

有限要素法によるき裂材の非線形解析*

白鳥正樹**, 三好俊郎***

1. 緒言

線形破壊力学は一パラメータ破壊基準 K_{Ic} の概念を導入することにより, 小規模降伏領域における破壊の問題に応用され成功を収めている. これはまた疲労破壊の問題にも応用され, き裂の伝ば速度は応力拡大係数によりうまく記述できることが示されている.

しかし, き裂先端の塑性域が十分に大きくなると非線形な効果が無視できなくなり, 線形破壊力学はもはや有効でない. 近年この一パラメータ破壊基準の概念を, 大規模降伏領域および全面降伏領域における破壊の問題にまで拡張しようという試みがあり, そのような破壊条件として J_{Ic} , COD および \bar{G}_{Ic} などが提案されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾. 一方疲労破壊においても, 片振り引張り下におけるき裂の開閉や, 切欠材における停留き裂の問題など, 線形破壊力学では説明の困難な現象もいくつか観察されている. これらの現象は塑性域内における残留応力が重要な役割を果たしているものと思われ, したがって塑性域内の非線形挙動に関する詳細な知識が必要となる.

以上の観点に立ち, 本報では 2 種類の弾塑性解析を行っている. まずはじめに, 大規模降伏領域および全面降伏領域における破壊条件の中から J 積分値をとりあげ, この J 積分値を有限要素法により評価する方法を示し, J 積分値と COD の値の関係について論じる. 次に, 疲労破壊における非線形効果を考察するために, き裂の伝ばを考慮した解析を行い, き裂の開閉および停留現象について調べる.

2. 大規模降伏および全面降伏領域における J 積分値の解析

2.1 解析方法

2.1.1 J 積分値 J 積分は Rice⁽⁴⁾ によって定義されたもので, 次式で与えられる.

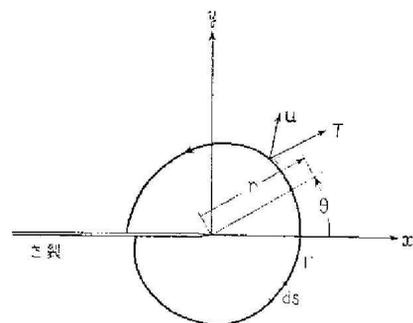
$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds \right) \dots \dots \dots (1)$$

ここに W は点 (x, y) のひずみエネルギー密度, \mathbf{T} は図 1 に示す経路 Γ の外向き法線方向の表面力ベクトル, \mathbf{u} は変位ベクトルである. J 積分は弾性体および全ひずみ塑性体に対して, き裂の下縁に始まりき裂先端を囲んだ形でき裂上縁に至るという制限下で, 経路 Γ によらず一定であることが証明されている. この経路独立性に注目して弾塑性状態における破壊基準として用いようという訳である. また増分論塑性体に対しても経路独立性が近似的に成立することが Hayes⁽⁵⁾ によって調べられている.

式 (1) で与えられる J 積分の値は, 弾性体に対してはき裂先端近傍の応力場の K 値表示を用いて解析的に求められるが, 大規模降伏および全面降伏領域に対しては K を用いて表すことはできない. 弾塑性体に対しては全ひずみ論に従う場合

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds \right) = - \frac{\partial U}{\partial a} \approx \frac{U(a) - U(a + \Delta a)}{\Delta a} = \frac{\Delta U}{\Delta a} \dots \dots \dots (2)$$

ここに U はポテンシャルエネルギー, a はき裂長さである. Begley-Landes⁽¹⁾ は上式を用いて実験的に J 値を求めている. すなわち図 2 の破線で示された同一形状, 同一材料でき裂の長さが a と $a + \Delta a$ の二つの試験片の荷重-変位曲線を実験より求め, 破線 OA, OB で囲まれた部分の面積が $\Delta U = J \Delta a$ に等しいことより J 値を求めた. 次に Bucci ら⁽⁶⁾ は試験片の荷重-変位曲線を弾性解と剛塑性解より図 2 の実線 OC, OD の



$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds \right)$$

W : ひずみエネルギー密度

図 1 J 積分の定義

* 昭和 50 年 3 月 27 日 1975 年日米応用力学会議において講演, 原稿受付 昭和 50 年 3 月 27 日.
** 正員, 横浜国立大学工学部 (横浜市南区大岡 2-31-1).
*** 正員, 東京大学工学部.

ように求め, OC, OD で囲まれた部分より J 値を計算した. この J 値は弾塑性部分を無視しているために, 図3に示すように $J \propto \delta^2$ の弾性解に $J \propto \delta$ の剛塑性解をオフセット分だけ平行移動して $J-\delta$ 曲線を求めることとなり, J 値を高め評価することになる. このため, Bucci らは弾塑性部分の補正として応力拡大係数に基づく塑性補正

$$a^* = a + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (\text{平面応力}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

a^* : 有効き裂長さ, σ_Y : 降伏応力

を行い, その結果 $J-\delta$ 曲線が実験とよく一致するという結論を得た. しかしながらこれは平面ひずみ問題に平面応力補正をするという点に難点がある. 本報告では J 値計算法として, き裂長さ a と $a+\Delta a$ のポテンシャルエネルギー $U(a)$, $U(a+\Delta a)$ をそれぞれ荷重点変位の関数として有限要素法により求め, あとは式(2)に従って J 値を評価する. 有限要素法においては

ポテンシャルエネルギーは要素寸法に鈍感であり, 精度良く求めることができる. J 積分は本来, 全ひずみ塑性体に対して定義できるものであるから, 有限要素法も全ひずみ塑性論に基づいて公式化する必要がある. 以下2.1.2項で全ひずみ論による有限要素解析の公式化を述べる.

2.1.2 全ひずみ塑性論に基づく塑性応力-ひずみマトリックス 全ひずみ塑性理論は次式で定義される.

$$\epsilon_{ij}' = \left(\phi + \frac{1}{2G} \right) \sigma_{ij}', \quad \phi = \frac{3}{2} \frac{\bar{\epsilon}^p}{\bar{\sigma}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに ϵ_{ij}' , σ_{ij}' , $\bar{\epsilon}^p$, $\bar{\sigma}$, G はそれぞれ全偏差ひずみ, 偏差応力, 相当塑性ひずみ, 相当応力および横弾性係数である. 材料の相当応力 $\bar{\sigma}$ と相当ひずみ $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^e + \bar{\epsilon}^p$ の関係が

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^e + \bar{\epsilon}^p = \bar{\sigma}/E + K\bar{\sigma}^n$$

で与えられるとすれば, 平面ひずみの場合の応力増分とひずみ増分を結びつける塑性応力-ひずみマトリックス $[D^p]$ は次の形となる.

