower right) を表す。 \bar{T}_j に含まれる不確かさ σ_j は次式で評価される。

$$\sigma_j = \pm 2.306 \times \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^9 (T_{j,k} - \bar{T}_j)^2}{8}} \quad (5.2)$$

係数 2.306 は自由度 8 に対するスチューデント t 値である。4 本の熱電対の測定値 (36 セット) を全て平均することにより $\bar{T}_m (W)$ を得る。

$$\bar{T}_m = \frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^9 T_{j,k}}{36} \quad (5.3)$$

ここで、 W は荷重である。 \bar{T}_m に含まれる不確かさ σ_m は次式で評価される。

$$\sigma_m = \pm 2.0 \times \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^9 (T_{j,k} - \bar{T}_m)^2}{35}} \quad (5.4)$$

係数 2.0 は自由度 30 以上に対するスチューデント t 値である。図 5.1~5.8 に示す温度変化の測定値において、 \bar{T}_j と \bar{T}_m は太実線で、 σ_j と σ_m は太破線で示されている。熱電対名称と配置とは次の通りである。

左上熱電対 (upper right : ur)	上部低温ローラ左側熱電対
右上熱電対 (upper left : ul)	上部低温ローラ右側熱電対
左下熱電対 (lower right : lr)	下部高温ローラ左側熱電対
右下熱電対 (lower left : ll)	下部高温ローラ右側熱電対

熱電対孔位置は全てローラ表面から 1.5mm である。

図 5.9 は各荷重の平均 $\bar{T}_m(W)$ をプロットしたものである。図 5.1~5.8 では個々のデータ (single realization) の間にかかなりのばらつきが見られるが、36 セットのデータを平均すると、図 5.9 に見られるような明確な荷重依存性が現れる。即ち、 $t < 10s$ では荷重の増大とともに温度上昇速度が急になり、 $t > 10s$ では荷重に依らずほぼ一定の勾配で温度上昇する。このことから、数値解析との比較においては、荷重依存性の明瞭な $t < 10s$ のデータを対象とすることが妥当であると判断される。

図 5.10~17 に温度変化の測定値 (\bar{T}_m) と数値解析結果との比較を示す。荷重 12.8kgf では (図 5.10)、接触面積 A [m^2] を (Hertz 接触理論が与える接触幅) \times (ローラ長さ) で評価し、接触熱抵抗層の熱伝導率を変化させることによって接触熱コンダクタンス h_c を変化させた。その結果、 $h_c = 4.72 \times 10^7$ [$W/(m^2 \cdot K)$] において測定値との妥当な一致を得た。この接触熱コンダクタンスの値は、炭素鋼の熱伝導率 λ_c を熱抵抗層の厚さ δ_c で除したものに等しい。即ち、熱抵抗層には接触に起因する付加的熱抵抗は存在せず、ローラ部材と同じ熱伝導率を有する薄膜のみが存在すると見なせる。この理由は、ローラ表面粗さが極めて小さく (rms 粗さ = $0.07 \mu m$)、接触面積に加わる接触圧力が大きい (荷重 12.8kgf に対して 31.6MPa) であると考えられる。

この結果を踏まえ、荷重が 12.8kgf より高い条件については、接触熱コンダクタンスを 4.72×10^7 [$W/(m^2 \cdot K)$] で一定とし、接触面積に適当な係数を乗することによって、数値解析結果と測定値との一致を得ることとした。図 5.11~17 はそのようにして求めた数値解析結果を示したものである。

表 5.1 に炭素鋼ローラに対する測定結果と数値解析結果をまとめた。上述したように、全ての荷重に対して $h_c = 4.72 \times 10^7$ [$W/(m^2 \cdot K)$] とし、Hertz 接触理論が与える接触面積に適当な係数 (接触面積補正係数) を乗じた。係数の値は、 $W = 12.8, 25.6, 38.4, 51.2, 64.0, 76.8, 89.6, 102.4$ kgf に対して、それぞれ 1.00, 1.60, 1.95, 2.00, 2.05, 2.65, 2.55, 2.60 である。全接触熱コンダクタンス ($A \cdot X \cdot h_c / 2$) はそれぞれ 94, 210, 320, 370, 430, 610, 630, 690 [W/K] であり、荷重とともに単調に増大する。2.5.2 節で評価した空気熱伝導による熱コンダクタンス ($= 4.3$ [W/K]) と比較すると、全接触熱コンダクタンスは十分に大きい。

以上のように、本条件における炭素鋼ローラの接触熱コンダクタンスは大きく、部材の熱伝導コンダクタンスに一致するという評価結果を得た。このことから、高温ローラから低温ローラへの熱移動における抵抗は、熱流がローラ直径から幅数 $10 \mu m$ の接触領域まで縮流することに起因するものが支配的で、接触部自身での熱抵抗は無視できる、とすることができる。この縮流熱抵抗 (thermal constriction resistance) は真実接触領域の幅 (あるいは面積) が把握できれば、本研究で開発した数値解析手法によって正確に評価することが可能である。しかし、真実接触領域を正確に把握するためには、接触面の表面特性 (粗さ、硬さ、被膜の有無など) と接触圧力とを知る必要があり、一般に容易でない。本研究においても、温度変化について数値解析と実験結果との一致を見るために、接触面積補正係数を導入したが、その直接検証は行われていない。今後に残された課題の一つである。

表 5.1 炭素鋼ローラに対する測定結果と数値解析結果のまとめ

荷重 W [kgf]	接触幅 2ζ [μm]	接触面積 A [mm^2]	面積係数 X [-]	接触熱コンダクタンス h_c [$\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$]	全接触熱コンダクタンス $A\cdot X\cdot h_c/2$ [W/K]	全接触熱抵抗 $R_c=2/(A\cdot X\cdot h_c)$ [K/W]
12.8	22.0	3.96	1.00	4.72×10^7	94	11×10^{-3}
25.6	31.2	5.62	1.60	4.72×10^7	210	4.7×10^{-3}
38.4	38.2	6.88	1.95	4.72×10^7	320	3.2×10^{-3}
51.2	44.1	7.94	2.00	4.72×10^7	370	2.7×10^{-3}
64.0	49.3	8.87	2.05	4.72×10^7	430	2.3×10^{-3}
76.8	54.0	9.72	2.65	4.72×10^7	610	1.6×10^{-3}
89.6	58.3	10.5	2.55	4.72×10^7	630	1.6×10^{-3}
102.4	62.3	11.2	2.60	4.72×10^7	690	1.5×10^{-3}

