論　説

階層化意思決定法(AHP)とコンコーダンス法との比較

——地域開発に伴う環境管理問題を例に——

臼　井　　功

I. はじめに

最近の多基準意思決定においては，階層化意思決定法（analytic hierarchy process，以下ではAHPと略記する）の利用が増加しているそうである．AHPはORの研究で著名なサーティ（T. L. Saaty）の創始になるもので，その方法を簡潔に述べると次のようになる．いま解決しなければならない問題があり，その問題解決のためにいくつかの（多くの場合相反する）評価基準と代替案があるとしよう．問題の解決が最終目標であるのに対し，各評価基準の達成は副次的目標と言うことができる．このとき，代替案によって各評価基準（副次的目標）の達成度が異なるという意味で，代替案は評価基準に影響を与えると言うことができる．また各評価基準（副次的目標）の達成度に従って問題解決(最終目標達成)のために採られる最適な代替案が決定されるという意味で，評価基準は最終目標に影響を与えると言える．AHPは，①以上の関係を，3者が

最終目標←評価基準←代替案　(1)

という階層構造をなしているととらえ，②最終目標に対する各評価基準の影響力の強さ（この影響力の強さはしばしば重要度などと呼ばれる）と各評価基準に対する各代替案のそれを求め，両者を合成して各代替案の順位を決定する，という方法であるということができる．

かかるAHPの適用範囲は広く，刀根[4]には代表的適用例として

(1) 個人の意思決定(就職，結婚，レジャー，購買)
(2) 小集団活動の意思決定（テーマの決定，重要度評価）
(3) マーケティングや営業活動の方向づけ
(4) 新製品開発計画と商品企画
(5) 各種コンフリクトの解消
(6) 国家的レベルの意思決定
(7) 企業の長期計画策定
(8) 人事計画

があげられている[1]．これらはいずれも複雑にからみ合った要因を総合して意思決定をしなければならないものであるから，AHPについては，「……『いろいろ総合的にみて』というプロセスを合理的に展開したのがAHPであると思っていただいて間違いありません．これまでにも同じような目的から多数の方法が提案されてきましたが，これほどピタッとくる簡単な方法はなかったと思います.」とされている[2]．

しかし，果して，AHPによって「『いろいろ総合的にみて』というプロセスを合理的に展開」することが可能なのだろうか．AHPは従来提案されてきたどの方法よりも「ピタッとくる簡単な方法」なのだろうか．AHPを用いたために偏った意思決定に陥る危険はないだろうか．小論では，先ず，AHPを身近な例によって紹介し，次に，AHPによる意思決定の特徴

を,地域開発とそれに伴う環境管理問題を例に,従来の代表的な多基準分析の一つであるコンコーダンス法と比較しながらさぐってみよう.

II.　AHP

1. 階層構造化

本章では AHP の基本的手法を，刀根[4]の例を若干変えた次の乗用車購入問題を例にして説明しよう.

【乗用車購入問題】 いまある人がA，B，C，Dという4種類の乗用車の中から1車種を選択して購入しようとしている．彼は評価基準として価格，維持費，性能，乗り心地，車格の5つをとり，それらの乗用車購入決定上の重要度についての彼の判断は，後述の一対比較表2に表わされているとしよう．また各車種の特徴についての彼の判断は一対比較表 4.a～e に表わされているとする.

この問題を AHP によって解こうとするとき，先ずなされなければならないことは，最終目標，評価基準，代替案の各要素とそれらの階層構造を明らかにすることである．この場合言うまでもなく，最終目標は1車種の選択であり，評価基準の要素は価格，維持費，性能，乗り心地，車格の5項目であり，代替案の要素はA～Dの4車種である.

また，最終目標である車種の選択を階層の頂点におき，その下にこの最終目標に影響を与える評価基準の各要素を，更にその下に評価基準の各要素に影響を与える代替案の各要素をかくことにすれば，(1)のような階層構造は具体的には図1のように表わすことができる．図1は3階層から成る階層図である．各階層はレベルと呼ばれ，高い方から順にレベル1，レベル2，レベル3と名付けられる．もちろん一般的な階層図においては階層数は3とは限らない.

2. 一対比較

最終目標，評価基準，代替案の各要素とその階層構造が明らかにされたならば，次の手順は，同じレベルにある各要素がその一つ上のレベルの各要素に与える影響力の強さを判断することである．これは通常，レベルの高い方からなされる．したがって先ずレベル2の各要素すなわち各評価基準が，レベル1の要素すなわち車種の選択に与える影響力の強さを判断することがなされる．この場合，各評価基準が車種の選択に与える影響力の強さは，車種選択における各評価基準の重要度（ウエイト，プライオリティ）に他ならない.

一般に各要素の影響力の強さ（すなわち重要度）を客観的に判断することは困難であるから，それは意思決定者の価値観に基いて主観的になされざるを得ないが，主観的であっても意思決定者の価値観はなるべく正確に反映されな

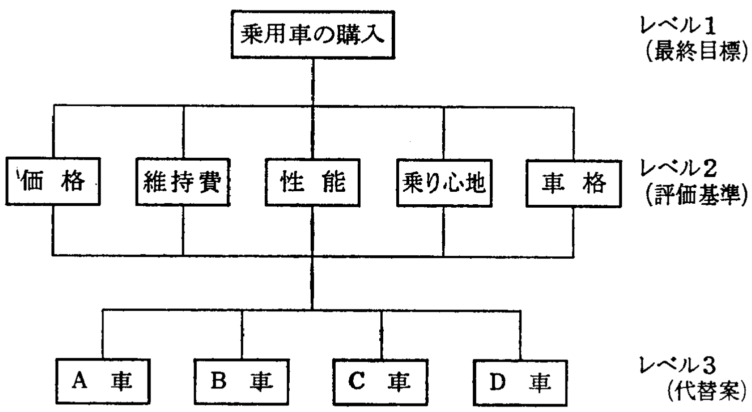

図1　階　層　図

表 1　一対比較値(要素 i と j の比較)

一対比較値	意　　味
1	i と j は同じくらい重要(好ましい)
3	i は j よりやや重要(好ましい)
5	i は j よりかなり重要(好ましい)
7	i は j より非常に重要(好ましい)
9	i は j より絶対的に重要(好ましい)
2, 4, 6, 8	上記の中間的な値
上記の値の逆数	上記の値が i を j と較べた値であるとき，j を i と較べた値はその逆数となる