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{E} + \frac{c}{2} & \frac{\nu}{E} + \frac{c}{2} & 0 \\ \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{3c}{2} \right) \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) & \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{3c}{2} \right) \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) & 0 \\ \frac{\nu}{E} + \frac{c}{2} & \frac{1-\nu}{E} + \frac{c}{2} & 0 \\ \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{3c}{2} \right) \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) & \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{3c}{2} \right) \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G}{3Gc+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに, $c = \Delta\bar{\epsilon}^p / \Delta\bar{\sigma} = nK\bar{\sigma}^{n-1}$, また, E, ν はそれぞれ縦弾性係数およびポアソン比である. したがって式(5)の $[D^p]$ マトリックスを用いれば, 全ひずみ論塑性解析を行うことができる.

2.2 3点曲げ材および小形引張り材における J 積分値 J 値計算に用いた試験片は Bucci ら⁽⁶⁾が用いたものとはほぼ同一形状, 寸法を有する曲げおよび小形引張試験片であり, 具体的な形状を図4, 5に示しておく. 曲げ試験片においては $W=20, B=20, a$: き裂長さ, $s=80, D=110$ であり, 小形引張試験片においては $W=50, a$: き裂長さ, $B=25, C=65.5, D=12.5, F=27.5, H=30$ で単位はいずれも mm である. 解析の対象とし

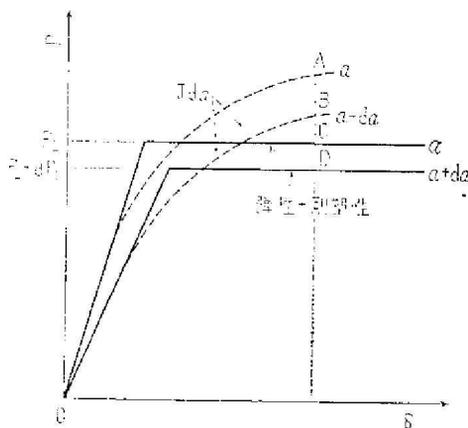


図2 J 積分の評価方法

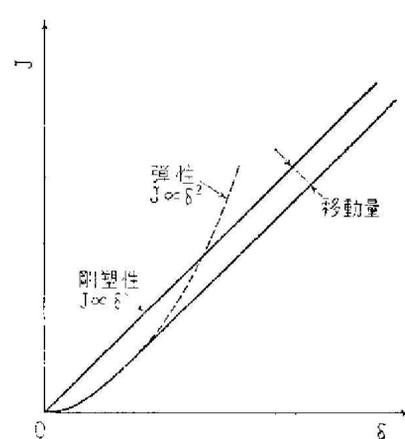


図3 弾性解と剛塑性解による J 値の計算

た材料は原子炉圧力容器鋼 A533B でその機械的性質は次のようである。

$$E=21\,000\text{ kg/mm}^2, \quad \nu=0.3$$

$$\sigma_Y=49\text{ kg/mm}^2, \quad n=1$$

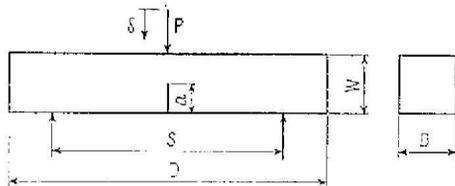
$$K=100/E$$

ここに n, K は式 (5) で与えられる加工硬化に関する量である。

図 6, 7 には曲げおよび小形引張試験片の解析に際して用いた要素分割を示す。最小要素の寸法は曲げ試験片の場合 1 mm, 小形試験片の場合も 1 mm である。荷重は図中にそれぞれ $P/2$, および P と印した節点に集中的に作用させた。曲げに対してはこのほかにも要素分割を変えて解析し、ポテンシャルエネルギーが要素分割の方法によって変化しないことを確認してある。

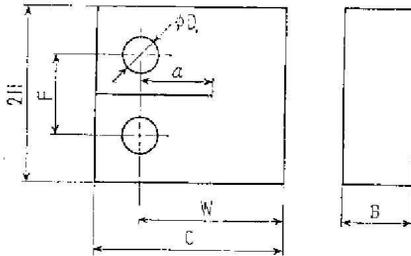
図 8 は曲げの場合の全ひずみ理論と増分理論による結果を比較したものであり、増分理論の方が少し高めになるほかはあまり差がない。図 9 は全ひずみ理論による有限要素法の解と弾性解+剛塑性解の結果を比較したものであり、弾性部分は良く一致するが全領域降

伏荷重は有限要素法によるものがかなり高くなっている。有限要素法による結果は、図 10 に示すように $P=2.28\text{ t}$ でヒンジ形に塑性域が貫通した時を全領域降伏荷重とし、これ以後は水平な直線になると考える。これはき裂長さ a と $a+\Delta a$ の部材は全領域降伏後、ほぼ全領域降伏時の荷重間隔で水平に対してある傾きをもって曲線が伸び(この事は実際に解析して確認してある)、 J 値に対しては a と Δa の曲線の間隔のみが問題となるからである。この方法は精度上も問題なく経済的にも非常に有効である。図 11 は上記の考えに従って求めた有限要素法の結果と、弾性解に平面応力塑性補正を行った Bucci らの結果を比較したものである。全領域降伏荷重の絶対値に差はあるが、各曲線間の面積 (J 値に対応) は δ が同じならほぼ同じとなっていることがわかる。図 12 は曲げ材に対する $J-\delta$ 曲線である。Bucci らは平面応力塑性補正を



$W=20, B=20, a$: き裂長さ, $s=80, D=110, \delta$: 荷重点変位

図 4 3点曲げ試験片



$W=50, a$: き裂長さ, $B=25, C=65.5, D=12.5$
 $F=27.5, H=30$

図 5 小形引張試験片

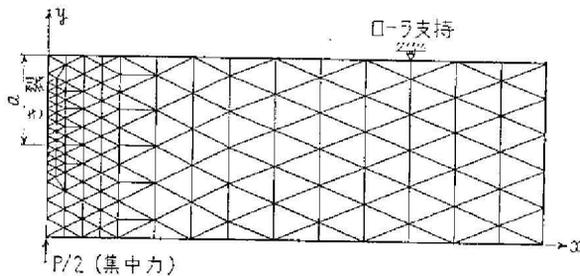


図 6 要素分割 (3点曲げ試験片)

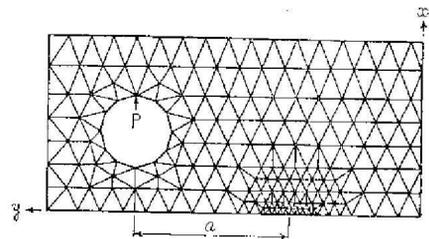


図 7 要素分割 (小形引張試験片)

