日本機械学会論文集(A 編)
50 巻 453 号(昭 59-5)

不安定延性破壊における J 積分の評価と安定性解析*

三 好 俊 郎**, 吉 田 有一郎**, 白 鳥 正 樹***
Toshiro MIYOSHI, Yuichiro YOSHIDA, Masaki SHIRATORI

Key Words: Unstable Ductile Fracture, J-Integral, Crack Opening Angle, Fracture Mechanics, Finite Element Method

1. 緒 言

ラインパイプ，原子炉配管などの構造安定性に関する重要な問題である不安定延性破壊に対しては，種々の研究が行われている[(1)～(6)(9)]．これらの研究のうち，き裂の安定成長および不安定成長開始を律する破壊力学パラメータについての研究が興味を集めている．現在，これらのパラメータとして J 積分に基礎を置く T モジュラス[(1)]，き裂先端での局所的な開口角 CTOA (Crack Tip Opening Angle)，き裂進展部の平均的なき裂開口角 COA (Crack Opening Angle) および塑性仕事係数 T_w[(4)] などが提唱されている．

これらパラメータの有効性および相互の関連については数多くの研究がなされているが，大きく分けて二つに分類される[(5)]．一つは Generation Phase と称されているもので，実験により得られた標点間変位とき裂進展量の関係などを基礎にして破壊力学パラメータ T モジュラス，CTOA, COA などの挙動を調べる方法であり，他の一つは Application Phase と呼ばれ破壊力学パラメータの挙動を仮定し，これより試験片あるいは構造物の挙動（例えば荷重-変位曲線）などを調べる方法である．これらの研究により T モジュラス，CTOA, COA とも初めの遷移期を除いては，き裂進展に対しほぼ一定の値をとることが報告されている[(3)(5)(6)]．これについて破壊力学パラメータのうち，き裂進展を律するものとしてどれが最も適切であり得るかという問題がある．この問題を厳密に評価するには，これらパラメータの詳細な解析が必要とされる．T モジュラスを例にとる場合，その基礎になる進展き裂に対する J 積分の解析に関しては多くの方法が提唱されているが[(6)～(8)]，いまだ確定した評価法が定まっているとはいいがたい．

上記の観点より，本論文においては中央き裂試験片，小形引張試験片の不安定延性破壊解析を有限要素法により行い，進展き裂に対する J 積分の評価および COA を一定とした場合の J 積分抵抗値 (J_R 値)，不安定破壊発生点の形状およびコンプライアンス依存性について考察する．

2. 解 析 方 法

有限要素法によるき裂進展および不安定破壊発生の解析方法は文献[(9)]に示したものと同様の方法であり，き裂進展は著者ら[(10)]および Andersson[(11)] により提唱された節点解放法を用いる．要素としては線形三角形要素を使用し，山田の方法による弾塑性解析法によりき裂を一要素ずつ離散的に進展させる．図 1，2 に解析の対象とした中央き裂試験片（CCP 試験片）および小形引張試験片（CT 試験片）を示す．ここに P は荷

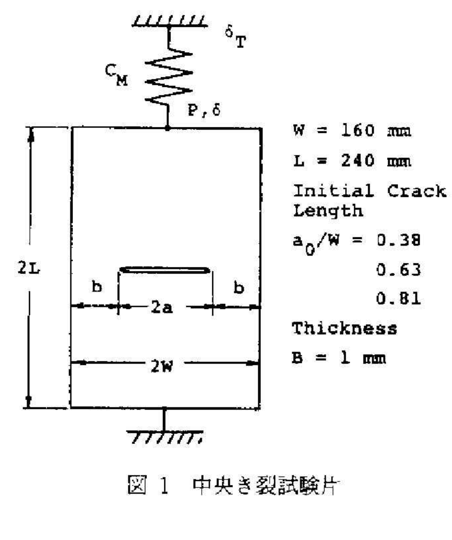


図 1 中央き裂試験片

* 昭和 58 年 3 月 31 日 第 60 期通常総会講演会において論文講演として講演，原稿受付 昭和 57 年 10 月 1 日．

** 正員，東京大学工学部（〒113 東京都文京区本郷 7-3-1）．
*** 正員，横浜国立大学工学部（〒240 横浜市保土ケ谷区常盤台 156）．

重，δ は荷重点変位，δ_L は荷重線変位，δ_T は全変位，C_M はコンプライアンスである．試験片の材料としては原子炉圧力容器鋼 A 533 B を考え，その材料定数を表 1 に示す．応力-ひずみ関係は，式(1)の Ramberg-Osgood 形に従うものと仮定した．

$$\varepsilon/\varepsilon_Y=\sigma/\sigma_Y+\alpha(\sigma/\sigma_Y)^n \quad \cdots\cdots(1)$$

また，き裂進展条件としては相当量のき裂進展に対してその一定性が認められている COA き裂進展条件を用い，その値としては

$$(\mathrm{COA})_c=0.22\ \mathrm{rad}=\mathrm{const.} \quad \cdots\cdots(2)$$

を用いた．

有限要素法による解析は，平面応力を仮定して行いその要素分割を図 3，4 に示す．き裂進展前およびき裂進展時における J 積分の評価は以下に示す 4 とおりの方法で行った．