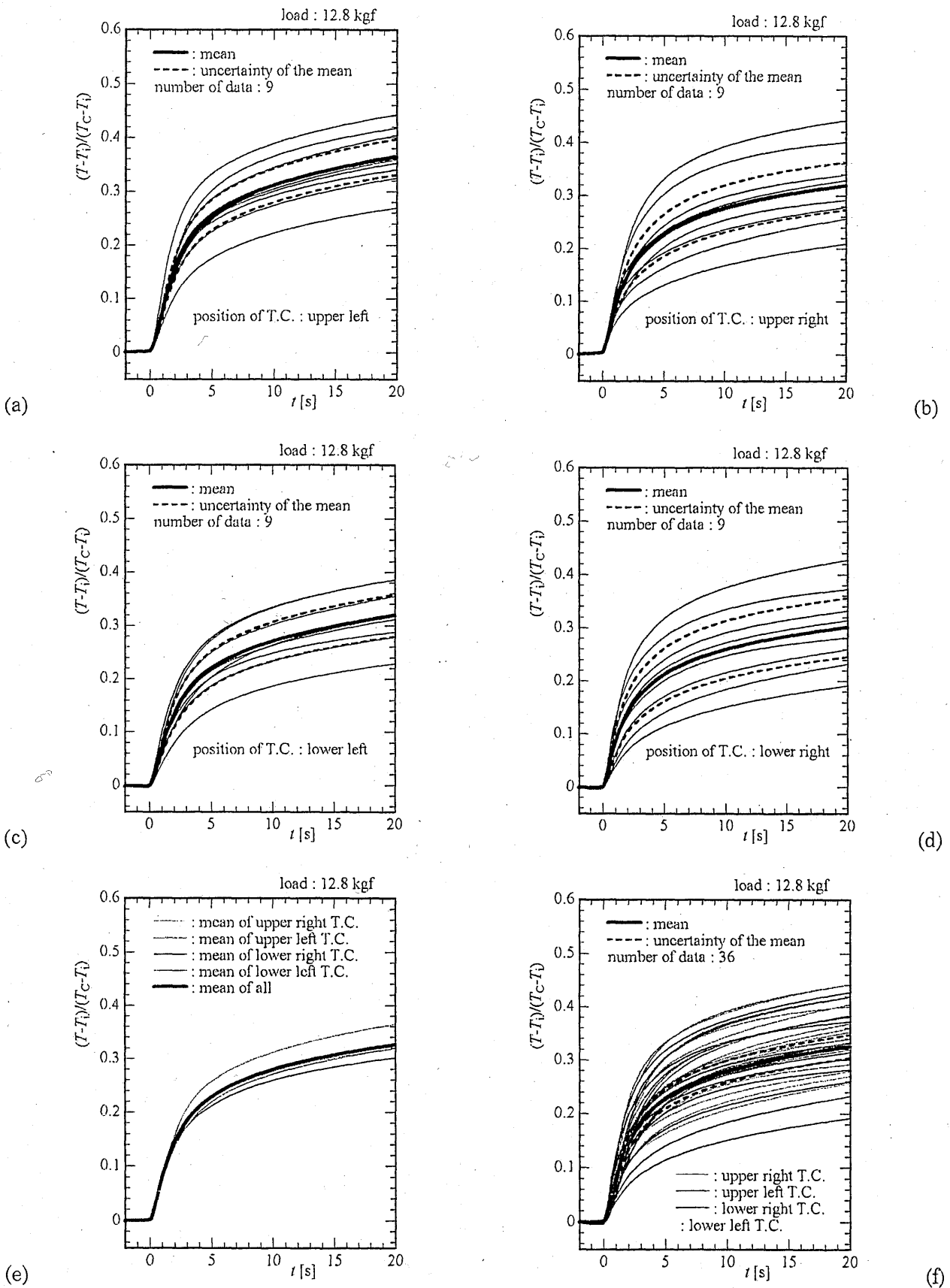


図 5.1 荷重 12.8kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

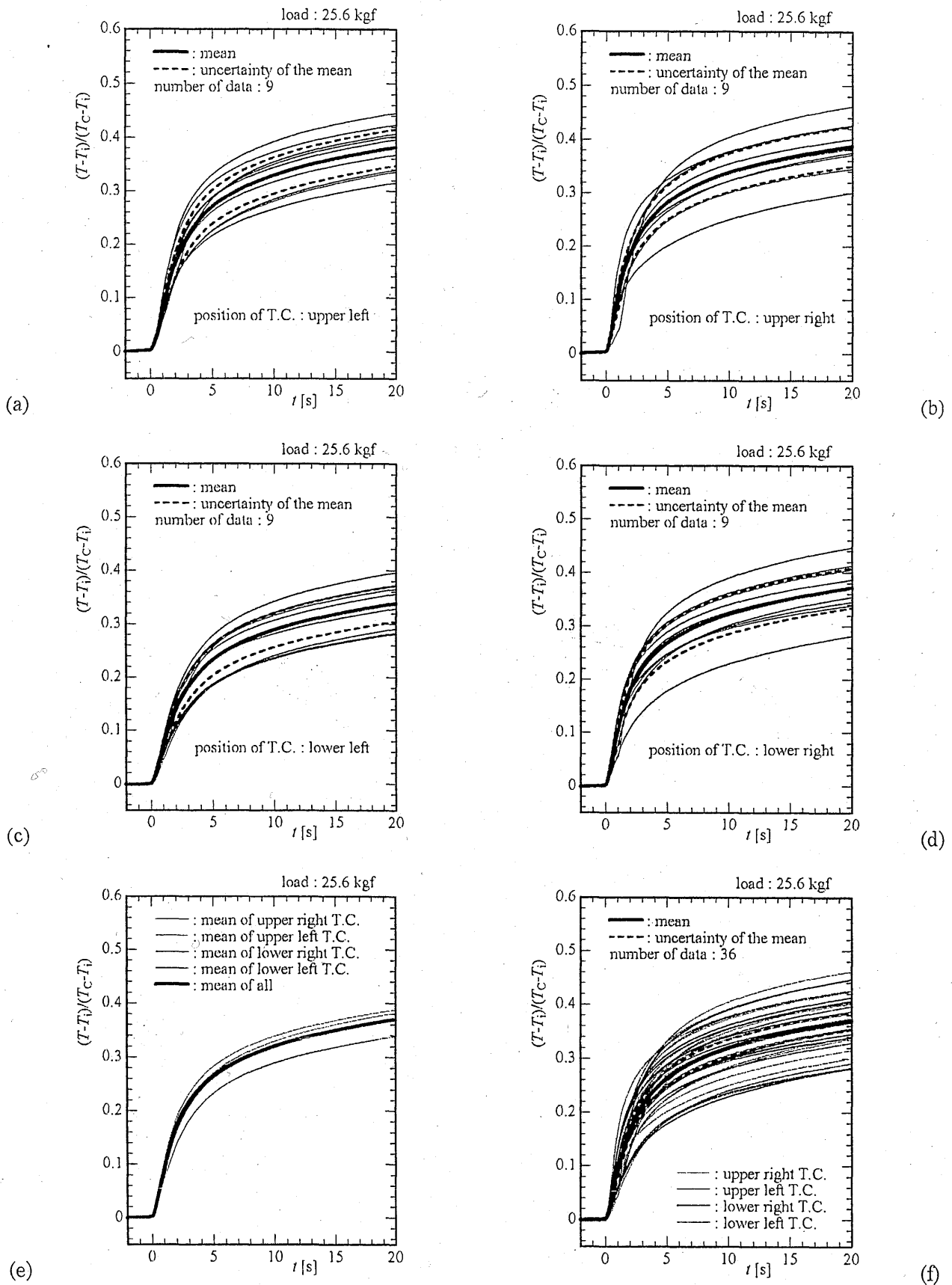


図 5.2 荷重 25.6kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

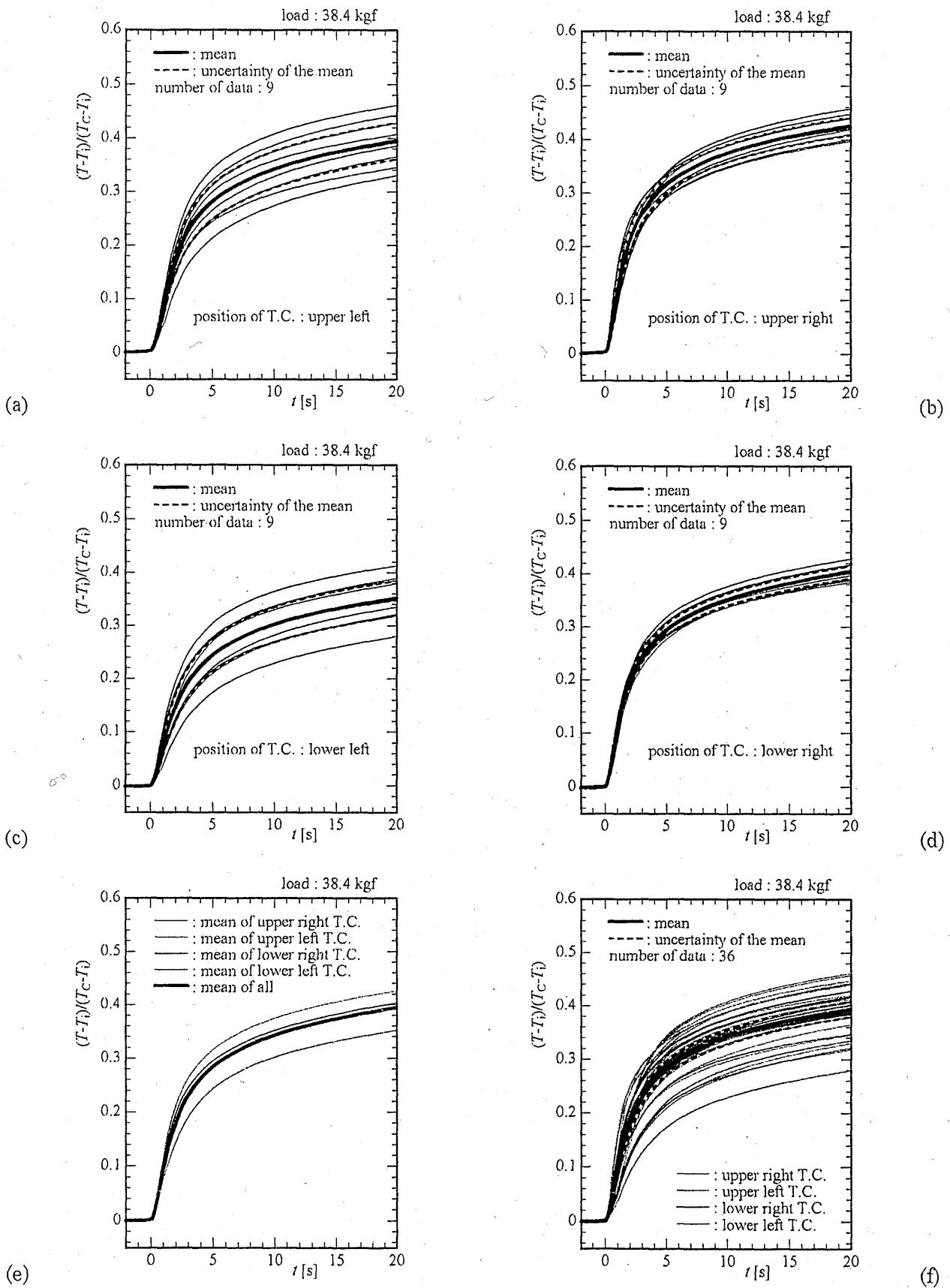


図 5.3 荷重 38.4kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

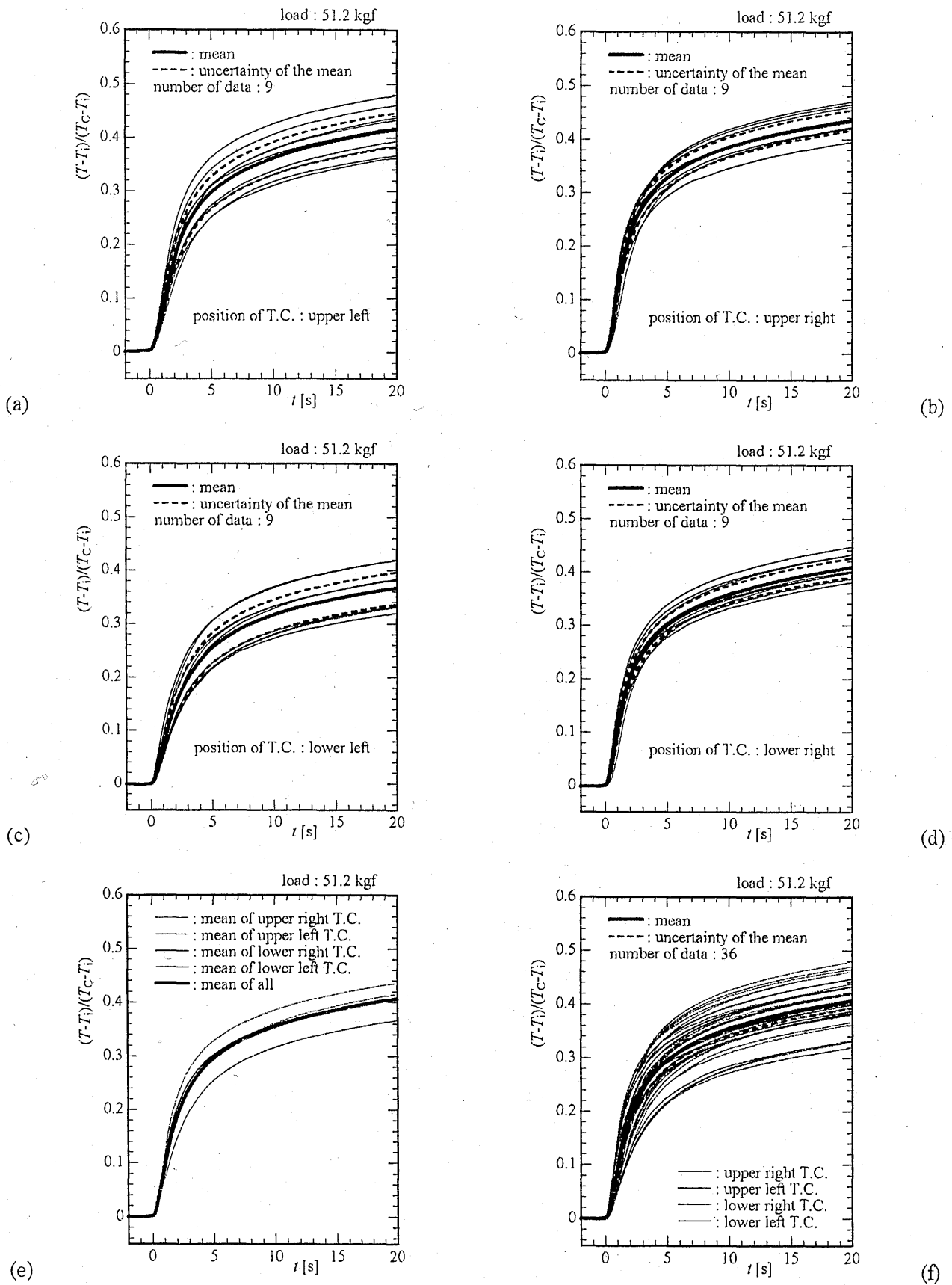


図 5.4 荷重 51.2kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

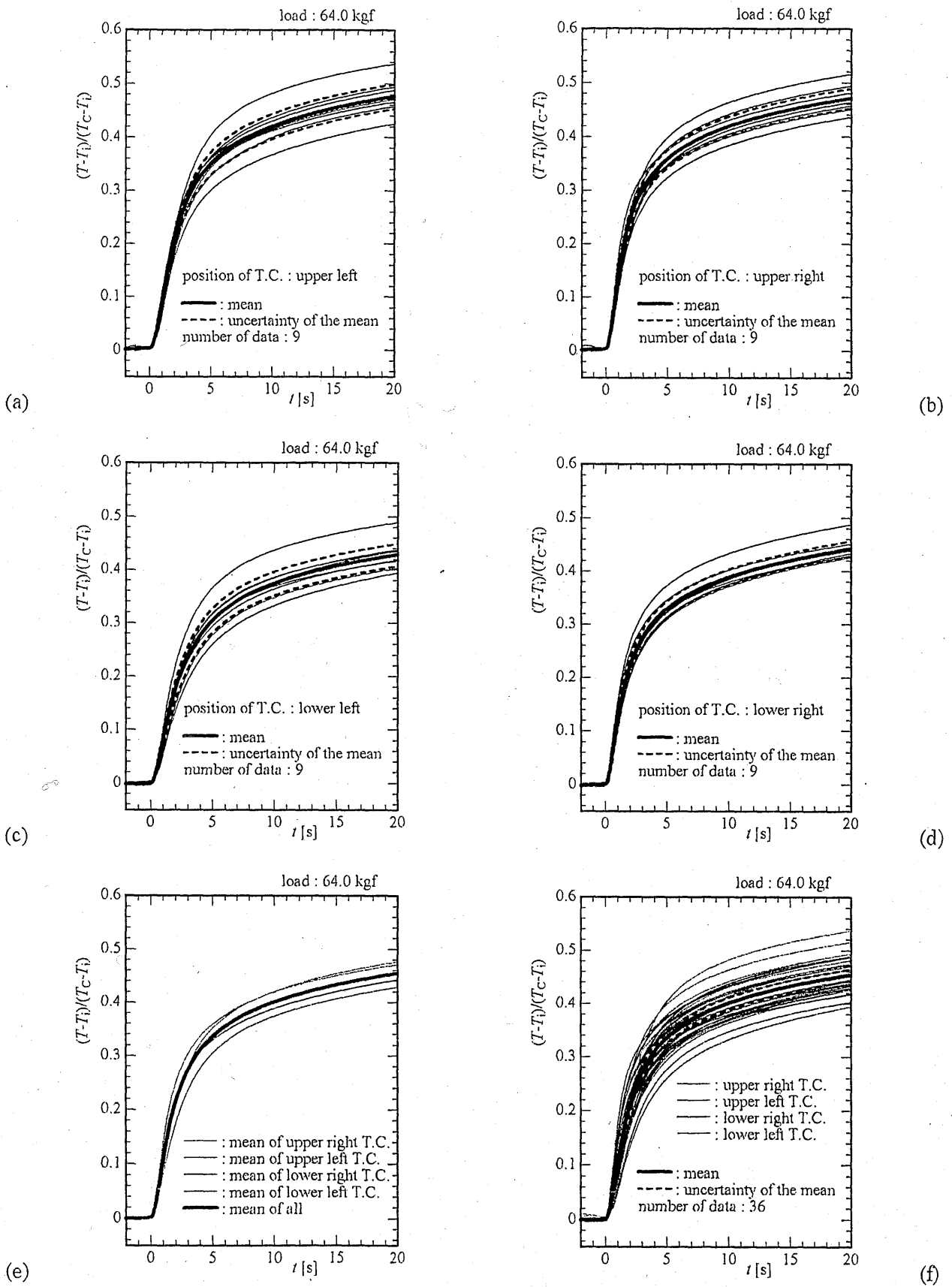


図 5.5 荷重 64.0kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

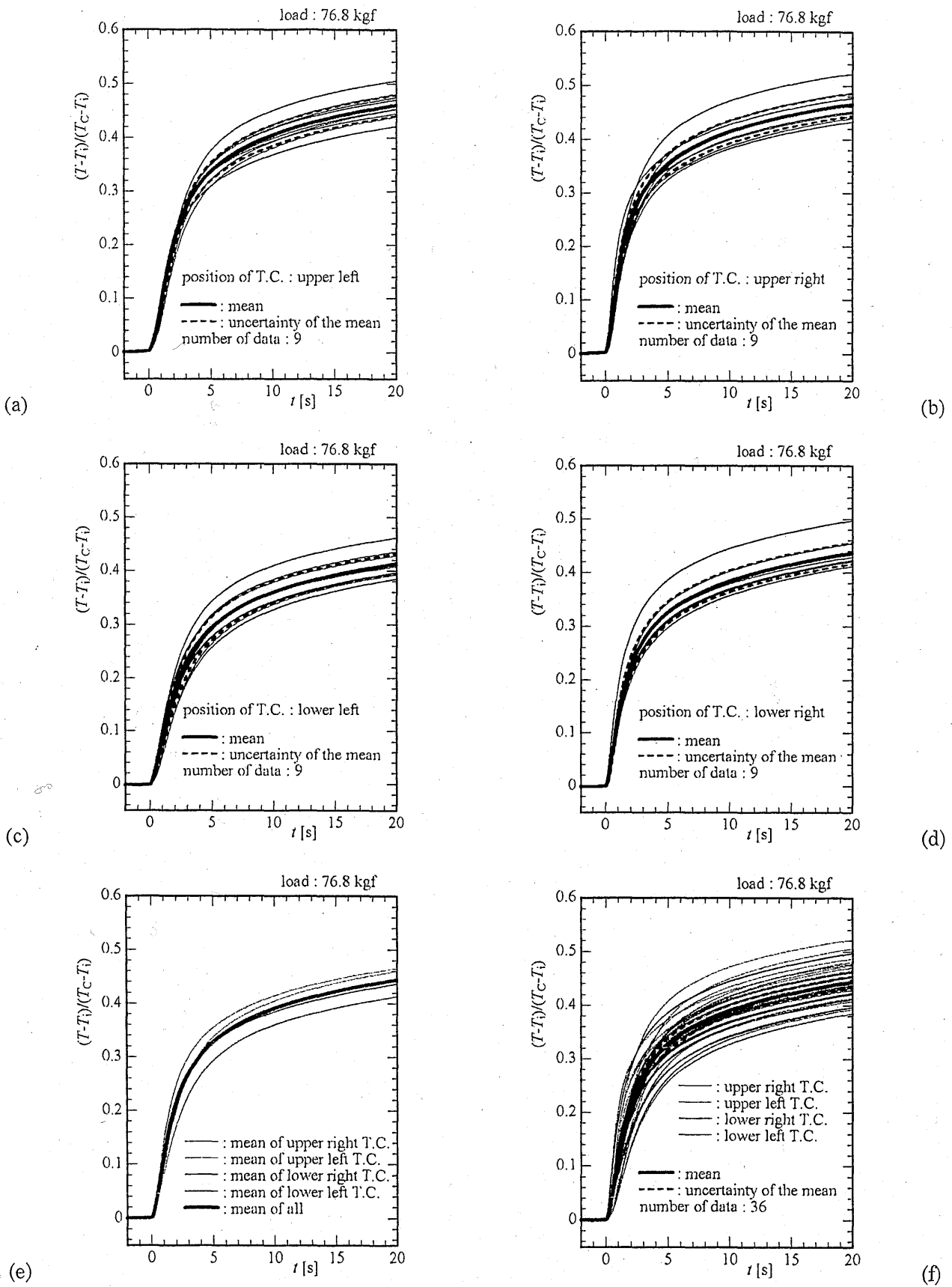


図 5.6 荷重 76.8kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

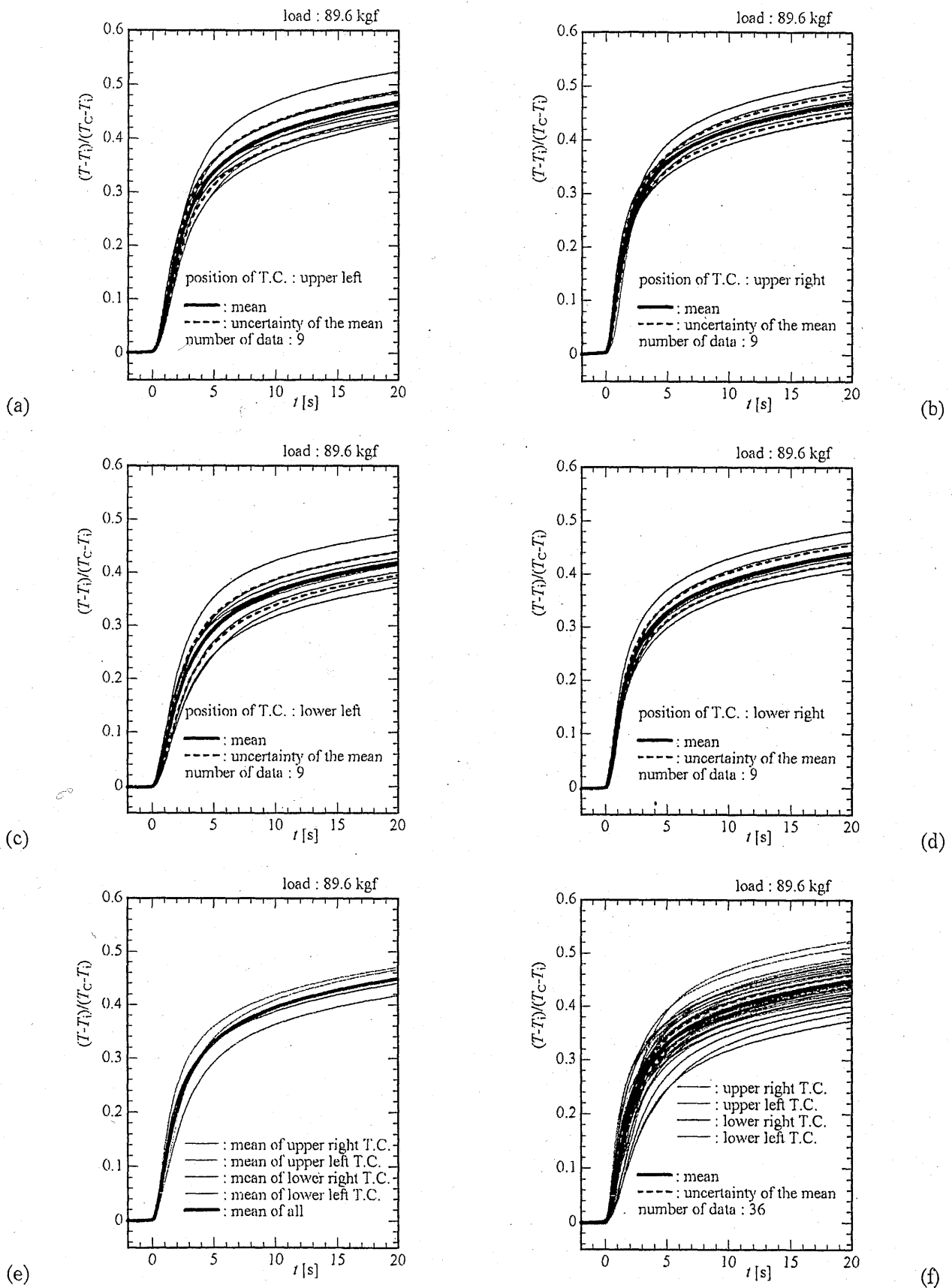


図 5.7 荷重 89.6kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a) 左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b) 