

## 数学的カオスと7ヶ国株価指数の非線型予測

東 田 啓

## 1. はじめに

この論文で検討する7ヶ国の株価指数の予測可能性で用いられる時系列予測法は、近傍 Nearest-Neighbor 予測法と呼ばれている (Bajo-Rudio et al. 2002, Fernandez-Rodríguez 1999).

この方法は経済時系列でよく知られた Box-Jenkins の ARMA モデルや Engle に始まる ARCH モデルによる予測法とは全く異なった考え方にもとづいている。ARMA や ARCH では、与えられた時系列データによく適合するパラメトリックモデルを推定して、この推定式から現時点での値を用いて将来の値を外挿する。そこには、時系列データを生み出した真のモデルがどのようなものであるかといった考察は行われない。そもそも真のモデルが存在していても、ただ現象をある程度説明でき、予測が良好であれば十分と考えているといえよう。過去のデータによく適合している推定モデルであればいかなる時点での予測も同じ推定式を用いて予測が行われる。

これに対し、近傍予測法は与えられたデータが少なくとも近似的に何らかのカオスシステムから生じたものであると考えることから行われる。カオスは確率変数を含まない決定論的システムから生み出されているにもかかわらず、その解が確率変数の実現値のように不規則な値となるものである。決定論的線形システムからは確率変数の実現値のように不規則な時系列が発

生することはない。また、ARCH のような非線形の確率モデルでは極端な変動を説明することはできないが、カオス時系列ではそういった変動も現れる。

このようにカオス時系列は ARMA や ARCH などでは考えられないような変動を示すにもかかわらず、その軌跡を適当な状態空間で表現するとアトラクターと呼ばれる固的な領域に限定され、不規則な変動はその中に閉じ込められる。しかもこのアトラクター上の任意の点には限りなく近似する軌跡が繰り返し巡ってくる。したがって軌道はアトラクター上を限りなく埋め尽くし、決定論的な変動にもかかわらず、アトラクターの中でそれぞれのカオス時系列に特有の一定の (確率分布のような) 分布が存在する (東田1999)。解の一意性から軌道はどの点でも決して交差することはない。つまり異なった軌道の近似する任意の2つの点は暫くは平行した方向に移ることになる。したがって、現時点でのアトラクター上の位置が与えられれば、それ以前でその近傍を通過した軌跡を調べることによって、少なくとも短期の予測が可能である。しかし、カオスの初期値鋭敏性によってその後の軌道は指数的に離れてゆくので、長期の予測は不可能である。つまり、近傍予測法は現時点でアトラクター上のどの位置にいるのかが決定的に重要であり、その時点と位置で固有の予測が立てられる。現時点での値にもかかわらず常に同じ予測モデルを用いる従来の予測法と異なり、近傍予測モデルは現時点ごとに刻々変わ

るのである。

このようにカオス時系列を生ずる定差方程式で記述されたシステムの変数が確定しているならば、状態空間上にプロットすることにより、アトラクターを見出すことは容易であり、短期予測も可能である。しかし、この論文で扱う株式指数など経済変数の場合、その変数単独で定差方程式のようなカオスシステムが存在していると考えすることは困難である。多くの経済現象の場合、システムはむしろのこ、状態変数さえ識別することもできない。しかし、変数  $x(t)$  もシステム  $x(t) = f(x(t-1))$  も直接観測できない場合でも、直接観測できる時系列  $p(t) = h(x(t))$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  がカオスシステムから生成された時系列であるならば、次に述べる Takens の埋め込み定理によって真のシステムの構造を知ることは可能である。

観測可能な時系列  $p(t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  から、 $m$  次元ベクトル列  $p^m(t) = (p(t), p(t-1), \dots, p(t-m+1))$ ,  $t = m, m+1, \dots, T$  を作成する。ここで、埋め込み次元である  $m$  を真のシステム  $f$  の次元  $D$  より大きな適当な値を選ぶと、 $p^m(t)$  によって作られる軌跡は真のアトラクターと幾何学的に同一の性質を有する。これが、Takens の埋め込み定理である。したがって、 $p^m(T)$  に近似する過去のベクトル列を調べて、それらの後のベクトル列から次期のベクトル列  $p^m(T+1)$  を予測することが可能になる。

この論文での分析データは、7ヶ国の株価指数  $p(t)$  であるが、予測を試みる投資家にとっての関心となるものは株価水準そのものよりも次期の株価の上昇下落であるので、 $\Delta p(t) = p(t) - p(t-1)$  の符号が予測どおりであったかどうかで予測が的中したかどうかという判断とする。

したがって、与えられたデータが  $p(t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  の場合、 $m$  次元ベクトル  $\Delta p(t)^m = (\Delta p(t), \Delta p(t-1), \dots, \Delta p(t-m+1))$  を作成し、この中から直近のベクトル  $\Delta p(T)^m$  にもっとも近似する  $k$

