論　説

株式市場と為替市場におけるテクニカル分析の有効性と，長期記憶性（持続性）およびカオス性との関係

東田　啓

I　はじめに

従来，株式市場，債券市場あるいは為替市場などにおける価格変動には規則性がなく，過去の変動をいくら分析しても予測には役立たないといわれてきた．これはいわゆる市場の（弱）効率性の表現であり，株価などはランダムウォークと呼ばれる確率過程に従うとされる．確かに，このような世界では，投資家が利益を得たり損失をこうむったりするのは全くの偶然であり，どれほど複雑な手法を駆使しても長期的にみて勝ったり負けたりすることはありえない．しかしそれにもかかわらず，過去のデータから将来の価格を予測しうるとされる数々の手法が存在する．これらを総称してテクニカル分析と呼んでいる．いわゆるファンダメンタル分析と共に，今なお実際の投資戦略で用いられているようである．しかし，研究者の間では，これらの手法は一種のまじないとみなされており，研究対象として真剣に取り上げられることは少なかった．

ところが，10年ほど前から市場の効率性に大きな疑問がよせられるようになった．過去のデータと将来のデータが何らかの理由で明らかな関係を指摘する研究結果が報告されてきたのである．このような予測可能性は，見かけ上のものであって，市場のリスク環境の変化に応じてリターンが変化しただけであり，決して市場の非効率性の証明にはならないという主張も成り立つかも知れない．しかし，理論的説明がどのようなものであれ，価格がランダムウォーク以外の構造によって生成しているのであるならば，テクニカル分析のなんらかの手法によって取引を実行すれば，買い持ち戦略による（正常な）リターンを有意に上回わるリターンが実現する可能性がある．さらに，この超加リターンがリスクの増加によってもたらされたものでないということが判明すれば，市場の効率性に対する疑念が一層強まるであろう．

Brock, Lakonishok and LeBaron [1992] は，100年に近い Dow 指数の日々データを用いて，テクニカル分析の有効性を明らかにした．もっとも単純な3種類の手法のいずれによっても正常なリターン以上のリターンが実現でき，しかも，それはリスク増加に伴うものでないことを実証している．さらに，bootstrap 法と呼ばれるシミュレーションによって，Dow 指数の確率過程に関するモデルは，ランダムウォーク，1階自己回帰 AR(1)はもちろん不適切であるば

*）この論文は，事情により筆者単独となっているが，実際上，筆者と Shayne Morris 氏（横浜国立大学大学院経営学研究科修士課程）との共同研究の成果である．氏の多大な貢献に対して敬意と感謝の意を表する．しかし，言うまでもなく本論文についての責任は筆者1人が負うものである．

かりでなく，最近の非線型モデルの GARCH, EGARCHなども不適切であることが明らかにされている．

われわれの研究は，この Brock, Lakonishok and LeBaron ［1992］の手順を，日本の株価指数データなどに適用してみる実験から出発した．

主な実証結果を以下に列挙する．

(1) 日本の株式市場は，イギリス，アメリカの株式市場よりもテクニカル分析の有効性が強い．そのうち，アメリカについては，Brock, Lakonishok and LeBaron ［1992］と同じ Dow 指数を用いたが，われわれが入手可能であった20年間のデータでは，テクニカル分析による超過リターンは認められなかった．このことは，日本の株式市場が，イギリス，とりわけアメリカの株式市場に比べて効率的でないといえるかも知れない．

(2) 円，マルク，ポンドの為替市場についても同じテクニカル分析を適用したところ，いずれもその有効性がみとめられた．

(3) 以上の超過リターンが生じる原因として，長期記憶性の確率モデルが考えられる．その中で，Mandelbrot の fractional ブラウン運動あるいは fractional ARMA モデルがテストされる．その結果，すべての株式，為替について長期記憶性はみとめられなかった．

(4) 上述の長期記憶性のモデルは，線型のモデルという意味で，限定的である．そこでより広義な非線型の長期記憶性をテストする方法として，R/S (rescaled range) 分析を用いる．その結果，株式市場については，日本はイギリス，アメリカよりも強い長期記憶性を有していることが示された．このことは，テクニカル分析が，イギリス，アメリカにおいてよりも日本においての方が有効であるという(1)の結果と斉合的である．為替については，円，ポンド，マルクともに長期記憶性を有している．これも，これらの為替市場においてテクニカル分析が有効であるという(2)の結果と斉合的である．

(5) Brock, Lakonishok and LeBaron ［1992］がランダムウォークに代わりうる候補とした確率モデルのうち，AR(1)はすでに線型の範囲内で短期記憶モデルであるし，ARCH, GARCH などの非線モデルも広義の長期記憶モデルの部類には含まれないことが知られている（Peters ［1994］)．したがって，従来提唱されてきた非線型確率モデルは広義の意味で長期記憶モデルではないと考えられる．そこで，Dow 指数を除く株式市場や為替市場で広義の長期記憶性が認められる要因として，カオスモデルの可能性を考えた．ロジスティックモデル，テントモデルなどのよく知られたカオスモデルは広義の長期記憶性を有しているようである．

(6) カオス性の必要性条件として，リヤプノフ指数の正符号条件と十分に小さな相関次元をもっているかが調べられた．リヤプノフ指数については，円，ポンド，マルクの為替市場のいずれも株式市場より1桁違いの大きさで正の値をとっている．株式市場も例外的な埋め込み次元，展開時間によっては負の値になることもあるが総じて正の値となっている．相関次元については，為替市場が2～4の小さな値になっている．株式市場は，4～6と次元が高くなり，なかでも，イギリスとアメリカの相関次元は日本よりも大きい値となっている．リヤプノフ指数の正の値が大きいほど，相関次元が小さくなることが期待されるが，われわれの結果はまさに期待通りである．