ければならない．そのためには各要素の重要度を直接的に判断するのでなく，一対比較(pair-wise comparison)によるのがよいとされる．ここに一対比較とは，二つの要素をとり出してペアをつくり，どちらの方がどのくらい重要であるかという比較をすべてのペアについて行うという方法である．

各要素の重要度を判断するのに，それを直接行うのでなく一対比較による方がよいのは，前者ではすべての要素を同時に比較しなければならないのに対し，後者では二つの要素だけを同時に比較すればよいからである．これは，ハカリがないとき，いくつかの持上げられる物体の重量を推測するのに，それらを1個ずつ順に持上げて直接推測するよりも，二つの物体でペアをつくり，どちらの方がどのくらい重いかの比較をすべてのペアについて行う一対比較の方が正確に推測できることと同様である．

この一対比較において判断しなければならないことは，二つの要素の中の一方が他方より「やや重要である」か「かなり重要である」か「非常に(明らかに)重要である」か「絶対的に重要である」か両者が「同じくらいに重要である」かのいずれであるかということである．例えば価格と維持費を比較したとき，意思決定者が車をよく利用する人で，価格より維持費の方をかなり重要視するとすれば，後者は前者より「かなり重要である」と判断されるだろう．また価格と性能を比較したとき，その人がスピード狂ならば，前者より後者の方が「非常に重要である」と判断されるだろう．以上のような一対比較をすべての評価基準について行い，その各々の結果について表1のような一対比較値を付することにすると，一対比較の結果は例えば表2のようにまとめることができる(一対比較表の値は表側の要素 i を表頭の要素 j と比較した値である．以下同じ)．この人は性能や維持費を重視し，乗り心地や車格はあまり重視しない人である．

表 2　評価基準の一対比較表

i ＼ j	価格	維持費	性能	乗り心地	車格
価　格	1	1/3	1/5	5	7
維持費	3	1	1/3	5	7
性　能	5	3	1	7	9
乗り心地	1/7	1/5	1/7	1	3
車　格	1/7	1/7	1/9	1/3	1

3. 重要度の推定

AHPはこの一対比較表より各評価基準の重要度を求めることができるとする．その論拠と方法は次の通りである．

いま n 個の評価基準があり，評価基準 i の重要度を w_i，そのベクトルを $\boldsymbol{w}=(w_1, w_2, \cdots, w_n)^t$，評価基準 j に対する評価基準 i の重要度の一対比較値を a_{ij}，その行列を $A=(a_{ij})$ としよう。ここに a_{ij} と a_{ji} の間には

$$a_{ij}=1/a_{ji} \quad (i, j=1, \cdots, n) \qquad (2)$$

が成立つとし，w_i は

$$\sum_{i=1}^{n} w_i=1 \tag{3}$$

を満すように正規化されているとしよう．また一対比較値の行列Aを一対比較行列と呼ぶことにしよう．

さて，一対比較値 a_{ij} が評価基準 i と j の重要度の比率を正確に反映しているとすると，

$$a_{ij}=w_i/w_j \quad (i, j=1, \cdots, n) \tag{4}$$

が成立つはずであるから，ある i についての n 個の一対比較値 $a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}$ と(4)より n 個の評価基準の重要度 $w_1, w_2, \cdots, w_n$ を求めることができる。なお以下では一対比較行列Aの要素が(4)を満すとき A は整合的であると呼ぶ[3]．A が整合的であるときは常に

$$A\boldsymbol{w}=n\boldsymbol{w} \tag{5}$$

が成立つ．

しかし，現実には，a_{ij} はすべての評価基準の重要度が既知で(4)を用いて導かれたものでなく，主観的な判断から導かれたものであるから，評価基準の重要度を正確に反映している保証はない．しかしそうだからと言って，a_{ij} が評価基準の重要度を全く反映していないと言うことはできない．むしろ，正確にとは言えないが，ほぼ正確に反映していると考えるべきである．

このように考えたとき，一対比較行列Aより重要度のベクトル $\boldsymbol{w}$ は次のようにすれば導くことができる．いま A の固有値を $\lambda_1, \cdots, \lambda_n$ とすると，

$$A\boldsymbol{x}_i=\lambda_i\boldsymbol{x}_i \quad (i=1, \cdots, n)$$

が成立つ。ここに $\boldsymbol{x}_i$ は λ_i に対応する固有ベクトルである．A の対角要素 a_{ii} はすべて1であるはずだから，

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i=n$$

が成立つ．したがって(5)が成立つときはAの固有値の一つはnであり，その他は0である。すなわちAが整合的であるときは，Aの最大固有値を $\lambda_{\max}$ とすると，

$$\lambda_{\max}=n \tag{6}$$

である．

A は整合的ではないが，a_{ij} が各評価基準の重要度をほぼ反映していて，a_{ij} の大きさは A が整合的な場合とあまり違わないとすると，A の行和（列和についても同様であるが）と最大固有値の間には

$$\min_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \leqq \lambda_{\max} \leqq \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$$

の関係があるから，$\lambda_{\max}$ は n から大きく離れることはなく，その他の固有値も0から大きく離れることはない。したがって固有ベクトルも A が整合的な場合とあまり違わないことになる．そこで

$$A\boldsymbol{w}=\lambda_{\max}\boldsymbol{w} \tag{7}$$

を満す $\boldsymbol{w}$ を求めれば，一対比較行列 A より重要度のベクトルが近似的に求まることになる．AHP はこのとき同時に求まる $\lambda_{\max}$ が後述の整合性の条件を満せば，上述の$\boldsymbol{w}$をもって重要度のベクトルと見なす．このようにして求められた$\boldsymbol{w}$の要素は(3)を満すとは限らない．(3)を満すようにするには，$w_i/\sum_{i=1}^{n} w_i$ を改めて w_i とすればよい．

一対比較行列が表2であるとき，最大固有値は $\lambda_{\max}=5.388$，固有ベクトルの要素は $w_1=0.155$，$w_2=0.256$，$w_3=0.503$，$w_4=0.056$，$w_5=0.030$ である[4]（これらの値は表5の(1)欄に再掲）．

4. 一対比較の整合性

ここで，主観に基いて得られ，必ずしも整合的とは限らない一対比較行列Aより上述のようにして導かれた w_i が，重要度の近似値と見なせる条件について考えよう．上述のようにAが整合的なときは(6)が成立するが，Aが整合的でないときは

$$\lambda_{\max}>n$$

となることが容易に示される．したがってAが整合的でない程度は $\lambda_{\max}$ と n の乖離の程度によって示されることになるから，それは，評価

表3　ランダム指数

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R.I.	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.59

