紹　介

経営のためのゲーム理論入門

笹　井　　均

I．はじめに

現実の社会においては，複数の主体が，各々異なった目的と情報を持ちながら，互いの意思決定の間にある種の相互作用があることを認識しながら意思決定し行動している．ということは，意思決定者は，常に他者との競争的状況，換言すれば，戦略的状況に置かれているということになろう．特にビジネスを取り巻く環境においては，戦略的状況は頻繁に発生する．例えば，買い手と売り手間の価格交渉，雇用主と非雇用者間の賃金交渉，メーカーと下請企業間の誘因問題，政府と規制を受ける企業間の交渉等至る所に見受けられる．こうした戦略的状況では，意思決定者は，全ての結果が他者の決定にも依存するため，他者が自分に対してどう反応するか考慮にいれた上で合理的なプランを用意しなければならない．このプランのことを戦略と呼ぶことにする．また，合理的プランとは，利害が戦略的にからんだ中で，自分自身からみて最善な戦略ということを意味する．

ゲーム理論はこの最善の戦略の策定方法についての用具を提供すると同時に戦略的状況における意思決定プロセスの体系化を企図するものである．

本稿は，経営学部学部生及び大学院生のために，このゲーム理論の入門的解説を試みたものである．本稿で参考にしたものは，［R. Gibbons; *Game Theory for Applied Economists*, Princeton Univ. Press, 1992］，［J.Tirole; *The Theory of Industrial Organization* (Chapter 11), Cambridge: MIT Press, 1988］，［E. Rasmusen; *Games and Information*, Blackwell Publishers, 1989］，［ジョン・マクミラン著，伊藤・林田訳『経営戦略のゲーム理論』，有斐閣］である．

ゲームの理論においては，意思決定主体をしばしば player と呼ぶ．ゲームを単純化した概念で記述すると次のようになる．player は，前もって定義された実行可能な行動集合の中から一つの行動を選択する．player の行動と最終的なゲームの結果との間にはある種の関係がある．その関係は完全に予測できる場合もあれば偶然性を含む場合もある．また，player によって行われた最終的結果は，各 player によって個別に行われた決定を合成して得られる．ゲーム理論は，このようなゲームのフレームワークのもとで合理的な行動とは何であるかを追求する．

本論に入る前に最も基本的なゲームである囚人のディレンマを紹介することにする．いま，共同して犯罪を行ったのではないかと疑われている二人の容疑者，1，2がいる．警察は，彼らを有罪とするには証拠が不十分であるため，自白によって立件したいと考えている．そこで，別々に隔離した部屋で尋問することにした．その際，次のような提案をする．もし二人とも自白しなければ刑期はともに1年であり，二人とも正直に自白すれば刑期は8年である．もし一方が正直に自白し，他方が自白しなければ，正直であることを評価し無罪とする．一方，自白しなかった容疑者には重い刑期10年を課す．この状況を図示すると次のようになる．

囚人1＼囚人2	自白する	自白しない
自白する	(－8，－8)	(0，－10)
自白しない	(－10，0)	(－1，－1)

さて，各容疑者の合理的行動はどのようになるだろうか？明らかに，容疑者1にとっては容疑者2が自白し

ようとしまいと自白することが合理的である．容疑者2にとっても状況は同じであり，従って両者とも自白することが合理的行動となる．こうした状態はゲームの均衡と呼ばれる．もし両者が協力して自白しなければ，更に良い状態が実現するが，合理的意思決定の帰結として両者が自白に追い込まれるわけである．

後で必要とされる効率性（パレート最適）という重要な概念を定義しておくことにする．もし誰かが不利益を被ることなくある状態から他の状態へ移行することが出来ないならば，その状態は効率的であるという．従って，囚人のデイレンマの均衡は効率的ではない．現実の世界において，個人的利益の追求の結果が非効率的結果を招いてしまうといった囚人のデイレンマ的状況は頻繁に発生する．

II．Game Theory

A．完備情報（complete information）のゲーム

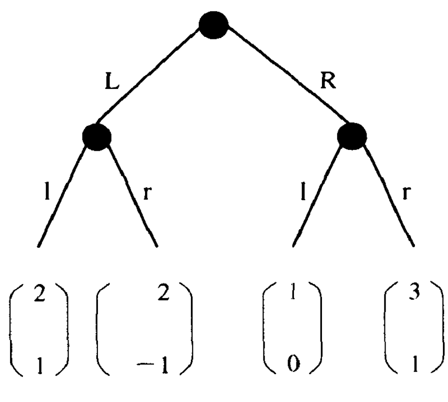
player の利得関数が各 player の間で共通理解となっているようなゲームは完備情報（complete）ゲームと呼ばれる．一方，行動の決定を行う手番にある player が今まで行われたゲームの完全な履歴をすべて知ることのできるようなゲームは，完全情報（perfect）ゲームと呼ばれる．

player 1 と player 2 のゲームを考える．

player 1 の取り得る行動＝{L, R}，player 2 の取り得る行動＝{l, r} とする．時刻 t＝1 において player 1 が L か R の行動の決定を行い，t＝2 において player 2 は player 1 の決定を観察して ℓ か r の行動の決定を行う．

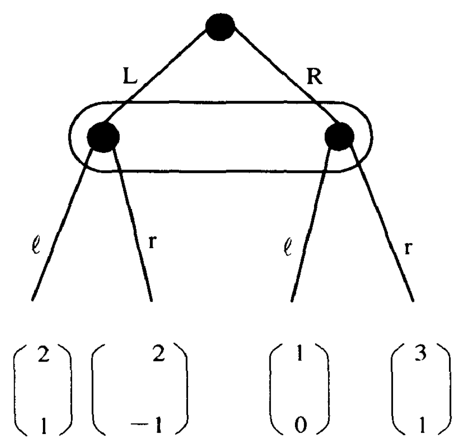
即ち，player 2 が決定を行う前に player 1 の決定を観測できる場合（singleton information set）である．ゲームを図示すると次のようになる（extensive form と呼ばれる）．

(a)



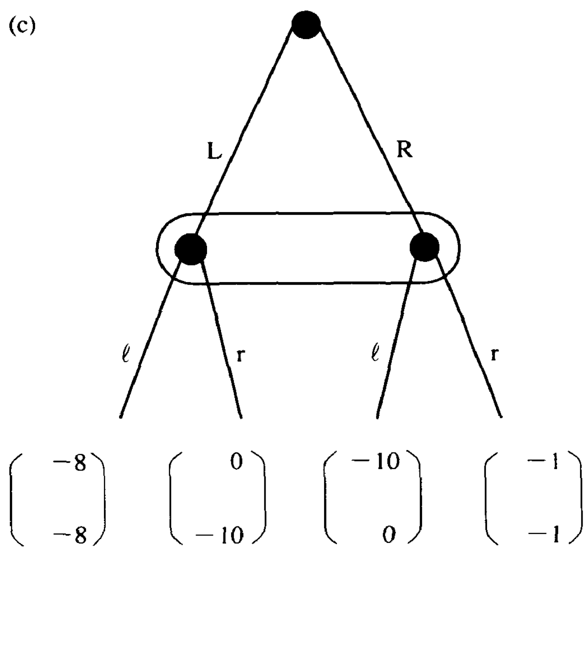
下段に表れる数値は各々，player 1, 2 の利得である．●印は各 player が行動の決定を行う位置を示すものであり，decision node と呼ばれる．情報集合（information set）とは，player が行動の決定を行う時点で知り得るノードの集まりである．したがって，完全情報ゲームにおいては，すべての情報集合は singleton になり，不完全情報ゲームでは，少なくとも1つの nonsingleton 情報集合が存在する．一方，player 1 が L か R の決定を行い，この決定を観察できないまま player 2 が ℓ か r の決定を行うゲームを考える．相手の決定を互いに知らないで同時に決定を行うわけである．相手がどのノードにいるのか分からないという意味で情報集合（nonsingleton）を強調して次のように図示する．

(b)



前に述べた prisoner's delemma を図示すると次のようになる．ここで，L, ℓ は裏切り（fink）または自白すること，R, r は協調（cooperate）または自白しないことを意味する．

