

三次元表面き裂の干渉効果に関する研究*

三好俊郎**, 白鳥正樹***
吉田有一郎**, 田辺修****Study on Stress Intensity Factors of Closely Located
or Partly Overlapped Twin Surface Cracksby Toshiro MIYOSHI, Masaki SHIRATORI,
Yuichiro YOSHIDA and Osamu TANABE

Stress intensity factors of two identical surface cracks which are located closely or partly overlap in a finite plate under tension have been analyzed using newly developed line spring method. The new line spring method which is composed of Ahmad's thick shell element and the quadratic line spring element has been applied to the analysis of the stress intensity factors of various single surface cracks and the results showed good agreement with Raju-Newman's solution. Stress intensity factors of closely located twin cracks can be estimated according to ASME Code and the values are compared with fully numerical analysis by the line spring method. ASME Code always gives the conservative values of stress intensity factors. In case of overlapped twin cracks, the analysis by the line spring method shows that the stress intensity factors can be very high at the crossed point of two cracks.

Key Words: Fracture, Stress Intensity Factor, Surface Crack, Line Spring Method, Finite Element Method

1. 結 言

圧力容器, 配管系, ラインパイプなどの構造物においては, き裂を有する部材の安全性評価に線形破壊力学が利用され, 応力拡大係数 (K 値) による強度評価が行われている。構造物に生ずるき裂は三次元表面き裂であることが多く, 表面き裂の K 値を求めることは実用上重要であるため, これに関する研究は数多く行われている⁽¹⁾。き裂は単独で存在する場合と複数で存在している場合があるが, 後者については K 値におよぼすき裂の干渉効果を評価することが重要である。二次元き裂における干渉効果についての研究は数多くある⁽²⁾が, 三次元表面き裂の干渉効果を系統的に扱った研究は少なく, わずかに半無限体に対する研究があるのみである⁽³⁾⁽⁴⁾。現在, 供用期間中検査の基準としてアメリカ機械学会 (ASME) の規格⁽⁵⁾があり, この中に隣接する2個の表面き裂に対する K 値評価法が示されているが, その理論的根拠は明らかにされていない。現在, 表面き裂の K 値評価法としては三次元,

有限要素法⁽⁶⁾, 体積力法⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁷⁾などが使用されている。一方, 著者らは, ラインスプリング要素とポアソン・キルヒホッフの板曲げ理論に基づく平面シェル要素を組合せた有限要素法 (ラインスプリング法) のプログラムを開発し, 短時間で精度良く三次元表面き裂の K 値を評価できることを示した⁽⁸⁾。この手法には,

(1) き裂と板表面の交点近傍で K 値の精度が低下する,

(2) アスペクト比 (き裂深さ/き裂長さ) が大きい場合に K 値の精度が低下する,

という二つの問題があった。これに対しせん断変形を考慮するために Ahmad らの厚肉シェル要素⁽⁹⁾とこれに適合するよう著者らが開発した二次のラインスプリング要素を用いるラインスプリング法 (厚肉シェルラインスプリング法と称する) を開発したところ, 上記 (1), (2) の問題が解決できることが判明した。本論文は, 厚肉シェルラインスプリング法による表面き裂の K 値解析について述べ, さらにこの手法を用い板殻中の2個の隣接または重畳する等大半円表面き裂の K 値を評価したものである。

2. 厚肉シェル要素を用いるラインスプリング法

2・1 解析方法 三角形平板シェル要素と一次の

* 昭和58年11月28日 第923回講演会において講演, 原稿受付 昭和58年5月25日。

** 正員, 東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

*** 正員, 横浜国立大学工学部 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)。

**** 学生員, 東京大学大学院。

ラインスプリング要素を用いる解析法については文献⁽⁹⁾に詳述されているため、ここでは厚肉シェル要素と二次のラインスプリング要素について述べる。

(1) 厚肉シェル要素⁽⁹⁾ (図1) はポアソン・キルヒホッフの板曲げ理論における仮定のうち、中央面に対する法線が変形後も面に対して垂直を保つという条件を除外しており、せん断変形を許している。厚肉シェル要素の各節点は x, y, z 方向の変位と中央面に対する法線に垂直な2軸まわりの回転 α, β の計5自由度を有する。