（1） J 積分を経路 Γ に従って式(3)により評価する．この場合，き裂進展時にき裂先端近傍で除荷が生じるが，形式的に式(3)を適用する．経路としては図 3，4 に示すような 6 とおりの経路（図中太線）を用いる．J 積分の値としては外側寄り経路 2 とおりの平均を J_O，内側寄り経路 2 とおりの平均を J_I，すべての経路の平均を J_A とする．

$$J=\int_\Gamma\left(W dy-\vec{T}\,\frac{\partial\vec{u}}{\partial x}ds\right) \quad \cdots\cdots(3)$$

ここに W：ひずみエネルギ密度，$\vec{T}$：表面力，$\vec{u}$：変位である．

（2） J 積分を Rice らの簡便式によって評価する．この場合，中央き裂試験片に対しては式(4)，CT 試験片に対しては式(5)[8] を用いる．ここに A は荷重-変位曲線下の面積，G は弾性ひずみエネルギ解放率，η はリガメント長さ b_0 と板幅 W によって決まる定数であり，添字 0 は初期形状に対する値であることを示す．この方法による J 積分の値を J_S とする．

$$J=G_0+\frac{1}{b_0}\left(A-\frac{1}{2}P\delta\right) \quad \cdots\cdots(4)$$

$$J=\frac{\eta}{b_0}A, \qquad \eta=2+0.522\frac{b_0}{W} \quad \cdots\cdots(5)$$

（3） き裂進展を考慮した Garwood の式により J 積分を評価する．この場合，J 積分は中央き裂試験片に対して式(6)[6] により，CT 試験片に対しては式(7)[7] により評価される．

表 1　材料定数

ヤング係数	E GPa	206
ポアソン比	ν	0.3
降伏応力	σ_Y MPa	431
α		1.67
n		9
弾塑性破壊靱性値	J_c MJ/m²	0.30

1 GPa = 1.02×10^2 kgf/mm²
1 MPa = 1.02×10^{-1} kgf/mm²
1 MJ/m² = 1.02×10^2 kgf/mm

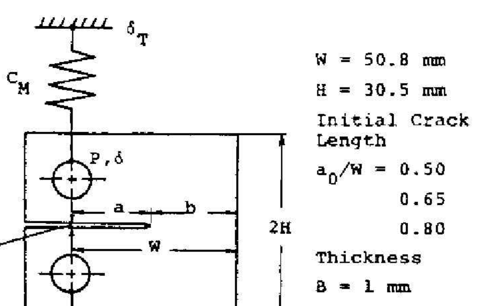


図 2　小形引張試験片

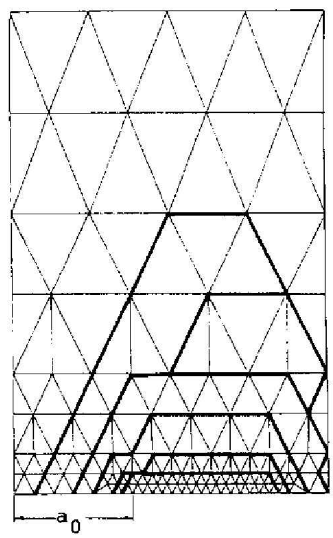


図 3　中央き裂試験片の要素分割
（$a_0/W=0.38$ の場合）

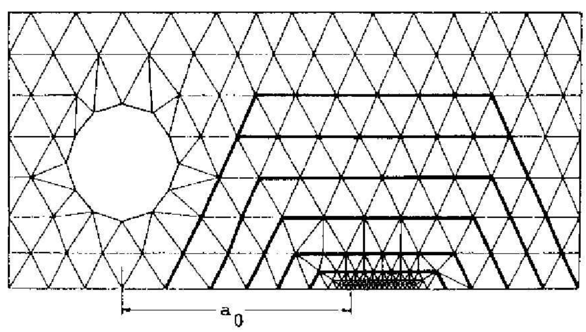


図 4　小形引張試験片の要素分割
（$a_0/W=0.50$ の場合）

$$J_{n+1}=\frac{1}{b_n}\left(J_n b_{n+1}+G_{n-1}b_{n+1}-G_n b_n+\frac{1}{2}P_n\delta_{n+1}-\frac{1}{2}P_{n+1}\delta_n\right)\cdots\cdots(6)$$

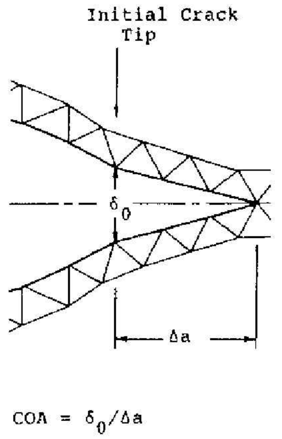
$$J_{n+1}=\frac{1}{b_n}\{J_n b_{n+1}+(P_n+P_{n+1})(\delta_{n+1}-\delta_n)\}\cdots\cdots(7)$$

ここに b はリガメント長さ，G は弾性ひずみエネルギ解放率，添字はき裂進展の段階数を表す．この方法による J 積分の値を J_G とする．

（4） CT 試験片の進展き裂に対して Ernst[8] により提唱された式(8)を用いて J 積分を評価する．この方法による J 積分の値を J_E とする．

$$\left.\begin{aligned}J_{n+1}&=\left\{J_n+\frac{\eta_n}{2b_n}(P_n+P_{n+1})(\delta_{n+1}-\delta_n)\right\}\\&\quad\times\left\{1-\frac{\gamma_n}{b_n}(b_n-b_{n+1})\right\}\\\eta_n&=2+0.522\frac{b_n}{W},\quad \gamma_n=1+0.76\frac{b_n}{W}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(8)$$

