論　文

社会主義経済における最適成長政策*

——優先的発展と均等的発展をめぐって——

長谷部　勇一

1. はじめに

1928年，革命後の混乱が収まりつつあったソ連では，フェリドマンがゴスプランの一員として重工業優先的発展論を『計画経済』誌に展開した[1]．マルクスの表式を独自に修正し，動学的過程に焦点をあてた彼のモデルは，当時の工業化論争において，レーニン表式とともに重工業優先派の主軸をなすものであった．それ以降最近に至るまで，ソ連・東欧を中心にして，重工業優先的発展論は社会主義の経済法則であるのかどうかという問題をめぐって幾度かの論争が行なわれた[2]．

この論争における法則論者の基本的主張は，社会主義経済においてもフォンド（資本）の有機的構成は高度化するので，均等発展径路や消費財部門の逆優先的発展径路を維持すると，拡大再生産のポテンシャリティが減少し続け，いつかは縮小再生産へと突入する．それを防ぐためには生産財（投資財）部門が優先的に発展しなければならない，というのがその内容である．一方，批判論者の主張は主に，社会主義における技術進歩は常に有機的構成を高めるものとは限らないので，優先的発展を法則として確定することはできないというものであった．それゆえ論争の焦点は，しばしば有機的構成は上昇するのかどうかといった点におかれたといえよう．

しかし，岡稔氏が指摘されているように[3]，これらの議論には技術進歩とは直接関係なく，むしろ資本蓄積という契機によって優先的発展を基礎づける論理が含まれており，そこに若干の混乱があったように思われる．

そこで本稿では，技術水準一定という仮定のもとでもっぱら資本蓄積にもとづく成長過程に焦点をあて，社会主義における基本的な成長政策（最適投資政策）を考察する．本稿の目的の第1は，フェリドマン以降の議論をたどりながら，「計画期間の大半は重工業部門に投資を集中すべきである」とする優先的発展論の内容を厳密に規定していくことにある．一方，この命題は，最近ソ連・東欧諸国でも研究されている有効成長理論（ターンパイク理論）と著しい対照を示している[4]．ターンパイク定理というのは，「計画期間の初期と終期を除く大部分をいわゆるノイマン径路（均等発展径路）に沿って進むべきである」というものであるが，先の優先的発展論の命題とは著しい相違を示している．それゆえ本稿の第2の目的は，優先的発展モデルと均等発展（ターンパイク）モデルを単

* 本稿は昭和60年度文部省科学研究費補助金（奨励研究A）による研究の一部である．

1） Г. А. Фелъдман〔12〕．尚，N. Spulber〔8〕において，この論文も含むソ連の20年代の工業化論争が英訳されている．

2） 岡稔〔13〕，長砂實〔21〕参照．

3） 「……社会主義的工業化における重工業の優先的発展は，直接的には，社会主義の物質的土台についての一定の見解に依存しているのであって，これを技術進歩にともなう過去労働の比重の増大ということによって基礎づけるのは，たとえ全くの誤りではないとしても……核心をついていないというべきであろう．」岡稔〔13〕．

4） 社会主義経済における有効成長理論については，久保庭〔16〕〔17〕参照．

純化した形で定式化し，両モデルの特徴を明らかにしつつ比較検討することにある．

なお，以上のことを考察するための数学的手法としては，過去の研究では変分法，最大原理，線型計画法が用いられてきたのに対し，本稿では動的計画法を応用した分析を行う．動的計画法は，動学的な多段決定過程の最適化問題に適した手法であり，制約条件のある問題の数値解析には力を発揮するが，特にその一分野である「ボトルネック」問題を応用することにより優先的発展モデルと均等発展モデルとを同一の枠組で考察することができるのである．

以下2節において，本論文で前提される仮定のいくつかが述べられる．3節ではフェリドマンモデルについて，4節ではそれを制御論的に定式化したドーマーモデルについて検討する．ドーマーモデルでは制御変数は計画期間を通じて一定とされるもとでの最適化であるのに対し，5節ではそれを変分問題として定式化し，優先的発展命題を導き出す．6節では同じ枠組のもとで均等発展モデルを考察し，最後に両者の比較検討を行う．

2. モデルの枠組

2-1 基本的仮定

まず，次節以降に分析されるいくつかのモデルに共通する枠組を予め述べておく．

本稿では，ハロッド型固定生産係数のもとでの2部門（投資財部門と消費財部門）封鎖経済モデルを想定し，分析の単純化のため次の仮定をおいている．

〔仮定1〕 産出は純産出量Yでとらえる．一般に，変数の添字は部門を示し，添字のない場合は集計量を表わす．

ex)　$Y=Y_1+Y_2$

また，時間は必要な場合(t)で示し，各変数の増分は，たとえばΔY（離散型）または$\dot{Y}$（連続型）で示す．

〔仮定2〕 投資財は事前的には両部門いずれにも使用可能であるが，事後的には移転不可能である．また，資本ストックKは減耗しないものとする．

この仮定により，資本の部門間移動，減価償却に関連する問題は捨象される．

〔仮定3〕 生産技術はハロッド型固定生産関数を前提する．すなわち，第i部門$(i=1,2)$の資本・産出高比率をsi，労働生産性をσiとすれば，

$$Yi=\mathrm{Min}[si\cdot Ki,\ \sigma i\cdot Li] \tag{1}$$

である．

また，限界資本・産出高比率$\Delta Yi/\Delta Ki$もsiに等しく，siは時間を通じて一定である．

〔仮定4〕 投資はタイムラグなしに生産能力化し，かつ能力は常に完全利用されるものとする．

〔仮定5〕 労働Lは同質であり，労働供給については次の2つのケースを想定する．

a）労働は常に豊富に存在する．

b）労働は消費財を投入することによって内生的に供給される．

〔仮定5・a〕のケースというのは，どのような生産であっても必要な労働は供給されるということであり，言い換えれば労働供給の制約を無視するケースに他ならない．〔仮定5・b〕のケースでは，労働供給は実質賃金率をwとおけば，

$$L=\frac{Y_2}{w} \tag{2}$$

で決定されることになる．本稿では，〔仮定5・a〕が優先的発展モデルを，〔仮定5・b〕が均等的発展モデルを特徴づけていると考えられている．

2-2 最適性の規準

最適化とは，ある決められた目的関数を最大（最小）にするべく制御変数の値（時系列値）を決定するための手法である．われわれのモデルでは，計画当局が決定する制御変数（政策変数）は，部門間の投資財の配分率（$\Delta K_1:\Delta K_2$ or $\dot{K}_1:\dot{K}_2$）である．

国民経済の成長政策を最適化手法で導く場合，最も問題となるのは，いかなる目的関数を

想定するかということである．そもそも，社会全体の意志を1つの目的関数で表現できるのかどうか，また表現できるとした場合でも具体的にどういう指標で目的関数を構成すべきであるのかという問題など，これ自体大きな問題群をなしている．

本稿では，単純化のため，社会主義経済の第一義的な目的は国民の物質的欲求の最大限の充足にあり，それは，数学的には，有限視野（T 期間）のもとで消費財の毎期の産出量を割引率なしで単純に総計した線型の目的関数の最大化であるとみなしている[5)]．

