

## 学位論文及び審査結果の要旨

横浜国立大学

氏名	稲生 剛士
学位の種類	博士（経済学）
学位記番号	国社博甲第250号
学位授与年月日	平成27年3月25日
学位授与の根拠	学位規則（昭和28年4月1日文部省令第9号）第4条第1項及び横浜国立大学学位規則第5条第1項
研究科(学府)・専攻名	国際社会科学研究科 グローバル経済専攻
学位論文題目	企業倒産リスクの評価と管理
論文審査委員	主査 横浜国立大学 秋山 太郎 教授 横浜国立大学 小林 正人 教授 横浜国立大学 森田 洋 教授 横浜国立大学 西出 勝正 准教授 首都大学東京 室町 幸雄 教授

## 論文の要旨

## 1. 研究背景

2000年前後のアメリカでは、いわゆる信用力の低い層向けに対しての住宅ローンであるサブプライムローンの貸し付けを金融機関が取り扱うようになり、利用者を徐々に増やしていった。これが2006年まで続き、住宅購入の増加から住宅価格は上昇し続けていった。これにより金融機関は債務者返済リスクを負うことになるが、サブプライムローンは金融証券として他の金融機関や投資家へ売買することができるため、ローリスクハイリターン証券であった。

しかし、2006年になると住宅価格は緩やかな伸びへと変化していった。それに伴い行き過ぎた住宅ローンから利払い返済の延滞が顕著となった。さらに住宅が余り始め、住宅バブルの崩壊へとつながっていくことになる。

2007年では、返済の滞った住宅ローンの一部は不良債権化し、金融機関の資金繰りは鈍化していった。またアメリカ株価の下落とドル安が資金繰りに拍車をかけ、資金繰りに失敗した金融機関は経営破綻へとさらに追い込まれていく事態へとなっていくことになる。この2007年のサブプライムローン問題は世界中に広がり、世界中で金融危機が起こることになっていった。

またアメリカだけの問題ではなく世界中で金融危機となった大きな理由は、サブプライムローン自体が金融商品として証券化されたことにある。この金融商品は、アメリカのみならず欧州など世界中の金融機関や投資家に売買されていたため、住宅バブルの崩壊により証券価値は低下し、影響が世界中へと広がっていった。

2008年3月には、アメリカ第5位の大手投資銀行のベア・スターンズが経営破綻を発表、同年9月にはおよそ6000億ドルの負債を抱えたアメリカ第4位の投資銀行のリーマン・ブラザーズが経営破綻した。これにより、リーマン・ブラザーズが発行している金融資産を保有する企業、取引先への連鎖的な不良債権が増えたこと、アメリカ経済に対する不安などから世界的な金融市場の悪化を波及的に招くこととなった。

また、金融危機以来、相対のデリバティブ取引において取引相手に対するカウンターパーティ・リスクなどが昨今注目を集めている。現にリーマン・ブラザーズと相対取引契約を行った投資家がカウンターパーティ・リスクに晒されたことが問題となった。

そのようなカウンターパーティの倒産リスクを受けた企業は自社の倒産リスクが高まり、さらに、自社と取引を行っている企業にも倒産リスクが高まることとなる。このような連鎖的に波及する倒産リスクを管理する必要性が近年高まっており、中央清算(CCP)することによってこれを解決しようとする動きが見られている。

そのような金融危機以来の企業の倒産に関するリスクについての評価と管理を行おうとしたのが今回我々の論文の狙いである。

## 2. 企業倒産リスク評価

具体的に、1つ目の倒産リスクの評価に関しては、企業の倒産強度過程が外生的な関数や確率的モデルによって発生するような誘導型モデルを考える。

誘導型モデルの先行研究として、Duffie and Garleanu (2001) の basic Affine モデルがある。このモデルは企業の倒産強度過程が CIR 型金利モデルにポワソン過程の和によって表現されたモデルである。ポワソン過程を加えることによって不確実なデフォルト確率の急激な上昇と、平均回帰速度によって緩やかに平均回帰水準に戻っていくことを表現したモデルである。これによって、金融危機などの急激で不確実な倒産確率の上昇をポアソン過程によって表し、その状況から緩やかに平均回帰水準に回復していく状況を表現することが目的となっている。また、ポアソン過程によるモデル化を行うことである期間までの生存確率の解析解を求めることができる。