以上，4とおりの方法により J 積分を評価し，相互の関係について考察する．なおき裂進展条件として用いる COA の算出法として図5に示す方法を用いた．



き裂は $J=J_c$ で進展を始め，以後 COA≧(COA)$_c$ が満足されると進展する

図5 COA の算出法

3. J 積分の評価

図6，7はき裂進展前（$J/J_c\leqq1$）における中央き裂試験片と CT 試験片の J 積分の値を示したものである．図よりわかるように経路積分による J 積分値 J_O, J_I, J_A と式(4)，(5)による J 積分値 J_S はほぼ一致している．したがってき裂進展前に対しては経路間の J 積分の差異はあまりなく，簡便式による値とよく一致する．図8，9はき裂進展後に対する中央き裂試験片と CT 試験片の J 積分と変位の関係を示したものであり，図中の線は式(6)（中央き裂試験片），式(7)と(8)（CT 試験片）を用いて計算した値である．き裂進展前においては，式(4)，(5)による値と経路積分による値がよい一致を示すが，き裂進展とともに経路積分による値はばらつきはじめる．特にき裂進展に伴う応力変動の影響を受けやすい内側経路の J 積分 J_I

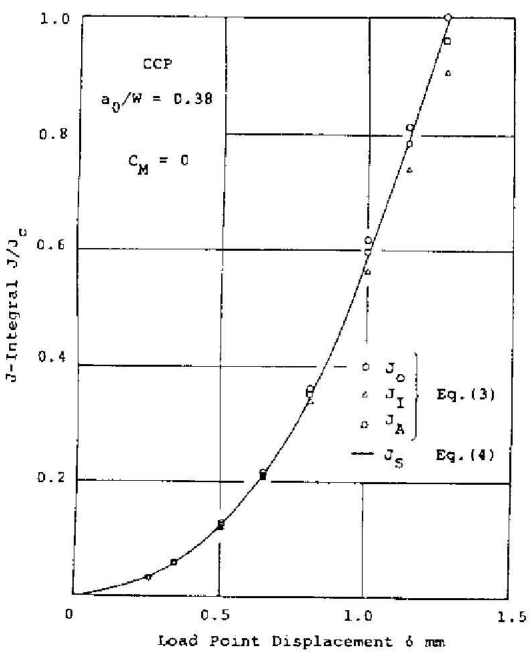


図6 中央き裂試験片の J 積分（き裂進展前）

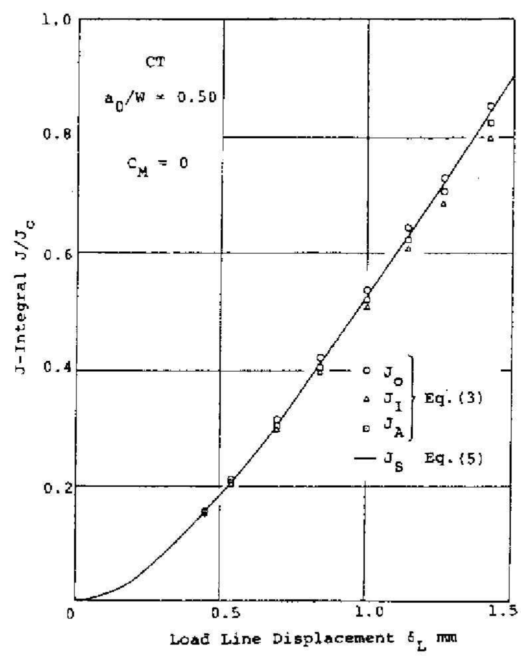


図7 小形引張試験片の J 積分（き裂進展前）

にはその傾向が顕著に現れている．したがってき裂進展時における J 積分の評価法としては得られた荷重-変位曲線より式(6)，(8)により計算するのがよい．経路積分による評価は経路のとり方に任意性があり，かなりばらつくことが予想される．経路積分による方法を用いる場合は，外側寄りの経路を何とおりか選びその平均値を用いるのがよいと思われる．

4. J 積分抵抗値（J_R 値）

ここでは，き裂進展条件としてCOA条件を用いた場合，J 積分抵抗値がき裂長さ，試験片形状にどのように依存するかを検討した．図10〜12は，中央き裂試験片に対する J_R 値とき裂進展量 Δa の関係を示したものである．有限要素法により求められた荷重-変位曲線よりGarwoodの漸化式，式(6)により得られた J 積分抵抗値 J_R(図中の実線)は，き裂進展量に対し，良好な直線性を示した．経路積分による J_O（外側経路），J_A(平均値)もき裂進展量 Δa に対して直線性を示している．J_I(内側経路)については直線よりのばらつきが大きいようである．また，初期き裂長さが小さいほど経路間の J 積分値のばらつきが大きくなる．外側経路による J 積分 J_O と式(6)はかなりよい一致を示して