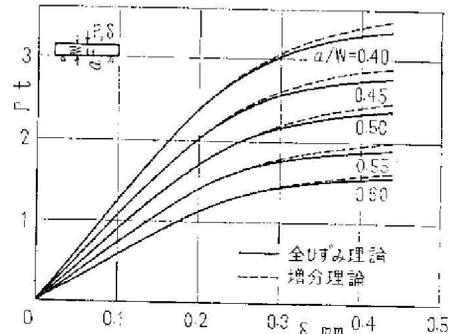


図 8 全ひずみ理論と増分理論の比較

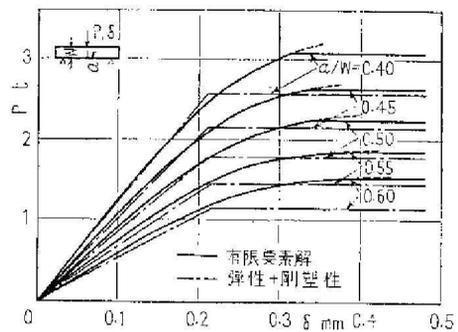


図 9 有限要素解と弾性+剛塑性解の比較

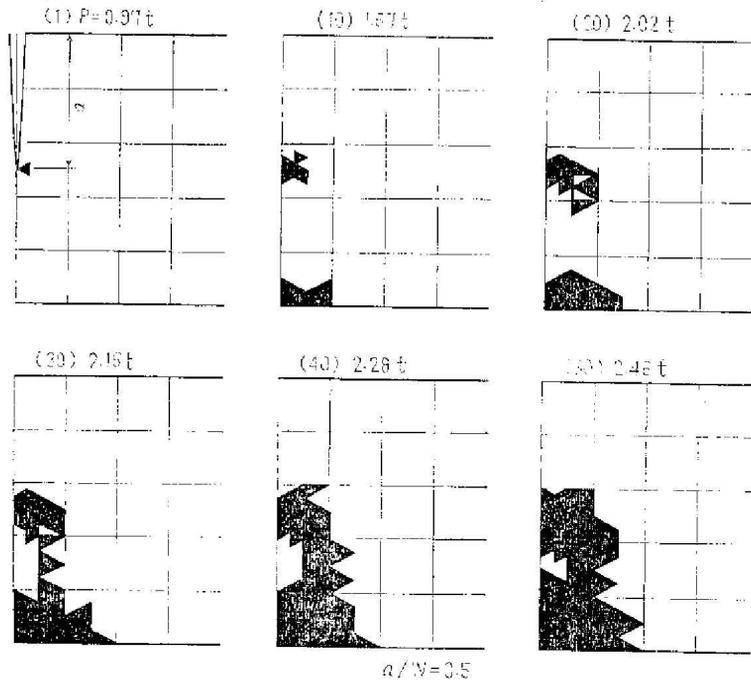


図 10 塑性域の進展と塑性関節

行った結果を示してないので比較できないが、剛塑性解の結果

$$J = 2.912\sigma_y\delta(W-a)/S$$

は $\delta < 2\text{mm}$ くらいまでは高めとなる。図 13 は小形引張試験片の $J-\delta$ 曲線を示したもので、有限要素法による結果は $a/W=0.50$ の場合、弾性解+剛塑性解と平面応力塑性補正(図中点線)の間にあり、実験結果⁽⁶⁾は平面応力塑性補正より高めであることを考えれば、有限要素法の結果は妥当であると考えられる。

2.3 3点曲げ材における J 積分値と COD 値の関係 J 積分値と COD 値の関係を論じる前に、対象とする3点曲げ試験片について各量の記号を図 14 のよう

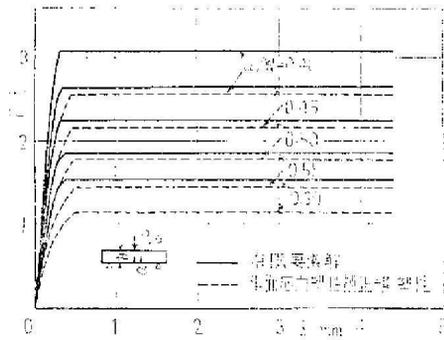


図 11 有限要素解と平面応力塑性補正+剛塑性解の比較

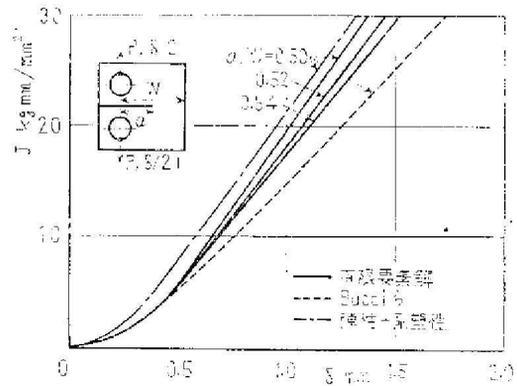


図 13 $J-\delta$ 曲線 (小形引張試験片)

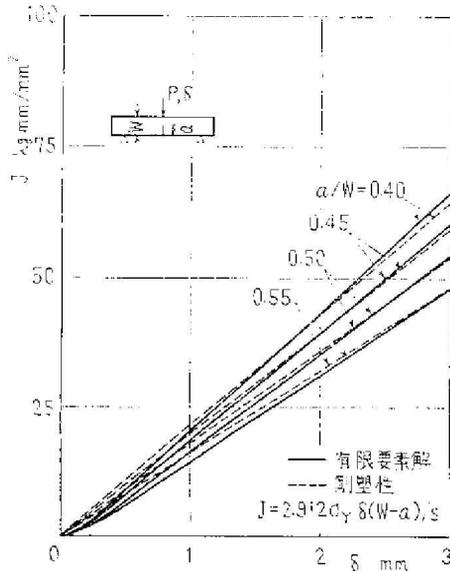


図 12 $J-\delta$ 曲線 (曲げ試験片)