(c)



player は種々の状況においてそれに対応する行動を用意しなければならないが，その際発生しているすべての状況に対する実行可能な行動を完全に specify する plan を戦略と定義する．換言すれば，戦略は情報集合から行動集合への写像である．また，ある特定の行動を確実にとるという戦略を純粋戦略，ある確率分布で特定の行動を選ぶという戦略を混合戦略という (ex. ℓ with prob. x and r with prob. 1-x)．いま，純粋戦略に限定すると game (a) では player 1 の戦略は，最初の状況（単一）において，

L ， R

である．

player 2 の戦略を考えるときには，２つの状況における２つの実行可能な行動を規定する必要がある．(例えば ｛ℓ，ℓ｝ は player 1 が L なら ℓ，R なら ℓ)．すなわち，

｛ℓ，ℓ｝，｛r, r｝，｛ℓ，r｝，｛r, ℓ｝

となる．一方，Game (b) では，player 1 の戦略は

L ， R

player 2 の戦略は

ℓ ， r

となる．Game (a) Game (b) Game (c) において，各戦略に対応する利得を利得表にまとめる（normal form と呼ばれる）と次のようになる．

一見すると，利得表を，すべての状況における行動に対して記述する必要がないと感じるかも知れないが，後で導入する Nash Equilibrium の概念を Game (a) のような，dynamic ゲームにおいて用いるためには，戦略に基づいて利得を規定する必要がある．Nash Equilibrium は normal form のゲームにおいて定義されるものであり，それは，各 player の動きに対する最良の反応を与えるものとなっている．

まず，各 player の行動を決定するための合理的な基準について考える．

(i) E.D.S. (elimination of dominated strategies)

「たとえ他の player がどんな行動をとろうとも，ある行動が他の行動より小さい利得を生ずるものである（優越される）なら player はその行動を選択しない」という基準（パレート基準）である．たとえば，Game (a) において，player 2 にとって，(ℓ, r) という戦略はすべての戦略を優越する．したがって，player 2 は相手の戦略が何であろうと (ℓ, r) を選択する．そのことを察知した上で player 1 は R を選択する．また prisoner's dilemma，Game (c) を考えてみよう．｛L, ℓ｝ という戦略は，両方の player にとって優越する戦略となる．このことは，EDS の基準は，pareto-inefficient な結果を発生させることを意味している．即ち，主体の合理的選択が共倒を招くことになる．

ところが，Game (b) では，どの戦略も他の戦略によって優越され得ない．EDS 基準はあまりにも強い

Game (a)

Player 2 \ Player 1	(ℓ, ℓ)	(r, r)	(ℓ, r)	(r, ℓ)
L	2, 1	2, −1	2, 1	2, −1
R	1, 0	3, 1	3, 1	1, 0

Game (b)

Player 2 \ Player 1	ℓ	r
L	2, 1	2, −1
R	1, 0	3, 1

Game (c)

Player 2 \ Player 1	ℓ	r
L	− 8, − 8	0, −10
R	−10, 0	− 1, − 1

基準であるため，ここに，この基準より弱い概念を導入する必要性が生じる．そして登場するのがNash Equilibrium (N.E.) の概念である．

(ii) NE (Nash Equilibrium)

player 1, 2 の戦略 a_1, a_2 に対する player i の利得 (pay-off) を $\Pi^i(a_1, a_2)$ で表す．

NE とはどの player も相手の戦略を所与として彼自身の戦略を変更することを望まない，そのような行動を意味する．pay-off を用いて書けば，「a_1^*, a_2^* が player 1, player 2 とって NE とは，

$$\Pi^1(a_1^*, a_2^*) \geq \Pi^1(a_1, a_2^*)$$

$$\Pi^2(a_1^*, a_2^*) \geq \Pi^2(a_1^*, a_2)$$

が全ての戦略 a_1, a_2 に対して成立すること」となる．当然 EDS ならば NE となる．NE がどのような normal form のゲームに対しても存在するとは限らない．NE が今まで述べたような純粋戦略の範囲で存在しない場合には，戦略の空間を混合戦略の範囲に広げると混合戦略の空間で常に NE が存在する．

(問)

Game (b) において，NE は {L, ℓ} {R, r}，
Game (a) において，NE は {L, (ℓ, ℓ)} {R, (r, r)} {R, (ℓ, r)} となる．

Game (b) のような同時手番のゲーム (simultaneous game) においては，NE の概念は合理的であるが，Game (a) のような手番の定まったゲーム (dynamic game) においては，normal form で求められた NE は，しばしば合理的でない NE を導出する．例えば，Game (a) においては明らかに EDS の基準は適切なもので，{R, (ℓ, r)} のみが合理的な解と考えられ，それ以外の NE は非合理的と思われる．

即ち，dynamic game においては，NE はあまりにも弱い概念であるということになる．したがって，NE の概念を更に構緻化する必要がある．

(注)

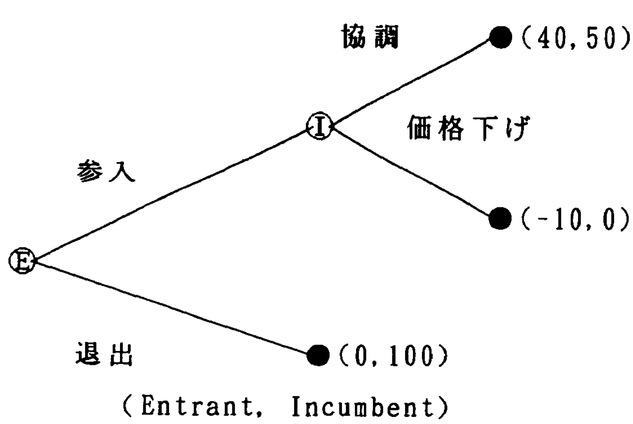
{L, (ℓ, ℓ)} という NE は，もし player 1 が R を選べば，player 2 は ℓ を選ぶという脅しが成立することが前提となって，player 1 が R でなく L を選ぶというストーリーを意味している．ところが，手番が定まっているため，実際には，もし脅しが実行に移され，player 1 が R を選べば，player 2 は r を選ぶ方が得になるめ，player 2 の脅しは効力のないものになり，この NE は実行されないものとなる．いいかえれば，R から始まるサブゲームでは，上記の解は NE になり得ないということである．

(iii) Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

SPE は，player 1 が L であれ R であれ，player 2 はそれにもとづいて最適に行動するということを要求する．即ち，「palyer 1 の行動に対する player 2 の最適な反応 (ℓ, r) を知った上で，player 1 の最適な行動を求める」という backward induction の概念である．今少し厳密に説明しよう．単一のノードから出発してその経路上にある情報集合を他のノードから出発した経路がよこぎらないような最小単位のゲームをサブゲームと呼ぶ．

すべてのサブゲームにおいて NE となるような戦略が subgame perfect equilibrium (SPE) である．勿論，SPE は自動的に NE となっている．

いま，既存の独占企業が新規参入を企てる企業に対して，価格戦争をしかけるという脅しによって，参入を阻止し現状を維持し得るか或いは価格戦争より参入企業との協調を企った方がよいかという分析を図のような extensive form のフレームワークのもとで考えることにする（参入阻止ゲーム）．この場合，手番が定まっているので標準形で NE を求めるという方法は適切でない．もし，normal form で NE を求めると（明らかに）参入－協調，退出－価格下げ，という2つの NE が得られる．



(問) 上のゲームを normal form で表わし，NE を求めよ．また，SPE を求めよ．

このゲームでは，既存企業は参入企業に，参入に対して価格下げを通告したとしてもこの脅しは効力を持たないことになる．ただし，この通告が参入企業の手番の前に行われる場合には，話は全く違ったものとなることに注意されたい．