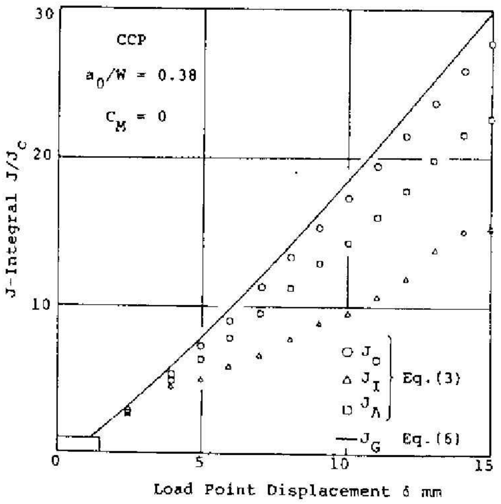


図 8　中央き裂試験片の J 積分（き裂進展後）

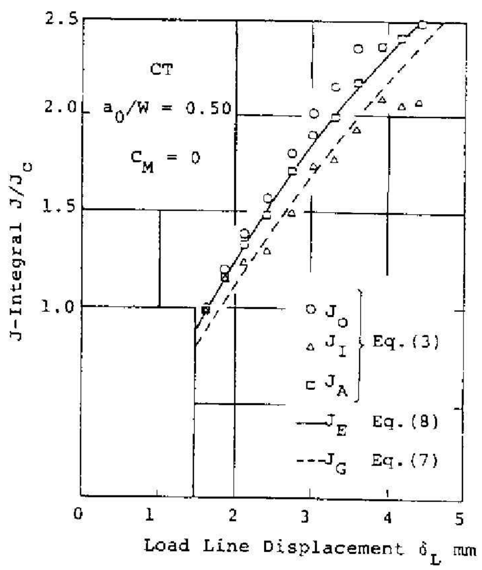


図 9　小形引張試験片の J 積分（き裂進展後）

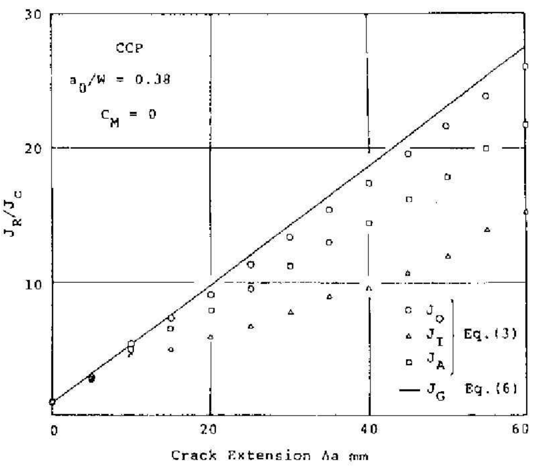


図 10　中央き裂試験片の J_R 値（$a_0/W=0.38$ の場合）

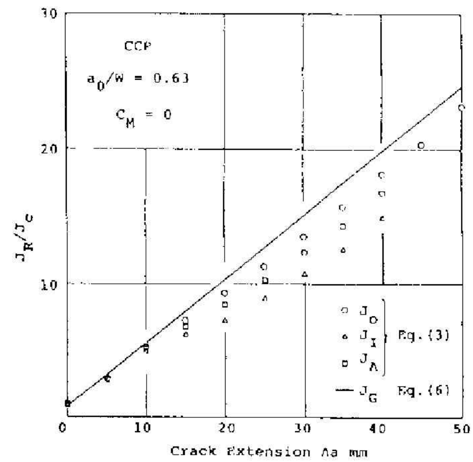


図 11　中央き裂試験片の J_R 値（$a_0/W=0.63$ の場合）

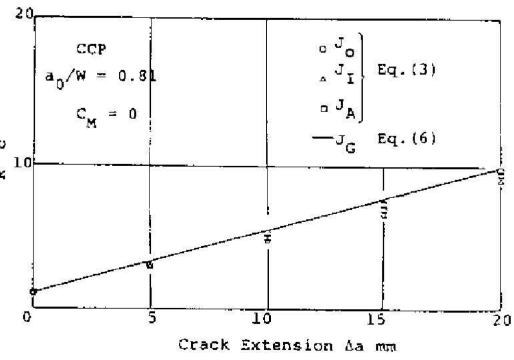


図 12　中央き裂試験片の J_R 値（$a_0/W=0.81$ の場合）

いる．これは文献[6]における Generation Phase による解析結果とも一致している．図 13 は，J_R 値として漸化式，式(6)を用いた場合の J_R 値とき裂進展量の関係をき裂長さをパラメータにして示したものである．この線図のこう配 (dJ_R/da) が T モジュラスき裂進展条件の材料抵抗値 T_{mat} に対応するが，き裂長さによらずそのこう配はほぼ一定であり，その一定性も a/W がかなり大きい所まで保持される．ここで，COA＝一定のき裂進展条件に対し，dJ_R/da が一定となる部分を J 積分支配き裂進展と考えると，J 積分支配き裂進展が満足されているということである．図 13 には，このことを検討するため，式(9)

$$\omega=\frac{b}{J_R}\frac{dJ_R}{da} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

により ω を算出し，き裂進展量に対する ω の関係も示してある．Shih らによれば中央き裂試験片のような引張り形の試験片に対する J 積分支配き裂進展条件は $\omega \geqq 20$ であるが，この解析の場合は，$\omega \approx 1$ に対しても J 積分支配き裂進展が満足されている．次に CT 試験片に対する結果を検討する．図 14〜16 は CT 試験片に対する J_R 値とき裂進展量の関係を示したものである．CT 試験片の場合は，全経路の平均値 J_A と式(8)による J 積分値 J_E がよい一致を示す．また，中央き裂試験片の場合と同様に，J_R 値はき裂進展量に対し直線性を示すが，き裂進展量が大きくなると J_R 値は直線よりはずれてくる．図 17 は J_R 値として式(8)を用いた場合，J_R 値と ω の関係を示したものであり，中央き裂試験片の場合と同じように J_R 値の直線性がなくなる点（■印）を J 積分支配き裂進展が有効でなくなると考えれば，この点の ω の値は，1.6〜3.9 である．J 積分支配き裂進展が成立するのは CT 試験片のような曲げ形に関しては $\omega \geqq 2.5$ である

