論文 No.98-0085

# 簡易モデルを用いたハニカムサンドウィッチ構造材料の弾塑性解析\*

小笠原 永 久<sup>\*1</sup>, 白 鳥 正 樹<sup>\*1</sup> 于 強<sup>\*1</sup>, 宮 野 篤<sup>\*2</sup>

## Elastic-Plastic Analysis of Honeycomb Sandwich Construction by Using Honeycomb Model

Nagahisa OGASAWARA, Masaki SHIRATORI, Qiang YU and Atsushi MIYANO

A simple method for structural analysis of honeycomb sandwich construction (HSC), which is used as light weight and high stiffness material, was given. It was shown that a rigidity of honeycomb material is very influential to the stiffness of HSC when HSC is subjected to bending load, and elastic and plastic moduli of rigidity are given by honeycomb parameters such as cell size and cell wall thickness. Therefore the authors proposed the finite element model for structural analysis of HSC, which can simulate the HISC deformed behavior without detailed hexagnal mesh. The analyses results given by proposed model agreed with the results of the experiment and the deta**ied** meshing analyses. This model doesn't reduce the precision but reduce much time for pre-post processes and analyses.

Key Words: Structural Analysis, Finite Element Method, Elasticity, Plasticity, Anisotropy, Honeycomb Sandwich Construction, Stress-Strain Matrix

1. 緒 言

ハニカムサンドウィッチ構造材料(以下HSC)は、 軽量かつ高い剛性をもつ高性能構造材料として、主に 航空宇宙産業で使用されてきた。近年では、産業界の 発展とともに材料に求められる条件が厳しくなってき たこと、また、一般接着技術の向上によりHSCの信 頼性が上がったことなどの理由で、交通・建築などの 一般産業分野においても広く使用されるようになって きている<sup>(1)</sup>。それに伴いHSCの形状および拘束条件 などの使用条件も複雑化し、有限要素法を利用した剛 性あるいは強度設計を行う必要が出てきた。

しかし、ハニカム材料が細かい六角形の集合体である ため、要素分割など前後処理作業は複雑となり、また 多大な節点数に対応できる大容量計算機が必要となる。 これらマイナス要因で効率的な解析が行えていない現 状がある。また従来の研究は、弾性変形に関するもの <sup>(2) (3)</sup>、限られた境界条件での塑性変形に関するもの <sup>(4) - (7)</sup>がほとんどである。

そこで本研究では、細かい六角構造を意識することな く、ハニカム材料の弾塑性挙動を正確かつ簡単に再現 できるハニカム材料弾塑性モデルを作成した。 2. ハニカム材料の弾性挙動

2.1 ハニカム材料のせん断剛性 HSCは、ア ルミニウム箔でできた中空六角柱の集合体、つまりハ ニカム材料をコア材(芯材)とし、アルミニウムある いはFRPなど耐荷能力のある薄い板でサンドウィッ チした複合構造材料である。図1にその構造を示す。



Fig. 1 Honeycomb Sandwich Construction

HSCが床板材などの平板構造材料として利用される際には、3点曲げ荷重が加えられることが多い。そして、その設計方法には、キルヒホッフの仮定を利用した等価板厚法が用いられている<sup>(8)</sup>。

<sup>\*</sup> 原稿受付 1998年1月20日.

<sup>\*1</sup> 正員, 横浜国立大学工学部(参 240-8501 横浜市保土ケ谷区常 盤台 79-5).

<sup>\*2</sup> 横浜国立大学大学院 [現:(株)日立製作所].

サンドウィッチ構造において、上記仮定が成り立つた めには、内部コア材料の面外積弾性係数: $G_{yz} \cdot G_{zx}$ が表面板材料の積弾性係数: $G_{ss}$ と同程度に高い( $G_{s}$  $s = G_{yz} \cdot G_{zx}$ )必要があり、その変形は、中立軸を平 板中央に持つ図2(a)に示した状態となる。一方、内部 コア材料の面外構弾性係数が非常に小さいと考えられ る場合( $G_{yz} = 0$ )は、上下表面板がそれぞれ独立の中 立軸を持つ図2(b)の変形状態となり、サンドウィッチ 板全体の曲げ剛性は非常に小さくなる。