すなわち，

$$J=\int_0^T Y_2(t)dt \Rightarrow \mathrm{Max} \tag{3}$$

を目的関数としている．

ただし，フェリドマンの場合，それは明示的には示されていないが，一応消費財の成長率の最大化と考えておく．

3.　フェリドマンの重工業優先論

3-1　フェリドマンモデル

フェリドマンの論文は，ドーマーも述べているように，様々な要因を取り込んだ複雑なモデルを用いて議論を展開しており，かなり難解になっている．たとえば，政府消費，活動的ブルジョワジーと不生産的ブルジョワジーとの区別，資本の利用効率（本稿の記号で si）の変化などを導入している．ここでは，彼の重工業優先論の基本的主張を明らかにするため，それら複雑化要因を捨象したモデルを設定する．

まず，フェリドマンモデルにおいては労働供給に関する制約は考慮されていないので（〔仮定5・a〕のケース），各部門生産量は次のように決定される．

$$Y_1(t)=s_1 \cdot K_1(t) \tag{4}$$

$$Y_2(t)=s_2 \cdot K_2(t) \tag{5}$$

仮定より，投資財はすべて新投資され，そのまま生産能力拡大に結びつくので，

$$Y_1(t)=\Delta K_1(t)+\Delta K_2(t) \tag{6}$$

$$K_1(t+1)=K_1(t)+\Delta K_1(t) \tag{7}$$

$$K_2(t+1)=K_2(t)+\Delta K_2(t) \tag{8}$$

また，両部門の限界資本・産出高比率はそれぞれ si に等しいと仮定されているので，

$$\Delta Y_1(t)=s_1 \cdot \Delta K_1(t) \tag{9}$$

$$\Delta Y_2(t)=s_2 \cdot \Delta K_2(t) \tag{10}$$

とおける．また，政策変数としての投資財の部門間配分比率 γ と資本ストックの配分比率 q を

$$\gamma(t)=\frac{\Delta K_1(t)}{Y_1(t)},\quad q(t)=\frac{K_1(t)}{K_1(t)+K_2(t)}$$

と定義しておこう．すると，γ と q の間には，

$$q(t+1)-q(t)=\frac{s_1 \cdot q(t)\{\gamma(t)-q(t)\}}{1+s_1 \cdot q(t)} \tag{11}$$

の関係式が成立するので，

$$\gamma(t) \gtreqless q(t) \Rightarrow q(t+1) \gtreqless q(t) \tag{12}$$

となる．また，両部門の産出量の比率 r を

$$r(t)=\frac{Y_2(t)}{Y_1(t)} \tag{13}$$

と定義すると，

$$r(t)=\frac{s_2 \cdot K_2(t)}{s_1 \cdot K_1(t)}=\frac{s_2}{s_1} \cdot \frac{1-q(t)}{q(t)} \tag{14}$$

(14)式は，資本ストック配分比率 q が高くなる（投資財部門のストックが相対的に高まる）ならば，産出比率 r は低く（投資財部門の産出量が相対的に高く）なることを示す．このことと，(12) より次の命題を得る．

〔命題F1〕投資財の部門間配分比率が資本ストック配分比率に等しければ，両部門は次期均等成長する．投資の配分比がストック配分比より大きいならば，次期投資財部門が優先的に発展する（逆は逆）．すなわち，

$$\gamma(t) \gtreqless q(t) \Rightarrow r(t+1) \gtreqless r(t) \tag{15}$$

次に γ と国民所得（$Y=Y_1+Y_2$）の成長率との関係式を導けば，

$$\frac{\Delta Y(t)}{Y(t)}=\frac{s_1 \cdot \Delta K_1(t)+s_2 \cdot \Delta K_2(t)}{Y_1(t)+Y_2(t)}$$

$$=\{(s_1-s_2)\gamma(t)+s_2\}\frac{s_1}{s_1+\dfrac{1-q(t)}{q(t)}} \tag{16}$$

5）本稿と同じハロッド型生産関数を前提し，代替の弾力性が一定の効用関数のもとでターンパイク特性を検討したものとして，S. Bose〔3〕．

となる．ここで，si は一定であり，$q(t)$ も t 期においては所与であるから，次の命題をひきだすことができる．

〔命題Ｆ２〕 ①$s_1>s_2$ ならば，高い $\gamma(t)$ は国民所得成長率 $\Delta Y/Y$ を上昇させる．②$s_1<s_2$ ならば，高い $\gamma(t)$ は直接的には $\Delta Y/Y$ を減少させる．

また γ と消費財部門の成長率との関係は次の式で示される．

$$\frac{\Delta Y_2(t)}{Y_2(t)}=\frac{\{1-\gamma(t)\}s_1\cdot s_2\cdot K_1(t)}{s_2K_2(t)}$$

$$=\{1-\gamma(t)\}\frac{s_1\cdot q(t)}{1-q(t)} \tag{17}$$

ここでも s_1 は一定であり，$q(t)$ も所与であるから，次の命題が成り立つ．

〔命題Ｆ３〕 高い $\gamma(t)$ は，直接的には消費財部門の成長率を減少させる．

3-2 フェリドマン重工業優先論の含意

「アメリカに追いつき追いこす」ように国民所得の成長率を高めるためには，γ を上昇させ投資財部門の拡大を図る必要がある〔命題Ｆ2-①〕．一方，γ の上昇は直接的には消費財部門の縮小再生産を意味し〔命題Ｆ３〕，国民の消費水準を落とさないためには γ を高くしすぎてはならない．このような蓄積と消費の矛盾した関係のなかで，いかなる投資政策をとるべきかというのがフェリドマンの提起した問題であった．

それに対する彼の解答は，この問題を長期的に把え直すことの中に見いだされた．すなわち，消費財の成長率 $\Delta Y_2/Y_2$ を規定する (17) 式にはストック配分比 $q(t)$ が含まれているが，γ を高くする場合，すなわち $\gamma(t)>q(t)$ とする場合はそれ以降 $q(t)>q(t+1)$ という関係を持続的にもたらすことになる〔命題Ｆ１〕．$q(t)$ が上昇すれば(17)式より明らかなように，$\Delta Y_2/Y_2$ も上昇していく．したがって，短期的には高い γ のために $\Delta Y_2/Y_2$ は低くなるが，時間の経過とともに q が上昇して $\Delta Y_2/Y_2$ も高くなっていく．逆に，$\Delta Y_2/Y_2$ を高めようとして γ を低く設定する場合 ($\gamma(t)<q(t)$)，確かに一時的には $\Delta Y_2/Y_2$ を高めるが，時間の経過とともに今度は q が徐々に低下していくので，長期的には $\Delta Y_2/Y_2$ も低下してしまうのである（同様の論理は，〔命題Ｆ２-②〕のケースでも成立する）．

以上よりフェリドマンの導く第一の提言は，長期的に消費財，国民所得の成長率を増大させるためには γ をできる限り高めるべきである。すなわち投資財（重工業）部門に投資を集中すべきであるというものである．しかし，国民の消費水準を一時的にも大きく犠牲にするほど γ を高めることもできない．ではどうするか．