ここで，Game(a)，Game(b) の構造をもったより具体的なモデルを紹介することにする．

(1) 戦略が連続的な複占企業モデル

(a) クールノー (Cournot) ゲーム

player 1, player 2 は生産量 q_1，q_2 を同時に決定する．

需要関数は　$p=100-(q_1+q_2)$ であり，したがって各々の利得は，

$$\Pi_i=\{100-(q_1+q_2)\}q_i \quad i=1,2$$

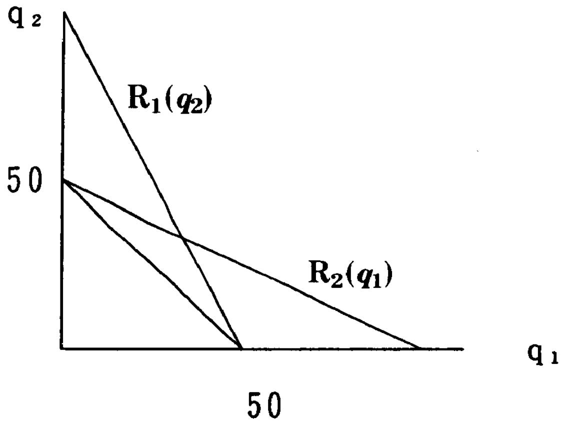
となる．両者が協力して生産量を定めることができる場合には，

$$\Pi_1+\Pi_2=\{100-(q_1+q_2)\}(q_i+q_2)\overset{\triangle}{=}(100-q)q$$

を最大にする $q=50$ が最適生産量（パレート最適）となるが，非協力ゲームにおいては，$q_1+q_2=50$ を満たす生産量は必ずしも NE とはならない．NE は，相手の生産量を所与としたときの最適反応曲線の交点で求まる．すなわち，

$$\frac{\partial\Pi_1}{\partial q_1}=0 \quad \frac{\partial\Pi_2}{\partial q_2}=0$$

を満たす点 q_1°，q_2° である．NE であるから，player 1 は自分が NE から生産量を変化させても player 2 は生産量 q_2° を変えないと信じているということが前提となっているということに注意されたい．



(b) シュタッケルベルグ (Stackelberg) ゲーム

player 1 が最初に生産量を決定し，つづいて player 2 が生産量を決定するものとする．player 2 は生産量の決定する前に，player 1 の生産量を観察する．したがって，player 2 は q_1 を所与として $\Pi_2=\{100-(q_1+q_2)\}q_2$ を最大にする．また，player 1 は q_1 に対する player 2 の反応 $R_2(q_1)$ を知った上で $\Pi_1=\{100-(q_1+R_2(q_1))\}q_1$ を最大にする最適生産量を決定する．このようにして求まった生産量 q_1^*, q_2^* は SPE となっている．

(問) $q_1^*+q_2^*>q_1^\circ+q_2^\circ$，$p^*<p^\circ$，$\Pi_1^*+\Pi_2^*<\Pi_1^0+\Pi_2^0$，$\Pi_1^*>\Pi_1^0$，$\Pi_2^*<\Pi_2^0$ を確かめよ．

(注) $\Pi_2^*<\Pi_2^0$ の意味する所を考えてみよう．1人の意思決定者のみを対象とする場合，多くの情報を持つということは彼にとって不利になるものではない．所がゲーム的状況においては，情報を持っているということを他者に知らせることは自分を不利に導くということがあり得る．スタッケルベルグ・ゲームにおいては，player 2 が q_1 という情報を持っているということを player 1 に知らせる．換言すれば，player 1 は player 2 が q_1 を知っているということを知っているという状況を表していることになる．

(2) Bank Runs

2人の投資家がある銀行に各自5億円ずつ預金しているものとしよう．銀行はその預金を2期間で完結するプロジェクトに投資している．もし銀行がプロジェクトの完結を待たずに1期目でプロジェクトの精算を

行えば投資家に対して総計で２×３億円の回収が可能である．一方，プロジェクトの完結する２期目まで投資を継続すれば，総計で２×６億円の利得を投資家に支払うことができる．投資家には，１期目と２期目に預金を引き上げるかそのまま預金を継続するかの決定が委ねられている．もしプロジェクトが完結する前にどちらかが預金を引き上げれば，その時点においてプロジェクトは精算される．

１期目における各投資家の決定に対する結果はnormal formで書くと

	引き上げ	継続
引き上げ	（３，３）	（５，２×３－５）
継　続	（２×３－５，５）	（２期目に続く）

となる．一方，２期目まで投資が行われた場合に各投資家の決定についての結果は

	引き上げ	継続
引き上げ	（６，６）	（２×６－５，５）
継　続	（５，２×６－５）	（６，６）

となる．このゲームをbackward inductionによって解くことにしよう．まず，２期目におけるNEは，両者とも引き上げという戦略であろう．従って，１期目における利得表は，

	引き上げ	継続
引き上げ	（３，３）	（５，１）
継　続	（１，５）	（６，６）

によって与えられる．結局，SPEは，引き上げ－引き上げと，継続－継続ということになる．このモデルはいつ銀行の取り付けが起きるかを示すものではないが，それはこのようなゲーム的状況においては，均衡現象として起こり得るということを示唆するものとなっている．

subgame perfect, outcome, equilibriumについてもう少し厳密に説明しておこう．

サブゲームとは，(a) singletonの情報集合のノードnから始まり，(b) nに従うすべてのdecisionノードを含み，(c)他のノードに従ういかなる情報集合もよぎらないようなゲームである．全体のゲーム自体も１つのサブゲームであるが通常これはサブゲームに含めない．Game (a) では，２つのサブゲームがあり，各々，player 2のノードから始まる．Game (b) では，サブゲームは存在しない．この定義の後に次のsubgame perfectの定義が導入される．

定義（Selten）　もし，playerの戦略がすべてのサブゲームにおいて，Nash Equilibriumとなるならば，Nash Equilibriumはsubgame perfectと呼ばれる．

次に，subgame perfect (backwards induction) outcomeとsubgame perfect Nash equilibriumを明確に区別しておこう．equilibriumはすべての状況においてとられる戦略の組を意味し，outcomeは（すべての状況についてではなく）実際に起こり得ると期待される状況においてとられた戦略の結果を示すものである．例えば，Game (a) においてbackwards inductionによって求められたoutcomeは（R, r）である．一方，{R,（ℓ, r)}は各playerの各状況における完全な戦略を表すsubgame perfectなNEとなっている．明らかに，{L,（ℓ, ℓ)} {R, (r, r)}はsubgame perfectでないNEである．前述したように完備，完全情報ゲームにおいてはsubgame perfect equilibriumの概念はnoncredible threatsをうまく排除できるものであるが，不完全情報のゲームにおいては，nonsingleton情報集合を含むため，上記の方法の適用は簡単ではない．この場合には，情報集合のどのノードに到達したかについて確率的評価を導入する必要がある．そこにおいて導入されるequilibriumの概念が，perfect Baysian equilibriumという考え方である．

Repeated Games:

これまでは１回限りのゲームをとりあげてきたが，ゲームが繰り返される場合を検討しよう．まず簡単な例として，Game (c) が２回繰り返されるゲームを考える．最初にGame (c) が行われ（stage game），その結果を両者が観察して同じGame (c) が行われる．利得は，各ステージゲームにより得られる利得の和である．

backwards induction によって PE を求めよう．第2ステージにおいては前の4つの結果に依存したサブゲームが存在するが（サブゲームの利得は第1ステージの結果を第2ステージの各利得に加えたもの），明らかに第1ステージの結果とは独立に，各サブゲームの NE は（L, ℓ），outcome は（−8, −8）となる．よって第1ステージにおけるNEはやはり（L,　）である．したがって，subgame perfect outcome は各ステージにおいて（L, ℓ）が行われた結果となり，決して強調は達成されない．ステージゲーム（G と書く）が T 回繰り返されても（G(T) と書く）同じ結果が生ずることは明らかであろう．このようなゲームにおいては直観的に『もしステージゲームが唯一の NE を持つならば，すべてのステージにおいて NE をプレーすることが G(T) の一意的な subgame perfect outcome を与える』ということを類推できよう．