右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c) 左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d) 右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e) 各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f) 全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

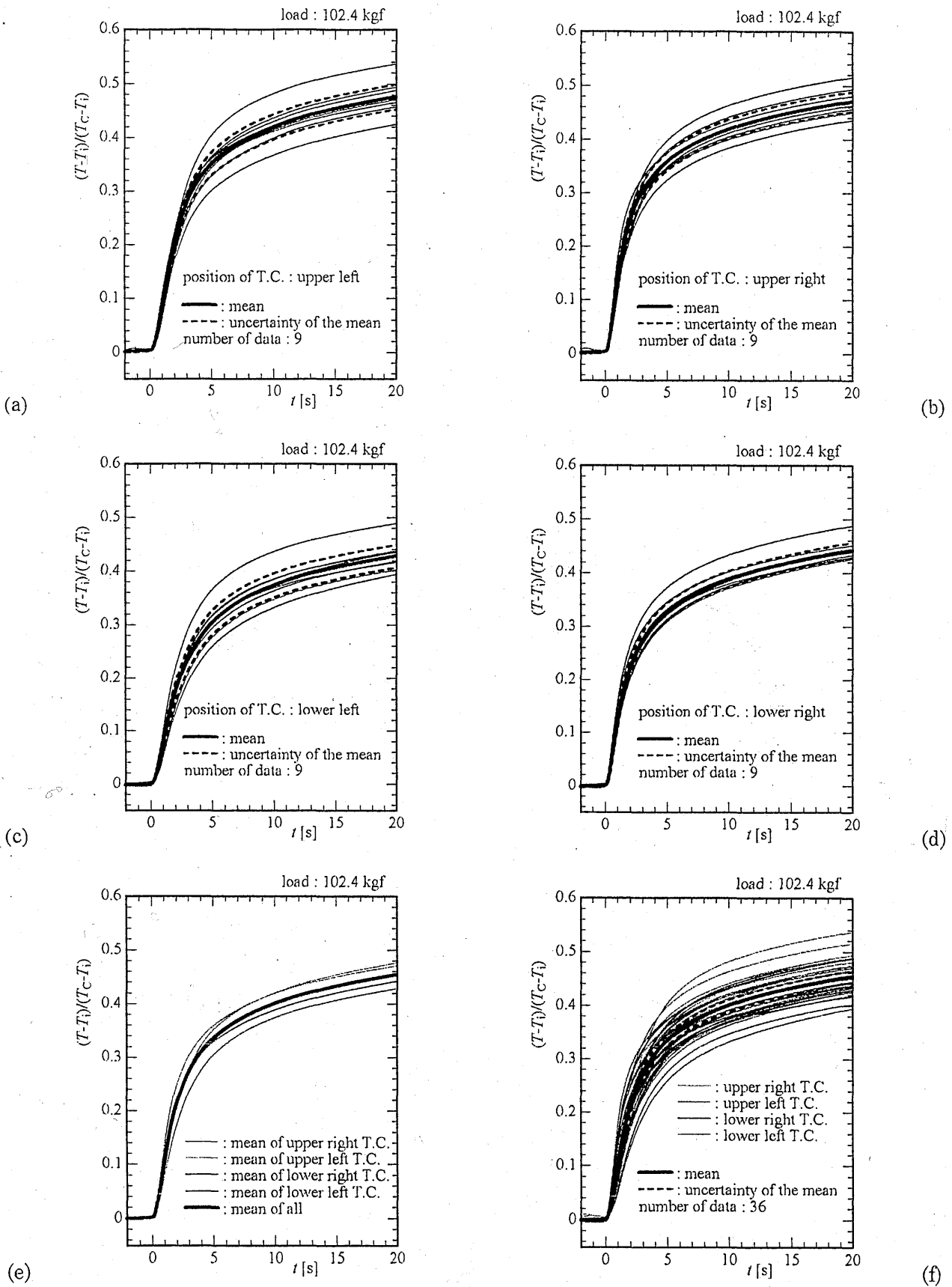


図 5.8 荷重 102.4kgf における温度変化の測定結果 (炭素綱ローラ)

(a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

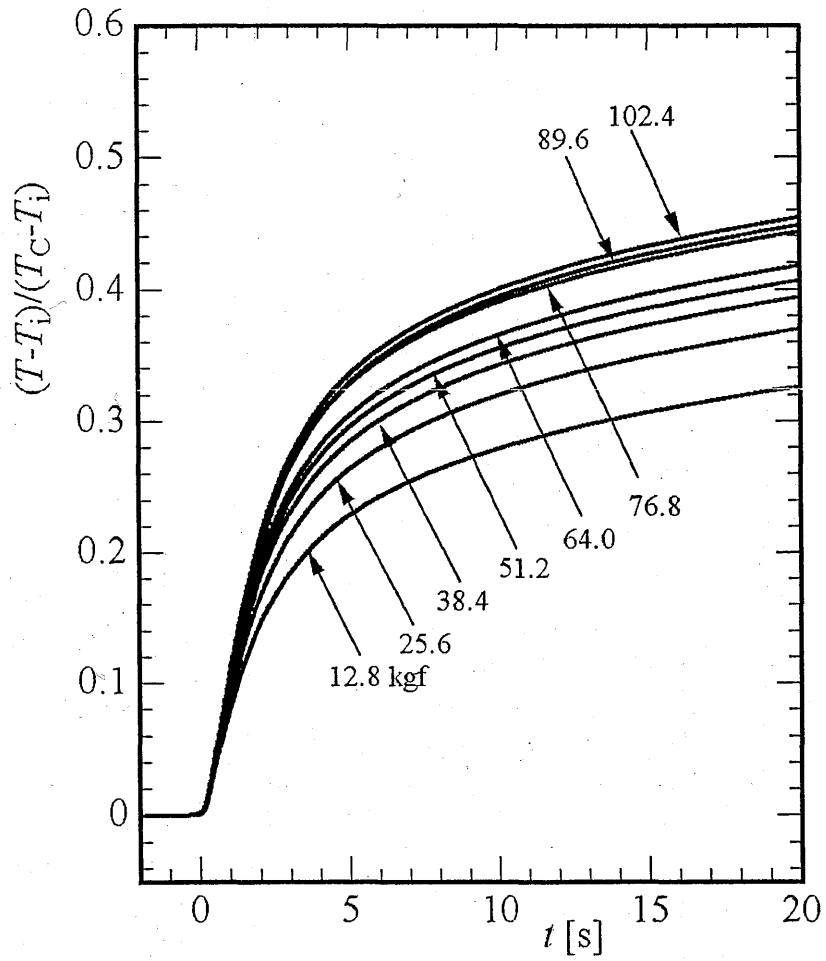


図 5.9 温度変化の測定結果 (各荷重の平均 $\bar{T}_m(W)$) のまとめ (炭素綱ローラ)

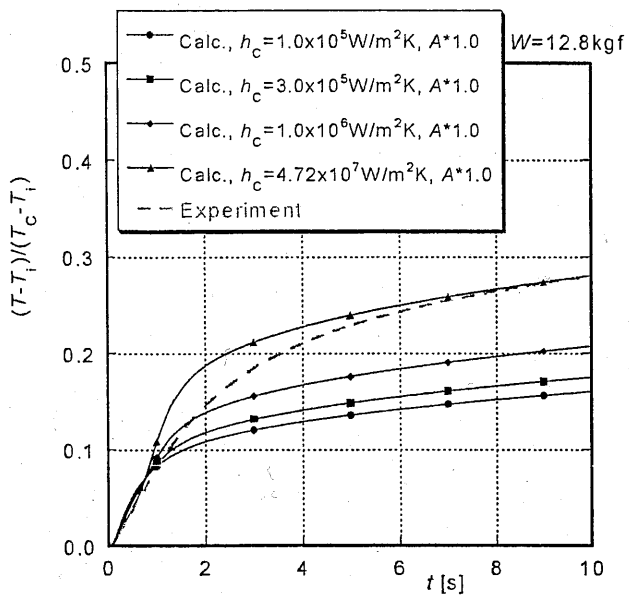


図 5.10 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=12.8\text{kgf}$)

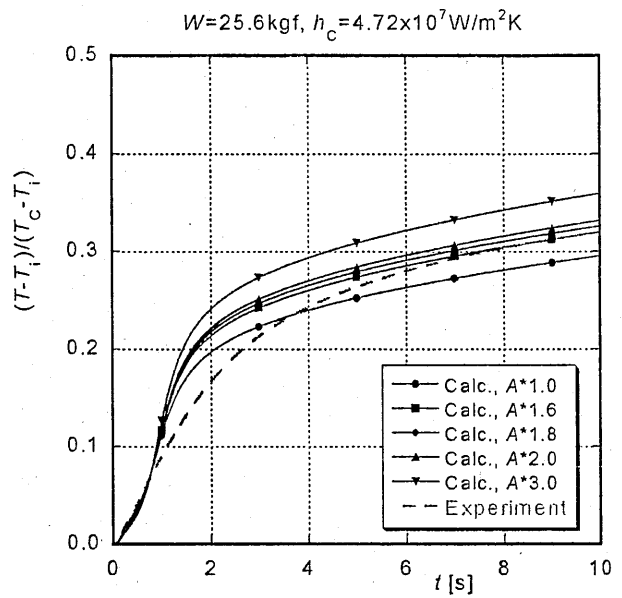


図 5.11 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=25.6\text{kgf}$)

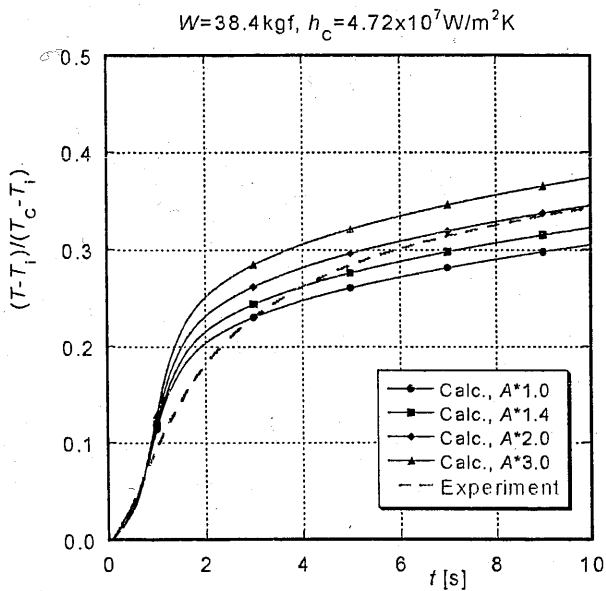


図 5.12 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=38.4\text{kgf}$)

