

学位論文及び審査結果の要旨

氏 名 石川 彩香

学位の種類 博士(理学)

学位記番号 理工博甲第60号

学位授与年月日 令和4年9月16日

学位授与の根拠 学位規則(昭和28年4月1日文部省令第9号)第4条第1項及び横浜国立大学学位規則第5条第1項

学府・専攻名 理工学府・数物・電子情報系理工学専攻

学位論文題目 量子ウォークに対応するグラフゼータの伊原表示について

論文審査委員	主査	横浜国立大学	教授	今野 紀雄
		横浜国立大学	教授	梶原 健
		横浜国立大学	教授	黒木 学
		横浜国立大学	准教授	竹居 正登
		横浜国立大学	准教授	本田 淳史

論文及び審査結果の要旨

本論文では、Szegedy ウォークに対応するグラフゼータを定義し、その伊原表示を与えることで、今野-佐藤の定理の拡張を行う。

グラフゼータとは、セルバーグゼータのグラフに対する類似であり、その研究は大きく分けて「グラフゼータの表示」と「他分野への応用」に二分される。表題にある「伊原表示」はグラフゼータが持つ行列式表示であり、他にも指数表示、オイラー表示、橋本表示が存在する。近年、グラフゼータは常に伊原表示以外の三種の表示を持つことが示されたが、伊原表示については未だ十分条件すら不明である。そのため、グラフゼータの表示については、様々なグラフゼータを定義して、その三種の表示から伊原表示へ変形できるかの議論が主に行われている。特に、伊原表示への変形が可能なグラフゼータは、量子ウォークなど他分野への応用にも用いられている。

ランダムウォークの量子版である量子ウォークに対するグラフゼータの研究は、今野-佐藤の定理が起点になっている。この定理は、有限単純グラフ上の、量子ウォークの基本的なモデルの一つである Grover ウォークの遷移行列の特性多項式を与えた。しかし、今野-佐藤

の定理の **Szegedy** ウォークに対する拡張は考えられていなかった。その原因は、**Szegedy** ウォークの遷移行列に対応するような辺行列を持つグラフゼータが定義されていないことにある。

上記の状況のもと、本論文では **Szegedy** ウォークに対応するグラフゼータを、多重アークや多重ループをともに許す「一般の有限有向グラフ」上で定義し、伊原表示の導出を行なった。さらに、グラフを「単純グラフに対する対称有向グラフ」に制限することにより、**Szegedy** ウォークに対する今野-佐藤の定理の拡張が得られた。ただし、「一般の有限有向グラフ」と「単純グラフに対する対称有向グラフ」のそれぞれに対する伊原表示を構成する行列には差異が生じる。その原因は、二種のグラフに対して、それぞれ伊原表示を導出するのに必要な逆アークの定義が異なる点にある。実際、「対称有向グラフ」の場合、任意のアークに対して逆アークが一意に定まる。一方、「一般の有限有向グラフ」では、任意のアークに対し逆向きのアーク全てを逆アークと定める。このように、逆アークが一意に定まるか否かの差から、伊原表示に差異が生じることが特定できた。

以上のように、本論文は博士（理学）として十分価値があるものとして認められる。