(2) 二次のラインスプリング要素 (図2) はばねでつながれた2辺よりなる6節点の要素である。この2辺は変形前には ξ 軸上で重なっている。ラインスプリング要素の変位は上下面の相対的変位であり、 $\xi = -1, 0, 1$ における変位をそれぞれ $(\delta_A, \theta_A), (\delta_B, \theta_B), (\delta_C, \theta_C)$ と表せば、ラインスプリング要素の節点変位 $(\delta_i, \theta_i) (i=1 \sim 6)$ との関係は式(1)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_A &= \delta_1 - \delta_4, \delta_B = \delta_2 - \delta_5 \\ \theta_A &= \theta_1 - \theta_4, \theta_B = \theta_2 - \theta_5 \\ \delta_C &= \delta_3 - \delta_6 \\ \theta_C &= \theta_3 - \theta_6 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

任意の点 ξ における変位 (δ, θ) が上記厚肉シェル要素の変位と適合するように変位関数を定めれば、その変位関数は式(2)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{Bmatrix} \delta \\ \theta \end{Bmatrix} &= [\bar{N}_1 \ \bar{N}_2 \ \bar{N}_3] [\Delta] \\ \bar{N}_i &= N_i E (i=1, 2, 3) \\ E &: (2 \times 2) \text{の単位行列} \\ N_1 &= -\xi(1-\xi)/2 \\ N_2 &= 1-\xi^2 \\ N_3 &= \xi(1+\xi)/2 \\ [\Delta]^T &= [\delta_A \ \theta_A \ \delta_B \ \theta_B \ \delta_C \ \theta_C] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

式(2)よりラインスプリング要素の剛性マトリックスを導く方法については文献⁽⁹⁾の場合と同様である。

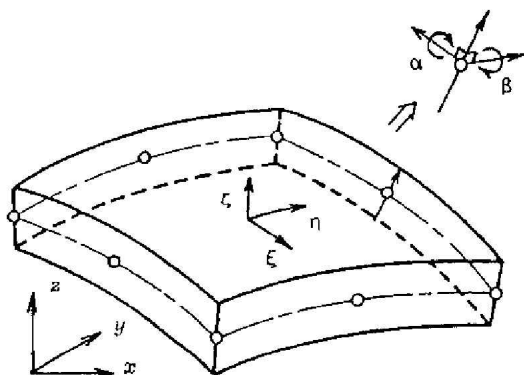


図1 厚肉シェル要素

2・2 三次元表面き裂の K 値解析 厚肉シェルラインスプリング法の精度を検証するため、半だ円表面き裂を有する平板が引張りを受ける場合の K 値を解析した。き裂形状と要素分割を図3に示す。解析対象の寸法は三次元有限要素法による Raju-Newman の解析⁽¹⁰⁾に合わせて

$$\begin{aligned} 2c/W &= 0.2, 2c/L = 0.2 \\ a/c &= 0.2, 0.4, 0.6 \\ a/t &= 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 \end{aligned}$$

と与え、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした、 $a/c = 0.4$ と 0.6 の場合に対する結果を Raju-Newman による結果とともに図4~6に示す。図中、 Q は第2種の完全だ円積分の平方を、 σ_m は負荷応力を示している。いずれの場合もラインスプリング法による解と Raju-Newman による解は良い一致を示している。

3. 三次元表 き裂の干渉解析

3・1 ASMEの方法 ASME Boiler and Pressure Vessel Code の Section XI Appendix A には線形破壊力学に基づきき裂状欠陥の強度評価法が述べられている。ここでは、その一部である隣接する2個の表面き裂のモデル化 (図7) について述べる。

- (1) 1個のき裂は、外接する長方形を描き、この長方形に内接する半だ円表面き裂でモデル化する。
- (2) 2個のき裂は、深いき裂の最大き裂深さ a_1 とき裂間距離 d について $d \leq 2a_1$ の時1個のき裂とみなし、(1)で述べた手法に従って半だ円表面き裂でモデル化する。