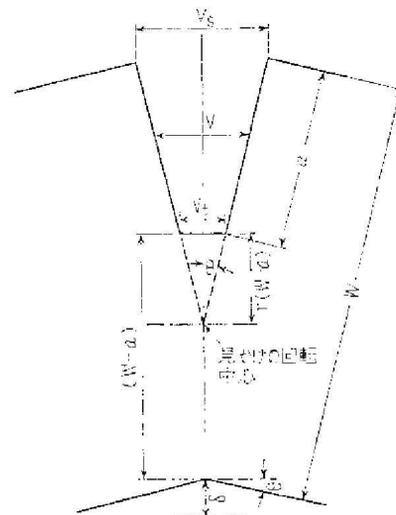


図 14 V_s, V_c, r の定義

に定めておく。き裂先端の開口量 V_i については、有限要素法の場合 0 となるので、き裂先端から 1 個めの節点のそれを V_i として用いる。

2.3.1 V_s - V_i 関係 British Standard Institution の Crack Opening Displacement Testing (DD 19)⁽⁷⁾には V_s より V_i を算出する式として、式 (6) および (7) が推奨されている。

$$\left. \begin{aligned}
 V_i &= \frac{0.45(W-a)}{0.45W+0.55a} \left[V_s - \frac{\gamma\sigma_r W(1-\nu^2)}{E} \right] \\
 & \quad V_s \geq \frac{2\gamma\sigma_r W(1-\nu^2)}{E} \\
 V_i &= \frac{0.45(W-a)}{0.45W+0.55a} \left[\frac{V_s^2 E}{4\gamma\sigma_r W(1-\nu^2)} \right] \\
 & \quad V_s \leq \frac{2\gamma\sigma_r W(1-\nu^2)}{E}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

$$V_i = \frac{V_s}{[3a/(W-a)]+1} \dots\dots\dots(7)$$

ここに式 (6) の γ は a/W が定まれば決まる定数である⁽⁷⁾。式 (6), (7) はいずれも回転中心の考えに基づくものであり、回転因子 r (図 14 参照) は式 (6) で 0.45, 式 (7) で 0.33 である。有限要素法と比較するため、式 (6), (7) に補正を行ってき裂先端より 1 個めの節点に相当する点での V_i を求める。この結果と有限要素法の結果を示したのが図 15~17 である。図中の●印は式 (6) の算出式が遷移する点である。有

限要素法による結果は、部材の全面降伏までは式 (6) と (7) による値の中間にある。式 (6) は最初から回転中心の考えを用いているため、高めの値を与えるようであり、有限要素法による結果を見ても V_i が V_s ときれいな直線関係となるのは●印以上の V_s に対してであるから、回転中心の考えが有効となるのは●印以上の V_s であろう。また有限要素法による結果は式 (7) の結果と全面降伏以前で平行であり、 $r=0.3$ となる。全面降伏以後は図 18 の開口図が示すようにき裂から 1 個めの節点が落ちこむため、 V_s の増分に対する V_i の増分は全面降伏前にくらべて減少するが、線形関係は保持するようである。大まかな目安として全面降伏後の直線の傾きは全面降伏前の 1/2 のオーダーである。全面降伏後に傾きが減少する理由は、おそらくき裂先端の塑性関節で囲まれた弾性域 (すべり線理論では剛性域) が小さくなって中立軸の位置が変化するためであろう。図 19 は図 18 から求めた見かけの回転中心を示したものであり、横軸に V_s , 縦軸に図 14 に示す回転因子 r を取ってある。 r は変形の進行と共に 0.3 に収束する。式 (6), (7) の回転中心の概念は実験的に出てきたものであるが、図 18 の開口状態を見ればその理由を納得できよう。

2.3.2 δ - V_s 関係 3点曲げ試験における荷重点での変位 δ と V_s の関係を図 20 に示す。図に示され

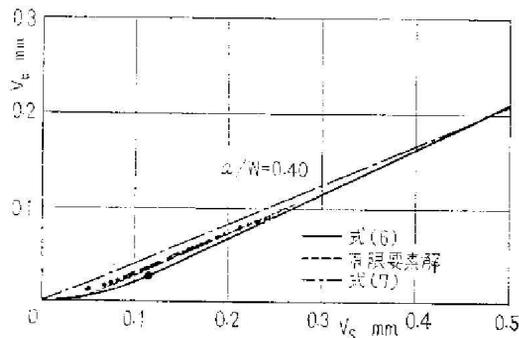


図 15 V_s - V_i 曲線

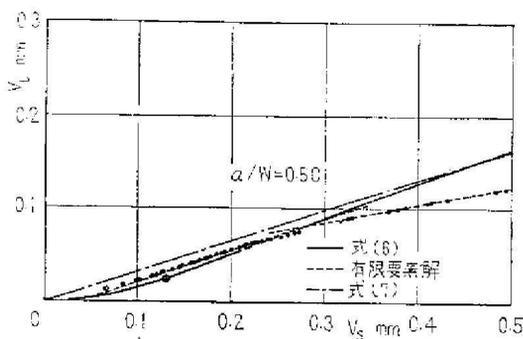


図 16 V_s - V_i 曲線

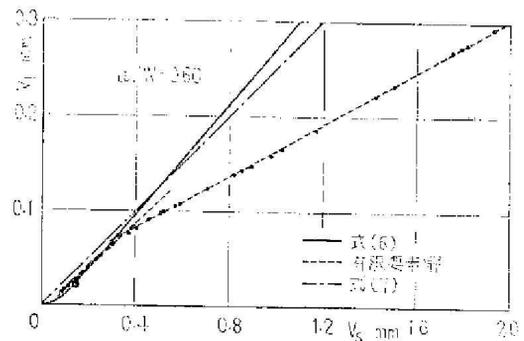


図 17 V_s - V_i 曲線

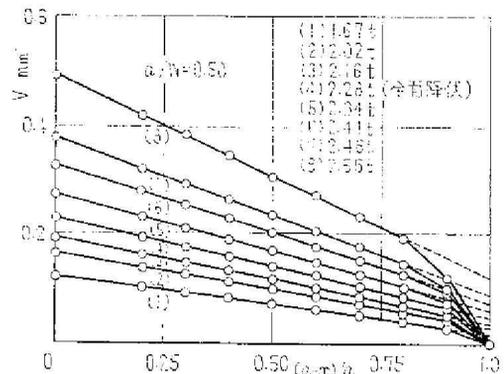


図 18 き裂開口図

るように δ と V_i は線形関係にあり, しかも直線は原点を通るから δ と V_i は等価である.

2.3.3 J-V_i 関係 J積分値(J)とCOD値(V_i)の関係を降伏域の大きさに従って三つの領域に分けて論じる.

(i) 小規模降伏領域 (S. S. Y.)

$$J = G \propto K^2, \quad V_i \propto K^2$$

従って $J \propto V_i$

(ii) 大規模降伏領域 (L. S. Y.)

$$J = f(\delta), \quad \delta \propto V_i, \quad V_i \propto V_s$$

関数 f の形が不明

(iii) 全面降伏域 (G. Y.)

$$J \propto \delta, \quad \delta \propto V_s, \quad V_i \propto V_s$$

従って $J \propto V_i$

以上の様子を図 21 に示す.