(b)  $G_{YZ} \rightleftharpoons 0$ Fig. 2 Deformed shape of three point bending

薄いアルミニウム箔(→般に約20~100μm)を接着 接合し作成した、接着ハニカム材料の面外横弾性係数 は、表面板材料の横弾性係数より小さいが無視できな い程度の大きさを持っている(G<sub>SS</sub>≫G<sub>YZ</sub>・G<sub>ZX</sub>≫0) ため、HSCの曲げ変形は、図2(a)→(b)の中間の状態 になると考えられる。また、ハニカム材料の面外横弾 性係数はセルサイズ等のパラメータによって変化する ため<sup>(2)</sup>、変形状態もそれに伴って変化する。よって、 HSCの剛性設計をする際には、ハニカム材料の面外 横弾性係数を正確に評価する必要があるといえる。

2.2 ハニカム材料の直交異方性 ハニカム材料 は中空六角柱の集合体であり、また製造方法に起因し て、中空六角柱の6面の中で1組の向かい合う2面が 2枚重ねに接着されているため、その2面の板厚は他 の4面の2倍である。それ故に、ハニカム材料のXY 平面における面外横弾性係数は、角度による異方性を 有していると考えられる。

そこで、有限要素法によるハニカム材料細分割モデル を用いて、せん断試験のシミュレート解析を行い、ハ ニカム材料の面外横弾性係数の異方性について考察し た。

まず、面内力を考慮できる4節点薄肉シェル要素を用 いて、コア高さ:h(ここでは単位高さ)とセルサイ ズ: sより十分大きな半径を持つハニカム材料の円盤 (図3)を作成する。円盤の軸方向上端面中心を原点 としている。境界条件として、下端面にある全節点の 自由度のXYZ並進方向を拘束し、上端面の全節点に 対し、X軸より角度0方向に微小単位変位を与えた。 角度0を0~90度まで変化させた時に得られるそれ ぞれの反力値:F。をXY平面断面積:Axyで除し、等 価面外横弾性係数G。とする。

図4は解析によって得られた、XY平面における等価 面外横弾性係数の方向による違いを示している。(a)は 中空六角柱の6面の板厚が全て同じ厚さであると仮定 したハニカム材料の結果であり、(b)は図3においてY Z平面に平行な面が他面の2倍の厚さとなっている一 般ハニカム材料(接着接合製造)の結果を示している。

図4(a)においては、理論的にも証明されるように六角 形の形状に基づく60度周期の異方性は確認されなかっ たが、(b)より板厚の変化に基づく楕円形分布の異方性 が確認された。このことから、ハニカム材料の横弾性 係数は、直交異方性を有するものとして近似できる。

また、面内方向横弾性係数: $G_{xy}$ は、これら面外横 弾性係数と比較して非常に小さいこと、さらに単軸引 張方向に関して、面内方向縦弾性係数: $E_x \cdot E_y$ は、 面外方向の縦弾性係数: $E_z$ と比較して非常に小さいこ とは、ハニカム材料の構造から容易に想像できる。

これらの結果より、HSC内のハニカム材料は、図1 のXYZの3軸方向に沿った直交異方性材料として扱 う必要があるといえる。







2.3 直交異方性 前節によってハニカム材料が 直交異方性を有することが明らかになった。有限要素 法では直交異方性材料の弾性応力一ひずみマトリック スが式(1)で表され、汎用有限要素法ソフトにおい ては式(1)を利用した8節点ソリッド要素を用いる ことで、材料の直交異方性を容易に再現することがで きる。式(1)内のE・G・>はそれぞれ縦弾性係数・ 横弾性係数・ボアソン比を、添字は各方向を表してい る。また、相反定理式(2)を利用すれば、式(1) の独立した定数は9つとなる。

$$D = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_{x}} & \frac{-\nu yx}{E_{y}} & \frac{-\nu zx}{E_{z}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu xy}{E_{x}} & \frac{1}{E_{y}} & \frac{-\nu zy}{E_{z}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu xz}{E_{x}} & \frac{-\nu yz}{E_{y}} & \frac{1}{E_{z}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix}^{-1}$$
(1)  
$$\frac{\nu_{ij}}{E_{i}} = \frac{\nu_{ji}}{E_{j}}$$
(2)

2.4 等価弾性係数 ハニカム材料は、六角柱内 に空疎があり連続材料ではないが、六角柱は構造全体 と比して非常に小さく、また極めて周期的な構造をし ているため、構造全体としては連続・均質材料として 扱うことができる。