3・2 厚肉シェルラインスプリング法による解析

3・2・1 隣接する等大半だ円表面き裂の解析 ASME 基準におけるモデル化の方法を検討するため に引張りを受ける等大半だ円表面き裂 [図8(a)] の

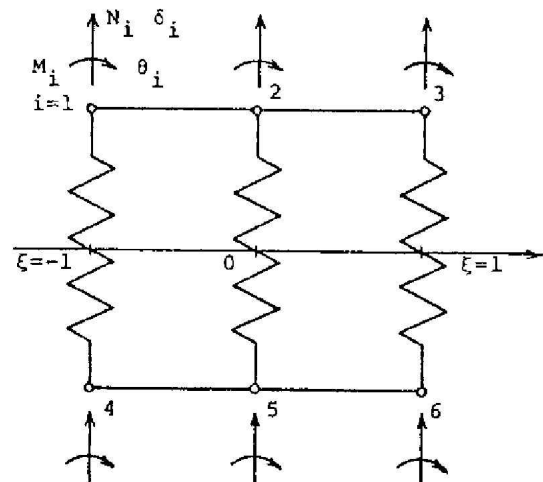


図2 二次のラインスプリング要素

解析を行った、き裂形状を

$$a/c = 0.2, 0.4, 0.6$$

$$a/t = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$$

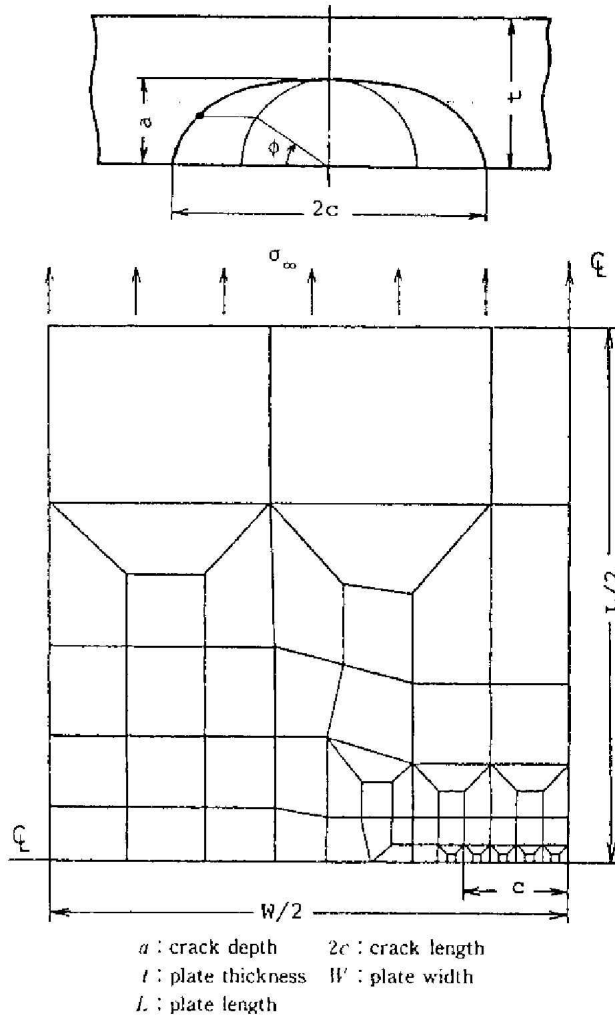


図3 き裂形状と要素分割

とし、き裂間距離 d を

$$d = 0.25c, 0.5c, c$$

として計算を行った。解析に用いた要素分割は、重畳する場合も含めて単一き裂(図3)と同程度のものであり、き裂近傍における要素寸法は $c/12$ ($2c$:き裂長さ)である。また、ポアソン比は0.3とした、解析結果の一例を図9に示す、図中にはASME基準によりモデル化した場合の K 値($d=0.25c$ の場合)の最大値と単独き裂の場合についての K 値の分布も示してある。この K 値はRaju-Newmanにより提唱されている補間式⁽¹⁰⁾、式(3)で与えられる。

$$K_I = \sigma_\infty \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F, \quad \frac{a}{t} \leq 0.8$$