個のベクトル  $\Delta p(t_1)^m, \Delta p(t_2)^m, \dots, \Delta p(t_k)^m$  を選び、それらのベクトルの中の直近成分の翌日の値  $\Delta p(t_1+1), \Delta p(t_2+1), \dots, \Delta p(t_k+1)$  の過半数の符号を次期の値  $\Delta p(T+1)$  の予測値  $\hat{\Delta p}(T+1)$  の符号とする。実際に  $\hat{\Delta p}(T+1)$  の符号と  $\Delta p(T+1)$  の符号が一致しているならば予測は的中したことになる。実績値  $\Delta p(T+1)$  の符号と対比するために、与えられた大きさ  $N$  のデータをさまざまに観測期間  $T$  ( $T < N$ ) と予測期間に分けて、各  $T$  ごとに  $T+1$  の予測と実績を対比し、 $T = N-1$  までの的中率を予測精度とする。この予測精度が 0.5 を有意に超える値となるときにはカオスシステムなどの非線型性を裏付けることになる。なお、近似ベクトルの選択規準はユークリッド距離の小さいものからとする。また、2変数ベクトル列  $(\Delta p(t)^m, \Delta q(t)^m)$  の場合には、それぞれのユークリッド距離の和が最小となるものから選択することにする。

真のシステムが決定論的カオスであっても観測可能な時系列にノイズが含まれているならば予測精度が低下するのは当然であるが、埋め込み次元  $m$  と近似ベクトルの数によっても変化する。予測精度が高い埋め込み次元は真のカオスシステムが生成するアトラクターのフラクタル次元に依存する。選び出される近似ベクトルの数に関しては、Casdagli (1991) の観察が有効である。それによると比較的小さい  $k$  のときに最も精度が高くなる際にはカオスシステムのような非線型性が示唆される。それに対し、 $k$  を多くとるほど予測精度が高くなる場合には線型性が示唆される。

次の2節ではこのような観察をカオス性が確認されている1次元と2次元の定差方程式から生成される時系列によって調べてみる。3節では、7ヶ国の株価指数を用いて、近傍予測を行い、予測精度を比較する。4節では、3節の予測精度の差異がカオスなどの非線型性の存在によるのかを調べる。最後に結論を述べる。

2. 数学的カオス

1次元カオスは, Tent map(図1), Logistic map(図2) およびBaker map(図3)である.

図1 Tent map. v1:x(t-1) v2:x(t)

$$x(t+1) = \begin{cases} 2x(t), & 0 \leq x(t) \leq 0.5 \\ 2-2x(t), & 0.5 < x(t) \leq 1 \end{cases}$$

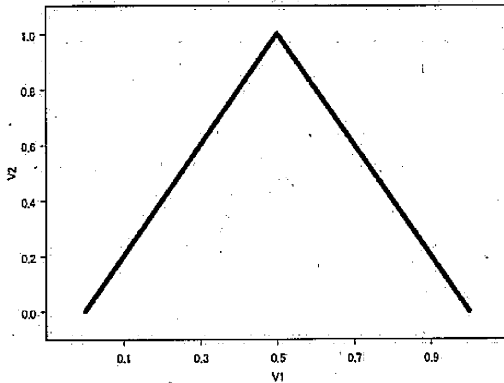


図2 Logistic map. v1:x(t-1) v2:x(t)

$$x(t+1) = 4x(t)(1-x(t)), 0 \leq x(t) \leq 1$$

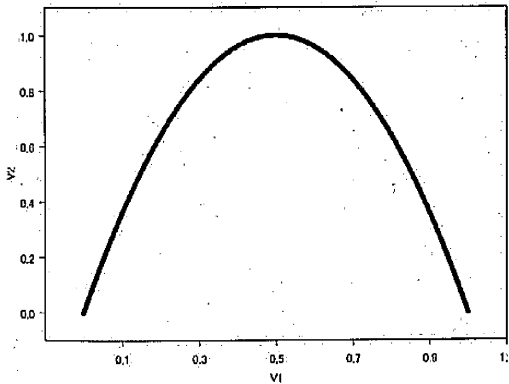
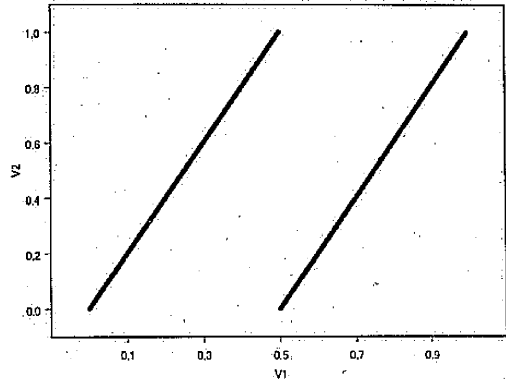


図3 Baker map v1:x(t-1) v2:x(t)

$$x(t+1) = \begin{cases} 2x(t), & 0 \leq x(t) \leq 0.5 \\ 2x(t)-1, & 0.5 < x(t) \leq 1 \end{cases}$$



カオスシステムは初期値鋭敏性が高いので5000個のデータを発生し, 最初の1000個を除去した. なお, TentとBakerは丸め誤差のため有限回で必ず0に収束するので0.5以下の値のときには次の値から $10^{-7}$ だけ減じて, 0.5を超える値のときには次の値から $10^{-7}$ を加えた. わずかな誤差を伴うがこの操作で0に収束することは避けられる. なお, 図から, この誤差は全く無視できることがわかる.