表4　各車の一対比較表

a．価　格

$i \backslash j$	B	C	D
A	3	7	9
B		5	7
C			3

b．維持費

$i \backslash j$	B	C	D
A	1/3	5	7
B		6	7
C			3

c．性　能

$i \backslash j$	B	C	D
A	1/3	1/5	5
B		1/4	5
C			9

d．乗り心地

$i \backslash j$	B	C	D
A	1/3	1/3	1/9
B		3	1/5
C			1/5

e．車　格

$i \backslash j$	B	C	D
A	1/3	1/7	1/9
B		1/6	1/6
C			1/5

基準の数を考慮すれば

$$\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1} \tag{8}$$

によって測りうることになる．(8)は整合度(consistency index, C.I.)と呼ばれる．

また，１～９の数字とその逆数を，(2)を満しつつランダムに並べた正方行列の整合度の期待値はランダム指数(random index, R.I.)と呼ばれ，行列の次数nに応じて経験的に表３のように得られている[5]．このランダム指数に対する整合度の比C.I./R.I.も，(7)より得られるw_iが重要度の近似値と見なせるかどうかの判定基準の一つとして用いられる．この比は整合比(consistency ratio, C.R.)と呼ばれる．すなわち

$$C.R.=C.I./R.I.$$

である．

さて，上述の整合度および整合比がともに0.1以下であるならば，経験的に，(7)より得られるw_iは重要度の近似値と見なせるとされる．整合度か整合比のどちらかあるいは両方が0.1を超える場合は，一対比較をやり直すのがよいとされる．表２の整合度と整合比はC.I.＝0.097，C.R.＝0.087でともに0.1以下であるから，その一対比較は整合的であり，上で得たw_1～w_5は評価基準の重要度の近似値と見なせる．

5. 重要度の合成

以上はレベル２の各要素がレベルが一つ上のレベル１の要素に与える影響力の強さ(重要度)の分析であった。次にはレベル３の各要素が一つレベルが上のレベル２の各要素に与える影響力の強さがレベル２の各要素ごとに分析される．このレベル３の各要素，すなわちＡ車，Ｂ車，Ｃ車，Ｄ車がレベル２の要素たとえば価格に与える影響力の強さとしては，その影響は価格を通して車種選択という最終目標に及ぶのであるから，価格から見た各車の好ましさを考えればよいことは明らかである．他のレベル２の各要素についても同様である．

価格から見た各車の好ましさの一対比較は表4.aで表わされるとしよう．維持費，性能，乗り心地，車格のそれぞれから見た各車の好ましさも表4.b～eで表わされるとしよう．このそれぞれの一対比較表より一対比較行列をつくり，その正規化された固有ベクトルの要素および，C.I.，C.R.を求めると表５の(2)～(6)の対応する欄の値となる．C.I.，C.R.はいずれも0.1以下であるから，この固有ベクトルの要素は各車種が各評価基準に与える影響の重要度(各評価基準から見た各車種の好ましさ）と見なせる．

さて，上述のように，各車種は種々の評価基準を通じて，最終目標である最適な車種の選択に影響する．その影響の重要度は各車種の車種選択における好ましさを示すのであるから，そ

表 5　各要素の重要度および C.I., C.R.

評価基準 / 要素	(2)価　格	(3)維持費	(4)性　能	(5)乗り心地	(6)車　格
(1)評価基準	0.155	0.256	0.503	0.056	0.030
A　車	0.583	0.304	0.127	0.054	0.042
B　車	0.289	0.557	0.230	0.196	0.096
C　車	0.085	0.092	0.600	0.112	0.221
D　車	0.042	0.048	0.043	0.637	0.641
C.　I.	0.055	0.075	0.078	0.063	0.069
C.　R.	0.061	0.083	0.087	0.069	0.077

の影響の重要度が最も高い車種が選択されることになる．各車種の影響は評価基準を通してのものであるから，それは各車種が各評価基準に与える影響の重要度と，各評価基準が最終目標に与える影響の重要度を合成したものとなる．その合成は，当然，両者の積和をとることによってなされるべきである．したがってA車が最終目標に与える影響の重要度（A車の最終的な好ましさの程度）は

$$0.155\times0.583+0.256\times0.304+0.503\times0.127+0.056\times0.054+0.030\times0.042=0.235$$

である．B車，C車，D車のそれも同様に0.318，0.352，0.096であるから，C車を選択して購入するのが最適ということになる．

III.　コンコーダンス法[6)]

1. 環境管理問題の例

本章では，AHPを，それと同様に最終目標，評価基準，代替案を明確にし，一対比較に基いて最適代替案の選択を行う多基準分析の一つのコンコーダンス法（concordance method，一致法とも呼ばれる）と，実証例によって比較してみよう．コンコーダンス法にもいくつかのヴァリアントがあるが，AHPと同様に，各評価基準の重要さや各評価基準から見た各代替案の好ましさの数値化が不可能な場合に適用される質的コンコーダンス法と，AHPを比較するのが妥当と思われる．

コンコーダンス法は官庁などにおいて様々の分野で利用されているそうであるが，その利用例は日本では殆んど公表されていない．そこで公表された利用例として，オランダのマルケルヴァルド地域（アムステルダムの北東方のアイセル湖の一部の干拓地）の開発と環境管理の計画（以下ではマルケルヴァルド計画と呼ぶ）に適用された例をとり上げ，AHPとコンコーダンス法を比較してみよう（この例も現実的ではあるが，単なる例としてみてもらいたい）．

代替案は次の4つである．これらはいずれもオランダの将来の発展計画と密接な関連をもっている．

代替案 1：ヨーロッパの庭園（人口成長を低く抑え，都市集中を排して地域社会を興隆させる.）

代替案 2：オランダ-北海-都市（人口成長を高くし，特に大都市の郊外に集中させる．マルケルヴァルドには空港も建設される.）

代替案 3：アムステルダム-中心（人口成長と人口集中を適度にする．代替案1と2の中間案.）

代替案 4：北オランダとリンク（代替案3と類似．異なるのは自然地域が減って農業地域が増える点と，人口が主要道路の沿線に集中する点.）

評価基準は次の9つ，すなわち

(1) 自然地域（森林等の増加）

表 6　評価基準のウエイト体系

評価基準 / ウエイト	自然地域	生態学的な質	レクリエーション	居住	農業	雇用	近接性	空港	迷惑
(1)質的ウエイト	××	×××	××	××	×	××	×	××	××
(2)数値ウエイト	0.1346	0.1538	0.1346	0.1154	0.0769	0.1154	0.0577	0.0962	0.1154