(17) 式においてもし s_1 を高めることができれば他の要因はそのままでも $\Delta Y_2/Y_2$ を上昇させることができる．フェリドマンはこの点にも注目し，生産過程の合理化や複数交替性の導入を通じて資本の利用効率を高めて消費財の拡大をはかるべきである，というのが彼の第二の提言である．

この第二の提言から考えると，フェリドマンが単なる重工業優先論者であったとは考えにくい．むしろ，彼の真に意図していたこととは，封鎖経済においては投資財部門の生産能力が成長のための決定的な制約条件（ボトルネック）であることを把握した上で，資本蓄積（第一提言）と技術進歩（第二提言）の両者によってそのボトルネックの束縛を縮小させるための諸政策を提示したと言えるのではないだろうか[6]．

技術進歩の側面は本稿の射程外の問題ではあるが，このようにフェリドマンを把握するならば，技術進歩に対する彼の認識は最近の最適成長理論における問題関心と結びつくものを有していると言える[7]．

しかし，本稿では技術一定という前提のもとでの考察が目的なので，彼の第一の提言に関す

6） ドーマーは，フェリドマンのこの第二の提言を無視し，s を自由に動かせるのは成長狂であるとまで断言するが，フェリドマンが消費を犠牲にしてまで成長を高めるべきだという見解に否定的であったことは確認すべき点である．なお，フェリドマンモデルにおいて s の変化の意義を与えたものとして，A. H. Bhalla〔2〕．

7） たとえば，高島忠〔20〕参照．

るその後の展開に焦点をおき，次節ではフェリドマンの提起した問題を最適化論の手法で検討したドーマーモデルについて考察しよう．

4.　定数値制御による優先的発展モデル

4-1　ドーマーモデル

資本ストックの損耗のないケースのドーマーのモデルは，先のフェリドマンモデルにおける方程式系を離散型から連続型にしたものであって，ΔK, ΔY を $\dot{K}$, $\dot{Y}$ に置き代えることによって得られる．

$$\dot{Y}_1(t)=s_1\dot{K}_1(t) \tag{18}$$

$$\dot{Y}_2(t)=s_2\dot{K}_2(t) \tag{19}$$

$$Y_1(t)=\dot{K}_1(t)+\dot{K}_2(t) \tag{20}$$

これに応じて γ も次のように定義される．

$$\gamma(t)=\frac{\dot{K}_1(t)}{Y_1(t)}$$

まず，Y_1, Y_2 の時間径路を求めよう．γ の定義より（以下では簡単化のため必要な時以外 t を省く），

$$\dot{K}_1=\gamma Y_1 \tag{21}$$

$$\dot{K}_2=(1-\gamma)Y_1 \tag{22}$$

それぞれを (18)，(19) 式に代入して，

$$\dot{Y}=s_1\gamma Y_1 \tag{23}$$

$$\dot{Y}_2=s_2(1-\gamma)Y_1 \tag{24}$$

(23) 式は Y_1 について解くことができる．単純化のため，$Y_1(0)=1$ とすれば，

$$Y_1=e^{s_1\gamma t} \tag{25}$$

これを (24) 式に代入して Y_2 について解けば，

$$Y_2=Y_2(0)+\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)\frac{s_2}{s_1}(e^{s_1\gamma t}-1) \tag{26}$$

となる．これより，$\dot{Y}$ と Y を導けば，

$$\dot{Y}=\dot{Y}_1+\dot{Y}_2=\{s_1\gamma+s_2(1-\gamma)\}e^{s_1\gamma t} \tag{27}$$

$$Y=Y_1+Y_2$$

$$=Y(0)+\left\{\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)\frac{s_2}{s_1}+1\right\}(e^{s_1\gamma t}-1) \tag{28}$$

以上より，各変数の成長率を求めれば，

$$\frac{\dot{Y}_1}{Y_1}=s_1\gamma \tag{29}$$

$$\frac{\dot{Y}_2}{Y_2}=\frac{s_1\gamma}{\left\{\frac{Y_2(0)s_1\gamma}{(1-\gamma)s_2}-1\right\}e^{-s_1\gamma t}+1} \tag{30}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{s_1\gamma}{\left\{\frac{Y(0)s_1\gamma}{s_2-\gamma(s_2-s_1)}-1\right\}e^{-s_1\gamma t}+1} \tag{31}$$

(30)，(31) 式において，$t\to\infty$ の時 $e^{-s_1\gamma t}\to 0$ であるから，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{Y}_2}{Y_2}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{Y}}{Y}=s_1\cdot\gamma$$

したがって，t が長期になればなるほど，s_1 と s_2 の大小関係にかかわりなく $\dot{Y}/Y$ や $\dot{Y}_2/Y_2$ も $s_1\gamma$ の値に近づくことがわかる．これより，

〔命題D〕　消費財部門ならびに国民所得の成長率は，時間の経過とともに漸近的に投資財部門の成長率に近づく．よって，γ が高いほど長期的には消費財部門ならび国民所得の成長率も高くなる．

4-2　ドーマーモデルの最適解

命題Dは先のフェリドマンの主張を厳密に数学的に導出したものに他ならない．ドーマーは，これにより封鎖経済における投資財部門の重要性を確認した後で，経済成長の目的を計画期間を通じる消費財の総和の最大化におき，それを実現させる最適な γ の決定問題について検討する．この場合，制御変数 γ は，期間を通じて一定であることが前提されるが，これは制御工学的には定数値制御という．

(26)式を 0 期から T 期までの定積分することによって目的関数が得られる．

$$J=\int_0^T Y_2(t)dt$$

$$=\int_0^T\left\{Y_2(0)+\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)\frac{s_2}{s_1}\left(e^{s_1\gamma t}-1\right)\right\}dt \tag{32}$$

議論の単純化のため $s_1=s_2$ とおいて，(32) 式を積分すれば，

$$J=\left[(Y_2(0)-\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)t+\frac{1-\gamma}{\gamma^2}\,\frac{1}{s}e^{s\gamma t}\right]_0^T$$

$$=\left(Y_2(0)-\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)T+\frac{1-\gamma}{s\gamma^2}(e^{s\gamma T}-1) \tag{33}$$

J の極大値は (33) 式を γ について微分して0とおくことによって得られる．

$$\frac{dJ}{d\gamma}=\frac{T}{\gamma^2}-\frac{\gamma-2}{s\gamma^3}+e^{s\gamma T}\left[\frac{\gamma-2}{s\gamma^3}+\frac{(1-\gamma)T}{\gamma^2}\right]=0 \tag{34}$$