$$Q = 1 + 1.464(a/c)^{1.65}$$

$$F = \{M_1 + M_2(a/t)^2 + M_3(a/t)^4\} f_\phi g f_w$$

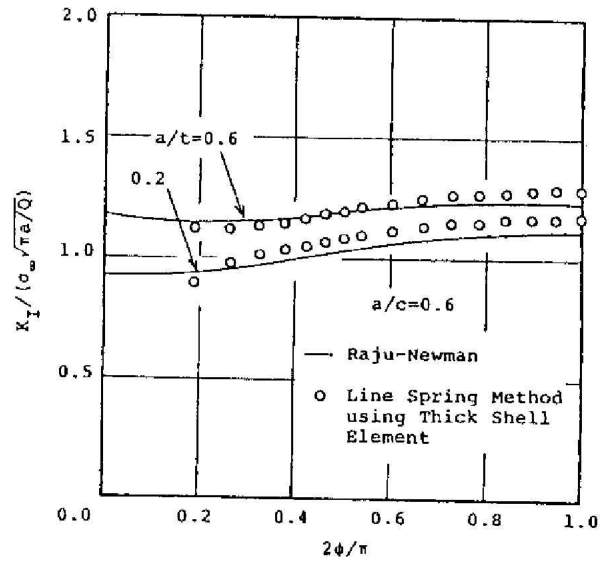


図5 $a/c=0.6$ の場合(その1)

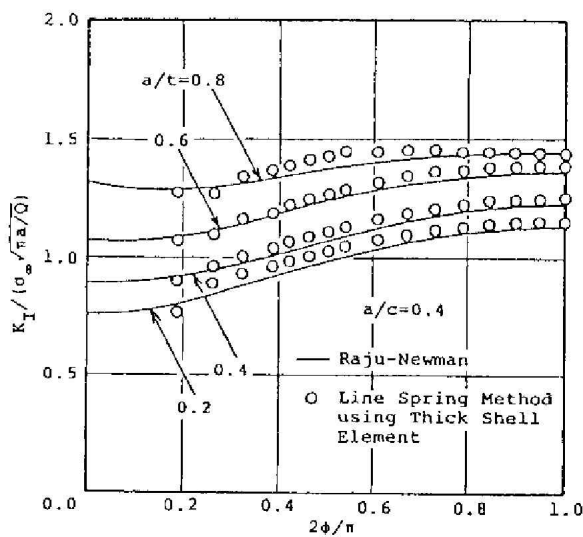


図4 $a/c=0.4$ の場合

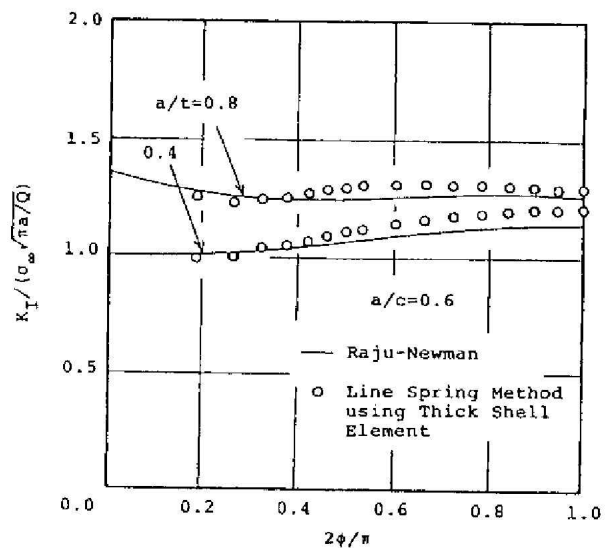


図6 $a/c=0.6$ の場合(その2)

$$M_1 = 1.13 - 0.09(a/c)$$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + a/c}$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1.0}{0.65 + a/c} + 14(1 - a/c)^{24}$$

$$f_\phi = \left\{ \left(\frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right\}^{1/4}$$

$$g = 1 + \left\{ 0.1 + 0.35 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right\} \times (1 - \sin \phi)^2$$

$$f_w = \left\{ \sec \left(\frac{\pi c}{W} \sqrt{\frac{a}{t}} \right) \right\}^{1/2}$$

.....(3)

図9より、き裂間距離 d が小さいほど干渉効果が大きいことがわかる。ここで ASME のモデル化による K 値の最大値を K_{ASME} 、ラインスプリング法による K 値の最大値を K_L とし、 $R_1 = K_{ASME}/K_L$ とする。 R_1 を各々の d について求め、これを図10~12に示す。解析したほとんどの場合に対して ASME のモデル化は安全側 ($R_1 \geq 1$) の評価を与えている。ASME 基準は浅いき裂に対してはラインスプリング法による値 K_L にほぼ一致するという意味において良いモデル化と考えられるが、深いき裂の場合 ($a/t > 0.6$) は過剰安全または危険側の評価 ($a/c = 0.6, a/t > 0.8$ など) になる可能性がある。