既にGibsonらは、単軸引張あるいは単純せん断時にお ける六角形セルの変形状態から、ハニカム材料全体の 等価弾性係数を求める手法を提案している<sup>(2)(3)(7)</sup>。

本研究ではGibsonらの手法を接着接合ハニカム材料に 応用し、各弾性係数等を決定した。これらの定数を表 1にまとめて示す。コア密度:Rは、セル壁箔厚:t とセルサイズ:sの比(t/s)を表し、E<sub>s</sub>・G<sub>s</sub>・<sub>ν</sub> <sub>s</sub>は、それぞれハニカム材料の素材材料のヤング率・横 弾性係数・ポアソン比である。

Table T Equivalent material properties				
Young's modulus	modulus of rigidity	Poisson's ratio		
$E_X = 12R^3E_S$	$G_{XY} = \frac{36}{5} RG_S$	v <sub>XY</sub> =l		
$E_{Y} = 12R^{3}E_{S}$	$G_{YZ} = \frac{5}{3}RG_S$	$\nu \gamma z = \frac{9}{2} R^2 \nu s$		
$E_{Z} = \frac{8}{3}RE_{S}$	G <sub>ZX</sub> =RG <sub>S</sub>	ν ZX= ν S		

Table 1 Equivalent material properties

表1の各弾性係数を式(1)に代入すると、ハニカム 材料の弾性挙動を表すことができる弾性応力一ひずみ マトリックス式(3)が完成する。このマトリックス を利用することで、六角セルを要素分割しないでもハ ニカム材料の異方性を再現することが出来る。



3. ハニカム材料の塑性

3.1 HSCの弾塑性変形 利用分野が急速に広 まりつつあるHSCであるが、その利用方法が多様化 するにつれ、最適設計を行う必要がでてきた。そのた めには、HSCの弾性挙動だけではなく、非線形挙動 を把握することが重要である。HSCの非線形挙動と しては、以下の形態があげられる。

1. ハニカム材料の圧潰座屈

2. 表面板とハニカム材料の接着はく離

3. 表面板の降伏

4. ハニカム材料の降伏

HSCがおかれる最も多い条件は3点曲げであり、そ の非線形挙動では上記4種類のいずれの形態も起こり うる。しかし、座屈や接着はく離は、局所荷重や熱荷 重などの特殊な条件下で使用される際に起きやすい現 象であり、一般構造材料として使用される際には、表 面材料とハニカム材料の降伏が重要な問題となる。

そこで、前節までに述べたハニカム材料の簡易弾性モ デルに降伏条件を付加し、HSCの簡易弾塑性モデル を構築した。

3.2 ハニカム材料の塑性変形 HSCが3点曲 げ荷重を受けたとき、内部ハニカム材料は、主に面外 せん断変形を引き起こしている。しかし、この変形は、 ハニカム材料を均質材料として扱った場合の面外方向 せん断変形であり、実際のハニカム材料、つまり中空 六角柱の集合体を観察すると、各壁面の面内せん断変 形が引き起こされている。

一方、ミーゼスの降伏条件において、単純せん断によ る降伏の場合は式(4)が成立する。ここで σ<sub>sy</sub>はハ ニカム材料の素材材料の降伏応力であり、 <sub>σsy</sub>はハニ カム材料の素材材料せん断降伏応力である。

$$\tau_{sy} = \frac{\sigma_{sy}}{\sqrt{3}} \tag{4}$$

各壁面の面内せん断応力が素材材料せん断降伏応力: <sub>て sv</sub>に達したとき、壁面が降伏し、ハニカム材料の非 線形現象が生じると考えられる。

以下に、壁面の降伏条件について考察する。ハニカム

材料の周期性を考慮し、六角セルの一部(図5の斜線 部)について考える。製造方法により、セル壁1は2 枚の箔が接着されているため、以下ではその厚さをセ ル壁2、3の2倍として扱う。