もしステージゲームが Game(a) のような dynamic な場合にも，dynamic ステージゲームが唯一の backwards induction outcome を持てばその outcome を生ずる戦略を繰り返すことが G(T) の一意的な subgame perfect outcome を与える．このことを参入阻止ゲームが有限個の市場において繰り返されるという状況において見てみよう．

もし，参入阻止ゲームが繰り返されるということになると，各 player は，以前の各 player の戦略が何であったかに依存した形で戦略を考えなければならないことになる．常識的には，なだれをうって参入が始まることを阻止するために，第1回目は価格下げを行い，それ以後の参入を阻止できることになりそうだがそうはならない．

いま，有限回の繰り返しであるとする．最後の回は，過去の歴史が何であろうと，参入−協調が均衡となる．最後から2番目の市場では，次には参入−協調であることが共有の知識となっているため，価格下げということを相手に伝えたいが，その価格下げの評判を作っても得ることはないことになり，参入−協調を選択する．順次この戦略の組が PE を形成する．全ての市場で参入が行われるということを示唆するという意味で，このことはチェーンストア・パラドクスと呼ばれている．

囚人の dilemma においてもチェーンストア・パラドクスにおいてもゲームが繰り返し行われ，その回数が有限である限り，チェーンストア・パラドクスと同じ状況が発生する．お互いに裏切り続ける，或いは参入が続くという戦略が SPE outcome になることは明かであろう．

しかしながら，無限回繰り返しが行われるということになれば様相は一変し，協調していくという経路が均衡経路となり，それを実現するための均衡戦略が存在する可能性がでてくる．参入阻止ゲームにおいても，ある所からさきは参入を阻止できる均衡戦略が存在する可能性が出てくる．すなわち，ステージゲームがたとえ唯一の NE を持っていても，どのステージ outcome も NE outcome でないような subgame perfect outcome が存在し得る．

Infinitely Repeated Game:

ステージゲームが無限回繰り返されるゲームを考える．ただし，t ステージが始まる前に t−1 ステージまでの結果が観測される．

各 player の利得は各ステージゲームの利得の列 $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \ldots$ の δ で割引いた現在価値

$$\Pi_1+\delta\Pi_2+\delta\Pi_3+\ldots$$

としよう．ここでは具体的に Game(c) が無限回繰り返されるものとする．今，player 1 の次のような戦略を考えよう．

『まず，最初には R をプレーする．t−1 ステージまでの結果がすべて（R, r）である限り，t ステージにおいて R をプレーする．そうでなければ以後 L をプレーする』

このような戦略は，協調が続く限り協調を行い，1度でも協調がくずれる（裏切り）と永久に裏切りつづけることを意味する戦略であるため，trigger 戦略と呼ばれる．もし δ が1に近ければ，両者にとって trigger 戦略が NE でありかつ，subgame perfect であることが知られている．したがって，この戦略を用いたときの無限回繰り返しゲームの outcome はすべてのステージで（R, r）ということになる．すなわち，deviation に対しては，ステージゲーム NE にスイッチするという trigger 戦略を用いることによって無限繰り返しゲームにおいて協調を達成できるわけである．

Game(a)（b）（c）では，player 1, player 2 が戦略を決定する際に同じ情報を所有している（対称情報，

symmetric）ということが前提となっている．対称情報でない場合が非対称情報（asymmetric）であるが，その本質の意味するものは，一部の player が他の player より，有用な私的情報（private information）をもつということである．

私的情報は情報の言葉で言えば，ある player の情報集合が他の player の情報集合より粗でない（詳しい）場合ということができよう．

ゲームにおける最も先端的で応用分野の広い研究は非対称情報のダイナミックゲームに関するものであるが，そのためには，適切な均衡概念を導入する必要がある．例えば，完全ベイズ均衡（perfect Bayesian Equilibrium）がそれである．

B．不完備情報のゲーム

不完備情報のゲームは，各 player が自分自身の利得関数については知っているが，他の player の利得関数については知り得ない状況のもとで行われるゲームである．他の player が私的情報をもつというふうに考えてもよい．このときには，合理的選択の基準として，Baysian Nash Equilibrium (BNE) という均衡概念が導入される．クールノーの複占企業モデルを用いて説明しよう．

player 1 と player 2 は生産量 q_1, q_2 を同時に決定し，その時市場における需要関数は前と同様に $p=a-(q_1+q_2)$ とする．player 2 の費用関数は，$c_2=c_hq_2$ か $c_2=c_\ell q_2 (c_h>c_\ell)$ のどちらかである．一方，player 1 の費用関数は $c_1=cq_1$ である．今，player 2 は，自分自身の限界コストが c_h であるか c_ℓ であるか（player 2 のタイプという）ということと player 1 の限界コスト c について知ることができる．一方，player 1 は，自分自身の限界コスト c と player 2 のタイプが確率 θ で（player 1 のビリーフ belief という）c_h，確率 $1-\theta$ で c_ℓ であることしか知り得ない．player 2 は player 1 に対して優位な情報（private information）を有することになる（asymmetric information の状況である）．

このようなゲームにおける均衡戦略は次のように決定されよう．player 1 の最適生産量を q_1°，player 2 の限界コストが各々 c_h, c_ℓ の時の最適生産量を $q_2^\circ(c_h)$，$q_2^\circ(c_\ell)$ と書く．それらは，次のような利潤を最大にする解である．

$$q_2^\circ(c_h)=\underset{q_2}{\operatorname{argmax}}\ \Pi_2(q_1^\circ, q_2 : c_h)=\{(a-q_1^\circ-q_2)c_h\}q_2$$

$$q_2^\circ(c_\ell)=\underset{q_2}{\operatorname{argmax}}\ \Pi_2(q_1^\circ, q_2 : c_\ell)=\{(a-q_1^\circ-q_2)c_\ell\}q_2$$

$$q_1^\circ=\underset{q_1}{\operatorname{argmax}}\ \theta\{(a-q_1-q_2^\circ(c_h))-c\}q_1+(1-\theta)\{(a-q_1-q_2^\circ(c_\ell))-c\}q_1$$

問．1階の条件によって上の解を求めよ．

クールノー・ゲームにおいては，player 1 と利得関数について私的情報を有する player 2 が同時に生産量を決定する不完備情報ゲームであるが，自然というプレーヤーを導入すると player がゲームの過去の完全な履歴を知らない不完全情報のゲームと考えることもできる．例えば，まず自然が player 2 のタイプを決定し，player 2 にだけそれを知らせる．player 1 は，過去の履歴を知らぬまま，自己のビリーフにもとづいて意思決定を行うというストーリーになる．

不完備情報ゲームにおける基本的特徴は，次のようになろう．まず自然が，各 player にのみそのタイプを知らせる．各 player は自分のタイプを知り，他の player のタイプを類推し（ビリーフを形成し）自己のタイプにもとづいた行動（戦略）を決定する．そのとき，各 player の戦略が各自のビリーフにもとづいて計算された他の player の戦略に対して最適な反応となっているとき，それらの戦略の組は Baysian Nash Equilibrium (BNE) と呼ばれる．

いま一つ，不完備情報ゲームの例として，競売（auction）のモデルを簡単に示しておこう．

ある商品に対して2人の入札者（bidder）が存在するものとする．2人の入札者はその商品についての価値評価（valuation）をもち，その評価は [0, 1] 上に，互いに独立に一様分布している．入札者 i の評価を v_i，入札価格を b_i と書く．まず自然が入札者の評価（タイプ）を決め，その入札者にのみ彼のタイプを知らせる．彼等は同時に入札価格を提示し，価格の高い方が商品を獲得し，その時の利得は v_i-b_i となる．もし，提示された価格が同じならコインを投げて入札を決める．評価は互いに独立であるから，入札者の評価がどんな v_i であっても，入札者 j の評価は [0, 1] 上に一様に分布するというビリーフをもつ．