(34) 式を γ についてとけば，T が与えられた

表1 資本配分比別消費総和

T \ γ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
1	9.2	9.2	9.1	9.1	9.1	9.1	9.1	9.1	9.0
2	18.7	18.6	18.6	18.5	18.4	18.4	18.3	18.2	18.2
3	28.5	28.4	28.3	28.2	28.0	27.9	27.7	27.6	27.4
4	38.7	38.5	38.3	38.1	37.9	37.7	37.4	37.1	36.8
5	49.2	49.0	48.7	48.5	48.2	47.8	47.4	46.9	46.4
6	60.0	59.8	59.5	59.2	58.8	58.3	57.7	57.0	56.2
7	71.2	71.0	70.7	70.3	69.9	69.3	68.5	67.6	66.4
8	82.7	82.5	82.3	81.9	81.4	80.8	79.8	78.6	77.0
9	94.5	94.5	94.3	94.1	93.6	92.9	91.8	90.3	88.1
10	106.7	106.8	106.9	106.8	106.4	105.8	104.6	102.8	100.1
11	119.2	119.6	119.9	120.1	120.0	119.5	118.4	116.4	112.9
12	132.0	132.8	133.5	134.1	134.5	134.3	133.4	131.2	127.1
13	145.2	146.4	147.7	149.0	149.9	150.4	149.9	147.7	142.8
14	158.7	160.6	162.6	164.6	166.5	167.9	168.1	166.3	160.8
15	172.5	175.2	178.1	181.2	184.4	187.1	188.6	187.6	181.5

時の最適なγを求めることができる．しかし，(34) 式はγについて陽に解くことは解析的に困難なので，ドーマーの数値例 ($s=\frac{1}{3}$，$Y_2(0)=9$) をもとに最適なγを近似的に求めよう．すると目的関数は，

$$J=\left(9-\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)T+\frac{3(1-\gamma)}{\gamma^2}(e^{\gamma T/3}-1) \quad (35)$$

となる．(35) 式において，$\gamma=0.1$，0.2，……0.8として$T=1$から15まで計算して表1を得る．(但し$\gamma=0$のケースは，$J=\frac{T^2}{6}+9T$により計算されている[8])．

最適なγを求めるには表を横に読み，たとえば$T=10$ならば$\gamma=0.2$の時の値$J=106.6$が最大となっているので，$T=10$の時の近似最適解は$\gamma=0.2$となる．したがって，各Tに対応する最適投資政策γの近似解は，

$1\leqq T\leqq 8$ のとき　$\gamma=0$
$T=9$ のとき　$\gamma=0.1$
⋮
$T=15$ のとき　$\gamma=0.6$

というように決定されるのである．

4-3 ドーマーモデルの評価

ドーマー自身も述べているように，このような決定方式は計画問題の解として有効であるとは言えない．先の表からもうかがえるように，各γの値に対するJの値の変動が微小であり，たとえば$\gamma=0$と$\gamma=0.8$でも15年ぐらいではさほどの違いも生じないからである．

ドーマーモデルは，このように計画問題の解としては実用性に欠けるものであるが，フェリドマンの主張を数学的に厳密化し，さらに問題を最適化論的に提起したという点で評価することができる．しかし解法という点では，γを計画期間中一定とおいて微分によってJの最大値を求めようとするもので制御論としては単純である．制御パラメータとしてのγの値を時間の経過とともに変化させることも認めた解法でなければならない．ドーマーは，それは変分法の問題であるとして扱わなかったが，次節ではγ

8) $\gamma=0$の場合，(18)式に$\dot{K}_1=0$を代入して定積分をとれば

$$Y_1=Y_1(0)=1$$

これを (24) 式に代入して

$$\dot{Y}_2=s_2$$

これより，

$$Y_2=s_2t+Y_2(0)$$

$$\therefore\ J=\int_0^T Y_2(t)dt=\frac{s_2}{2}T^2+Y_2(0)T$$

ここに，$s_2=1/3$，$Y_2(0)=9$を代入すれば

$$J=\frac{T^2}{6}+9T$$

を得る．

の変動を認めたモデルについて検討しよう．

5. 最適制御による優先的発展モデル

5-1 ボトルネックモデルⅠ

ドーマーモデルは，その後，社会主義経済の成長モデルとしても，また低開発国の発展モデルとしても研究された．そして1960年代に入り，ポントリャーギンの最大原理が登場すると，この原理を応用して制御パラメータγの値の時間を通じての変化を認めた研究がなされるようになった．

その代表的な研究としてはストレルのものが有名である（L. Stoleru〔9〕）．ストレルは，ドーマーモデルの枠組のなかで，消費総和を最大化する投資政策を最大原理によって導出した．本稿では，それをベルマンの動的計画法（DP: Dynamic Programming）によって求めてみよう[9]．

DPは工場などにおけるプロセス制御に応用されるが，そのなかで生産が投入原材料のうち最小量のものによって決定されるプロセスの最適化問題を，特に「ボトルネック」問題と呼んでいる[10]．本節は，この「ボトルネック」問題を応用して国民経済の最適投資政策を求めてみようとするものである．

まず，ここで扱うボトルネックモデルⅠは基本的に先のドーマーモデルと同じである．

$$\dot{Y}_1=s_1\cdot\dot{K}_1 \tag{18}$$

$$\dot{Y}_2=s_2\cdot\dot{K}_2 \tag{19}$$

問題を最適化するので，(20)式を次の制約式に代える．

$$\dot{K}_1+\dot{K}_2\leqq Y_1,\quad \dot{K}_1\geqq 0,\quad \dot{K}_2\geqq 0 \tag{20'}$$

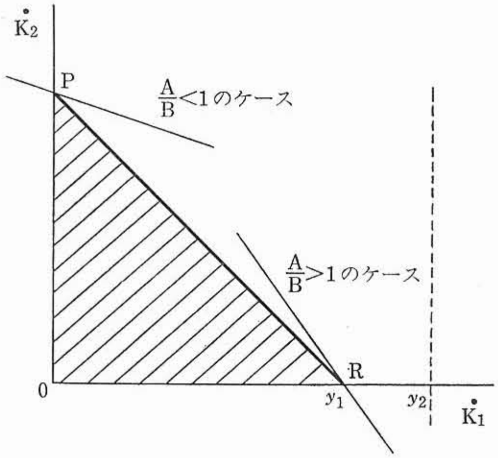
またはベクトル・行列表示では，

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{S}\dot{\boldsymbol{K}} \tag{36}$$

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}\dot{\boldsymbol{K}}\leqq \boldsymbol{Y},\quad \dot{\boldsymbol{K}}\geqq 0 \tag{37}$$

ただし

図1



$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\begin{pmatrix}\dot{Y}_1\\\dot{Y}_2\end{pmatrix},\quad \dot{\boldsymbol{K}}=\begin{pmatrix}\dot{K}_1\\\dot{K}_2\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{Y}=\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix}s_1&0\\0&s_2\end{pmatrix}$$

(36)(37)式の制約条件のもとで，

$$J=\int_0^T Y_2(t)dt \tag{38}$$

を最大化するのがここでの問題となる．

5-2 ボトルネックモデルⅠの最適解

(38)式に最大値が存在すると仮定し，それを

$f(y_1, y_2, T)$ ただし$y_1=Y_1(0), y_2=Y_2(0)$

とおく[11]．fは，初期状態(y_1, y_2)から出発し残りT期に渡って最適政策をとった場合のJの最大値を意味する．

最適性の原理（数学補注参照）より，

$$\frac{\partial f}{\partial T}=\mathrm{Max}\left[s_1\frac{\partial f}{\partial y_1}\dot{K}_1+s_2\frac{\partial f}{\partial y_2}\dot{K}_2\right] \tag{39}$$