II 章では，もっとも単純なテクニカル分析によるシミュレーションが行なわれる．Dow 指数以外すべて効果的であることが明らかにされる．III 章では，テクニカル分析の有効性の原因として，時系列の長期記憶性（持続性）が調べられる．IV 章では，III 章と同じ目的ながら時系列を deterministic とみなし，カオス性の可能性を調べる．Dow 数を除くすべての株価指数，為替レートは一般にカオス性を有していることが明らかにされる．

II　データとテクニカル分析

(1)　データ

東証1部株価指数については，1949年5月初日から1994年10月末日までの日々データ，東証2部株価指数については，1961年10月初日から1994年10月末日までの日々データが用いられた．東証225種指数，Dow30種指数，イギリスUKFT30種指数については，1973年1月初日から1993年7月末日までの日々データが用いられた．為替市場については，対ドルの円，マルク，ポンドのレートが1973年1月初日から1993年7月末日までにわたって用いられた．なお，東証1部と2部の株価指数については，東京証券取引所から提供された磁気テープから，その他のデータについては，東洋経済新報社発行のCD-ROMから抜粋した．

(2)　取引のシミュレーション

数多くのテクニカル分析のうち，現在なお用いられているもので，もっとも単純な移動平均戦略を採用した．この移動平均戦略は，株価や為替レートの長期間の移動平均と短期間の移動平均を比較するもので，前者が後者を下回っているときは買いを行い，上回っているときは売りを行なうものである．価格に持続的傾向があるときは，このような戦略によって超加リターンが生まれるであろう．われわれの実験では，長期の移動平均については，5日，12日，30日，75日，187日の5通りのレベル，短期の移動平均については，1日，つまり価格そのものを選んだ．結果は表1の通りである．

まず株価指数についてみてみよう．買いシグナルのときの条件付平均リターン（E列）はすべて正の値となっている．無条件の平均リターン（買い持ち戦略による正常なリターンの平均）との差の統計量となるt値（F列）は，標本の大きさが十分なため正規分布に従うと考えてよい[1)]．したがって，信頼係数95％の棄却値±1.96を用いると，Dowを除いたすべての株価指数はいくつかのレベルで有意である．特に，東証1部，東証2部では全レベルで有意となっている．表1にはないが，他の株価指数と同じ期間の部分データの場合でも，東証2部はやはり全レベルで有意である．東証1部は，中期間のレベル以下で有意である．これは，予想通り225種とほぼ同様である．テクニカル分析の手法によって高リターンを生むことが高リスクにつながるならば有効な戦略といえないのみならず，市場の効率性を疑うことにはならない．すなわち，条件付平均リターン（E列）が無条件の平均リターン（P列）より有意に大きくても，条件付リスク（M列）が無条件のリスク（Q列）より小さくなければ買いシグナルによる戦略は有効とはいえないであろう．この規準にパスするものは，東証1部，東証2部では全レベル，225種では短いレベルである．表1にはないが，部分データでも，東証2部では全レベル，東証1部では超加リターンが有意となった短いレベル（5日，12日，75日）で有効である．いずれにせよ，買いシグナルが有効であるのは，日本の株価指数のみである．売りシグナルに関しては，DowとUKFTのいくつかのレベルを除いて負の値となっている（G列）．また，買いシグナルと同様に無条件平均リターンとの差のt値（H列）より十分有意なものがみられるが，リスクの比較（N列とQ列）から，売りシグナルが有効なのは，短いレベル（5日，12日，30日）でのUKFTのみである．一般に，売りシグナルは買いシグナルに比べてその有用性が小さいようである．すなわち，株価指数に関しては，上昇持続の傾向は，下降持続の傾向より強いといえよう．特に，日本の株価は，この傾向が強くみられ，日本での移動平均法による買いシグナルの利用は有効であろう．対照的なのがDow指数であり，あらゆるレベルで有効性が確認されない．Brock, Lakonishok and LeBaron [1992] は，90年間にも及ぶDow指数のデータの豊富さを特長の一つにしている．われわれが入手し得たデータはわずかに20年間にすぎない．このことから，データの大きさは，