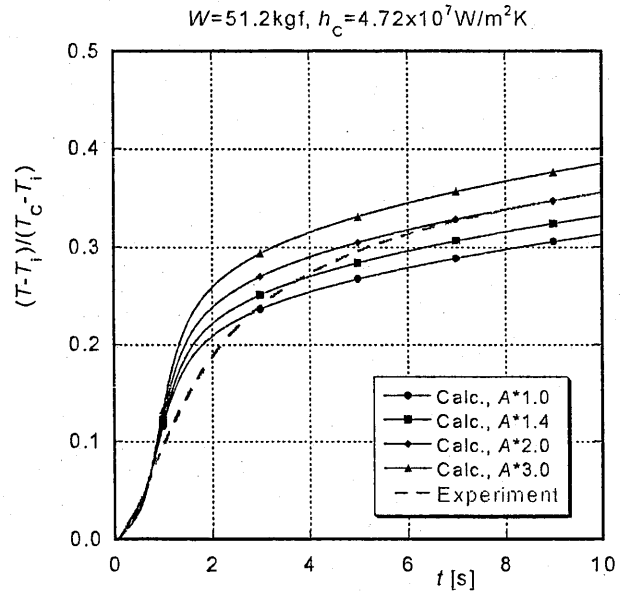


図 5.13 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=51.2\text{kgf}$)

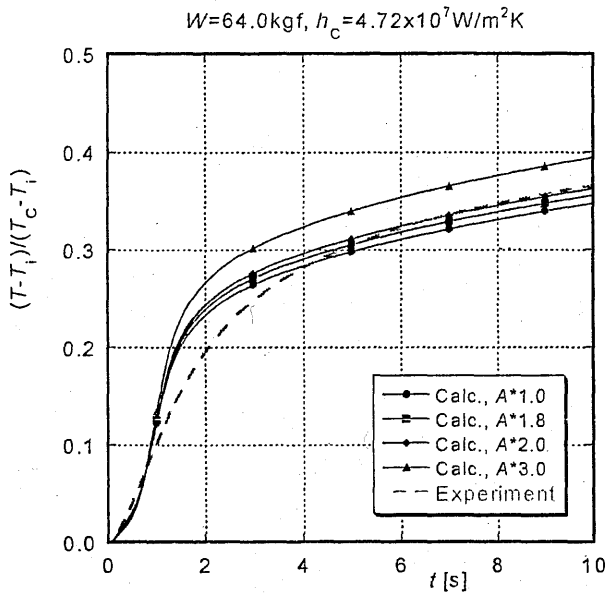


図 5.14 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=64.0\text{kgf}$)

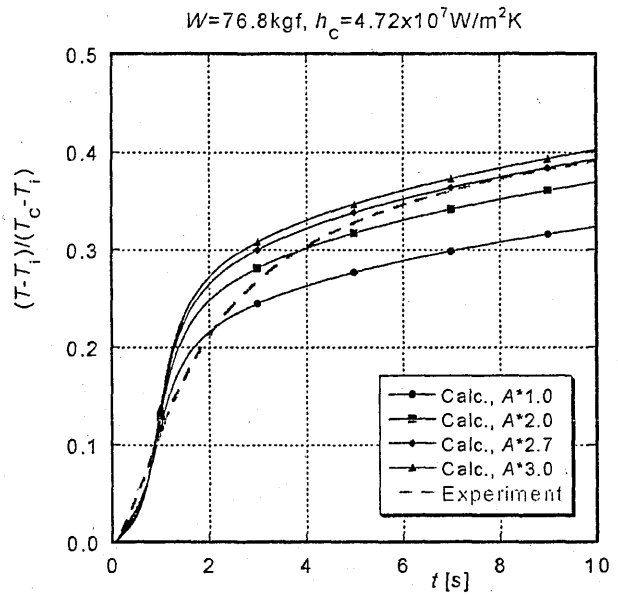


図 5.15 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=76.8\text{kgf}$)

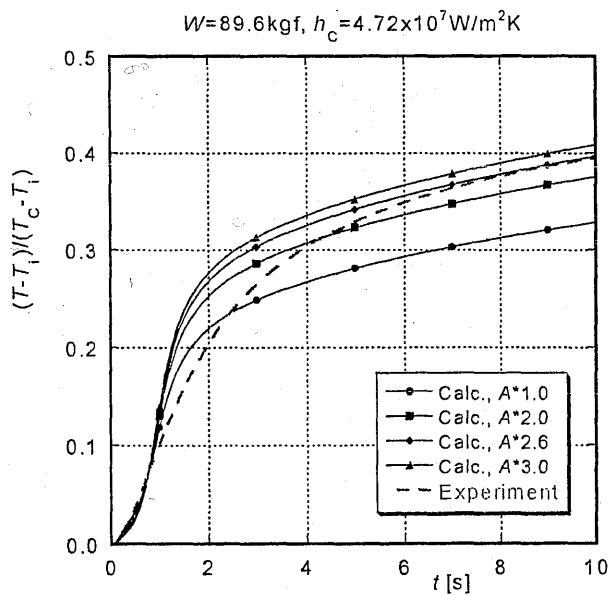


図 5.16 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=89.6\text{kgf}$)

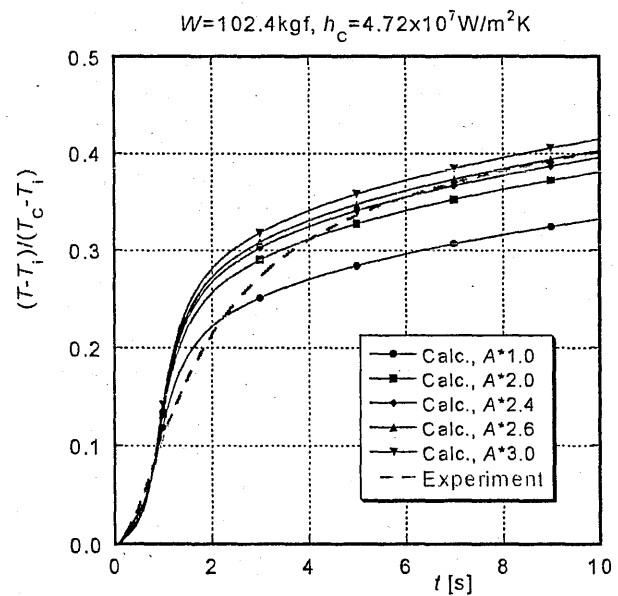


図 5.17 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=102.4\text{kgf}$)

5. 2 アルミ合金ローラ

表 3.2 のアルミ合金 (A6061) ローラを用いて、5.1 節に記述した炭素鋼ローラと同様に、荷重 12.8、25.6、38.4、51.2、64.0、76.8、89.6、102.4kgf の 8 通りについて測定を行った。各荷重について 4 セットのデータを取得し、式(5.1)の平均化を施した。

\bar{T}_j に含まれる不確かさ σ_j は次式で評価される。

$$\sigma_j = \pm 3.182 \times \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^4 (T_{j,k} - \bar{T}_j)^2}{3}} \quad (5.5)$$

係数 3.182 は自由度 3 に対するスチューデント t 値である。4 本の熱電対の測定値 (16 セット) を全て平均することにより $\bar{T}_m(W)$ を得る。

$$\bar{T}_m = \frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 T_{j,k}}{16} \quad (5.6)$$

ここで、 W は荷重である。 \bar{T}_m に含まれる不確かさ σ_m は次式で評価される。

$$\sigma_m = \pm 2.131 \times \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (T_{j,k} - \bar{T}_m)^2}{15}} \quad (5.7)$$

係数 2.131 は自由度 15 に対するスチューデント t 値である。炭素鋼の場合と同様に、図 5.18~5.25 に示す温度変化の測定値において、 \bar{T}_j と \bar{T}_m は太実線で、 σ_j と σ_m は太破線で示されている。熱電対名称と配置とは次の通りである。

左上熱電対 (upper right : ur)	上部低温ローラ左側熱電対
右上熱電対 (upper left : ul)	上部低温ローラ右側熱電対
左下熱電対 (lower right : lr)	下部高温ローラ左側熱電対
右下熱電対 (lower left : ll)	下部高温ローラ右側熱電対

熱電対孔位置は全てローラ表面から 1.5mm である。

図 5.26 は各荷重の平均 $\bar{T}_m(W)$ をプロットしたものであり、温度変化の荷重依存性をまとめた結果である。炭素鋼ローラと同様に、図 5.18~5.25 では個々のデータの間にかんりのばらつきが見られるが、16 セットのデータを平均すると、図 5.26 に見られるような明確な荷重依存性が現れる。即ち、 $t < 5s$ では荷重の増大とともに温度上昇速度が急になるが、 $t > 5s$ では荷重に依らずほぼ一定の勾配で温度上昇する。

図 5.27~34 に温度変化の測定値 (\bar{T}_m) と数値解析結果を示す。全荷重において接触面積 A [m²] を (Hertz 接触が与える接触幅) × (ローラ長さ) で評価し、接触熱抵抗層の熱伝導率を変化させることによって接触熱コンダクタンス h_c を変化させた。表 5.2 にアルミ合金ローラに対する測定結果

と数値解析結果をまとめた。炭素綱の場合と異なり、接触熱コンダクタンスは部材の熱伝導コンダクタンス ($\lambda_c/\delta_c=1.8\times 10^8\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$) よりかなり小さい。具体的には、 $W=12.8, 25.6, 38.4, 51.2, 64.0, 76.8, 89.6, 102.4\text{kgf}$ に対して、それぞれ $1.00\times 10^3, 1.20\times 10^5, 2.10\times 10^5, 2.60\times 10^5, 3.00\times 10^5, 3.20\times 10^5, 3.40\times 10^5, 3.30\times 10^5\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ である。その結果、全接触熱コンダクタンスは、0.003、0.57、1.21、1.73、2.23、2.61、2.99、3.11 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ と評価された。これらの値は、2.5.2 節 (p.25) で評価した空気熱伝導による熱コンダクタンス ($=4.25 [\text{W}/\text{K}]$) より小さい。図 5.35 はアルミ合金ローラにおける空気熱伝導の寄与を示した数値解析結果である (図 4.11 と対比)。ローラ間隙 $\delta_{\text{bias}}=0\mu\text{m}$ に対する温度変化は荷重 12.8kgf の温度変化と同程度である。このことから、荷重 12.8kgf では空気熱伝導の寄与が支配的であると言える。逆に言うと、荷重が 12.8kgf より高い条件では、接触熱コンダクタンスの寄与分だけ温度上昇が大きくなっていると言える。

アルミ合金ローラの接触熱コンダクタンスを炭素綱ローラのそれ (表 5.1) と比較すると、1/140 ~ 1/400 に過ぎない。熱伝導率比 $\lambda_{\text{Al}}/\lambda_{\text{Fe}}=3.8$ 、温度伝導率比 $a_{\text{Al}}/a_{\text{Fe}}=6.4$ がいずれも 1 よりかなり大きいことを考えると、単純には理解しにくい結果である。アルミ合金ローラにおける接触熱伝達率が低い理由として、ローラ表面に形成される酸化膜の影響が考えられる。一般に、空気中に置かれたアルミ合金処女面は加工直後から急速に酸化を初め、数時間も経過すると酸化が十分に進行した飽和状態にあると言われる。本研究で使用したアルミ合金ローラ表面も、そのような酸化膜で覆われていたものと考えられる。酸化膜が存在すると、(1) 熱伝導が低下する、(2) 硬さが増して接触幅が小さくなる、の二つの影響が生じ、それらの相乗効果としてアルミ合金ローラの接触熱コンダクタンスが小さい値を示したものと推測される。このことを確認するためには、炭素綱ローラの場合と同様に、接触幅の直接観察あるいは測定を行うことが有効であり、今後に残された課題である。

表 5.2 アルミ合金ローラに対する測定結果と数値解析結果のまとめ

荷重 W [kgf]	接触幅 2ζ [μm]	接触面積 A [mm^2]	面積係数 X [-]	接触熱コンダクタンス h_c [$\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$]	全接触熱コンダクタンス $A\cdot X\cdot h_c/2$ [W/K]	全接触熱抵抗 $R_c=2/(A\cdot X\cdot h_c)$ [K/W]
12.8	37.0	6.66	1.00	1.00×10^3	0.003	$3.0\times 10^{+2}$
25.6	52.3	9.41	1.00	1.20×10^5	0.57	$1.8\times 10^{+0}$
38.4	64.1	11.5	1.00	2.10×10^5	1.21	8.3×10^{-1}
51.2	73.9	13.3	1.00	2.60×10^5	1.73	5.8×10^{-1}
64.0	82.7	14.9	1.00	3.00×10^5	2.23	4.5×10^{-1}
76.8	90.6	16.3	1.00	3.20×10^5	2.61	3.8×10^{-1}
89.6	97.8	17.6	1.00	3.40×10^5	2.99	3.3×10^{-1}
102.4	105	18.8	1.00	3.30×10^5	3.11	3.2×10^{-1}