を得る．ここで

$$s_1\frac{\partial f}{\partial y_1}=A,\quad s_2\frac{\partial f}{\partial y_2}=B$$

とおくと[12]，(39)式の右辺は

$$A\dot{K}_1+B\dot{K}_2\rightarrow\mathrm{Max} \tag{40}$$

$$\text{sabject to }\dot{K}_1+\dot{K}_2\leqq y_1$$

$$\dot{K}_1,\ \dot{K}_2\geqq 0$$

---

9) В. С. Дадаян の一連の最適成長に関する研究（〔10〕，〔11〕，〔12〕）は，明示されてはいないが*DP*的な研究手法が用いられている．

10) R. Bellman〔1〕．

11) このことは，本稿での証明が必要条件から与えられることを意味する．

12) A，Bは経済学的には各部門への追加投資の評価係数と解釈しうる。

という単純な線型計画問題とみなすことができ，図１のようにグラフで簡単に解くことができる．

これより明らかに(40)式は，

$$\frac{A}{B}<1 \Rightarrow P\text{点で最大化}(\dot{K}_1=0,\ \dot{K}_2=y_1)$$

$$\frac{A}{B}>1 \Rightarrow R\text{点で最大化}(\dot{K}_1=y_1,\ \dot{K}_2=0)$$

という解をもつ．このことは，最適制御には投資財部門優先（$\dot{K}_1=y_1, \dot{K}_2=0$；$R$ 政策）と消費財部門優先（$\dot{K}_1=0, \dot{K}_2=y_1$；$P$ 政策）の２つのタイプが存在することを示す．

まず，計画終期($t\cong 0$)における制御について考える．(19)式を積分すれば，

$$Y_2(T)=y_2+s_2\dot{K}_2T \tag{41}$$

(41)式より，計画終期には $\dot{K}_2$ を最大にとるとき，$Y_2(T)$ をしたがって目的関数 J を最大にすることが予想される．よって，P 政策（$\dot{K}_1=0$, $\dot{K}_2=y_1$）をとる場合の運動方程式(36)は次のように変形される．

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{S}\begin{pmatrix}0\\Y_1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}s_1 & 0\\0 & s_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix}$$

$$\therefore \dot{\boldsymbol{Y}}=\begin{pmatrix}0 & 0\\s_1 & 0\end{pmatrix}\boldsymbol{Y} \tag{42}$$

(42)式を解けば，

$$Y_1(t)=y_1 \tag{43}$$

$$Y_2(t)=s_2y_1t+y_2 \tag{44}$$

すると(44)式を用いて，$f(y_1, y_2, T)$ を具体的に求めることができる．

$$f(y_1, y_2, T)=\int_0^T(s_2y_1t+y_2)dt$$

$$=\frac{1}{2}s_2y_1T^2+y_2T \tag{45}$$

(45)式を y_1，y_2 でそれぞれ偏微分すれば，

$$\frac{\partial f}{\partial y_1}=\frac{1}{2}s_2T^2,\quad \frac{\partial f}{\partial y_2}=T \tag{46}$$

となるので，(40)式の傾きは，

$$\frac{A}{B}=\frac{s_2T}{2} \tag{47}$$

と求まる．(47)式より明らかに，A/B は T に関して単調増加関数であり，

$$T^*=\frac{2}{s_2}$$

とおけば，$T<T^*$ ならば $A/B<1$，$T=T^*$ ならば $A/B=1$，$T>T^*$ ならば $A/B>1$ であるから，T^* 期が政策の転換点になると考えられる．すなわち，

$$\left.\begin{aligned}&0\leqq T\leqq T^*\ \text{ならば}\frac{A}{B}<1\quad(P\text{政策})\\&T^*<T\ \text{ならば}\frac{A}{B}>1\quad(R\text{政策})\end{aligned}\right\} \tag{48}$$

であり，$T\leqq T^*$ の時 P 政策（消費財の優先政策）が最適であることが確められる．

$T^*<T$ の場合，$T-T^*$ 期間に渡り，R 政策（$\dot{K}_1=y_1$，$\dot{K}_2=0$）が最適制御になることが予想される．すると運動方程式(36)は次のように変形される．

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{S}\begin{pmatrix}Y_1\\0\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}s_1 & 0\\0 & s_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix}$$

$$\therefore \dot{\boldsymbol{Y}}=\begin{pmatrix}s_1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}\boldsymbol{Y} \tag{49}$$

(49)式を解けば，

$$Y_1(t)=y_1e^{s_1t} \tag{50}$$

$$Y_2(t)=y_2 \tag{51}$$

(48)より，残り T 期間の時点から出発し，$T-T^*$ 期間後には P 政策に最適制御が移る．最適性の原理より，この時点以降の残りの T^* 期間も最適政策を構成しなければならない．よって，

$$f(y_1, y_2, T)=f(Y_1(T-T^*),\ Y_2(T-T^*),\ T^*) \tag{52}$$

ここで，残りの T^* 期間は P 政策をとることがわかっているので，(52)式右辺を(45)式で展開すると，

$$f(y_1, y_2, T)=\frac{1}{2}T^{*2}y_1e^{s_1(T-T^*)}+y_2T^* \tag{53}$$

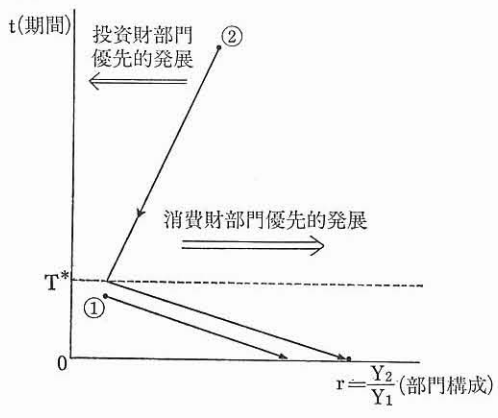
となる．(53)式を y_1, y_2 でそれぞれ偏微分して

$$\frac{\partial f}{\partial y_1}=\frac{1}{2}T^{*2}e^{s_1(T-T^*)},\quad \frac{\partial f}{\partial y_2}=T^* \tag{54}$$

よって，

$$\frac{A}{B}=\frac{s_2}{2}T^*e^{s_1(T-T^*)}=e^{s_1(T-T^*)} \tag{55}$$

図 2



となる．(55) 式より明らかに，$T-T^*>0$ すなわち $T>T^*$ ならば，A/B は1より大であること，$T=T^*$ ならば A/B は1に等しいことがわかる．したがって，$T>T^*$ ならば R 政策が最適制御になることが確認された．

以上のことより，次のような優先的発展命題が導き出される．

〔命題B 1〕 $T^*=\dfrac{2}{s_2}$ とおくと

① $0\leqq T\leqq T^*$ の時；
$0\leqq t\leqq T$ のすべてに渡って $\dot{K}_1(t)=0$, $\dot{K}_2=Y_1(t)$（消費財部門優先）が最適政策になる．