表1　トレーディングのシミュレーション結果

A	B	C	D	E	F	G	H
D. Mark	5	2477	2541	0.00010539	1.11628	−0.0002914	−1.1643
D. Mark	12	2377	2635	0.00028933	2.13873	−0.0004475	−2.08999
D. Mark	30	2352	2644	0.00036932	2.58068	−0.000517	−2.4986
D. Mark	75	2236	2716	0.00029572	2.12936	−0.0003927	−1.78755
D. Mark	187	1988	2853	0.0001587	1.3164	−0.000259	−1.0148
Pound. t	5	2500	2496	0.00017134	1.59735	−0.0003677	−1.54038
Pound. t	12	2483	2514	0.00025748	2.09404	−0.0004522	−2.0365
Pound. t	30	2403	2576	0.0002384	1.96133	−0.0004191	−1.85868
Pound. t	75	2300	2634	0.00026988	2.11027	−0.0004425	−2.01123
Pound. t	187	2271	2554	0.00021248	1.77761	−0.0003634	−1.52659
円	5	2481	2428	0.0003179	3.31154	−0.0007314	−3.60448
円	12	2440	2470	0.00031094	3.24719	−0.0006759	−3.25881
円	30	2391	2502	0.00021319	2.58629	−0.0005726	−2.58724
円	75	2196	2656	0.0002086	2.48247	−0.0005178	−2.26818
円	187	1949	2817	0.00015378	2.04605	−0.000451	−1.85159
Dow	5	2740	2420	0.00053959	1.21726	−0.000106	−1.32708
Dow	12	2869	2285	0.00031913	0.334177	0.00014164	−0.362793
Dow	30	2953	2183	0.00031074	0.30265	0.00016977	−0.252136
Dow	75	3071	2020	0.0003997	0.67812	0.00003859	−0.721081
Dow	187	3233	1746	0.00047236	0.997545	−0.0001173	−1.21956
U. K. F. T	5	2728	2427	0.00100951	2.09049	−0.0005083	−2.24104
U. K. F. T	12	2782	2371	0.00105593	2.24001	−0.0005953	−2.46505
U. K. F. T	30	2845	2289	0.00097008	2.00284	−0.0004932	−2.15499
U. K. F. T	75	3030	2060	0.00073582	1.33778	−0.0003134	−1.60076
U. K. F. T	187	3228	1752	0.00051581	0.68835	0.00000347	−0.718741
東証225	5	3153	2504	0.00083161	2.67554	−0.0005159	−3.16473
東証225	12	3275	2375	0.00077113	2.43133	−0.0005023	−3.0507
東証225	30	3391	2241	0.00051949	1.29361	−0.0001606	−1.61269
東証225	75	3710	1877	0.00039728	0.74845	−0.0000554	−1.1143
東証225	187	3948	1527	0.00036789	0.620029	−0.0000269	−0.929856
T1	5	7175	5773	0.0013438	8.123	−0.0009217	−9.27424
T1	12	7461	5491	0.00116999	6.81944	−0.0008085	−8.28721
T1	30	7769	5166	0.00100343	5.54248	−0.0006514	−6.98762
T1	75	8342	4549	0.00074856	3.53117	−0.0003904	−4.89109
T1	187	8752	4030	0.00059573	2.28402	−0.0000961	−2.75591
T2	5	4928	4377	0.00204618	14.0731	−0.001625	−15.0553
T2	12	5093	4205	0.00169412	11.3424	−0.0013409	−12.6676
T2	30	5282	4000	0.00144647	9.42456	−0.0011469	−10.9858
T2	75	5417	3820	0.00107683	6.41387	−0.0007635	−7.96178
T2	187	5368	3757	0.00078771	3.98807	−0.0003737	−5.03794

A列：T1＝東証１部株価指数，T2＝東証２部株価指数，その他は名称通り
B列：５種類の長期移動平均日数
C列：買い行動の回数
D列：売り行動の回数
E列：買いシグナルのときの条件付平均リターン
F列：E列と無条件平均リターンのP列の差のt値
G列：売りシグナルのときの条件付平均リターン
H列：G列と無条件平均リターンのP列の差のｔ値

表1　(続き)

I	J	K	L	M	N	P	Q
1264	1256	0.00039682	1.96804	0.00711652	0.00728184	−0.0000897	0.00714102
1250	1267	0.00073682	3.64752	0.00722015	0.00717918	−0.0000897	0.00714102
1264	1244	0.00088626	4.37866	0.00729461	0.00712385	−0.0000897	0.00714102
1184	1302	0.00068839	3.37588	0.00714987	0.00725639	−0.0000897	0.00714102
1052	1379	0.00041768	2.00206	0.00750241	0.00685879	−0.0000897	0.00714102
1278	1235	0.00053908	2.70609	0.00702137	0.00721354	−0.000103	0.00704039
1302	1212	0.00070964	3.56253	0.00698648	0.0072365	−0.000103	0.00704039
1271	1229	0.00065749	3.29286	0.00703828	0.00720855	−0.000103	0.00704039
1217	1256	0.0007124	3.54568	0.00691599	0.00727465	−0.000103	0.00704039
1187	1241	0.00057584	2.83581	0.00681631	0.00746921	−0.000103	0.00704039
1346	1193	0.00104931	5.95844	0.00586505	0.00646375	−0.0001826	0.00616896
1321	1218	0.00098686	5.60459	0.00607643	0.00640852	−0.0001826	0.00616896
1306	1222	0.00078577	4.45376	0.00600286	0.00650191	−0.0001826	0.00616896
1216	1286	0.00072638	4.08245	0.00619582	0.0063667	−0.0001826	0.00616896
1050	1383	0.00060482	3.32764	0.00630762	0.00629323	−0.0001826	0.00616896
1387	1247	0.00064562	2.20115	0.00935704	0.0117373	0.00023739	0.0105144
1453	1179	0.00017749	0.602038	0.00914938	0.0120763	0.00023739	0.0105144
1507	1120	0.00014096	0.474964	0.00906473	0.0122841	0.00023739	0.0105144
1575	1033	0.00036111	1.19885	0.00900478	0.0125791	0.00023739	0.0105144
1683	827	0.00058969	1.8884	0.00900419	0.0129994	0.00023739	0.0105144
1433	1196	0.00151778	3.74516	0.0153122	0.013666	0.00029181	0.0145238
1467	1161	0.00165123	4.06762	0.0151625	0.0138255	0.00029181	0.0145238
1486	1136	0.00146328	3.58825	0.0150703	0.0139192	0.00029181	0.0145238
1558	1042	0.00104922	2.52978	0.0144216	0.0148935	0.00029181	0.0145238
1673	877	0.00051234	1.18876	0.0144018	0.015291	0.00029181	0.0145238
1763	1267	0.0013475	5.05777	0.00778148	0.0121011	0.00023996	0.00995303
1849	1177	0.00127338	4.74698	0.00733916	0.0126705	0.00023996	0.00995303
1891	1128	0.00068007	2.50987	0.00766279	0.01254	0.00023996	0.00995303
2049	944	0.00045268	1.60571	0.00728106	0.0136247	0.00023996	0.00995303
2188	746	0.00039478	1.31617	0.00699957	0.0149395	0.00023996	0.00995303
4281	2689	0.00226549	15.0392	0.00723778	0.0098088	0.00032696	0.00852017
4380	2591	0.00197849	13.06	0.00709734	0.0100941	0.00032696	0.00852017
4527	2440	0.00165485	10.819	0.0070045	0.010351	0.00032696	0.00852017
4762	2185	0.00113895	7.25278	0.00718399	0.010501	0.00032696	0.00852017
4988	1920	0.00069183	4.26538	0.00736635	0.0103581	0.00032696	0.00852017
3197	1674	0.0036712	25.2042	0.00627163	0.00729188	0.00030875	0.00701294
3155	1714	0.00303497	20.7697	0.00625454	0.00750639	0.00030875	0.00701294
3193	1669	0.00259337	17.643	0.0063874	0.00745522	0.00030875	0.00701294
3167	1675	0.00184031	12.4204	0.00649222	0.00746118	0.00030875	0.00701294
3064	1718	0.00116146	7.78597	0.00674305	0.00707125	0.00030875	0.00701294