また、複数企業をプールとする金融証券として(first to default) Basket CDS がある。これは、ある決まった満期までに複数企業の中で倒産が起きなければ Basket CDS の買い手は売り手に固定金額(プレミアム)を支払い、倒産が起きたときに売り手から買い手に損失額を支払うような金融証券である。この場合も複数企業間の倒産に関しての相互依存関係の評価が重要となる。相互依存関係と Basket CDS プレミアムとの関係について研究した論文として Kijima (2000)がある。この論文では、回帰水準が確定関数である Hall and White モデルを企業の倒産強度過程とした上で Basket CDS 価格を導出し、企業間相関との関係を調べたところどのような相関を取っても価格はほとんど変化しないという結果を得ている。

上記のことを踏まえて、我々は倒産強度過程のモデル化から考えることにした。Duffie and Garleanu (2001)による倒産強度過程を CIR 型でモデル化することによって、倒産強度が負にならない構造を利用したいと考えた。また、CIR モデルにおける平均回帰水準がある推移確率によってスイッチングするモデルを考えたい。例えば金融危機などの不景気の状況では高い平均回帰水準とし、好景気の状況では低い平均回帰水準とすることで、それらの状況がある推移確率によってスイッチングするといった具合である。

大きなリスク変動をポワソン過程ではなくスイッチングによって表現したもう一つの理由は、景気が悪くなる状況がある一定期間持続するという現実社会を表現したいということからきている。basic Affine 過程でも平均回帰速度を小さくすることで持続性を表現出来るが、急激に景気が悪くなりゆるやかに景気が良くなるモデルになり、少々現実とは異なると思われる。あることを契機に好景気と不景気が移行し合い、それが持続するという景気循環の波を表現したかった故にスイッチングを用いたモデルを提案した。

### 2. 1 Markov switching を取り入れた倒産強度過程

企業の倒産強度  $\lambda_i$  が個別項  $X_i$  と共通項  $X_c$  に分解できると仮定し、それぞれ次の確率微分方程式に従う。

$$dX_i = \kappa(\theta_i - X_i)dt + \sigma\sqrt{X_i}dW_i$$

$$dX_c = \kappa(\theta_c(t) - X_c)dt + \sigma\sqrt{X_c}dW_c$$

$W_i$  と  $W_c$  は互いに独立を仮定する。また、共通項の平均回帰水準  $\theta_c(t)$  は  $d$  次元 Markov 連鎖で、

$\{\theta_{c1}, \mathbf{K}, \theta_{cd}\}$  の要素を取り、推移確率は次を仮定する。

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \Lambda & \gamma_{1d} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \gamma_{d1} & \Lambda & \gamma_{dd} \end{pmatrix}$$

企業の倒産強度を  $\lambda_i = X_i + X_C$  とすると次のようになる。

$$d\lambda_i = \kappa(\theta_i(t) - \lambda_i)dt + \sigma\sqrt{\lambda_i}d\bar{W}_i$$

$$\theta_i(t) = \theta_C(t) + \theta_i$$

ここで、個別項  $X_i$  と共通項  $X_C$  に分解した理由は、 $X_C$  が社会全体の動きに対する倒産の変動を表している、 $X_i$  が各個別企業独自により動く倒産の変動を表現している。また、共通項  $X_C$  にレジームを入れているのは社会全体の動きとして景気変動を表現するためである。

この倒産強度  $\lambda_i$  の生存確率は次のようになる。

$$p_i(t, T, \lambda_i(t)) \equiv E_t \left[ e^{\int_t^T \lambda_i(s) ds} \right] = \left[ \frac{2\rho e^{\frac{1}{2}(\kappa+\rho)(T-t)}}{(\kappa+\rho)(e^{\rho(T-t)} - 1) + 2\rho} \right]^{\frac{2\kappa}{\sigma^2}\theta_i}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{2(e^{\rho(T-t)} - 1)}{(\kappa+\rho)(e^{\rho(T-t)} - 1) + 2\rho} X_i(t) \right\} \times p_C(t, T, X_C(t))$$

ただし、

$$p_C(t, T, X_C(t)) = \langle \Phi(t, T; e^{\rho(T-t)}) \mathbf{z}, \mathbf{1} \rangle \times \exp \left\{ -\frac{2(e^{\rho(T-t)} - 1)}{(\kappa+\rho)(e^{\rho(T-t)} - 1) + 2\rho} X_C(t) \right\}$$

$\rho = \sqrt{\kappa^2 + 2\sigma^2}$ 、 $\mathbf{z}$  は初期レジームを表す  $d$  次元ベクトルで、もし初期レジームが  $j$  ならば、 $\mathbf{z}$  の  $j$  番目の要素が 1 でそれ以外は 0 となるベクトルである。 $\Phi(\mathbf{u}, t; \eta)$  は  $d \times d$  正方行列で次の微分方程式に従う。

$$\frac{d\Phi(\mathbf{u}, t; \eta)}{dt} = \left( \Gamma' - \frac{2\kappa(\eta e^{-\rho t} - 1)}{(\kappa+\rho)(\eta e^{-\rho t} - 1) + 2\rho} \Theta \right) \Phi(\mathbf{u}, t; \eta)$$