Fig. 5 Part of hexagonal cell

まず、ZX面について考察する。ZX面にせん断変形 を与えた時、壁面2、3は同じ大きさの面内せん断変 形を受ける。図5の斜線部内において、等価された簡 易ハニカム材料モデルに生じるせん断応力をτ<sub>2x</sub>とし、 各壁面に生じているせん断応力: τ<sub>2</sub>・τ<sub>3</sub>との力の釣 り合いを式に表すと次式となる。

$$\tau_{2x} \frac{\sqrt{3}}{4} s^2 = \tau_2 \frac{ts}{2\sqrt{3}} \sin\frac{\pi}{6} + \tau_3 \frac{ts}{2\sqrt{3}} \sin\frac{\pi}{6}$$
(5)

 藍面2・3のせん断応力: $r_2 \cdot r_3$ がせん断降伏応 力: $r_{SY}$ に達した時、ハニカム材料は降伏し、非線形 挙動を示す。式(5)において、せん断降伏( $r_2 \cdot r_3 = r_{SY}$ )の条件のもと、式(4)を代入すると、簡易 ハニカム材料モデルの2X面せん断降伏条件式(6) が得られる。

$$\tau_{zx} = \frac{2}{3} \left( \frac{t}{s} \right) \sigma_{sy} \tag{6}$$

続いてYZ方向についても同様に考察する。YZ面に せん断変形を与えたとき、壁面1のせん断変形量は、 壁面2、3のそれらの倍である。このことに留意し、 力の釣合い式を表すと次式となる。

$$\tau_{\gamma 2} \frac{\sqrt{3}}{4} s^2 = \tau_1 \frac{ts}{2\sqrt{3}} + \tau_2 \frac{ts}{2\sqrt{3}} \sin\frac{\pi}{6} + \tau_3 \frac{ts}{2\sqrt{3}} \sin\frac{\pi}{6}$$
(7)

また、壁面1が降伏に達した時 ( $r_1 = r_{SY}$ )、ハニ カム材料は非線形挙動を示すが、壁面2、3に生じて いるせん断応力は壁面1の半分である ( $r_2 \cdot r_3 = 1/2$  $r_{SY}$ )。本条件のもと、式(7)に(4)を代入する とYZ方向せん断降伏条件式(8)が得られる。

$$\tau_{\rm YZ} = \frac{5}{3\sqrt{3}} \left(\frac{t}{s}\right) \sigma_{\rm SY} \tag{8}$$

ハニカム材料は直交異方性を有するため、その降伏条 件にミーゼスの条件は使用できない。そこで、直交異 方性を考慮できるヒルの降伏条件式(9)を使用する。

$$a_{1}(\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2} + a_{2}(\sigma_{y} - \sigma_{z})^{2} + a_{3}(\sigma_{z} - \sigma_{y})^{2} + 3a_{4}\tau_{xy}^{2} + 3a_{5}\tau_{yz}^{2} + 3a_{6}\tau_{zx}^{2} = 2\sigma_{sy}^{2}$$
(9)

ZX面の単純せん師時における降伏を仮定し、式(6) を第6項に代入し、a<sub>6</sub>を求める。

$$a_6 = \frac{3}{2} \left(\frac{s}{t}\right)^2 \tag{10}$$

YZ面も同様に、式(8)を第5項に代入しa<sub>s</sub>を求 める。

 $a_5 = \frac{18}{25} \left(\frac{s}{t}\right)^2 \tag{11}$ 

また、HSCの3点曲げでは、垂直応力と面内せん断 応力が降伏に及ぼす影響は比較的小さいと考えられる ため、式(9)の係数 $a_1 \sim a_4$ は0と置け、ハニカム の降伏条件式(12)が得られる。

$$\frac{54}{25} \left(\frac{s}{t}\right)^2 \tau_{\gamma Z}^2 + \frac{9}{2} \left(\frac{s}{t}\right)^2 \tau_{ZX}^2 = 2\sigma_{SY}^2$$
(1.2.)