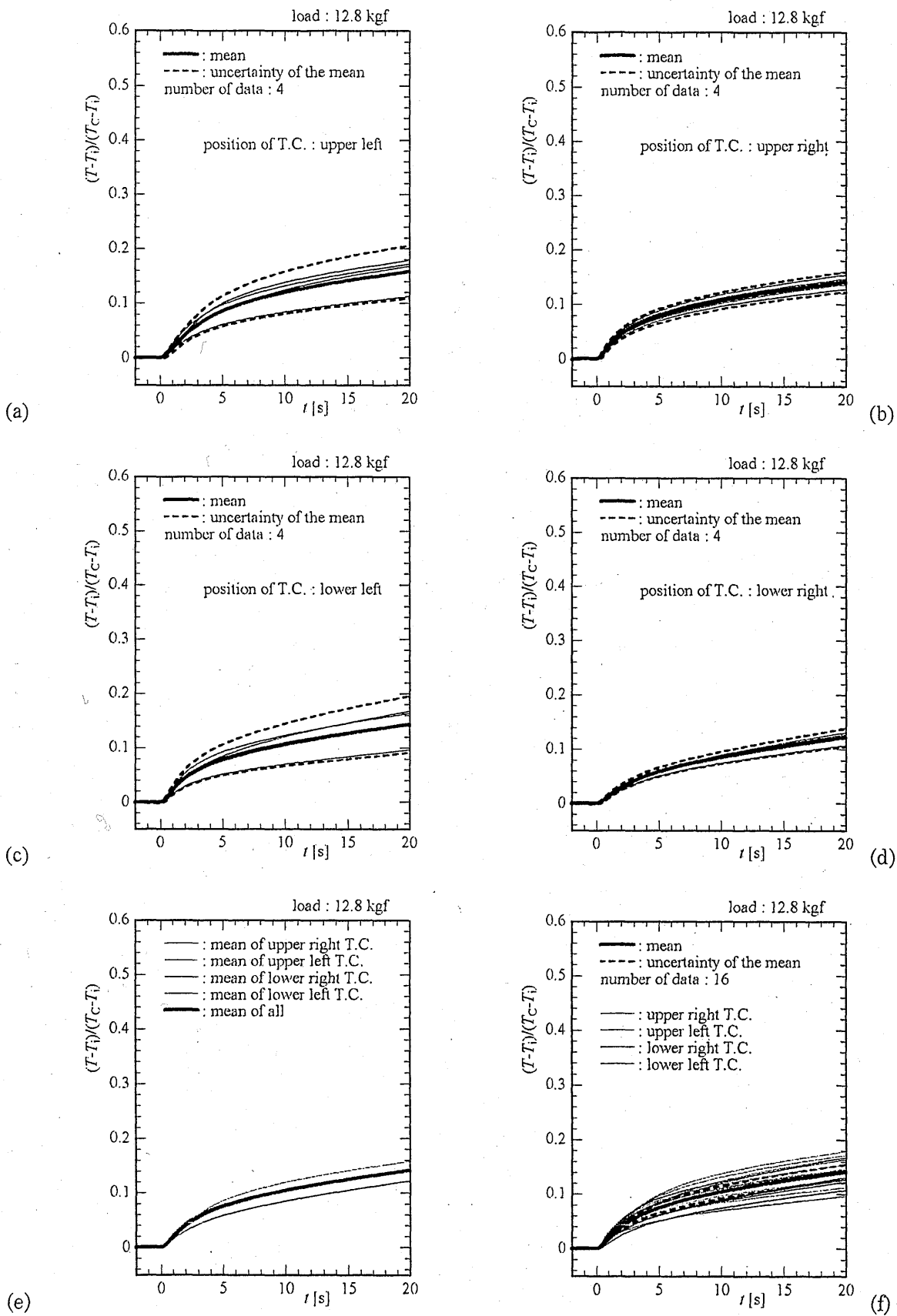


図 5.18 荷重 12.8kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

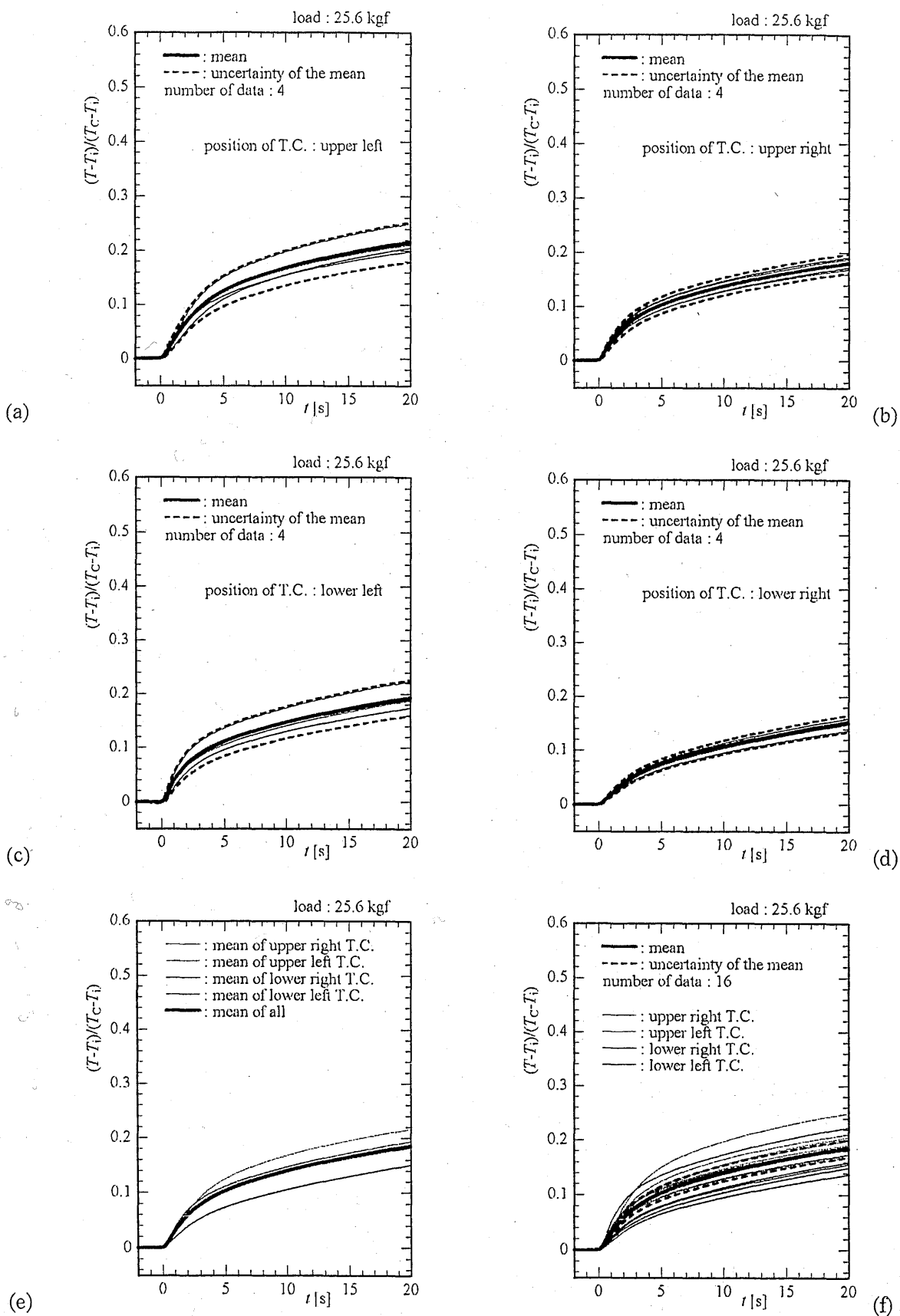


図 5.19 荷重 25.6kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

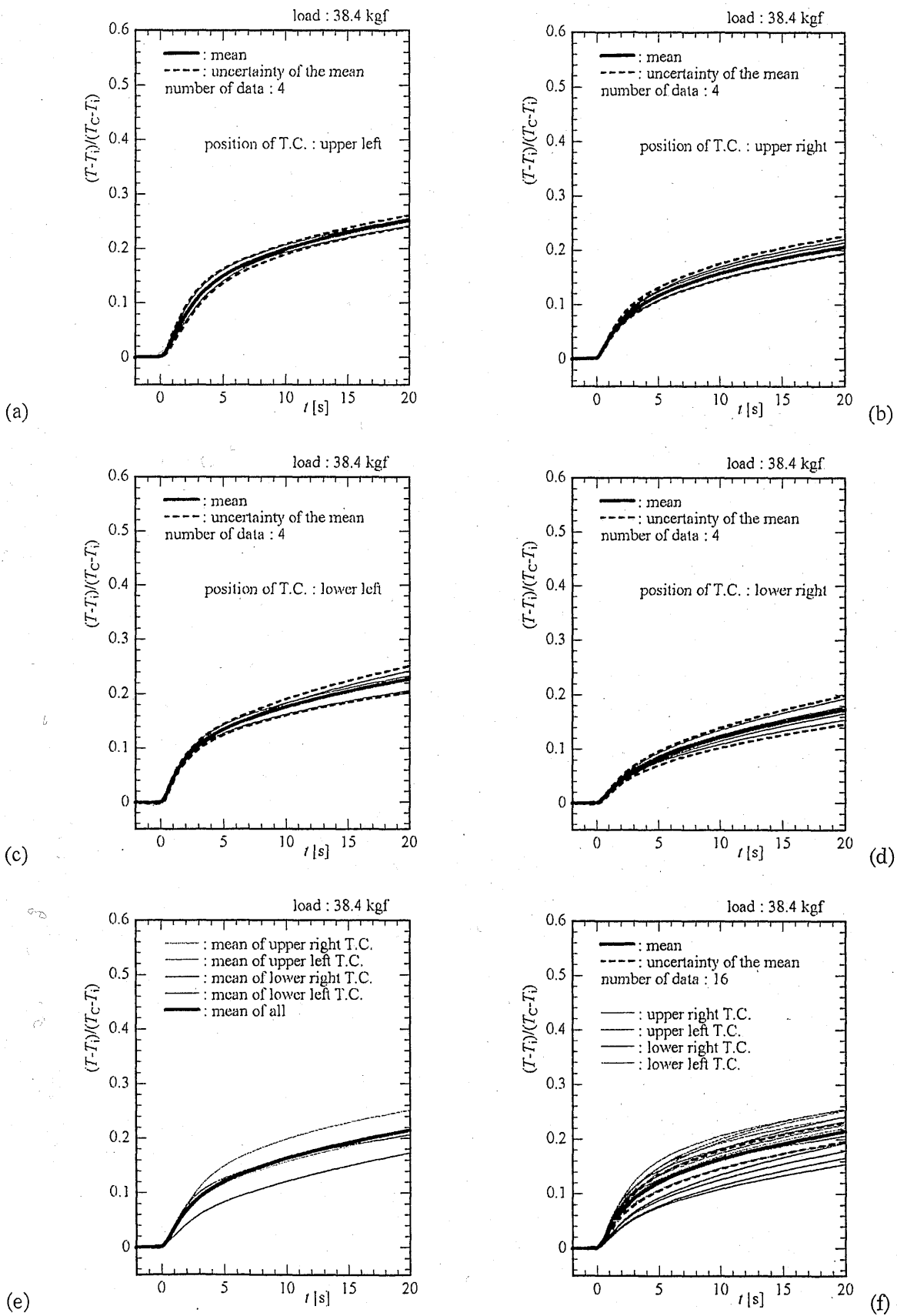


図 5.20 荷重 38.4kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

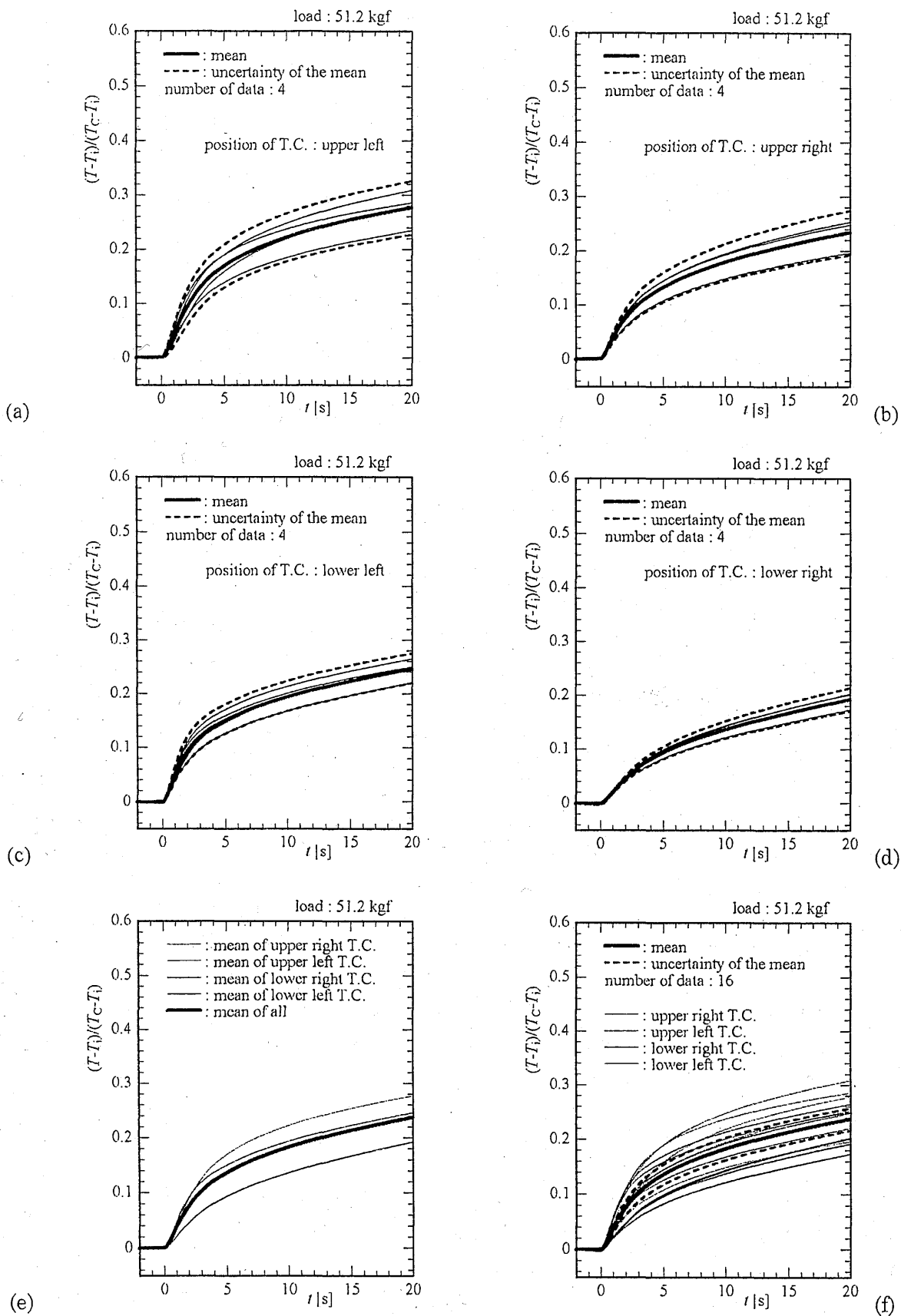


図 5.21 荷重 51.2kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

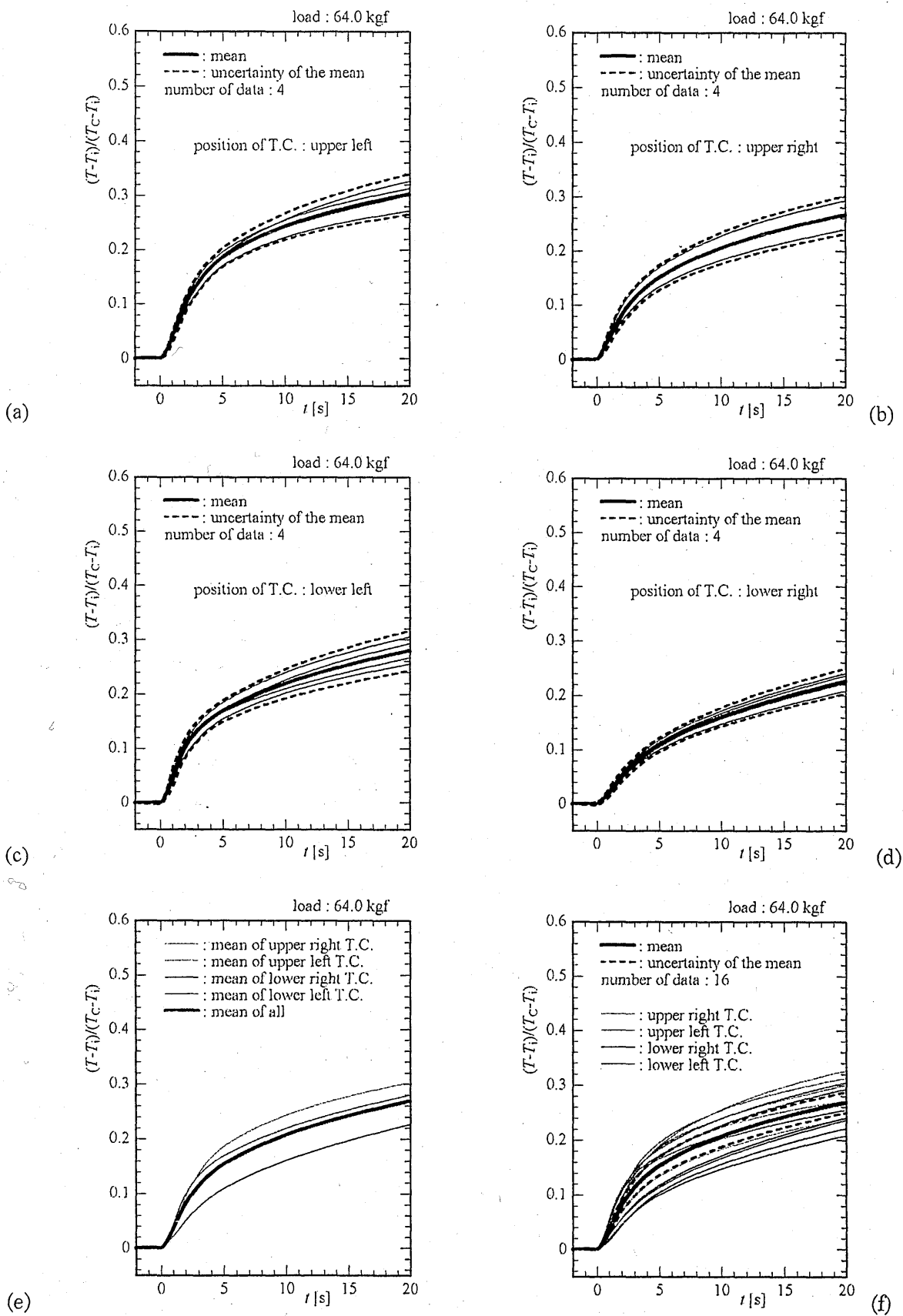


図 5.22 荷重 64.0kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