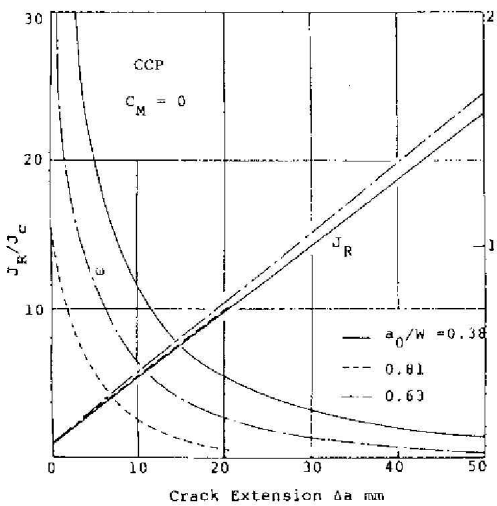


図 13　中央き裂試験片の J_R 値と ω の値

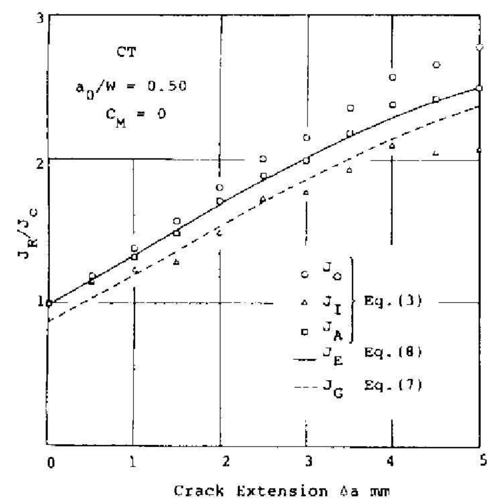


図 14　小形引張試験片の J_R 値（$a_0/W=0.50$ の場合）

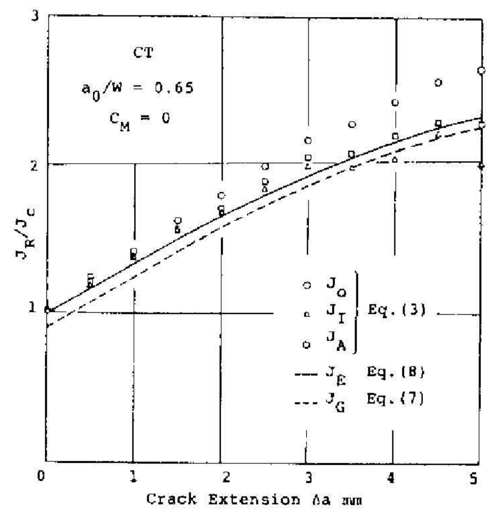


図 15　小形引張試験片の J_R 値（$a_0/W=0.65$ の場合）

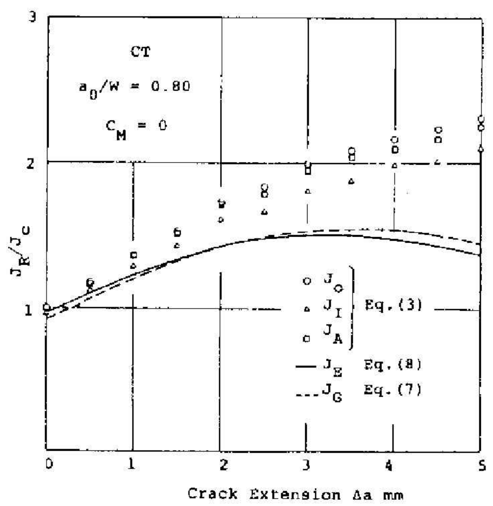


図 16　小形引張試験片の J_R 値（$a_0/W=0.80$ の場合）

から，この条件はほぼ満足されることになる．

$(\mathrm{COA})_c$ を一定とした場合の J_R 値のこう配（T_{mat} 値に対応）は，図 13，17 に示すように各き裂長さに対しその値は 140～75 MJ/m³ までの値をとる．したがって $(\mathrm{COA})_c$ を一定とした Application Phase による解析の場合，T_{mat} 値には試験片およびき裂長さに対する依存性，つまり形状依存性が認められる．

5. 不安定破壊発生点

図 1，2 に示す構造の不安定破壊発生点は，次のようにして求められる．構造系の全変位 δ_T は，

$$\delta_T=\delta+P\,C_M \quad \cdots\cdots(10)$$

である．不安定破壊は $d\delta_T/da\leq 0$ で生じると考えられるから，式(10)より

$$d\delta_T=d\delta+dP\,C_M \quad \cdots\cdots(11)$$

となり，$d\delta/dP\geq -C_M(dP\leq 0)$ で不安定破壊が生じることになる．したがって有限要素法で求めた荷重-変位曲線より $(-d\delta/dP)$ を評価し，これが系のコンプライアンス C_M に等しくなった点において不安定破壊が生じる．