1階の定差 $\Delta x(t)$ の符号の予測精度の比較を, 埋め込み次元  $m=1, 2, 3$ と近似ベクトル数  $k=5, 20, 100$ でみたものが, 表1 (Tent), 表2 (Logistic) および表3 (Baker) である.

表1 予測精度 (Tent)

	m=1	m=2	m=3
k=5	0.8488	0.999	0.997
k=20	0.8659	0.999	0.996
k=100	0.8689	0.984	0.985

表2 予測精度 (Logistic)

	m=1	m=2	m=3
k=5	0.8008	1	0.999
k=20	0.8098	0.999	0.998
k=100	0.8308	0.988	0.987

表3 予測精度 (Baker)

	m=1	m=2	m=3
k=5	1	0.99	0.998
k=20	1	1	0.999
k=100	1	0.996	0.995

いずれも小さなkで高い予測精度である。kが大きくなると予測精度が落ちるということは、線型モデルではないということを示している。また、いずれもm=2でもっとも高い精度を示している。このことは2次元プロット (m=2), 3次元プロット (m=3) での明確な軌跡を描くことによって明らかになる。

図4 Tent. m=2 v1: Δx(t-1) v2: Δx(t)

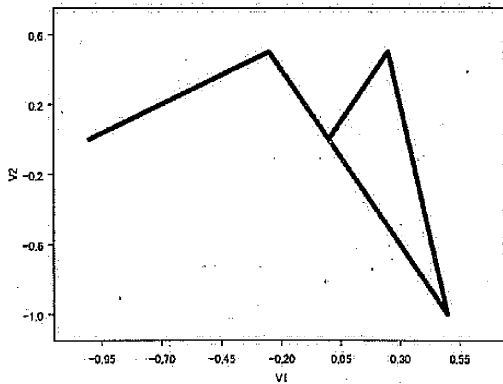


図5 Tent. m=3 v1: Δx(t-2) v2: Δx(t-1) v3: Δx(t)

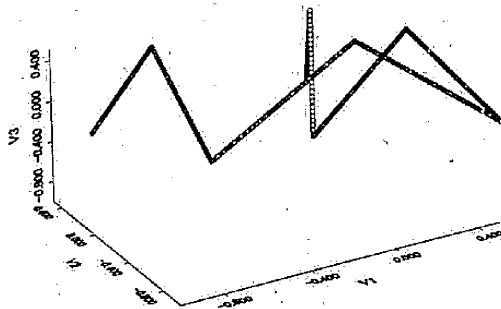


図6 Logistic. m=2 v1: Δx(t-1) v2: Δx(t)

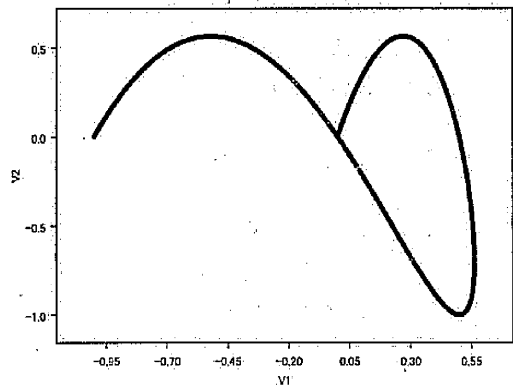


図7 Logistic. m=3 v1: Δx(t-2) v2: Δx(t-1) v3: Δx(t)

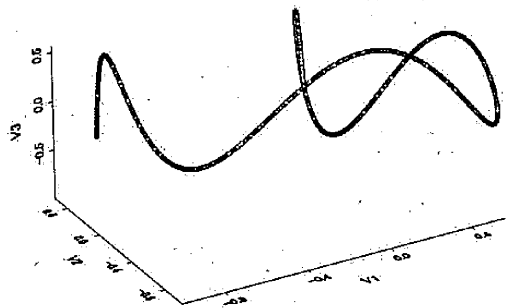


図8 Baker m=2 v1: Δx(t-1) v2: Δx(t)