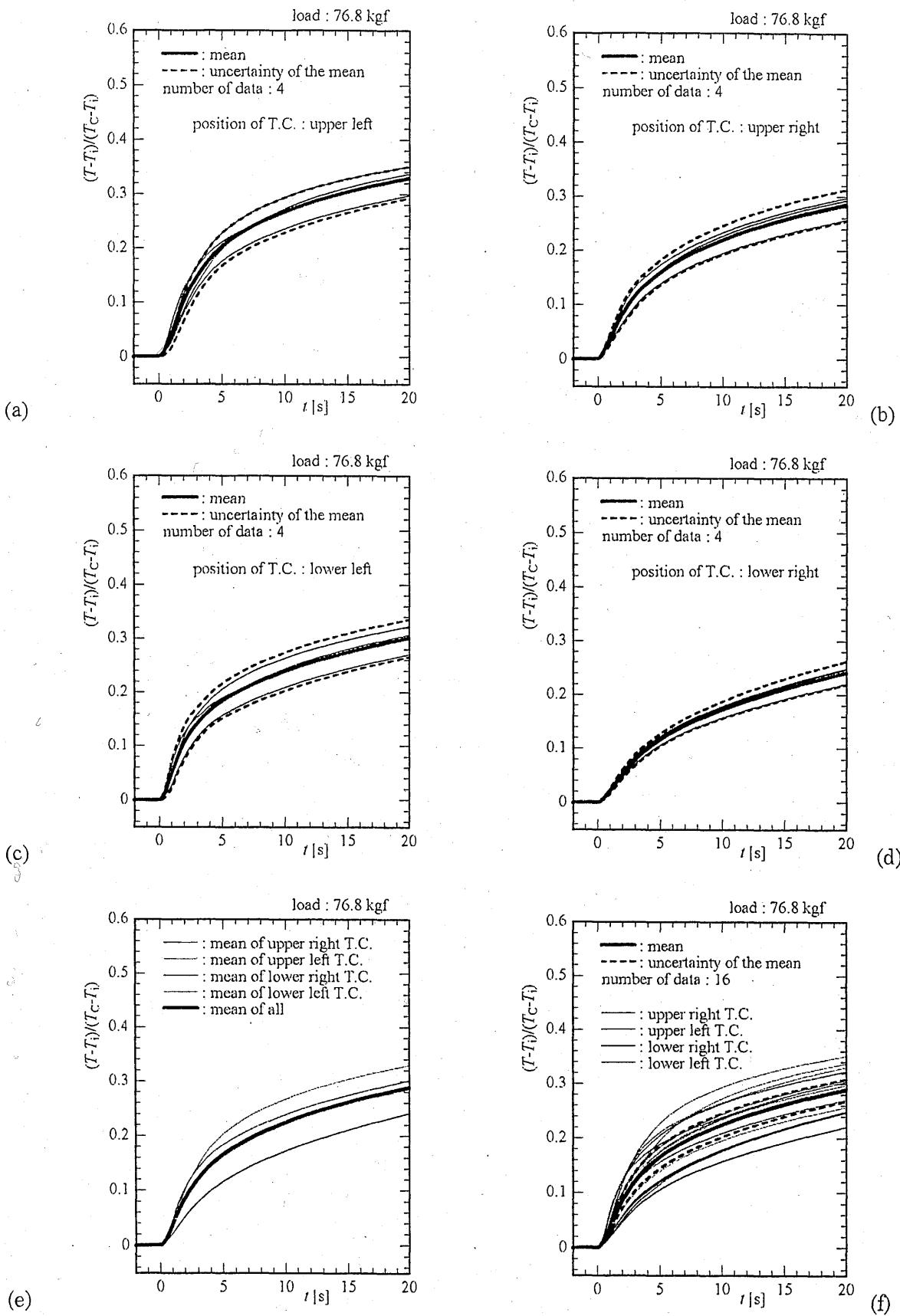


図 5.23 荷重 76.8kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

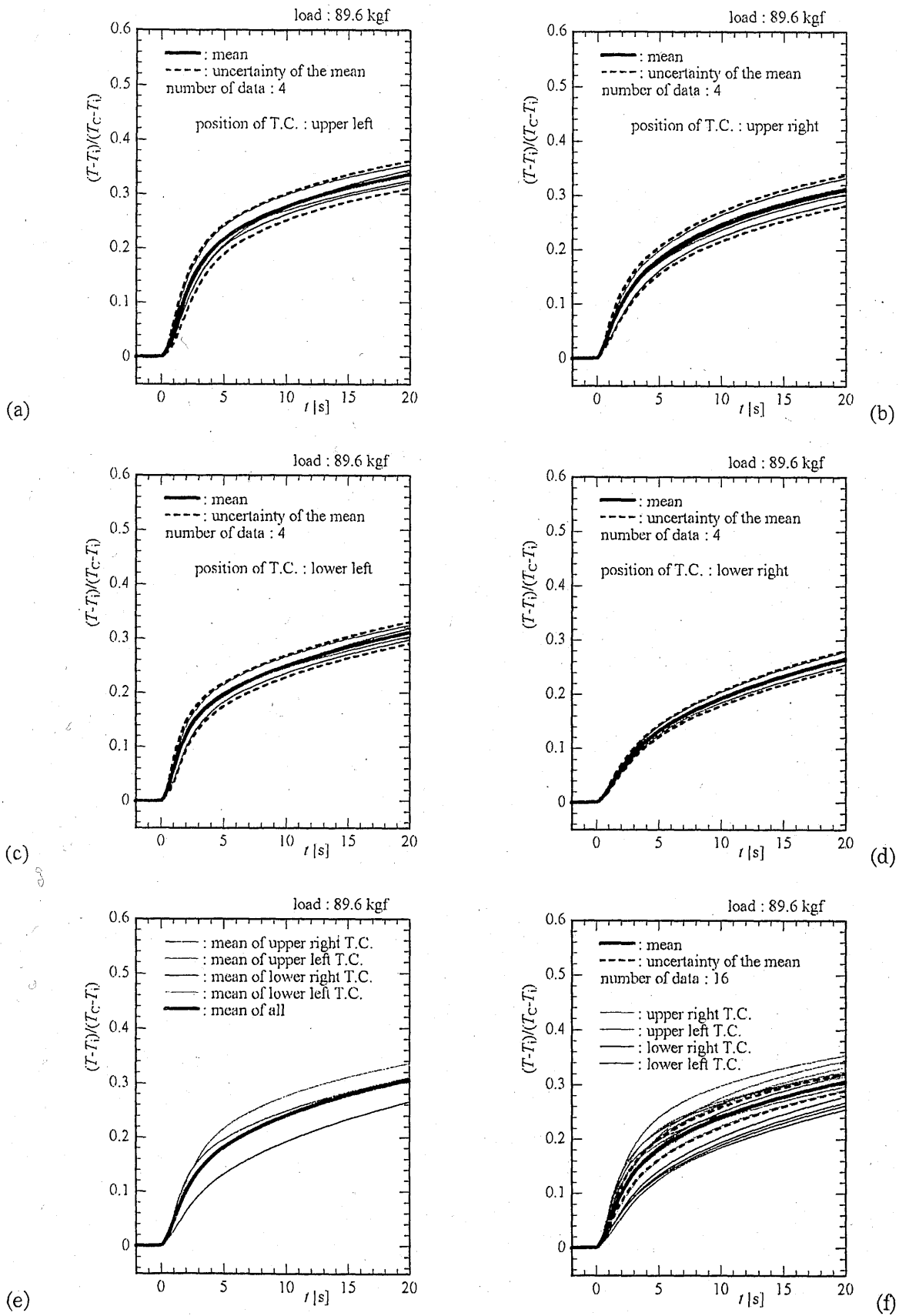


図 5.24 荷重 89.6kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

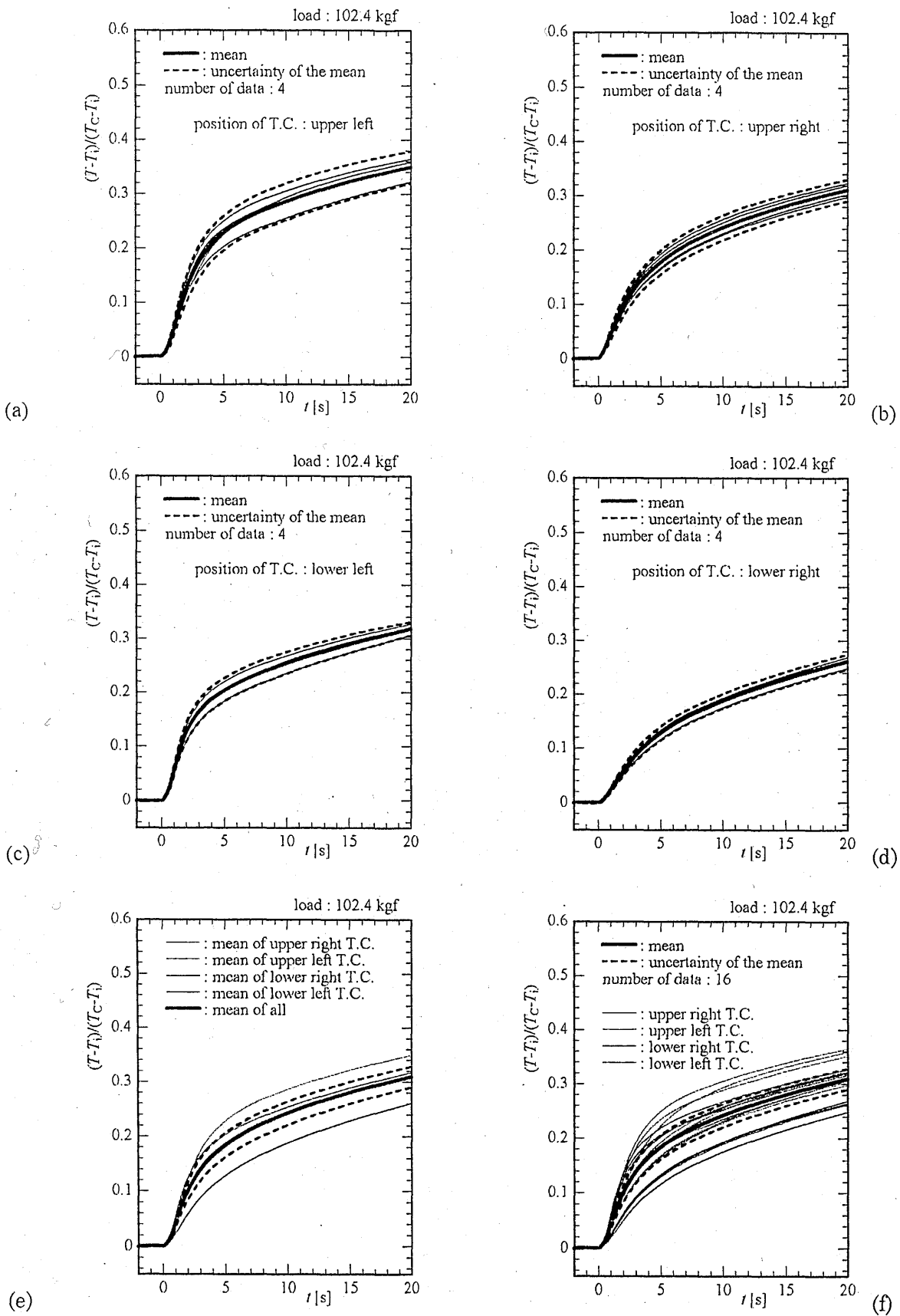


図 5.25 荷重 102.4kgf における温度変化の測定結果 (アルミ合金ローラ)
 (a)左上熱電対 $T_{1,k}$ と \bar{T}_1 、(b)右上熱電対 $T_{2,k}$ と \bar{T}_2 、(c)左下熱電対 $T_{3,k}$ と \bar{T}_3 、
 (d)右下熱電対 $T_{4,k}$ と \bar{T}_4 、(e)各熱電対平均 \bar{T}_j と全平均 \bar{T}_m 、(f)全データ $T_{j,k}$ と全平均 \bar{T}_m