したがって，入札者 i の利得関数 u_i は，

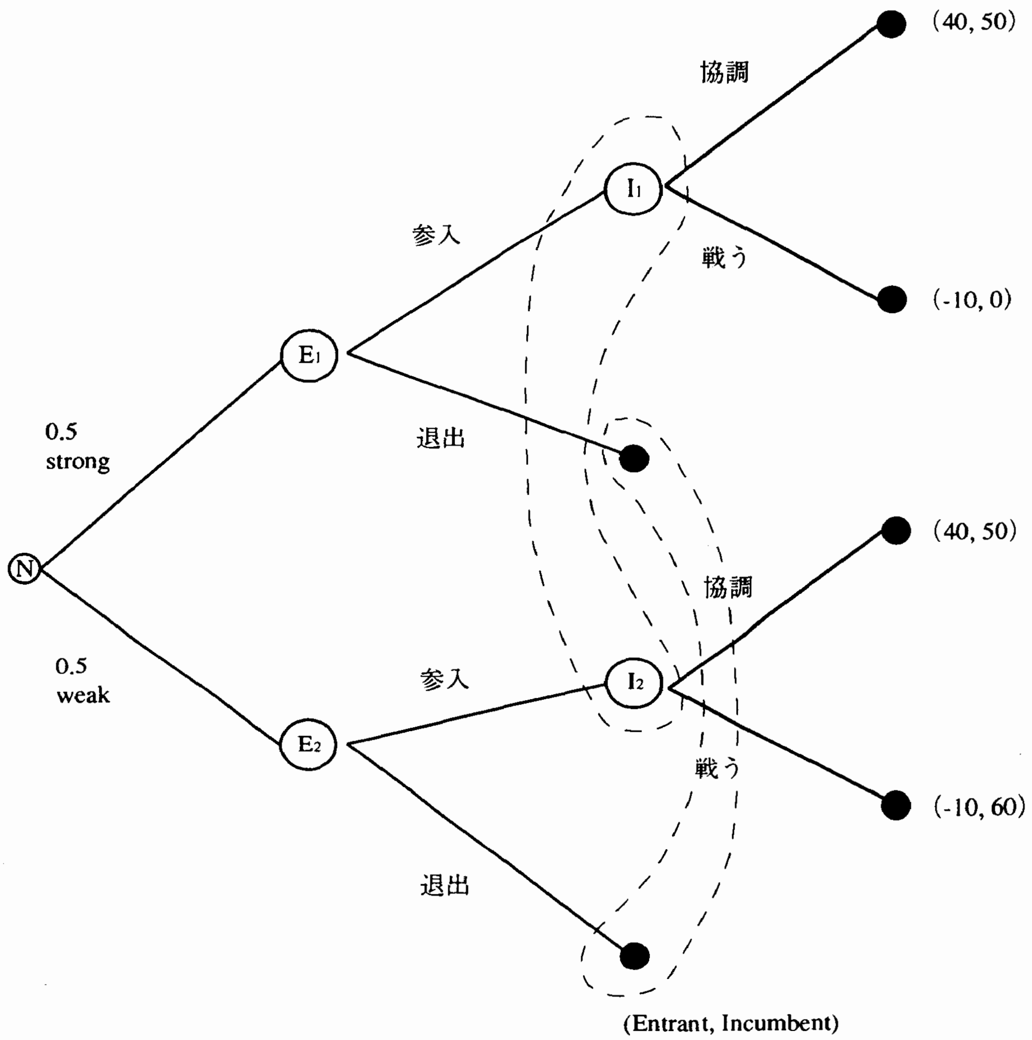
$$u_i(b_1, b_2 : v_1, v_2) = \begin{cases} v_i - b_i & , \ b_i > b_j \\ (v_i - b_i)/2 & , \ b_i = b_j \\ 0 & , \ b_i < b_j \end{cases}$$

で与えられる．明らかに入札者 i の戦略は，各タイプに依存した関数 $b_i(v_i)$ であるので，各ビリーフに基づいた最適反応を求めれば，それが BNE ということになる．戦略を線形に限定して，即ち $b_i(vi) = a_i + c_i v_i$ の形の BNE が，

$$b_i(v_i) = \frac{v_i}{2}$$

となることを示すことができる．

以上の説明を通じて，我々は不完備情報ゲームに関して，ビリーフを用いた BNE という均衡を定義した．次に dynamic な不完備情報ゲームにおける均衡概念を定義することにしよう．完備ゲームで NE が non-credible threat を排除できないため，サフゲームの考え方を用いて subgame perfect の概念を導入したように，BNE の概念を精緻化（強めた）した Perfect Baysian Equilibrium (PBE) という均衡概念が導入される．勿論，PBE は BNE となっている．不完備情報ゲームにおいては，ゲームの進行に伴って行われる他の player の行動を観察しながら，そこから得られる情報をもとに自己のビリーフを更新していくという考え方が採用される．その際，ビリーフの更新が合理生をもつという基準をベイズ・ルールに求めることになる．したがって，均衡を定義する自然な方法は，均衡経路上（on the equilibrium path）で，ビリーフはベイズ・ルールに従い，均衡経路を離れた上（off the



equilibrium path）ではベイズ・ルールに矛盾しない指定されたパターンに従うとき，最適な反応を与える戦略として定義することになる．具体的な参入・阻止ゲームの例をあげて説明しよう．

まず，自然が2種類の参入企業のタイプ（strong か weak）を選ぶ．その確率は各々0.5，0.5であり，これは共有知識である．

参入企業は自然の行動を観察して，自分の行動を決定するが，既存企業は，自然の行動を知らないまま，自分の行動を決定しなければならない．したがって，参入企業は自分の手番の時，既存企業の知らない何かを知っていることになる．この意味でこのゲームは，不完備情報ゲームであると同時に非対称情報ゲームにもなっている．ゲームを extensive form で書くと次のようになる．ただし，Ⓝは自然の手番を表わす．自然は確率0.5で strong と weak を選択し，Entrant にのみどちらかであることを知らせる．

もし参入企業が strong であることが分かっていれば，参入－協調が SPE になり，weak であることがわかっていれば，退出－戦うが SPE になる．それでは，PBE を求めてみることにしよう．参入企業は常に参入し，既存企業は常に協調するという戦略と P (strong｜参入)＝0.5(参入という行動により到達した情報集合上で，参入者が strong である確率が0.5である）というビリーフが PBE であることは明かであろう．何故ならば，この均衡戦略にそっては，ビリーフは計算するまでもないがベイズ・ルールによって，P (strong｜参入)＝P(参入｜strong) P(strong)/P(参入｜strong) P(strong)＋P(参入｜weak) P(weak)＝0.5 となる．一方，このビリーフのもとでは参入－協調が最適反応となっている．

この場合，均衡を離れた情報集合上のビリーフは何であってもよく問題にならない．今一度 PBE を正確に定義しておくことにする．

『PBE はゲームの各ノードにおいて次の条件を満たす戦略とビリーフの組である．

(1)ゲームの各情報集合において，後続する部分での戦略は他の player の戦略とビリーフを所与として最適反応となっている．

(2)各情報集合上における player のビリーフは，他の player が均衡であると仮定した上で，その行動を所与として（観察されたものとして）ベイズ・ルールによって更新されたビリーフである』

したがって，PBE は戦略とビリーフの組を特定化し，上の(1)(2)が成立するかどうか確認すればよいことになろう．

C．私的情報におけるスクリーニングとシグナリング

不完備情報のゲーム（私的情報を有するゲーム）においては，完備情報の場合と比較して，有用な私的情報をもつ側に利得（情報レント）が発生する．しかしながら，交渉プロセスをうまく設定することによって，相手の情報を引き出し，情報レントを減少させることが可能になる場合がある．このような行動はスクリーニング（screening）と呼ばれる．一方，私的情報を相手にうまく伝えることによって，効率的状態へと移行することが可能となる場合がある．このような行動はシグナリング（signalling）と呼ばれる．ここでは，私的情報を引き出す方法としてのスクリーニングと私的情報を伝える方法としてのシグナリングを簡単な例をあげて説明する．