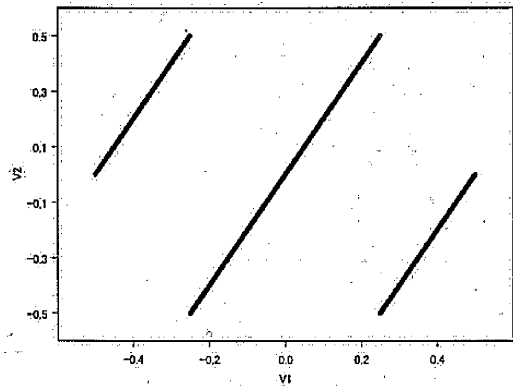
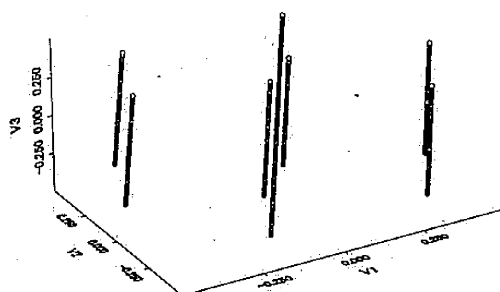


図9 Baker  $m=3$   $v1: \Delta x(t-2)$   $v2: \Delta x(t-1)$   
 $v3: \Delta x(t)$



いずれも2次元での軌跡より3次元での軌跡はややばやけてくる。このことは、2次元でもっとも予測精度が高くなることに対応している。

次に3種類の2次元システムのカオス、Henon map, Burger mapおよびIkeda mapの1変数階差の埋め込みベクトルについてのそれぞれの予測精度が表4, 表5, 表6である。

表4 予測精度 (Henon)

	m=2	m=3	m=4	m=5
k=5	0.996	0.995	0.995	0.991
k=20	0.996	0.996	0.993	0.9899
k=100	0.9729	0.9749	0.9548	0.9538

表5 予測精度 (Burger)

	m=2	m=3	m=4	m=5
k=5	0.997	0.997	0.996	0.996
k=20	0.987	0.985	0.9849	0.9839
k=100	0.9739	0.9729	0.9709	0.9719

表6 予測精度 (Ikeda)

	m=2	m=3	m=4	m=5
k=5	0.8597	0.9589	0.9629	0.9497
k=20	0.8397	0.9268	0.9428	0.9236
k=100	0.7876	0.8646	0.8815	0.8251

1次元システムがいずれも類似の性質を有していたのに対し、2次元システムではいささか

異質な様子が現れる。予測精度は、Henon, Burger, Ikedaの順に低下する。さらに、それぞれの最良予測の埋め込み次元はHenonとBurgerが  $m=2$  であるのに対し、Ikedaでは  $m=4$  とやや高い次元で最良となっている。それぞれの真のシステムが描くアトラクター (図10, 図11, 図12) を見ると、Henon, Burger, Ikedaとなるに従って複雑になってくる。したがって、予測精度が低下するのは予想できるところであろう。

図10 Henon map  $v1: x(t)$   $v2: y(t)$

$$x(t+1) = 1 - 1.4x(t)^2 + 0.3y(t)$$

$$y(t+1) = x(t)$$

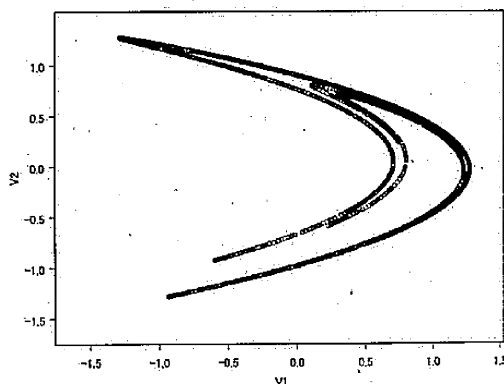


図11 Burger map  $v1: x(t)$   $v2: y(t)$

$$x(t+1) = 0.75x(t) - y(t)^2$$

$$y(t+1) = 1.75y(t) + x(t)y(t)$$

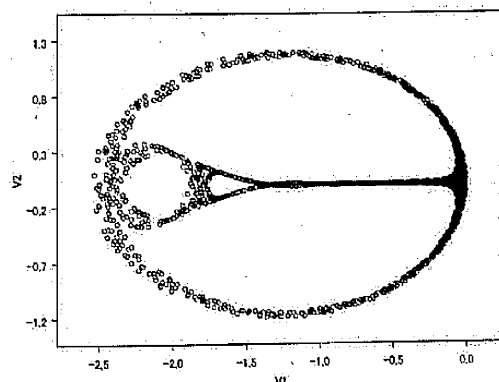
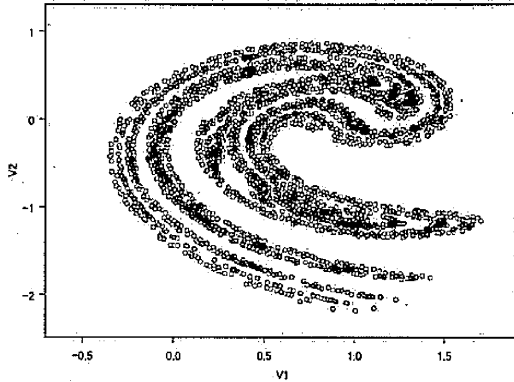