3. 疲労破壊におけるき裂の伝ばと閉閉現象の解析

3.1 解析方法

3.1.1 ひずみ増分理論に基づく塑性応力-ひずみマトリックス 本章における弾塑性解析においてはミーゼスの降伏条件を Prandtl-Reuss の式と組合わせたひずみ増分理論を用いている. また繰返し応力に対するバウシニング効果の影響を調べるために, 等方硬化材 (IHM 材) と移動硬化材 (KHM 材)⁽⁹⁾の両方を計

算して比較した. 本章における解析はすべて平面応力条件の下で行っている. また解析に供した材料の機械的性質を表 1 に示す.

3.1.2 き裂伝ばの解析 き裂先端で微視的なき裂の伝ば条件が満足されて Δa だけ伝ばするには, 一般に十分な応力繰返し数が必要である. その様子を図 22(a) に模式的に示す. これを解析的に追跡するのは計算時間の点で無理があるので, 実際の解析にあたっては同図 (b) に示すようにモデル化した. き裂が伝ばしない期間, すなわち $\Delta N_1, \Delta N_2, \Delta N_3 \dots$ などが繰返されている間は, き裂先端部の応力およびひ

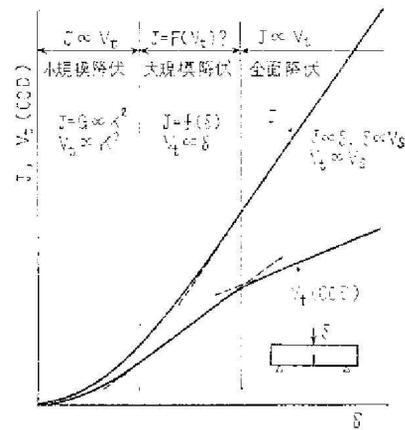


図 21 J と V_i の関係

表 1 試験片の機械的性質

弾性係数 E kg/mm ²	ポアソン比 ν	初期降伏応力 σ_y kg/mm ²	加工硬化率 H'/E kg/mm ²	H'/E
21 000	0.3	36.3	57	0.0027
			2 100	0.109 0

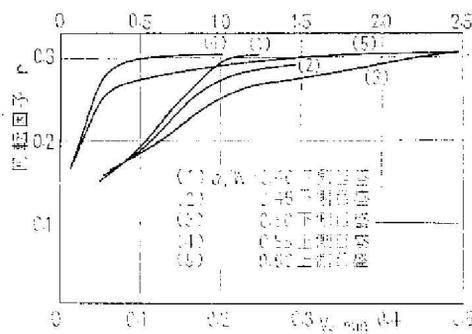


図 19 σ - ϵ 曲線

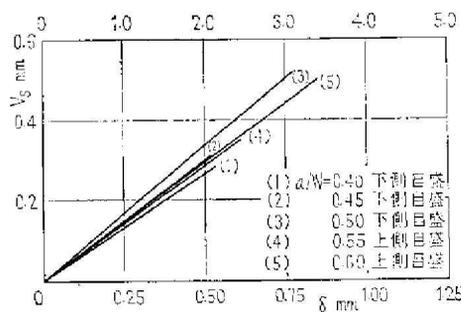
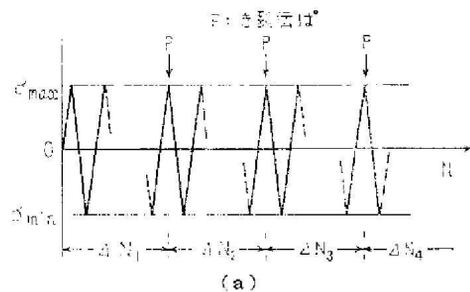
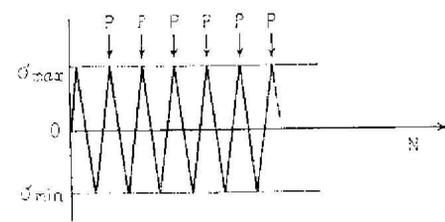


図 20 V_i - δ 曲線



(a)



(b)

図 22 荷重履歴とき裂伝ば

ずみの分布はほぼ定常的であるから、上記のモデル化は妥当である。

き裂伝ばの解析には著者の一人が提案した方法を用いている⁽⁹⁾。すなわちある荷重サイクルにおいてき裂の伝ば条件が満足された場合、き裂先端部節点の拘束をはずすと同時に、今までその節点に作用していた反力と逆向きの集中力を増分的にその節点に作用する。この操作を続けてき裂先端部節点の反力と集中力の和が零になったとき、伝ばのステージは完了してき裂は Δa だけ伸びたことになる(図 23)。上記の操作の際に生じる部分的な負荷と除荷の判定は以下に示す $d\lambda$ の符号により行った。すなわち

$d\lambda \geq 0$ のとき：負荷 $d\lambda < 0$ のとき：除荷

ここにパラメータ $d\lambda$ は

$$d\epsilon_{ik}^p = (\partial F / \partial \sigma_{ik}) d\lambda$$

により定義される、塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ik}^p$ と塑性ポテンシャル F との関係を与えるパラメータである。

3.1.3 き裂開閉の判定 き裂開閉の判定は以下のように行った。き裂面上の i 番めの節点に注目し、その点のき裂面に垂直な方向変位および反力をそれぞれ v_i, Y_i とする。そのとき

$v_i > 0, Y_i = 0$ のとき：開

$v_i = 0, Y_i > 0$ のとき：閉

により判定した。この判定をき裂面上のすべての節点について行い、必要に応じて境界条件を変化させた。

3.2 片振り引張りにおけるき裂の開閉 き裂の伝ばによる履歴を考えずに解析を行うと、片振り引張りによりき裂が閉じることはない⁽¹⁰⁾。従って Elber⁽¹¹⁾が実験で観察している開閉現象を理論的に説明するには、き裂の伝ばを考慮した解析が必要になる。

き裂の伝ばを考慮した解析は図 24 に示す中実に長さ $2a = 8.0 \text{ mm}$ の初期き裂を持つ長方形板に対して行った。この長方形板のき裂線に垂直な方向(y 方向)に片振りの引張応力を作用させる。公称応力の最大値 σ_{\max} および応力比 R はそれぞれ

$$\sigma_{\max} = 10 \text{ kg/mm}^2, R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.1$$

を与えた。対称性により試験片の 4 分の 1 の部分を解析の対象とし、この部分を線形の形状関数を持つ三角形要素に分割した。要素と節点の数はそれぞれ 386 および 225、また要素の最小寸法は約 0.03 mm である。き裂先端近傍の要素分割を図 25 に示す。この分割によれば一度にき裂が伝ばする量は $\Delta a = 0.03 \text{ mm}$ となる。