3.2.2 重畳する等大半円き裂の解析 き裂端が重なる2個の表面き裂に対しては、き裂の重畳部はき裂前縁が複雑に変化するため K 値が大きく変化すると考えられる。したがってこの場合の K 値の解析をラインスプリング法により行った。解析対象の寸法は3.2.1項の場合と同様であり、き裂重畳長さ d を $d = 0.25c, 0.5c, c$ と定めて計算を行った。計算結果の一例を図13に示

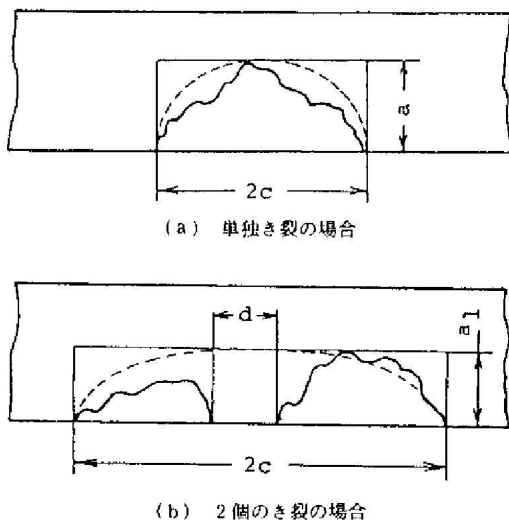


図7 ASME 基準におけるき裂のモデル化

す。図中には単独き裂の場合の K 値 (式(3)による) も示してある。図13において最大の K 値は図8(b)の点Aで生じており、これは他の計算結果も同様である。そこで点Aにおける K 値を K_A 、単独き裂の K 値の最大値を K_S とし、 $R_2 = K_A/K_S$ を各々の d に対して図14~16に示した。これらの結果より、 R_2 は

- (1) き裂重畳量 d が小さいほど大きい。
- (2) a/c が大きいほど大きい。
- (3) a/t が大きいほど大きい。

ということが判明した。 R_2 は最大の場合で約3程度になるため、このようなき裂の取扱いには十分注意しなくてはならない。

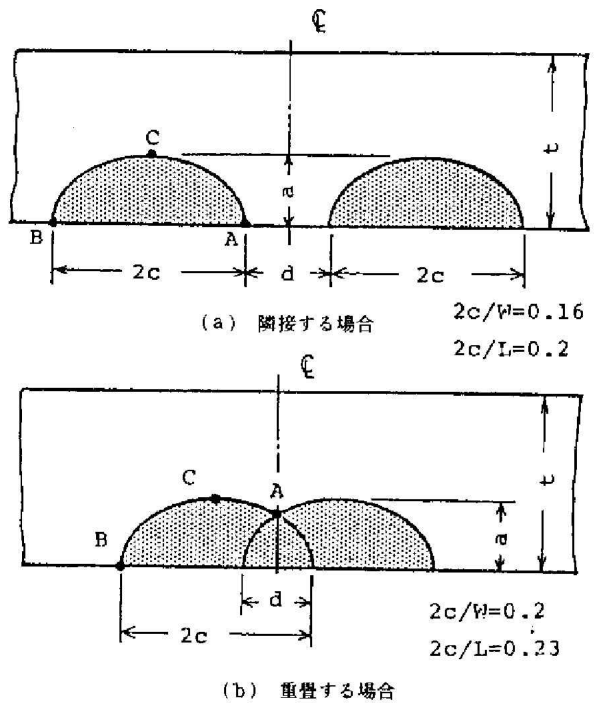


図8 2個の半円表面き裂

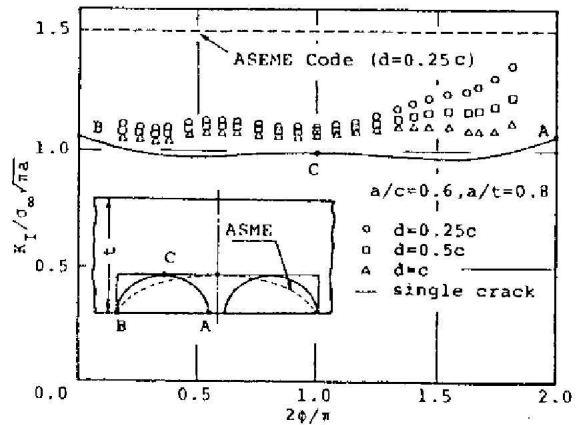


図9 隣接する表面き裂の K 値 (ϕ は図3の場合と同じ)