$\Theta$  は  $d \times d$  行列で対角成分の  $k$  番目に  $\theta_{Ck}$  が並び、他は 0 である。証明は Elliott and Nishide(2013)にある。

## 2. 2 複数企業による倒産リスク評価

複数企業  $i = 1, \mathbf{K}, n$  について、 $F_i$  を  $X_1, \mathbf{K}, X_n, X_C$  の  $t$  時点までの情報とし、その条件付き同時生存確率を求める。

$$S_i(T, \mathbf{K}, T) = P\{\tau_1 > T, \mathbf{K}, \tau_n > T \mid F_t\}$$

$$= \left[ \frac{2\rho e^{\frac{1}{2}(\kappa+\rho)(T-t)}}{(\kappa+\rho)(e^{\rho(T-t)} - 1) + 2\rho} \right]^{\frac{2\kappa}{\sigma^2} \sum_i \theta_i}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{2(e^{\rho(T-t)} - 1)}{(\kappa+\rho)(e^{\rho(T-t)} - 1) + 2\rho} \sum_i X_i(t) \right\} \times \hat{p}_C(t, T, nX_C(t))$$

ここで  $\hat{\rho} = \sqrt{\kappa^2 + 2n\sigma^2}$  として、

$$\hat{p}_c(t, T, nX_c(t)) = \left\langle \hat{\Phi}(t, T; e^{\hat{\rho}(T-t)}) z, 1 \right\rangle \times \exp \left\{ - \frac{2(e^{\hat{\rho}(T-t)} - 1)}{(\kappa + \hat{\rho})(e^{\hat{\rho}(T-t)} - 1) + 2\hat{\rho}} nX_c(t) \right\}$$

$$\frac{d\hat{\Phi}(u, t; \eta)}{dt} = \left( \Gamma' - \frac{2\kappa(\eta e^{\hat{\rho}(T-t)} - 1)}{(\kappa + \hat{\rho})(\eta e^{\hat{\rho}(T-t)} - 1) + 2\hat{\rho}} n\Theta \right) \hat{\Phi}(u, t; \eta)$$

この同時生存確率を元に、Basket CDS 価格を導出し、 $\lambda_i$  と  $X_c$  の長期的な相関係数との関係を数値実験によって求めることを行った。

その結果として、レジームによる景気変数を導入することで、レジームが無い通常の CIR モデルと比較して、同時生存確率も Basket CDS 価格も相関の感応度がより顕著に表れるようになった。また、Kijima (2000) によるレジームの無い Hull モデルを用いた Basket CDS 価格の分析では、相関との関係がほとんど見られないという結果とも異なるものである。

実際の市場において同時生存確率と相関を研究した山下・敦賀 (2005) では、無相関では同時生存確率が下がり、高い相関では同時生存確率は上がるという結果であるが、我々のスイッチングモデルでは同様な結論であり実際の市場と整合的であることが分かった。

さらに、初期の景気によっても影響力があり、好景気であれば相関が高まると同時生存確率も高まるような正の関係を持ち、逆に不景気であれば負の関係をもつようになる。

### 3. 中央清算機関によるリスク管理

もう 1 つの企業倒産リスクの管理については、相対デリバティブ取引におけるカウンターパーティの倒産による損失について考える。

金融危機から連鎖的な倒産が発生した事例から、最近では主に相対取引における清算において中央清算機関によって清算することを義務化する流れが世界的に広がっている。この中央清算機関における清算参加者は、清算基金(デフォルトファンド)をエクスポージャーに応じて拠出し、倒産した清算参加者の超過損失分を他の生存参加者で分割してデフォルトファンドから補填することが行われる。

我々の研究の目的は中央清算する以前のネットティングにおける期待損失と中央清算することによる期待損失を比較し、中央清算機関に参加するインセンティブを計測することにある。

この中央清算に参加するインセンティブについて研究を行った先行研究としては Duffie and Zhu (2009) がある。この論文では相対取引における通常のネットティングによる期待損失と、ある決まった資産における中央清算を行ったときの期待損失の計算を行い、期待損失を軽減するための資産数とカウンターパーティ数との関係を研究した内容である。