図 18，19 は中央き裂試験片，CT 試験片に対する荷重-変位曲線を示したものであり，コンプライアンス C_M（単位厚さ当たりの値で示してある．E はヤング係数）が小さいほど不安定破壊の生じにくいことを示している．本論文においては，き裂を進展させた時 $\mathrm{COA}\geq(\mathrm{COA})_c$ ならば不安定破壊が発生したと判定される．図 20 は，中央き裂試験片に対する COA と Δa の関係を示したものであり，$\mathrm{COA}\geq(\mathrm{COA})_c$ となる点 A において不安定破壊が発生する．一方，図 21 は $d\delta/dP$ と Δa の関係を示したものであり，$d\delta/dP\geq -C_M$ となる点を求めると，この時の値は $\Delta a=50$ mm となり図 20 の点 A における $\Delta a=50$ mm に一致する．

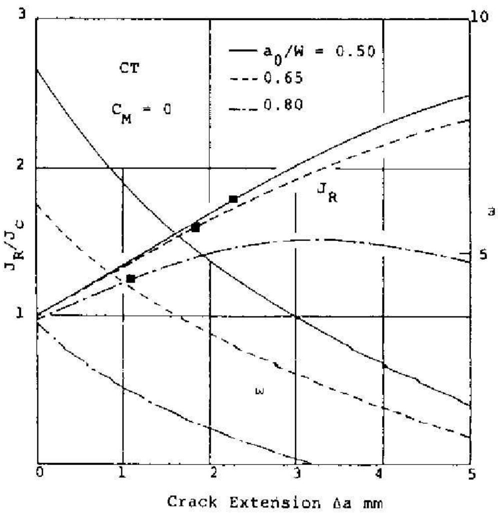


図 17　小形引張試験片の J_R 値と ω の値

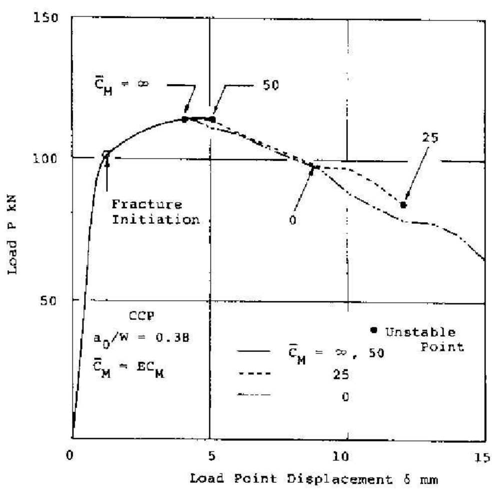


図 18　中央き裂試験片の不安定破壊発生点

6. スタビリティ・ダイヤグラム

コンプライアンス C_M を有する系の不安定破壊は，

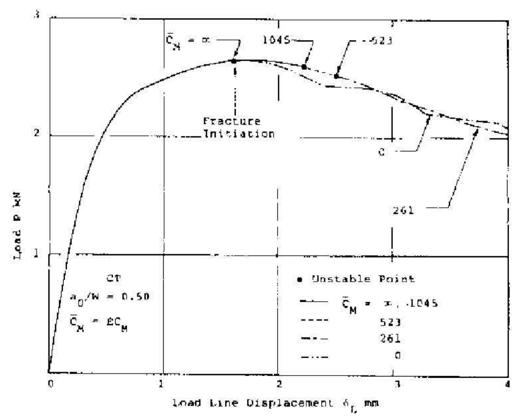


図 19　小形引張試験片の不安定破壊発生点

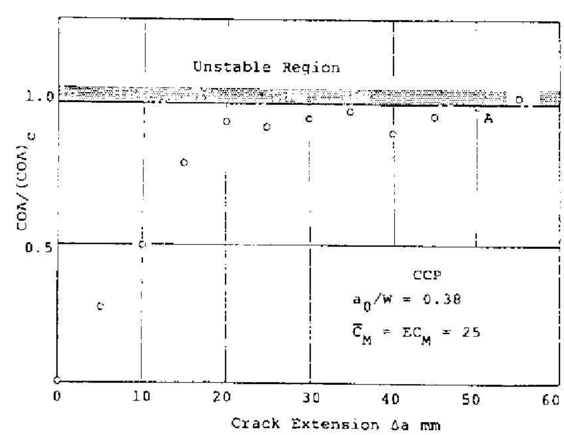


図 20　中央き裂試験片の COA

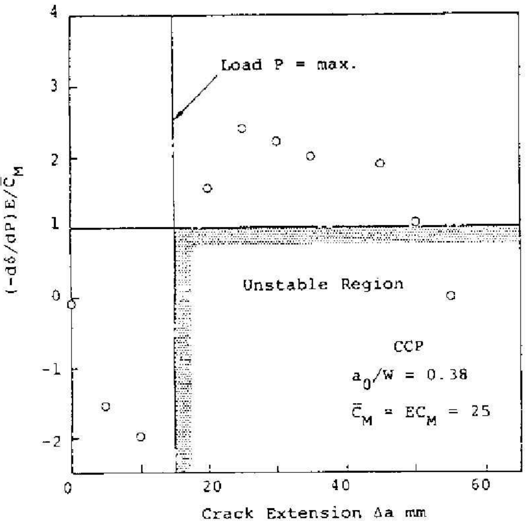
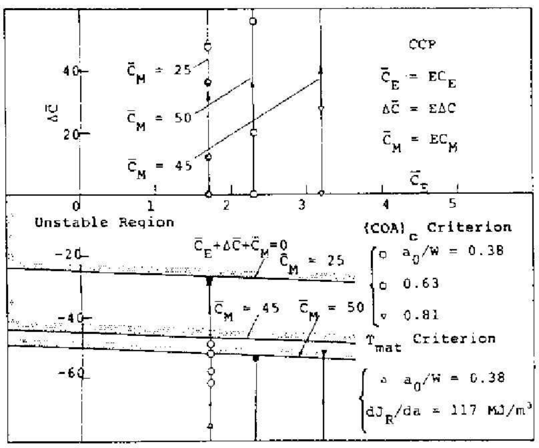