2章で得られた弾性応力—ひずみマトリックス(3) と本章で得られた降伏条件式(12)を用いることで、 ハニカム材料の弾塑性挙動を再現することができる。 つまり、等方性材料である表面板の弾塑性モデルと組 みあわせて、HSCの弾塑性挙動を再現することがで きることになる。

#### 4. ハニカム材料の弾塑性解析

4.1 実験・詳細解析との比較 ここでは、HS C弾塑性モデルを用いた3次元解析を行ない、その結 果について、実験と詳細解析モデルの結果と比較する。

まず、図6に示したサイズのHSC試験片に対し、3 点曲げ試験の実験および有限要素法によるシミュレー ト解析を行った。試験片中央に強制変位を与え、その 点の反力を出力した。表面板、ハニカム材料ともアル ミニウム (JIS AL5052:縦弾性係数E<sub>s</sub>=71GPa、ポアソ ン比 $v_s$ =0.34、 $\sigma_{sy}$ =175 MPa)を使用し、ハニカム材 料の方向に関しては、試験片の長手方向に図1のX軸 方向を合わせている。つまり、HSCとしては最もせ ん断剛性が弱い方向に曲げられることになる。



Fig. 6 Scheme of three point bending

ハニカムモデルを使用したHSCの要素分割図を図? に示す。使用している要素は全て8節点のソリッド要 素である。板厚(Z)方向には、表面板—ハニカム材 料—表面板の3層の構造に分かれた分割をし、等方性 材料である上下表面板と直交異方性材料であるハニカ ム材料それぞれの材料定数を設定している。しかし、 面内(X、Y)方向では六角形セルを意識した要素分 割を行う必要はなく、節点数が抑えられるとともに、 前後処理および解析時間の大幅な短縮がのぞめる。



これに対し、過去に行われてきた一般的なHSCの断 塑性構造解析では、図8のように六角セルを忠実に分 割した詳細モデルを作成し解析を行う。細かく分割さ れた六角セルを結合するため、表面板にも六角形状の 要素分割を行う必要があり、節点数は増大し、かつ前 処理作業が非常に複雑になる。また、詳細解析モデル では、表面板部は8節点ソリッド要素、ハニカム材料 部は4節点シェル要素の2種類の要素を使用している。

また、両有限要素解析では対称性を考慮し、試験片の 1/4サイズのモデルを使用している。



Fig. 8 Mesh for the detailed analysis

上記3種類の方法(1.実験、2.ハニカムモデルを利 用したハニカムモデル解析、3.細分割モデルを用いた 詳細解析)によって得られた強制変位と反力の関係を 図9に示す。

また400mm四方の正方形板を端点で4点支持し、 中央に集中荷重を与えた場合について、ハニカムモデ ル解析と詳細解析を行い、変位と反力の関係を図10 に示した。

ハニカムモデル解析の結果は実験値または詳細解析の 結果と誤差数パーセント内におさまっており、ハニカ ム材料モデル使用した弾塑性解析が成功したといえる。



Fig. 10 Results of vertical load on the center of the HSC

4.2 構成要素の組合わせ HSCは複合構造 材料であるため、構成材料の組み合わせにより無数の 種類がある。そのパラメータとしては、ハニカム材料 の横弾性係数(セル壁箔厚:t・セルサイズ:s)、 ハニカム材料高さ:h、表面板箔厚:t、等がある。

HSCの弾塑性挙動と上記パラメータの関係を調べる ために、ハニカムモデルを利用し、パラメータの組み 合わせを変化させたHSCの3点曲げ解析を行なった。 得られた荷重-変位曲線より、ばね定数(弾性域内に おける単位変位当りの荷重、傾き):k、弾性限荷重: P<sub>y</sub>、弾性限変位:δ<sub>y</sub>を算出している。ここではパラ メータの影響を探ることを目的としているため、弾性 限とは厳密な意味ではなく、以下の式で定義している。

$$\frac{P_{y}}{\delta_{y}} = 0.95 \times k \tag{13}$$

また、基準となるHSCモデルは表2に定めた寸法と する。表面板、ハニカム材料ともアルミニウム(JIS AL5052: E<sub>s</sub>=71GPa、 $\nu_s$ =0.34、 $\sigma_{sy}$ =200 MPa)を使 用し、ハニカム材料の方向は、試験片の長手方向に図 1のX軸方向を合わせている。

1000 000		the production of the second
Cellsize	: s (mm)	9.525
Wall thickness	: t (mm)	0.0508
Core height	: <i>h</i> (mm)	11.0
Surface sheet thickness	: <i>ts</i> (mm)	1.0
Span of HSC	: l (mm)	300.0
Width of HSC	: b (mm)	60.0