この先行研究を元に我々の論文では、デフォルトファンドが自社のエクスポージャーに比例する額を拠出すと仮定し、中央清算に加入した際の期待損失を計算した。この期待損失を計算する際に、資産価格の変動を平均  $\mu$ 、分散  $\sigma$  の正規分布と非対称性を仮定する。さらに金利スワップや CDS などの資産クラス間の相関も導入することで拡張を図っている。

その上で中央清算を導入した際の損失額を計算することで、通常のネットティングによる損失額と比較する事で、損失が軽減される割合を発見することが我々の目的である。

#### 3. 1 中央清算機関による期待損失

メンバー  $i$  から  $j$  に対する資産  $k$  の取引価格を  $V_{ij}^k$  とする。 $\tau_j$  をメンバー  $j$  のデフォルト時刻とする。割引ファクターを  $D(t)$  とした時の中央清算機関(以下 CCP)を導入する前の通常のネットティングによる資産  $k$  の期待損失は以下ようになる。

$$L_i^k = (1-R) \sum_{j \neq i} \int_0^T E \left[ D(t) V_{ij}^k(t) 1_{\{\sum V_{ij}^k(t) > 0\}} \Big| \tau_j = t \right] dP \{ \tau_j \leq t \}$$

また、企業  $i$  の期待損失は資産間において和を取ることで、求めることが出来る。

$$L_i = \sum_{k=1}^K L_i^k$$

次に CCP を導入したときの期待損失を求める。中央清算が行われる資産を  $K$  として

$$\bar{L}_i^K = \sum_{j \neq i} \int_0^T E \left[ D(t) \frac{DF_i^K(t)}{\sum_{l \neq j} DF_l^K(t)} \max \left\{ \sum_{l \neq j} V_{jl}^K(t) - DF_j^K(t), 0 \right\} \middle| \tau_j = t \right] dP \{ \tau_j \leq t \}$$

デフォルトファンド  $DF_i^K$  は自社の期待エクスポージャーに比例定数  $u$  の割合で拠出すると仮定する。

$$DF_i^K = uE \left[ D(t) \max \left\{ \sum_l V_{il}^K(t), 0 \right\} \right]$$

数値実験においては、 $k$  番目の資産価格が平均  $\mu^k$ 、分散  $\sigma^k$  の正規分布に従うと仮定する。またメンバー  $i$  から  $j$  に対する取引量を  $\theta_{ij}^k$  とすると

$$V_{ij}^k(T) = \theta_{ij}^k (\mu^k + \sigma^k X^k), \quad X^k \sim N(0,1)$$

社数 10 社、資産数 1、平均と分散を共に 1 として分析を行った。これらの設定の元で、ネットによる期待損失と CCP による期待損失を比較すると、買いポジションと売りポジションを同程度保有し含み益の少ないメンバーは CCP による期待損失の方が小さくなるが、極端に買いまたは売りポジションを保有するメンバーはネットによる期待損失の方が小さくなることが分かった。また、デフォルトファンドの拠出割合  $u$  は今回の数値実験では約 0.4 以上にすれば CCP に加入するインセンティブを持つようになることも分かった。

複数資産を対象に期待損失の分析も行った。その際に、各資産ごとに 1 つずつの CCP が存在してそれらの期待損失の合計を求めたものを CCPs と呼ぶことにする。また、複数資産を 1 つの CCP で清算を行った場合の期待損失を net CCP と呼ぶことにする。さらに資産間の相関も導入し、 $X^k$  と  $X^m$  の相関係数を設定した。

これらの設定の元で数値実験を行うとポジションや相関係数に関係なく net CCP の方が CCPs よりも期待損失が下がることが示された。つまり、1 つに清算機関をまとめてしまう方が損失を減らし効率的になることが結果から推察された。

#### 4. 結論

倒産リスクに関する評価と管理という 2 つについて論じてきた。

倒産リスクの評価に関しては、Markov switching を平均回帰水準に取り入れ景気変動を確率変数として扱うことで、好景気と不景気の状態と企業間デフォルト相関と大きく影響し合っていることが数値実験から確かめられた。

よって倒産リスクを評価する場合には、企業間デフォルト相関のみではなく景気変動などのマクロ変数を取り入れることでより柔軟で現状に即した評価を行えることが考えられる。

課題点としては、スイッチングを取り入れた場合、解析的な解が求めにくいところにある。このため CDS 価格情報から CIR パラメータや推移確率を求めることが困難になり、パラメータの多さも正しい結果を導くことが難しくなってしまった。このスイッチングモデルの推定に関しては、最尤法を用いた方法が多く提案されているが、生存確率を推定しやすいよう近似するようなモデル化を行うことで解決していきたいと考えている。