いま，自動車の売手と買手がいる．売手は2期に分けて販売する．第2期まで購入を延期すれば第1期で購入する場合の価値の80％の価値に減価する．こうした遅延費用は，売手には発生しないものとする．また，売手の自動車の仕入値は1000ドルである．売手はこの自動車の価値が1100ドルと評価する買手と1060ドルと評価する買手との2つのタイプの買手に直面しているが，どのタイプか識別できない．更に売手の方が価格づけにコミットできるものとする．買手の方はタイプに関する私的情報をもっていることになる．このとき，簡単な計算から，第1期に1068ドル，第2期に1060ドルの価格を設定することによって，評価の高い買手を第1期に購入させ，評価の低い買手を第2期に購入させることが可能になる．すなわち，売手のこのような戦略は，PBE（スクリーニング均衡）になる．

(問) 上のことを説明せよ．また，スクリーニングしない場合における売手の最大利得との差を計算せよ．

私的情報を有する場合，その情報を単純に相手に伝えたとしても，真の情報であると相手に信じてもらえ

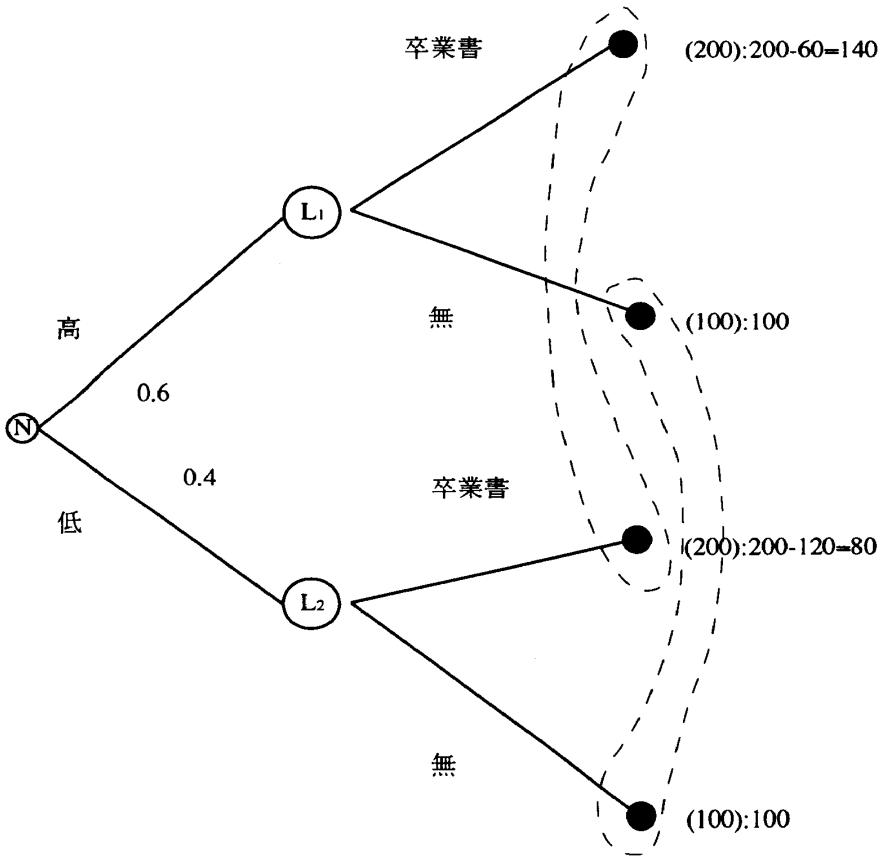
る保証はない．信じてもらえるためには，伝達する情報（シグナル）が虚偽である場合の方が，真実であることを伝達する場合よりもコストが高くつくということが明らかなときにはじめて相手は真実を伝えるシグナルであると推論する．シグナリングが機能するということは，シグナリングがPBE（シグナリング均衡）となるということを意味する．注1）教育がシグナリングとして機能する労働市場の例を紹介しよう．

労働者には，先天的に生産性の高いタイプと低いタイプの2種類ある．雇用主は，事前にどちらのタイプか識別できないが，その比率は60％であることは知っている．生産性の高いタイプは200ドル，低いタイプは100ドルの付加価値を生み出すことができる．雇用主は彼らに各々付加価値と同額の賃金を支払わなければならないものと仮定する．労働者は，労働市場に参入する前に教育水準を示す卒業証書を取得することができる．ただし，その取得にかかる費用は生産性の高いタイプと低いタイプにとって各々60ドルと120ドルである．このゲームを extensive form で書くと次のようになる．

いま，雇用主が卒業証書を取得している労働者の生産性は高く，取得していない労働者の生産性は低いという信念をもっているものとする．この時，雇用主のこのビリーフと，生産性の高いタイプの労働者は卒業証書を取得することを選択し，低いタイプの労働者は卒業証書を取得しないことを選択する戦略の組はシグナリング均衡となる．即ち，上記のビリーフのもとで，上記の戦略が最適反応であり，その戦略のもとで上記のビリーフが正しかったことが確証できる．

このようにして労働者は，生来の生産性を卒業証書というシグナルによって雇用主にうまく伝達できることになる．我々は上の例において，シグナリング均衡が存在することを示した．しかしながらこのことは，それ以外の均衡，例えばシグナリングしない（シグナリングが機能しない）均衡が存在する可能性があることを否定するものではないことに注意されたい．

（問）雇用主のビリーフが卒業証書を取得した労働者の生産性は高い，一方，取得しなかった労働者の内で生産性が高いタイプの比率は60％，低いタイ



$r=1$ ということは，努力による増分の全てをエージェントに帰属させるということで，その結果，エージェントのインセンティブをプリンシパルの目的に一致させることになる.

ここまでの議論に登場するエージェントは危険中立的である．したがって，エージェントが追加生産物の価値をすべて受けとること，換言すれば，最大の努力を引き出す努力インセンティブのみを考えれば十分であった．その場合には，不確実に変動する利得のリスクもすべてエージェントが負うことになる．しかしながら，エージェントが危険回避的であるならば，彼は予想される利得の不確実な変動の度合いが減少するならば手に入れる所得の一定額（リスク・プレミアム）を断念した方が全リスクを負うよりも有利であると考える．したがって，こうしたときにはリスクを全てエージェントに負担させることはプリンシパルにとって望ましいことではなくなる.

通常，プリンシパルは，異なったリスクをもつ多くの活動を行っているので，特定の活動に関するリスクはさほど気にしないと考えられる．この理由から，プリンシパルはエージェントよりリスク回避的ではないであろう.

例えば，大企業は下請企業より，企業は雇用する個々の労働者より，リスクを吸収する能力がある．この理由によって，プリンシパルは危険中立的であると仮定する.

危険回避的なエージェントは，リスクの一部をプリンシパルに負担してもらい，その代わりにより低い平均報酬に甘んじてもよいと考える．一方，危険中立的なプリンシパルは，この提案を当然価値あるものと考える．リスクの取引を行うことによって，全リスクをエージェントに負担させる場合より，両者にとって利益がもたらされるわけである．しかしながら，こうしたリスク効果はインセンティブ効果とは互いに相反する関係にあり，このかねあいが最適な報酬を決定することになる.

リスクプレミアムはエージェントの慎重さと起こり得る変動の度合いに依存する．全変動をエージェントが負担する場合（$r=1$ のとき）のリスクプレミアムを R とすると，負担するリスクの割合が $r\leq 1$ のときのリスクプレミアムは r^2R に減少する.

したがって，エージェントは総期待利益

$$E[w]-r^2R-\frac{e^2}{2d}=s+re-r^2R-\frac{e^2}{2d}$$

を最大にする $e^*(s, r)=rd$ を選択することになる.
結局，プリンシパルにとっての最適な契約は

$$\max \quad e^*-(s+re^*)$$

s.t.

$$s+re^*-r^2R-\frac{e^{*2}}{2d}=\overline{U}$$

の解　$r=\dfrac{d}{d+2R}$　となる.
明らかに，100%の歩合より小さな値となっている.

（問）θ は期待値 $E[\theta]=0$ の正規分布とする．$q=\theta$ に対するリスクプレミアムが R，即ち $E[u(\theta)]=u(-R)$ のとき，$q=r\theta$，$r\leq 1$ に対するリスクプレミアムは r^2R になることを証明せよ．ここで，$u(\cdot)$ は $u(x)=-e^{-x}$ であるエージェントの危険回避的効用関数である.