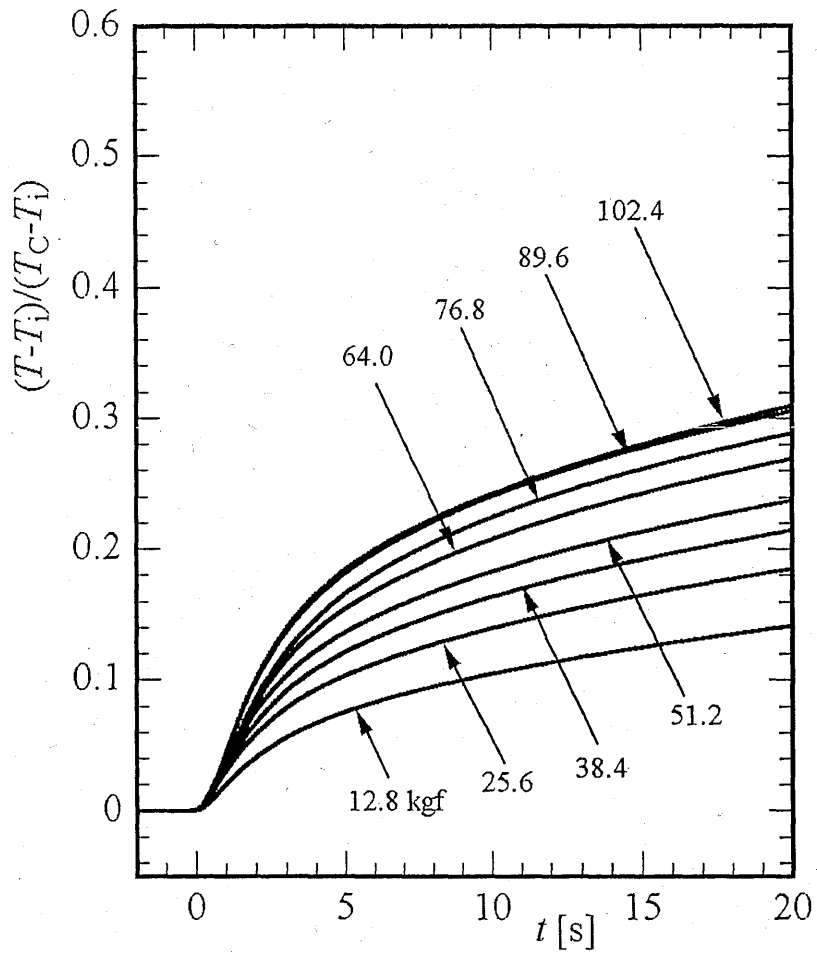


図 5.26 温度変化の測定結果 (各荷重の平均 $\bar{T}_m(W)$) のまとめ

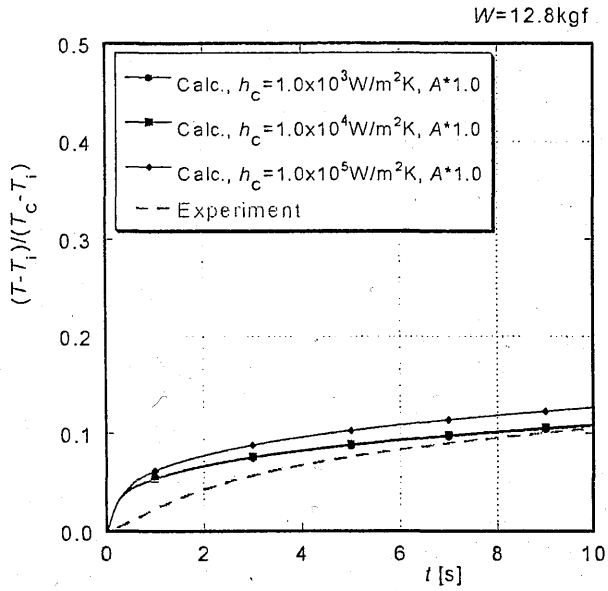


図 5.27 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=12.8\text{kgf}$)

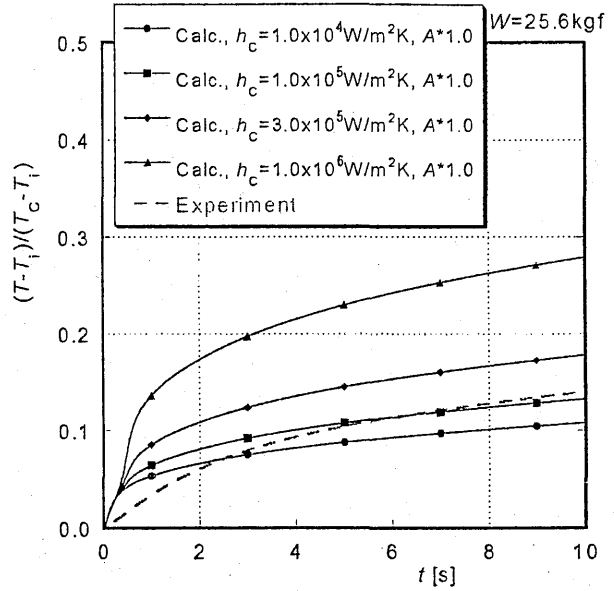


図 5.28 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=25.6\text{kgf}$)

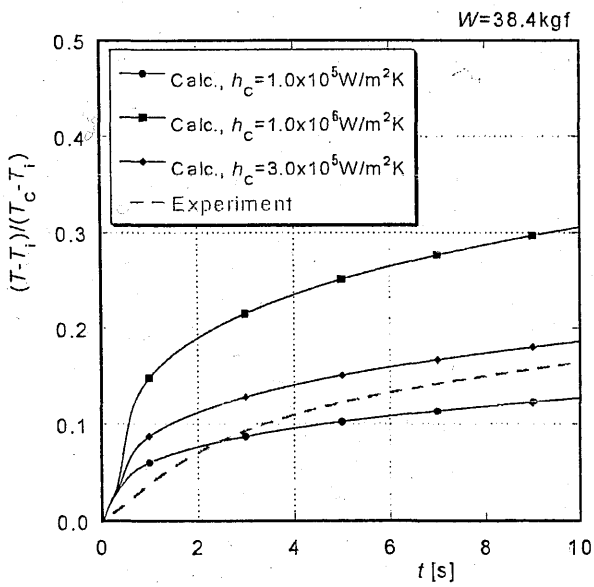


図 5.29 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=38.4\text{kgf}$)

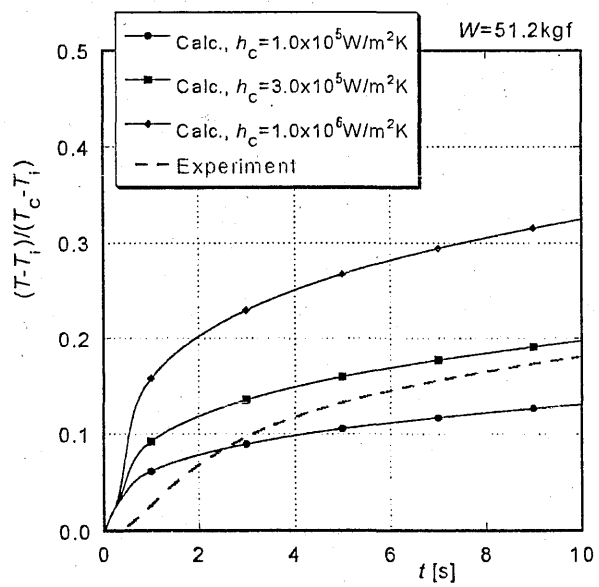


図 5.30 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=51.2\text{kgf}$)

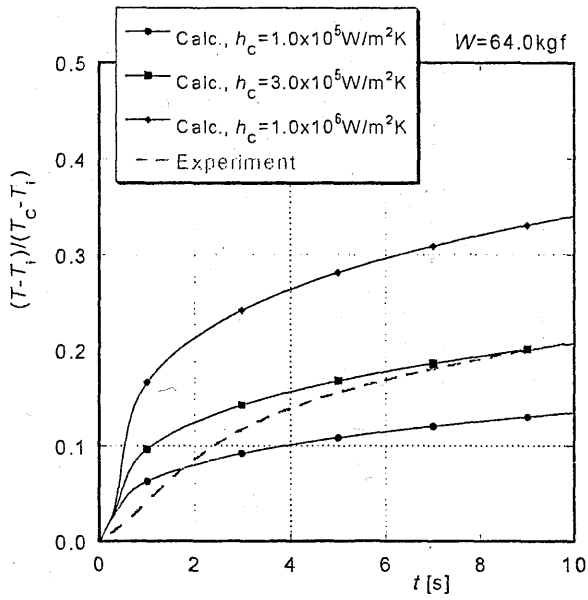


図 5.31 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=64.0\text{kgf}$)

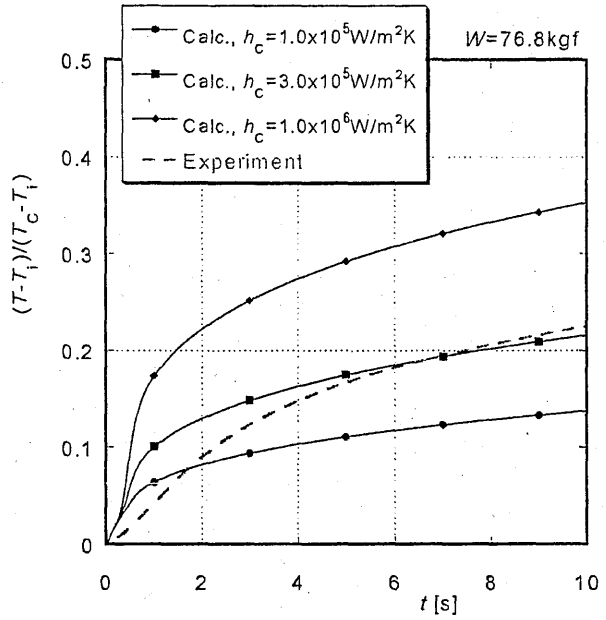


図 5.32 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=76.8\text{kgf}$)

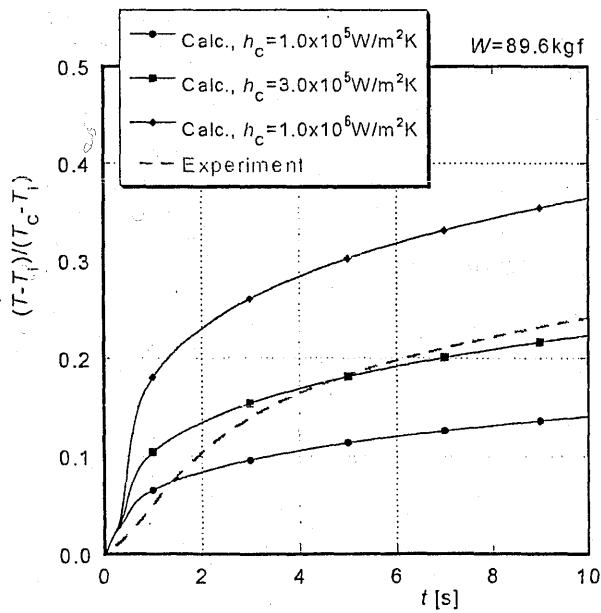


図 5.33 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=89.6\text{kgf}$)

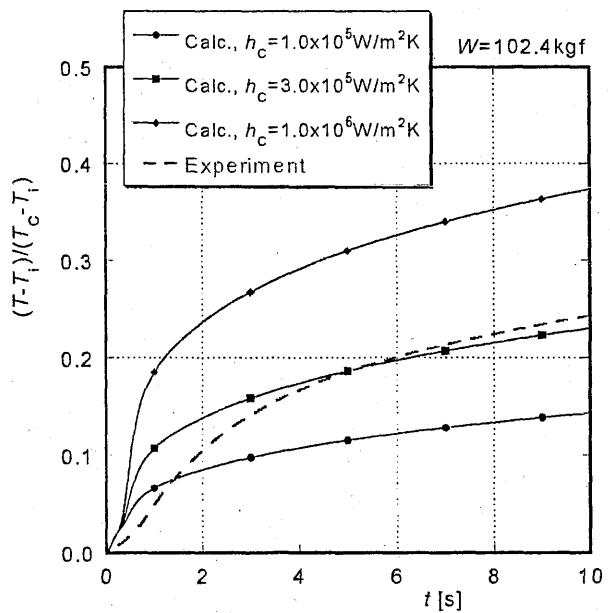


図 5.34 温度変化の実験結果と
数値解析結果との比較 ($W=102.4\text{kgf}$)

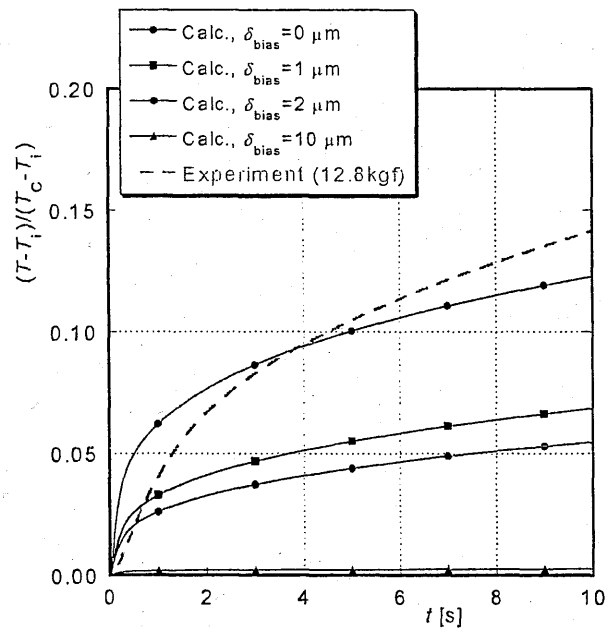


図 5.35 アルミ合金ローラにおける空気熱伝導の寄与

6. 結論

(1) 動的接触熱抵抗 r_c [$\text{m}^2\cdot\text{K}/\text{W}$] の定義は、仮想的な接触熱抵抗層の厚さ $2\delta_c$ [m] と熱伝導率 λ_c [$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$] との組み合わせとして $r_c=2\delta_c/\lambda_c$ とすることが妥当である。接触熱抵抗層の仮想厚さ δ_c の定義には任意性があるが、熱容量の影響が生じぬよう接触面 rms 粗さオーダとすることを提案する。

(2) 接触熱抵抗層の存在を仮定した半無限体（平板）の非定常熱伝導理論解析を行い、境界条件の非定常性に起因する新たな熱抵抗は生じないことを示した。つまり、抵抗層内での温度伝播速度は無限大であり、そこでの温度分布は定常熱伝導で与えられる直線分布と見なして差し支えない。

(3) 半無限体（平板）の非定常熱伝導理論解析を利用して、接触熱抵抗評価における非定常法の測定感度を吟味した。その結果、温度測定点を接触面から数 mm 程度の深さで行う条件に対して、良好な測定感度を与える接触時間 t [s] と種々の材質と接触熱コンダクタンス h_c [$\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$] について以下のように評価した。