I列：買いシグナルのときのリターンが正となる回数　J列：売りシグナルのときのリターンが正となる回数
K列：E列とG列との差　L列：E列とG列の差のt値
M列：買いシグナルのときのリターンの標準偏差　N列：売りシグナルのときのリターンの標準偏差
P列：無条件の平均リターン（ノーマルリターン）　Q列：無条件のリターンの標準偏差

このような実験の結果に大きく影響すると思われる．われわれの場合でも，東証1部，東証2部の部分データをとった場合，有効性が多少落ちることはすでに述べた．しかし，データの大きさが確かに結果に影響することはみとめても，同じ大きさのデータでは，確かに，アメリカ，イギリスの市場は日本に比べて移動平均法のようなテクニカル分析の有効性は低いといえよう．

次に，為替についてみてみよう．円，マルク，ポンドともにE列の値は正である．株価の場合ならば買いシグナルということになるが，為替の場合には逆に売りシグナルと読み換えなければならない．同様にG列はすべて負の値で，これは買いシグナルである．さてそこで株価指数のときと同じ考え方で，t値およびリスクの比較を行なうと，円とポンドは売りのいくつかのレベルで有効であり，マルクは逆に買いのいくつかのレベルで有効である．なかでも，円が移動平均法による有効性がもっとも強いといえるだろう．

株価と為替レートを比較すると，同じ期間のデータで判断する限り，為替の方が株価よりもテクニカル分析の有効性が強いといえよう．為替の方が価格の持続基調が強いのである．株式市場と為替市場の経済的要因，制度的要因の差異も考えられるが，いま1つには，われわれの株価はいずれもなんらかの平均株価であって，為替のように1種類の財の価値ではないといった統計的要因が考えられる．必ずしも同時に上昇し，下降するとは限らないいくつかの株価の平均値は，その持続基調が弱まると考えられる．したがって，銘柄ごとの株価についての実験の必要性があるが，この点や，銘柄ごとの長期記憶性やカオス性については，Morris［1997］で報告されている．

III　長期記憶性の検証

これまでみてきたような株式市場と為替市場におけるテクニカル分析の有効性はランダムウォーク以外のなんらかの構造（モデル）から時系列が生成されているということを暗示させる．Brock, Lakonishok and LeBaron［1992］では，bootstrap 法によって AR(1)モデルからシミュレートされた時系列では，もとの Dow 指数にテクニカル分析を適用した効果に達し得ないことを実証している．Dow 指数には確かに有意な1階の自己相関がみられるのにもかかわらずである．このことは，彼等の実験においては，テクニカル分析の有効性がデータの1階自己相関性から帰因するものではないということ，AR(1)の確率モデルが実際の Dow 指数には適さないことを示している．それでは，われわれのデータの場合にはどうであろうか．まず，1階の自己相関係数の場合には，いずれも有意な正の値となっている．特に Dow については，Brock, Lakonishok and LeBaron［1992］と同様に有意な1階自己相関がみられるにもかかわらずわれわれのテクニカル分析は有効ではなかった．このことより，テクニカル分析の有効性は1階の自己相関性から起因するものではないということを再確認できるであろう．