② $T^*>T$ の時；
$t>T^*$ の間は，$\dot{K}_1(t)=Y_1(t)$, $\dot{K}_2(t)=0$（投資財優先）とし，$t\leqq T^*$ になったら $\dot{K}_1(t)=0$, $\dot{K}_2(t)=Y_1(t)$（消費財優先）に転換するのが最適政策になる．（図2参照）

〔命題B 1〕の①は，計画期間があまりに短期であるならば，投資活動による迂回生産の余裕がない状態を示す．〔命題B 1〕の②が，従来，重工業優先政策といわれてきたことの数学的表現である．

5-3 優先的発展モデルの問題点

ボトルネックモデルⅠの検討によって，計画期間全体に渡る消費の総和の最大化のためには，計画の前半期には投資財部門に，そして後半期には消費財部門に重点投資を行うという成長戦略が厳密に導き出された．従来の論争のなかで両部門の接近政策あるいは消費財部門の逆優先的発展が主張されたが，その意味は〔命題B 1〕から考えると，現在は成熟した段階（$t\leqq T^*$）にあるのだから，投資政策を消費財部門優先に転換すべきであるということになる．

これらのことはすでに，フェリドマン，ドーマーらによってその基本思想は述べられていた点であるが，本稿ではそれを動的計画法にもとづいて数学的に定式化したのである．

しかしながら，今まで考察してきた優先的発展モデルには大きな問題点が存在する．それは，外部資源や労働供給の制約を無視している点にある．計画期間全体を通じて豊富な労働力が存在するという想定〔仮定5・a〕は，確かに発展途上国や初期の社会主義諸国に関しては非現実的であるとはいえないが，現代のソ連・東欧諸国についてみれば，少なくとも労働力が豊富であるとはいいがたい．また労働力以外でも，たとえばエネルギー資源などが限られている場合は，工業化の初期段階において，それがボトルネックになる可能性が大であって，全体の成長はそれに制約されざるを得なくなるであろう．

このように考えると，投資財以外はボトルネックが存在しないという想定が優先的発展モデルにとって決定的な条件であることがわかる．しかしこれはかなり厳しい条件であり，現実的であるとは言いがたい．

次節では，この決定的条件をはずした場合に最適径路がどのように変化するかについて検討しよう．

6. 最適制御にもとづく均等発展モデル

6-1 ボトルネックモデルⅡ

本節では，モデルⅠの体系 (18) (19) (20)′に〔仮定5・b〕で示された労働力供給の制約条件を追加した体系をボトルネックモデルとして検討する．

労働力の供給は，(2) 式で示されるが，消費財部門を拡大する限り労働力もその分供給され

るので，労働力のボトルネックは常に解消されていく．しかし，投資財部門を拡大する場合は事情が異なる．投資財部門の労働装備率（資本の技術的構成）を $l_1(l_1=L_1/K_1)$ とおけば，$\dot{K}_1$ の投資に対しては，$l_1\dot{K}_1$ だけの追加労働力が必要とされる．その時，追加労働力供給の上限は広くとれば，(2) 式で規定される $L(t)$ であるから，

$$l_1\dot{K}_1 \leqq \frac{Y_2}{w} \tag{55}$$

という制約条件が新に付加される．

ここで，Y_1 と Y_2 の単位を適当にとることによって，問題の一般性を失うことなく $w=1$, $l_1=1$ と仮定できるから，(55) 式を

$$\dot{K}^1 \leqq Y_2 \tag{56}$$

に変形しておく．すると，ボトルネックモデルIIの運動方程式ならびに制約条件は次のようになる．

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{S}\dot{\boldsymbol{K}} \tag{36}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\dot{\boldsymbol{K}} \leqq \boldsymbol{Y},\ \ \dot{\boldsymbol{K}} \geqq 0 \tag{57}$$

そして，(36)(57)式のもとで目的関数(37)式の J を最大化するのがここでの最適問題である．

6-2　ボトルネックモデルIIの最適解

前節のモデルIと同様にして，最適性の原理より，

$$\frac{\partial f}{\partial T}=\mathrm{Max}\left[s_1\frac{\partial f}{\partial y_1}\dot{K}_1+s_2\frac{\partial f}{\partial y_2}\dot{K}_2\right]$$

を得る．ここで，先と同じく A, B を用いれば (58) 式の右辺は，

$$A\dot{K}_1+B\dot{K}_2 \Rightarrow \mathrm{Max}$$

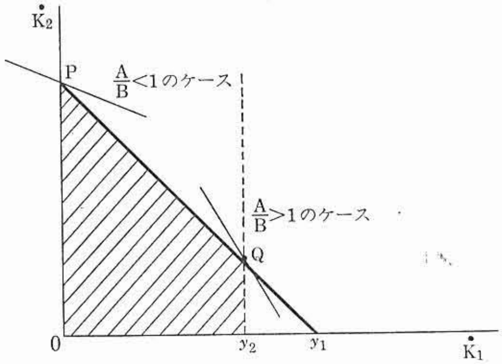
$$\text{Sabject to } \dot{K}_1+\dot{K}_2 \leqq y_1 \qquad \dot{K}_1 \leqq y_2 \qquad \dot{K}_1,\ \dot{K}_2 \geqq 0 \tag{59}$$

という LP 問題となる．今度の場合は，最大点は次の２つのケースに分けて考えられる（図2, 3参照）．

(i)　$y_1 \leqq y_2 (r_0=y_2/y_1 \geqq 1)$ のケース

$\dfrac{A}{B}<1 \Rightarrow P$点で最大化$(\dot{K}_1=0,\ \dot{K}_2=y_1)$

図 3



$\dfrac{A}{B}>1 \Rightarrow R$点で最大化$(\dot{K}_1=y_1,\ \dot{K}_2=0)$

(ii)　$y_1>y_2(r_0<1)$ のケース

$\dfrac{A}{B}<1 \Rightarrow P$点で最大化$(\dot{K}_1=0,\ \dot{K}_2=y_1)$

$\dfrac{A}{B}>1 \Rightarrow Q$点で最大化$(\dot{K}_1=y_2,\ \dot{K}_2=y_1-y_2)$

これより最適制御には，P 政策・Q 政策・R 政策という３つの型があることがわかる．

まず，計画期間が比較的短期である場合（$T \leqq T^*$），初期部門構成がどちらのケースであっても，前節の分析同様，A/B は１より小さくなるので，P 政策（$\dot{K}_1=0,\ \dot{K}_2=y_1$）が最適となる．

$T>T^*$ のとき，初期部門構成 (r_0) の大きさに応じて２つのケースがある．

$r_0<1$ のときは，投資財に比べて消費財が相対的に少なく，労働供給がボトルネックになるケースであって，Q 政策（$\dot{K}_1=y_2,\ \dot{K}_2=y_1-y_2$）が最適となる．$Q$ 政策をとった場合の $r(t)$ を調べてみよう．運動方程式は，

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{S}\begin{pmatrix}Y_2\\ Y_1-Y_2\end{pmatrix}$$