材質	接触熱コンダクタンス h [$\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$]	測定点深さ x [mm]	$\alpha=h_c x/\lambda$	接触時間 t [s]
銅 $\lambda=390\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ $a=110\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	1×10^3	3.9	0.01	$17\leq t$
	1×10^4	3.9	0.1	$0.41\leq t\leq 110$
	1×10^5	3.9	1	$0.061<t<4.8$
	1×10^6	3.9	10	測定不可能
アルミニウム $\lambda=200\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ $a=84\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	1×10^3	2.0	0.01	$5.9<t$
	1×10^4	1.0	0.05	$0.092<t<30$
	1×10^5	1.0	0.5	$8.3\times 10^{-3}<t<0.83$
	1×10^6	1.0	5	$3.0\times 10^{-3}<t<3.7\times 10^{-3}$
ジュラルミン (A7075) $\lambda=130\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ $a=55\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	1×10^3	1.3	0.01	$9.5<t<2400$
	1×10^4	1.3	0.1	$0.095<t<24$
	1×10^5	1.3	1	測定困難
	1×10^6	1.3	10	測定不可能
炭素鋼 $\lambda=40\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ $a=10\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	1×10^2	2.0	0.005	$160<t$
	1×10^3	0.8	0.02	$2.0<t$
	1×10^4	0.8	0.2	$0.095\text{s}<t<18\text{s}$
	1×10^5	0.8	2	$0.018<t<0.18$
ステンレス鋼 $\lambda=15\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ $a=4\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	1×10^2	3.0	0.02	$69<t$
	1×10^3	1.5	0.1	$1.7<t<430$
	1×10^4	1.5	1	$0.25\text{s}<t<7.0$
	1×10^5	1.5	10	測定不可能

この評価結果は平板に対するものであり、円筒表面の線状接触については本研究で開発した数値解析コードなどを用いて、測定点での温度変化が接触熱コンダクタンスへの明瞭な依存性を示す条

件を見出すことで評価可能である。

(4) 理論解析により、接触円筒間の介在空気を通しての熱伝導の寄与を評価した。円筒間隙間の減少とともに現れる希薄気体効果を考慮しない場合、直径 60mm、長さ 180mm の円筒面接触における介在空気熱伝導による熱コンダクタンス（単位長さ当たり）は約 $24\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ と評価された。

(5) 一方、円筒面間の放射伝熱および回転円筒が誘起する空気対流伝熱の影響について理論解析した結果、両者とも無視できることを示した。

(6) 小型圧延機をベースにした動的接触熱抵抗実験装置を製作し、高温円筒面と低温円筒面を急速接触させる非定常法を原理とする接触熱抵抗測定手法を開発した。装置製作にあたって、回転系からの信号取得、均一荷重負荷の工夫を施した。

(7) 円筒温度の時間変化を数値解析するための計算コードを開発し、介在空気層の熱伝導の影響、そこでの希薄気体効果、急速接触を模擬した初期条件の適切な組み込みを行った。

(8) 直径 60mm、長さ 180mm の炭素鋼 (S45C) 円筒面の静的接触熱抵抗を荷重 12.8~102.4kgf の範囲で測定した。その結果は表 5.1 (p.57) に示した通りである。この結果より以下のことを明らかにした。

- 荷重の増加とともに全熱コンダクタンスが増加し、高温円筒から低温円筒への熱移動が促進される。
- 全ての荷重条件について接触熱抵抗はほとんど無視でき、熱流束が接触部に向かって縮流することに起因する縮流熱抵抗が支配的である。
- 縮流熱抵抗は接触部面積（即ち、幅）に依存し、対象とした炭素鋼円筒面（rms 粗さ $0.07\mu\text{m}$ 、最大粗さ $2\sim 4\mu\text{m}$ ）の場合、接触部幅の見積もり値は Hertz 接触の理論推定値の 1.0~2.6 倍となる。

(9) 同寸法のアルミ合金 (A6061) 円筒面の静的接触熱抵抗を荷重 12.8~102.4kgf の範囲で測定した。その結果は表 5.2 (p.71) に示した通りである。この結果より以下の結論を得た。

- 炭素鋼ローラと同様に、荷重の増加とともに全熱コンダクタンスが増加し、高温円筒から低温円筒への熱移動が促進される。
- 全接触熱コンダクタンスはかなり小さく、炭素鋼ローラの $1/200\sim 1/400$ に留まる。その理由は検討中であるが、アルミ合金ローラ表面に成長する酸化被膜によって、接触部の熱伝導率が低下すること、および表面硬さが増して接触幅が縮小することが原因と推測される。

参考文献

- Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, (2nd ed.), Oxford Univ. Press, p.319.
- 甲藤好郎, 1963, 伝熱概論, 養賢堂, pp. 201-220.
- 川上久直, 1996, シリコンゴムシートによる接触熱抵抗低減効果の予測, 横浜国立大学大学院工学研究科修士論文.
- 日本機械学会, 1986, 伝熱工学資料—改訂第4版, p. 237.
- パタンカー, S. V. 原著, 水谷幸夫, 香月正司 共訳, 1985, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版.
- Timoshenko, S. and Goodier, J. N., 1951, *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill.
- 鳥居薫, 1998, 接触熱抵抗評価法の基礎と最近の進展, 第35回伝熱シンポジウムレクチャーコース, pp. 1-48.
- Torii, K and Yanagihara, J. I., 1989, Thermal Contact Resistance in Space Environment, *J. Heat Transfer Society of Japan*, Vol.28, No. 110, pp. 79-99.

付録A 式(2.13)、(2.14)の証明

付図A1に示す非定常熱伝導モデルを考える(本図は図2.5と同一である)。このモデルに対する非定常熱伝導方程式は

$$\frac{\partial^2 \theta_c}{\partial x^2} - \frac{1}{a_c} \frac{\partial \theta_c}{\partial t} = 0 \quad \text{at } -\delta_c < x < 0, t > 0 \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad \text{at } x > 0, t > 0 \quad (\text{A2})$$

境界条件

$$\lambda_c \frac{\partial \theta_c}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{at } x = 0, t > 0 \quad (\text{A3})$$

$$\theta_c = \theta \quad \text{at } x = 0, t > 0 \quad (\text{A4})$$

$$\theta_c = 1 \quad \text{at } x = -\delta_c, t > 0 \quad (\text{A5})$$

$$\theta = 0 \quad \text{at } x = +\infty, t > 0 \quad (\text{A6})$$

初期条件

$$\theta_c = \theta = 0 \quad \text{at } t = 0 \quad (\text{A7})$$

これらの式を t に関してラプラス変換すると、

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}_c}{dx^2} - \frac{s}{a_c} \tilde{\theta}_c = 0 \quad \text{at } -\delta_c < x < 0 \quad (\text{A8})$$

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}}{dx^2} - \frac{s}{a} \tilde{\theta} = 0 \quad \text{at } x > 0 \quad (\text{A9})$$

ここに

$$\tilde{\theta}(x, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \theta(x, t) dt \quad (\text{A10})$$

故に式(A3)と(A4)より

$$\lambda_c \frac{\partial \tilde{\theta}_c}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x}, \quad \tilde{\theta}_c = \tilde{\theta} \quad \text{at } x = 0 \quad (\text{A11})$$

式(A5)、(A6)より

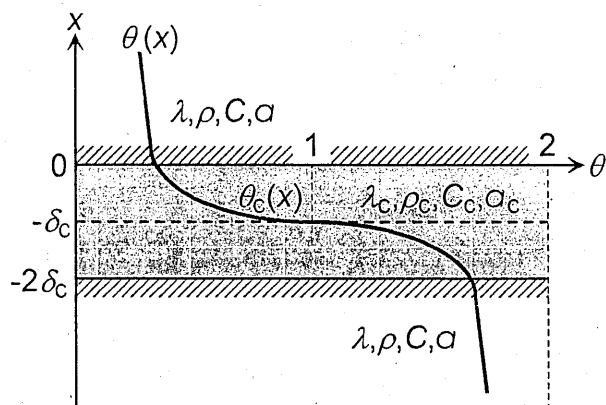
$$\tilde{\theta}_c = 1/s \quad \text{at } x = -\delta_c \quad (\text{A12})$$

$$\tilde{\theta} \rightarrow 0 \quad \text{as } x \rightarrow \infty \quad (\text{A13})$$

式(A12)を満足する式(A8)の一般解は

$$\tilde{\theta}_c = \frac{1}{s} \cosh \left\{ \sqrt{\frac{s}{a_c}} (\delta_c + x) \right\} + C_1 \sinh \left\{ \sqrt{\frac{s}{a_c}} (\delta_c + x) \right\}$$

式(A13)を満足する式(A9)の一般解は



付図A1 非定常熱伝導モデル

$$\bar{\theta} = C_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a}} x\right)$$

未定係数 C_1 と C_2 は式(A11)から求められ、

$$\bar{\theta}_c(x, s) = \frac{\cosh \sqrt{\frac{s}{a_c}} x - \frac{\lambda}{\lambda_c} \sqrt{\frac{a_c}{a}} \sinh \sqrt{\frac{s}{a_c}} x}{s \left(\cosh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c + \frac{\lambda}{\lambda_c} \sqrt{\frac{a_c}{a}} \sinh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c \right)} \quad (\text{A14})$$

$$\bar{\theta}(x, s) = \frac{1}{s \left(\cosh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c + \frac{\lambda}{\lambda_c} \sqrt{\frac{a_c}{a}} \sinh \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c \right)} \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a}} x\right) \quad (\text{A15})$$

以下の式変形を容易にするため、次のような変数置換を行う。

$$\sigma = \frac{\lambda}{\lambda_c} \sqrt{\frac{a_c}{a}}, \quad \alpha = \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} \quad (\text{A16})$$

式(A15)を級数展開すると、

$$\begin{aligned} \bar{\theta} &= \frac{2}{s(1+\sigma) \left\{ 1 - \alpha \exp\left(-2\sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c\right) \right\}} \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a}} x - \sqrt{\frac{s}{a_c}} \delta_c\right) \\ &= \frac{2}{(1+\sigma)s} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \exp\left[-\sqrt{\frac{s}{a_c}} \left\{ (2n+1)\delta_c + \sqrt{\frac{a_c}{a}} x \right\}\right] \end{aligned} \quad (\text{A17})$$

次に上式を逆ラプラス変換する。ラプラス変換表によれば、

$$\frac{\exp(-\sqrt{s/a} x)}{s} \rightarrow \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (\text{A18})$$

式(A18)を式(A17)に代入すれば、

$$\theta(x, t) = \frac{2}{1+\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \operatorname{erfc}\left\{\frac{(2n+1)\delta_c + \sqrt{a_c/a} x}{2\sqrt{a_c t}}\right\} \quad (\text{A19})$$

同様に式(A13)を級数展開して逆ラプラス変換すると、

$$\theta_c(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \left[\operatorname{erfc}\left\{\frac{(2n+1)\delta_c + x}{2\sqrt{a_c t}}\right\} - \alpha \cdot \operatorname{erfc}\left\{\frac{(2n+1)\delta_c - x}{2\sqrt{a_c t}}\right\} \right] \quad (\text{A20})$$

ラプラス変換表から

$$\frac{\exp(-\sqrt{s/a_c} x)}{\sqrt{s/a_c}} \rightarrow \sqrt{\frac{a_c}{\pi t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a_c t}\right) \quad (\text{A21})$$

同様に

$$\left[\frac{\partial \theta_c}{\partial x}\right]_{x=-\delta_c} = -\frac{1}{\sqrt{\pi a_c t}} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \exp\left(-\frac{n^2 \delta_c^2}{a_c t}\right) \right\} \quad (\text{A22})$$

十分に時間が経過した場合 ($t \gg 1$)

$$\left[\frac{\partial \theta_c}{\partial x}\right]_{x=-\delta_c} = -\frac{1}{\sqrt{\pi a_c t}} \left\{ 1 + \frac{2\alpha}{1-\alpha} \right\} = -\frac{1}{\sqrt{\pi a_c t}} \left(\frac{\lambda \rho C}{\lambda_c \rho_c C_c} \right)^{1/2} \quad (\text{A23})$$

薄膜の場合には $\delta_c \ll 1$ であり、式(A14)から

$$\tilde{\theta} = \frac{\lambda_c \exp(-\sqrt{s/a} x)}{s \left(\lambda_c + \sqrt{\frac{a_c}{a}} \lambda \delta_c \sqrt{\frac{s}{a_c}} + \frac{1}{2} \lambda_c \frac{s}{a_c} \delta_c^2 + \dots \right)} \quad (\text{A24})$$

δ_c の 1 次の微小項だけを残すと次式が得られる。

$$\tilde{\theta} = \frac{\lambda_c \exp(-\sqrt{s/a} x)}{s \left(\lambda_c + \sqrt{s/a} \lambda \delta_c \right)} \quad (\text{A25})$$

これは膜の熱容量を無視した場合 ($a_c \rightarrow \infty$) の解に他ならない。膜の熱容量を考慮して δ_c^2 の項まで残すと、

$$\tilde{\theta} = \frac{k \exp(-\sqrt{s/a} x)}{s \left(k + \sqrt{s/a} + k's \right)} \quad (\text{A26})$$

ここに、

$$k = \frac{\lambda_c}{\lambda \delta_c}, \quad k' = \frac{\lambda_c \delta_c}{2a_c \lambda} \quad (\text{A27})$$

式(A26)は接触熱抵抗がない半無限体 (初期温度 $\theta=0$) を温度 $\theta=1$ の流体と動的に接触させた場合について、半無限体の表面温度 θ_0 を次の境界条件で求めた解と同一である。

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial x} - k' \frac{\partial \theta_0}{\partial t} - k \theta_0 = -k \quad \text{at } x=0 \quad (\text{A28})$$

このことを次に証明する。

付録B 式(2.17)の証明

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad (\text{B1})$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \theta &= 0 && \text{at } t = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} - k' \frac{\partial \theta}{\partial t} - k\theta &= -k && \text{at } x = 0, t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B2})$$

t に関してラプラス変換すると

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}}{dt^2} - q^2 \tilde{\theta} = 0 \quad (\text{B3})$$

ここで、 $q^2 = s/a$ 。境界条件は、

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dx} - k' \left(s\tilde{\theta} - \lim_{t \rightarrow +0} \tilde{\theta} \right) - k\tilde{\theta} = -\frac{k}{s} \quad \text{at } x = 0 \quad (\text{B4})$$

なお、 $\lim_{t \rightarrow +0} \tilde{\theta} = 0$ である。

(B4)の解は $x \rightarrow \infty$ で有限でなければならないので、

$$\tilde{\theta} = \tilde{\phi}(s) \exp(-qx) \quad (\text{B5})$$

これを式(B4)に代入すると、

$$-q\tilde{\phi}(s) \exp(-qx) - k' s\tilde{\phi}(s) \exp(-qx) - k\tilde{\phi}(s) \exp(-qx) = -\frac{k}{s} \quad (\text{B6})$$

$x=0$ では、

$$-q\tilde{\phi}(s) - k' s\tilde{\phi}(s) - k\tilde{\phi}(s) = -\frac{k}{s} \quad (\text{B7})$$

故に、

$$\tilde{\phi}(s) = \frac{k/s}{(q + k's + k)} \quad (\text{B8})$$

故に解(B5)は

$$\tilde{\theta} = \frac{k}{s(q + k's + k)} \exp(-qx) \quad (\text{B9})$$

(B9)は(A26)と同一であり証明された。