ここで，今まで述べたプリンシパル－エージェントモデルの数学的定式化を行っておくことにする.

雇用主（プリンシパル）は，労働者（エージェント）の努力 e が観察できないため，成果 $q=q(e, \theta)$ に依存した賃金契約 $w(q)$ を提案する．成果は金銭的単位で表わされているものとする．プリンシパルの効用関数は $W(\cdot)$，エージェントの効用関数は $U(\cdot)-V(\cdot)$ としよう．ただし，$V(\cdot)$ は努力に関する非効用関数である．プリンシパルの最適化問題は，エージェントは契約の後に努力水準を決定するということ，ある一定の効用水準 $\overline{U}$ 以上が得られなければ契約は拒否されるということを勘案した上で自身の効用を最大化するという問題になる．このことを定式化するとつぎのようになる.

$$\underset{w(\cdot)}{\text{Maximize}}\ EW(q(\bar{e}, \theta)-w(q(\bar{e}, \theta))) \qquad (\text{III}-1)$$

s.t.

$$\bar{e}=\underset{e}{\text{argmax}}EU(w(q(e, \theta)))-V(e) \qquad (\text{III}-2)$$

$$EU(w(q(\bar{e}, \theta)))-V(e))\geq\overline{U} \qquad (\text{III}-3)$$

（III－2）式は，エージェントに努力水準を自由に選ばせるという条件で incentive compatibility 条件と

呼ばれる．

一方（Ⅲ－3）式は，$\bar{U}$ 以上であれば，労働者は契約することを好むという条件で reservation utility 条件或は，individual rationality 条件と呼ばれる．

Grossman-Hart は上と等価なもう一つの定式化を開発している．その方法は，まず任意の $\bar{e}$ を動機づける最小コストの賃金関数 $w^*(\cdot)$ を求める．

$$C(\bar{e}) = \underset{w(\cdot)}{\text{minimum}}\ Ew(q(\bar{e}, \theta))$$

s.t.

$$\bar{e} = \underset{e}{\text{argmax}}\ EU(w(q(e, \theta))) - V(e)$$

$$EU(w(q(\bar{e}, \theta))) - V(\bar{e}) \geq \bar{U}$$

次の段階においては，$\bar{e}$ の中でプリンシパルの利得を最大化する努力 e^* を求める．

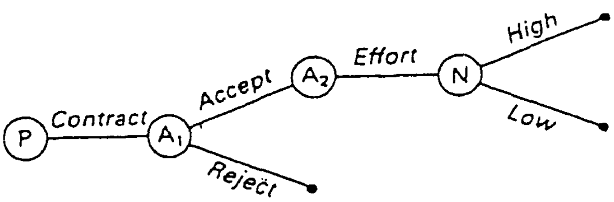
$$\underset{\bar{e}}{\text{Maximize}} EW(q(\bar{e}, \theta) - w^*(q(\bar{e}, \theta)))$$

したがって，最適な賃金契約は $w^*(q(e^*, \theta))$ となる．

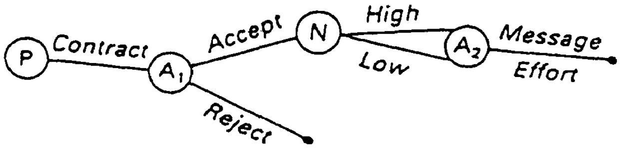
エージェンシー関係では，通常エージェントはある時点で情報上の有利性をもっているため，非対称情報のゲームとなる．そうした情報上の有利性が発生する状況には，種々のバリエーションが有り得る．非対称情報下での特徴を明確にするため，Rasmusen (p. 167) は，モデルを便宜上次のように分類している．

これらは，モデルの特徴を明確にするための概念図でゲームを extensive form で表したものでないことに注意されたい．

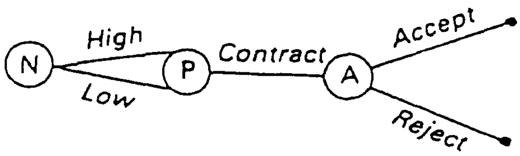
(a) moral hazard with hidden action
プリンシパル (P) はエージェント (A) の行動を観察できない．A は自然 (N) より前に行動をとる．不確実性を伴う完備情報ゲームである．



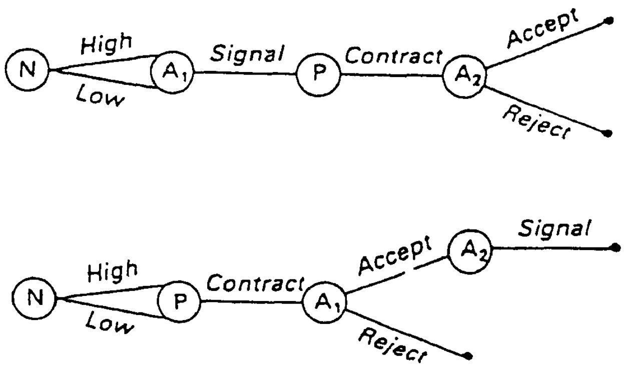
(b) moral hazard with hidden information
N が A には観察できるが，P には観察できない行動をとる．すなわち，A は N の後に行動をとり，P に N の行動に関するメッセージを送る．不確実性を伴う完備情報ゲームである．



(c) adverse selection
まず N が A のタイプを選択し，そのタイプは P には観察できない．その後に契約が行われる．不完備情報ゲームである．



(d) signalling and screening
まず自然が A のタイプを選択し，そのタイプは P には観察できない．A は彼のタイプを示すために P に観察できる行動をとる．契約の前に A が行動をとるなら signalling となり，契約の後に A が行動をとるなら screening になる．



これら5つの分類は，その定義として十分に確立されたものではなく，しばしば重複して互換的に呼ばれることも多い．

今，プリンシパルを雇用者，エージェントを労働者として，より具体的に上の分類の意味する所を考えてみることにしよう．

労働者は，努力 e を投入することによって，自然の状態によって変化する成果 $q(e, \theta)$ を生み出すことができる．もし雇用者が労働者の能力を知っているが，彼の努力を観察できないときは(a)のモデルとなる．この時契約は努力にもとづくことはできない（契約不可能条項）ため，観察できる成果qに依存した賃金契約 $w(q)$ を提案することになる．

当初，雇用者も労働者も彼の能力を知らないが，契約後に労働者だけは彼の能力を見いだすことができれば(b)のモデルとなる．もし当初に，労働者は彼の能力を知っているが，雇用者はそれを知らないならば(c)のモデル（確実ゲームのときもあるし不確実ゲームのときもある）になる．

更にその上，もし労働者が雇用者に観察できる教育を契約の前に獲得すれば，signalling，契約後に獲得すれば screening となる．

(d)(c)においてはエージェントは非同質的であり，プリンシパルは異なる特性をもつエージェントを識別しようとする．(b)と(c)の相異は，(b)ではエージェントは情報を獲得する前に契約を結んでいるが，(c)では契約の前に情報を入手している点である．

（注）「逆選抜」という用語は保険に由来した言葉である．保険会社は事故に対する損失を保証してやる制度である．それ故，保険は事故に遭い易い顧客にそうでない顧客より多くの便益を与えていることになる．結果的に保険会社の顧客たちは事故に遭い易い性質をもつという「逆選抜」が発生することになる．

B．業績評価とプリンシパル－エージェントモデル

プリンシパル（owner）は，管理サービス（managerial service）或いは経営努力の量に依存して，金銭的成果を生み出すことのできる生産プロセスを所有しているものとする．管理サービスは，高いレベル a_H と低いレベル a_L の二種類があって，エージェント (manager) によって提供される（エージェントのスキルは既知である）．管理サービスの提供によって発生するキャッシュフローは，事前には定まっていない，ある確率分布に従う状態sに依存して次の表によって与えられる．このキャッシュフローの実現値は，プリンシパルとエージェントの双方にとって（事後的に）観察されるものとする．