(2) 生態学的な質（鳥類数等の純増加）

(3) レクレーション（レクレーション地域等の増加）

(4) 居住（人口の増加）

(5) 農業（農業地域の増加）

(6) 雇用（就業者数の増加）

(7) 近接性（道路，鉄道の増加）

(8) 空港

(9) 迷惑（騒音等による）

である．(1)，(2)，(9)は環境基準，(3)，(4)は社会的土地利用基準，(5)，(6)は経済的基準，(7)，(8)はインフラストラクチュア基準であるから，マルケルヴァルド計画では地域開発とそれに伴う環境管理が問題なのである．

2. ウエイト体系

上述のように，コンコーダンス法でも一対比較が用いられるのであるが，それはAHPのように，各要素の影響力の強さ（各要素の重要度）をより正確に推測するためではない．コンコーダンス法では各要素の影響力の強さは，各評価基準のウエイトや各評価基準から見た各代替案の好ましさとして直接推測されて，例えば表6の(1)欄および表7のようにまとめられる．

表6の(1)欄は評価基準の（質的）ウエイトを示すものでウエイト体系（weighting system）と呼ばれる．×××，××，×はそれぞれ「非常に重要」，「やや重要」，「重要でない」を意味する．表7は各代替案の各評価基準から見た好ましさを示すもので，**インパクト行列**（impact matrix）と呼ばれる．＋＋＋，＋＋，＋はそれぞれ「非常によい」，「やや良」，「不良」を意味する．コンコーダンス法とAHPを比較するために，この2表に基いて，前章の表2および表

表 7　インパクト行列

評価基準 / 代替案	1	2	3	4
自然地域	＋＋＋	＋＋	＋＋	＋
生態学的な質	＋＋＋	＋	＋＋	＋＋
レクレーション	＋＋	＋＋	＋＋	＋＋＋
居住	＋	＋	＋＋＋	＋
農業	＋＋	＋	＋＋	＋＋＋
雇用	＋	＋＋＋	＋＋	＋
近接性	＋＋	＋＋＋	＋＋＋	＋＋
空港	＋	＋＋＋	＋	＋
迷惑	＋＋＋	＋	＋＋＋	＋＋＋

4. a〜eのような一対比較表を導出することにしよう．

3. 評価基準の一対比較

表6の(1)欄において，評価基準のウエイトは×（重要でない）から×××（非常に重要）までの3段階になっている．このとき，最も高いウエイト×××をもつ基準は最も低いウエイト×をもつ基準と比較して，AHPにおける重要度の「非常に重要」とすべきか「絶対的に重要」とすべきか断定できない．×××をもつ基準と××をもつ基準，××をもつ基準と×をもつ基準についても同様である．そこで，マルケルヴァルド計画では質的コンコーダンス法だけでなく，数値によるコンコーダンス法も用いられているので，後者で用いられた数値ウエイト（表6(2)欄）を参考にして決定することにしよう．

表6の(1)欄と(2)欄より，質的ウエイト×××は数値ウエイト0.1538に対応し，×の一つは0.0577に対応しており，両者の数値ウエイトの差は0.0960であることが分る．この差は決して

表 8　評価基準の一対比較表

i \ j	生態学的な質	レクリエーション	居住	農業	雇用	近接性	空港	迷惑
自然地域	1	1	1	5	1	7	3	1
生態学的な質		1	3	7	3	9	5	3
レクレーション			1	5	1	7	3	1
居住				3	1	5	1	1
農業					1/3	1	1	1/3
雇用						5	1	1
近接性							1/3	1/5
空港								1

大きいわけではないが，そうだからと言って，×××をもつ基準は×をもつ基準に比較して「絶対的に重要」ではないと言うこともできない．なぜなら，×××をもつ基準は××をもつ基準と比較して，「かなり重要」ないし「非常に重要」であると考えられるが，数値ウエイトの差が0.0192である場合もあるし（例えば生態学的な質と自然地域），また同じ××をもつ基準は「同じくらい重要」であると考えられるが，数値ウエイトの差が0.0384である場合もあって（例えば自然地域と近接性），数値ウエイトの差の大小は必らずしも重要度の一対比較の結果と1対1に対応させる必要はないからである．

しかし，数値ウエイトの差を無視することはできないので，ある評価基準の数値ウエイトが他のそれに等しいか0.0192大きいとき，前者と後者は「同じくらい重要」，前者が後者より0.0384大きい場合，前者は後者より「やや重要」，0.0576大きい場合「かなり重要」，0.0768大きい場合「非常に重要」，0.0960大きい場合「絶対的に重要」として一対比較表を求めると，表8のようになる．これより正規化された評価基準の重要度を求めると，表10の(1)欄のようになる．

4. AHP による解

次に，各代替案が各評価基準に与える影響の強さ（各評価基準から見た各代替案の好ましさ）を求めよう．そのためにはインパクト行列を利用して表 4.a〜e のような一対比較表を求めなければならない．

前述のようにコンコーダンス法でもこのインパクト行列を利用して一対比較が行なわれており，例えば，同じ評価基準について，ある代替案のインパクトが＋＋＋で他の代替案のそれが＋ならば，前者は後者よりずっと良いという評価が与えられている．この評価は，AHP における重要度の表現では「非常に重要」か「絶対的に重要」のどちらかに当てはまると思われるが，どちらに当てはめるべきかは断定できない．そこで評価基準の重要度の場合と同様に，数値で表わされたインパクト行列（ネイカンプ[1]日本語版 p.271の表 11.5.a 参照）を参考にして重要度を定めることにした．同様に，＋＋＋と＋＋，＋＋と＋の場合には「やや重要」か「かなり重要」とし，＋＋＋と＋＋＋，＋＋と＋＋あるいは＋と＋の場合には「同じくらい重要」とした．各評価基準から見た各代替案の好ましさの一対比較表は表 9. a〜i のようになる（表頭と表側の1〜4はそれぞれ代替案を示す）．この一対比較表より各代替案の重要度を求めると，表10の(2)〜(5)欄の値となる．