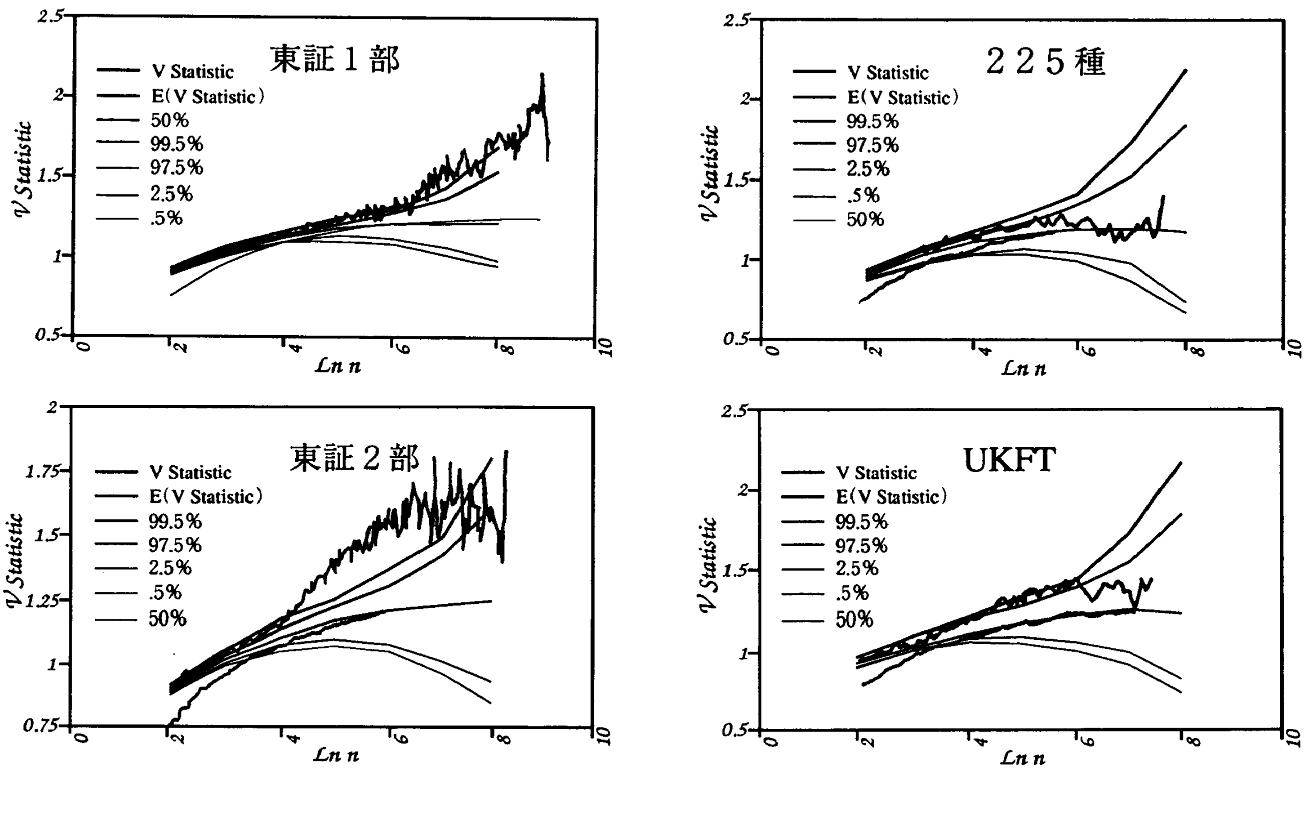
さらに一般的に，株式や為替の収益率がもっと高次の自己回帰過程から生成されていてもテクニカル分析は有効でないといえるだろうか．この点に関しては，Neftci［1991］による重要な理論的結果をみなければならない．この論文によると，「有限の過去の値が所与のときの将来の値の条件付期待値が，この有限の値の1次結合であらわされるような時系列の場合（Neftci［1991］は，これを線型過程と呼んでいる），過去の情報のみを利用するテクニカル分析は有用ではない」という事実が証明されている．有限の自己回帰過程はこの線型過程を満たしているので，テクニカル分析が有効な可能性は，時系列が無限次自己回帰過程とか非線型の場合が考えられる．この無限次自己回帰過程の中には fractional な過程も含まれる[2]．fractional な時系列ならば，定常性の範囲内でもいゆる長期記憶性を有する場合がある．ここでの長期記憶性とは，時系列のスペクトル密度関数

が周波数ゼロで無限大となることである．そこでまず，この長期記憶性の可能性をみるために，frequency domain での検定を行なった[3]．ここに推定式を示さないが，5種類の株価指数，3種類の為替のいずれも長期記憶性がみとめられなかった．したがって，われわれのテクニカル分析の有効性を，線型の意味に限定した長期記憶性にもとめることはできないといえよう．

次に，テクニカル分析の有効性の残された可能性として，非線型モデルによる自己従属性が考えられる．そして，この非線型の従属性を知る方法として，R/S (rescaled range) 分析がある．これによると，独立な，大きさが n の時系列から計算された rescaled range を $(R/S)_n$ とあらわすとき，$(R/S)_n \sim \sqrt{n}$ となる．必ずしも独立でない場合には，$(R/S)_n \sim N^H$ とあらわすと，H は0.5とは異なった値をとることがある．この H は Hurst 指数と呼ばれ，H>0.5のとき，時系列は持続的 persistent，あるいは長期記憶性をもつという．Brock. Lakonishok and LeBaron [1992] では，ARCH, GARCH などの非線型モデルによっては，テクニカル分析の顕著な有効性を見い出しないことを示している．この事実は，Peters [1994, 83-85] が述べているように，ARCH, GARCH には有意な長期記憶性がないという事実と対応している．すなわち，時系列の非線型性だけでは，テクニカル分析が有効とはいえない．一方，テントマップなどの代表的なカオスモデルによる時系列は，R/S 分析によると長期記憶性に分類される[4]．