図12 Ikeda map v1: x(t) v2: y(t)

$$x(t+1) = 1 + 0.9(x(t)\cos\phi - y(t)\sin\phi)$$

$$y(t+1) = 0.9(x(t)\sin\phi + y(t)\cos\phi)$$

$$\phi = 0.4 - 6/(1 + x(t)^2 + y(t)^2)$$



実際 1 階の定差  $\Delta x(t)$  の 2 次元プロットと 3 次元プロットを見ると, Henon と Burger では真の 2 次元システムと類似の形状であり, 2 次元でも 3 次元でも軌跡がはっきりしている, それに対し, Ikeda では 2 次元, 3 次元ともに軌跡は崩れて真のアトラクターとはかなり様子が異なっている.

図13 Henon m=2 v1:  $\Delta x(t-1)$  v2:  $\Delta x(t)$

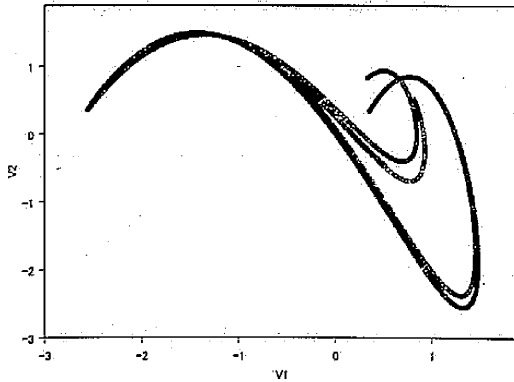


図14 Henon m=3 v1:  $\Delta x(t-2)$  v2:  $\Delta x(t-1)$  v3:  $\Delta x(t)$

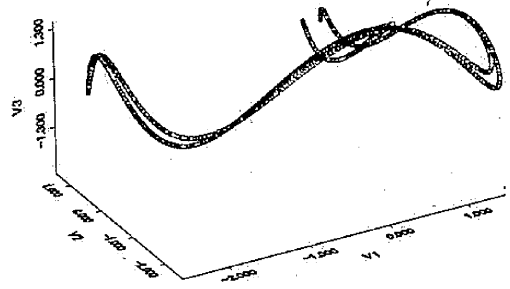


図15 Burger m=2 v1:  $\Delta x(t-1)$  v2:  $\Delta x(t)$

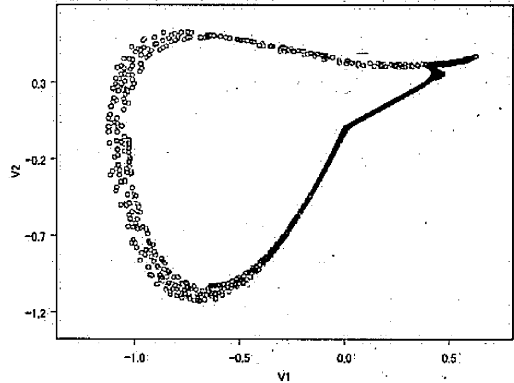


図16 Burger m=3 v1:  $\Delta x(t-2)$  v2:  $\Delta x(t-1)$  v3:  $\Delta x(t)$

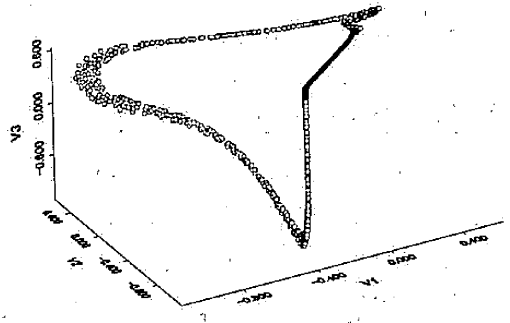


図17 Ikeda  $m=2$   $v1: \Delta x(t-1)$   $v2: \Delta x(t)$

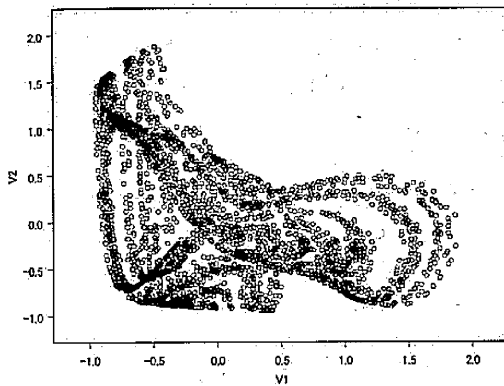
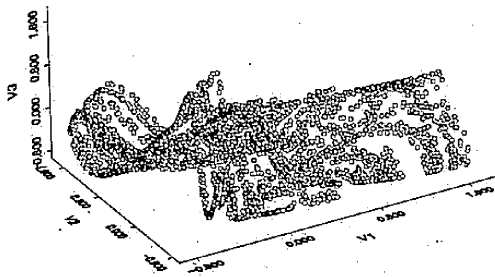