既に求めた各評価基準の重要度と，いま求めた各代替案の重要度の合成を行い，各代替案の合成重要度を求めると，表10の(6)欄のようになるので，代替案1を選択するのが最適ということになる．

表 9　各代替案の一対比較表

a．自然地域

i＼j	2	3	4
1	5	3	7
2		1	3
3			5

b．生態学的な質

i＼j	2	3	4
1	7	3	3
2		1/5	1/5
3			1

c．レクレーション

i＼j	2	3	4
1	1	1	1/3
2		1	1/3
3			1/3

d．居　住

i＼j	2	3	4
1	1	1/7	1
2		1/7	1
3			7

e．農　業

i＼j	2	3	4
1	3	1	1/5
2		1/3	1/7
3			1/5

f．雇　用

i＼j	2	3	4
1	1/9	1/5	1
2		5	9
3			5

g．近接性

i＼j	2	3	4
1	1/5	1/5	1
2		1	3
3			3

h．空　港

i＼j	2	3	4
1	1/9	1	1
2		9	9
3			1

i．迷　惑

i＼j	2	3	4
1	9	1	1
2		1/9	1/9
3			1

表 10　各要素の重要度

要素＼評価基準	自然地域	生態学的な質	レクレーション	居住	農業	雇用	近接性	空港	迷惑	(6)合成重要度
(1)評価基準	0.1519	0.2478	0.1519	0.1069	0.0354	0.1069	0.0232	0.0691	0.1069	／
(2)代替案 1	0.5804	0.5281	0.1667	0.1000	0.1513	0.0555	0.0908	0.0833	0.3214	0.3087
(3)代替案 2	0.1581	0.0519	0.1667	0.1000	0.0623	0.6693	0.3961	0.7500	0.0357	0.2014
(4)代替案 3	0.2047	0.2100	0.1667	0.7000	0.1513	0.2197	0.3961	0.0833	0.3214	0.2615
(5)代替案 4	0.0568	0.2100	0.5000	0.1000	0.6350	0.0555	0.1170	0.0833	0.3214	0.2186

5.　コンコーダンス法の概要

次にコンコーダンス法による最適代替案の決定法について概説しよう．インパクト行列とウエイト体系が得られているとすると，コンコーダンス法の次の手順は**コンコーダンス集合**と**ディスコーダンス集合**を求めることである．ここに代替案 i の代替案 j に関するコンコーダンス集合 C_{ij} とは，代替案 i の方が代替案 j より好ましい評価基準 k の集合のことである．すなわち評価基準 k に関しては代替案 j より代替案 i の方が好ましいことを

$$i \underset{k}{>} j \quad \text{あるいは} \quad j \underset{k}{<} i$$

と表わしたとき

$$C_{ij}=\{k \mid i \underset{k}{>} j\}$$

である。また代替案 i の j に関するディスコーダンス集合 D_{ij} とは，代替案 j の方が代替案 i より好ましい評価基準 k の集合のことである．すなわち

$$D_{ij}=\{k \mid i \underset{k}{<} j\}$$

である．

コンコーダンス集合およびディスコーダンス集合が得られたならば，次の手順は，**コンコーダンス指標** $c_{ij}^{\times\times\times}$，$c_{ij}^{\times\times}$，$c_{ij}^{\times}$ および**ディスコーダンス指標** d_{ij}^{--}，d_{ij}^{-} を求め，これらの指標に基いて，**コンコーダンス行列** $C^{\times\times\times}$，$C^{\times\times}$，$C^{\times}$ および**ディスコーダンス行列** D^{--}，D^{-} を求めることである．ここにコンコーダンス指標 $c_{ij}^{\times\times\times}$($c_{ij}^{\times\times}$，$c_{ij}^{\times}$) とは，質的ウエイト×××(××，×)をもつ評価基準 k がコンコーダンス集合 C_{ij} に属す回数，すなわち $i \underset{k}{>} j$ となる質的ウエイト×××(××，×)をもつ評価基準 k の数のことであり，コンコーダンス行列 $C^{\times\times\times}$($C^{\times\times}$，$C^{\times}$) とは，コンコーダンス指標 $c_{ij}^{\times\times\times}$($c_{ij}^{\times\times}$，$c_{ij}^{\times}$) を i-j 要素とする行列のことである．一方，ディスコーダンス指標 d_{ij}^{--}

(d_{ij}^{-})とは，ディスコーダンス集合 D_{ij} に属す評価基準の中で，代替案 j の方が代替案 i よりずっと良い(やや良い)ものの数であり，ディスコーダンス行列 $D^{--}(D^{-})$ とは，$d_{ij}^{--}(d_{ij}^{-})$ を i-j 要素とする行列のことである．どのコンコーダンス行列もディスコーダンス行列も，$i=j$ のときコンコーダンス集合やディスコーダンス集合が定義されないので，対角要素を欠いている．

コンコーダンス法の次の手順は，**コンコーダンス優越指標**をコンコーダンス行列 $C^{\times\times\times}$，$C^{\times\times}$，$C^{\times}$ の各々について求めることである．いま，あるコンコーダンス行列，例えば $C^{\times\times\times}$ から，二つの対称の位置にある要素すなわち二つのコンコーダンス指標 $c_{ij}^{\times\times\times}$ と $c_{ji}^{\times\times\times}$ をとり出したとき，前者が後者より大きければ，代替案 i は代替案 j に較べ劣っている点より優れている点の方が多いことになるので，質的ウエイト×××をもつすべての評価基準については，代替案 j より優れており，その差 $c_{ij}^{\times\times\times}-c_{ji}^{\times\times\times}$ はその優越の程度を示しているということができる．この考え方を代替案 i とその他のすべての代替案の間に適用すれば，

$$c_i^{\times\times\times}=\sum_{j\neq i}c_{ij}^{\times\times\times}-\sum_{j\neq i}c_{ji}^{\times\times\times} \tag{9}$$

すなわちコンコーダンス行列 $C^{\times\times\times}$ の第 i 行の行和と第 i 列の列和の差，を求めたとき，その値が正(負)ならば，$c_i^{\times\times\times}$ は代替案 i が，質的ウエイト×××をもつすべての評価基準について，他のすべての代替案に優越する（優越される）程度を示すと言えることになる．この $c_i^{\times\times\times}$ はコンコーダンス優越指標と呼ばれる．$c_i^{\times\times}$，$c_i^{\times}$ も同様に定義される．