さて，われわれのデータについての R/S の計算方法を説明しよう．われわれは Peters [1994] や岡本 [1986] と同様に，各時系列の全期間をいくつかの等しい長さの部分期間にわけて（これは，投資期間とみなせる），その部分期間ごとに計算した R/S の平均値を，各投資期間 n の $(R/S)_n$ とした[5]．さらに，R/S 分析では，データに1次従属性があると見かけ上の長期記憶性が出現してしまうので，これを

図2　R／S分析



避けるためにLo［1991］のような補正方法があるが，Lo［1991］にも問題点がある．ところが幸いなことに，線型性がみられる場合には，自己回帰残差で分析すれば十分であるという研究がある（Jacobsen［1994］）ので，株価指数については1階の自己回帰残差を用い，為替については自己相関がみられないので，そのままの利益率を用いた．結果は図2で示した通りである．信頼区間は，500回の正規乱数によるシミュレーションによって求めた．なお，図2の中のV. Statisticとあるのは，$(R/S)_n/\sqrt{n}$のことである．

全投資期間で持続的となっているのは，東証1部と東証2部である．株式では，あと，225種とイギリスの株価指数UKFTが，中期以下の投資期間で持続的となっている．表1と対照すると，これらの投資期間と，テクニカル分析が有効な長期移動平均の期間（レベル）とがちょうど比例的である．Dow指数は持続的ではない．これもDowではテニカル分析が有効でなかったことと対応している．

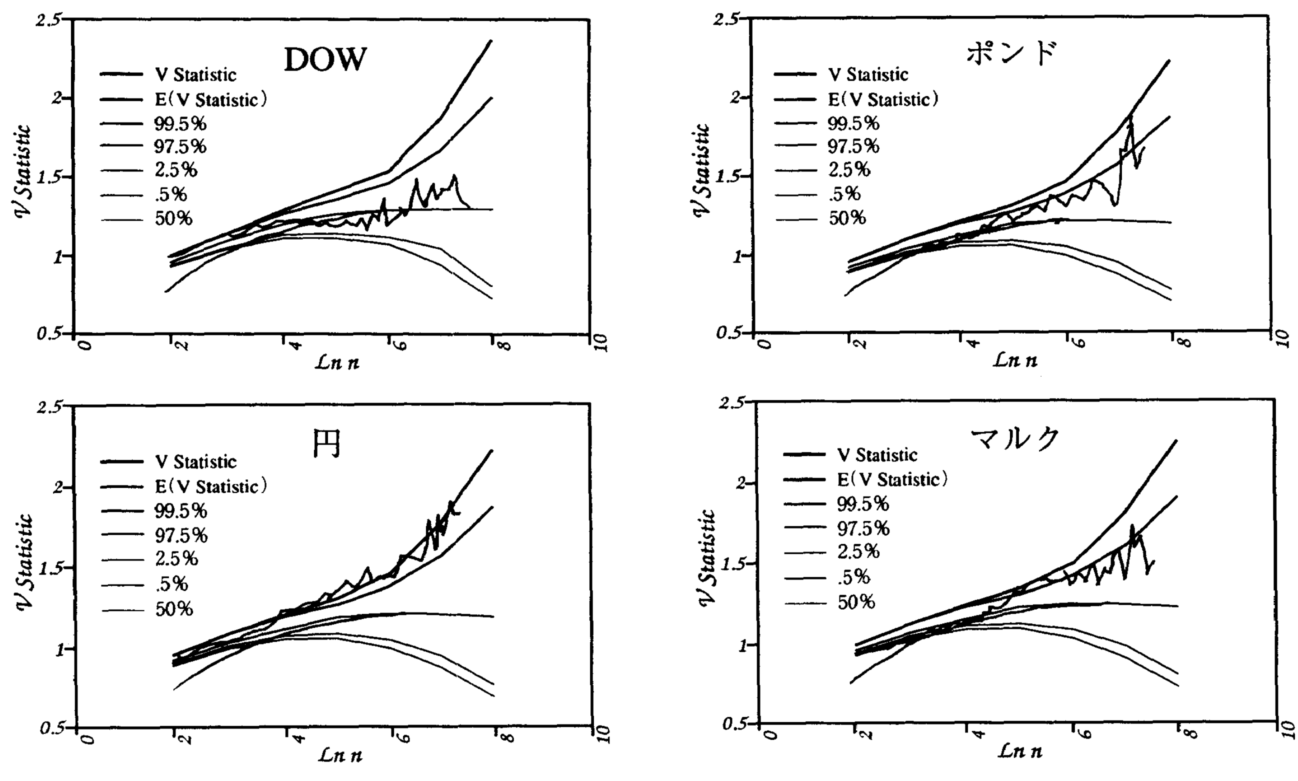
為替についてみると，ポンド，マルクでは中期の投資期間で持続的である．一方，表1をみると，ポンド，マルクにおいてテクニカル分析が有効なのは中位のレベルであり，正しく対応している．円は中長期の投資期間で持続的であるが，短期ではそうではない．ところが，テクニカル分析は中位以下で有効となっている．したがって，円以外は，すべての為替レート，株価指数の持続性とテクニカルアナリシスの有効性は完全に対応しているといえよう．もちろん，投資期間の差異を無視すれば，円においても，持続性とテクニカル分析の有効性の双方は成立している．