図18 Ikeda  $m=3$   $v1: \Delta x(t-2)$   $v2: \Delta x(t-1)$   
 $v3: \Delta x(t)$



アトラクターの形状は埋め込み次元3次元を超えては捕らえることはできない。そこで初期値鋭敏性の指標のリヤプノフ指数と、アトラクターのフラクタル次元の1つの表現である相関次元で比較することにする。いずれの値も大きいほど複雑性の程度が増加するといえる。

リアプノフ指数については、Henon (約0.42), Burger (約0.12), Ikeda (約0.51) である (Sprott2003)。Ikedaがもっとも初期値鋭敏性が高いことがわかる。相関次元は、Henon (約1.2), Burger (約1.5), Ikeda (約1.7) である (Sprott2003)。これもIkedaがもっとも大きい。したがって、Ikedaが他の2つに比べて予測精度が低いのは複雑性の程度が高いからといえるであろう。

2次元システムであっても1変数の埋め込みから作られるアトラクターは、もとのシステムのアトラクターと同型であることはTakensの定理の保証するところであるが、予測精度という点では1変数のみの場合と2変数から作られるベクトル列の近似を用いる場合とではいささか異なる。最良予測の埋め込み次元と近傍数のみの場合の予測精度でみることにする。

Burgerの $\Delta x$ 変数予測に $\Delta x$ のみの場合と $\Delta y$ も使った場合とにはどちらも0.997で、まったく差はない。ところが、 $\Delta y$ 変数の予測に $\Delta y$ のみの場合は0.989であるのに対し、 $\Delta x$ も使った場合には0.9799と低下している。4000個というデータの規模からこの差は無視できない。一方Ikedaの $\Delta y$ 変数の予測に $\Delta y$ のみの場合は0.986で、 $\Delta x$ も使った場合には0.989でほとんど差が見られないのに対し、 $\Delta x$ 変数予測に $\Delta x$ のみの場合には0.9629であるのに対し $\Delta y$ も使った場合には0.985と上昇している。すなわち2変数の場合には、1つの変数の軌跡のみで予測する場合と両方の変数を使って予測する場合とでは予測精度がTakensの定理から類推されるように変わらない場合もあるが、変化を受ける場合もある。しかもこの変化は、他の変数を入れることによって改善する場合もあれば悪化する場合もある。

上記の分析とは逆に、お互いにまったく独立した1変数カオスシステムを組み合わせて、あたかも2変数カオスシステムであるかのように考え、2変数から作られる時系列からの近傍ベクトルを選び1つの変数の予測を行ってみる。

1変数カオスシステムはずでに述べたTent, Logistic, Bakerを用いる。まず始めに相互の階差の相関係数を計算してみると、TentとLogisticは0.0204, LogisticとBakerは-0.0151そしてBakerとTentは0.0145となり、無相関である。これはあくまで線形関係であるので、非線形的関係を見るため2次元上にプロットしたものが図19, 図20, 図21である。

図19 TentとLogistic

v1 : Tent階差 v2 : Logistic階差

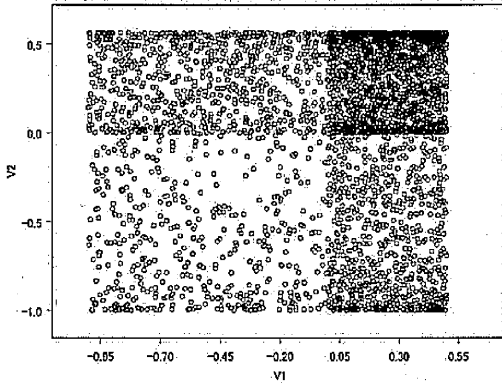


図20 LogisticとBaker

v1 : Logistic階差 v2 : Baker階差

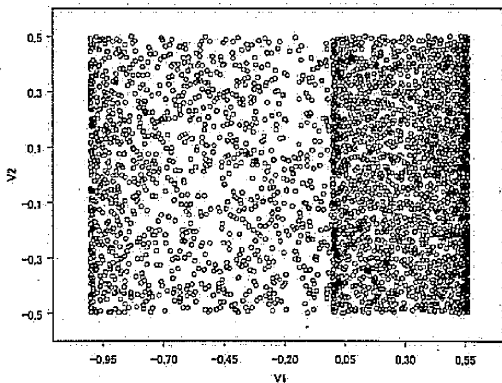
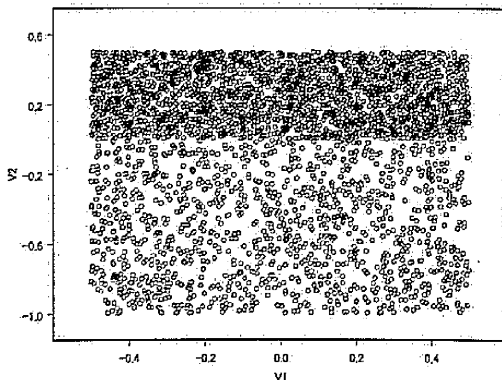