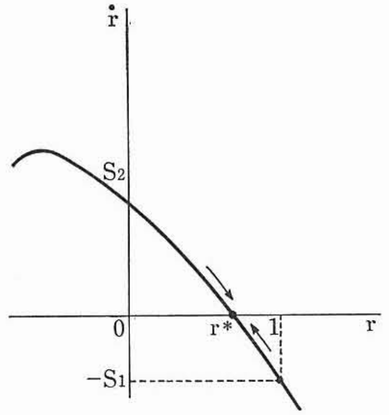
$$=\begin{pmatrix}s_1 & 0\\ 0 & s_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Y_1\\ Y_2\end{pmatrix}$$

$$\therefore \dot{\boldsymbol{Y}}=\begin{pmatrix}0 & s_1\\ s_2 & -s_2\end{pmatrix}\boldsymbol{Y}$$

となる．これを各部門毎に書き直せば，

$$\dot{Y}_1=s_1Y_2 \tag{60}$$

図 4



$$\dot{Y}_2=s_2Y_1-s_2Y_2 \tag{62}$$

である．部門構成 r の変化率は，

$$\dot{r}=\left(\frac{\dot{Y}_2}{Y_1}\right)=\frac{\dot{Y}_2-r\dot{Y}_1}{Y_1} \tag{63}$$

であるから，これに(61)，(62)式を代入して

$$\dot{r}=\frac{1}{Y_1}\left\{-rs_1Y_2+(s_2Y_1-s_2Y_2)\right\}$$

$$\therefore \dot{r}=-s_1r^2-s_2r+s_2 \tag{64}$$

が得られる．(64)式の右辺は，図4に示すような放物線となり，方程式(64)は原点をはさんで2つの実根を有していることがわかる（$\dot{r}_{r=0}=s_2>0$, $\dot{r}_{r=1}=-s_1<0$）．よって，正根の方を r^* とおけば，

$$r^*=\frac{-s_2+\sqrt{s_2{}^2+4s_1s_2}}{2s_1} \tag{65}$$

であり，明らかに $r^*<1$ となっている．そして，図4からもわかるように，

$$r\gtreqqless r^* \Rightarrow \dot{r}\lesseqqgtr 0 \tag{66}$$

が成立し，Q 政策をとる限り r は r^* に収束していき，一度 $r=r^*$ になれば，以降これを維持していくことがわかる．部門構成を一定(r^*)に保つということは，各部門均等に成長することを意味するので，Q 政策は均等成長政策と呼ぶことができる．その後，$t\leqq T^*$ となる時点で，Q 政策から P 政策に転換するのである．

$r_0\geqq 1$ である時の最適政策 R について検討しよう．$r\geqq 1$ というのは，計画初期において消費財が比較的豊かで労働供給も豊富な状態を意味する．したがって，この場合の運動方程式は，ボトルネックモデルⅠと同じ(49)式となる．これを各部門別に表わせば，

$$\dot{Y}_1=s_1Y_1 \tag{67}$$

$$\dot{Y}_2=0 \tag{68}$$

R 政策をとった場合の部門構成 r の変化をみるために，(63)式に(67)，(68)式を代入して，

$$\dot{r}=\frac{0-r(s_1Y_1)}{Y_1}=-s_1r<0 \tag{69}$$

これより，R 政策をとるならば部門構成 r は減少していく．したがって，T が十分に長期であるならば，当初は $r\geqq 1$ であったものがいつかは $r<1$ となり，Q 政策に転換する．しかし T が長期でない場合は，$r<1$ となる以前に $t\leqq T^*$ となり R 政策に転換することもありうる．

以上を計画期間の長さに応じて3つに分ければ，ボトルネックモデルⅡの最適政策は次のようにまとめられる（図5参照）．

① $T\leqq T^*$ のとき，部門構成の初期状態が何であっても Y_2 の成長を全力ではかる(P政策)．

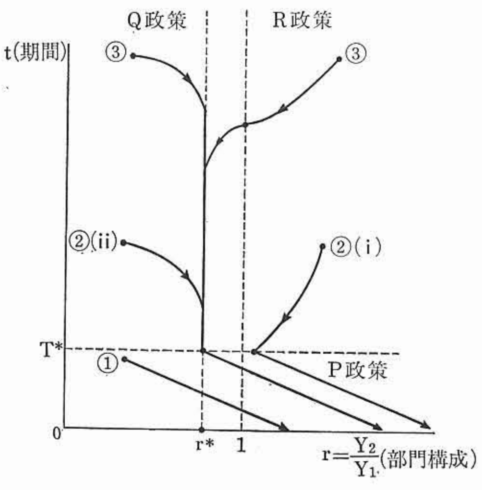
② $T>T^*$ のとき，(i) $r_0\geqq 1$ ならばまず全力で Y_1 の成長をはかる(R政策)．そして，$t\leqq T^*$ となったら Y_2 を全力で成長させる（P 政策）．(ii) $r_0<1$ ならば，均等成長をめざし両部門に投資し，$r=r^*$ となって以降 $t=T^*$ までは均等成長を持続させる(Q 政策)．$t\leqq T^*$ となったら Y_2 を全力で成長させる(P政策)．

③ $T>>T^*$（十分に長期のケース）のとき，$r_0\geqq 1$ ならば，まず全力で Y_1 の成長をはかる(R 政策)が，やがて $r<1$ となる以降は均等成長をめざし両部門に投資する(Q政策)．$r_0<1$ ならば最初から Q 政策をとる．$r=r^*$ となる以降は $t=T^*$ まで均等成長を続け，$t<T^*$になってから Y_2 を全力で成長させる(P政策)．

以上のことより，次の命題を導き出すことができる．

〔命題Ｂ２〕 計画期間を十分長期にとるならば，いかなる状態から出発しても，計画期

図 5



間の大部分を均等成長径路 ($r=r^*$) に沿って進み，計画終期に消費財部門に投資を集中するのが最適政策となる．

このことは，ボトルネックモデルIIがいわゆるターンパイク特性を有することを示している．

7，結　　語

DP における「ボトルネック」問題の手法を最適成長理論に応用することによって，次のことが明らかにされた．

(1) 優先的発展モデルにおいては労働力をはじめとする外部諸資源の制約がなく，経済には投資財のみが唯一の再生産可能なボトルネックとなっている．そこで，計画終期を除く大部分に渡って最大限重工業部門を成長させることによって，ボトルネックの制約を解消させていく戦略が最適径路となるわけである．

(2) それに対し均等発展モデルでは，消費財も賃金財として投入されることを仮定し，労働供給制約を考慮に入れることによって，経済には複数のボトルネックが存在することになり，成長過程はこれらのうち最も厳しい制約となる生産物により産出量が規定される．それゆえ，ボトルネックとなる部門にあわせた均等成長径路に沿って進むのが最適径路となるわけである．

(3) 投入産出構造からボトルネックモデルI, IIの特徴をとらえると，モデルIの場合は生産に必要とされるのは投資財のみであるので，分解可能な構造(マルクス的部門分割)といえる．一方，モデルIIでは，投資財ならびに消費財も生産に必要とされるので，分解不可能な構造といえる．したがって，最適径路の相違は，2部門モデルにおける投入産出構造が分解可能か分解不可能かという点から特徴づけることも可能である[13]．

