

## 学位論文及び審査結果の要旨

横浜国立大学

氏名	Morteza Hasanvand
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	環情博甲第543号
学位授与年月日	令和5年12月31日
学位授与の根拠	学位規則(昭和28年4月1日文科省令第9号)第4条第1項及び横浜国立大学学位規則第5条第1項
学府・専攻名	環境情報学府 情報環境専攻
学位論文題目	Coloring of planar graphs and its relations to hypergraph coloring
論文審査委員	主査 横浜国立大学 准教授 小関 健太 横浜国立大学 教授 野間 淳 横浜国立大学 教授 中本 敦浩 横浜国立大学 准教授 瀬川 悦生 横浜国立大学 准教授 白川 真一

## 論文及び審査結果の要旨

グラフの彩色は、電波割り当て問題などの応用があることから、グラフ理論において多くの研究がなされてきた。特に、平面グラフの彩色は、四色定理に代表されるように重要な研究対象であり、その解決の後も、関連する彩色の問題が盛んに研究されている。Hasanvand 氏の学位論文の主題も、この彩色に関するものである。

本学位論文は Introduction と全2章で構成されている。Introduction では本学位論文のモチベーションについて、背景となっている先行研究や本分野の現状が詳しく説明されている。第1章と第2章では Hasanvand 氏の研究について述べられている。

第1章では、3-Distance Coloring of Planar Graphs (平面的グラフの3-距離彩色) という題目で、3-距離彩色についての研究成果が述べられている。グラフの通常の彩色は、隣接する2頂点に異なる色を与える写像として定義されるが、その条件を拡張し、距離が  $k$  以下の2頂点に異なる色を与える写像を  $k$ -距離彩色という。四色定理の拡張として、近年、特に2-距離彩色について多くの研究がなされているが、Hasanvand 氏はそれらを3-距離彩色にした際の考察を本章で行っている。最大次数が  $\Delta$  の平面的グラフは  $144\Delta$  色での3-距離彩色を持つことが Agnarsson と Halldorsson によって2003年に示されていたが、これを  $(6+o(1))\Delta$  色で十分であると大きく改良している。また、最大次数が3以下の平面的グラフは、17色での3-距離彩色を持つことも示しており、これは、対象のグラフ族に、自明でない上界を初めて与えた重要な結果となっている。これらは平面グラフの3-距離彩色に新しい研究を与えるものである。

第2章では、Complete Coloring of Hypergraphs (超グラフの完全彩色) という題目で、特に平面の三角形分割から得られる超グラフの完全彩色についての成果が述べられている。平面の三角形分割  $G$  に対し、各三角形面をその面に属する3頂点からなる超辺とみなした超グラフを、 $G$  の面超グラフとよぶ。また、超グラフの頂点の彩色で、色の任意の3つ組がある超辺に現れているとき、その彩色を完全彩色とよぶ。超グラフや三角形分割の面超グラフの完全彩色については、Edwards と Rzazewski、および Matsumoto と Ohno らが2020年にそれぞれ独自に研究を行い、特に完全彩色が存在する色数の分布において、数々の予想を提案していた。本章では、それらの予想に対し反例を与えることで解決している。それらの反例は巧妙に構築され、完全彩色についての新たな知見を与えるものであり、また、いくつもの予想を解決したこともあり、Hasanvand 氏の当該分野への貢献度は高いものである。

以上のように，本論文では，平面的グラフにおけるいくつかの彩色問題について，独自の観点・手法により多角的に研究し，研究成果を高い完成度でまとめたものである．本論文を構成する主要な研究成果は，査読付論文誌に受理済の論文 2 編によって公表されており，高い評価を受けている．

これらより，Morteza Hasanvand 氏が最終試験に合格であると，審査委員全員一致で判定した．

注 論文及び審査結果の要旨欄に不足が生じる場合には、同欄の様式に準じ裏面又は別紙によること。