図21 BakerとTent

v1 : Baker階差 v2 : Tent階差



いずれも特定のほぼ長方形の領域での値が多い傾向が見られるが、到底アトラクターと呼べるような軌跡は見られない。したがって2変数の情報を用いても1つの変数の予測にはまったく役に立たないどころかまったく予測が不可能になると考えられる。

そこで実際にこれらまったく無関係な2変数の近傍を使って予測を実行してみる。最良予測の埋め込み次元  $m$  と近傍数  $k$  のみの場合の予測精度を示したものが表7である。

表7 独立したシステムを組み合わせたときの予測精度

組み合わせ	予測変数	最良予測精度	埋め込み次元	近傍数
T&L	L	0.997	$m=2 \times 2$	5
T&L	T	0.9629	$m=2 \times 2$	10
L&B	B	0.984	$m=1 \times 2$	5
L&B	L	0.976	$m=2 \times 2$	5
B&T	B	0.982	$m=1 \times 2$	20
B&T	T	0.984	$m=2 \times 2$	5

注1 : T=Tent, L=Logistic, B=Baker

注2 : 埋め込み次元  $m = 1 \times 2$  の表現は  $(\Delta x(t), \Delta y(t))$  の場合に最良予測が見受けられることを示し,  $m=2 \times 2$  の表現は2変数ベクトルの1期ラグ階差を含んだもの, すなわち  $(\Delta x(t), \Delta y(t), \Delta x(t-1), \Delta y(t-1))$  の場合に最良予測が見受けられることを示す。

表1, 2, 3で見たように, 単独で予測したときの最良予測と比較して低下しているとはいえ依然高い予測精度を保っている。これはすでに述べたような相互の無相関性やアトラクターらしき軌跡の欠如から類推されることと比べると奇妙な事実である。1変数のベクトルに近似した近傍ベクトルであっても, 対応する他変数のベクトルは遠く離れたベクトルであるかも知れない。したがって2変数の距離を小さくしようとすればどちらの変数にとってもそう近くはない近傍を選ぶことになり, 予測精度は低下す



表8 7ヶ国株価指数の予測精度

株価指数 (国名)	タイプ	最良予測 精度	埋め込み 次元 m	近傍数 k
日経225 (日本)	1部銘柄 単純平均	0.5158	7	10
	あらゆるm, kについてほとんど精度は変わらない。予測不良。			
S&P500 (米国)	1部銘柄 加重平均	0.5603	7	500
	kが大きいほど精度が向上する傾向。したがって、線型システムといえよう。予測精度はやや良好。			
EOE (オランダ)	1部銘柄 加重平均	0.5605	5	500
	kが大きいほど精度が向上する傾向。したがって、線型システムといえよう。予測精度はやや良好。			
SNGALLS (マレーシア)	全銘柄 加重平均	0.5522	7	10
	予測はやや良好であるが、kが小さいところで最良予測となるので、非線型システムといえよう。			
All Ordinaries (オーストラリア)	全銘柄 加重平均	0.5417	5	20
	予測はやや良好であるが、kが小さいところで最良予測となるので、非線型システムといえよう。			
OSE All Share (ノールウェイ)	全銘柄 加重平均	0.6126	7	50
	予測精度は高いが、kが700付近でもほとんど最良予測と変わらない。したがって、線型システムといえよう。			
All Share (スリランカ)	全銘柄 加重平均	0.6122	7	50
	予測精度は高く、kが大きいところでは精度が低下するので、非線型システムといえよう。			
TOPIX (日本)	全銘柄 加重平均	0.5722	7	10
	予測精度は良好。非線型システムといえよう。			

と思われるのに反し、このように良好な予測が行われるのは意外である。

### 3. 株価指数の予測

この節では実際のデータとして7ヶ国の株式市場における日次株価指数を分析対象とする。利用されたデータの種類と標本期間は以下の通りである。

日経225 (日本) 1986年1月6日～1997年12月31日

S&P500 (米国) 1986年1月6日～1997年12月31日

EOE (オランダ) 1986年1月6日～1997年12月31日

SNGALLS (マレーシア) 1986年1月6日～1997年12月31日

All Ordinaries (オーストラリア) 1984年10月1日～2004年7月30日

OSE All Share (ノルウェイ) 2001年4月1日～2004年7月30日

All Share (スリランカ) 1997年9月1日～2004年7月30日

株価平均型の日経225以外はすべて時価総額加重型の株価指数である。また、日経225, S&P500, EOEは各株式市場の1部分の銘柄から構成されているのに対し、SNGALLS, All Ordinaries, OSE All Share, All Shareは上場全銘柄から構成されている。