図 21 中央き裂試験片の $d\delta/dP$



ぬりつぶした印は不安定点を示す

図 22 中央き裂試験片のスタビリティ・ダイヤグラム

き裂進展条件にかかわらず

$$d\delta/dP + C_M \geq 0 \cdots\cdots(12)$$

で生じる．いま，試験片の弾性コンプライアンスを C_E とし，材料の降伏とき裂進展による試験片のコンプライアンスの変化を ΔC とすると $d\delta/dP$ は，

$$d\delta/dP = C_E + \Delta C \cdots\cdots(13)$$

で表せる．したがって式(12)，(13)より系の不安定破壊発生条件は，

$$C_E + \Delta C + C_M \geq 0 \cdots\cdots(14)$$

となる．Application Phase によりき裂進展条件の妥当性を調べる場合，不安定破壊発生点における ΔC が式(14)を最も満足するものが，一番適切なき裂進展条件と考えられる．図 22 は中央き裂試験片に対して COA き裂進展条件により推定した不安定破壊発生点における ΔC と C_E の値を示したものである（スタビリティ・ダイヤグラム）．図には比較のため T モジュラスき裂進展条件による値も示してある．図 23 は COA および T モジュラスき裂進展条件を用いた場合の CT 試験片の荷重-荷重線変位の関係を示したものである．両者ともほとんど差異がなく Application Phase でき裂進展条件の妥当性を検討する場合，判定基準として試験片の荷重-荷重線変位関係を用いるには十分な注意を要する．

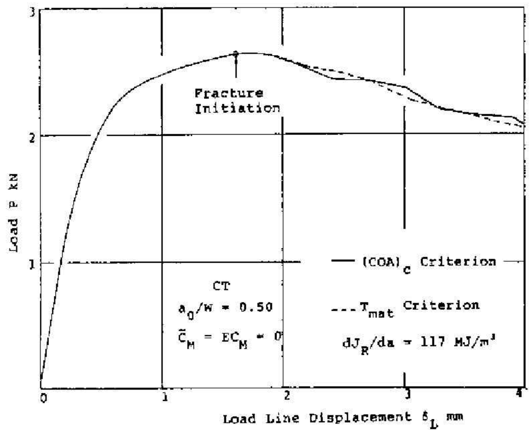


図 23 小形引張試験片の荷重-荷重線変位曲線

7. 結　言

不安定延性破壊における J 積分の評価および安定性解析（Application Phase）を有限要素法により行い以下のような結論を得た．

（1） 中央き裂および CT 試験片の進展き裂に対する J 積分の評価は，荷重-変位曲線に基づく Garwood あるいは Ernst による漸化式を用いるのがばらつきがなくてよい．

（2） COA き裂進展条件による不安定延性破壊の解析においては，J 積分抵抗値は中央き裂試験片に対し $\omega \geq 20$ なる条件にとらわれず，リガメント長さ b がほとんどなくなるまで J 積分支配き裂進展の有効性（dJ_R/da = 一定）を保持している．これに対し，CT 試験片においては ω が 4 以下においてはその有効性が消滅するようであり，曲げに対する J 積分支配き裂進展条件 $\omega \geq 2.5$ とほぼ一致している．また中央き裂試験片と CT 試験片では dJ_R/da の値が異なり形状依存性が認められる．

（3） COA き裂進展条件を用いて中央き裂試験片，CT 試験片の不安定破壊発生点を求め，系のコンプライアンスが不安定破壊発生点に及ぼす効果について検討し，これを系の安定・不安定を示す線図であるスタビリティ・ダイヤグラムに表した．

文　献

(1) Paris, P. C., ほか 3 名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 688(1979), 5.
(2) Kanninen, M. F., ほか 2 名, *Nucl. Eng.*, 67(1981), 27.
(3) Shih, C. F., ほか 2 名, 文献(1)の 65 ページ.
(4) 坂・ほか 3 名, 機論, 47-424, A(昭 56), 1301.
(5) Kanninen, M. F., ほか 6 名, 文献(1)の 121 ページ.
(6) 高橋・矢川, 機講論, No. 820-12(昭 57-10), 142.
(7) Garwood, S. J., ほか 2 名, *Int. J. Fract.*, 11-3(1975), 528.
(8) Ernst, H. A., ほか 2 名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 743(1981), 476.
(9) 白鳥・ほか 2 名, 機論, 48-430, A(昭 57), 776.
(10) 宮本・三好, 機講論, No. 730-2(昭 48-4), 179.
(11) Andersson, H., *J. Mech. Phys. Solids*, 21-5(1973), 337.