スイッチングモデルによるモデルの柔軟性を生かしつつも、推定など数値計算が求まりやすいよ

う検討していきたい。

次に、倒産リスクの管理については、金融危機以来注目されている中央清算機関(CCP)について、具体的に期待損失を用いてリスクを算出した。

流動性リスクを減少させるという意味において CCP は有益であるとしながらも、各企業にとって CCP を導入する方がリスクを減少させることができるかどうかについては、まだ知られていないところが多くあった。

今回の研究から CCP を導入する方が、従来のネットィングによるリスクを減少するよりも有益である場合は、1 つには売りと買いをバランス良く行っていく企業であることである。もう 1 つはある一定以上のデフォルトファンドであれば CCP に加入するようなインセンティブが存在することである。

また、複数デリバティブを 1 つの CCP で行う場合について、リスクをより効果的に減少させる事ができることも示された。これらのことから、CCP が相対取引におけるカウンターパーティ・リスク管理の有用性を確かめることができた。

今後の課題点としては、近年の中央清算の義務化に従い、清算の集中化が問題となるであろう。資金が清算機関に集中することで、清算参加者の破綻により CCP 自体が破綻するリスクを負うことになる。この点、別資産クラスを 1 つの CCP で清算することにより、複数の CCP で清算するよりも期待損失が減少するが、集中リスクを含めずに行っている。CCP の破綻を含めたモデル化を行うことでより正しい損失管理がなされるものと考えられる。

また、2 期間のみならず、複数期間によるモデル化で長期的な利用に対して損失管理が可能であると思われる。その場合価格変動モデルを正規分布と仮定したが、ブラウン運動を用いた価格モデルで計算することが考えられるが、期待値がうまく計算できなかったのが今後の課題としたい。

## 審査結果の要旨

本論文は主として以下の 3 つのテーマについて取り扱っている。

- ① 個別企業の倒産リスク評価手法 (第 3 章)
- ② 上記のモデル化を踏まえた連鎖倒産に関するモデル化 (第 4 章)
- ③ 以上の倒産リスクを踏まえた中央清算機関導入の是非 (第 5 章)

第 2 章で先行研究に関する紹介をした後に、第 3 章以降でそれぞれのテーマについて深く議論している。

第 3 章では、Duffie and Garleanu (2001) の理論モデルを拡張し、倒産強度過程の平均回帰水準が Markov 連鎖に従って変化するモデルを提案している。このモデルを用いることで(1)各企業の倒産確率が 1 階行列微分方程式の解を含んだ形での準解析的表現が可能である、(2)景気循環の持続性による倒産確率の高止まりを記述できる、など幾つかの重要かつ意味のある結果を導いている。

第 4 章では、条件付独立の性質を用いて前節のモデルを複数企業の倒産強度モデルに拡張し、(3)同時倒産の裾依存性が既存モデルに比べて厚い、(4)相関係数に対する信用派生商品の価格感応度を市場データと整合的に表現できる、等の長所があることを示している。特に、(4)の結果は先行研究である Kijima (2000) や Kijima and Muromachi (2000) では導出できない結果であり、相応の貢献であると言える。

第 5 章では、Pykhtin and Rosen (2010) に中央清算機関を導入し、導入の有無による期待損失の変化を比較することで、同機関に対して各企業に参加動機があるかどうかを議論している。その結果、派生証券の保有状況が企業間で非対称的な状況では、Duffie and Zhu (2012) と異なり、現時点で含み益と含み損が相殺される (ほぼゼロである) 企業に中央清算機関に参加する動機が最も大きくなることを示した。

以上の議論を踏まえて、第 6 章では本論文の結論として、企業の倒産リスクとその管理の重要性がこれまでも増して叫ばれている状況で、本論文が新しい手法を提示している点が貢献であると結論づけている。

本論文にも幾つかの課題が残る。例えば、第 3 章において市場データを用いたパラメータ推定と実証分析がなされておらず、本モデルがどの程度実用的なのかが明らかでない。とは言え、本研

究で得られた結果の独創性、新規性、および重要性からすると近い将来において学術雑誌への掲載の可能性が高い、ないしはそれに値するものと考えることができる。

以上の検討結果から、本論文審査委員一同は、博士審査基準②に照らして稲生剛士氏の学位請求論文『企業倒産リスクの評価と管理』が博士（経済学）の学位を授与するに値するものと判断するものである。

注 論文及び審査結果の要旨欄に不足が生じる場合には、同欄の様式に準じ裏面又は別紙によること。