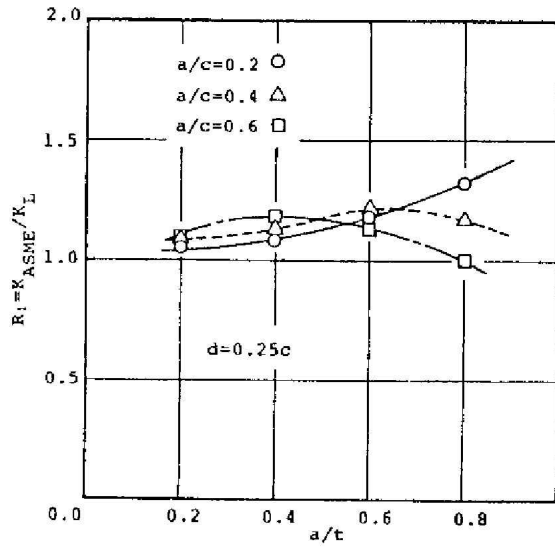


図10 $d=0.25c$ の場合

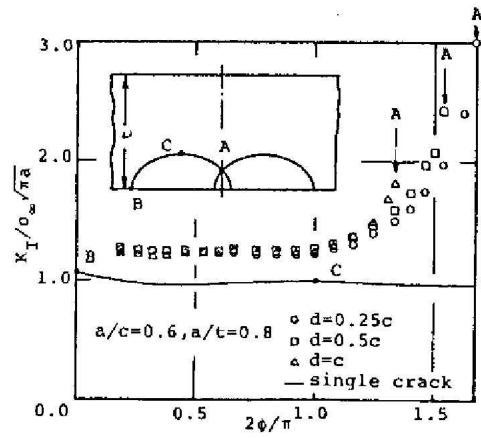


図13 重畳する表面き裂
(ϕ は図3の場合と同じ)