一方，あるディスコーダンス行列，例えば D^{--} から，二つの対称の位置にある d_{ij}^{--} と d_{ji}^{--} をとり出し，$d_{ij}^{--}-d_{ji}^{--}$ を計算したとき，それが正(負)ならば，代替案 i の方が代替案 j より著しく劣っている点が多い（少ない）ので，この意味で代替案 i は代替案 j より劣っている（優れている）と言うことができる．そしてこの考え方を代替案 i とその他のすべての代替案の間に適用すれば，

$$d_i^{--}=\sum_{j\neq i}d_{ij}^{--}-\sum_{j\neq i}d_{ji}^{--} \tag{10}$$

は代替案 i が他のすべての代替案に較べ著しく劣っている程度を示すことになるが，これを**ディスコーダンス優越指標**と呼ぶ（この優越指標は負で絶対値が大きいほど優越の程度が大きいことに注意せよ）．

$$d_i^{-}=\sum_{j\neq i}d_{ij}^{-}-\sum_{j\neq i}d_{ji}^{-} \tag{11}$$

も同様にディスコーダンス優越指標と呼び，これによって，代替案 i が他のすべての代替案に較べ，著しくではないが劣っている程度が示されるとする．

コンコーダンス法は，以上の３つのコンコーダンス優越指標と２つのディスコーダンス優越指標を総合して，最終的な決定を行うわけであるが，それは必ずしも容易なことではない．なぜなら，他のすべての代替案に優越する代替案，すなわち５つの優越指標のすべてにおいて他のどの代替案にも劣ることなく，少なくとも１つの指標において優れている代替案，が存在する場合にはその代替案を選択すればよいのであるが，そうでない場合には，どの代替案を選択しても，多かれ少なかれ恣意的要因が入り込まざるを得ないので，すべての人を納得させることができないからである．これに対してAHPは定められた手順に従って機械的に代替案の順序付けを行うので，恣意的要素が入り込まないように見えるが，必ずしもそうでないことは後述の通りである．

6. コンコーダンス法による解

前述のマルケルヴァルド計画にコンコーダンス法を適用してみよう．

(1) インパクト行列　表７の通りである．

(2) ウエイト体系　表６の(1)欄の通りである．

(3) コンコーダンス集合　例えば，代替案１の代替案２に関するコンコーダンス集合 C_{12}

は，インパクト行列あるいは一対比較表 9. a～i より

C_{12}＝{自然地域，生態学的な質，農業，迷惑}

である（一対比較表よりコンコーダンス集合 C_{12} を求めるには，代替案1の代替案2に対する重要度が2以上の評価基準をさがせばよい)．他のコンコーダンス集合も同様にして求めることができるが，以下の分析はコンコーダンス集合を特に求めなくても可能であるので，残りのコンコーダンス集合を示すことはしない．

(4) ディスコーダンス集合　例えば，代替案1の代替案2に関するディスコーダンス集合 D_{12} は，コンコーダンス集合と同様にして

D_{12}＝{雇用，近接性，空港}

と求まる．残りのディスコーダンス集合は，コンコーダンス集合の場合と同じ理由により示さない．

(5) コンコーダンス指標とコンコーダンス行列　例えば，ウエイト×××をもつ評価基準についての，代替案1の代替案2に関するコンコーダンス指標 $c_{12}^{\times\times\times}$ は，ウエイト×××をもつ評価基準が生態学的な質だけであり，この評価基準については代替案1は代替案2より好ましいから，$c_{12}^{\times\times\times}=1$ である．これがコンコーダンス行列 $C^{\times\times\times}$ の第1行第2列の要素となる．同様にして他の要素も求めると，コンコーダンス行列 $C^{\times\times\times}$ は表 11. a の通りとなる．$C^{\times\times\times}$ と同様にすれば，残りのコンコーダンス行列 $C^{\times\times}$ と $C^{\times}$ も表 11. b と c の通り得ることができる．

(6) ディスコーダンス指標とディスコーダンス行列　例えば，代替案1の代替案2に関するディスコーダンス指標 d_{12}^{--} は，代替案2の方が代替案1よりずっと良いと評価された評価基準の数であるから，インパクト行列あるいは一対比較表 9. a～i より $d_{12}^{--}=2$ である（インパクト行列より d_{12}^{--} を求めるには，代替案1のインパクトが＋で，代替案2のそれが＋＋＋である評価基準の数を求めればよく，一対比較表より求めるには，代替案1の代替案2に対する重要度が 1/7 以下の評価基準数を求めればよい)．これがディスコーダンス行列 D^{--} の第1行第2列の要素となる．同様にして他の要素も求めると，D^{--} は表 12. a の通りとなる．

もう一つのディスコーダンス行列 D^{-} も，D^{--} と同様にインパクト行列あるいは一対比較

表 11　コンコーダンス行列

a．$C^{\times\times\times}$

	1	2	3	4
1	—	1	1	1
2	0	—	0	0
3	0	1	—	0
4	0	1	0	—

b．$C^{\times\times}$

	1	2	3	4
1	—	2	1	1
2	2	—	2	3
3	2	2	—	3
4	1	2	1	—

c．$C^{\times}$

	1	2	3	4
1	—	1	0	0
2	1	—	0	1
3	1	1	—	1
4	1	1	1	—

表 12　ディスコーダンス行列

a．D^{--}

	1	2	3	4
1	—	2	1	0
2	2	—	2	2
3	0	1	—	0
4	1	2	1	—

b．D^{-}

	1	2	3	4
1	—	1	2	2
2	2	—	2	2
3	2	1	—	1
4	1	2	3	—

表 13　コンコーダンス優越指標とディスコーダンス優越指標

代替案＼優越指標	$c_i^{\times\times\times}$	$c_i^{\times\times}$	$c_i^{\times}$	d_i^{--}	d_i^{-}
1	3	−1	−2	0	0
2	−3	1	−1	1	2
3	0	3	2	−3	−3
4	0	−3	1	2	1

表より求めると，表 12.b の通りとなる（インパクト行列より D^- の要素 d_{ij}^- を求めるには，代替案 i と j のインパクトがそれぞれ＋と＋＋，あるいは＋＋と＋＋＋となっている評価基準の数を求めればよく，一対比較表より求めるには，代替案 i の j に対する重要度が 1/2〜1/6 の評価基準数を求めればよい）.