この論文で用いられるTakensの埋め込み定理によって保証されるカオスシステムの予測方法は、Clyde&Osler (1997) によって伝統的なテクニカル分析の基本的考え方と指摘されている。しかもより伝統的なテクニカル分析に等価にするためには、近傍における近似的線型回帰モデルを用いるSugiura&May以来の方法(宮野2002およびFernandez-Rodriguez et al.1999を参照)よりも、株価階差の符号の一致割合で予測精度を定義するほうが幾何学的類似性を重

んじるテクニカル分析本来の考え方になっただけといえよう。この点はすでに東田(2004)で指摘したところである。

上述した7ヶ国の株価指数と東田(2004)で分析した東証株価指数TOPIX(1991年1月4日から2001年12月28日までの日次データ)の最良予測精度を表8で示した。なお、TOPIXは東京証券取引所1部上場全銘柄から構成された時価総額加重型株価指数である。したがって、上述の7ヶ国の内、後半の4ヶ国と同種類の株価指数である。

表8の結果から、1部銘柄から構成された日経225, S&P500, EOEはいずれも線型システムであり、日経225以外は線型予測によって予測がある程度可能である。市場全体の動向とずれのある日経225はほとんどランダムウォークといえよう。全銘柄加重平均型は、OSE All Shareを除けば非線型システムといえよう。予測精度はいずれも良好である。

### 4. カオス性

株価指数のカオス性を確認するために非線型時系列予測プログラムTSTOOL (<http://www.physik3.gwdg.de/tstool/indexde.html>)を用いて相関次元とリヤプノフ指数を計算した。

時系列に線型性がある場合には見かけ上のカオス性が現れることは良く知られている(Adrang and Chatrath2003)。そこでTOPIXも含めた7ヶ国の株価指数の階差データに自己回帰モデルを当てはめて、すべての回帰係数が有意水準5%で有意であり、有意水準5%でラグが10までのBox-Pierce検定により残差の弱ホワイトノイズ性(無相関性)が保証されるように推定した。カオス性の検定はこの残差データによって実行した。

非線型予測が可能なSNGALLS, All Ordinaries, All ShareおよびTOPIXについては、いずれも相関次元が3～5程度で、リヤプノフ指数が2程度の正の値を示した。したがっ

て、市場全体の動向を良く反映していると思われる全銘柄から構成される株価指数はカオス性を有している可能性がある。これら4つの全銘柄加重平均型であるが、OSE All Shareのみは線型システムと考えられる。300日までを通してリヤブノフ指数についてわずかにプラスであるが、150日付近で一旦ゼロ近くまで低下し、その後またプラスの方向に増大するといった奇妙な結果が出ている。これはやはりカオス性欠如の兆候かも知れない。

### 5. 結論

Takensの埋め込み次元の定理により、2変数システムがカオスであるならば1変数のデータのみによって、2変数システムのアトラクターを再現できる。この論文で用いられた非線型近傍予測法による1変数のみの予測精度と他方の変数も用いた1つの変数の予測精度は必ずしも完全に同一ではない。実際3つの数学的2次元カオスシステムで確認したところである。しかし予測が可能と不可能とに峻別されるほど極端な差は生じないであろう。

この観察により、逆に、1変数の非線型近傍

予測法による予測がほとんど不可能な日経225の場合には多変数カオスシステムの中の1変数ではないということになるであろう。すなわち、市場全体がもしカオス的であるならば、これら日経225は市場全体を代表する変数ではないといえよう。

### 参考文献

- Adrangi, B. and A. Chatrath (2003), "Nonlinear Dynamics in Futures Prices: Evidence from Coffee, Sugar and Cocoa Exchange", *Applied Financial Economics*, 13, 245-256.
- Bajo-Rubio, O. et al. (2002), "Nonlinear Forecasting Methods: Some Application to the Analysis of Financial Series", *Working Paper*, FEDEA.
- Casdagli, M. (1991), "Chaos and Deterministic versus Stochastic Nonlinear Modeling", *Journal of the Royal Statistical Society B*, 54, 303-32.
- Fernandez-Rodriguez, F. et al. (1999), "Dancing with Bulls and Bears: Nearest-neighbour Forecasts for the Nikkei Index", *Japan and the World Economy*, 11, 395-4.
- 東田啓 (1999), 「2つのカオスのランダム性」, 『横浜経営研究』, 第20巻, 第3号, 23-36.
- 東田啓 (2004), 「非線型予測によるテクニカル分析は利益をもたらすか—TOPIXでの実験—」, 『横浜経営研究』, 第24巻, 第4号, 101-108.
- 宮野尚哉 (2002), 『時系列解析入門』, サイエンス社.

[ひがしだ あきら 横浜国立大学経営学部教授]  
 (2005年7月4日受理)