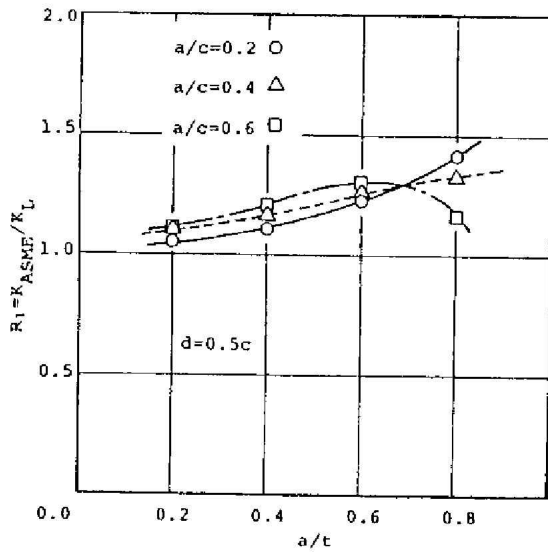


図11 $d=0.5c$ の場合

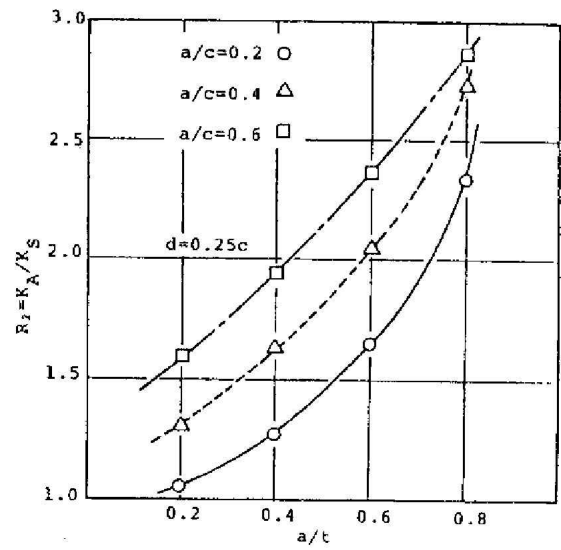


図14 $d=0.25c$ の場合

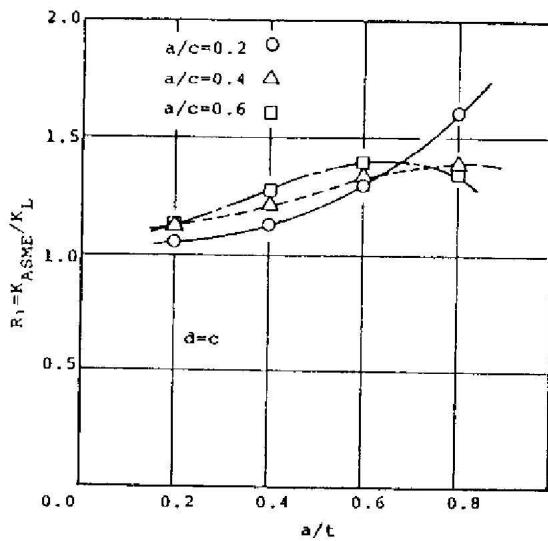


図12 $d=c$ の場合

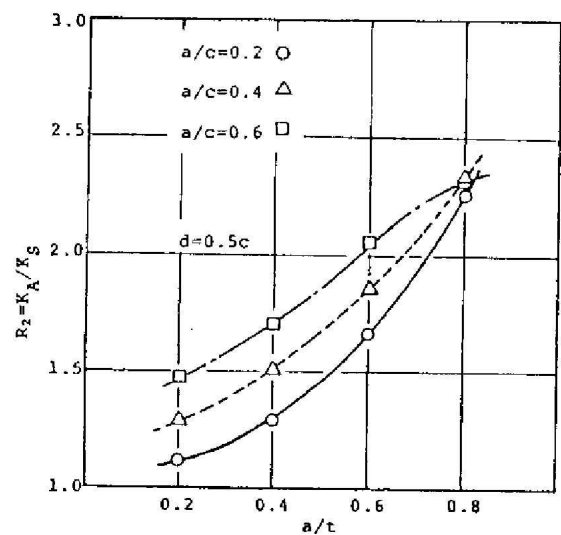
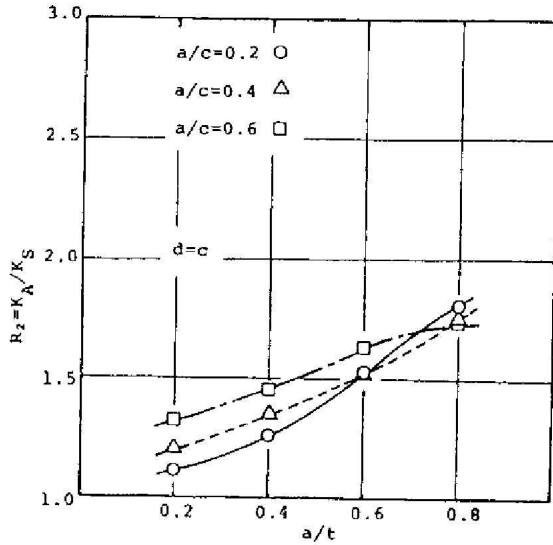


図15 $d=0.5c$ の場合

図16 $d=c$ の場合

4. 結 言

厚肉シェル要素と二次のラインスプリング要素を用いるラインスプリング法を開発した。本手法を用いて隣接または重畳する2個の等大半だ円表面き裂の干渉効果などについて検討し、以下のような結論を得た。