(7) コンコーダンス優越指標　例えば，コンコーダンス優越指標 $c_i^{\times\times\times}$ は，(9)に従って容易に求めることができる．他のコンコーダンス優越指標も同様にして求めることができる．

(8) ディスコーダンス優越指標　ディスコーダンス優越指標 d_i^{--} および d_i^- は，それぞれ(10)および(11)に従えば容易に求められる．

コンコーダンス優越指標およびディスコーダンス優越指標は表13に示されている．この表より，代替案２と４は，代替案３と較べると，すべての指標において優れていることはなく，いくつかの指標では劣っているので，最適案にはなりえない．代替案１と３を較べると，コンコーダンス優越指標からはどちらが優れているか言えないが，ディスコーダンス優越指標では代替案３の方が優れているので，代替案３の方が優れているということができる．すなわちコンコーダンス法によれば最適代替案は代替案３ということになるのである．

IV.　AHP とコンコーダンス法との比較

1. 比較方法

前章のコンコーダンス法によって得られた結論は，前々章の AHP によって得られた結論と異なっている．意思決定において，採る方法によって選択すべき最適案が異なるということは重大なことである．そこでどちらの方法が優れているかの考察が必要となる．

一般に，どちらの方法が優れているかは，それらの方法が公理系から導かれたものであるならば，公理系の妥当性によって決定できるのであるが，当該の二つの方法はどちらも経験に依存している部分が多く，公理系から導かれたものとは言い難い．そこで両者の比較も経験的にならざるを得ないのであるが，われわれは同じ問題が両者によって同時に解かれた例を，両者の比較が可能なほど十分多く知っているわけではない．しかし両者の比較は経験的に行わざるを得ないので，敢えて行うことにしよう．

2. 乗用車購入問題のコンコーダンス法による解

まず同じ問題が AHP とコンコーダンス法の両者によって同時に解かれた例を増やすために，AHP で解いた第Ⅱ章の乗用車購入問題をコンコーダンス法によって解いてみよう．

評価基準の質的ウエイトは，一対比較表２より，価格××，維持費××，性能×××，乗り心地×，車格×とするのが妥当と思われる．次に，一対比較表 4.a〜e に基いてコンコーダンス行列 $C^{\times\times\times}$，$C^{\times\times}$，$C^{\times}$ およびディスコーダンス行列 D^{--}，D^- を求めると，表 14.a〜c および表 15.a, b の通りとなり，これらよりコンコーダンス優越指標 $c_i^{\times\times\times}$，$c_i^{\times\times}$，$c_i^{\times}$ およびディスコーダンス優越指標 d_i^{--}，d_i^- を計算すると表16の通りとなる．

表 14　コンコーダンス行列

a．$C^{\times\times\times}$

	A	B	C	D
A	—	0	0	1
B	1	—	0	1
C	1	1	—	1
D	0	0	0	—

b．$C^{\times\times}$

	A	B	C	D
A	—	1	2	2
B	1	—	2	2
C	0	0	—	2
D	0	0	0	—

c．$C^{\times}$

	A	B	C	D
A	—	0	0	0
B	2	—	1	0
C	2	1	—	0
D	2	2	2	—

表 15　ディスコーダンス行列

a．D^{--}

	A	B	C	D
A	—	0	1	2
B	0	—	0	0
C	1	0	—	0
D	2	2	1	—

b．D^{-}

	A	B	C	D
A	—	4	2	0
B	1	—	2	2
C	1	3	—	2
D	1	1	2	—

表 16　コンコーダンス優越指標とディスコーダンス優越指標

優越指標 / 代替案	$c_i^{\times\times\times}$	$c_i^{\times\times}$	$c_i^{\times}$	d_i^{--}	d_i^{-}
A	−1	4	−6	0	3
B	1	4	0	−2	−3
C	3	−2	0	−1	0
D	−3	−6	6	3	0

コンコーダンス優越指標を見てみよう．B車が最も優れているように思われるが，C車もそれに劣らぬくらい優れているので，コンコーダンス優越指標ではB車が最も優れているということは恣意的かも知れない．しかしディスコーダンス優越指標ではB車が最も優れているので，コンコーダンス優越指標とディスコーダンス優越指標を総合すると，最適な選択はB車を選択することと言える。したがって乗用車購入問題の場合も，AHP による結論とコンコーダンス法による結論は異なることになる．

3. 両法による選択の特徴

以上の二つの例の結論において共通していることは，AHP を用いたとき選択される最適案は，最も重要視される評価基準において最も優れている代替案であるのに対し，コンコーダンス法を用いたとき選択される最適案は，特定の評価基準において特に優れている代替案ではなく，どの評価基準においても比較的優れている代替案である．上述の AHP による選択の特徴は，サーティ[3]や刀根[4]に掲げられている各種の例においても多く見られることであり，またコンコーダンス法による選択の特徴は，その方法より当然予想されることであるので，上述の2方法による結論の特徴は決して2例だけの特徴ではなく，かなり一般的な特徴ではないかと思われる．

AHP とコンコーダンス法を比較したとき上述のような特徴が表われる理由は，コンコーダ

表 17　評価基準の重要度の最大値，中間値，最小値

一対比較値の幅	(1) 1〜9	(2) 1〜7	(3) 1〜5	(4) 1〜3	(5) 1〜2	(6)数値ウエイト
最大値	0.2478	0.2397	0.2265	0.1816	0.1706	0.1538
中間値	0.1069	0.1091	0.1078	0.1123	0.1140	0.1154
最小値	0.0232	0.0264	0.0338	0.0527	0.0617	0.0577

表 18　数値ウエイトの差(W_i-W_j)と一対比較値(a_{ij})

W_i-W_j / 一対比較値の幅	0	0.0192	0.0384	0.0576	0.0768	0.0960
1〜9	1	1	3	5	7	9
1〜7	1	1	3	5	5	7
1〜5	1	1	3	3	5	5
1〜3	1	1	2	2	3	3
1〜2	1	1	2	2	2	2

$W_i(W_j)$：評価基準 $i(j)$ の数値ウエイト

表 19　各代替案の合成重要度

一対比較値の幅 / 代替案	(1) 1〜9	(2) 1〜7	(3) 1〜5	(4) 1〜3	(5) 1〜2	(6)数値ウエイト
1	0.3087	0.2996	0.2974	0.2742	0.2674	0.2616
2	0.2014	0.2145	0.2206	0.2371	0.2417	0.2443
3	0.2615	0.2633	0.2626	0.2666	0.2689	0.2681
4	0.2186	0.2183	0.2194	0.2220	0.2217	0.2258