IV　カオス性の検証

時系列がカオス的であるための条件として，リヤプノフ指数が正の値をとることと，相関次元が十分に小さな値となることを確かめよう．

まず，リヤプノフ指数については，Wolfの

図2（続き）　R／S分析



方法にもとずいたPeters [1991] のプログラムによって計算した．結果は表3の通りである．株価にところどころ負の値がみられるが全般的に正の値といえよう．なお，5種類の株価指数のリヤプノフ指数の間に大きな値の差はない．円，マルク，ポンドの為替のリヤプノフ指数は，株価より1桁大きな正の値となっている．このことは，初期値の感度が為替の方が大きい，すなわちよりカオス的であることを示している．なお，Blank [1991] は，S&P指数先物と大豆先物についてリヤプノフ指数を計算しているが，彼の値はわれわれの株価指数の値とほぼ同じ大きさである．

表3　株式，為替のリヤプノフ指数
（埋め込みembedding次元3，6，9）

展開時間 evolution time

埋め込み次元3	5	10	21	42	64	128
Tosho1	0.015	0.013	0.001	0.0095	0.006	0.011
Tosho2	−0.025	−0.025	−0.03	−0.005	0.03	0.03
225	−0.05	−0.12	−0.03	0	0.015	0.035
Dow	0.065	0.03	0.021	0.002	0.002	0.021
UKFT	−0.055	−0.05	0.018	0.018	0.012	0.08
DM	0.14	0.122	0.1	0.115	0.15	0.128
Pound	0.58	0.21	0.18	0.085	0.115	0.1
Yen	0.011	0.12	0.08	0.1	0.04	0.1

展開時間 evolution time

埋め込み次元6	5	10	21	42	64	128
Tosho1	0.0325	0.048	0.022	0.012	0.018	0.012
Tosho2	0.27	0.08	0.055	0.04	0.04	0.03
225	0.17	0.095	0.06	0.055	0.28	0.02
Dow	−0.101	−0.02	−0.01	−0.005	0.02	0.019
UKFT	0.02	0.013	0.019	0.013	0.015	0.01
DM	0.28	0.179	0.085	0.075	0.08	0.102
Pound	0.3	0.45	0.225	0.15	0.105	0.085
Yen	0.5	0.12	0.08	0.9	0.02	0.07

展開時間 evolution time

埋め込み次元9	5	10	21	42	64	128
Tosho1	0.031	0.031	0.004	0.005	0.005	0.0025
Tosho2	0.18	0.14	0.04	0.001	0.0005	0
225	0.045	0.055	0.02	0.02	0.023	0.028
Dow	0.027	0.0245	0.018	0.013	0.022	0.02
UKFT	0.038	0.038	0.027	0.007	0.021	0.011
DM	0.42	0.202	0.15	0.07	0.075	0.045
Pound	0.8	0.61	0.35	0.28	0.12	0.1
Yen	0.35	0.28	0.18	0.13	0.07	0.1

表4　株式，為替の相関次元

	埋め込み次元			
	6	9	12	15
Tosho1	3	3.99	4.63	4.57
Tosho2	3.57	4	4.56	5.15
225	3.61	4.32	4.57	5.1
Dow	3.86	4.72	5.34	6.42
UKFT	3.63	4.9	5.56	6.33
DM	3.97	4.03	4.6	4.09
Yen	2.29	2.4	2.63	2.87
Pound	2.48	3.44	3.67	3.87

次に，相関次元をみてみよう．時系列に線型従属性があると，R/S分析で見かけ上の長期記憶性が生じるのと同様に，相関次元も見かけ上の低い値を生じる．そこで，R/S分析と同様に，線型従属のない為替はそのままの収益率を用い，株価指数についてはいずれも1階自己回帰残差を用いた．プログラムはやはりPeters [1991] により，表4の結果を得た．

株価指数については，5～6次元となっている．Scheinkman and LeBaron [1989] は，Dow指数と類似すると思われるアメリカの株式市場の株価指数によって，5～6次元の相関次元を見い出している．彼等の結果は，われわれの結果とほとんど一致している．イギリスのUKFTの相関次元もほとんど同じである．ただ，日本の相関次元は，3つの株価指数とも，アメリカ，イギリスに比較してやや小さい．為替についてはさらに小さく，いずれも3～4次元となっている．この結果は，リヤプノフ指数について，株価指数より為替の方が大きな正の値をとっていることと対応している．相関次元が小さく，リヤプノフ指数の正の値が大きいほど一般にカオス性が高いといわれるが，われわれの結果はこの観測に斉合的である．さらに興味深いことに，為替市場の方が株式市場よりカオス性が高い事実は，II章で示された為替市場の方が株式市場よりテクニカル分析の有効性が強いことと対応している．さて，為替のなかをみると，円の相関次元がめだって小さく3未満の値となっている．株式市場，為替市場とも

に日本は欧米に比べカオス性が高いといえよう．特に，Dow のカオス性はもっとも低い．このことは，Dow のみがテクニカル分析が全く有効でなく，持続性（長期記憶性）がないという前章までの結果とちょうど対応している．

注

1) Brock, Lakonishok and LeBaron [1992] がいうように，リターンの正規性，独立性が必ずしも成立しているわけではないから，この統計量は t 分布とは限らないし，標本の数が十分大きくても正規分布に近似するともいえないかも知れない．実際そのために彼等は，bootstrap とよばれるシミュレーションを試みているのである．しかし，もし自己相関が十分に早く減少するような定常時系列ならば，この統計量の正規性は近似的に成立することが期待される．ただ，多くの非線型時系列モデルは非定常なので，われわれのシミュレーションの解釈は限定的かも知れない．

2) 時系列 $\{X_t,\ t=1,\ \cdots,\ T\}$ が $\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t$ とあらわされるとき，fractional ARMA (p, d, q) という．ただし，B は backward-schift operator であり，