Table 2 Basic size of HSC for parametric analyses

4.2.1 セル壁 箔厚 ハニカム材料の横弾性係 数が変化した場合のHSC 弾塑性挙動の違いを調べる ために、セル壁箔厚: tを0.0254~0.1016mmの範囲で 変化させ解析を行った。図11は、セル壁箔厚: tと ばね定数: $\mathbf{k}$ ・弾性限荷重: $\mathbf{P}_{\mathbf{y}}$ ・弾性限変位: $\delta_{\mathbf{y}}$ の 関係を示したものである。

セル壁箔厚の増加とともに各値が増加し、HSCの剛 性および強度を増加させるには、セル壁箔厚を増加さ せることが効果的であるといえる。また、セルサイズ: sを小さくすることで、ハニカム材料の積弾性係数が 増し、同様の効果が得られる。

一方、3点曲げ状態の変位と荷重の関係は式(14) で示される。ハニカム材料の横弾性係数:Gが増加し、 変位のせん断成分: *3*2が減少していくと、ばね定数: kは48EI/<sup>1</sup>[N/m]に収束していく。図11にもその傾向 が示されている。また、式(14)において、EIは 表面板のもつ曲げ剛性を、Aはハニカム材料の断面積 を表している。

$$\delta = \frac{Pl^3}{48EI} + \frac{Pl}{4GA} = \delta_1 + \delta_2 \tag{14}$$



4.2.2 ハニカム材料高さ ハニカム材料高さ: hを5.5~22mmの範囲で変化させ、HSC弾塑性挙動の 違いを調べた結果について図12に示す。

ハニカム材料の高さが増加したことで、表面板の持つ 曲げ剛性とせん断力を受ける断面積が増加し、ばね定 数と弾性限荷重が増加している。

しかし、表面板のもつ曲げ剛性が増すことは、変位の せん断成分 δ<sub>2</sub>の変位全体に占める割合が増える結果を 招き、少ない変位量でせん断降伏してしまう。



Fig. 12 Honeycomb height - HSC behavior curves

4.2.3 表面板板厚 表面板の板厚: t, を0.5 ~2.0mmの範囲で変化させ、HSCの弾塑性挙動の違い を調べた結果について図13に示す。

表面板板厚が増加したことで、表面板のもつ曲げ剛性 が増加し、ばね定数が増加している。しかし、せん断 応力: P/Aに対してはその影響がほとんどないため、 弾性限荷重の増加量は小さい。また、曲げ剛性が増加 すると、弾性限荷重を受けたときの変位のせん断成分: δ<sub>2</sub>に変化はないが、曲げ成分:δ<sub>1</sub>は減少するため、 それらの和である弾性限変位は減少している。



Fig. 13 Surface sheet thickness - HSC behavior curves

以上の結果から、HSCの剛性および強度を効果的に あげるためには、内部ハニカム材料の横弾性係数を増 加させることが、最も適しているといえる。また、一 般的にハニカム材料の質量は、HSCの質量のたかだ か数%である。セル壁箔厚を増加させても、HSCの 質量は大幅に変化することはなく、HSCの重要な利 点の一つ、軽量であることは維持できる。

#### 5. 結 言

ハニカムサンドウィッチ構造材料の弾塑性構造解析に おける簡易有限要素モデルを作成した。本モデルは、 ハニカム材料の細かい六角構造を意識する必要がない ため、前後処理作業および解析のために要する時間を 大幅に削減することができ、かつ細分割モデルと同程 度の精度で解析を行うことができる。

本研究においては、昭和飛行機工業株式会社から試験 片の提供および多くの助言をいただきました。また財 団法人トステム建材産業振興財団の助成を受けました。 記して謝意を表します。

### 文 献

- (1) 佐藤孝編、ハニカム構造材料の応用技術、先端材料技術協会監修。 1995、シーエムシー
- (2) L. J. Gibson, and M. F. Ashby, Cellular Solids Structure & Properties, Pergamon Press, (1988).
- (3) 吉野·大塚·近藤, 機論63-613, A(1997), 1939.
- (4)小林·臺九谷·奥戸, 機論60-572, A(1997), 1011.
- (5) T. Wierzbicki, Int. J. Impact Engng. 1, (1983), 157.
- (6)小笠原·白鳥·宮原·于·宮野, 機論63-616, A(1997), 2575.
- (7) 让非·田中·西田, 機論61-587, A(1995), 1608.
- (8) 山口・奥戸・入江, 住友軽金属技報Vol.34 No.2, (1993), 41.