ンス法については既述の通りだと考えられるが，AHP については，理由の一つが一対比較値として1〜9の数値を用いることにあることを示すことができる．

AHP において一対比較値として1〜9の数値が用いられるのは，人間が一対比較によって質的な差を区別できるのは，表1のように5段階ないし9段階であることと，その5段階ないし9段階の差に対応する一対比較値としては，1〜9の数値を用いた場合が経験的に最も誤差が少ないことによる[7]．この理由は経験的なものであることは明らかであるので，一対比較値として1〜9の数値を用いる必然性はないのである．そこで，評価基準の一対比較値として1〜9ではなく，1〜7，1〜5，1〜3，1〜2を用いた場合，マルケルヴァルド計画についての結論がそれぞれどのようになるか調べてみよう．

4. 一対比較値の変更

まず一対比較値として1〜7を用いた場合を考察しよう．この場合，表2における一対比較値の中の7 (1/7)を5 (1/5)，9 (1/9)を7 (1/7)とし，その他の値は変更しないのが妥当と思われる．これより評価基準の重要度（その中の最大値，中間値，最小値は表17の(2)欄に示す）を求め，表 4.a〜e の一対比較値はそのままとすると，各代替案の合成重要度は表19の(2)欄のようになる．このようにしても，代替案1が第1位で代替案3が第2位であることは変らない

が，それらの合成重要度の差は若干小さくなっている．

評価基準の一対比較値として，表18のように定義される一対比較値1～5，1～3，1～2を用いた場合の評価基準の重要度の最大値，中間値，最小値および各代替案の合成重要度は，それぞれ表17および表19の(3)～(5)欄に示す通りである（なおそれぞれの表の(6)欄は評価基準の重要度として表6の数値ウエイトを用いた場合である）．一対比較値が1～5，1～3，1～2と変化するにつれ，代替案1と3の合成重要度の差はだんだん小さくなり，ついには両者の大きさが逆転することが分る[8]．すなわち，一対比較値として1～9ないし1～3ではなく，1～2を用いれば，AHPの結論はコンコーダンス法の結論と一致し，上述のAHPの結論の特徴がなくなるわけであるから，AHPの結論が上述のような特徴をもつ理由（の少くとも一つ）は，一対比較値として1～9の数値を用いることにあることが理解されるのである．

一般に，一対比較値として用いる数値が変化すれば，一対比較行列の固有値，固有ベクトルが変化し，各要素の重要度が変化するので，選択すべき代替案が変ることは当然予想されることである．それにも拘らず，一対比較値として用いるべき数値が経験によってしか決定できないということは，AHPがまだ未完成の方法であることを示していると思われる．

V. おわりに

小論では，地域開発とそれに伴う環境管理問題を主要な例としてAHPとコンコーダンス法による最適代替案の決定方法を説明し，両者の比較を行ってみた．その結果，AHPによって決定される最適案は，最も重視される評価基準において最も優れている代替案であり，コンコーダンス法によって最適とされる代替案は，各評価基準において全般的に上位にある（欠点が少なく総合的に優れている）代替案であることが分った．これは1つないし2つの例から導かれた結果であるが，それは一般的・普遍的な傾向と考えられること，および両者がそのような傾向をもつ理由も述べた．また，AHPでは一対比較値に用いる数値が変化すると，最適と判定される代替案も変りうること，したがって，一対比較値に用いる数値を定めることは，採るべき代替案の決定の際にかなりの部分を占める重要なことになるのであるが，それを理論的に，あるいは経験的にではあるが多くの人が納得するような方法で定めることは未だなされていないことも見た．

AHPを，第I章で掲げたような経営上やその他の意思決定に利用する人は増加し，その状況は「AHPのファンが増えた」と形容されている[9]．また，サーティはAHPの利用を，「『試しにやってごらんなさい，好きになってしまうから』」と勧めている[10]．あるスポーツや芸能あるいはそのプレーヤーやチームのファンになったり，それらが好きになったりするのは，往々にして，理論からではなく，感情やフィーリングによる場合が多い．AHPのファンになった方やこれから好きになる方は，感情やフィーリングからではないと思うが，上記のように未完成のAHPの機械的適用には慎重であるべきであり，少くとも他の多基準意思決定法と併用するなどの配慮が必要かと思われる．

注

1) 刀根[4] p. 214.

2) 同上.

3) この意味で A が整合的であるとき

$$a_{ij}\cdot a_{jk}=(w_i/w_j)(w_j/w_k)=a_{jk}$$

が成立つ。したがって，この意味での整合性は

w_i は w_j より a_{ij} 倍だけ重要であり，w_j は w_k より a_{jk} 倍だけ重要である．

⇒w_i は w_k より a_{ik} 倍だけ重要である．

を意味するので，通常の意味での整合性すなわち

w_i は w_j より重要であり，w_j は w_k より重要である．

⇒w_i は w_k より重要である．

より強い意味をもっている．

4) 小論の固有値と固有ベクトルを求める計算は，すべて刀根 [4] の BASIC プログラミングによっている．
5) サーティ [3] p. 21.
6) 本章は第3，4節を除いて，ネイカンプ [1] に全面的に負っている．
7) サーティ [3] pp. 55〜63.
8) 評価基準の一対比較値だけでなく，代替案の一対比較値も同時に変更する場合は，表8と表9の一対比較値を 3→2，5→4，7→5，9→7 (逆数も同様) と変更すれば逆転する．すなわち一対比較が 1〜7 で逆転する．
9) オペレーションズ・リサーチ誌 [2] p. 4.
10) 同上 p. 11.

参考文献

[1] Nijkamp, P., *Theory and Application of Environmental Economics*, North-Holland, 1977. (日本語版：藤岡明房・萩原清子・金沢哲雄監訳『環境経済学の理論と応用』日本交通政策研究会研究双書 3，勁草出版サービスセンター，1985年)
[2] 『オペレーションズ・リサーチ』Vol. 38, No. 8 (1986年8月) AHP (階層化意思決定法) 特集号.
[3] Saaty, T. L., *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, 1980.
[4] 刀根　薫『ゲーム感覚意思決定法』日科技連，1986年.

〔うすい　いさお　横浜国立大学経営学部教授〕