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots\cdots - \phi_p B^p$$
$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots\cdots - \theta_q B^q$$

$$(1-B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} B^k$$

である．d<1/2で，$\phi(Z)=0$ の解が単位円の外にあれば定常時系列であり，さらに d>−1/2 で，$\theta(Z)=0$ の解が単位円の外にあれば invertible，すなわち自己回帰表現が可能である (Hosking [1981])．したがって，上記の条件がみたされれば，factional ARMA (p, q, d) は，無限次自己回帰過程 AR (∞) として表現することが可能である．

3) fractional ARMA (p, d, q) のスペクトル密度関数は，$\omega=0$ の近傍で，

$$f(\omega) \sim \left(\frac{1-\theta_1-\theta_2-\ldots-\theta_q}{1-\phi_1-\phi_2-\ldots-\phi_p}\right)^2 (2\sin(\omega/2))^{-2d}$$

となる (Hosking [1981])．したがって，d>0 ならば，$f(\omega) \to 0 \ (\omega \to 0)$ ゆえ長期記憶性を有することがわかる．スペクトル密度関数の推定値として，

$$I(\omega_j) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^{\infty} e^{it\omega_j} (X_t - \bar{X})^2 \right|,$$

$$\omega_j = \frac{2\pi j}{T} \ (j=1, \ldots, n)$$

を選べは，回帰式

$$\log(I(\omega_j)) = C - d \log(4 \sin^2(\omega_j/2)) + \eta_j$$

より，d>0 のテストが可能である．この回帰式は，$\omega=0$ の近傍で有効であるので，n は T に比べて十分に小さな値でなければならない．われわれの場合には，Geweke and Porter-Hudak [1983] に従って $n=\sqrt{T}$ を選んだ (Cheung [1993]，矢島 [1994] も参照)．

4) いわゆるテントマップ族（$0<a<1$）

$$X_{t+1} = \begin{cases} X_t/a, & X_t \in [0,\ a] \\ (1-X_t)/(1-a), & X_t \in [a,\ 1] \end{cases}$$

によって生成されるほとんどの $\{X_t\}$ は，AR (1) $Y_{t+1} = (2a-1)Y_t + U_{t+1}$，$\{U_t\}$ i. i. d. から生成される $\{Y_t\}$ と同一の自己相関係数を有する (Brock [1986]) から，テントマップ ($a \doteqdot 1/2$) は，狭義には長期記憶性を有しない．しかし，以下の R/S 分布によるわれわれの実験によると広義の長期記憶性を有することがほぼ確認されている．またその他のカオスモデルであるロジスティック，ローレンツ，マッキイグラスなども広義の長期記憶性を有することを Peters [1994] は指摘している．

5) 時系列のリターンを，A 個の等しい投資期間 n で分割し，各投資期間を I_a，a = 1，…A であらわし，I_a でのリターンを $N_{k,a}$，k = 1，…，n とする．各 I_a での平均リターン e_a，平均偏差を $X_{k,a}$，レンジを R_{Ia}，標準偏差を S_{Ia}とすれば，求めるべき投資期間 n での $(R/S)_n$は，

$$(R/S)_n = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^{\infty} (R_{Ia} S_{Ia})$$

で定義される (Peters [1994]，岡本 [1986] を参照)．

参考文献

Blank, S.C. [1991], "Chaos in Futures Market ?: A Nonlinear Dynamical Analysis", *Journal of Futures Markets* 11, 711−728.

Brock, W. [1986], "Distinguishing Random and Deterministic Systems: Abridged Version", *Journal of Economic Theory* 40, 168−195.

Brock, W., J. Lakonishok, and B. LeBaron [1992], "Simple Technical Trading Rules and the Stochastic Properties of Stock Returns", *Journal of Finance* 47, 1731−1764.

Cheung, Y.W. [1993], "Long Memory in Foregn Exchange Rates", *Journal of Business and Economic Statistics* 11, 93−101.

Geweke, J., and S. Porter-Hudak, "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", *Journal of Time Series Analysis* 4, 221−238.

Hosking, J.R.M. 〔1981〕, "Fractional Differencing", *Biometrika* 68, 165−176.

Jacobsen, B. 〔1994〕. "Classical and Modified Rescaled Range Analysis: Some Evidence", *Predictability and Nonlinear Modelling in Natural Sciences and Economics* (Kluwer), 638−647.

Lo, A. 〔1991〕, "Long-Term Memory in Stock Market Prices", *Econometvica*, 59, 1279−1313.

Morris, Shayne 〔1997〕, "Chaos Long-Term Memory and Technical Analysis in Financial Markets", 横浜国立大学大学院経営学研究科修士論文

Neftci, S.N. 〔1991〕, "Naive Trading Rules in Financial Markets and Wiener-Kolmogorov Prediction Theory: A Study of Technical Analysis", *Journal of Business* 64, 549−571.

岡本雅典［1986］，日別為替レートにおける Hurst 効果，経済論叢（広島大学）第 9 巻，51-58.

Peters, E.E. 〔1991〕, *Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volalility*, John Wiley.

Peters, E.E. 〔1994〕, *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*, John Wiley.

Scheinkman, J. and B. LeBaron 〔1989〕, "Nonlinear Dynamics and Stock Returns", *Journal of Business* 62, 311−337.

矢島美寛［1994］，時系列解析におけるセミパラメトリック推定とその応用，経済学論集（東京大学）第59巻，2-22.

［ひがしだ　あきら　横浜国立大学経営学部教授］