(4) 現実の経済成長を考える場合，労働や外部諸資源に関する制約条件を十分に認識した上で計画を作成しなければならないことはいうまでもない．優先的発展論では，工業化初期には豊富な労働力が存在するので，労働に関するボトルネックを捨象することが正当化される．しかし，ボトルネックとなりうるのは労働だけでなく，エネルギー資源・貿易なども含まれ，これらは一般に工業化初期には厳しい制約と考えねばならない．

(5) 戦後のソ連・東欧諸国の成長過程をみると，労働力供給の制約が現実的になり，いわゆる内包的成長 (Intensive Growth) が求められていることは周知のことである．その際，この制約を無視して優先的発展径路をとるならば，それは (55) 式において賃金 w を引下げることにより労働供給を強制的に引き出すことによって制約をのりこえていると解釈することが可能である．したがって，優先的発展径路はこの場合，労働者に大きな負担をかける成長径路になるといわねばならない[14]．

以上より，社会主義経済における最適成長政策としては，均等発展モデルの方が望ましいといえるが，フェリドマンの提言した問題，すな

13) 一般にレオンチェフタイプのターンパイク定理では，投入係数行列・資本係数行列の分解不可能性が仮定されている．分解可能のもとでのターンパイク定理の興味ある検討としては，J. Móczár〔7〕参照．

14) M. Kalecky〔5〕でも，経済成長におけるボトルネック問題を重視して重工業優先的発展論批判の論拠としている．

わち技術進歩を考慮した場合最適径路はどのようになるのか，また現実のデータをあてはめた場合ターンパイク特性がどのようになるか，など均等発展モデルに残された問題も存在する[15]．特に重要な問題として，優先的発展モデルも均等発展モデルも，経済に存在するボトルネックに沿って最大限蓄積していく径路が最適となっているという点では同じであって，どちらも最適径路上では最大限供給状態が維持されている[16]．したがって，各部門が均等に成長するという意味では「バランス」成長ではあるが，それが一般的に望ましいという理由はなく，さらに広い視野からみて調和のとれた成長径路を探索していくことも必要となるであろう．

（横浜国立大学経済学部助教授）

《数学補注》

最適性の原理とは，「初期の状態と最初の決定が何であっても，残された決定は最初の決定から生じた状態に関して最適政策を構成しなければならない」というものである．

最適径路上で微小時間 ε が経過したと考える．すると最適性の原理より，新しい状態 $(Y_1(\varepsilon), Y_2(\varepsilon))$ から出発し，残り $T-\varepsilon$ 期間も最適政策を構成しなければならないので，

$$f(y_1, y_2, T)=\operatorname*{Max}_{\varepsilon} f(Y_1(\varepsilon), Y_2(\varepsilon), T-\varepsilon) \tag{70}$$

ここで，$\varepsilon \cong 0$ であるから右辺を展開して，

$$f(y_1, y_2, T)=\operatorname*{Max}_{\varepsilon}\left[f(y_1, y_2, T-\varepsilon) + \varepsilon\frac{\partial f}{\partial y_1}\dot{Y}_1+\varepsilon\frac{\partial f}{\partial y_2}\dot{Y}_2+o(\varepsilon)\right] \tag{71}$$

右辺第1項を移項して，

$$f(y_1, y_2, T)-f(y_1, y_2, T-\varepsilon) =\operatorname*{Max}_{\varepsilon}\left[\varepsilon\frac{\partial f}{\partial y_1}\dot{Y}_1+\varepsilon\frac{\partial f}{\partial y_2}\dot{Y}_2+o(\varepsilon)\right] \tag{72}$$

ここで，$\varepsilon\to 0$ の時，$o(\varepsilon)\to 0$ であるから，

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(y_1, y_2, T)-f(y_1, y_2, T-\varepsilon)}{\varepsilon} =\operatorname*{Max}_{\varepsilon}\left[\frac{\partial f}{\partial y_1}\dot{Y}_1+\frac{\partial f}{\partial y_2}\dot{Y}_2\right]$$

ここに，(18)，(19) を代入して，

$$\frac{\partial f}{\partial T}=\operatorname{Max}\left[s_1\frac{\partial f}{\partial y_1}\dot{K}_1+s_2\frac{\partial f}{\partial y_2}\dot{K}_2\right]$$

15)　社会主義経済における技術進歩に伴う重工業の優先的発展論についての批判的検討は，拙稿〔22〕を参照．

16)　この点を強調するのが，J. Kornai〔9〕であり，優先的発展径路だけでなく，ターンパイク径路も「突撃型成長 (rush growth)」と特徴づけて批判している．

参考文献

〔1〕 R. Bellman, "Bottleneck Problems, Functional Equations, and Dynamic Programming", *Econometrica*, 1957.

〔2〕 A. S, Bhalla, "From Fel'dman to Mahalanobis in Economic Planning", *Kyklos*, 1956.

〔3〕 S. Bose, "Optimal Growth and Investment Allocation", *Review of Economic Studies*, (October 1968).

〔4〕 E. D. Domar, *Essays in the Theory of Economic Growth*, N. Y. Oxford UP, 1957.

〔5〕 M. Kalecky, "The Marxian Equations of Reproduction and Modern Economics", *Social Science Information* 7/6 (1966).

〔6〕 J. Kornai, *Rush versus Harmonic Growth*, North Holland, 1972.

〔7〕 J. Móczár, "Extension of Decomposability in Linear Models of the Economy", (in Hungarians), *Szigma* 1/2, 1980.

〔8〕 N. Spulber (ed.), *Foundation of Soviet Strategy for Economic Growth, Selected Soviet Essays* 1924-1930. Indiana UP, 1964.

〔9〕 L. Stoleru, "An Optimal Policy For Economic Growth", *Econometrica* 33, 1965.

〔10〕 В. С. Дадаян, *Экономико-Мотематическое Моделиравание социалисмоческого воспроизводства*, Экономика, Москва, 1963, 〔宮鍋，望月訳『経済計画と再生産モデル』(1968, 新評論).

〔11〕 В. С. Дадаян (ред.), *Моделирование народнохозяйственных процессов*, Москва, 1973.

〔12〕 Г. А. Фельдман, "К теории темпов наро-

доного дохода", *Прановое Хозяйство* 11,1928.
〔13〕 岡稔「重工業の優先的発展とはどういうことか」『経済評論』7/9 (1958.9).
〔14〕 片野彦二『経済計画と最適成長』(1969, 千倉書房).
〔15〕 北川敏夫編『ダイナミックプログラミング』日科技連報文シリーズ №.1, 1962.
〔16〕 久保庭真彰「社会主義経済の動学的多部門モデル」,『経済研究』33/1 (1982.1).
〔17〕 久保庭真彰「ソ連経済のターンパイク径路と最適経路」,『経済研究』34/3 (1983.6).
〔18〕 坂口　実『動的計画法』(1968, 至文堂).
〔19〕 栖原　学『ソ連過渡期経済論序説』(1979, 時潮社).
〔20〕 高島　忠『経済変動と技術革新』(1981, 税務経理協会).
〔21〕 長砂　實「社会的生産の第1部門と第2部門の相互関係について」,『関西大学商学論集』17/4 (1972).
〔22〕 長谷部勇一「再生産表式分析と剰余価値率」,『一橋研究』7/2 (1982.7).