図 26 はき裂が $3\Delta a$ だけ伝ばした後、すなわち $a = 4.1 \text{ mm}$ となったときの荷重の 1 サイクルにおけるき裂の開口変位 (COD) を示す。この COD 曲線は負荷のサイクルと除荷のサイクルとで同じ値を示した。図 26 にはまた伝ばしたき裂面上およびき裂先端前方におけるひずみ ϵ_y の分布も併せて示している。伝ばしたき裂面上では、荷重の減少に伴いき裂が先端

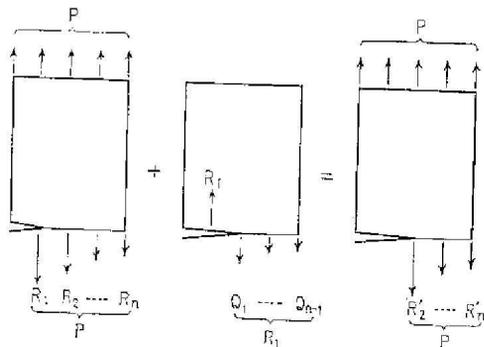


図 23 き裂伝ばの解析法

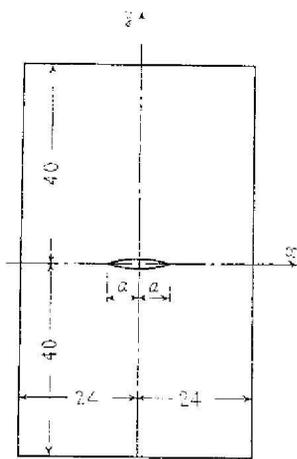


図 24 中央き裂を持つ長方形板

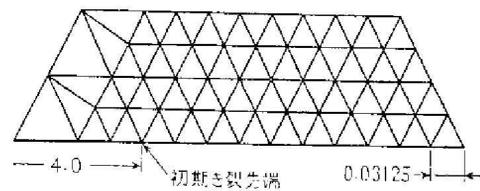


図 25 き裂先端近傍の要素分割

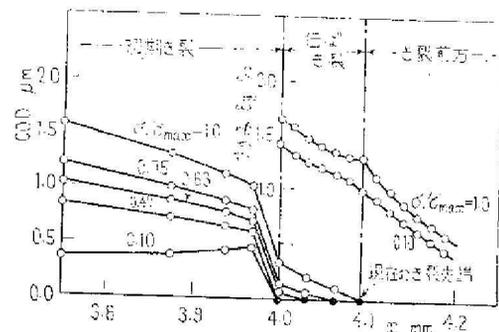


図 26 き裂開口変位とひずみ分布

から順に閉じているのが観察される。また、この部分には非常に大きな引張ひずみの残留しているのが観察され、これがこの部分における開閉現象に大きな役割を果たしているのがわかる。 $x=0$ および $x=4.0$ における COD の値を荷重に対してプロットしたのが図 27 である。 $x=0$ における COD はほぼ外力に比例するのに対して、 $x=4.0$ における COD はき裂開閉の影響をめいりょうにあらわしており、これは Adams⁽¹²⁾ が実験的に求めている結果とよく一致する。

3.3 切欠材における停留き裂 鋭い切欠の底から発生したき裂が、ある応力範囲に対しては十分な繰返しの後にもそれ以上進展せずに停留する現象はよく知られている。この機構を説明する種々の仮説が提案されているが、十分に説得力のある理論はまだないようである。例えば、切欠底に発生したき裂の K 値はき裂長さとともに大きくなり、線形破壊力学の立場からこの現象を説明することはできない。著者ら⁽¹³⁾は以前、

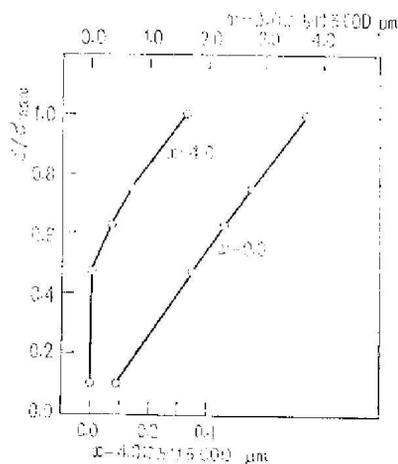


図 27 COD- σ/σ_{max} 曲線

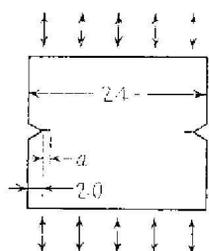


図 28 切欠試験片

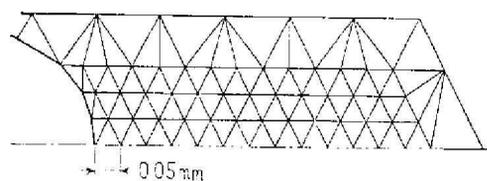


図 29 切欠底近傍の要素分割

切欠材の弾塑性解析を行い、その結果き裂の伝ばを考えない状態では、き裂先端で繰返されるひずみ範囲がやはりき裂長さとともに大きくなり、停留き裂の機構をうまく説明することができなかった。したがってき裂の伝ばを考慮した解析が必要となる。