討　論

〔質問〕 **矢 川 元 基・高 橋 由起夫**

〔東京大学工学部〕

中央き裂付平板の結果には，質問者らの Generation Phase 解析[6] との関連点も多く，興味深く拝見した．また，J 積分条件と COA 条件との相違を検討した点で，貴重な研究であると思われる．

（1） 応力-ひずみ関係として式(1)を用いておられるが，純粋な線形弾性部分と式(1)で与えられる部分との結合は，どのようにして行われたのか．

（2） CT 試験片においては，経路積分値と簡便式の値とがかなり異なっている．図 17 において簡便式の値を用いて a_0/W に対する依存性を検討しておられるが，簡便式自体に問題があるとは考えられないか．

〔回答〕 （1） 式(1)はひずみの弾性成分 ε^e を $\varepsilon^e=\sigma\varepsilon_Y/\sigma_Y=\sigma/E$ で，塑性成分 ε^p を $\varepsilon^p=\alpha\varepsilon_Y(\sigma/\sigma_Y)^n$ で与えている．弾塑性計算に用いる値は $H'=d\bar{\sigma}/d\bar{\varepsilon}^p$ であり，この値を上記の ε^p の式より評価する．線形弾性部分との結合にあたっては，不連続の生じないように，

$$\varepsilon/\varepsilon_Y=\sigma/\sigma_Y+\alpha(\sigma/\sigma_Y)^n-\alpha$$

なるスウィフト形の式を用いて処理している．

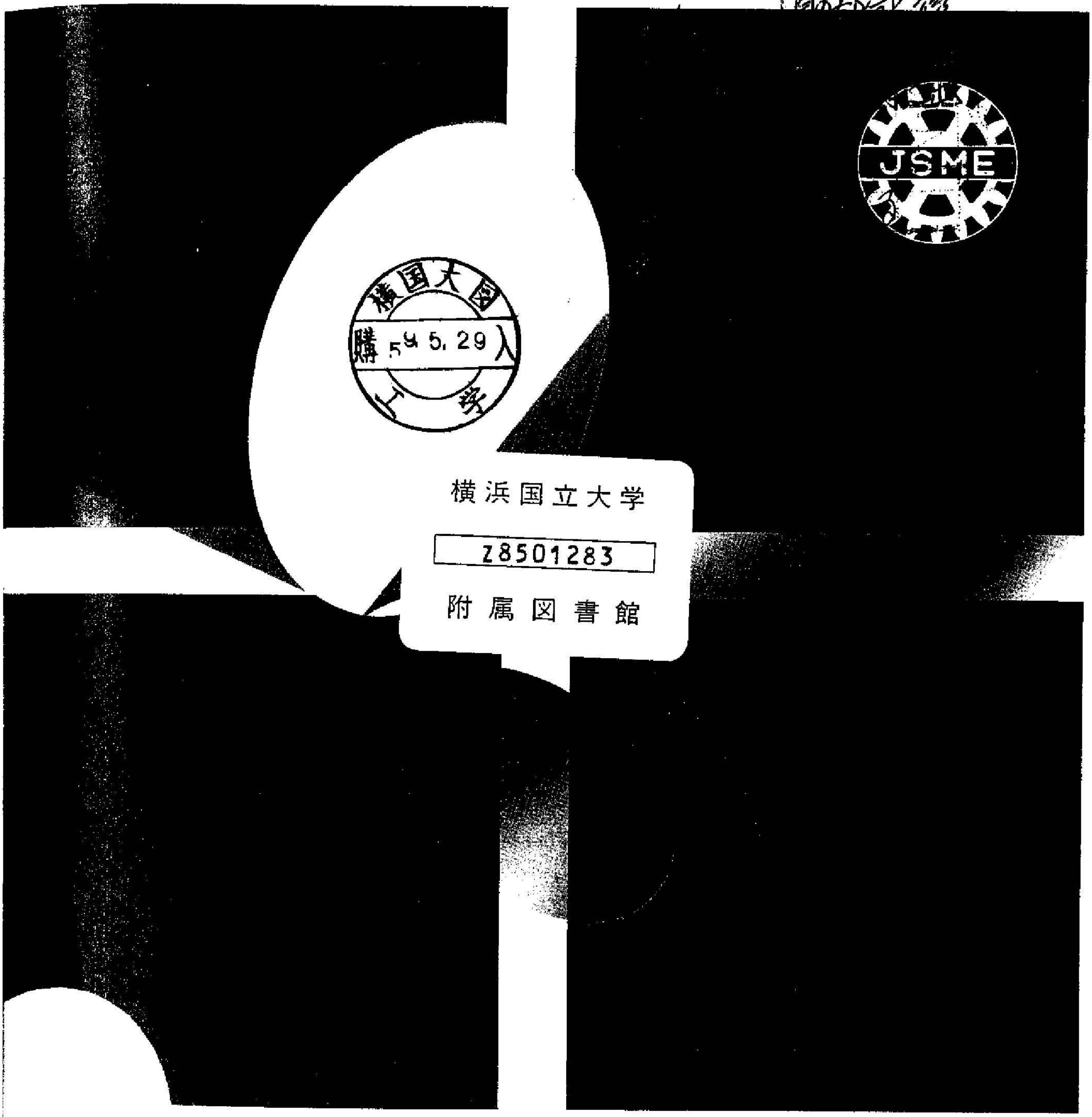
（2） 図 17 においては，$a_0/W=0.80$ において $a_0/W=0.50$, 0.65 と差異が生じている．深いき裂($a_0/W=0.80$ 程度)について式(8)の Ernst の簡便式の精度の良否は今後検討したく考えている．

昭和54年4月5日 第3種郵便物認可 昭和59年5月25日発行(毎月1回・25日)

ISSN 0387—5008

昭和59年5月 第50巻 第453号 A編

日本機械学会論文集



TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS

May, 1984

日本機械学会

A