(1) 厚肉シェル要素を用いるラインスプリング法により、偏平な表面き裂から半円に近い表面き裂まで K 値を精度良く評価することが可能である。

(2) 隣接する等大半だ円表面き裂に対する ASME 基準のモデル化はほぼ安全側の K 値を与える。

(3) 重畳する等大半だ円表面き裂の干渉効果を明らかにし、相当量の干渉効果が生ずる場合があることを示した。

文 献

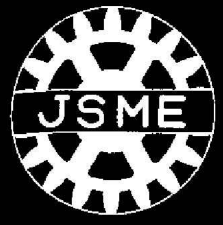
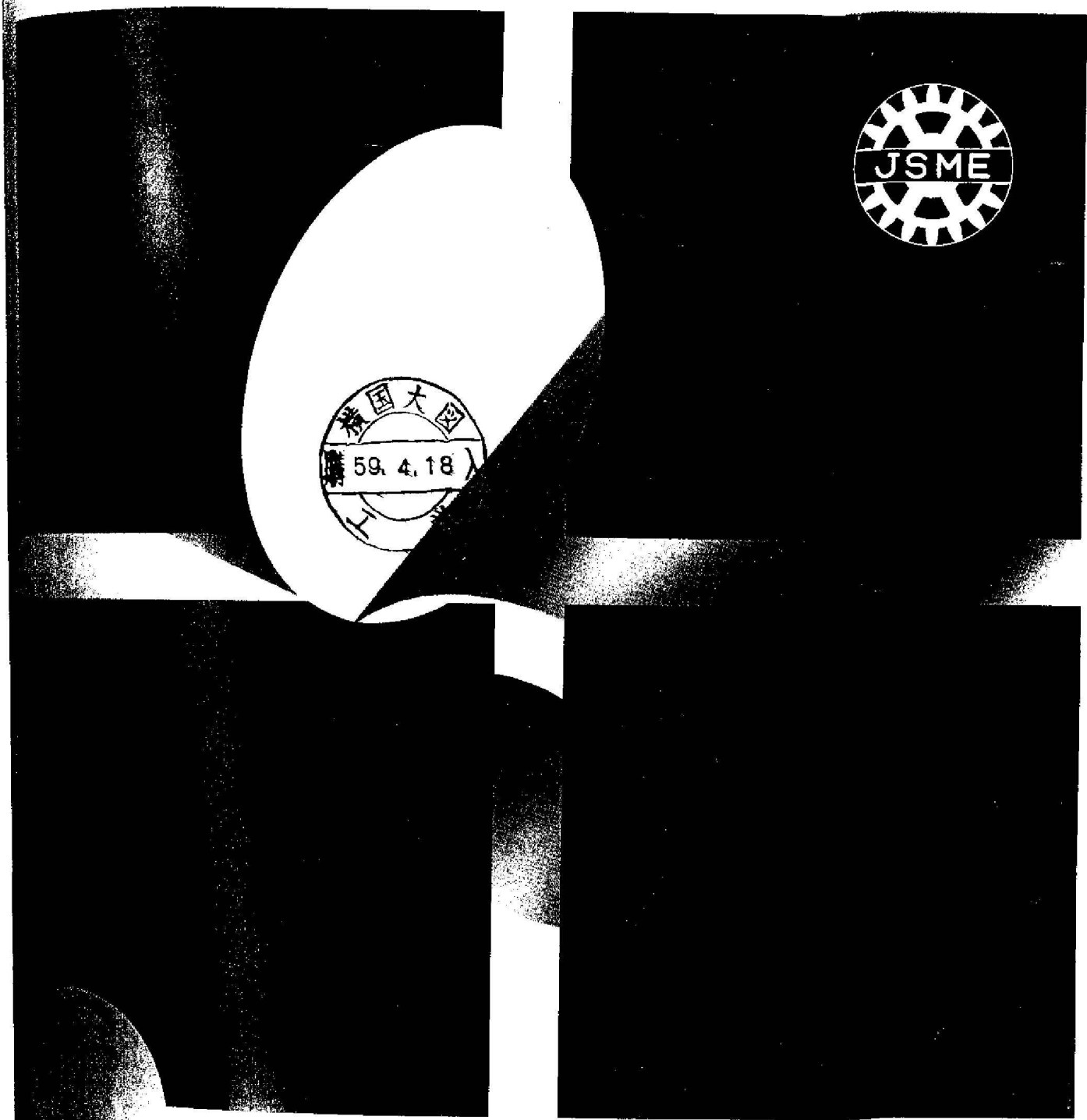
- (1) Newman, J. C., *ASTM STP* 687, (1979), 16.
- (2) 石田, き裂の弾性解析と応力拡大係数, (昭51), 181, 培風館.
- (3) Murakami, Y. and Nemat-Nasser, S., *Eng. Fract. Mech.*, 16-3 (1982), 373.
- (4) 村上・西谷, 機論, 47-415, A (昭56), 295.
- (5) ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI.
- (6) Raju, I. S. and Newman, J. C., *Eng. Fract. Mech.*, 11-4 (1979), 817.
- (7) 石田・野口, 機論, 49-442, A (昭58), 707.
- (8) 三好・ほか2名, 機論, 48-433, A (昭57), 1128.
- (9) Ahmad, S., ほか2名, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 2 (1970), 419.
- (10) Newman, J. C. and Raju, I. S., *NASA Tech. Paper* 1578, (1979).

昭和59年3月



第451号 A編

日本機械学会論文集



**TRANSACTIONS OF
THE JAPAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS**

March, 1984

日本機械学会