図 28 に示す切欠試験片の4分の1の部分について解析を行った。要素数および節点数はそれぞれ 214 お

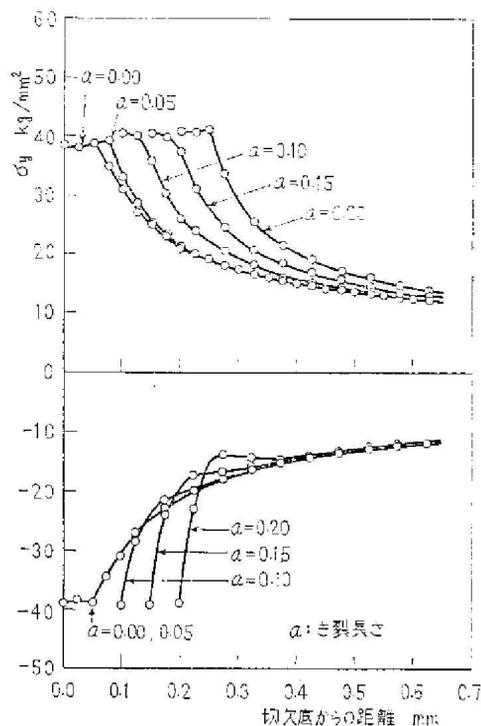


図 30 応力分布

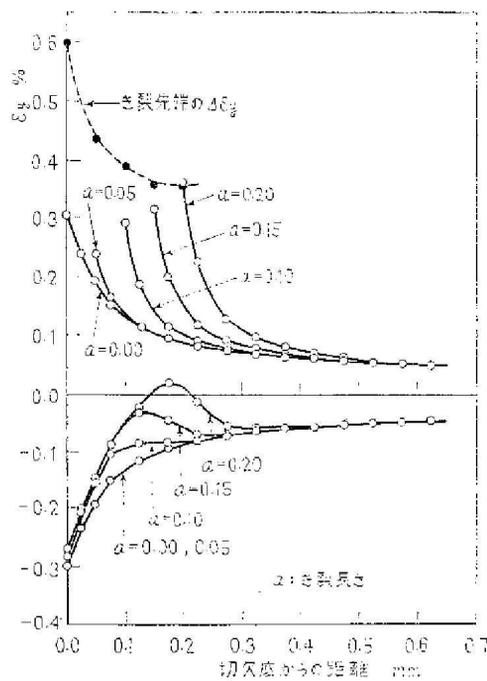


図 31 ひずみ分布

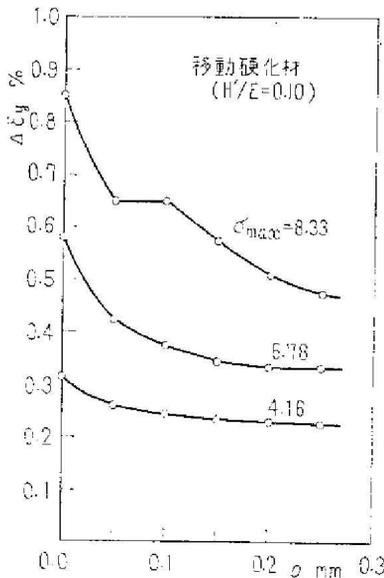


図 32 き裂先端のひずみ範囲

よび 139 である。図 29 は切欠底近傍の要素分割を示す。はじめき裂が存在しない状態から解析をはじめ、切欠底から $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ずつ順次き裂が伝ばしていく様子を逐次追跡した。停留き裂は両振りに対して生じるから、作用した外力は完全両振り、すなわち $R = -1.0$ とした。

図 30 および 31 は、それぞれ $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = 6.7 \text{ kg/mm}^2$ におけるき裂先端近傍の応力分布およびひずみ分布を示したものである。これらは IHM 材の結果で $H'/E = 0.0027$ である。図 31 における破線はき裂先端で繰返されるひずみ範囲 $\Delta \epsilon_v$ を示している。また図 32 には三つの異なる σ_{\max} に対して得られた $\Delta \epsilon_v$ の変化を KHM 材 ($H'/E = 0.10$) について示してある。いずれの場合も $\Delta \epsilon_v$ がき裂長さとともに減少しており、これは一度発生したき裂が停留する可能性を示している。図 33 は伝ばしたき裂の開閉を示しており、これによればき裂は片振りの場合のように必ずしもき裂先端から順に閉じてはいない。完全両振りに対しては、き裂面は圧縮の半サイクル中に大きな圧縮応力を受け、 σ_{\min} に対しては圧縮応力状態で再降伏することもある。したがってこのき裂面上に残留しているひずみは、必ずしも引張りの成分ばかりとは言えず非常に複雑になる。大路・小倉ら⁽¹³⁾はこの問題をほぼ同様の方法で解析しており、き裂の開閉現象から有効応力拡大係数を求めることにより、停留き裂の機構の力学的解釈に成功を収めている。しかし上に示し

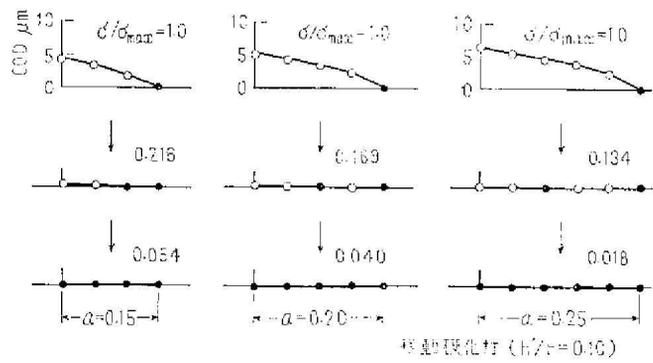


図 33 き裂開口変位

たような理由により、き裂の開閉現象を有効応力拡大係数の概念と結びつけるに際してはいつもの検討が必要であると思われる。

4. 結 言

有限要素法によりき裂材の非線形解析を行った。主な内容を示せば以下のようなになる。

(1) 全ひずみ塑性理論に基づく有限要素法による解析方法を定式化し、これを用いて J 積分値を評価する方法を示した。

(2) 上の方法により求められた J 積分値と COD 値の関係について論じた。

(3) 疲労破壊の問題に対して、き裂の伝ばを考慮した有限要素解析を行い、片振り引張りにおけるき裂の開閉、および切欠材における停留き裂の問題について考察した。

文 献

- (1) Begley, J.A. and Landes, J.D., *ASTM STP*, 514 (1972), 1.
- (2) Wells, A.A., *Proc. Crack Propagation Symp., Cranfield*, 1 (1961), 210.
- (3) Liebowitz, H. and Eftis, J., *Engng. Fract. Mech.*, 3 (1971), 267.
- (4) Rice, J.R., *Trans. ASME, Ser. E*, 35-2 (1968-6), 379.
- (5) Hayes, D.J., *Ph.D. Dissertation, Imperial College, Univ. of London*, (1970).
- (6) Bucci, R.J., ほか 3 名, *ASTM STP*, 514 (1972), 40.
- (7) British Standards Institution, DD 19 (1972).
- (8) Miyamoto, H. and Shiratori, M., *Proc. 21st Japan NCTAM*, 21 (1973), 221.
- (9) Miyoshi, T., *Doctral Thesis, Univ. of Tokyo*, (1973).
- (10) Miyamoto, H., ほか 2 名, *J. Faculty Engng., Univ. of Tokyo*, (B), 31-1 (1971), 217.
- (11) Elber, W., *Engng. Fract. Mech.*, 2 (1970), 37.
- (12) Adams, N.J.I., *Engng. Fract. Mech.*, 4 (1972), 543.
- (13) Ohji, K., ほか 2 名, *Preliminary Proc. Japan-U.S. Seminar, Sendai*, (1974).