サービス ＼ 状態	S_1	S_2	S_3
a_H	8,000	8,000	4,000
a_L	8,000	4,000	4,000

単位万円，$P(S_1)=P(S_2)=\frac{1}{4}$　$P(S_3)=\frac{1}{2}$

例えば，a_H が提供され，状態が S_3 であれば，4,000のキャッシュフローが得られる．一方，a_H による事前に期待される期待キャッシュフローは$8000\times\frac{1}{4}+8000\times\frac{1}{4}+4000\times\frac{1}{2}=6000$となる．エージェントは所得と余暇に関して additively separable な効用関数

$$U(z,\ a)=\sqrt{z}-V(a)$$

をもつものとする．$V(a)$ はサービスの量についての非効用を意味する単調増加関数である．簡単のために $V(a_H)=10$，$V(a_L)=5$ とする．

したがって，エージェントはリスクに対して危険回避的で，かつ努力することを好まないということになるわけであり，所得による効用とサービスの提供による非効用のトレードオフを考慮しつつ意思決定を行うことになる．プリンシパルがエージェントを雇用するためには，効用単位で $\overline{U}=10$の留保効用を保証する必要がある．すなわち，労働市場における次善的雇用機会の提供が $\overline{U}=10$の価格で行われているということになろう．プリンシパルは期待キャッシュフローにのみ関心を抱く危険中立者とする．

要約するとプリンシパルは生産プロセスを所有し，エージェントによる管理サービスの提供を必要としている．一方，エージェントは生産プロセスから発生するキャッシュフロー，xの一部zの分配を得ることによって管理サービスを提供する．

いま，a_H の提供に対して $\overline{U}=10$を保証するエージェントへの支払いは

$$\sqrt{z}=10+V(a_H)=20$$

を満たす $z=400$である．

プリンシパルとエージェントが信頼関係にあるとす

れば，プリンシパルは固定賃金400を与え，エージェントは，忠実に a_H を提供することになる．このようなケースは最善解（first best）と呼ばれる．ところが，どのサービスを提供したかエージェントの行動をプリンシパルが観察できないため，エージェントには，常に400を受け取って a_L を提供しようという誘因が存在することになり，モラル・ハザードの問題が発生する．例えば状態が S_3 の時には，エージェントが実際には a_L を提供したにも拘らず a_H を提供したと報告しても同じキャッシュフローが発生するため，その真偽を確かめることができない．

プリンシパルとエージェントの間に信頼関係が無い場合は，観察可能なキャッシュフローに依存した支払い

$$z_{80} \quad \text{if} \quad x=8{,}000$$
$$z_{40} \quad \text{if} \quad x=4{,}000$$

を考える必要がある．直観的には高い成果に対しては多く支払い，低い成果には少ししか支払わないという契約が合理的であろう．

いま，エージェントに留保効用 $\overline{U}=10$を保証し，a_H を選ぶ誘因を与えるという拘束のもとで，プリンシパルにとって最小の期待コストを達成できる支払い方法は，

$$\text{minimize} \quad \frac{1}{2}z_{80}+\frac{1}{2}z_{40}$$

s.t.

$$M(a_H)=\frac{1}{2}\times\sqrt{z}_{80}+\frac{1}{2}\times\sqrt{z}_{40}-10\geqq$$
$$M(a_L)=\frac{1}{4}\times\sqrt{z}_{80}+\frac{3}{4}\times\sqrt{z}_{40}-5$$
$$M(a_H)=10$$

の解，$z_{80}=900$，$z_{40}=100$で与えられる．

この時の期待コストは500となる．

一方，a_L については，

$$\text{minimize} \quad \frac{1}{4}z_{80}+\frac{3}{4}z_{40}$$

s.t.

$$M(a_L)=\frac{1}{4}\times\sqrt{z}_{80}+\frac{3}{4}\times\sqrt{z}_{40}-5\geqq$$
$$M(a_H)=\frac{1}{2}\times\sqrt{z}_{80}+\frac{1}{2}\times\sqrt{z}_{40}-10$$
$$M(a_L)=10$$

と定式化される．この解は，$z_{80}=z_{40}=225$である．期待コストは，225となる．

a_H を動機づけるコストと a_L を動機づけるコスト及びプリンシパルにとっての純期待キャッシュフローを勘案した上で，プリンシパルが行う最善の選択は a_H の提供を動機づけ，純期待キャッシュフロー 6,000－500＝5,500 を得るということになる．このケース（incentive contract）は次善解（second best）と呼ばれる．最善解が達成される場合の純期待キャッシュフローは，6,000－400＝5,600である．したがって，次善解との差100は a_H を動機づけるためのコストを意味する．換言すれば，非対称情報のためにエージェントが持つ情報レントである．

明らかに信頼関係が成立する場合において，固定支払い方法（constant wage）は，risk sharing の意味では efficient である．したがって，次善解におけるような risky payment $z_{80}=900$，$z_{40}=100$ は，risk sharing の意味では inefficient となる．

つぎに，何が業績評価のための有用な情報か，またそのような業績に関する情報をどのようにプリンシパル－エージェントモデルに組み込んでいくか検討してみることにしよう．

(i) エージェントのサービスをモニターできる場合

エージェントの行動を事後的に観察できる場合には，サービスのレベルに依存した支払い

$$z=400 \quad : \quad a_H$$
$$=0 \quad : \quad a_L$$

が可能となる．このとき，$\sqrt{400}-V(a_H)=10$，$\sqrt{0}-V(a_L)=-5$ となって，エージェントにとっては a_H を選ぶことが自己の利益となり，モラルハザードの問題は解決し，最善解を達成できる．最善解によって得られるキャッシュフロー5,600と次善策によって得られるキャッシュフロー5,500の差100がモニタリングの価値ということになる．

(ii) 自然の状態を観測できる場合

実際に生起した状態が何であったか，事後的に知り得るレポートシステム（情報システム）が存在するものとしよう．もし S_2 で $X=4,000$ が報告されれば，エージェントが a_H を提供していないことが分かるということに着目して，自然の状態に依存した支払い方法を

$$
\begin{aligned}
z&=400 &:\ & S_1\\
&=400 &:\ & S_2 \text{ and } x=8,000\\
&=0 &:\ & S_2 \text{ and } x=4,000\\
&=400 &:\ & S_3
\end{aligned}
$$

と定めると最善解が達成される．

この契約においては，エージェントは a_H を選択するが，このことは読者で確かめていただきたい．したがって前と同様に，この情報システムに対してプリンシパルは100を支払うであろう．(i)(ii)においては，いかなる追加的な業績に関する情報も価値をもたないことは当然であろう．

(iii) 自然の状態を不完全に観測できる場合

実際に生起した状態が S_1 であるかそうでないかしか知り得ない場合を考えよう．すなわち $\{S_1\}=H$, $\{S_2, S_3\}=L$ を知ることのできる情報システムが設置されている場合である．この場合には支払い方法を

$$
\begin{aligned}
z_{80,H} &: x=8,000 \text{ and } H\\
z_{80,L} &: x=8,000 \text{ and } L\\
z_{40,L} &: x=4,000 \text{ and } L
\end{aligned}
$$

として，つぎの問題を解けばよい．

$$\text{minimize } \frac{1}{4}\times z_{80,H}+\frac{1}{4}\times z_{80,L}+\frac{1}{2}\times z_{40,L}$$

s.t.

$$M(a_H)=\frac{1}{4}\times\sqrt{z}_{80,H}+\frac{1}{4}\times\sqrt{z}_{80,L}+\frac{1}{2}\times\sqrt{z}_{40,L}-10\geq$$

$$M(a_L)=\frac{1}{4}\times\sqrt{z}_{80,H}+\frac{3}{4}\times\sqrt{z}_{40,L}-5$$

$$M(a_H)=10$$

この問題の解を求めることは読者の練習問題とする．

注1）

シグナルとしての機能を果たす行動が存在しないため，市場が機能しないケースとして有名な中古車市場におけるレモン・マーケットの例がある．

〔ささい　ひとし　横浜国立大学経営学部教授〕