討 論

〔質問〕 小寺沢良一 (大阪大学基礎工学部)

疲労破壊におけるき裂の開閉現象に関して、次の諸点についてお教え願いたい。

(1) 平面応力条件の下で解析を行っておられるが、疲労き裂は通常平面ひずみ条件下で進展する。この違いについてどのようにお考えか。

(2) 疲労き裂が ΔN_i の応力繰返しに Δa だけ間欠的に進展するとしておられるが、疲労き裂の進展はむしろ1サイクルごとに連続的に進展する機構が基本的と考えられる。この点につきいかがお考えか。

(3) 片振り引張りにおけるき裂の開閉については、定性的なことはすでに多くの研究によりかなり明らかになっており、定量的な問題に焦点が移っているかと思う。このような背景の中で貴解析をどのように位置づけられるのか。

(4) 停留き裂の解析で、完全両振りの場合は複雑で、き裂開閉現象を有効応力拡大係数と結びつけるのにいっそうの検討が必要であると述べておられるが、片振りの場合とどのように違うのか、要点をご教示願いたい。

〔回答〕 (1) 本論文が意図しているような疲労破壊の機構を、力学的に追究する立場からは平面ひずみ解析を行ったほうがよいのはご指摘のとおりだが、本解析においてはこれまでに行った一連の解析〔文献(8), (10) など〕が平面応力条件の下で行われているために、それらの結果と比較する意図で平面応力解析を行っている。またき裂先端近傍の応力とひずみの分布に関して、光干渉法、モアレ法あるいは銅めっき法などにより実験的に求められているデータはすべて板表面における分布で、それらの結果と比較する場合にも平面応力条件での解析が必要であると思われる。

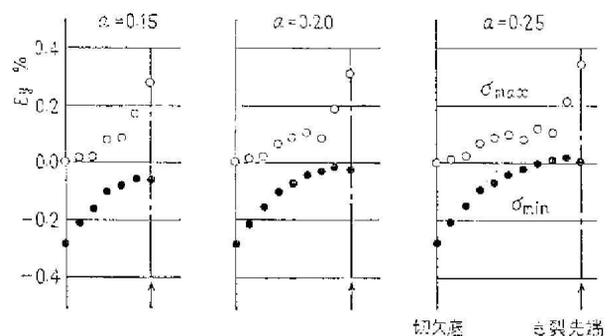
一般に平面応力と平面ひずみにおける本質的な差は、(a) 平面応力においては板面に垂直な応力成分 $\sigma_z=0$ であるために、破壊形態がせん断縁状となるのに対して、平面ひずみでは破面が板面に垂直であること、(b) 平面ひずみでは $\sigma_z \neq 0$ のために静水圧成分が無視できず、したがって応力成分の絶対値が平面応力に比べて約3倍ほど高くなること、および(c) 塑性域は平面応力に比べて平面ひずみのほうが小さくなることの3点にあると思われる。このうち(a)については本解析では破面が板面に垂直であると仮定しているので、むしろ平面ひずみに近いものと考えられる。(b), (c)については破壊条件として応力条件、あるいは塑性域寸法などが関与する場合に定量的な考

察において重要になってくるが、ここで行っているような、疲労き裂の伝ば機構に関してその非線形な力学的特性を定性的に追究するという立場からは、平面応力と平面ひずみとで本質的な差はないものと考えている。

(2) (3) ご指摘のとおりである。有限要素法でこの種の解析を行う場合、き裂伝ば量 Δa をあらかじめ設定せねばならず、しかもその大きさが実際のストライエーション間隔の10~100倍のオーダーとなるので、この方法により疲労き裂の伝ば機構がすべて説明できるとは著者らも考えていない。ところでき裂の伝ばを含めた非線形な履歴を考慮した理論的解析はこれまでのところ行われておらず、本解析はこのような試みによりき裂面に残留するひずみとき裂開閉挙動との関係あるいはき裂伝ばを考慮したために生じるき裂先端近傍でのひずみ挙動に対する新たな力学的知見を得ることを目的としている。質問者が指摘しておられるような定量的な評価に際しては、これらの有限要素解析により得られた力学的認識をもとにして何らかのモデル化を行って解析するのが適当と思われる、現在そのような試みを行っている。

(4) 片振りと両振りにおいて本質的な差はないと考えているが、特に切欠材の両振りにおいては、圧縮過程においてき裂面が大きな圧縮応力を受けるため事情がいっそう複雑なることを指摘したものである。たとえば付図1は図33の場合のき裂面上のひずみを σ_{max} と σ_{min} の場合について示したのだが、これを図26の結果と比べると残留ひずみの分布の形が片振りと両振りではっきり違っているのがわかる。

またこれは片振りと両振りのいずれに対しても言えることだが、ここで行っているようなき裂開閉挙動の解析結果を、有効応力拡大係数の概念と結びつける際に問題となるのは、き裂先端から手前のどの点が接触



付図1 き裂縁のひずみ分布

したときをもってき裂が閉じたと判断するのかということである。大路・小倉らは便宜上先端から一つ手前の節点において判断しているが、この考え方だと要素分割をもっとずっと細かくしていけばき裂はもっとずっと早い時期に閉じはじめることになり、したがって有効応力拡大係数が要素分割に依存する結果になる。大路・小倉らは要素分割を適当にとることにより停留き裂に関する定性的な説明に成功しているが、さらに定量的な考察を行うには以上の点に関する吟味が必要であることを述べたものである。

〔質問〕 松本年男(神戸製鋼所中央研究所)

(1) ここで解析された材料では、大規模降伏になるにつれて、き裂端は鈍化していくものと考えられる。その場合、 J 値は積分経路に独立と考えても差しつかえないか。

(2) 「……ある荷重サイクルにおいてき裂の伝ば条件が満足された……」(1639 ページ左欄4行め)と

あるが、マトリックス節点をはずすクライテリオンによっても以後の解析結果に影響があることも考えられるが、この点についてお尋ねする。

〔回答〕 (1) 著者らのその後の研究において、き裂先端形状が J 値におよぼす影響を調べている(付1)。それによれば J 値は、き裂先端の形状に対して極めて鈍感であることが示されている。

(2) この点についても著者らがその後検討を行っており(付2)、それによれば1サイクル中におけるき裂の伝ば開始時期によって、き裂先端でのひずみ集中およびき裂縁での残留ひずみの大きさに明らかな差のあることが示されている。しかし本論文で行っているような定性的考察に対してはいずれの場合も同じ結果となり、これはさらに定量的な考察を行う場合に破壊条件とともに考えるべき重要な因子であると思われる。

(付1) 三好・ほか2名, 機講論, No. 750-1 (昭 50-4), 195.

(付2) 白鳥・ほか2名, 機講論, No. 760-2 (昭 51-4), 197.

日本機械學會論文集

日本機械学会

Vol. 42

No. 358

June, 1976

TRANSACTIONS
OF
THE JAPAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS