

# 博士論文

船型パラメータが波浪中船体運動/波浪荷重に及ぼす  
影響に関する研究  
—新しい数学船型の提案と波浪中応答の理論的考察—

Study on the effect of hull-form parameter for ship response in waves  
- Proposal of new mathematical hull-form and theoretical consideration on ship  
response in waves -

横浜国立大学大学院

工学府

システム統合工学専攻

海洋宇宙システム工学コース

松井 貞興

Matsui Sadaoki

2021年9月



# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>緒論</b> .....	<b>1</b>
1.1	波浪中船体応答の推定法の沿革.....	1
1.2	構造設計における波浪荷重推定の現状.....	2
1.3	波浪荷重の簡易推定法.....	2
1.4	研究の目的と構成.....	4
<b>第 2 章</b>	<b>波浪荷重推定のための数学船型の開発</b> .....	<b>5</b>
2.1	緒言.....	5
2.2	座標系と船型パラメータの定義.....	6
2.3	Modified Wigley 船型.....	7
2.4	新しい数学船型.....	8
2.5	波浪中応答の比較による適用性の検証.....	12
2.6	独立な無次元船型パラメータおよびそのヒストグラム.....	15
2.7	結言.....	18
<b>第 3 章</b>	<b>流体力に対する支配的要因の抽出と簡易推定式の開発</b> .....	<b>19</b>
3.1	緒言.....	19
3.2	復原力係数.....	20
3.2.1	縦運動の復原力係数.....	20
3.2.2	Roll の復原力係数.....	23
3.3	Froude-Krylov 力.....	27
3.3.1	Surge.....	28
3.3.2	Heave および pitch.....	30
3.3.3	Sway および yaw.....	35
3.3.4	Roll.....	38
3.4	付加質量および造波減衰力係数.....	43
3.4.1	Heave および pitch の付加質量.....	43
3.4.2	Heave および pitch の減衰力係数.....	46
3.4.3	Roll の付加質量.....	49
3.5	Scattering 流体力.....	56
3.6	結言.....	60
<b>第 4 章</b>	<b>規則波中の船体応答に対する船型影響と簡易推定式の開発</b> .....	<b>62</b>
4.1	緒言.....	62
4.2	運動の特性と簡易算式.....	63

4.2.1	Surge .....	63
4.2.2	Pitch .....	69
4.2.3	Heave .....	78
4.2.4	Roll および sway, yaw .....	92
4.3	垂直曲げモーメントの特性 .....	101
4.3.1	各成分間の相殺関係.....	102
4.3.2	船速がゼロかつ長手方向に均一な船体の場合の理論的検討.....	104
4.3.3	数学船型を用いた船型影響の検討.....	105
4.3.4	応答関数のピーク値の簡易推定式.....	107
4.3.5	垂直曲げモーメントのまとめ .....	109
4.4	結言.....	109
<b>第 5 章</b>	<b>波浪荷重の長期予測値に対する船型影響と簡易推定式の開発.....</b>	<b>112</b>
5.1	緒言.....	112
5.2	長期予測の計算法.....	113
5.3	長期予測値の応答関数との対応関係.....	115
5.3.1	近似計算法の基本的な考え方.....	115
5.3.2	長期予測値の近似式と近似誤差の傾向の確認.....	116
5.3.3	等価最大波高の構成要素と主要な因子.....	121
5.4	長期予測値に対する船型影響.....	123
5.4.1	Surge 加速度 .....	123
5.4.2	Pitch .....	126
5.4.3	Heave 加速度.....	129
5.4.4	Roll .....	134
5.4.5	垂直曲げモーメント.....	137
5.5	結言.....	143
<b>第 6 章</b>	<b>結論.....</b>	<b>145</b>
6.1	本研究で得られた成果.....	145
6.2	構造設計に対して期待される効果.....	146
6.3	将来の検討課題.....	147
<b>参考文献</b>	<b>.....</b>	<b>149</b>
<b>謝辞</b>	<b>.....</b>	<b>155</b>
<b>本研究に関連した発表論文</b>	<b>.....</b>	<b>156</b>
<b>付録 A 浪中船体応答の計算法</b>	<b>.....</b>	<b>157</b>
A.1	緒言 .....	157
A.2	船体運動方程式.....	159
A.2.1	座標系および入射波の定義.....	159

A.2.2	運動方程式 .....	160
A.2.3	変動圧力および速度ポテンシャルの定義 .....	162
A.2.4	Radiation/scattering 速度ポテンシャルの境界値問題.....	163
A.2.5	流体力成分ならびに流体力係数の定式化 .....	164
A.3	ハルガーダ断面力.....	172
A.3.1	ハルガーダ断面力の定義.....	172
A.3.2	慣性力成分並びに変動重力成分 .....	174
A.3.3	流体力成分ならびに流体力係数の定義 .....	175
A.3.4	静水中の垂直断面力と波浪中の水平断面力.....	178
A.4	ストリップ法の radiation/scattering 流体力の定式化.....	179
A.4.1	ストリップ法の radiation/scattering 速度ポテンシャルの境界値問題 .....	179
A.4.2	Radiation 流体力係数 .....	180
A.4.3	Scattering 流体力 .....	181
A.4.5	Radiation 流体力係数を用いた scattering 流体力の近似 .....	182
<b>付録 B</b>	<b>提案船型の表示式の導出 .....</b>	<b>184</b>
B.1	冪指数の一般化 .....	184
B.2	水線面二次モーメントに関する形状パラメータの導入.....	186
B.3	前後非対称パラメータの導入 .....	187
B.4	提案船型の浮心深さとメタセンタ半径.....	189
<b>付録 C</b>	<b>長波長域における波浪強制力の漸近値 .....</b>	<b>190</b>
C.1	Froude-Krylov 力の漸近値 .....	190
C.2	Scattering 流体力の漸近値.....	191

## 目次

Fig. 2.1	Definition of coordinate system.....	7
Fig. 2.2	Body plans of the original Wigley hull-form and two modified Wigley hull-forms.....	8
Fig. 2.3	Flowchart for the generating process of the proposed hull-form. ....	9
Fig. 2.4	Schema of stretching the waterplane shape along the $\xi$ axis on the fore part to change $C2wf$ without changing $Cwf$ .....	11
Fig. 2.5	Change in the waterplane shape by changing $\beta$ without changing $Cw, Cw2$ , and LCF. The shaded area is the actual hull-form. ....	11
Fig. 2.6	Comparison of LCF/L and LCB/L between the target value and the value of the generated hull-form using the approximation formulae (2.4.10) and (2.4.11) for 154 ships. The hull-form parameters are set to the same values as those of 154 actual merchant ships. ....	11
Fig. 2.7	Comparison of the hull-form under the waterline between the actual ship (above) and the proposed mathematical hull-form (below) of the bulk carrier (left) and container ship (right). ....	12
Fig. 2.8	Comparison of the vertical motion (left), vertical bending moment amidship (middle), and vertical shear force at station 7.5 (right) in the head sea between a real ship, the proposed hull-form, and the proposed hull-form that was not stretched by $\alpha$ , in regard to the bulk carrier (top) and the container ship (bottom). ....	13
Fig. 2.9	Comparison of the lateral motion (left), horizontal bending moment amidship (middle left), horizontal shear force at station 7.5 (middle right), and torsional moment at station 7.5 (right) in the quartering sea between a real ship, the proposed hull-form, and the proposed hull-form that was not stretched by $\alpha$ , in regard to the bulk carrier (top) and the container ship (bottom). ....	13
Fig. 2.10	Comparison of the maximum value of pitch angle, vertical bending moment amidship, and vertical shear force at station 7.5 in head sea (left), and horizontal bending moment amidship, horizontal shear force at station 7.5, and torsional moment at station 7.5 in quartering sea (right) among real ships and Matsui hull forms.....	14
Fig. 2.11	Relationship between $Cw$ and $Cw2$ (left), and $Cw$ and $Cw2'$ (right) of actual 154 ships.....	15
Fig. 2.12	Schema of the change in the waterplane by changing $Cw$ without changing $C2w'$ .....	16
Fig. 2.13	Histogram of the principal parameters for the actual 154 merchant ships.....	16
Fig. 3.1	Comparison of $12C55$ and $Cw2, Cw2G$ . ....	21
Fig. 3.2	Distribution of $BwRec, BwTra$ and $BwPow$ .....	22
Fig. 3.3	Comparison of $Cw2, Cw2G$ between the approximated formulas and actual ship's value. ....	22
Fig. 3.4	Comparison of $C55$ between the proposed formula and actual ship's value. ....	23
Fig. 3.5	Positional relationship of metacenter M, center of gravity G, center of buoyancy B and keel K. ....	24
Fig. 3.6	Comparison of $KB/d$ between simplified formulae and actual ship's value.....	25
Fig. 3.7	Comparison of $Cw2x$ between simplified formulae and actual ship's value.....	26

Fig. 3.8	Comparison of $C44$ (left) as well as $GM/B$ (right) between proposed formula and actual ship's value. .26
Fig. 3.9	Comparison of $E1FK$ between proposed formula and numerical calculation for target ships. ....29
Fig. 3.10	Hull-form approximation for simplifying $E1FK$ .....30
Fig. 3.11	Hull-form approximation for simplifying $E3FK$ and $E5FK$ .....32
Fig. 3.12	Comparison of $E3FK$ between proposed formula and numerical calculation for target ships. ....33
Fig. 3.13	Comparison of $E5FK$ between proposed formula and numerical calculation for target ships. ....34
Fig. 3.14	Comparison of $E2FK$ between proposed formula and numerical calculation for target ships. ....36
Fig. 3.15	Comparison of $E6FK$ between proposed formula and numerical calculation for target ships. ....37
Fig. 3.16	Hull-form approximation for simplifying $E2FK$ and $E6FK$ .....38
Fig. 3.17	Hull-form approximation for simplifying $E4FK$ .....40
Fig. 3.18	Comparison of $E4FK$ between proposed formula and numerical calculation for target ships. ....41
Fig. 3.19	Comparison of $E4FK$ between proposed formula (3.3.51) and numerical calculation for target ships in beam sea. ....42
Fig. 3.20	Normalized heave added mass of high frequency $a_{33\infty}/(\rho\pi b^2/2)$ of a rectangular and Lewis- Forms.....44
Fig. 3.21	Normalized heave added mass $a_{33}/(\rho\pi b^2/2)$ of rectangular and ellipse section against $Kb$ .....44
Fig. 3.22	Comparison of added masses $A_{33}$ (left) and $A_{55}$ (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (0kt). ....45
Fig. 3.23	Normalized heave damping coefficient $b_{33}/\rho B^2\omega e$ of rectangular and ellipse section and source method against $Kb$ .....47
Fig. 3.24	Normalized heave damping coefficient $b_{33}/(\rho B^2\omega e)$ against $d/b$ (left) and $d\sigma^2/b$ (right).....47
Fig. 3.25	Comparison of damping coefficient $Kb_{33}/\rho B\omega e$ without $fb_{33}$ (left) and considering $fb_{33}$ (right) between the proposed formula and the results of 2D-BEM calculation for rectangular sections ( $B/d = 0.1\sim 0.5$ ).....48
Fig. 3.26	Comparison of damping force coefficients $B_{33}$ (left) and $B_{55}$ (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (0kt).....49
Fig. 3.27	Normalized roll added mass of high frequency of Lewis-Forms. Left: $a_{44\infty}/(\pi\rho b^4/16)$ against $d/b$ , right: $a_{44\infty}/(\pi\rho d^4/16)$ against $b/d$ . ....51
Fig. 3.28	Normalized roll added mass of low frequency of Lewis-Forms. Left: $a_{440}/(\rho b^4/\pi)$ against $d/b$ , right: $a_{440}/(\rho b d^4/\pi)$ against $b/d$ . ....51
Fig. 3.29	Normalized roll added mass $a_{33}/(\rho b^4/\pi)$ of rectangular and ellipse section against $Kb$ .....52
Fig. 3.30	Comparison of $24Cw^4/Cw + 12Cw + 13Cw + 1$ and $Cw^{2.25}$ .....52
Fig. 3.31	Tendency of the ratio of roll added mass $A_{330}$ obtained by calculation and formula $\rho B^4 L C w^{2.25}/16\pi$ against $d/B$ for actual 154 ships.....53
Fig. 3.32	Schema of $A_{44}$ of rectangular $B \times d$ approximated by $A_{440}$ of rectangular $B \times KG$ .....54
Fig. 3.33	Tendency of the ratio of roll added mass $A_{330}$ obtained by calculation and formula $\rho B^4 L C w^{2.25}/16\pi$ against $d/B$ for actual 154 ships.....54
Fig. 3.34	Comparison of $A_{44}/\rho B^4$ between proposed formula and numerical calculation. ....55
Fig. 3.35	Comparison of $\lambda/B$ which minimize $C44 - A44 - M44$ between proposed formula of $A_{44}$ and

	numerical calculation.....	55
Fig. 3.36	Comparison of scattering force $\Re E3S$ (left) and $\Im E3S$ (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (5kt). .....	57
Fig. 3.37	Comparison of scattering force $\Re E5S$ (left) and $\Im E5S$ (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (5kt). .....	58
Fig. 3.38	Comparison of scattering force $\Re E3S$ (left) and $\Im E3S$ (right) between the proposed formula and 3D-Panel method in beam sea. ....	59
Fig. 4.1	Comparison of RAO of surge motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left), oblique sea (middle) and following sea (right) in the case of 5knot....	65
Fig. 4.2	Comparison of RAO of surge motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left) and following sea (right) in the case of 20knot. ....	65
Fig. 4.3	Comparison of surge amplitude for actual 154 ships between exact 3-DOF model (horizontal axis) and simplified model which considers Froude-Krylov force and inertia force (vertical axis) in the case of 5knot. ....	66
Fig. 4.4	Comparison of surge amplitude of actual 154 ships between calculated value (horizontal axis) and proposed simplified formula (vertical axis) in the case of 5kt.....	66
Fig. 4.5	Comparison of peak value of RAO of surge acceleration in head sea between approximated formulae and calculated value for 154 actual ships. (left: non-dim., right: degree).....	67
Fig. 4.6	Comparison of the sensitivity factor of surge in head sea. ....	68
Fig. 4.7	Comparison of the sensitivity factor of surge in following sea. ....	69
Fig. 4.8	Comparison of RAO of pitch motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left), oblique sea (middle) and following sea (right) in the case of 5knot....	71
Fig. 4.9	Comparison of RAO of pitch motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left) and following sea (right) in the case of 20knot. ....	71
Fig. 4.10	Comparison of pitch amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model (horizontal axis) and 1-DOF model (vertical axis) in the case of 5knot. ....	72
Fig. 4.11	Comparison of pitch amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model (horizontal axis) and FK/M+C model (vertical axis) in the case of 5knot. ....	72
Fig. 4.12	Comparison of pitch amplitude of actual 154 ships between numerical calculation and proposed formula in the case of 0knot (above) and 5knot (below). ....	74
Fig. 4.13	Comparison of peak value of RAO of pitch angle in head sea between approximated formulae and calculated value for 154 actual ships. (left: non-dim., right: degree) .....	74
Fig. 4.14	Comparison of the sensitivity factor of pitch in head sea. ....	76
Fig. 4.15	Comparison of the sensitivity factor of pitch in oblique sea.....	76
Fig. 4.16	Change of heave-RAO in full-loading condition, head sea, $F_n=0.05$ with changing $C_b$ , $C_w$ , $\kappa_{yy}/L$ . Top: RAO, middle: reciprocal of the denominator of RAO, bottom: the numerator of RAO. Vertical dashed line means resonance frequency. ....	77
Fig. 4.17	Comparison of RAO of heave motion for bulk carrier in ballast loading condition and full loading condition among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in 5knot. ....	80

Fig. 4.18	Comparison of denominator and numerator of heave-RAO for bulk carrier in full loading condition (left) and ballast loading condition (right) among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in 5knot. ....	80
Fig. 4.19	Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model and 1-DOF model in 5knot. ....	80
Fig. 4.20	Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model at LCG (left) and LCF (right) and 1-DOF model in the case of 0knot. ....	82
Fig. 4.21	Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model at LCG (left) and LCF (right) and 1-DOF model in the case of 5knot. ....	83
Fig. 4.22	Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model and 1-DOF+ImX5 model in 5knot. ....	84
Fig. 4.23	Comparison of the coefficient of the pitch-interaction term of 154 ships between the value obtained by calculation and approximated formula in the case of head sea, $F_n = 0, 0.05, 0.1$ , and $\lambda/L = 1$ . ....	85
Fig. 4.24	Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model at LCG (left) and LCF (right) and 1-DOF model in the case of 5knot. ....	86
Fig. 4.25	Comparison of heave amplitude (left), phase (middle) and wave length (right) where heave is maximized in beam sea of actual 154 ships between numerical calculation and proposed formula. ....	88
Fig. 4.26	Peak value of non-dimensional heave acceleration $X_{3pk}$ and peak wave-length $\lambda_{pk}/B$ against $dC_{vp2}/B$ for 154 ships. ....	88
Fig. 4.27	Comparison of the sensitivity factor of heave in head sea. ....	90
Fig. 4.28	Comparison of the sensitivity factor of heave in beam sea. ....	90
Fig. 4.29	Change of heave-RAO in full-loading (left) and ballast-loading (right) condition, head sea, $F_n=0.05$ with changing $C_b, C_w, (LCF - LCG)/L$ . Top: RAO, middle: reciprocal of the denominator of RAO, bottom: the numerator of RAO. Vertical dashed lines mean resonance frequency. ....	91
Fig. 4.30	Comparison of RAO of roll motion in beam sea for container ship (left) and ore carrier (right) among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF and Tasai model. ....	94
Fig. 4.31	Comparison of the peak amplitude (left) and peak wave length (right) of roll-RAO in beam sea for 154 actual ships among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF and Tasai model. ....	95
Fig. 4.32	The ratio of roll amplitude by Tasai model and 3-DOF model $f_{X4}$ in beam sea for 154 ships. ....	96
Fig. 4.33	Comparison of peak of roll amplitude and peak wave length in beam sea between proposed formula and numerical calculation for 154 ships. ( $\zeta a = 1m, N = 0.02[1/deg]$ ) ....	99
Fig. 4.34	Comparison of roll-RAO of ore carrier (left) and cement carrier (right) in beam sea between proposed formula and numerical calculation. ( $\zeta a = 1m, N = 0.02[1/deg]$ ) ....	100
Fig. 4.35	Tendency of peak value of roll amplitude against peak wave length for 154 ships and approximated formula (4.2.77). ( $\zeta a = 1m, N = 0.02[1/deg]$ ) ....	100
Fig. 4.36	RAO of VBM amidship in head sea in $F_n=0.05$ , full-loading condition. ....	102
Fig. 4.37	Frequency function of the sum of the radiation and scattering fluid force components of VBM amidship in head sea for full loading condition. ....	103
Fig. 4.38	Frequency functions of Froude-Krylov force comp. of VBM (left-top), inertia force comp. of VBM	

	(right-top), restoring force comp. of VBM (left-bottom), and the sum of the three comp. of VBM (right-bottom) amidship, in head sea, $F_n=0.05$ , full-loading condition. ....	103
Fig. 4.39	Frequency functions of wave exciting force comp. of VBM (left) and motion-induced force comp. of VBM (right) amidship, in head sea, $F_n=0.05$ , full-loading condition.....	104
Fig. 4.40	Comparison of the sensitivity factor of VBM amidship in head sea, $\lambda/L = 1$ .....	106
Fig. 4.41	Change of RAO of VBM amidship in full-loading (left) and ballast-loading (right) condition, head sea, $F_n=0.05$ with changing $C_b$ , $C_w$ , $(LCF - LCG)/L$ .....	107
Fig. 4.42	Change of VBM distribution in full-loading (left) and ballast-loading (right) condition, head sea, $F_n=0.05$ , $\lambda/L = 1$ with changing $C_b$ , $C_w$ , $(LCF - LCG)/L$ , $LCF/L$ .....	107
Fig. 4.43	Tendency of the peak value of RAO of VBM $\mathcal{F}_5$ in head sea against $C_{55}$ for 154 ships. (left: $F_n=0.0$ , right: $F_n=0.1$ ).....	108
Fig. 4.44	Comparison of peak value of RAO of non-dimensional VBM in head sea between approximated formulae and calculated value for 154 actual ships. ....	108
Fig. 5.1	Probarbility of sea-states in the North Atrantic by IACS Rec. 34. ....	114
Fig. 5.2	Ratio of the ship response in waves of 10 – 8-level and 1/NMSS-level in the most severe sea-state for the 38 ships (full/ballast $\times$ 19 scales). ....	117
Fig. 5.3	Probarbility of sea-states in the North Atrantic by IACS Rec. 34 and the approximated curve which satisfies $p_{Hs}, T_z = 10 - 5$ (solid line).....	118
Fig. 5.4	Ratio of the ship response in waves of 10 – 8-level and 10 – 3-level in the most severe sea-state of which probability of occurrence is 10 – 5 for the 38 ships (full/ballast $\times$ 19 scales). ....	118
Fig. 5.5	Tendency of $CT$ against $T_zBSR$ and approximated curve.....	120
Fig. 5.6	Examples of the RAO of heave (above) and heave acceleration (below).....	120
Fig. 5.7	Tendency of equivalent maximum wave height $H_{wLTP}$ against $T_zBSR$ for the vertical responses for the 38 ships (full/ballast $\times$ 19 scales).....	122
Fig. 5.8	Tendency of $H_{wLTP}$ against $T_zBSR$ for the lateral responses for the 38 ships (full/ballast $\times$ 19 scales). ....	122
Fig. 5.9	RAO of surge acceleration [G] in $F_n = 0.052$ , full loading condition. ....	123
Fig. 5.10	Tendency of $H_{wLTP}$ against $T_zBSR$ of surge acceleration.....	124
Fig. 5.11	RAO of surge acceleration $X_1$ (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea for 154 ships.....	124
Fig. 5.12	Correlation of peak value of RAO in head sea and $10^{-8}$ -level of surge acceleration [G].....	126
Fig. 5.13	Tendency of peak value of RAO of surge acceleration $X_{1pk}$ against $dC_m/L$ and $C_p$ for 154 ships. ....	126
Fig. 5.14	RAO of pitch angle [deg] in $F_n = 0.052$ , full loading condition. ....	127
Fig. 5.15	Tendency of $H_{wLTP}$ against $T_zBSR$ of pitch angle for 154 ships. ....	128
Fig. 5.16	RAO of pitch angle $X_5$ (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea for 154 ships. ....	128
Fig. 5.17	Correspondence of $10^{-8}$ -level and peak value of RAO of pitch angle in head sea [deg]. ....	128
Fig. 5.18	Comparison of peak value of RAO in head sea and $10^{-8}$ -level of pitch angle [deg].....	129

Fig. 5.19	RAO of heave acceleration [G] in $Fn = 0.052$ , full loading condition. ....	130
Fig. 5.20	Tendency of $HwLTP$ against $TzBSR$ of heave acceleration for 154 ships. ....	130
Fig. 5.21	RAO of heave acceleration $X3$ (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in beam sea for 154 ships. ....	131
Fig. 5.22	Tendency of $HwLTP$ [m] against $TzBSR$ [s] and $dCvp2/B$ for 154 hull-forms $\times$ 10 scales (L=50, 100, ..., 500m). ....	131
Fig. 5.23	Tendency of $10^{-8}$ level of heave acc. against $B$ and $dCvp2/B$ for 154 hull-forms $\times$ 10 scales (L=50, 100, ..., 500m). ....	133
Fig. 5.24	Tendency of $10^{-8}$ level of heave acc. against $dCvp2/B$ for 154 ships which are scaled $B = 10m$ and $B = 60m$ . (left: 5knot, right: 0knot). ....	133
Fig. 5.25	Most severe sea state of heave acceleration for each scale (L=50, 100, ..., 500m). ....	134
Fig. 5.26	RAO of roll angle in $Fn = 0.052$ , full loading condition. ....	134
Fig. 5.27	Tendency of $HwLTP$ against $TzBSR$ of roll angle for 154 ships. ....	135
Fig. 5.28	RAO of roll angle $X4$ (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in beam sea for 154 ships. ....	135
Fig. 5.29	Tendency of $HwLTP$ [m] of roll angle against $TzBSR$ [s] and $C44$ for 154 hull-forms $\times$ 10 scales (L=50, 100, ..., 500m). ....	136
Fig. 5.30	Tendency of $10^{-8}$ -level of roll angle against $\lambda pk$ and $C44$ for 154 hull-forms $\times$ 10 scales (L=50, 100, ..., 500m). ....	137
Fig. 5.31	Tendency of $10^{-8}$ -level of roll angle against $B$ and $C44$ for 154 hull-forms $\times$ 10 scales (L=50, 100, ..., 500m). ....	137
Fig. 5.32	RAO of roll angle in $Fn = 0.052$ , full loading condition. ....	138
Fig. 5.33	RAO of VBM at midship $\mathcal{F}5xM$ (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea and 0 knot for 154 ships. ....	139
Fig. 5.34	RAO of VBM at midship $\mathcal{F}5xM$ (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea and 5 knot for 154 ships. ....	139
Fig. 5.35	Comparison of peak value of RAO (left) and $10^{-8}$ -level (right) of VBM at midship between the results of 0knot and 5knot for 154 ships. ....	139
Fig. 5.36	Tendency of $HwLTP$ against $TzBSR$ of VMB amidship for 154 ships in 0knot. ....	140
Fig. 5.37	Correspondence of $\mathcal{F}5Q = 10 - 8/\rho gBL$ and $L\mathcal{F}5pk$ amidship in 0 knot for 154 ships. ....	141
Fig. 5.38	Comparison of calculated value and proposed formula (left: simplified formula of $\mathcal{F}5pk_{Fn=0}$ was applied, right: calculated value of $\mathcal{F}5pk_{Fn=0}$ were applied) of $10^{-8}$ -level of VBM amidship $\mathcal{F}5Q = 10 - 8/\rho gBL$ in 5knot for 154 ships. ....	142
Fig. A.1	Definition of coordinate system. ....	160
Fig. A.2	Definition of motion. ....	162
Fig. A.3	Definition of $CFH, CHx1, CHx2$ and $SHx1 \leq x \leq x2$ . ....	172
Fig. A.4	Definition of hull-girder sectional force. ....	174
Fig. B.1	Relationship between $S$ and $Cb/Cm$ when using Eq.(B.1.11) and Eq.(B.1.12). ....	185

## 表 目次

Table 2.1	Main parameters of the target ships.....	12
Table 2.2	Average and standard deviation of the principal parameters calculated for 154 merchant ships.....	17
Table 5.1	Explanation of the terms with respect to statistical analysis.....	114

# 第 1 章 緒論

## 1.1 波浪中船体応答の推定法の沿革

波浪中船体応答は、船員や貨物の安全性に関する荒天中の諸現象（過大加速度、デッキ冠水、プロペラレーシング等）から、船体動揺による抵抗増加、船体構造設計における波浪荷重に至るまで、幅広い目的・用途に対してその正確な推定が必要とされる。これらの研究分野はまとめて耐航性（Seakeeping）と称され、造船分野の中でも古くから強い関心が向けられ続けた。

波浪中船体運動に関する初期の研究は、船舶の安全性にとって最も重要である転覆、すなわち横揺れについてのものが主であった。縦運動を含めた 6 自由度の船体運動学に対して注目が集まり始めたのは戦後の 1940 年代以降で<sup>[1]</sup>、そこからの発展は目覚ましく、多数の研究者による努力が積み重ねられた結果、1969 年の「第 1 回耐航性に関するシンポジウム」<sup>[2]</sup>にみられるように、今より半世紀以上前にはすでにポテンシャル理論を基礎とした耐航性理論体系の基盤が完成されている。当時の船体運動計算手法は計算機性能の制限から流体解析を 2 次元的手法に依らざるを得ず、船体が細長いとの仮定のもと船体回りの流場を 2 次元流場に落とし込むストリップ法<sup>[3-6]</sup>をはじめとした種々の巧妙な手法が考案された。その後は徐々に 3 次元解析が標準的になり、1980 年代にはランキンソース法や Green 関数法といった 3 次元の数値解析手法が発展し、耐航性研究は成熟した分野となった（種々の解析手法は柏木によるレビュー<sup>[7]</sup>が包括的かつ詳しい）。1990 年代以降は多くの研究者の関心が非線形解析に移ったようであるが、線形解析技術の発展も継続的に続けられている<sup>[8,9]</sup>。それにもかかわらず、船舶が前進速度を有する場合の数値計算は、理論上の一貫性と数値解析上の安定性を両立させることの困難さゆえに、構造応答解析における有限要素法のような決定的、汎用的手法が確立していないのが現状である。そのため、実用上問題無い精度で推定可能とされるストリップ法や Green 関数法等が、最先端手法ではないものの、現在でも船舶の設計や基準の策定において重用されている。

以上に挙げたような耐航性理論に基づく計算技術は、基本的には理想流体を前提とした速度ポテンシャルの特性を用いることで計算自由度を抑えることを目的としたものである。ところが今日は計算機の著しい発達により、有限差分法や有限体積法、粒子法等（以降、これらを便宜上 CFD と呼ぶ）といった流体を直接離散化する極めて多自由度の解析も無理なく実行できる時代にある<sup>[10]</sup>。CFD を用いた波浪中解析では、流体の粘性影響だけでなく大波高中の複雑な非線形影響も合理的に考慮することができるため、今後この方面の研究は益々追及されていくと考えられる。それでもなお、ストリップ法等の耐航性プログラムが現代においても重用される理由は、CFD をハンドリングすることのハードルが依然として高いことが挙げられよう。CFD は計算格子やパラメータに対する依存性が強く、それらに依存して結果が有意に変化することは周知の事実であるし、（時間領域の解法の共通の問題ではあるが）斜め波中では船体運動が不安定になり、定常な応答を得ることが難しい場合も多い<sup>[11]</sup>。波浪中解析は通常あらゆる波浪場における応答を考慮する必要があり、条件のパラメータが多い（波高、波長、波向き、船速等）ためにケース数が多くなる傾向にあることを考慮すると、1 ケースの計算時間が短いことと、安定して解が得られることは実際問題非常に重要である。このような状況の中、多くのノウハウが問われる CFD がストリップ法等の耐航性

プログラムに完全にとって代わるのはまだしばらく先のことと考えられる。

さらに言うと、耐航性理論は数値解析の手段というだけではなく、その理論自体の価値も高いものである。境界値問題の線形化による流場の成分分解は現象を理解する上で極めて重要であることは言うまでもなく、その流体力成分間の種々の関係式も耐航性理論によって知ることができる。加えて、流体力の古典的近似手法（例えば scattering 流体力における相対運動の仮定）も物理的洞察の助けとなるものである。このような知見は数値解析に頼るだけでは知り得ないもので、今後もその価値を失うことのない貴重な知的財産と呼べるであろう。

## 1.2 構造設計における波浪荷重推定の現状

構造強度評価の実施には、構造解析に先んじて波浪荷重の推定が必要になり、そこではやはり耐航性研究で培われた推定手法が活用される。事実、構造設計の合理化に対する波浪荷重研究の貢献は大きい。例えば、1960年以前の波浪垂直曲げモーメントは、波高を $L/20$ 、波長を $L$ としたトロコイド波中の静的釣り合いから計算された簡易式が用いられていた。その後波浪荷重の研究や波浪の観測が進み、船級規則における断面係数の要求値は大きく下がり、また貨物タンク等の大きさの制限も大きく緩和されている<sup>[12]</sup>。このように、構造設計にとって波浪荷重の推定は構造応答解析と同様に重要な技術である。

ところが実際の構造設計においては、構造解析(FEM)は通常個船毎に実施されるのに対して波浪荷重解析が行われる機会は多くなく、ほとんどの場合は船級規則で規定される波浪荷重の簡易推定式<sup>[13]</sup>が用いられる。というのも、波浪荷重解析の実行には工数と高い専門性が要求され、個船毎に解析を行うことは実際の工程上難しいためである。構造設計と耐航性の分野の隔たりが大きいことも一因であり、ストリップ法といった比較的簡単な解析手法でさえも構造設計者にとってハードルが高いのが実情である。また、船型設計が行われるのと並行して構造設計が行われるなどして、構造設計において波浪荷重計算に必要な船舶の情報が定まっていない状況もあり得、その場合は詳細な入力が必要な簡易手法が必須になる。かような状況において、波浪荷重推定において簡易手法が活用される場面は大変多く、今後もその需要が無くなることはないと思われる。

一方で、各国の船級協会においては直接荷重解析や全船構造解析等のガイドラインの策定が進み<sup>[14]</sup>、物理に立脚した解析に基づく合理的な設計をますます重要視する傾向にある。ただし、現状これらの解析はあくまで付加的検討として位置づけられている。多くの造船所の実態を踏まえると、全ての船舶設計に対して波浪荷重解析を義務付けることは非現実的であり、船級規則における波浪荷重推定は当面は簡易算式の形で運用されることが考えられる。日本海事協会でもそれを見据え、2017年より、波浪荷重の簡易算式の精度や汎用性、透明性を向上させようとする動きを強めている<sup>[15,16]</sup>。その簡易算式の開発においても、当然ながら耐航性研究による知見、技術は活用されるものである。そこで、続く節では波浪荷重の簡易推定法に関する過去の研究や検討の手法について述べる。

## 1.3 波浪荷重の簡易推定法

簡易推定法と一口に言えども様々な形が考えられる。最も簡単な手法としては、前述した船級規則にみられる簡易算式が挙げられる。ほかには、少数の入力から船型生成・波浪荷重解析の実行までを自動化することができれば、そのような手段も簡易手法の一種とみなせよう。いずれにせよ、簡易推定法は少ない

情報から合理的な結果を得る手段であって、その開発には、応答に対する支配的なパラメータを抽出し、その寄与度を正しく考慮することが求められる。すなわち、船舶の主要パラメータ、すなわち船長、幅、喫水やファインネス係数などの船型パラメータや環状半径などの質量に関するパラメータがそれぞれの応答に対してどのように影響するのかの検討が必要とされる。

波浪中船体運動に対する船型パラメータの支配因子やその影響を調査した研究は数多くみられる。最初期の研究として、1980年に Bales は複数隻の船体運動の計算結果を重回帰分析することで船型パラメータと耐航性能ランクを結び付けている<sup>[17]</sup>。同様の研究はこれ以降盛んに行われ、国内では船型と耐航性に関するシンポジウム<sup>[18]</sup>が1988年に開かれ、耐航性能の立場からの船型改良といったそれまで見られなかった試みが計られはじめた。近年の研究の例としては、Cakici は小型船の運動のデータベースをもとに複数の回帰モデルによって不規則波中運動に対する支配要因の抽出と簡易推定式を検討している<sup>[19]</sup>。関連する一連の研究は、Sayli によって表の形で纏められている<sup>[20]</sup>。ただし、これらの研究の大半は船体運動に対してのもので、波浪荷重すなわちハルガード断面力との関係に着目した検討例は、船級規則の策定に関連するもの<sup>[21, 22]</sup>を除けば殆ど見られないことを付言しておく。

以上に挙げた回帰分析による方法に対し、より直接的、効果的に船型パラメータの応答に対する感度を調べる方法として、「船型パラメータを系統的に変化させた複数の船型を用意し、応答の変化を調べる」といった方法が考えられる。この方法は有効であろうが、それには船型パラメータを任意に変化させられ、かつ応答が実船相当となるような仮想船型をどのように生成するかが課題になる。船型生成のプロセスに関し、船型設計すなわち推進性能の分野では、局部パラメータを用いて船型を変化させつつ最適な船型を探索するといったアプローチが採られる<sup>[23]</sup>。これに対し、波浪中船体応答に対しては船舶の少数の船型パラメータ、すなわち船長、幅、喫水やファインネス係数などの大域的な形状パラメータでおおよそ決定されることが知られている<sup>[24]</sup>ため、大域変数を用いた船型表現で十分と考えられる。これを踏まえると、Wigley 船型に代表されるような数学船型は、表現式内の係数を調整することで船型の肥瘦を変化させることができるため、現在の目的に即する仮想船型の有力な候補と考えられる。もし、波浪中応答に対する支配的な船型パラメータを自由に変化させることができ、かつ船型パラメータと数学船型の表現式内の係数の対応が明らかになっていれば、波浪中応答の系統的な感度解析を容易に実施することができるであろう。また、そのような船型の生成法が確立すれば、少数の船型パラメータから実船の波浪中応答と等価な応答を得られる船型を生成できるわけであって、本節冒頭でも述べたように簡易算式とは別の形の簡易推定法、つまりは少数の入力から船型生成・波浪荷重解析の実行までを自動化する手段を構築しうるものと考えられる。

議論を簡易算式に戻す。上述した Bales などによる既往研究は、そのほとんどが既存船の計算結果に対するフィッティングに立脚しており、サンプルに選んだ船舶のパラメータ範囲から外れた船舶に対しては適用性が保証されないものである。船体の特殊化・多様化に伴い、既存船のパラメータ範囲から外れた船舶が今後想定されることを見据えると、汎用性や透明性に重きを置くべきで、その場合できる限り基礎理論に基づいたアプローチが採られるべきであろう。なぜなら数理的バックボーンに裏付けられた方法は、設けた仮定が成立する限りは適用可能と考えられるためである。このような視点に立った研究は少ないが、Jensen は semi-analytical なアプローチに基づき波浪中船体運動や垂直曲げモーメントの算式を開発している<sup>[25, 26]</sup>。そこでは、船舶を  $L \times B \times d$  の箱船と見做してストリップ法に基づいて応答関数を導き、船型の瘦せの影響はフィッティングによって得た方形係数に関する係数を乗じる形で考慮されている。この semi-analytical な方針をさらにおし進め、流体力の各成分に対して船型パラメータの影響を物理的に明確

にすることができれば、推定算式の汎用性および合理性はさらに向上するものと考えられる。近年の船体応答研究の関心事は計算機の性能に依拠した大規模数値計算へと傾倒しており、そういった時代の流れに逆行するようではあるが、“良い簡易推定法”の開発には確かな物理的・工学的洞察が必要とされるもので、計算機の無かった時代に築かれた古典的な耐航性理論ならびに造波理論に再度立ち返る必要があると著者は考える。

## 1.4 研究の目的と構成

以上に述べたように、波浪荷重の簡易推定に対する注目が再び集まっている中、その合理的・汎用的手法の確立のためには基礎理論を踏まえた考察が不可欠であり、また一方で数値計算によって船型影響を調べるためには形状を系統的に変化させられるような仮想船型の生成手段が求められる。このような背景を受け、本研究では、耐航性理論に基づく理論的アプローチによって波浪中応答の支配因子の抽出を行うとともに、任意に船型パラメータを変化させることのできる新しい数学船型を開発し、それを用いて数値的に感度解析を行うことで船型パラメータの影響を明らかにすることを目的とする。理論的アプローチは、各応答に対する流体力成分からスタートして応答関数、最悪海象、長期予測値と段階を踏んで支配因子の抽出およびその理論的裏付けを与えることを試みる。一部の流体力成分および応答関数、長期予測値に対しては簡易算式を提示し、構造設計における波浪荷重の簡易推定法に関する提言も行う。なお、本研究で具体的に検討対象とする船体応答は、surge, heave, pitch, roll 運動ならびに midship 断面における垂直曲げモーメントとする。

緒論の結びとして、本論文の章立てについて述べる。まず第 2 章において、数値的アプローチに必要となる新しい数学船型を開発し、実船型との応答の比較を通じてその適用性を検証する。第 3 章では、理論的アプローチによって各 2 次元流体力成分の支配的要素を検討し、3 次元流体力に拡張したのち、船型パラメータを用いた簡易算式を示す。続いて第 4 章では、第 2 章で開発した数学船型を用いて波浪中応答の応答関数の感度解析を行い、第 3 章で検討した支配因子ならびに簡易算式を用いて 6 自由度運動やハルガード断面力の傾向を検討し、簡易算式を提示する。続いて第 5 章では、実際の構造設計への適用を見据え、波浪荷重の長期予測値に対する船型影響およびスケール影響を明らかにしたうえで、波浪荷重の簡易算式の提示あるいはそれを開発する上での提言を行う。最後に第 6 章において、本研究で得られた結果をまとめる。なお、本研究の理論的検討の基礎となる波浪中船体応答理論は付録 A にまとめて示しており、適宜付録 A に記す式を元に簡略化、算式化の検討を行う。

## 第 2 章 波浪荷重推定のための数学船型の開発

### 2.1 緒言

波浪中応答に対する船型の影響を調べるためには、船型パラメータを系統的に変化させた複数の船型を用意し、船型の変化による波浪中応答の変化を調べるのが最も直接的かつ効果的なアプローチと考えられる。そこで本章では、そのようなパラメータスタディのために必要な、主要な船型パラメータを独立に調整できかつ実船と等価な波浪中応答の得られる新たな数学船型の開発を試みる。またそのような船型は、少数の船型情報から実船の波浪中応答と等価な応答を得られることを可能にするため、パラメータスタディに用いるだけにとどまらず、波浪中応答の実用的な簡易推定に活用し得るものである。

ある船型をベースに形状を変化させて応答の感度を調べる研究はしばしばみられる<sup>[27]</sup>。パラメータスタディのための船型表現として、Lackenby は特定の船型パラメータのみを変化させるような船型の調整法 (Linear Distortion Method) を示している<sup>[28]</sup>。ところがこの方法は固定/変化させるパラメータに応じて船型の変形方法を変える必要があるためやや簡便性・汎用性に欠き、また母船型が必要になるため早期の設計段階における波浪中応答の推定には適さない。他方で、本研究に類似する先行研究として、早期の設計段階における荷重推定を目的とした加藤らによる数学船型<sup>[29,30]</sup>が存在する。加藤らは、 $L, B, d, C_b, LCB$ といったごく基本的な情報から実際の船舶らしい形状を数式で定義し、生成された数学船型が実船の静水中・波浪中荷重と対応がとれていることを確認している。ただし同数学船型は、船首尾部の複雑な形状を表現しているかわりに、その数式表現が船体の 5 区画に分けて定義され、船型パラメータを満足させるために逐次計算を要するものである。また比較検証に用いられた実船が 2 隻と少なく、適用範囲の検証が不十分であることが課題として挙げられる。

これに対し本研究では、形状が実船型とは幾分異なっていたとしても波浪中応答が実船と等価になればよいと考え、簡便かつ汎用的であることに焦点を置いた数学船型の開発を試みる。よく知られている簡便な表現の数学船型として、水槽実験や数値計算に広く用いられている modified Wigley 船型が挙げられる<sup>[31]</sup>。Modified Wigley 船型は一つの陽な関数で表されるもので、関数内の係数を変更することである程度船型の肥瘦を調整することができるが、係数の船型パラメータの対応は明らかではなく、船型表現の制限も大きい。そこで、modified Wigley 船型をベースにこれを拡張することで、簡便かつ汎用的な数学船型を開発する。

本章の続く節では、まず modified Wigley 船型について説明し、続いて開発した提案船型を示す。提案船型の具体的な開発過程については付録 B に示す。続いて、開発した数学船型によって実船に相当する波浪中応答が得られるかどうかを検証する。最後に、感度解析を実施するにあたっての独立な船型パラメータについて論じ、さらに各船型パラメータが実際にとりうる範囲の参考として、実際に存在する船舶のパラメータのヒストグラムを示す。

## 2.2 座標系と船型パラメータの定義

本研究で扱う座標系  $o-xyz$  は,  $x, y, z$  座標の原点をそれぞれ LCG (重心前後位置), centerline, waterline 上にとり, それぞれ船体前方, 左舷方向, 鉛直上方向を正にとる. 波浪中運動の記述でも座標系  $o-xyz$  を用いるが, 基本的には船体固定座標系と区別せずに扱う.

これに対し数学船型の定義で用いる位置変数は,  $x, y, z$  に代わって次の無次元変数  $\xi, \eta, \zeta$  を用いる.

$$\xi = \frac{x - x_M}{L/2}, \eta = \frac{y}{B/2}, \zeta = \frac{-z}{d} \quad (2.2.1)$$

ここで,  $x_M$  は midship の  $x$  座標である. すなわち,  $\xi, \eta, \zeta$  はそれぞれ midship, centerline, waterline を原点とし,  $\zeta$  は深さ方向を正にとる.  $x$  を重心基準とするのは運動の記述が簡潔になるためであるが, 船型を定義する上では midship を基準とする方が都合がよい. これらの座標系を Fig. 2.1 に示す.

続いて, ファインネス係数を定義する. 船型が左右対称を前提に半幅の分布  $\eta = \eta(\xi, \zeta)$ , 定義域  $-1 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \zeta \leq 1$  として与えられていた場合, 方形係数  $C_b$ , 中央横断面積係数, 水線面積係数は次のように定義される.

$$C_b := \frac{1}{LBd} \iiint_{V_H} dx dy dz = \frac{1}{2} \int_0^1 \int_{-1}^1 \eta d\xi d\zeta \quad (2.2.2)$$

$$C_m := \frac{1}{Bd} \iint_{A_H(x_M)} dy dz = \int_0^1 \eta|_{\xi=0} d\zeta \quad (2.2.3)$$

$$C_w := \frac{1}{LB} \iint_{A_w} dx dy = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \eta|_{\zeta=0} d\xi \quad (2.2.4)$$

ここに,  $V_H$  は排水容積,  $A_H(x_M)$  は midship における喫水線下横断面,  $A_w$  は水線面積である. 本論文では必要に応じて, 次式で定義される柱形係数  $C_p$  と 縦柱形係数  $C_{vp}$  を用いる.

$$C_p := C_b / C_m \quad (2.2.5)$$

$$C_{vp} := C_b / C_w \quad (2.2.6)$$

さらに, 水線面二次モーメント係数として次式を定義する.

$$C_{w2} := \frac{12}{L^3 B} \iint_{A_w} (x - x_M)^2 dx dy = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \xi^2 \eta|_{\zeta=0} d\xi \quad (2.2.7)$$

12 は正規化のための係数で, 水線面形状が  $L \times B$  の矩形のとき  $C_{w2} = 1$  となるように定義されている.

以上で定義される  $C_b, C_w, C_{w2}$  は船体全体の肥瘦係数であるが, midship を境に aft 側と fore 側で定義される量を下付き文字にそれぞれ "a", "f" を付けて次式によって定義する.

$$C_{ba} := \int_0^1 \int_{-1}^0 \eta d\xi d\zeta, \quad C_{bf} := \int_0^1 \int_0^1 \eta d\xi d\zeta \quad (2.2.8)$$

$$C_{wa} := \int_{-1}^0 \eta|_{\zeta=0} d\xi, \quad C_{wf} := \int_0^1 \eta|_{\zeta=0} d\xi \quad (2.2.9)$$

$$C_{w2a} := 3 \int_{-1}^0 \xi^2 \eta|_{\zeta=0} d\xi, \quad C_{w2f} := 3 \int_0^1 \xi^2 \eta|_{\zeta=0} d\xi \quad (2.2.10)$$

これらの係数は全て $L \times B \times d$ の箱船で1となるように正規化されている。

続いて、次式によって定義される midship 基準の浮心前後位置LCB, 浮面心前後位置LCFを用いる。

$$\text{LCB} := \frac{1}{V_H} \iiint_{V_H} (x - x_M) dx dy dz = \frac{L}{4C_b} \int_0^1 \int_{-1}^1 \xi \eta d\xi d\zeta \quad (2.2.11)$$

$$\text{LCF} := \frac{1}{A_w} \iint_{A_w} (x - x_M) dx dy = \frac{L}{4C_w} \int_{-1}^1 \xi \eta |_{\zeta=0} d\xi \quad (2.2.12)$$

浮心, 浮面心の $\xi$ 座標をそれぞれ $\xi_B, \xi_F$ と書くと,  $\text{LCB} = L\xi_B/2$ ,  $\text{LCF} = L\xi_F/2$ である。なお, 静水中のトリムモーメントの釣り合いから, 重心前後位置LCGは浮心前後位置LCBに一致する。

$$\text{LCG} = \text{LCB} \quad (2.2.13)$$

さらに, 水線面二次モーメントに関する前後非対称パラメータを $\beta$ と表し, 次式によって定義しておく。

$$\beta := \frac{(C_{w2f} - C_{wf}^3) - (C_{w2a} - C_{wa}^3)}{(C_{w2f} - C_{wf}^3) + (C_{w2a} - C_{wa}^3)} \quad (2.2.14)$$

このパラメータは付録Bに示すように,  $(-1,1)$ の範囲で動くことができる。

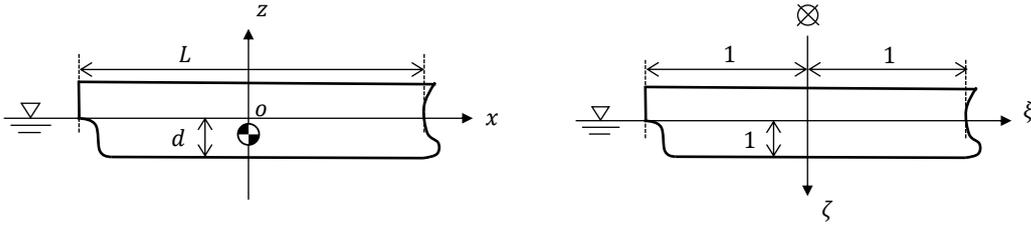


Fig. 2.1 Definition of coordinate system.

## 2.3 Modified Wigley 船型

本研究で提案する新しい数学船型に先んじて, その元となる modified Wigley 船型について述べる。Modified Wigley 船型は, その簡便性から模型実験や数値計算に広く用いられる数学船型であり<sup>[32,33]</sup>, その船型の半幅 $\eta$ は $\xi, \zeta$ の陽関数として次のように定義される。

$$\eta = (1 - \zeta^2)(1 - \xi^2)(1 + c_1 \xi^2 + c_2 \xi^4) + c_3 \zeta^2 (1 - \zeta^8)(1 - \xi^2)^4 \quad (0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \zeta \leq 1) \quad (2.3.1)$$

前後対称のため,  $\xi$ は正の側のみで定義されている。右辺の係数 $c_1, c_2, c_3$ を変更することで, ある程度船型を変化させることができる。元となる Wigley 船型は $c_1 = c_2 = c_3 = 0$ のごく単純な冪関数船型であった<sup>[34]</sup>が, これを実際の船型に近づけるように $c_1, c_2, c_3$ の項が追加された<sup>[31]</sup>。一般的な modified Wigley 船型は, 痩せ型船型( $C_b = 0.56$ )として $c_1 = 0.2, c_2 = 0, c_3 = 1$ が用いられ<sup>[35]</sup>, やや肥大した船型(Blunt modified Wigley,  $C_b = 0.63$ )として $c_1 = 0.6, c_2 = 1, c_3 = 1$ が用いられる<sup>[36]</sup>。Fig. 2.2 にこれらの船型の例を示す。

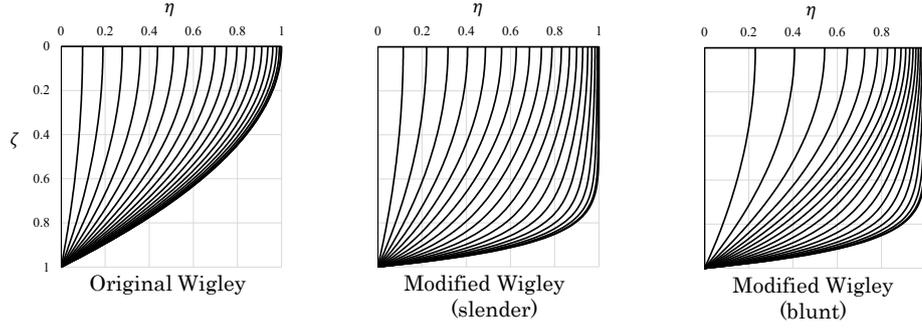


Fig. 2.2 Body plans of the original Wigley hull-form and two modified Wigley hull-forms.

## 2.4 新しい数学船型

Modified Wigley 船型の関数にある指数を変数に置き換えることで一般化し、指数と船型パラメータの対応を与えることで、新たな数学船型を開発した。本研究では便宜上それを“松井船型”と呼ぶ。同船型の開発の詳しい過程は付録 B に示すことにし、ここでは松井船型の定義式といくつかの重要な特徴について説明する。

松井船型は 10 の船型パラメータ（船長 $L$ 、幅 $B$ 、喫水 $d$ 、方形係数 $C_b$ 、中央横断面積係数 $C_m$ 、水線面積係数 $C_w$ 、水線面積二次モーメント係数 $C_{w2}$ 、浮心前後位置 LCB、浮面心前後位置 LCF、水線面積二次モーメントに関する前後非対称パラメータ $\beta$ ）で表される数学船型である。水線面積二次モーメント係数 $C_{w2}$ が提案船型の船型パラメータに導入されている理由は、これが pitch の復原力係数に対応するもので、後 2.5 節で述べるように縦運動および VBM に対して支配的だからである。松井船型は、次式によって表される。

$$\eta = (1 - \zeta^{Z_1^*})\{1 - (|\xi|/\alpha_*)^{X_1^*}\} + \zeta^{Z_1^*}(1 - \zeta^{Z_2^*})\{1 - (|\xi|/\alpha_*)^{X_2^*}\}^{X_3^*} \quad (-\alpha_a \leq \xi \leq \alpha_f, 0 \leq \zeta \leq 1) \quad (2.4.1)$$

ここに、右辺のパラメータは次式によって定義される。

$$X_{1^*} = \frac{C_{w^*}}{\alpha_* - C_{w^*}} \quad (2.4.2)$$

$$X_{2^*} = \max\left(N, \frac{C_{b^*}}{\alpha_* C_m - C_{b^*}}\right) \quad (\text{basic value}) \quad (2.4.3)$$

$$X_{3^*} = \left(\frac{C_{b^*}}{\alpha_* C_m}\right)^{N \cdot \text{sgn}(C_{b^*} - C_m C_{w^*})} \quad (\text{basic value}) \quad (2.4.4)$$

$$Z_{1^*} = \frac{C_{b^*} - S_* C_m}{C_{w^*} - C_{b^*} - S_*(1 - C_m)} \quad (2.4.5)$$

$$Z_{2^*} = \frac{C_m}{1 - C_m} - Z_{1^*} = \frac{(C_{w^*} C_m - C_{b^*})/(1 - C_m)}{C_{w^*} - C_{b^*} - S_*(1 - C_m)} \quad (2.4.6)$$

$$S_* = \alpha_* \frac{\Gamma(1 + X_{3^*})\Gamma(1 + 1/X_{2^*})}{\Gamma(1 + X_{3^*} + 1/X_{2^*})} \quad (2.4.7)$$

$$\alpha_* = 2 \sqrt{\frac{C_{w2^*}}{C_{w^*}}} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \tan^{-1} \sqrt{\frac{C_{w2^*}}{C_{w^*}^3} - 1}\right) \quad (2.4.8)$$

$$" * " = \begin{cases} "a" & \text{for } \xi \leq 0 \\ "f" & \text{for } \xi > 0 \end{cases} \quad (2.4.9)$$

下付き文字のシンボル" \*"は式(2.4.9)にあるように midship を境とした aft 側ではa, fore 側ではfに置き換えられるもので, すなわちこのシンボルのついた変数は前後で別々の変数として扱われることになる ( $C_{b*}, C_{w*}, C_{w2*}$ は aft 側では $C_{ba}, C_{wa}, C_{w2a}$ , fore 側では $C_{bf}, C_{wf}, C_{w2f}$ として扱われる).  $C_{b*}, C_{w*}, C_{w2*}$ は, 全体のフィネス係数 $C_b, C_w, C_{w2}$ と前後非対称パラメータLCB, LCF,  $\beta$ を用いて次のように求められる.

$$\begin{cases} C_{ba} \cong C_b \left\{ 1 - \frac{LCB}{L/2} (C_b - 2)^2 \right\} \\ C_{bf} \cong C_b \left\{ 1 + \frac{LCB}{L/2} (C_b - 2)^2 \right\} \end{cases} \quad (2.4.10)$$

$$\begin{cases} C_{wa} \cong C_w \left\{ 1 - \frac{LCF}{L/2} (C_w - 2)^2 \right\} \\ C_{wf} \cong C_w \left\{ 1 + \frac{LCF}{L/2} (C_w - 2)^2 \right\} \end{cases} \quad (2.4.11)$$

$$\begin{cases} C_{w2a} = (1 - \beta)C_{w2} + \frac{1}{2}\{(1 + \beta)C_{wa}^3 - (1 - \beta)C_{wf}^3\} \\ C_{w2f} = (1 + \beta)C_{w2} - \frac{1}{2}\{(1 + \beta)C_{wa}^3 - (1 - \beta)C_{wf}^3\} \end{cases} \quad (2.4.12)$$

式(2.4.10)~(2.4.12)を用いて $C_b, C_w, C_{w2}$ とLCB, LCF,  $\beta$ によって $C_{b*}, C_{w*}, C_{w2*}$ を定義してもよいが,  $C_{b*}, C_{w*}, C_{w2*}$ をそのまま船型の入力情報として扱っても良い. 提案船型のパラメータの決定フローチャートを Fig. 2.3 に示す.

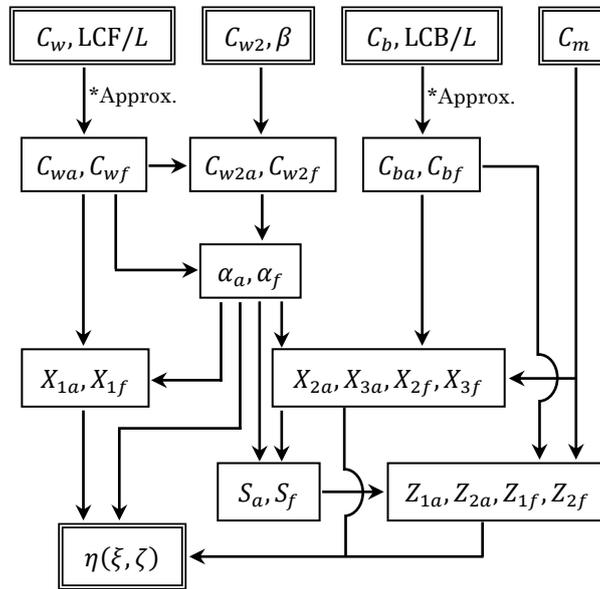


Fig. 2.3 Flowchart for the generating process of the proposed hull-form.

本船型の主要な特徴を以下に列挙する.

- a) 指数パラメータ $X_{1*}, X_{2*}, X_{3*}, Z_{1*}, Z_{2*}$ は modified Wigley 船型の一般化に際して導入した正の実数パラメータである. これらのうち $X_{2*}, X_{3*}$ については内部自由度で, フィネス係数からは求まらないもので

ある．よって自由にとる事ができるが， $X_{2*}, X_{3*}$ の値によっては $Z_{1*}, Z_{2*}$ が負値をとり船型が破綻するため注意が必要になる．本研究では，船型が破綻せずかつ実船型に近くなるような $X_{2*}, X_{3*}$ の推奨値として式(2.4.3),(2.4.4)を提示している．なお式(2.4.3),(2.4.4)中の $\text{sgn}(x)$ は符号関数で， $x < 0$ のとき $-1$ ， $x > 0$ のとき $1$ ， $x = 0$ のとき $0$ をとる．また $N$ は正の実数パラメータであり，これが大きいと断面積係数分布がmidship付近に集中し，並行部が長くなる． $N$ は任意にとる事ができるが，midship位置で船型を滑らかにするために $N > 1$ の範囲としなければならない．本研究では $N = 2$ としている．

- b) パラメータ $\alpha_*$ は式(2.4.1)からわかるように $\xi$ 軸の伸縮係数を意味し，水線面二次モーメントを調整するために導入されたパラメータである． $\alpha_*$ を導入することで，水線面形状は次式のようにaft, fore側でそれぞれ $\alpha_*, X_{1*}$ の2自由度となる．

$$\eta|_{\zeta=0} = 1 - (|\xi|/\alpha_*)^{X_{1*}} \quad (2.4.13)$$

すなわち， $\alpha_* = 1$ だと水線面形状は $X_{1*}$ のみによって決まり， $C_{w*}$ と $C_{w2*}$ が従属するが， $\alpha_*$ を自由度として加えることでFig. 2.4に見られるように $C_{w*}$ とは独立に $C_{w2*}$ を変化させるといったことが可能になる．

- c) パラメータ $\beta$ はその範囲が $-1 < \beta < 1$ に限定されるパラメータで，式(2.4.12)からわかるように，前後の水線面二次モーメント $C_{w2*}$ の配分を決めるパラメータである． $\beta$ による水線面形状の変化の例をFig. 2.5に示す． $\beta = 1$ に近づくと船首側が矩形に近づき，船尾側が尖り， $\beta = -1$ だとその逆である． $C_{w*}$ と $C_{w2*}$ が既知の場合は，式(2.2.14)によって $\beta$ が定義される． $\beta$ によって $C_{w2*}$ を定義することには，次のメリットがある．

- ①  $C_{w2*}$ を扱うよりも $\beta$ の方が船型の変化が直感的に分かりやすい．
- ②  $\beta$ を $(-1,1)$ の範囲内としている限り船型が破綻することがないため，安全なパラメータである．
- ③  $C_{w2*}$ のデータが得られなくとも， $\beta = 0$ としておけば合理的な波浪中応答の得られる船型となる．

これは後2.6節にて述べるように， $\beta$ が波浪中応答に対してさほど支配的でないためである．

- d) 式(2.4.10),(2.4.11)は近似式であることに注意が必要になる．式(2.4.10),(2.4.11)を用いて $C_{b*}, C_{w*}$ を決定した場合，生成される数学船型のLCBとLCFは目的の値とは若干異なる値を持つ．実船の154隻の実船のパラメータから式(2.4.10),(2.4.11)を用いて生成した船型のLCB/L, LCF/Lと，目的の値との比較をFig. 2.6に示す．前後非対称性の強い船舶ではFig. 2.6にみられるように誤差が生じるため，目的のLCB, LCFを厳密に満足させたい場合は，逐次計算が必要になる．その場合でも式(2.4.10),(2.4.11)の近似関係を用いることで比較的簡単に計算することができるが，その具体的方法は付録BのB.3節に示す．

- e) 本船型の適用可能な船型パラメータの範囲は次の通りである．

$$\begin{cases} 0 < C_{b*} \leq C_m < 1 \\ 0 < C_{w*} < (C_{w2*})^{1/3} \end{cases} \quad (2.4.14)$$

実船のファインネス係数がこの範囲を超えることはまず無いため，本提案船型は実質パラメータの制限がなく，肥大船型にも痩せ型船型にも適用することが出来る．

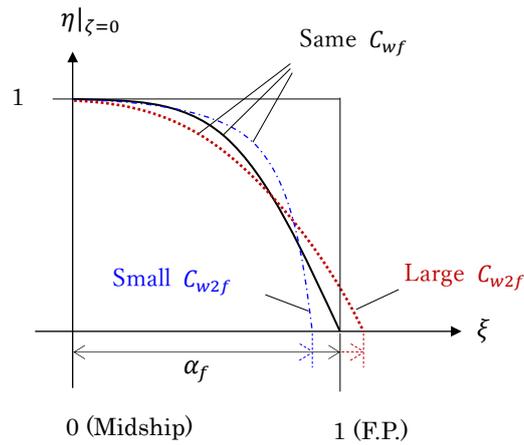


Fig. 2.4 Schema of stretching the waterplane shape along the  $\xi$  axis on the fore part to change  $C_{w2f}$  without changing  $C_{wf}$ .

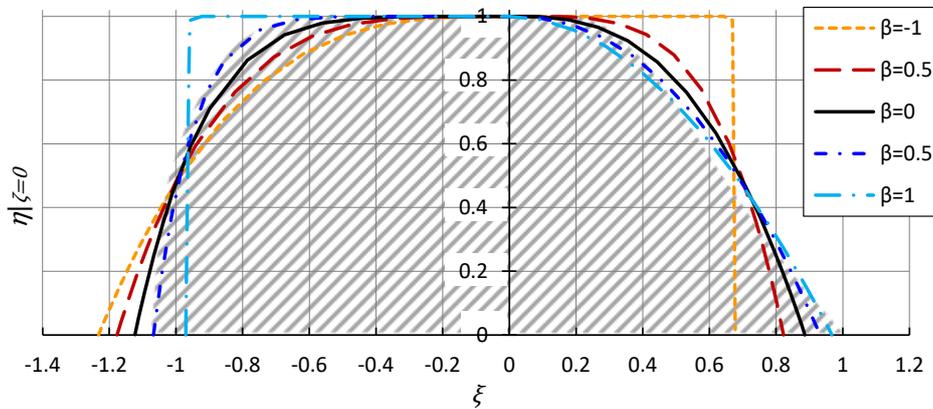


Fig. 2.5 Change in the waterplane shape by changing  $\beta$  without changing  $C_w, C_{w2}$ , and LCF. The shaded area is the actual hull-form.

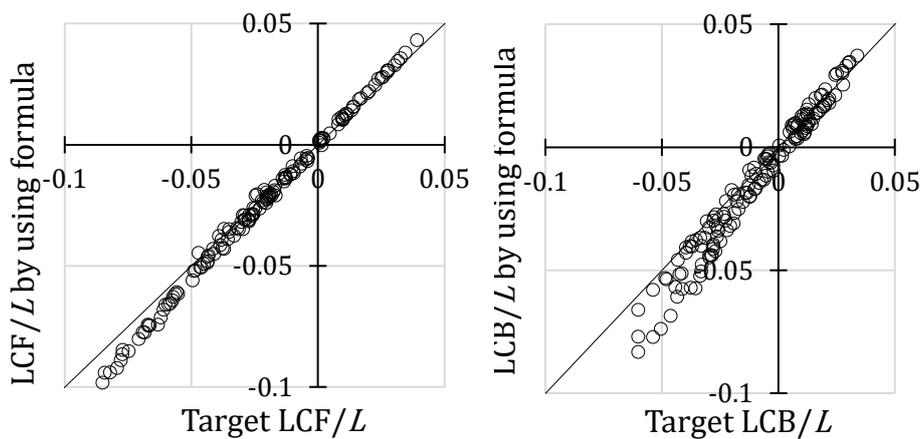


Fig. 2.6 Comparison of LCF/L and LCB/L between the target value and the value of the generated hull-form using the approximation formulae (2.4.10) and (2.4.11) for 154 ships. The hull-form parameters are set to the same values as those of 154 actual merchant ships.

## 2.5 波浪中応答の比較による適用性の検証

提案船型の適用性を検証するため、12隻の実船型の波浪中応答と、同じ船型パラメータを用いて生成された提案船型の波浪中応答とを比較する。12隻のうちの代表として、肥大船型としてばら積み船(BC)と痩せ型船型としてコンテナ船(CS)を選び、それぞれの10個の船型パラメータおよびpitchの無次元環動半径 $\kappa_{yy}/L$ をTable 2.1に示す。また、それらの実船型とTable 2.1のパラメータから生成した松井船型をFig. 2.7に比較する。数学船型の重量分布は実船と同じものを用いる。

波浪中応答の計算では3次元Green関数法に基づく線形の波浪中応答解析コード”NMRIW3D-Lite”を用い<sup>[37]</sup>、船速はCSRに準拠して5ktとした。Rollについては非線形減衰の影響が強いことから本検討の対象外とし、他の応答にrollの影響が生じないように横環動半径を十分に大きくとっている。

Parameter	Bulk carrier	Container ship
$L$ (m)	278	283.8
$B$ (m)	45	42.8
$d$ (m)	17.7	14
$C_b$	0.843	0.628
$C_m$	0.998	0.991
$C_w$	0.927	0.803
$C_{w2}$	0.829	0.628
LCG/L from MS	2.56%	-2.16%
LCF/L from MS	-0.58%	-7.31%
$\beta$	-0.347	0.489
$\kappa_{yy}/L$	0.248	0.244

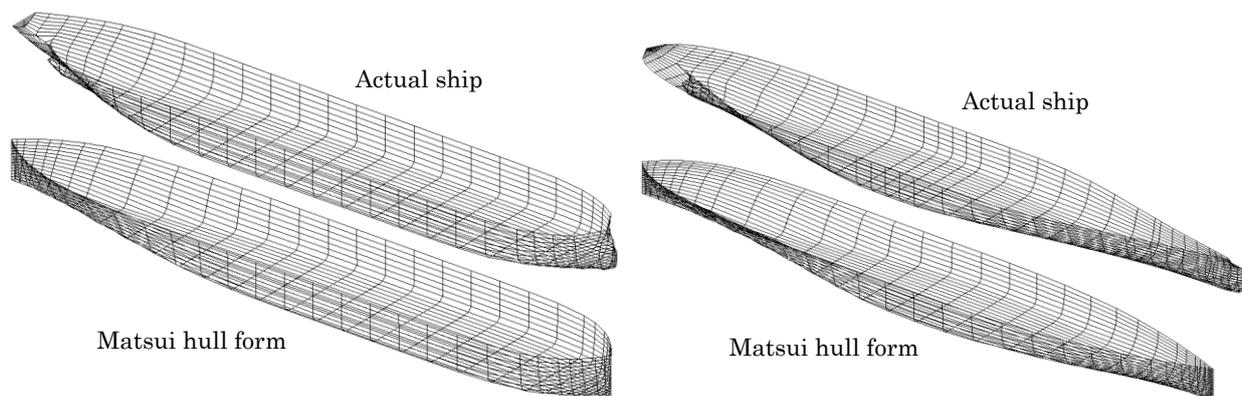


Fig. 2.7 Comparison of the hull-form under the waterline between the actual ship (above) and the proposed mathematical hull-form (below) of the bulk carrier (left) and container ship (right).

Fig. 2.7に示したBCとCSについて、実船と松井船型とで応答関数を比較する。向い波( $\chi = 180^\circ$ )におけるheave, pitchおよびmidship断面の垂直曲げモーメント(VBM)とstation 7.5の垂直せん断力(VSF)の応答関数をFig. 2.8に、斜め追い波( $\chi = 60^\circ$ )におけるsway, yawおよびmidship断面の水平曲げモーメント(HBM)とstation 7.5の断面の水平せん断力(HSF)ならびに振りモーメント(TM)の応答関数をFig. 2.9に示す。さらに、12隻(肥大船7隻, 痩せ型船型5隻)について、向い波におけるpitch, VBM, VSF

の応答関数の最大値，斜め追い波における HBM, HSF, TM の応答関数の最大値を比較したものを Fig. 2.10 に示す. それぞれのグラフには，船長方向伸縮係数 $\alpha_*$ によって水線面二次モーメントを実船と合わせることで応答がどの程度実船に近づくかを示すため， $\alpha_* = 1$ とした松井船型の応答も記載している.  $\alpha_* = 1$ とした船型では，船型パラメータのうち $C_{w2}, \beta$ が実船と異なる値をとる.

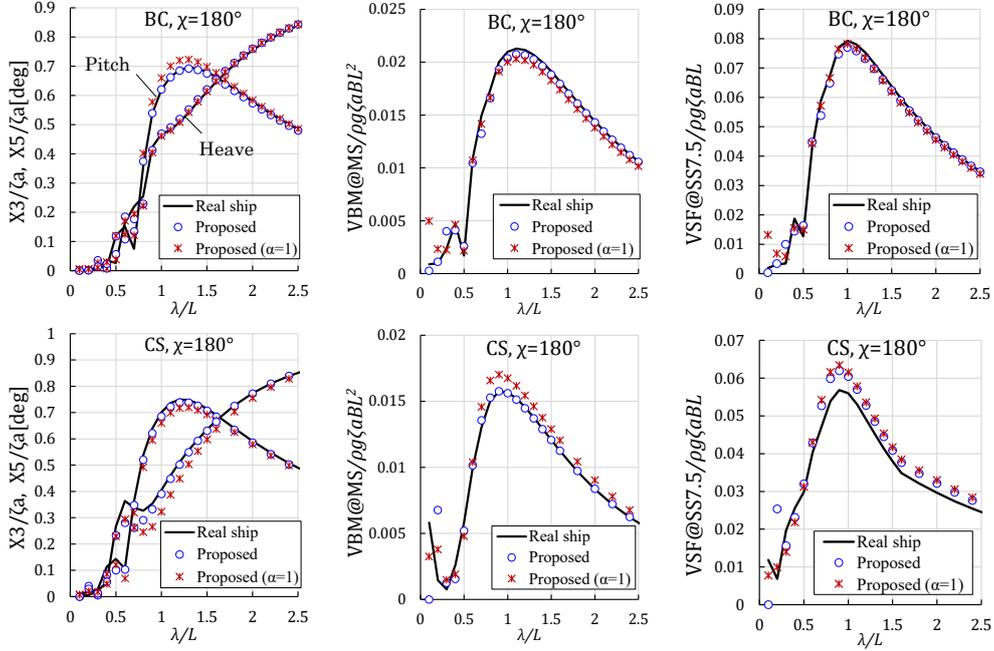


Fig. 2.8 Comparison of the vertical motion (left), vertical bending moment amidship (middle), and vertical shear force at station 7.5 (right) in the head sea between a real ship, the proposed hull-form, and the proposed hull-form that was not stretched by  $\alpha$ , in regard to the bulk carrier (top) and the container ship (bottom).

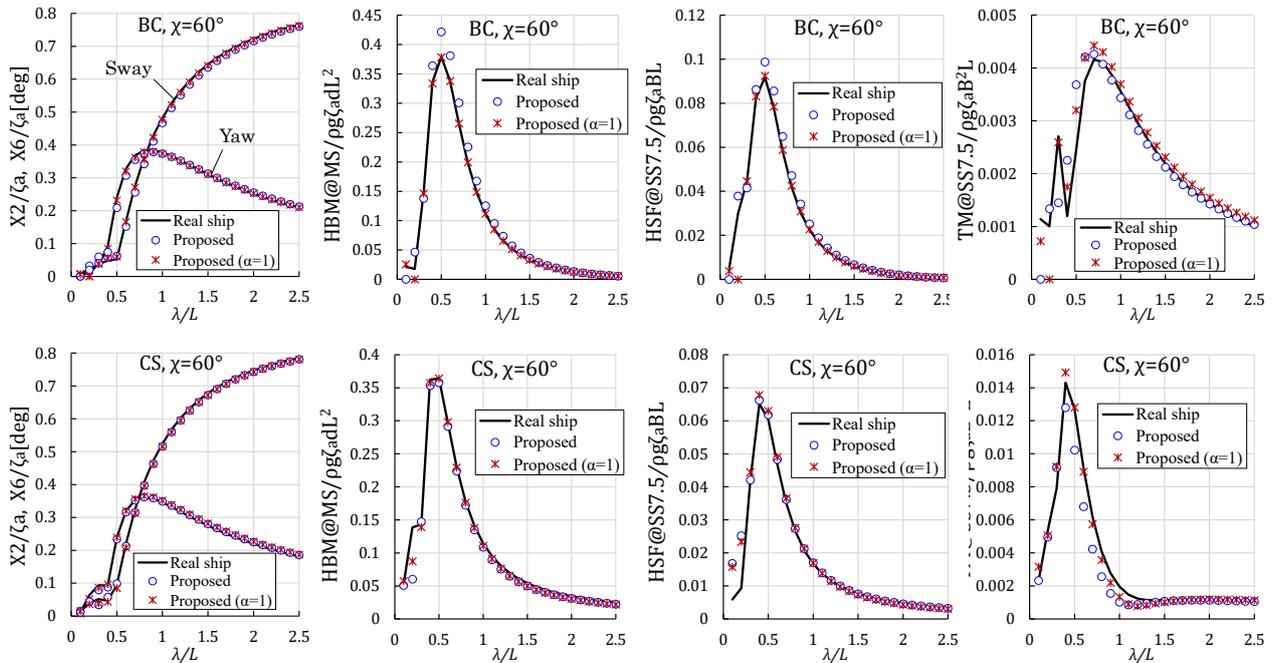


Fig. 2.9 Comparison of the lateral motion (left), horizontal bending moment amidship (middle left), horizontal shear force at station 7.5 (middle right), and torsional moment at station 7.5 (right) in the quartering sea between a real ship, the proposed hull-form, and the proposed hull-form that was not stretched by  $\alpha$ , in regard to the bulk carrier (top) and the container ship (bottom).

Fig. 2.8, Fig. 2.10 から、縦運動及び VBM は松井船型と実船型はいずれの波条件でもほぼ一致しており、提案船型によって 10 パラメータだけで実船型の応答を再現可能なことが確認できる。特に、pitch と VBM は、伸縮係数 $\alpha_*$ によって水線面二次モーメントを実船と合わせることで、応答の一致度が向上していることが確認できる。水線面二次モーメントは pitch の復原力に対応するため、縦運動および VBM に対しては支配的であるが、station 7.5 の VSF に対してはその限りでは無い。VSF は船体梁に作用する上下方向流体力・慣性力のローカルな分布形状の影響を受けやすく、一致度を向上させるには水線面形状をより正確に再現する必要があると考えられる。次に、Fig. 2.9 から、sway, yaw に関しては、 $\alpha_*$ によって伸縮した船型としていない船型どちらも実船型の応答と一致しており、船型への依存性が小さいことが確認できる。一方で、HBM, HSF, TM を見ると、これらのハルガーダ断面力に対しては $\alpha_* = 1$ とした非伸縮の松井船型の方がいずれの応答、船舶に対しても実船とよく一致していることが分かる。 $\alpha_*$ を用いて伸縮した松井船型は全体的に相関がやや低く、特に痩せ型船型の TM については松井船型と実船とで大きな差が見られる。すなわち、水線面形状を調整することは上下方向力に関する縦運動および VBM, VSF については効果的であるが、左右方向力に関する HBM, HSF, TM についてはむしろ船舶の $x$ - $z$ 面への投影形状が重要であり、船型を $x$ 方向に伸縮した場合は左右方向力分布が実際とは異なるものとなったと考えられる。よって、松井船型で HBM, HSF, TM を推定する場合、 $\alpha_* = 1$ とした船型を用いるべきである。

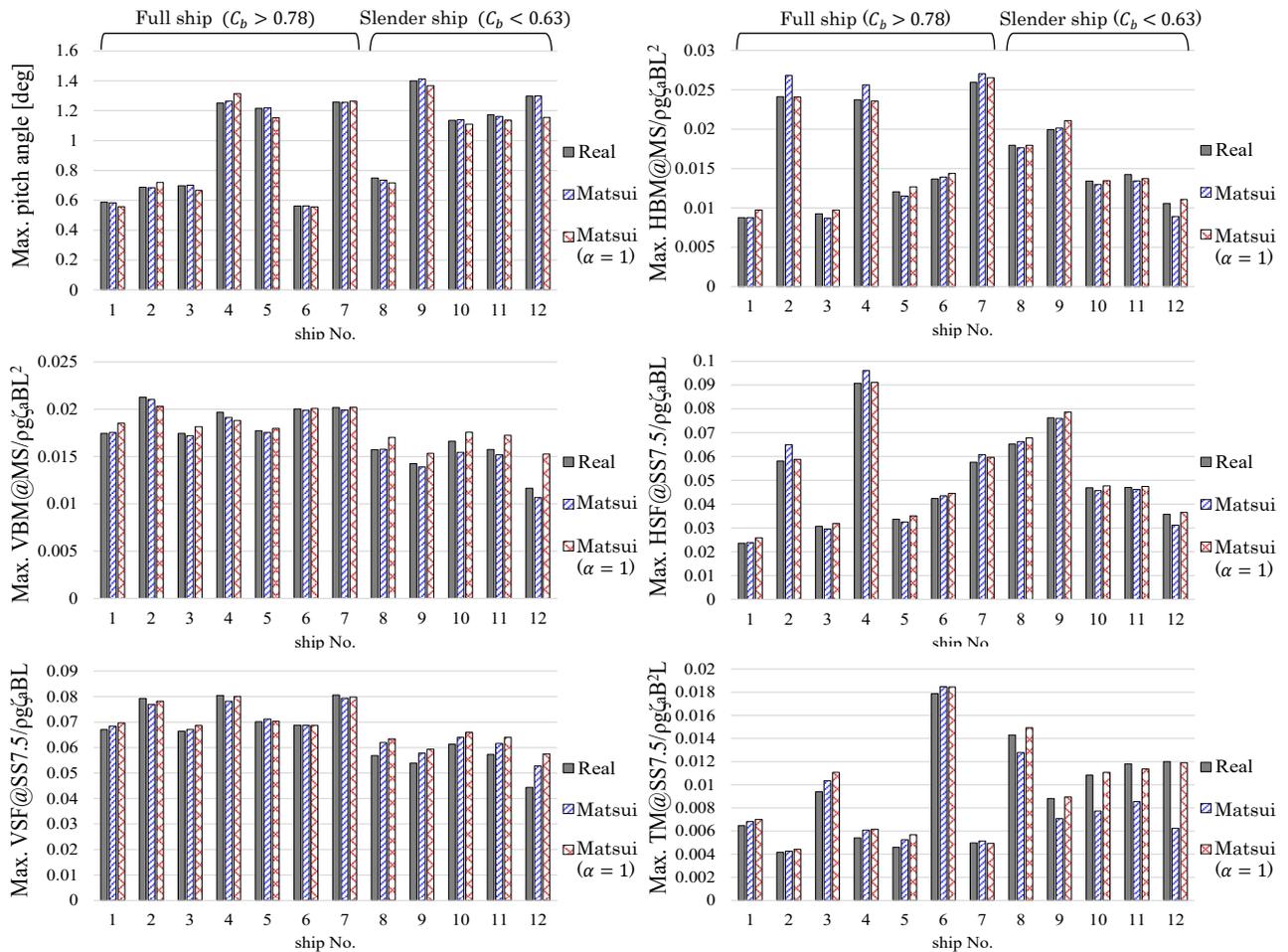


Fig. 2.10 Comparison of the maximum value of pitch angle, vertical bending moment amidship, and vertical shear force at station 7.5 in head sea (left), and horizontal bending moment amidship, horizontal shear force at station 7.5, and torsional moment at station 7.5 in quartering sea (right) among real ships and Matsui hull forms.

## 2.6 独立な無次元船型パラメータおよびそのヒストグラム

本節では、松井船型を用いて波浪中応答の感度解析を実施するにあたり必要な、独立な船型パラメータを論じる。

完全流体を仮定した場合、Froude の相似則に従えば、波浪中応答関数はスケール非依存と考えることができる。そのため、無次元応答関数を決定する無次元船型パラメータは1つ減って  $B/L$ ,  $d/B$ ,  $C_b$ ,  $C_m$ ,  $C_w$ ,  $C_{w2}$ ,  $LCB/L$ ,  $LCF/L$ ,  $\beta$  の9つになる。また本研究ではこれらの9個の船型パラメータに加え、重量分布に係る3つのパラメータ、重心高さ  $\overline{KG}/B$ , pitch 環動半径  $\kappa_{yy}/L$  および roll 環動半径  $\kappa_{xx}/B$  によって数学船型を定義する。

以上のパラメータを独立に変化させた船型を生成し、応答の変化を調べればそれぞれのパラメータの影響が分かるが、注意すべきは、 $C_w$  と  $C_{w2}$  に強い相関関係がみられることである。Fig. 2.11 左図に、延べ154隻の実際の商船の  $C_w$  と  $C_{w2}$  の相関図を示す。両パラメータの相関は強く、互いを独立なパラメータとして扱った場合、 $C_w$  の感度を得る際に  $C_{w2}$  を固定して  $C_w$  を変化させることになるが、そうして得られた応答の変化量は  $C_w$  の感度としては不適切なものになると考えられる。そこで、 $C_w$  に独立な水線面二次モーメントに関する無次元パラメータとして、次のパラメータを採用することにする。

$$C'_{w2} := \frac{C_{w2}}{C_{w2}^{\alpha=1}} = \frac{C_{w2}}{C_w/(3-2C_w)} \quad (2.6.1)$$

ここに、 $C_{w2}^{\alpha=1}$  は前後対称かつ  $\alpha_* = 1$  のときの  $C_{w2}$  の値である。 $C_w$  と  $C'_{w2}$  の相関は Fig. 2.11 右図にみられるとおり、強くないことが確認される。 $C'_{w2}$  を固定したまま  $C_w$  を変化させたときの形状変化は Fig. 2.12 のように、おおむね  $\alpha_*$  を変化させずに  $C_w$  を変化させることに相当する。一方で、 $C_w$  を固定したまま  $C'_{w2}$  を変化させたときの形状変化は Fig. 2.4 と同様である。

したがって、応答に対する影響を調べるパラメータは、 $B/L$ ,  $d/B$ ,  $C_b$ ,  $C_m$ ,  $C_w$ ,  $C'_{w2}$ ,  $LCB/L$ ,  $LCF/L$ ,  $\beta$ ,  $\kappa_{yy}/L$  の10個とする。これらのパラメータが実際にとりうる値の参考として、154隻の商船の各パラメータのヒストグラムを Fig. 2.13 に示す。船種は、ばら積み船、油タンカー、コンテナ船、セメント運搬船、アスファルト運搬船、チップ運搬船、鉾石運搬船、LNG 運搬船、LPG 運搬船、自動車運搬船、RO-RO 船、一般貨物船など多種にわたる。また、これらの船舶を ballast 状態および full 状態に分けて主要なパラメータの平均値および標準偏差を計算したものを Table 2.2 に示す。なお、横環動半径については推定が難しいため CSR に従った値 ( $\kappa_{xx}/B = 0.4$ (for ballast),  $= 0.35$ (for full)) を一律で設定している。

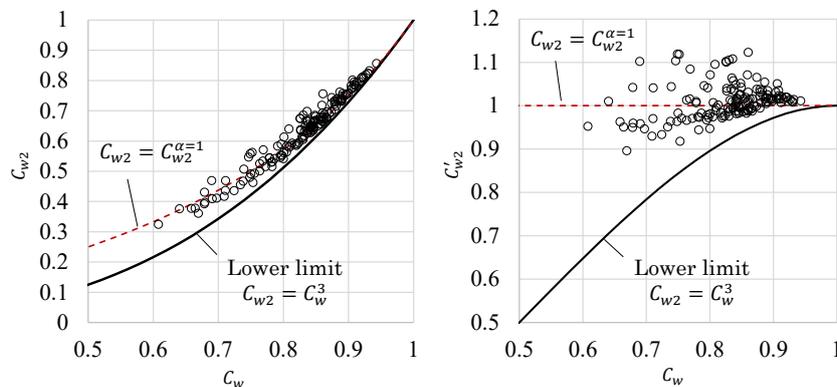


Fig. 2.11 Relationship between  $C_w$  and  $C_{w2}$  (left), and  $C_w$  and  $C'_{w2}$  (right) of actual 154 ships.

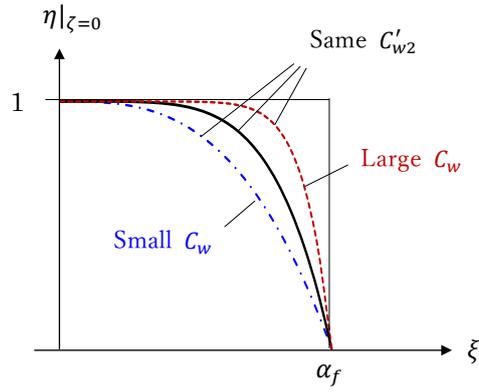


Fig. 2.12 Schema of the change in the waterplane by changing  $C_w$  without changing  $C'_{w2}$ .

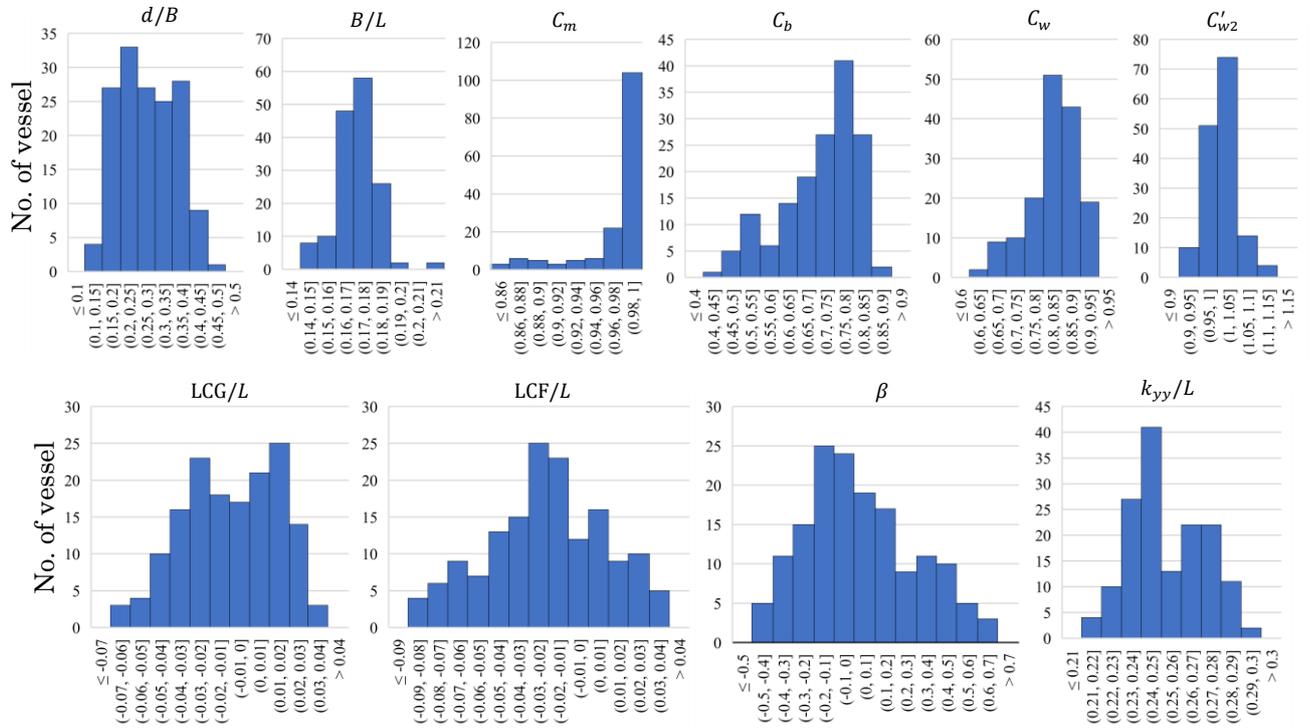


Fig. 2.13 Histogram of the principal parameters for the actual 154 merchant ships.

Table 2.2 Average and standard deviation of the principal parameters calculated for 154 merchant ships.

Keyword	Parameter	Average		Std. Dev.	
		Ballast	Full	Ballast	Full
Main dimensions	$L$ [m]	174.18		76.86	
	$B/L$	0.1719		0.0135	
	$d/L$	0.03670	0.05881	0.00676	0.00845
	$d/B$	0.2138	0.3433	0.0376	0.0508
Fineness coef. about under waterline	$C_b$	0.6882	0.7341	0.0990	0.0985
	$C_{bf}$ (fore part)	0.6484	0.7171	0.1385	0.1375
	$C_{ba}$ (aft part)	0.7281	0.7511	0.0813	0.0682
	$C_{vp} (= C_b/C_w)$	0.8605	0.8493	0.0655	0.0748
	$C_{vpf}$ (fore part)	0.8247	0.9008	0.0691	0.0810
	$C_{vpa}$ (aft part)	0.8951	0.8055	0.0851	0.0697
	$C_m$	0.9693	0.9774	0.0416	0.0346
	$C_p (= C_b/C_m)$	0.7077	0.7490	0.0825	0.0835
	$\overline{OB}/d$	0.4793	0.4784	0.0171	0.0194
Fineness coef. about waterplane area	$C_w$	0.7959	0.8608	0.0666	0.0509
	$C_{wf}$ (fore part)	0.7786	0.7888	0.1155	0.0924
	$C_{wa}$ (aft part)	0.8133	0.9329	0.0487	0.0397
	$C_{w2}$	0.5692	0.7002	0.1013	0.0868
	$C'_{w2}$	0.9894	1.0305	0.0359	0.0325
	$\kappa_{wyy}/L (= \sqrt{C_{w2}/12C_w})$	0.2397	0.2553	0.0138	0.0118
Anterior-posterior asymmetric parameter	LCG/L (frmMS frwd+) [%]	-1.2604	-0.6991	2.5831	2.1448
	LCF/L (frmMS frwd+) [%]	-0.7461	-3.5912	2.7472	2.3763
	(LCF – LCG)/L [%]	0.5144	-2.8921	1.4398	0.8724
	$\beta$	0.0856	-0.0434	0.2641	0.2564
Weight parameter	$\overline{OG}/B$ (upwd+)	0.0684	-0.0030	0.0466	0.0814
	$\overline{KG}/B$	0.2822	0.3403	0.0535	0.0496
	$\kappa_{yy}/L$	0.2623	0.2405	0.0191	0.0117
Roll restoring force	$\overline{GM}/B$	0.2261	0.1003	0.0895	0.0334
	$\overline{BM}/B$	0.3969	0.2620	0.0735	0.0525

## 2.7 結言

本章では、新たな数学船型“松井船型”を提案した。本船型は 10 個の船型パラメータ（船長 $L$ ，幅 $B$ ，喫水 $d$ ，方形係数 $C_b$ ，中央横断面積係数 $C_m$ ，水線面積係数 $C_w$ ，水線面積二次モーメント係数 $C_{w2}$ ，浮心前後位置 $LCB$ ，浮面心前後位置 $LCF$ ，水線面積二次モーメントに関する前後非対称パラメータ $\beta$ ）の陽関数として定義される。松井船型の特徴を以下に示す。

1. 縦系の応答（heave, pitch, VBM）に対して支配的な水線面二次モーメントを調整できるように，船長方向伸縮係数 $\alpha$ が導入されている。
2. 前後部のファインネス係数の代わりに，物理的意味を有しかつ扱いやすい前後非対称パラメータ $LCB, LCF, \beta$ を船型パラメータとして導入した。
3. オフセットデータが無くとも，現実的な船型を 10 個の船型パラメータのみで生成することができるため，設計初期段階における耐航性能や波浪荷重の評価に有用である。
4. 各船型パラメータを独立かつ任意に決められるため，パラメータスタディを容易に実施することができる。波浪中応答の船型影響を調べるのに役立つ。
5. 本船型を生成するにあたり船型パラメータの制限は実質無く，単胴船でありさえすれば適用可能である。

ばら積み船とコンテナ船について実船型と松井船型の波浪中応答を比較した。得られた主要な結果を以下に示す。

6. 実船型の船型パラメータを用いて生成された松井船型は，実船型の波浪中応答と同等な波浪中応答を得ることができる。
7. 伸縮係数によって水線面二次モーメントを調整することは，縦系の応答に対しては精度が上がるものの，横系（特に HBM, HSF, TM）の応答に対しては逆に精度が低下することが判明した。よって，横系の応答を推定する際は $\alpha = 1$ とした非伸縮松井船型を用いた方が良い。
8. たとえ水線面積 $C_w$ が同じ船であっても，水線面二次モーメント $C_{w2}$ の差によって特に VBM に有意な差が生じることが判明した。

本研究で開発した松井船型は，modified Wigley 船型を元としているためその定義域は水線面より下に限られる。水線面より上の船型形状は線形理論では影響しないが，船首フレアのような広がりを持つ場合大波高中の非線形応答に対して大きく影響を及ぼす<sup>[22]</sup>ため，水線面より上の形状の扱いについても今後検討されるべきである。

## 第 3 章 流体力に対する支配的要因の抽出と簡易推定式の開発

### 3.1 緒言

前 1.3 節において述べた通り，波浪中応答の船型影響の調査やそれに基づき簡易推定式を示した研究は複数存在するが，その殆どは数値計算や実験結果から応答の傾向を見出すもので，基礎理論に基づいて検討された例は Jensen による研究<sup>[25, 38]</sup>を除けばほとんど見られない．その理由は，浮体に作用する流体力成分のうち，radiation/scattering 流体力の周波数依存性・形状依存性が複雑であるためと思われる．これらの成分を求めるには一般には数値計算（あるいはチャートなど）が必要になり，数学的に solvable な問題は単純な形状かつ高／低周波数の極限の領域に限定される．しかしながら他方で，流体力のうち大半を占めるのは復原力と Froude-Krylov 力であり，これらに対する船型影響は比較的明確に求めることができる．また，radiation/scattering 流体力についても 2 次元問題に限定すれば古典的な解析解等から要因抽出がある程度可能であり，それをもとに 3 次元流体力に拡張することで一定の合理性を有する簡易算式が作成可能であると考えられる．

本章では，線形のポテンシャル理論に基づく各流体力成分について，その船型影響を数学的考察に基づき調査し，船型パラメータおよび波条件のパラメータを用いた簡易算式を示す．復原力係数および Froude-Krylov 力については，運動モードごとに圧力の船体表面積分を求められるような単純な船型形状を仮定することで，簡易算式を導く．Radiation 流体力係数については，ストリップ法のアプローチに基づき，まずは 2 次元断面形状の流体力に対する影響を造波理論に基づき検討し，その後船型パラメータを適切に考慮しつつ 3 次元流体に拡張する．最後に scattering 流体力成分については，入射波粒子と逆の運動をする radiation 流場とみなし（相対運動の仮定と呼ばれる．付録 A の A.4.5 項を参照），radiation 流体力係数を用いた式を示す．前 2.6 節に示した実際の 154 隻の船舶について，提案した簡易算式と数値計算値と比較することで，その精度や適用範囲に関する検証を行う．なお，本章で開発する流体力の簡易算式は，各運動モードにとって重要となる流体力成分に限定する．各成分の重要性については，次 4 章にて詳述する．

本章の簡易推定式に用いる船型パラメータは，船長 $L$ ，船幅 $B$ ，平均喫水 $d$ ，方形係数 $C_b$ ，水線面積係数 $C_w$ ，中央横断面積係数 $C_m$ ，キール上重心高さ $\overline{KG}$ ，浮面心前後位置の $x$ 座標 $x_f$ とする． $x_f$ は，次式によって定義される．

$$x_f := \frac{1}{A_w} \int_{x_A}^{x_F} x B_w(x) dx = \text{LCF} - \text{LCG} \quad (3.1.1)$$

ここで， $B_w(x)$ は水線幅， $x_F, x_A$ はそれぞれ船の前後端の $x$ 座標である．また適宜，縦メタセンタ高さ $\overline{GM}_L$ および横メタセンタ高さ $\overline{GM}$ を用いた表現についても示す．また，柱形係数 $C_p (= C_b/C_m)$ ならびに堅柱形係数の記号 $C_{vp} (= C_b/C_w)$ を適宜用いる．なお，本章の算式の元となる流体力の定式化は付録 A に示している．座標系および運動の向きはそれぞれ Fig. A.1, Fig. A.2 に示すとおりで，波の山が船体の重心位置に達する瞬間を時刻の基準( $t = 0$ )とする．

## 3.2 復原力係数

復原力係数は流体力成分の中でも最も原初的かつ主要な成分であり，静水圧の船体表面積分のみで決まるため，その船型影響は比較簡単に調べることができる．具体的には，船型を船型パラメータによって定まる何らかの関数形で近似することで，船型パラメータを用いた復原力係数の表示式を導くことができる．本節では，左右対称船で非ゼロとなる全ての成分 $C_{33}, C_{35}(=C_{53}), C_{55}, C_{44}$ について，船型を関数で近似して導いた式と，実船の値とより近くなるように決定した近似式を提示する．

### 3.2.1 縦運動の復原力係数

Heave, pitch に関する復原力係数 $C_{33}, C_{35}, C_{55}$ を無次元で表すと，式(A.2.31)よりそれぞれ次のように定義される．

$$\bar{C}_{33} := \frac{C_{33}}{\rho g L B} = C_w \quad (3.2.1)$$

$$\bar{C}_{35} := \frac{C_{53}}{\rho g B L^2} = - \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x} \bar{B}_w(\bar{x}) d\bar{x} = -\bar{x}_f C_w \quad (3.2.2)$$

$$\bar{C}_{55} := \frac{C_{55}}{\rho g L^3 B} = \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \bar{B}_w(\bar{x}) d\bar{x} + \frac{dC_b}{L^2} (z_B - z_G) \quad (3.2.3)$$

ここに， $\bar{x}, \bar{x}_f$ については $L$ ， $\bar{B}_w(\bar{x})$ については $B$ で無次元化されている． $\bar{C}_{33}, \bar{C}_{35}$ についてはこれ以上の変形は必要ないので，以降は $\bar{C}_{55}$ について考える．

今，前2章で定義した midship まわりの水線面二次モーメント係数 $C_{w2}$ に対し，重心まわりの水線面二次モーメント係数を $C_{w2}^G$ と表し，次式で定義する．

$$C_{w2}^G := \frac{12}{L^3 B} \iint_{A_w} x^2 dx dy = 12 \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \bar{B}_w(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.2.4)$$

$C_{w2}, C_{w2}^G$ を用いて， $\bar{C}_{55}$ は次のように表される．

$$\begin{aligned} \bar{C}_{55} &= \frac{C_{w2}^G}{12} + \frac{dC_b}{L^2} (z_B - z_G) \\ &= \frac{C_{w2}}{12} + \frac{C_w \{x_f^2 - (x_f - x_M)^2\}}{12} + \frac{dC_b}{L^2} (z_B - z_G) \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

下線部の項は縦メタセンタ半径 $\overline{BM}_L$ から縦メタセンタ高さ $\overline{GM}_L$ に変換する項で，その影響は小さい．最右辺の二重下線の項はモーメントの基準点を midship から重心に移すことで生じる項であり，平行軸の定理により導かれる．下線および二重下線の項の影響を調べるため，2.6節に示した154隻の実船について， $12\bar{C}_{55}$ と $C_{w2}, C_{w2}^G$ を比較したものを Fig. 3.1 に示す． $12\bar{C}_{55}$ と $C_{w2}^G$ の差は高々2%程度で，下線部項の影響は殆ど無視でき， $\bar{C}_{55} \cong C_{w2}^G/12$ は問題なく成立することが分かる．一方で， $12\bar{C}_{55}$ と $C_{w2}$ の差は一部の痩せ型船で最大10%程度になるものも見られたが，75%の船舶が2%以内に収まっていた．すなわち一部の痩せ型船型を除けば $\bar{C}_{55} \cong C_{w2}/12$ が成り立つと考えて差し支えない．

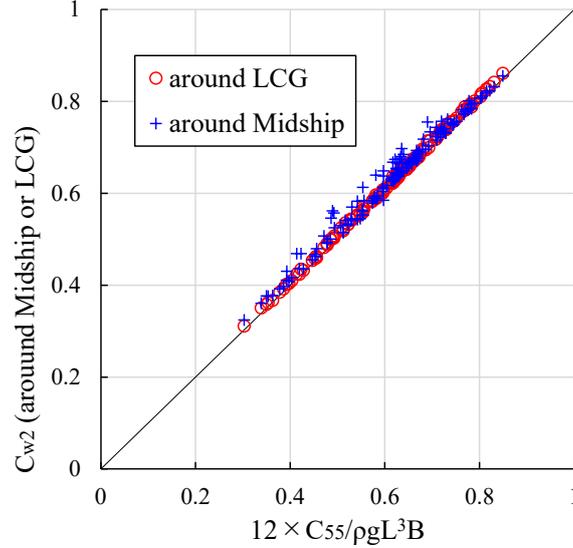


Fig. 3.1 Comparison of  $12\bar{C}_{55}$  and  $C_{w2}, C_{w2}^G$ .

水線面二次モーメントは水線面積にくらべ一般的な主要目ではないため、 $C_w$ を用いた水線面二次モーメントの近似式を求めておくことと便利である。 $C_{w2}, C_{w2}^G$ は、水線面形状を $C_w$ によって一意に定まる何らかの形状で仮定することで $C_w$ に関する陽関数として表すことができる。今、 $\bar{B}_w(\bar{x})$ の分布を、次の前後対称な矩形、台形、冪関数で仮定する。

$$\bar{B}_w^{\text{Rec}}(\bar{x}) := \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x}| \leq C_w/2 \\ 0 & \text{for } C_w/2 < |\bar{x}| \end{cases} \quad (3.2.6)$$

$$\bar{B}_w^{\text{Tra}}(\bar{x}) := \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x}| \leq C_w - 1/2 \\ \frac{1 - 2|\bar{x}|}{2(1 - C_w)} & \text{for } C_w - 1/2 < |\bar{x}| \end{cases} \quad (3.2.7)$$

$$\bar{B}_w^{\text{Pow}}(\bar{x}) := 1 - (2|\bar{x}|)^{\frac{C_w}{1-C_w}} \quad \text{for } |\bar{x}| \leq 1/2 \quad (3.2.8)$$

これらの区間 $[-1/2, 1/2]$ における積分値は確かに $C_w$ に一致することが確認できる。これらの分布を Fig. 3.2 に示す。式(3.2.6)~(3.2.8)をそれぞれ式(3.2.4)に代入することで、矩形、台形、冪関数の $\bar{B}_w(\bar{x})$ に対応する $C_{w2}^G$ はそれぞれ次のように書ける。

$$C_{w2}^G = \begin{cases} C_w^3 & \text{(Rectangular)} \\ C_w(2C_w^2 - 2C_w + 1) & \text{(Trapezoid)} \\ \frac{C_w}{3 - 2C_w} & \text{(Power func.)} \end{cases} \quad (3.2.9)$$

以上の関数近似に基づく式とは別に、実船の $C_{w2}$ に基づき $C_w$ の2次関数で近似した大串による式が存在する<sup>[39]</sup>。しかしながら、1971年当時の船舶と現在の船舶とは一般的な船型が多少変わっているため、ここでは2.6節に示した現存する船舶に合うように係数を調整し、次のように定めた。

$$C_{w2}^G \cong 2.2C_w^2 - 1.8C_w + 0.6 \quad \text{(Proposed)} \quad (3.2.10)$$

この式でも $C_w = 1$ で $C_{w2}^G = 1$ となるようにしている。

以上の $C_{w2}^G$ の近似式(3.2.9),(3.2.10)と154隻の実船の $C_{w2}$ ならびに $C_{w2}^G$ の値を比較したものを Fig. 3.3 に示す、図より、実船の $C_{w2}$ と $C_{w2}^G$ のうち、ばらつきが小さく $C_w$ との相関が強いのは $C_{w2}$ ではなく $C_{w2}^G$ であるこ

とが分かる．この理由は，水線面積との相関が強いのは幾何学的に浮面心前後位置 LCF まわりの水線面二次モーメントであり，重心前後位置 LCG が LCF と近い値をとるためである，式(3.2.9)の近似式のうち， $C_w < 0.8$ の痩せ型船型については $\bar{B}_w^{\text{Rec}}(\bar{x})$ を台形で近似した式の精度が良く， $C_w > 0.85$ の肥大船型では冪関数で近似した式の精度が良いことが分かる．これに対し，式(3.2.10)の2次関数近似の式は全域にわたって良好な精度になっている．

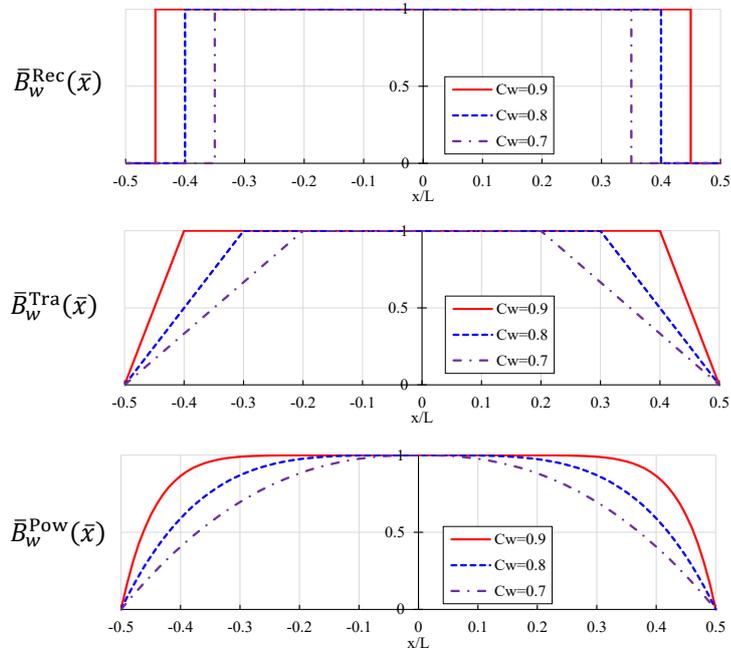


Fig. 3.2 Distribution of  $\bar{B}_w^{\text{Rec}}$ ,  $\bar{B}_w^{\text{Tra}}$  and  $\bar{B}_w^{\text{Pow}}$ .

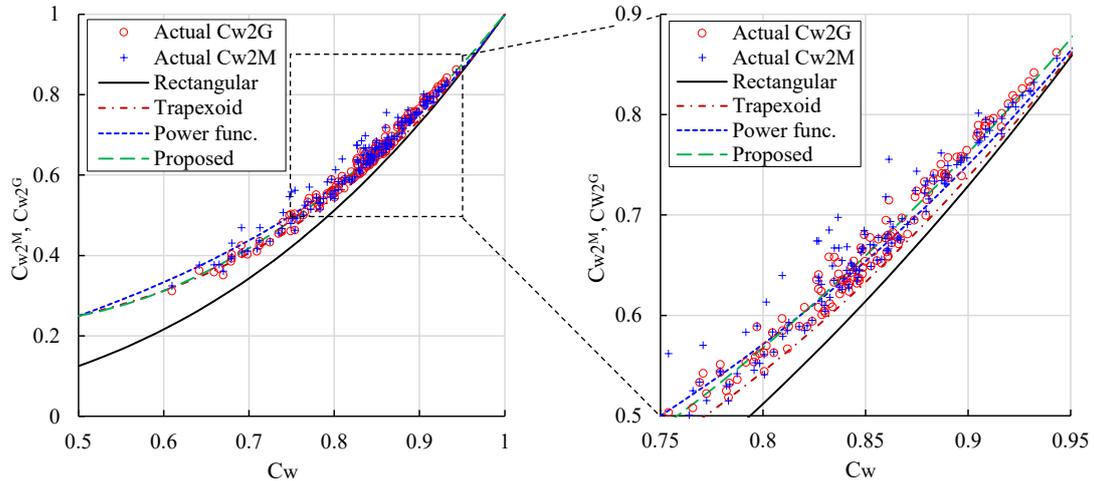


Fig. 3.3 Comparison of  $C_{w2}, C_{w2}^G$  between the approximated formulas and actual ship's value.

式(3.2.9)の近似式は船型を仮定して求めた式なので意味がクリアであるが，本研究では痩せ型・肥大船型によらず精度が確保された式(3.2.10)の $C_{w2}^G$ を採用する．結局，式(3.2.10)を式(3.2.5)に代入し下線部の項を無視した次式を $\bar{C}_{55}$ の $C_w$ を用いた近似式とする．

$$\bar{C}_{55} \cong \frac{1}{12}(2.2C_w^2 - 1.8C_w + 0.6) \quad (\text{Proposed}) \quad (3.2.11)$$

式(3.2.11)と実船の $\bar{C}_{55}$ の比較を Fig. 3.4 に示す. 図より, 提案式は良好な精度を有していることが分かる.

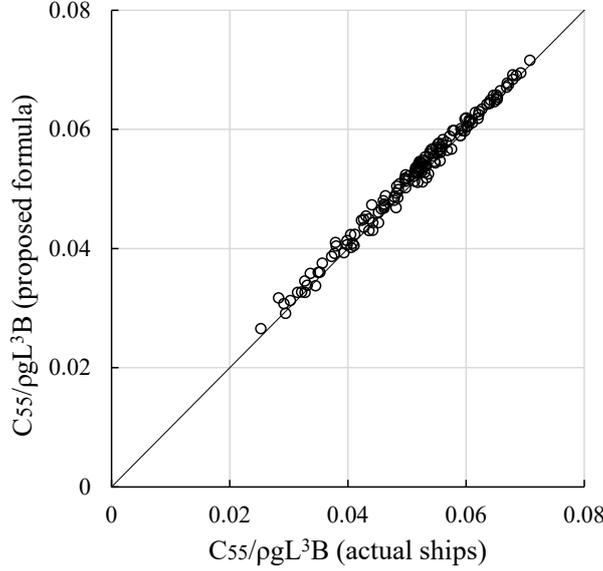


Fig. 3.4 Comparison of  $\bar{C}_{55}$  between the proposed formula and actual ship's value.

### 3.2.2 Roll の復原力係数

Roll の復原力係数は, 式(A.2.31)よりその無次元値を次のように定義する.

$$\bar{C}_{44} := \frac{C_{44}}{\rho g B^3 L} = \int_{x_A}^{x_F} \frac{\bar{B}_w^3}{12} d\bar{x} + \frac{dC_b}{B^2} (z_B - z_G) = \frac{dC_b}{B} \frac{\overline{GM}}{B} \quad (3.2.12)$$

ここに,  $\nabla$ は排水容積である.  $\overline{GM}$ は次のように分解される.

$$\overline{GM} = \overline{BM} + \overline{KB} - \overline{KG} \quad (3.2.13)$$

ここに,  $\overline{BM}$ は浮心上メタセンタ高さ,  $\overline{KB}(=d+z_B)$ はキール上浮心高さ,  $\overline{KG}(=d+z_G)$ はキール上重心高さであり, いずれも正の値を取る距離である. 参考までに, Fig. 3.5 にメタセンタ $M$ , 重心 $G$ , 浮心 $B$ , キール $K$ の位置関係の例を示す.  $\overline{KG}$ については, 本研究では既知として扱う.  $\overline{BM}$ は式(3.2.12)右辺第1項に対応する項であり,

$$\overline{BM} = \frac{1}{\nabla} \int_{x_A}^{x_F} \frac{\{B_w(x)\}^3}{12} dx \quad (3.2.14)$$

と表される. また, 浮心高さ $\overline{KB}$ は

$$\overline{KB} = d + z_B = d + \frac{1}{\nabla} \iiint_{V_H} z dV \quad (3.2.15)$$

と表される.

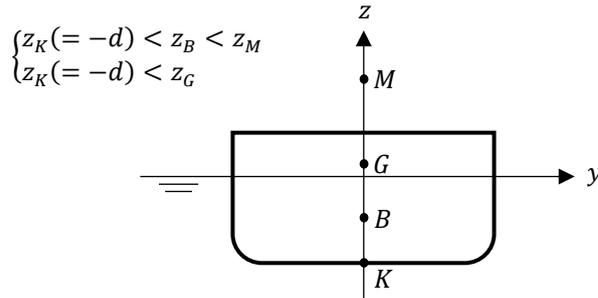


Fig. 3.5 Positional relationship of metacenter M, center of gravity G, center of buoyancy B and keel K.

### 3.2.2.1 浮心高さ $\overline{KB}$ の算式

浮心高さは、喫水線下の船体形状の瘦せを表す縦柱形係数  $C_{vp}(= C_b/C_w)$  への依存性が強い。そこで、 $\overline{KB}/d$  を  $C_{vp}$  によって表すことを試みる。

キール上浮心高さ  $\overline{KB}$  の推定式はいくつか存在するため、以下に列挙する。

$$\frac{\overline{KB}}{d} = \begin{cases} \frac{5}{6} - \frac{1}{3}C_{vp} & \text{(Morrish's formula)} \\ 1 - \frac{C_{vp}}{1 + C_{vp}} & \text{(Kanda \& Hayase's formula)} \\ 0.827 - \frac{1}{3}C_{vp} & \text{(Okushi's formula)} \end{cases} \quad (3.2.16)$$

モーリッシュの式は、排水容積が等しくなるよう水面下の断面形状を二直線で近似して導出されたもの<sup>[40]</sup>で、一方神田・早瀬の式は冪関数で近似して導出されたものである<sup>[41]</sup>。大串の式は、1971年当時の船舶に対するフィッティングにより決定されている<sup>[39]</sup>。以上に対し、本研究では前2.6節に示した現存の船舶に合うように決定した次式を提案式とする。

$$\frac{\overline{KB}}{d} \cong 0.49C_{vp}^{-0.4} \quad \text{(Proposed)} \quad (3.2.17)$$

横軸を  $C_{vp}$  にとって算式と実船の  $\overline{KB}/d$  の値を比較したものを Fig. 3.6 に示す。提案式以外の推定式は、浮心高さを高めに見積もっている。これは、当時の船舶は現在のように大きなバルバスバウを持たなかったことが原因と推察される。また、 $C_{vp} = 1$  に近いほど水面下の断面形状は矩形に近づき、 $\overline{KB} = d/2$  となるであろうことが想定され、モーリッシュの式と神田・早瀬の式もそのようになっているが、実際の船舶では大きなバルバスバウを持つため  $C_{vp} = 0.9$  前後でも  $\overline{KB}$  が  $d/2$  を下回るものが存在する。したがって、バルバスバウの大きさに関するパラメータを考慮すれば推定精度はより向上するものと考えられる。しかしながら、Fig. 3.6 からわかるように  $\overline{KB}$  のばらつきは高々  $\pm 0.05d$  程度であり、それが  $\overline{GM}$  に及ぼす影響は軽微である。簡便さの観点から、 $\overline{KB} = d/2$  としてしまっても大きな問題は生じないことを付言しておく。

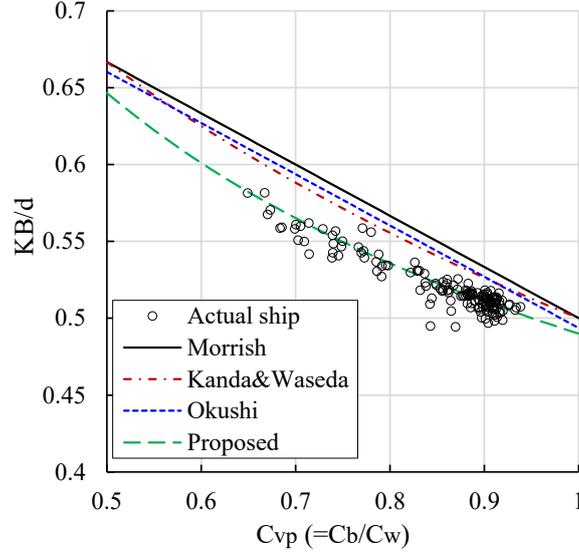


Fig. 3.6 Comparison of  $\overline{KB}/d$  between simplified formulae and actual ship's value.

### 3.2.2.2 浮心上メタセンタ高さ BM の算式

浮心上メタセンタ高さは、水線面積の $x$ 軸回りの二次モーメントによって表されるため、 $C_w$ に強く依存するものと考えられる。

まず、次の $x$ 軸まわりの水線面二次モーメント係数 $C_{w2}^x$ を定義する。

$$C_{w2}^x := \frac{12}{LB^3} \iint_{A_w} y^2 dx dy = \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^3 d\bar{x} = 12 \frac{\overline{BM}}{B} \frac{dC_b}{B} \quad (3.2.18)$$

Pitch の復原力係数で行った検討と同様に、水線幅を Fig. 3.2 の矩形、台形、冪関数で仮定した場合、 $C_{w2}^x$  は $C_w$ を用いてそれぞれ次のように表される。

$$C_{w2}^x = \begin{cases} C_w & \text{(Rectangular)} \\ \frac{3C_w - 1}{2} & \text{(Trapezoid)} \\ \frac{6C_w^3}{(2C_w + 1)(C_w + 1)} & \text{(Power func.)} \end{cases} \quad (3.2.19)$$

また、過去に作成された $C_{w2}^x$ の推定式としては、大串によって 1948 年に開発された次式が存在する<sup>[40]</sup>。

$$C_{w2}^x = 12(0.106C_w - 0.0286) \quad \text{(Okushi's formula)} \quad (3.2.20)$$

以上に対し、本研究では 2.6 節に示した現存の船舶に合うように決定した次式を提案式とする。

$$C_{w2}^x \cong C_w^{1.7} \quad \text{(Proposed)} \quad (3.2.21)$$

以上に示した算式(3.2.19)~(3.2.21)と実船の $C_{w2}^x$ の値を比較したものを Fig. 3.7 に示す。大串の式は $C_w = 1$ に近い肥大船において精度が低下しているが、これは大串がフィッティングの対象とした船舶で $C_w > 0.85$ のものが存在していなかったためである。形状近似による算式に関しては、台形近似は痩せ船型で精度が良く、冪関数近似は肥大船型で精度が良いことが確認できる。これらに対し、提案式は形状近似に基づいていないが、 $C_w$ に依らず一定の精度を有しており、式も単純である。

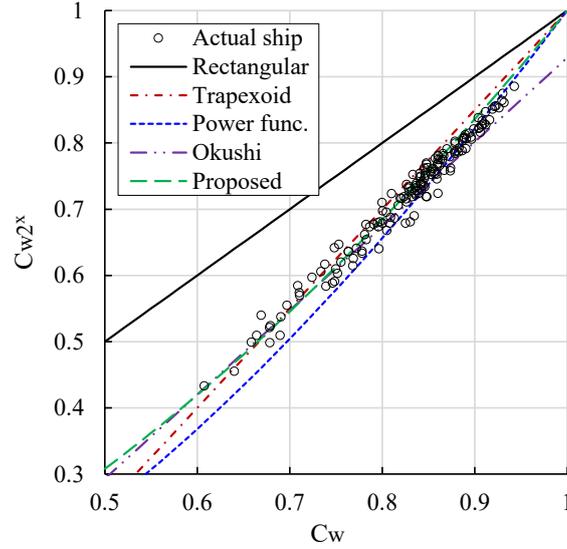


Fig. 3.7 Comparison of  $C_w^x$  between simplified formulae and actual ship's value.

### 3.2.2.3 メタセンタ高さの簡易算式

以上の $\overline{KB}$ ,  $\overline{BM}$ の算式を踏まえ, roll の復原力係数 $\overline{C}_{44}$ ならびに $\overline{GM}$ の提案算式を次式とする.

$$\begin{cases} \overline{C}_{44} = \frac{dC_b}{B} \frac{\overline{GM}}{B} \\ \overline{GM} \cong \frac{B^2}{dC_b} \frac{C_w^{1.7}}{12} + 0.49dC_{vp}^{-0.4} - \overline{KG} \end{cases} \quad \text{(Proposed)} \quad (3.2.22)$$

本算式と実船とで $\overline{C}_{44}$ ,  $\overline{GM}/B$ を比較したものを Fig. 3.8 に示す. Fig. 3.8 より, 提案算式は良い精度を有することが分かる. ただし, 満載積付状態におけるコンテナ船などの $\overline{GM}$ が極端に小さい船種・積付状態において, 本算式では $\overline{GM}$ が負となる可能性がある事に注意を要する.

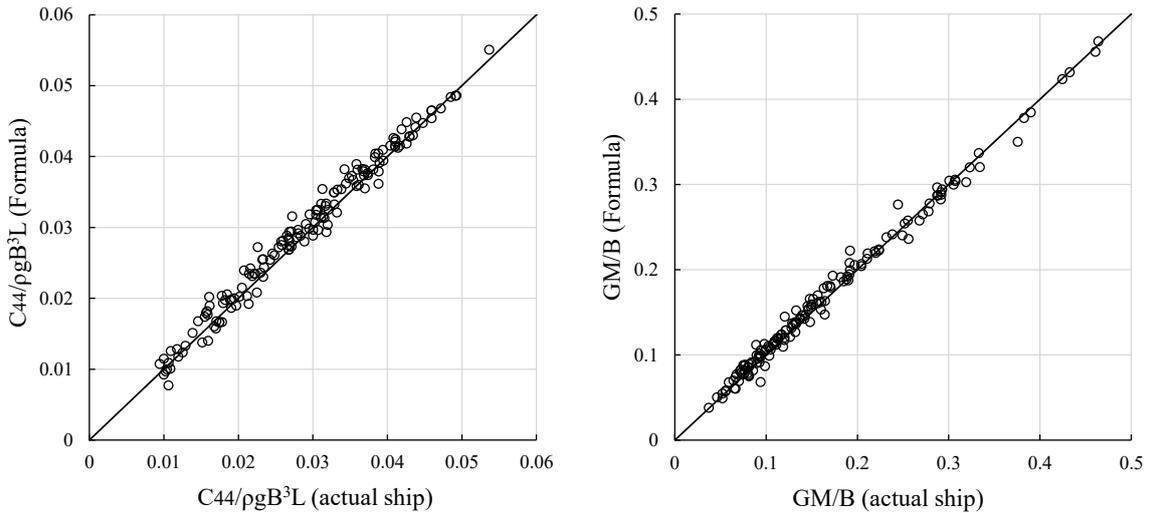


Fig. 3.8 Comparison of  $\overline{C}_{44}$ (left) as well as  $\overline{GM}/B$ (right) between proposed formula and actual ship's value.

### 3.3 Froude-Krylov 力

Froude-Krylov 力は船体に作用する流体力のうち主要な成分を占め、この成分を陽な式で示すだけでも完結した意義を持つ。その重要度は運動モードによって異なり、**heave** 及び **pitch** については、Froude-Krylov 力は長波長域で **leading term** となる主要成分である<sup>[42, 43]</sup>が、運動が大きくなる波長域では **radiation/scattering** 流体力も重要となる。これに対し、**roll** や **surge** については Froude-Krylov 力が運動に対して特に支配的であることが知られている。Roll に関しては、**scattering** 流体力と **sway** 起因の **radiation** 流体力が相殺するため、波浪強制力に Froude-Krylov モーメントのみを用いた一自由度運動方程式によって十分な精度で推定することができ<sup>[44]</sup>、復原性基準にもその考えが採用されている<sup>[45]</sup>。Surge に至っては、船舶が前後に細長いため近似的に Froude-Krylov 力と船体重量のみによる推定が可能で、船体表面法線ベクトルの船長方向成分を考慮しないストリップ法の多くではこの計算法が採用されている<sup>[46]</sup>。本節で提示する Froude-Krylov 力の簡易算式は、これらの運動を簡易的に推定する上で特に有効に活用されるものである。

Froude-Krylov 力は復原力係数と同様、既知のスカラー場の船体表面積分であるから、簡易算式開発の要は“船体形状をどのように近似するか”にある。Faltinsen や Jensen は船体を箱船で仮定することで **heave** や **pitch** の Froude-Krylov 力を導いている<sup>[25, 47]</sup>。これに対し本研究ではファインネス係数の影響を適切に考慮するため、船体形状を船型パラメータによって一意に定まるような解析的に積分可能な関数で近似したうえで簡易算式を求める。船体形状の近似は、算式が簡潔にかつ積分値の評価として正しい近似となるように運動モード毎に異なる形状を選択する。特に、長波長域の漸近値が厳密式に一致あるいは良い近似となるように決定する。

まず、断面 Froude-Krylov 力  $f_i^{FK}(x)$  と 3次元 Froude-Krylov 力  $E_i^{FK}$  の無次元量を、式(A.2.67)の無次元化に従い、それぞれ次式のように表す。

$$\bar{f}_i^{FK}(x) := \frac{f_i^{FK}(x)}{\rho g \zeta_a B \varepsilon_i} = -\frac{1}{B \varepsilon_i} \int_{C_x} \varphi_0 n_i dl \quad (i = 1 \sim 4) \quad (3.3.1)$$

$$\bar{E}_i^{FK} := \frac{E_i^{FK}}{\rho g \zeta_a L B \varepsilon_i} = -\frac{1}{B L \varepsilon_i} \iint_{S_H} \varphi_0 n_i dS \quad (i = 1 \sim 6) \quad (3.3.2)$$

式(3.3.2)右辺に、**pitch** と **yaw** に関して  $n_x$  に起因する項を無視する（式(A.2.39)において下線部を小さいとして無視する）と、 $\bar{E}_i^{FK}$  は次のように表せる。

$$\bar{E}_i^{FK} \cong \begin{cases} \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{f}_i^{FK}(\bar{x}) d\bar{x} & (i = 1 \sim 4) \\ \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} -\bar{x} \bar{f}_3^{FK}(\bar{x}) d\bar{x} & (i = 5) \\ \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x} \bar{f}_2^{FK}(\bar{x}) d\bar{x} & (i = 6) \end{cases} \quad (3.3.3)$$

また、次の船長方向の無次元波数  $\bar{k}_l$ 、幅方向の無次元波数  $\bar{k}_w$  を定義しておく。

$$\begin{cases} \bar{k}_l = kL \cos \beta \\ \bar{k}_w = kB \sin \beta \end{cases} \quad (3.3.4)$$

### 3.3.1 Surge

$\bar{E}_1^{FK}$ を簡易に計算する方法の出発点として、式(3.3.2)にガウスの勾配定理(A.2.30)を適用した次の表示が用いられることが多い。

$$\bar{E}_1^{FK} = -\frac{1}{LB} \iiint_{V_H} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} dV = i\bar{k}_l \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \left( \frac{1}{LB} \iint_{A_H(\bar{x})} e^{kz-iky \sin \beta} dydz \right) d\bar{x} \quad (3.3.5)$$

流体力の計算に $n_x$ を用いないストリップ法プログラムでは、通常 $\bar{E}_1^{FK}$ は式(3.3.5)に基づいて計算され、その中には横断面 $A_H$ 上の積分を数値的に解く方法、あるいはより簡単に入射波の波粒子速度を一点で代表して解く方法等がある<sup>[46, 48]</sup>。ここでは、断面を矩形で近似した上で解析的に求める。断面形状を幅 $B'(\bar{x})$ 、深さ $d'(\bar{x})$ としたとき、 $A_H$ 上の積分は次のように表される。

$$\frac{1}{LB} \iint_{A_H(\bar{x})} e^{kz-iky \sin \beta} dydz = \frac{1 - e^{-kd'(\bar{x})}}{kL} \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w \bar{B}'(\bar{x})}{2} \quad (3.3.6)$$

式(3.3.6)を式(3.3.5)に代入して次のように近似する。

$$\bar{E}_1^{FK} \cong i(1 - e^{-kd_e}) \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \frac{\bar{k}_l}{kL} \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \bar{B}'(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.3.7)$$

式(3.3.7)の近似では積分を簡単にするため

$$\sin \frac{\bar{k}_w \bar{B}'(\bar{x})}{2} \cong \bar{B}'(\bar{x}) \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \quad (3.3.8)$$

としており、さらにスミス修正係数 $e^{-kd'}$ の喫水 $d'(x)$ を定数の等価喫水 $d_e$ に置き換え積分の外に出している。ここで、水面下形状の $y$ - $z$ 平面への投影面は $B \times dC_m$ の矩形に近似し得ると考え、 $d_e = dC_m$ とする。また、 $\bar{B}'(\bar{x})$ の分布を、浮心前後位置 LCB を中心とした前後対称の面積 $C_p (= C_b/C_m)$ の台形分布で仮定する：

$$\bar{B}'(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x}| \leq C_p - 1/2 \\ \frac{0.5 - |\bar{x}|}{1 - C_p} & \text{for } C_p - 1/2 < |\bar{x}| \leq 1/2 \end{cases} \quad (3.3.9)$$

すなわち船型を Fig. 3.10 に示すような六角柱で近似していることになる。 $\bar{B}'(\bar{x})$ の分布に $C_p$ を用いているのは、等価喫水 $dC_m$ に対して排水量を $LBdC_b$ とするためである。以上を式(3.3.7)に代入することで、結局次の簡易算式を得る。

$$\bar{E}_1^{FK} \cong i(1 - e^{-kdC_m}) \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{kL} \sin \frac{C_p \bar{k}_l}{2} \right) \left\{ \frac{2}{(1 - C_p) \bar{k}_l} \sin \frac{(1 - C_p) \bar{k}_l}{2} \right\} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.3.10)$$

提案算式(3.3.10)を $k$ について展開すると、その長波長域における漸近値は厳密値(C.1.10)に一致する事が確認できる。

開発した算式(3.3.10)と、前 2.6 節で示した実船のシリーズ計算値を比較したものを Fig. 3.9 に示す。Fig. 3.9 より、 $\Im[\bar{E}_1^{FK}]$ はいずれの船舶、波条件においても良好な精度を有していることが分かる。 $\Re[\bar{E}_1^{FK}]$ については、算式では前後対称船型を仮定したために奇関数の対称領域積分より 0 となる。これに対して、実船の値も高々 $\Re[\bar{E}_1^{FK}] = 0.02$ 程度であり、船型の前後非対称影響は無視し得ることが確認できる。

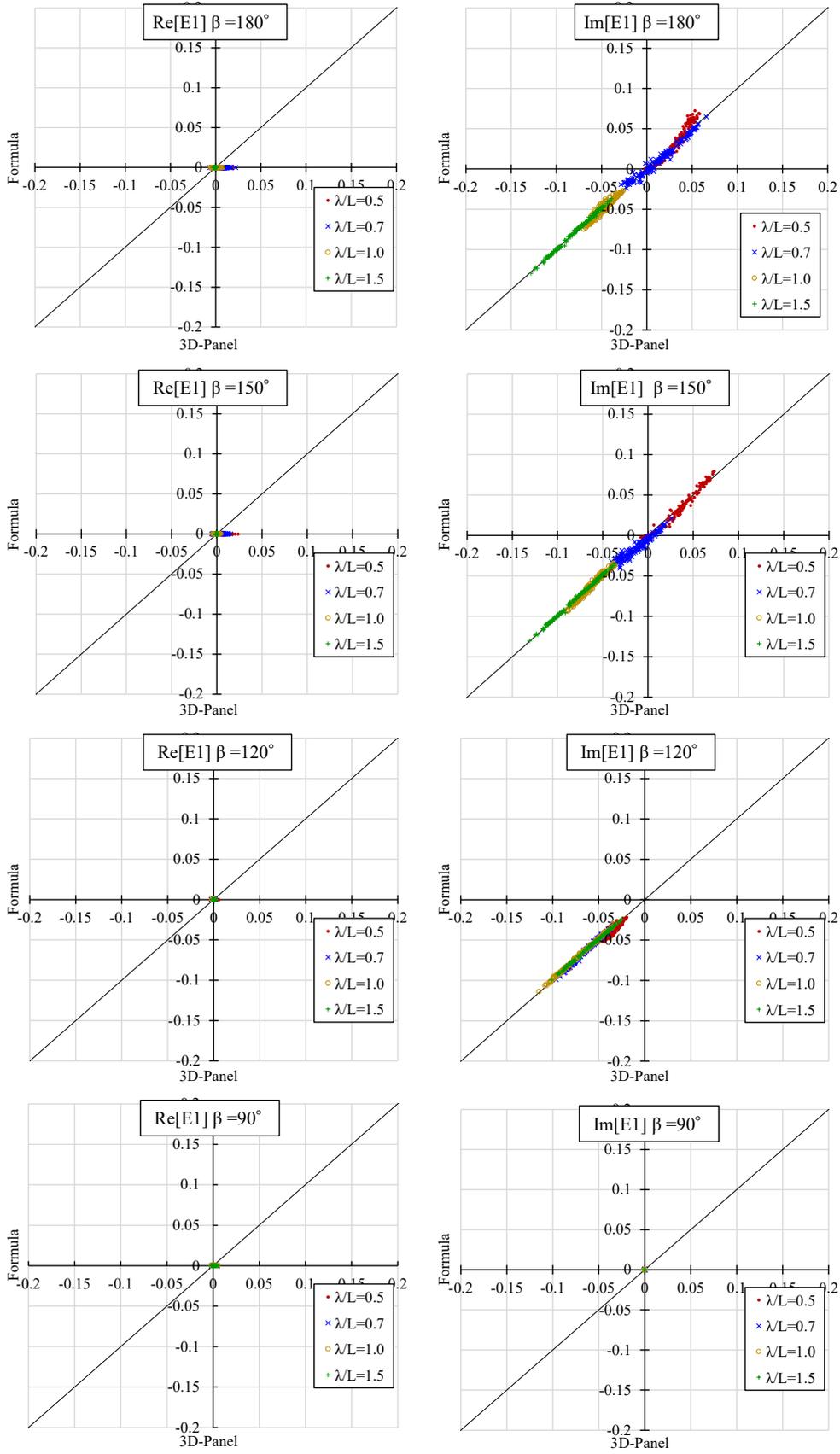


Fig. 3.9 Comparison of  $\bar{E}_1^{FK}$  between proposed formula and numerical calculation for target ships.

なお、一般商船は Fig. 2.13 に示したように殆どの船で  $C_m \cong 1$  であるため、式(3.3.10)において  $C_m = 1$  としても一部の瘦せ型船を除き殆ど精度低下しないことが確認された。また、 $\bar{B}'(\bar{x})$  を式(3.3.9)のような台形ではなく面積  $C_p$  の矩形分布で近似した場合、 $\bar{E}_1^{FK}$  は式(3.3.10)右辺の中括弧を除いた (= 1 とした) 式となるが、その場合、短波長域における推定精度が著しく低下することが確認された。 $n_x$  は主に船首尾付近で値を持つため、他の流体力よりも船首尾の形状近似の重要性が高く、幅の船長方向分布を実船型に近い台形 (両舷に展開すると Fig. 3.10 のような六角形) と仮定することで良好な精度を有する算式が得られた。

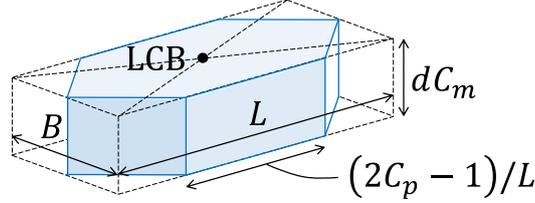


Fig. 3.10 Hull-form approximation for simplifying  $\bar{E}_1^{FK}$ .

### 3.3.2 Heave および pitch

船体の横断面形状を幅  $B'(\bar{x})$ 、深さ  $d'(\bar{x})$  の矩形とみなしたとき、 $z$  方向の断面 Froude-Krylov 力  $\bar{f}_3^{FK}(\bar{x})$  は次式のようになる。

$$\bar{f}_3^{FK}(\bar{x}) = \left\{ \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w \bar{B}'(\bar{x})}{2} \right\} e^{-k d'(\bar{x}) - i \bar{k}_l \bar{x}} \quad (3.3.11)$$

式(3.3.11)を式(3.3.3)に代入し、式(3.3.8)の近似を行い、さらに等価喫水  $d_e$  を用いてスミス修正係数を積分の外に出すことで、 $\bar{E}_3^{FK}, \bar{E}_5^{FK}$  は次のように表すことができる。

$$\bar{E}_3^{FK} \cong e^{-k d_e} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} \bar{B}'(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.3.12)$$

$$\bar{E}_5^{FK} \cong e^{-k d_e} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} -\bar{x} e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} \bar{B}'(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.3.13)$$

ここで等価喫水  $d_e$  は、水面下の瘦せを考慮して  $d_e = d C_{vp}$  とする。また、 $\bar{E}_3^{FK}, \bar{E}_5^{FK}$  は  $n_z$  に関する積分なので、船型の  $z$  方向投影面形状、すなわち水線面形状が支配的であると考えられる。このことから、 $\bar{B}'(\bar{x})$  は水線幅  $\bar{B}_w(\bar{x})$  に相当すると考え、LCF を中心とした面積  $C_w$  の矩形分布であると仮定する：

$$\bar{B}'(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x} - \bar{x}_f| \leq C_w/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.3.14)$$

以上を用いた場合、式(3.3.12),(3.3.13)右辺の積分はそれぞれ次の通りとなる。

$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} \bar{B}'(\bar{x}) d\bar{x} = e^{-i \bar{k}_l \bar{x}_f} \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \quad (3.3.15)$$

$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} -\bar{x} e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} \bar{B}'(\bar{x}) d\bar{x} = i e^{-i \bar{k}_l \bar{x}_f} \frac{1}{\bar{k}_l} \left\{ \left( \frac{2}{\bar{k}_l} + 2i \bar{x}_f \right) \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} - C_w \cos \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right\} \quad (3.3.16)$$

本算式で仮定した船型を Fig. 3.11 に示す。式(3.3.15),(3.3.16)右辺の  $e^{-i \bar{k}_l \bar{x}_f}$  は、入射波の位相が船体の重心

基準となっているのに対し、Froude-Krylov 力の作用中心が LCF となっていることによる位相差である。一方で、式(3.3.16)右辺に見られる小括弧内の  $\bar{x}_f$  は、 $\bar{E}_5^{FK}$  が重心まわりのモーメントとして定義されていることによる重心と作用中心のレバーである。

以上の式は、結果的に船体を Fig. 3.11 に示す“LCF を中心とした  $LC_w \times B \times dC_{vp}$  の箱船”とみなすことで導出された式である。水線面形状を  $LC_w \times B$  の矩形かつ喫水を  $dC_{vp}$  で一様とみなす事は、横波の場合は入射波面が  $e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} = 1$  と船長方向に均一になるため正しい近似であると言える。しかしながら、縦波の短波長域では波面  $e^{-i\bar{k}_l \bar{x}}$  が船長方向に変化することで船型の重みが船長方向で一様ではなくなるため、船体形状を箱型で近似することに無理が生じる。そこで、算式の簡潔さを損なうことなく縦波の短波長域において水線面ならびに水面下の肥瘦の影響を考慮するため、算式の  $\bar{k}_l$  を次の  $\bar{k}'_l$  に置き換えることにする。

$$\bar{k}'_l := C_b^{-0.15} \bar{k}_l \quad (3.3.17)$$

船長方向無次元波数  $\bar{k}_l$  に修正を施したのは、縦波かつ短波長域における値を変化させるためであり、修正に  $C_b$  を用いたのは、 $C_b = C_w C_{vp}$  より、水線面の肥瘦 ( $C_w$ ) と水面下の肥瘦 ( $C_{vp}$ ) の両方に対して補正を施すためである。指数の  $-0.15$  は実船型の結果を踏まえ、一致度が高くなるように決定している。

以上の議論から、次式を heave, pitch の Froude-Krylov 力の簡易算式として提案する。

$$\bar{E}_3^{FK} \cong e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kdC_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{\bar{k}'_l} \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} \right) \quad (\text{Proposed}) \quad (3.3.18)$$

$$\bar{E}_5^{FK} \cong i e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kdC_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \frac{1}{\bar{k}'_l} \left\{ \left( \frac{2}{\bar{k}'_l} + 2i\bar{x}_f \right) \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} - C_w \cos \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} \right\} \quad (\text{Proposed \#1}) \quad (3.3.19)$$

上式のうち、 $e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f}$  については  $\bar{k}'_l$  ではなく  $\bar{k}_l$  を用いているが、これは、入射波の山/谷が LCF 位置に達した瞬間に  $\bar{E}_3^{FK}$  が最大/最小となるべきとの考えに基づいている。

開発した算式(3.3.18),(3.3.19)とシリーズ計算値を比較したものをそれぞれ Fig. 3.12, Fig. 3.13 に示す。あらゆる船舶、波条件について良好な精度を有する算式であることが確認できる。船体形状の前後非対称性に起因する  $\Im[\bar{E}_3^{FK}]$ ,  $\Re[\bar{E}_5^{FK}]$  についても良い相関が見られ、このことは、z 方向力の作用中心が LCF にあるとみなすことが妥当であることを意味する。

式(3.3.18), (3.3.19)の振幅は、Fig. 2.13 より  $\bar{x}_f$  の値は高々  $\pm 0.05$  程度と小さいため、 $\bar{x}_f$  の二乗の項を無視することで次式のように表せる。

$$|\bar{E}_3^{FK}| \cong e^{-kdC_{vp}} \left| \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right| \left| \frac{2}{\bar{k}'_l} \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} \right| \quad (3.3.20)$$

$$|\bar{E}_5^{FK}| \cong e^{-kdC_{vp}} \left| \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right| \left| \frac{1}{\bar{k}'_l} \left( \frac{2}{\bar{k}'_l} \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} - C_w \cos \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} \right) \right| \quad (3.3.21)$$

すなわち、 $\bar{x}_f$  は主に位相の計算に対して用いられるもので、振幅への影響は無視し得る。以上の算式において、 $\bar{k}_w = 0, C_w = C_b = 1$  とすると Jensen による算式<sup>[25]</sup>と一致することが確認できる。提案算式は、数式の煩雑さは Jensen の算式とさほど変わらず、船体形状パラメータ  $C_b, C_w$  の影響を適切に考慮し、さらに位相の情報も  $\bar{x}_f$  によって明確に得られるという点で高度化された算式となっている。

Heave の提案算式(3.3.18)の長波長域の漸近値は、厳密式(C.1.10)に一致することが確認できる。一方で pitch の算式(3.3.19)は、長波長域で次の値に漸近する。

$$\bar{E}_5^{FK} \sim i\bar{k}'_l \frac{C_w^3}{12} - \bar{x}_f C_w \quad \text{as } k \rightarrow 0 \quad (3.3.22)$$

厳密式(C.1.10)と照らし合わせると, pitch の復原力係数に相当する量が次のように対応していることが分かる.

$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \bar{B}_w(\bar{x}) d\bar{x} \leftrightarrow C_b^{-0.15} \frac{C_w^3}{12} \quad (3.3.23)$$

右辺は水線幅を矩形分布 $\bar{B}_w^{\text{Rec}}(\bar{x})$  (式(3.2.6)) で近似した時の pitch 復原力係数 $C_w^3/12$  (式(3.2.9)) に補正 $C_b^{-0.15}$ が乗じられているものである. 実用上問題ない精度を有していることは Fig. 3.13 から確認できる. なお, 幅 $\bar{B}'(\bar{x})$ を式(3.3.14)のような矩形ではなく台形分布で近似した場合についても検討を行ったが, 算式が煩雑になる割には大きな精度の向上はみられなかった. 結果的に, 矩形分布で近似した上に式(3.3.17)の修正を施した式(3.3.18),(3.3.19)が簡潔さと精度を兼ね揃えており, 本研究ではこれらを提案算式とした.

Froude-Krylov 力は長波長域で復原力係数に一致するという事実に基づき, 復原力係数を用いた Froude-Krylov 力の表現についても示しておく. そのような表現は, 運動方程式から支配パラメータを抽出するのにも役立つ.  $\bar{E}_3^{FK}$ については正しい漸近値をとるので, ここでは $\bar{E}_5^{FK}$ について示す. まず,  $\bar{E}_5^{FK}$ の式(3.3.19)にある $C_w \bar{k}'_l$ 依存の関数を次のように変形する.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\bar{k}'_l} \left\{ \left( \frac{2}{\bar{k}'_l} + 2i\bar{x}_f \right) \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} - C_w \cos \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} \right\} \\ &= \frac{iC_w \bar{x}_f}{C_w \bar{k}'_l} \left\{ \frac{2}{C_w \bar{k}'_l} \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} \right\} + \frac{C_w^3 C_b^{-0.15}}{12} \bar{k}'_l \left\{ 3 \left( \frac{2}{C_w \bar{k}'_l} \right)^2 \left( \frac{2}{\bar{k}'_l C_w} \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} - \cos \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.3.24)$$

算式の漸近値(3.3.22)と厳密式(C.1.10)を照らし合わせるとわかるように, 右辺の下線部と二重下線部はそれぞれ $-\bar{C}_{35}, \bar{C}_{55}$ に対応する ( $\bar{C}_{35} = -C_w \bar{x}_f$ は必ず成り立つ). よって, それぞれ置き換えることで $\bar{E}_5^{FK}$ の次の表示が得られる.

$$\bar{E}_5^{FK} \cong e^{-i\bar{k}'_l \bar{x}_f - kdC_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}'_l} \sin \frac{\bar{k}'_l}{2} \right) \left\{ \bar{C}_{53} \frac{2}{C_w \bar{k}'_l} \sin \frac{C_w \bar{k}'_l}{2} + i\bar{k}'_l \bar{C}_{55} f_{E5}(C_w \bar{k}'_l) \right\} \quad (\text{Proposed \#2}) \quad (3.3.25)$$

ここで,  $f_{E5}(x)$ は $x \rightarrow 0$ で1に漸近する次の関数である.

$$f_{E5}(x) := \frac{12}{x^2} \left( \frac{2}{x} \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) = 1 + O(x^2) \quad (3.3.26)$$

式(3.3.24)において二重下線部を $\bar{C}_{55}$ に置き換えたことで式(3.3.25)は長波長域で正しい漸近値をとるようになる. 実際に式(3.3.25)において正しい $\bar{C}_{55}$ の値を用いた場合, 式(3.3.19)より精度が向上することが確認された.

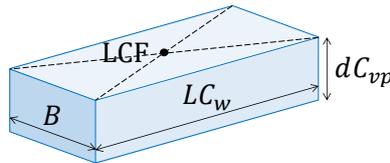


Fig. 3.11 Hull-form approximation for simplifying  $\bar{E}_3^{FK}$  and  $\bar{E}_5^{FK}$ .

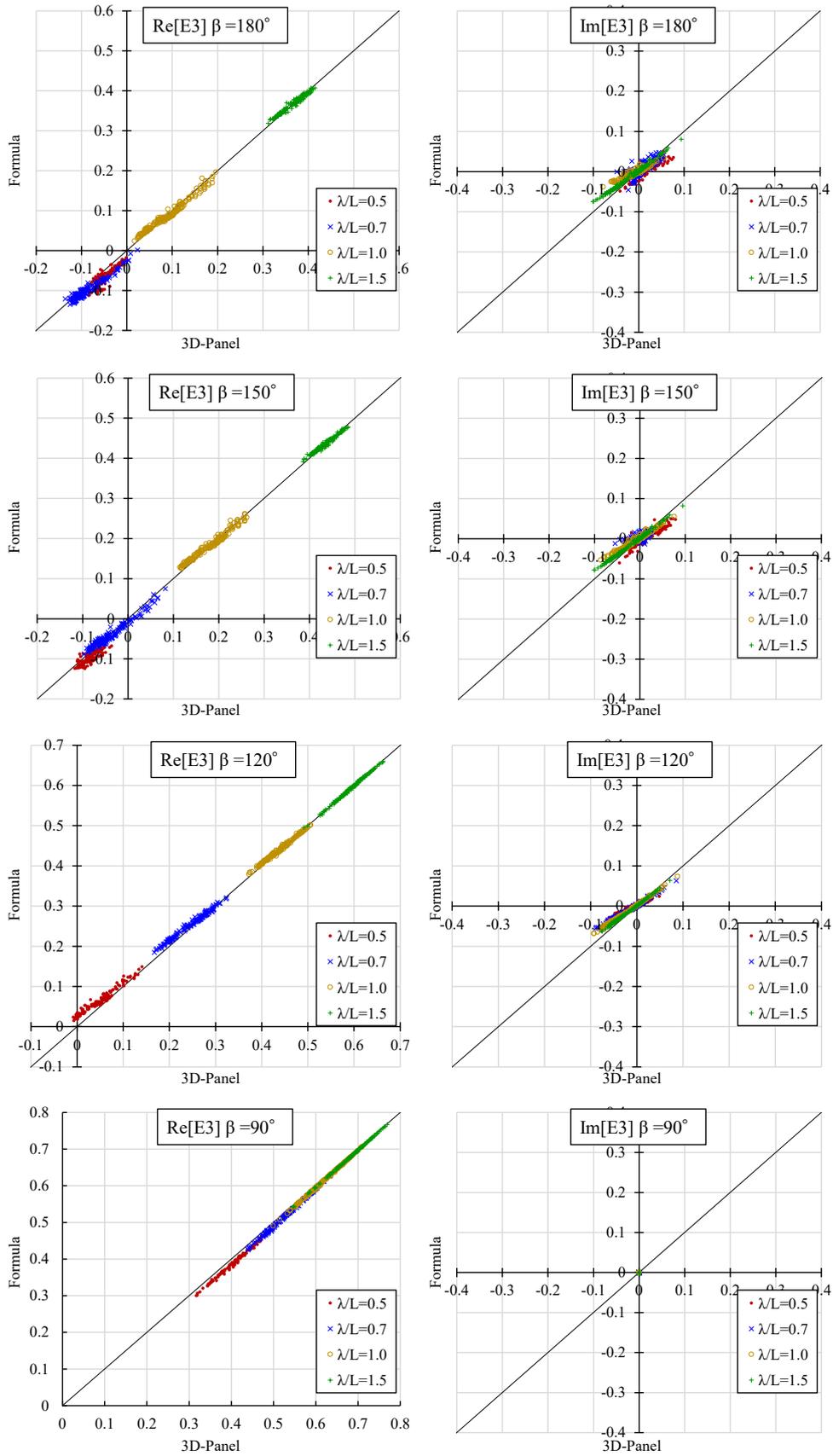


Fig. 3.12 Comparison of  $\bar{E}_3^{FK}$  between proposed formula and numerical calculation for target ships.

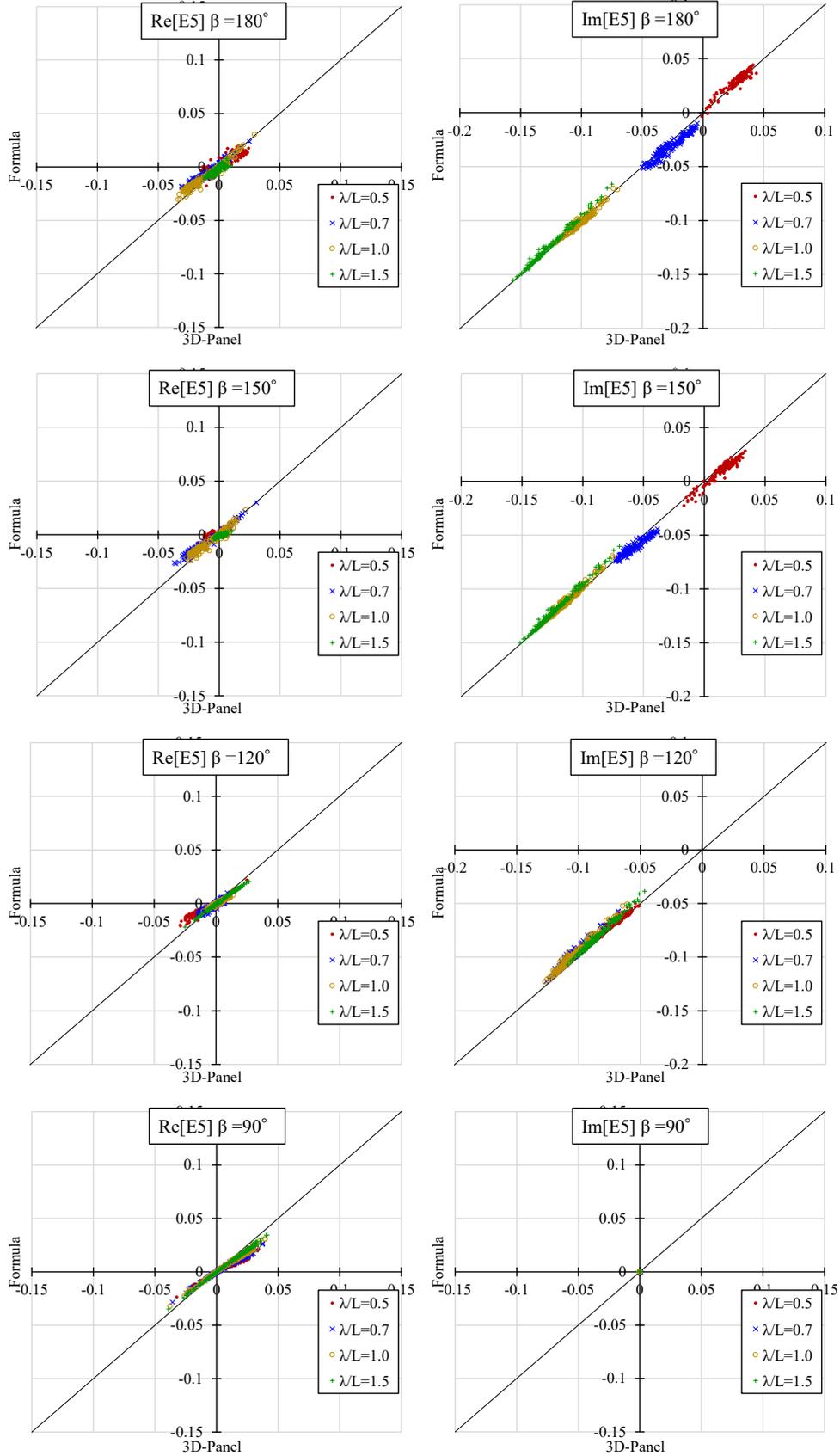


Fig. 3.13 Comparison of  $\bar{E}_5^{FK}$  between proposed formula and numerical calculation for target ships.

### 3.3.3 Sway および yaw

船体の横断面形状を幅 $B'(\bar{x})$ 、深さ $d'(\bar{x})$ の矩形とみなしたとき、 $y$ 方向の断面 Froude-Krylov 力 $\bar{f}_2^{FK}(\bar{x})$ は次式ようになる。

$$\bar{f}_2^{FK}(\bar{x}) = i\{1 - e^{-kd'(\bar{x})}\} \left\{ \frac{2}{KB} \sin \frac{\bar{k}_w \bar{B}'(\bar{x})}{2} \right\} e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \quad (3.3.27)$$

式(3.3.27)を式(3.3.3)に代入し、式(3.3.8)の近似を行い、等価喫水 $d_e$ を用いてスマス修正係数を積分の外に出すことで、 $\bar{E}_2^{FK}, \bar{E}_6^{FK}$ を次のように表す。

$$\bar{E}_2^{FK} \cong i(1 - e^{-kd_e}) \left( \frac{2}{KB} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \bar{B}'(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.3.28)$$

$$\bar{E}_6^{FK} \cong i(1 - e^{-kd_e}) \left( \frac{2}{KB} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x} e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \bar{B}'(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.3.29)$$

ところで、 $\bar{f}_2^{FK}(\bar{x})$ の定義式(3.3.1)は表面積分による定義であるが、これにガウスの勾配定理を適用することで、 $\varphi_0$ の横断面上の面積分に置き換えることもできる。この事実から、等価喫水は喫水線下の痩せの影響を考慮して $d_e = dC_{vp}$ と近似する。ただし、 $\bar{E}_6^{FK}$ については本項末にて後述の長波長域における漸近値を考慮して $d_e = dC_{vp}^2$ と与える。また、幅 $\bar{B}'(\bar{x})$ の分布は LCB を中心とした面積 $C_w$ の矩形分布と仮定する：

$$\bar{B}'(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x}| \leq C_w/2 \\ 0 & \text{for } C_w/2 < |\bar{x}| \end{cases} \quad (3.3.30)$$

式(3.3.30)を式(3.3.28),(3.3.29)に代入することで、結局次の簡易算式を得る。

$$\bar{E}_2^{FK} \cong i(1 - e^{-kdC_{vp}}) \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \quad (\text{Proposed}) \quad (3.3.31)$$

$$\bar{E}_6^{FK} \cong (1 - e^{-kdC_{vp}^2}) \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \frac{1}{\bar{k}_l} \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} - C_w \cos \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \quad (\text{Proposed}) \quad (3.3.32)$$

本算式で仮定した船型を Fig. 3.16 に示す。

開発した算式(3.3.31),(3.3.32)とシリーズ計算値を比較したものを Fig. 3.14, Fig. 3.15 に示す。いずれの船舶、波条件においても良好な精度を有していることが分かる。 $\Re[\bar{E}_2^{FK}]$ と $\Im[\bar{E}_6^{FK}]$ については算式では0で、計算値でも高々 $\Re[\bar{E}_2^{FK}] = 0.01$ 、 $\Im[\bar{E}_6^{FK}] = 0.002$ 程度であり、殆ど0とみなしてよい。この事実は、 $y$ 方向力の作用中心が LCB にあるとみなすことが妥当であることを意味している。Heave, pitch の Froude-Krylov 力 $\bar{E}_3^{FK}, \bar{E}_5^{FK}$ に対しては、船体を箱型とみなした場合 $z$ 方向 Froude-Krylov 力は縦波の短波長域で精度が低下すると説明したが、縦波における $y$ 方向力はそもそも0であるために、 $\bar{E}_2^{FK}, \bar{E}_6^{FK}$ については Fig. 3.16 の箱船とみなしただけでも十分実用的な精度を有している。

Sway の簡易算式(3.3.31)を $k$ で展開すると、その長波長域における漸近値は厳密値(C.1.10)に一致することが確かめられる。一方で yaw の簡易算式(3.3.32)は、 $k$ の二次のオーダーまで展開すると次のように表される。

$$\bar{E}_6^{FK} \sim \bar{k}_w \bar{k}_l \frac{d C_w C_b^2}{B 12} \quad \text{as } k \rightarrow 0 \quad (3.3.33)$$

算式の漸近値(3.3.33)と厳密な漸近値(C.1.10)を照合すると、次のように対応することが確かめられる。

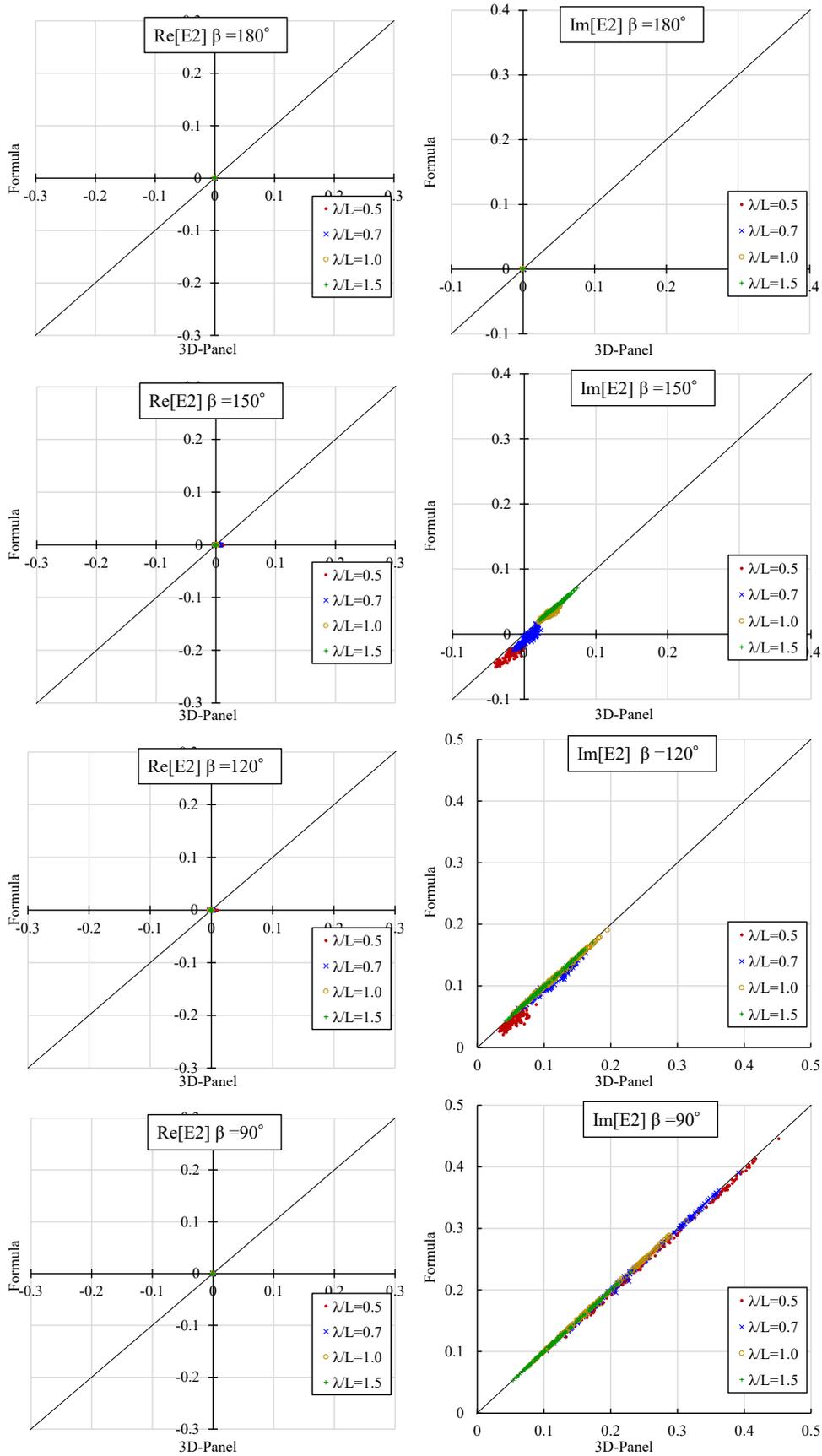


Fig. 3.14 Comparison of  $\bar{E}_2^{FK}$  between proposed formula and numerical calculation for target ships.

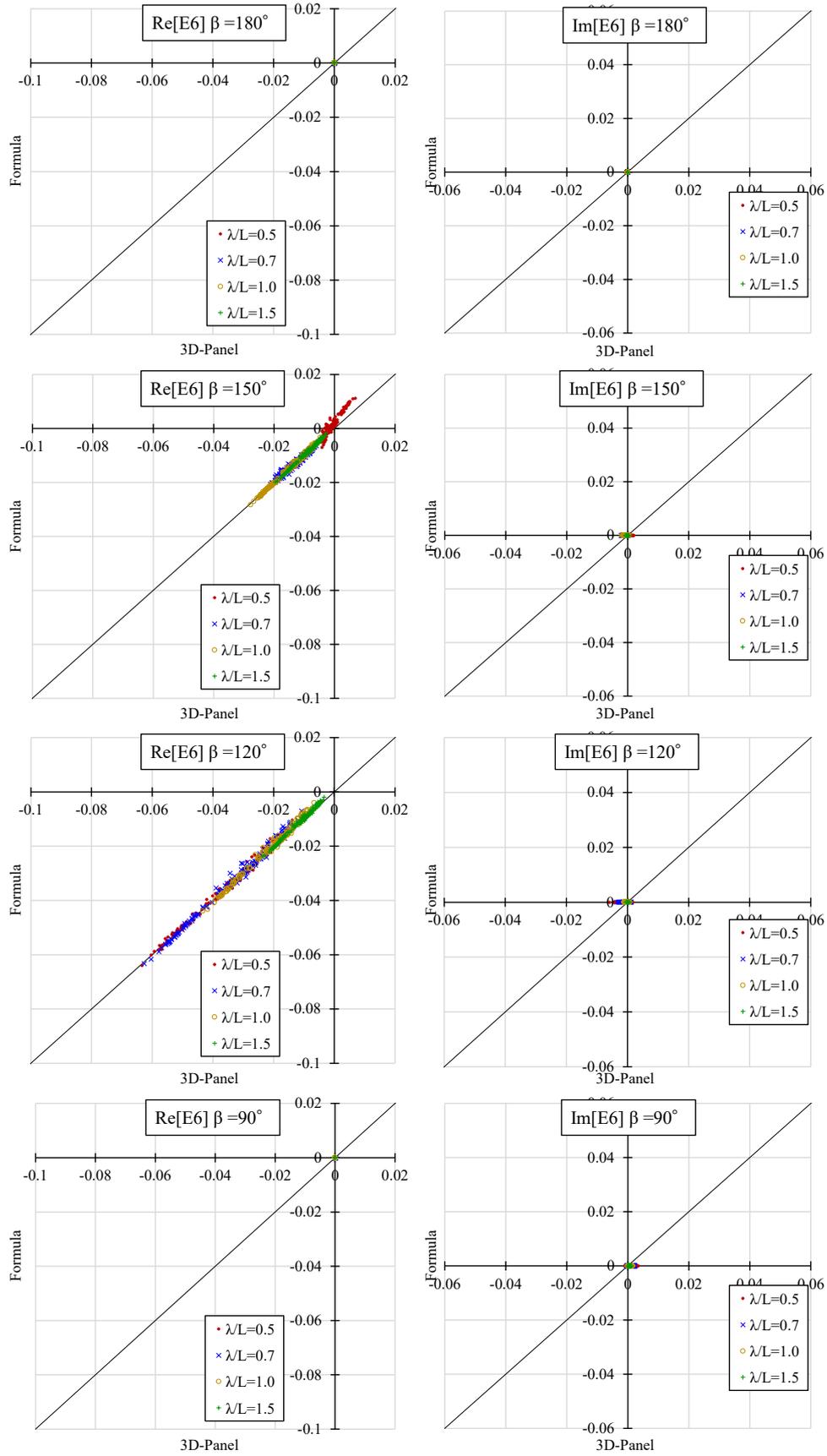


Fig. 3.15 Comparison of  $\bar{E}_6^{FK}$  between proposed formula and numerical calculation for target ships.

$$\frac{1}{L^3 B d} \iiint_{V_H} (x^2 - y^2) dV \leftrightarrow \frac{C_w C_b^2}{12} \quad (3.3.34)$$

$\bar{E}_6^{FK}$ において $d_e = dC_{vp}^2$ とした理由は、式(3.3.34)の対応を考慮した結果である。すなわち、 $d_e = dC_{vp}^2$ とすることで導かれた式(3.3.34)の右辺は、左辺の積分のよい近似となっている。等価喫水を $\bar{E}_2^{FK}$ と同じ $d_e = dC_{vp}$ とした場合、式(3.3.34)の右辺は $C_w^2 C_b / 12$ となり、その近似精度は落ちる。事実、等価喫水を $dC_{vp}$ とするよりも $dC_{vp}^2$ とした方が、全体的に $\bar{E}_6^{FK}$ の推定精度が高いことが確認された。

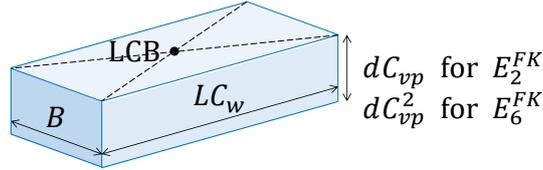


Fig. 3.16 Hull-form approximation for simplifying  $\bar{E}_2^{FK}$  and  $\bar{E}_6^{FK}$ .

### 3.3.4 Roll

まず、 $x$ 軸（喫水線高さ）まわりの断面 Froude-Krylov モーメントを $\bar{f}_{40}^{FK}(\bar{x})$ 、Froude-Krylov モーメントを $\bar{E}_{40}^{FK}$ と書くと、重心まわりの値 $\bar{f}_4^{FK}(\bar{x})$ 、 $\bar{E}_4^{FK}$ との関係は、 $n_4$ の定義式(A.2.9)より次式の通りとなる。

$$\begin{cases} \bar{f}_4^{FK}(\bar{x}) = \bar{f}_{40}^{FK}(\bar{x}) + \bar{z}_G \bar{f}_2^{FK}(\bar{x}) \\ \bar{E}_4^{FK} = \bar{E}_{40}^{FK} + \bar{z}_G \bar{E}_2^{FK} \end{cases} \quad (3.3.35)$$

以降は、 $x$ 軸まわりのモーメント $\bar{f}_{40}^{FK}(\bar{x})$ 、 $\bar{E}_{40}^{FK}$ について考える。

断面形状を幅 $B'(\bar{x})$ 、深さ $d'(\bar{x})$ の矩形とみなしたとき、断面 Froude-Krylov モーメント $\bar{f}_{40}^{FK}(\bar{x})$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{f}_{40}^{FK}(\bar{x}) = & ie^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \left\{ \frac{2}{KB} \sin \frac{\bar{k}_w \bar{B}'(\bar{x})}{2} \right\} \left[ \frac{1 - \{1 + kd'(\bar{x})\} e^{-kd'(\bar{x})}}{KB} \right] \\ & - ie^{-i\bar{k}_l \bar{x} - kd'(\bar{x})} \frac{1}{\bar{k}_w} \left\{ \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w \bar{B}'(\bar{x})}{2} - \bar{B}'(\bar{x}) \cos \frac{\bar{k}_w \bar{B}'(\bar{x})}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.3.36)$$

右辺第1項は左右の側壁からの寄与、第2項は底面からの寄与である。式(3.3.36)は、梅田らによる有効波傾斜係数の簡易推定式<sup>[49]</sup>と同様のものである。ただし、梅田らによる $E_4^{FK}$ の推定法は、横断面毎に $d'(x)$ 、 $B'(x)$ の情報を与え、 $f_4^{FK}(x)$ を数値積分することを要求しており、推定精度は高いがその分必要とされるパラメータの数は多い。

さて、式(3.3.36)を式(3.3.3)に代入し、式(3.3.36)の右辺第1項には式(3.3.8)の近似を適用し、第2項には次の近似を適用する。

$$\frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w \bar{B}'}{2} - \bar{B}' \cos \frac{\bar{k}_w \bar{B}'}{2} \cong \bar{B}'^3 \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} - \cos \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \quad (3.3.37)$$

式(3.3.37)の近似は、左辺を $\bar{k}_w$ で展開したときの leading term が $\bar{B}'^3$ に比例することを根拠にしている。さらに、式(3.3.36)の右辺第1項、第2項はそれぞれ $n_y$ 、 $n_z$ に関する積分項なので、両方で異なる形状近似を行うべく、それぞれ異なる等価喫水 $d_{e1}$ 、 $d_{e2}$ ならびに幅 $\bar{B}'_1(\bar{x})$ 、 $\bar{B}'_2(\bar{x})$ を用いて区別することにする。以上によ

って、 $\bar{E}_{40}^{FK}$ を次のように表す。

$$\begin{aligned} \bar{E}_{40}^{FK} \cong & i \left\{ \frac{1 - (1 + kd_{e1})e^{-kd_{e1}}}{kB} \right\} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{B}'_1(\bar{x}) e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} \\ & - i e^{-kd_{e2}} \frac{1}{\bar{k}_w} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} - \cos \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}'_2(\bar{x})\}^3 e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.3.38)$$

式(3.3.38)右辺の積分の近似値を考える。式(3.3.38)の右辺第1項、すなわち側壁に起因する項については、喫水がモーメントのレバーとして強く影響するため $d_{e1} = d$ とする。また、 $\bar{B}'_1(\bar{x})$ をLCBを中心とした面積 $C_b$ の矩形と仮定する：

$$\bar{B}'_1(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x}| \leq C_b/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.3.39)$$

LCBを中心としたのは、本項は $n_y$ に関する積分であるから $\bar{E}_2^{FK}, \bar{E}_6^{FK}$ と同様と考えたためであり、面積を $C_b$ としたのは、 $d_{e1} \bar{B}'_1(x)$ の積分値を排水容積 $LBdC_b$ に一致させるためである。以上により式(3.3.38)の右辺第1項は次のように表される。

$$(1^{\text{st}} \text{ term of Eq. (3.3.38)}) = i \left\{ \frac{1 - (1 + kd)e^{-kd}}{kB} \right\} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_b \bar{k}_l}{2} \right) \quad (3.3.40)$$

次に、式(3.3.38)の右辺第2項、すなわち底面に起因する項は $n_z$ に関する積分であるため、heave, pitchのFroude-Krylov力と同様に $d_{e2} = dC_{vp}$ 、かつ $\bar{B}'_2(\bar{x})$ は水線幅 $\bar{B}_w(\bar{x})$ に相当すると考え、LCFを中心とした面積 $C_w$ の台形分布とみなす：

$$\bar{B}'_2(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x} - \bar{x}_f| \leq C_w - 0.5 \\ \frac{0.5 - |\bar{x}|}{1 - C_w} & \text{for } C_w - 0.5 < |\bar{x} - \bar{x}_f| \leq 0.5 \end{cases} \quad (3.3.41)$$

ところが式(3.3.41)の形状を採用した場合、式(3.3.5)の右辺第2項の積分の表示式が煩雑になる。そこで、入射波面の船長方向分布 $e^{-i\bar{k}_l \bar{x}}$ が横波で $e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} = 1$ となることを利用し、横波における推定精度を低下させずに式の簡略化を行うことにする。具体的には、横波において $\bar{B}'_2(\bar{x})$ を台形分布(3.3.41)で表した場合の積分値は式(3.2.19)と同じく

$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}'_2(\bar{x})\}^3 e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} = \frac{3C_w - 1}{2} \quad \text{when } \beta = \pm \frac{\pi}{2} \quad (3.3.42)$$

と簡潔に表される。これを踏まえ、 $\bar{B}'_2(\bar{x})$ の分布を“LCFを中心とした面積 $(3C_w - 1)/2$ の矩形分布”とみなし直すことで、横波における精度を保ったまま積分の複雑化を避けることができる。この場合、式(3.3.5)の右辺第2項の積分は次のように表される。

$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}'_2(\bar{x})\}^3 e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} = e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f} \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{(3C_w - 1)\bar{k}_l}{4} \quad (3.3.43)$$

したがって、式(3.3.38)の右辺第2項は次のようになる。

$$(2^{\text{nd}} \text{ term of Eq. (3.3.38)}) = -i e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kdC_{vp}} \frac{1}{\bar{k}_w} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} - \cos \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \times \left\{ \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{(3C_w - 1)\bar{k}_l}{4} \right\} \quad (3.3.44)$$

最終的に、重心まわりのrollのFroude-Krylovモーメントとして次の簡易算式を得た。

$$\begin{aligned} \bar{E}_4^{FK} \cong & i \left\{ \frac{1 - (1 + kd)e^{-kd}}{kB} \right\} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_b \bar{k}_l}{2} \right) \\ & - i e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kd C_{vp}} \frac{1}{\bar{k}_w} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} - \cos \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left\{ \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{(3C_w - 1)\bar{k}_l}{4} \right\} \quad (\text{Proposed \#1}) \quad (3.3.45) \\ & + \bar{z}_G \bar{E}_2^{FK} \end{aligned}$$

本算式で仮定した船体形状は Fig. 3.17 に示すとおりで、第 1 項と第 2 項で異なる。

開発した算式(3.3.45)について、シリーズ計算値と比較したものを Fig. 3.18 に示す。短波長域で若干の精度低下がみられるが、簡易算式としては十分実用的な精度を有していることが分かる。

提案算式(3.3.45)右辺の各項を $k$ について展開することで、長波長域でそれぞれ次の値に漸近することが確かめられる。

$$(\text{1st term of Eq. (3.3.45)}) \sim -i\bar{k}_w \frac{dC_b}{B^2} \left\{ -\frac{d}{2} \right\} \quad \text{as } k \rightarrow 0 \quad (3.3.46)$$

$$(\text{2nd term of Eq. (3.3.45)}) \sim -i\bar{k}_w \frac{dC_b}{B^2} \left\{ \frac{B^2 (3C_w - 1)}{dC_b 24} \right\} \quad \text{as } k \rightarrow 0 \quad (3.3.47)$$

$$(\text{3rd term of Eq. (3.3.45)}) \sim -i\bar{k}_w \frac{dC_b}{B^2} \{-z_G\} \quad \text{as } k \rightarrow 0 \quad (3.3.48)$$

厳密な漸近値(C.1.10)と比較すると、式(3.3.46)~(3.3.48)右辺の中括弧で括った中身の和は $\overline{GM}$ に一致し、第 1 項は $z_B$ 、第 2 項は $\overline{BM}$ に相当する量であることが分かる。第 1 項の式(3.3.46)では側壁の形状を箱型で近似したために $z_B = -d/2$ となり、第 2 項の式(3.3.47)では式(3.3.11),(3.3.12)より水線幅 $\bar{B}_w(\bar{x})$ を台形分布で近似したときの $\overline{BM}$ となっている。第 2 項の算式化において、 $\bar{B}'_2(\bar{x})$ の分布を単なる面積 $C_w$ の矩形で近似した場合、実際の $\overline{BM}$ の値と乖離し、長波長域の精度が低下し、それに伴い短波長における精度も低下することが確認された。横波における精度を保つために $\bar{B}'_2(\bar{x})$ の分布の面積に式(3.3.42)右辺を用いたことが、全波条件における推定精度の向上につながっている。

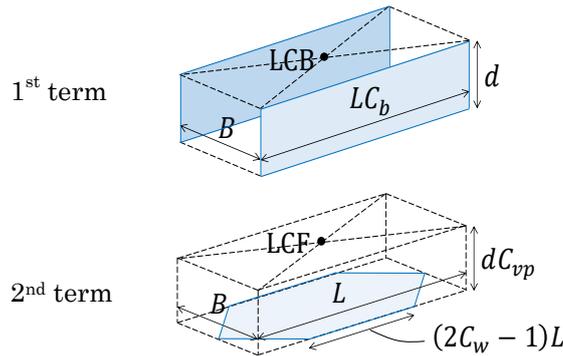


Fig. 3.17 Hull-form approximation for simplifying  $\bar{E}_4^{FK}$ .

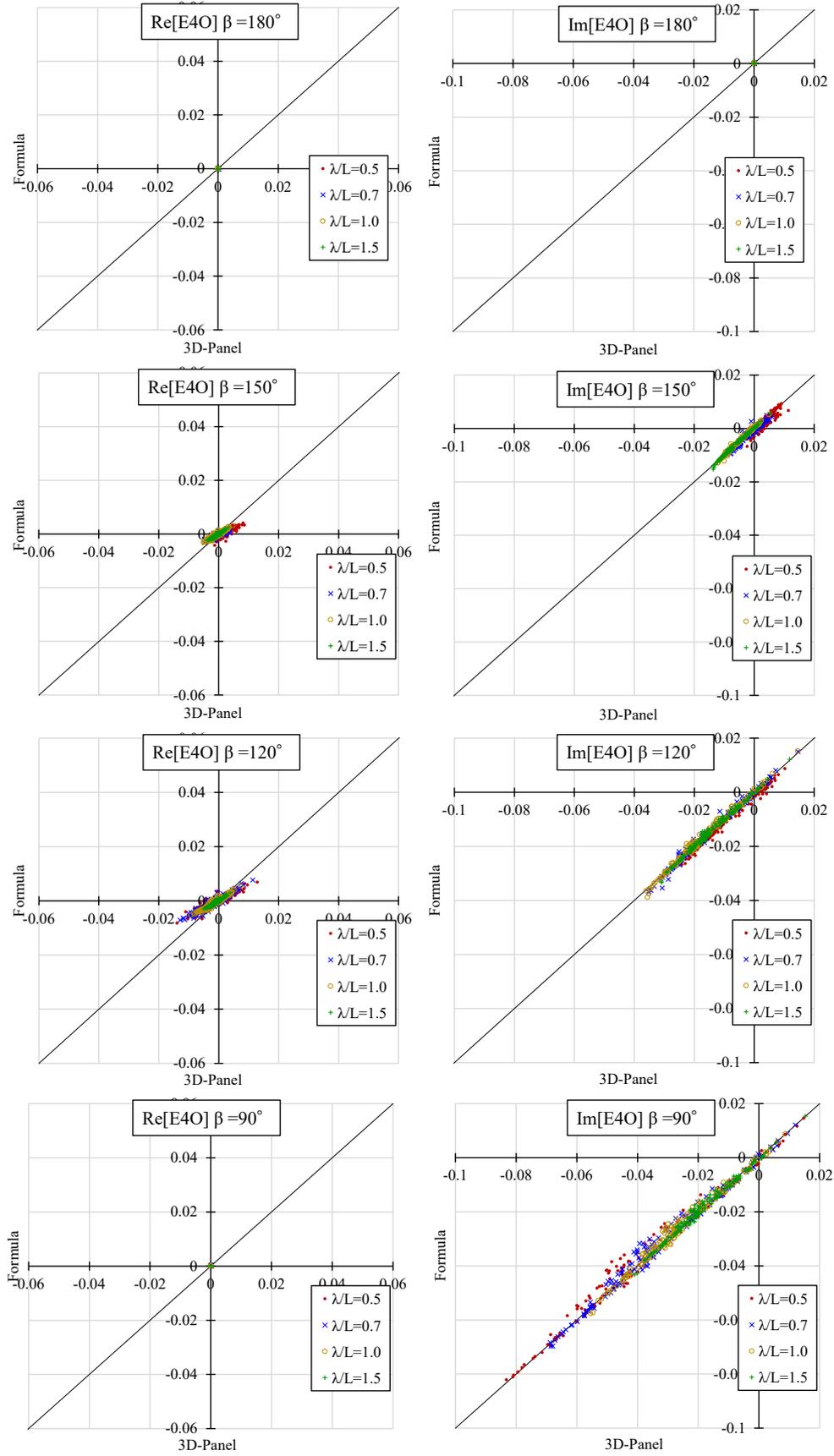


Fig. 3.18 Comparison of  $\bar{E}_4^{FK}$  between proposed formula and numerical calculation for target ships.

Roll の Froude-Krylov モーメント  $\bar{E}_4^{FK}$  の長波長域の漸近値は復原力係数  $\bar{C}_{44}$  に対応するという事実に基づき (式(C.1.10)), GM あるいは復原力係数  $\bar{C}_{44}$  を用いたより簡便な  $\bar{E}_4^{FK}$  の表現についても示しておく. そのような表現は, 運動方程式から支配パラメータを抽出するのも役立つ.

まず,  $\bar{E}_4^{FK}$  の式(3.3.45)で  $\beta = \pm\pi/2$  すなわち横波を前提とした簡略化をし, さらに  $k$  について 2 次の項まで展開すると次のように表される.

$$\bar{E}_4^{FK} = -\frac{ikdC_b}{B} \left\{ -\frac{d}{2} \left( 1 - \frac{2}{3}kd \right) \underline{-z_G(1 - kdC_{vp})} + \frac{B^2}{dC_b} \frac{3C_w - 1}{24} (1 - kdC_{vp}) \right\} + O(k^3) \quad (3.3.49)$$

ここで, 式(3.3.46)~(3.3.48)に対して説明したように式(3.3.49)の下線部の和は  $\overline{GM}$  に対応することと,  $e^{-kdC_{vp}} \sim 1 - kdC_{vp}$  を考慮すれば, おおむね次のように近似できる.

$$\bar{E}_4^{FK} \cong -ikBe^{-kdC_{vp}} \frac{dC_b}{B^2} \overline{GM} = -ikBe^{-kdC_{vp}} \bar{C}_{44} \quad (3.3.50)$$

上式は横波に限定して簡易化したものであるが, 斜め波にも対応させるため, 式(C.1.10)との対応から式(3.3.50)の  $kB$  を  $\bar{k}_w$  に置き換え, さらに縦方向無次元波数による補正係数  $(2/C_w \bar{k}_l) \sin(C_w \bar{k}_l/2)$  (水線面を  $C_w L \times B$  の矩形と近似したときの値) を乗じて次式を得た.

$$\bar{E}_4^{FK} \cong \frac{-i\bar{k}_w e^{-kdC_{vp}}}{C_w \bar{k}_l} \left( \frac{2}{C_w \bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \bar{C}_{44} \quad (\text{Proposed \#2}) \quad (3.3.51)$$

式(C.1.10)比べるとわかるように, 長波長域の漸近値に smith 修正係数および縦方向無次元波数の補正係数が乗じられただけのもので, 式(3.3.45)に比べると非常に簡潔な算式である. また, 式(3.3.51)右辺の下線部は副波面(sub-surface)の傾斜角に他ならず, 物理的に極めて明確な意味を有する. 正しい  $\bar{C}_{44} (= dC_b \overline{GM}/B^2)$  の値を用いた場合の式(3.3.51)の精度は, Fig. 3.19 に示す通り,  $\lambda/L$  が 0.7 より短波長では若干低下するものの, おおむね良好であることがわかる. 実際には  $\overline{GM}$  は既知であることが多いため, 式(3.3.50)は十分実用的な算式である.

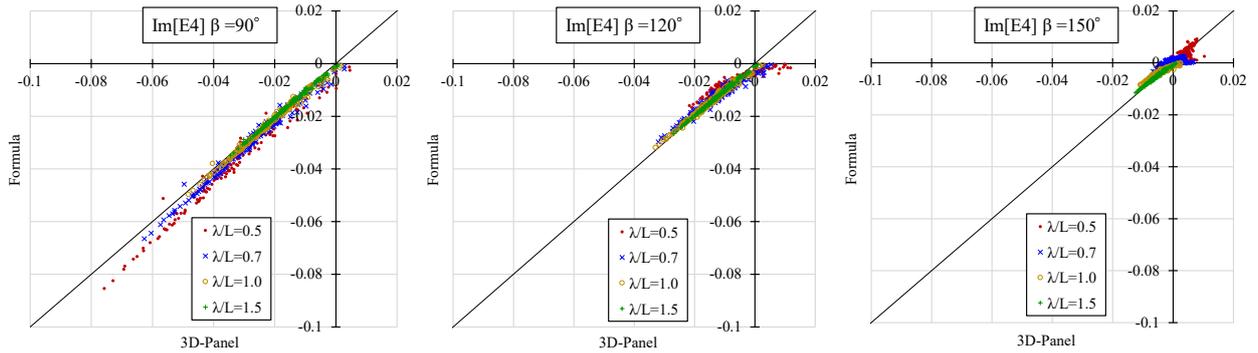


Fig. 3.19 Comparison of  $\bar{E}_4^{FK}$  between proposed formula (3.3.51) and numerical calculation for target ships in beam sea.

### 3.4 付加質量および造波減衰力係数

本節では、次章の応答関数の検討で用いるための、heave, pitch, roll の付加質量および heave, pitch の造波減衰力係数の船型影響について調べ、簡易算式を示す。一般に radiation 流体力係数は、任意周波数の値を解析的に扱うことは困難である。一方で、2次元問題に限ると、周波数が無限大の付加質量や造波減衰力等の比較的簡単な近似式が知られている。よって本研究では、まず2次元の付加質量および減衰力係数を調べ、それを船長方向に積分して3次元流体力に拡張する際に船型パラメータを簡易的に考慮し、周波数依存性は係数によって考慮するアプローチをとる。

船体運動に関する付加質量の実用的推定法として、roll を除く運動に関する3次元付加質量を実験的に求めて整理した“元良チャート”が存在する<sup>[50-54]</sup>。元良チャートは surge, sway, yaw 方向については周波数無限大の値が、heave, pitch については運動の固有周期における値が示されており、3つの船型パラメータ  $L/B, d/B, C_b$  から値が定まるように工夫されている。Surge, sway, yaw の付加質量を周波数無限大としている理由は、周波数無限大の付加質量は浮体の過渡的な加速運動に関する付加質量に等しい<sup>[55, 56]</sup>ことから、操縦運動や衝突解析などに対して重要な量となるためである。元良チャートは数点の実験結果をもとに内外挿して作成されているが、適用範囲は広く<sup>[57]</sup>、surge, sway, yaw については同チャートを元にした回帰式等<sup>[58, 59]</sup>も存在するが、roll について示されていないこと、応答関数に用いるためには同調周波数以外についても知る必要があるため、本研究の目的に即した簡易算式を新たに提案することにする。

#### 3.4.1 Heave および pitch の付加質量

まず、2次元の heave 付加質量  $a_{33}(x)$  について、周波数が無限大のときの断面形状の影響および、動揺周波数の依存性について調べる。

周波数無限大の2次元付加質量  $a_{ij}^\infty$  は、矩形断面やルイスフォーム断面に対する解析解が Lewis<sup>[60]</sup> や Landweber<sup>[61]</sup>、別所<sup>[62]</sup> によって導かれており、大松によって整理されている<sup>[63]</sup>。また、周波数ゼロの付加質量  $a_{ij}^0$  も別所によってルイスフォーム断面に対する解析解が導かれている<sup>[62]</sup> が、heave の2次元付加質量は周波数ゼロでは無限大に発散することが知られている<sup>[64]</sup>。そこで、Fig. 3.20 に、半幅  $b$ 、喫水  $d$  の矩形断面ならびに断面積係数  $\sigma (= A_x/2bd) = 0.4 \sim 1.0$  のルイスフォーム断面の周波数無限大の heave 付加質量の解析解を、半円の流体質量  $\pi \rho b^2/2$  で正規化して反幅喫水比  $b/d$  によって整理した図を示す。矩形断面のプロットは Lewis の論文<sup>[60]</sup>にあるテーブルの値であり、曲線によって補間している。Fig. 3.20 には、実際の船舶の半幅喫水比  $2d/B$  がとりうる範囲も示している。いずれの断面形状においても  $d/b = 0$  では半幅  $b$  の水平板になり、この場合の  $a_{33}^\infty$  はよく知られているように半円の流体質量  $\pi \rho b^2/2$  に一致し、また楕円断面 ( $\sigma = \pi/4$  のルイスフォーム断面) についても  $d/b$  に依らず  $a_{33}^\infty = \pi \rho b^2/2$  となる。Fig. 3.20 の  $\sigma = 1$  のルイスフォーム断面の値は矩形断面の値よりも小さいが、これは  $\sigma = 1$  のルイスフォーム形状が完全な矩形でなく、角が丸みを帯びることによって断面に追従する流体量が減るためである。このことから分かるように、断面形状に対する付加質量の傾向は複雑である。一方で、横軸  $b/d$  に対する傾向は、実際の船舶のとりうる範囲での変化はそれほど大きくなく、 $a_{33}^\infty$  はおおむね  $b^2$  に比例するとみなすことができる。

続いて Fig. 3.25 に、2次元境界要素法によって得た  $d/b = 0.5, 1.0$  の矩形および楕円断面に対する heave 付加質量の周波数依存性を示す。付加質量の周波数平均値は周波数無限大の値に一致することが Kramers-Krong の関係式<sup>[65]</sup>より知られており、Fig. 3.25 にみられるように周波数に対して単調減少・増加となら

ず、簡単な近似式では表すことのできない傾向になっている。Fig. 3.25 には船体の縦運動の推定にとって意味のある周波数範囲帯（前進速度ゼロで $\lambda/B = 1 \sim 20$ の範囲）も示しており、いずれの断面形状でもこの範囲では下に凸の傾向を示している。周波数依存性に関する過去の解析的検討には、Ursell が周波数ゼロの漸近値を示しており<sup>[64]</sup>、また周波数無限大の漸近値は Kramers-Krong の関係を展開することで調べられている<sup>[66]</sup>が、実用的な周波数帯での周波数依存性を理論的に扱うことは困難である。本研究では周波数依存性は計算値と合うような係数として考慮することにする。

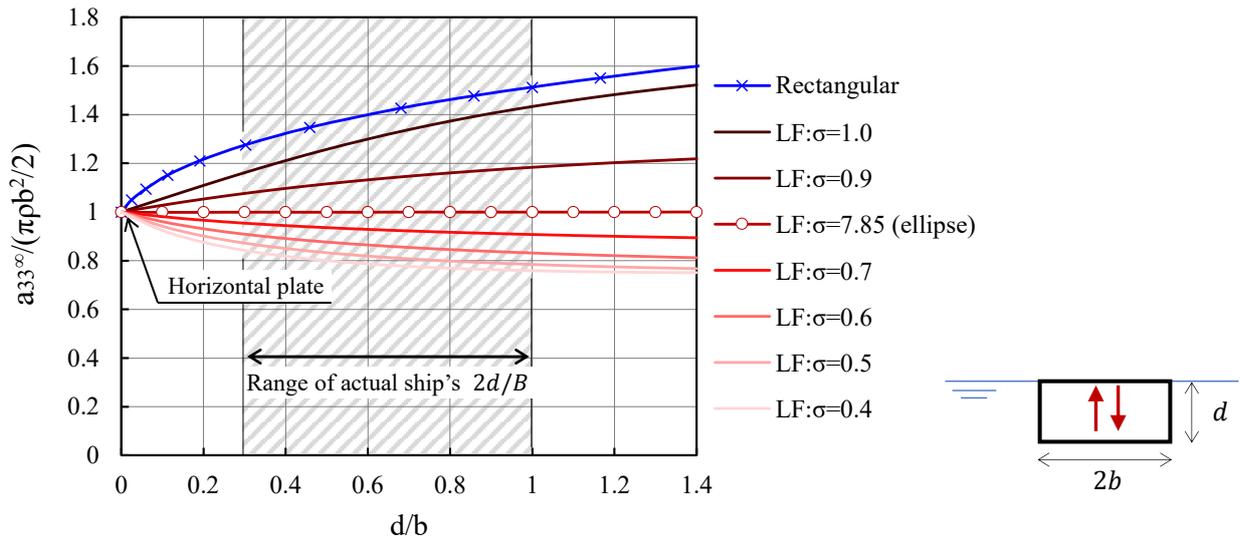


Fig. 3.20 Normalized heave added mass of high frequency  $a_{33}^{\infty}/(\rho\pi b^2/2)$  of a rectangular and Lewis-Forms.

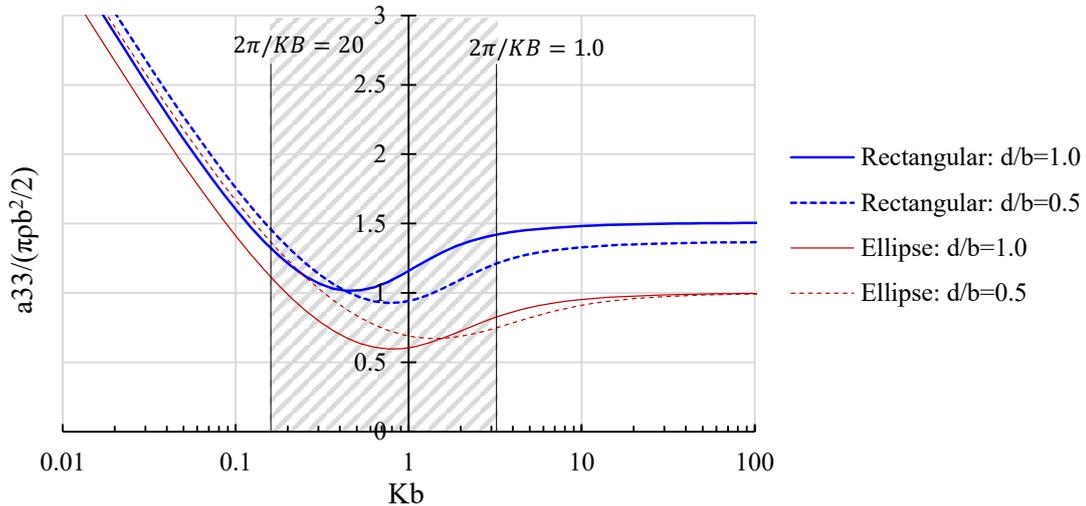


Fig. 3.21 Normalized heave added mass  $a_{33}/(\rho\pi b^2/2)$  of rectangular and ellipse section against  $Kb$ .

以上の検討から、2次元付加質量は周波数無限大の平板の値で近似し、3次元付加質量はそれを船長方向に積分した上で、水面下の断面形状影響および周波数影響は補正係数として実船の付加質量の計算値に合うように決定することにする。今、水線幅 $B_w(x)$ の平板(あるいは半円断面)の周波数が無限大のときの付加質量で近似する；

$$a_{33}(x) \cong \frac{\pi}{8} \rho \{B_w(x)\}^2 \quad (3.4.1)$$

この式を船尾 $x_A$ から船首 $x_F$ まで積分する事で、3次元の heave, pitch 付加質量の無次元値を次式のように表す。

$$\frac{A_{33}}{\rho B^2 L} = \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \frac{a_{33}(x)}{\rho B^2} d\bar{x} \cong \frac{\pi}{8} \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \quad (3.4.2)$$

$$\frac{A_{55}}{\rho B^2 L^3} = \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \frac{a_{33}(x)}{\rho B^2} d\bar{x} \cong \frac{\pi}{8} \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \quad (3.4.3)$$

ここで $\bar{B}_w(\bar{x})$ の分布を式(3.2.8)の幂関数 $\bar{B}_w^{\text{Pow}}(\bar{x})$ で近似すると、次に示す付加質量の簡易算式を得る。

$$\frac{A_{33}}{\rho B^2 L} \cong f_{A33} \frac{\pi}{8} \frac{2C_w^2}{C_w + 1} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.4.4)$$

$$\frac{A_{55}}{\rho B^2 L^3} \cong f_{A55} \frac{\pi}{8} \frac{C_w^2}{6(3 - 2C_w)(3 - C_w)} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.4.5)$$

ここに、 $f_{A33}, f_{A55}$ は3次元流体力を2次元流体力ベースで定式化していることによる3次元影響および水面下形状の影響を含む、動揺周波数依存並びに喫水依存の補正係数である。これらを、縦運動において重要な周波数領域となる $2\pi/KL = 0.5 \sim 1.5$ の範囲に着目し次式のように決定した。

$$f_{A33} \left( KL, \frac{d}{L} \right) = \left\{ 1.35 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 - 9.9 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 5.2 \right\} \frac{d}{L} + 0.25 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 + 0.23 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 0.62 \quad (3.4.6)$$

$$f_{A55} \left( KL, \frac{d}{L} \right) = \left\{ 12 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 - 30 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 10.2 \right\} \frac{d}{L} - 0.58 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 + 2.1 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) - 0.07 \quad (3.4.7)$$

周波数パラメータを $KB$ ではなく $KL$ で定義したのは、3次元影響 ( $B/L$ の傾向) を考慮した結果である。船速 0knot,  $\lambda/L = 0.5, 0.7, 1.0, 1.5$ における heave, pitch の無次元付加質量 ( $\bar{A}_{33} = KA_{33}/\rho BL, \bar{A}_{55} = KA_{55}/\rho BL^3$ ) の、提案式と3次元 Green 関数法による計算値との比較を Fig. 3.22 に示す。実用的な精度を有していることが分かる。

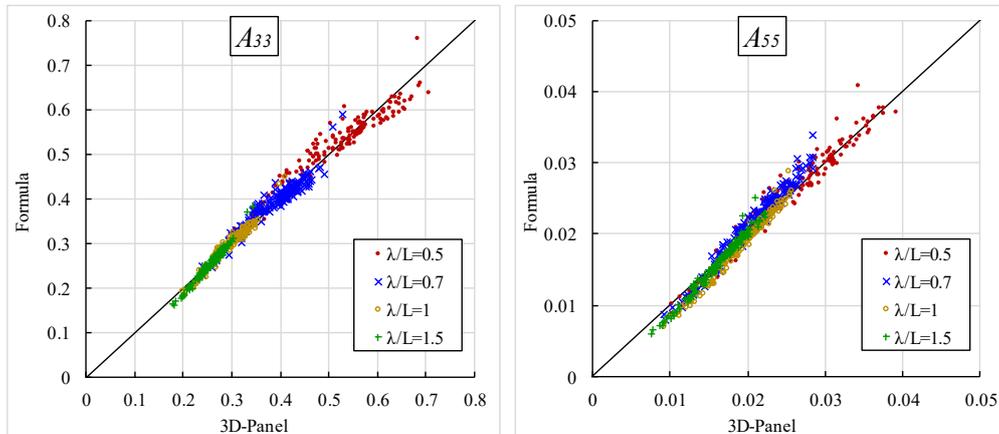


Fig. 3.22 Comparison of added masses  $\bar{A}_{33}$ (left) and  $\bar{A}_{55}$ (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (0kt).

### 3.4.2 Heave および pitch の減衰力係数

一般に、振動系における減衰力は系のエネルギー散逸に起因する力である。船体運動では、完全流体を仮定した場合船が波を造ることがエネルギー散逸にあたるため、減衰力係数は放射波 (Kochin 関数) との対応があることが知られている。特に 2 次元問題では、物体が周波数  $\omega_e$  で動揺するときに造られる無限遠方での進行波振幅  $\tilde{A}_j$  から、2 次元減衰力係数  $b_{jj}$  が次式によって簡単に計算することができる。

$$b_{jj} = \frac{\rho \omega_e}{K^2} \tilde{A}^2 \quad (3.4.8)$$

本項では heave の 2 次元減衰力係数に関する過去の理論的検討をレビューし、数値的傾向を確認した上で 2 次元の近似式を示し、3 次元減衰力係数に拡張する。

Grim は 2 次元の heave 減衰力係数に対する周波数ゼロの漸近式を導出しており [67] (文献 [68] の演習問題 4.2 にもみられる)、 $b_{33}$  の  $K \rightarrow 0$  における leading term は  $\rho B^2 \omega_e$  で、水面下の断面形状によらず幅  $B$  のみで決定されることが知られている。一方で周波数無限大の漸近式は Ursell が円断面に対して漸近解を与え [69]、雁野がそれをもとにルイスフォーム断面に拡張しており [70]、円断面に対する  $b_{33}$  の  $K \rightarrow \infty$  における leading term は  $4\rho B^2 \omega_e / (Kb)^4$  で、周波数が高くなると急速に値が減衰することが知られている。これらの解析解とは別に、低周波域の進行波振幅を簡易的に求める最も古い近似手法として、Havelock による source method が存在する [71]。それによると、 $(y, z) = (\eta, \zeta)$  位置の強さ  $\omega_e$  の吹き出しによる無限遠方の波変位が  $-Ke^{K\zeta - iKly - \eta}$  と表されるので、この吹き出しを heave 動揺する矩形断面の底部 ( $-b < \eta < b, \zeta = -d$ ) に吹き出しを並べることで、進行波振幅  $\tilde{A}_3$  および減衰力係数  $b_{33}$  が次のように求まる。

$$\tilde{A}_3 \cong \left| -Ke^{-Kd} \int_{-b}^b e^{-iKy} dy \right| = 2e^{-Kd} \sin Kb \quad (3.4.9)$$

$$\therefore \frac{b_{33}}{\rho B^2 \omega_e} = \left( \frac{2}{KB} \sin \frac{KB}{2} \right)^2 e^{-2Kd} \quad (\text{Source method}) \quad (3.4.10)$$

これは吹き出しの強さが底面で一様かつ動揺速度に一致する ( $\partial \phi_3 / \partial z = i\omega_e$ ) とした直感的な方法で、本来考慮すべき二重吹き出しの項が無視されているため正確ではないが、二重吹き出しによる波振幅が  $K$  に関して高次であることを考えると、 $K$  が小さい領域の近似値としては正しい扱いである。実際、右辺は  $K \rightarrow 0$  の leading term は  $\rho B^2 \omega_e$  と解析解に一致することが確かめられる。また、 $K \rightarrow \infty$  でも指数的に値が 0 に減衰するため、周波数が 0 と  $\infty$  のどちらの漸近値も正しい傾向をとる。

Fig. 3.23 に、2 次元境界要素法によって得た  $d/b = 0.5, 1.0$  の矩形および楕円断面に対する heave 減衰力係数と、 $d/b = 1.0$  の矩形断面に対する source method の式(3.4.10)を示す。Source method は周波数ゼロと周波数無限大の極限で正しく漸近しており、その間の傾向も定性的には非合理的ではなく、3 次元に拡張することを見据え式の簡潔さも加味すると、source method の式(3.4.10)を簡易算式のベースとすることは有効と思われる。

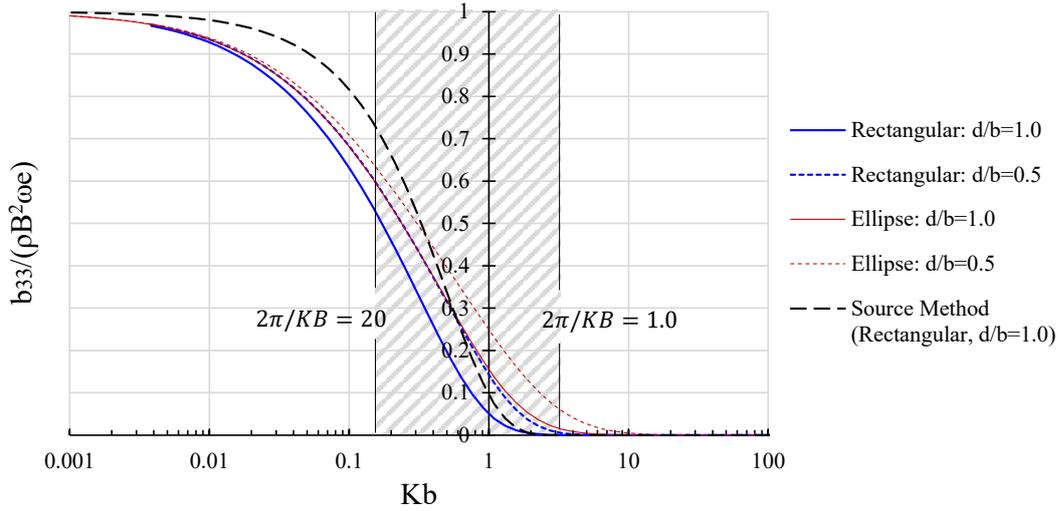


Fig. 3.23 Normalized heave damping coefficient  $b_{33}/\rho B^2 \omega_e$  of rectangular and ellipse section and source method against  $Kb$ .

続いて、断面形状の影響を調べるため、断面積係数  $\sigma = 0.6, \pi/4, 0.9, 1$  のルイスフォーム断面および矩形断面の  $Kb = 0.1, 1.0$  における  $b_{33}/(\rho B^2 \omega_e)$  を、 $d/b$  および  $d\sigma^2/b$  を横軸にとって比べたものを Fig. 3.24 に示す。Fig. 3.24 より、 $d\sigma^2/b$  によって傾向が整理されていることから、断面の痩せの影響は“喫水  $d\sigma^2$  の矩形”とみなすことで、 $b_{33}$  を簡単に推定できると考えられる。

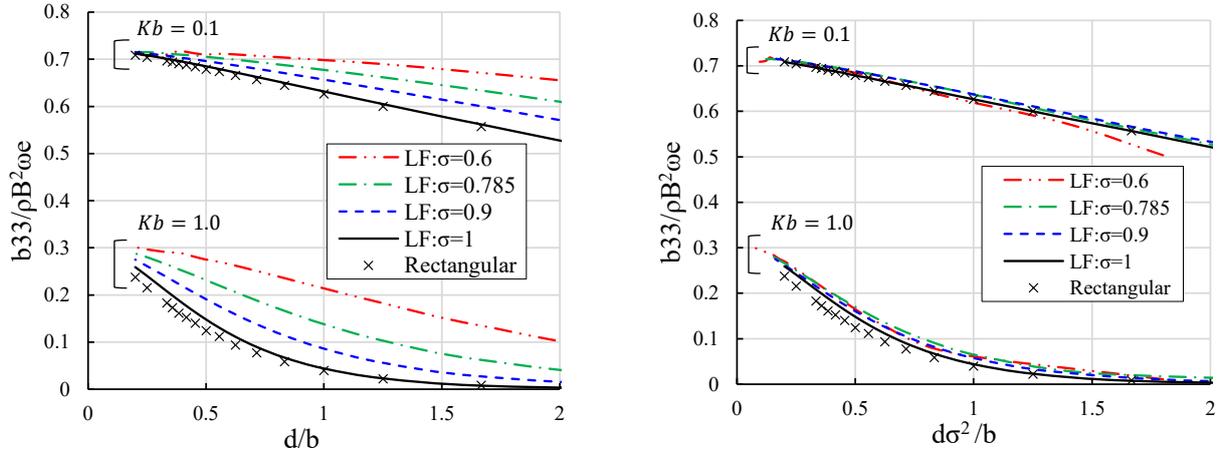


Fig. 3.24 Normalized heave damping coefficient  $b_{33}/(\rho B^2 \omega_e)$  against  $d/b$  (left) and  $d\sigma^2/b$  (right).

以上の検討を踏まえ、まずは 2 次元 heave 減衰力係数を source method の式によって定義し、3 次元に拡張する。いま、幅  $B_w(x)$ 、喫水  $d$ 、断面積係数  $\sigma(x) (= A_x(x)/B_w(x)d)$  の矩形断面を考えると、その 2 次元減衰力係数  $b_{33}(x)$  は式(3.4.10)および Fig. 3.24 の考察より次式によって近似できる。

$$\frac{b_{33}(x)}{\rho B^2 \omega_e} \cong f_{b33} \left( \frac{2}{KB} \sin \frac{KB_w(x)}{2} \right)^2 e^{-2Kd\{\sigma(x)\}^2} \quad (3.4.11)$$

ここで  $f_{b33}$  は周波数依存の補正係数で、2 次元境界要素法の結果に合うように次のように定義した。

$$\text{where, } f_{b33}(KB) = 0.09(KB)^2 - 0.24KB + 0.7 \quad (3.4.12)$$

複数の幅喫水比  $B/d$  が  $0.1 \sim 0.5$  の範囲の複数の矩形断面について、 $f_{b33}$  を考慮しない場合とした場合の提案

式と、2次元境界要素法による無次元の2次元減衰力係数 $Kb_{33}/\rho B\omega_e$ の比較を Fig. 3.25 に示す。  $f_{b33}$ によって正しく補正されており、 $B/d$ に依らず適用可能であることが分かる。

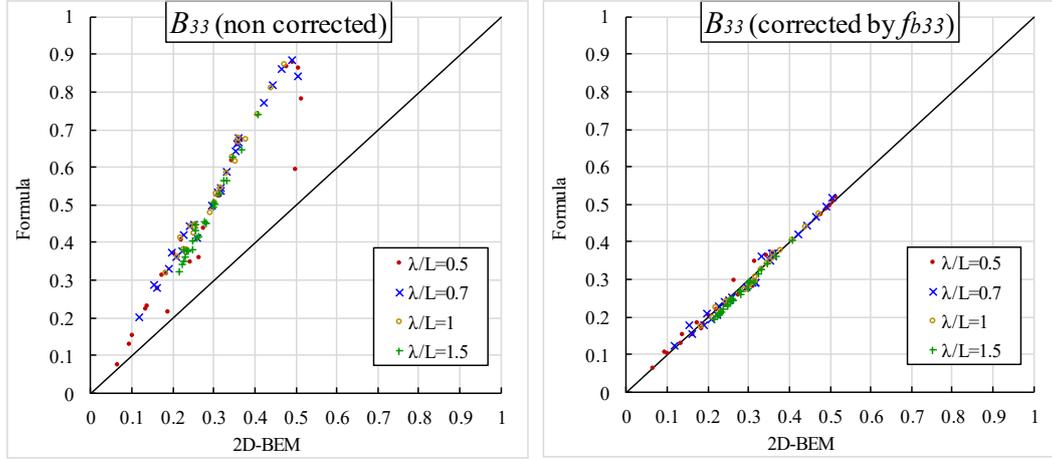


Fig. 3.25 Comparison of damping coefficient  $Kb_{33}/\rho B\omega_e$  without  $f_{b33}$  (left) and considering  $f_{b33}$  (right) between the proposed formula and the results of 2D-BEM calculation for rectangular sections ( $B/d = 0.1\sim 0.5$ ).

式(3.4.11)を用いて、3次元の heave, pitch 減衰力係数の無次元値を次のように表す。

$$\begin{aligned} \frac{B_{33}}{\rho L B^2 \omega_e} &= \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \frac{b_{33}(\bar{x})}{\rho B^2 \omega_e} d\bar{x} \\ &= \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 e^{-2Kd\{\sigma(\bar{x})\}^2} d\bar{x} \\ &\cong e^{-2Kd_e} \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.4.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{B_{55}}{\rho L^3 B^2 \omega_e} &= \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \frac{b_{33}(\bar{x})}{\rho B^2 \omega_e} d\bar{x} \\ &= \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 e^{-2Kd\{\sigma(\bar{x})\}^2} d\bar{x} \\ &\cong e^{-2Kd_e} \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x}^2 \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.4.14)$$

最後の变形では、断面の代表喫水 $d\{\sigma(x)\}^2$ を平均化した等価喫水を $d_e$ と表すことで、 $e^{-2Kd\{\sigma(x)\}^2}$ の積分を簡略化している。 $d_e$ は水面下形状の瘦せ具合を意味する豎柱形係数 $C_{vp}$ の関数として次式によって表せると考えられる。

$$d_e = dC_{vp}^n \quad (3.4.15)$$

この式は $C_{vp} = 1, 0$ のときそれぞれ $d, 0$ をとるため、上下限については正当性を持つ。 $n$ はその間を繋ぐ $C_{vp}$ の感度に対応するパラメータであり、境界要素法による値と合うように決定した結果、 $B_{33}$ については $d\sigma^2$ の傾向と同じく $n = 2$ 、 $B_{55}$ については $n = 4$ となった。 $B_{55}$ の $n$ の値が大きいの、 $B_{33}$ より船首尾における $\sigma(x)$ の重みが大きく、水面下の瘦せに対する感度が強いためと推察できる。最後に、 $\bar{B}_w(\bar{x})$ の分布を付加質量と同様に式(3.2.8)の幂関数 $\bar{B}_w^{Pow}(\bar{x})$ で近似する事で、結局次に示す減衰力係数の簡易算式を得た。

$$\frac{B_{33}}{\rho L B^2 \omega_e} \cong f_{b33} e^{-2Kdc_{vp}^2} \frac{2C_w^2}{C_w + 1} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.4.16)$$

$$\frac{B_{55}}{\rho L^3 B^2 \omega_e} \cong f_{B55} f_{b33} e^{-2Kdc_{vp}^2} \frac{C_w^2}{6(3 - 2C_w)(3 - C_w)} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.4.17)$$

ここに、 $f_{B55}$ は $B_{55}$ に対する3次元影響による動揺周波数依存の補正係数である。 $B_{33}$ については3次元影響が殆どないことが確認されたため、 $b_{33}(x)$ の積分値をそのまま $B_{33}$ としている。 $f_{B55}$ は、 $2\pi/KL=0.5\sim 1.5$ の範囲に着目し次式のように決定した。

$$f_{B55}(KL) = \left\{ 0.86 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 - 0.97 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 1.34 \right\}^{-1} \quad (3.4.18)$$

船速 0knot,  $\lambda/L = 0.5, 0.7, 1.0, 1.5$ における heave, pitch の無次元減衰力係数 ( $\bar{B}_{33} = KB_{33}/\rho BL\omega_e$ ,  $\bar{B}_{55} = KA_{55}/\rho BL^3\omega_e$ ) の、提案式と3次元 Green 関数法による計算値との比較を Fig. 3.26 に示す。実用的な精度を有していることが分かる。

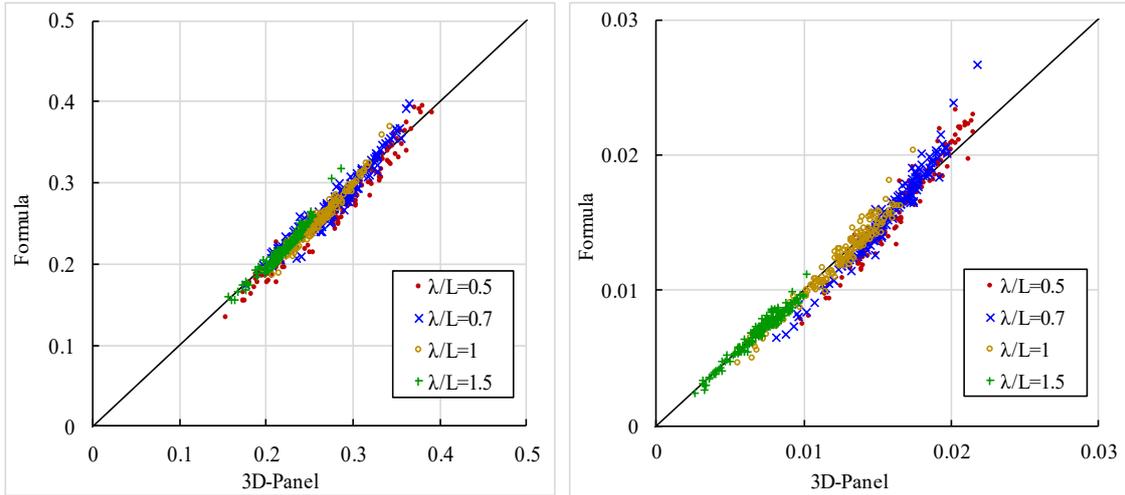


Fig. 3.26 Comparison of damping force coefficients  $\bar{B}_{33}$ (left) and  $\bar{B}_{55}$ (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (0kt).

### 3.4.3 Roll の付加質量

Roll の付加質量は roll の固有周期の推定に必要な量である。固有周期の推定という目的で、加藤は付加質量を含めた慣性モーメント  $M_{44} + A_{44}$  の推定式を実験により与えている [72, 73]。しかし、同推定式は上甲板面積や上部構造物の側面積の情報を必要とし、1951 年当時の船種に依存する係数があり現在の船舶に適用することの疑義が指摘されている [74]。また、International Code on Intact Stability (IS コード) [75] では付加質量影響を含めた横環動半径の  $L, B, d$  のみを用いた簡易式が示されているが、船体の痩せの情報は反映されておらず、また式の次元も統一されていないため物理的意味を持たないものである。

以上に対し本研究では、現存する実際の商船に対する重心回りの  $A_{44}$  の簡易推定式を理論的考察に基づき新たに開発する。Roll の付加質量は水面下の形状や周波数依存性が複雑で、その簡易推定は heave や pitch に比べ難しい。しかしながら幸いなことに、通常の船舶の慣性モーメント  $M_{44} + A_{44}$  のうち主要な

は $M_{44}$ の方で、roll の推定に当たっては $A_{44}$ の高い推定精度を求められるわけではないため、本研究では簡便性に重きを置き、大まかな傾向を捉えた算式の開発を目指す。

Roll の付加質量に関する過去の理論的検討については、heave と同じく、2次元のルイスフォーム断面に対する、周波数無限大および周波数ゼロにおける解析解が Lewis<sup>[60]</sup>や Landweber<sup>[61]</sup>、別所<sup>[62]</sup>によって導かれている。そこで本研究では、前 3.4.1 項と同様のアプローチで、まず周波数無限大およびゼロの2次元付加質量の断面形状に対する傾向を調べ、続いて周波数に対する傾向を調べたうえで、3次元に拡張することで簡易推定式を導く。

原点（喫水）まわりの roll の2次元付加質量の周波数無限大における値 $a_{44}^{\infty}$ および周波数ゼロにおける値 $a_{44}^0$ は、水平板( $d/b = 0$ )のときそれぞれ $a_{44}^{\infty} = \pi\rho b^4/16$ ,  $a_{44}^0 = \rho b^4/\pi$ に、垂直板( $b/d = 0$ )のとき $a_{44}^{\infty} = \pi\rho d^4/16$ ,  $a_{44}^0 = \rho d^4/\pi$ となることが知られている。そこで、ルイスフォーム断面の $a_{44}^{\infty}$ の解析解を $\pi\rho b^4/16$ で正規化して $d/b$ について整理した図を Fig. 3.27 左に、それぞれ $\pi\rho d^4/16$ で正規化して $b/d$ について整理した図をそれぞれ Fig. 3.27 右に示す。また、 $a_{44}^0$ の解析解についても同様に $\rho b^4/\pi$ で正規化したものを Fig. 3.28 左、 $\rho b^4/\pi$ で正規化したものを Fig. 3.28 右に示す。両図には実際の船舶の半幅喫水比 $2d/B$ の範囲も示しており、その範囲では Fig. 3.27, Fig. 3.28 左図の、 $\rho b^4$ で除した量の方が傾向を捉えるのに適していることが見て取れる。半円断面では roll 方向に力が作用しないため、Fig. 3.27, Fig. 3.28 より半円断面では $a_{44}^{\infty} = a_{44}^0 = 0$ となっている。このことから、断面の痩せに対する傾向は heave の付加質量よりも複雑であると言える。2次元付加質量の算式に対して断面の痩せの複雑な傾向を考慮した場合、3次元付加質量への拡張するときの積分操作が困難になるため、本研究では2次元付加質量の形状影響は簡単に水線幅の4乗に比例するものとし、3次元付加質量に拡張する際に水面下の形状影響を補正係数として扱うことにする。

続いて $a_{44}$ の周波数依存性を調べるため、 $d/b = 0.25, 0.5, 1.0$ の矩形および楕円断面（円断面は0なので省略）に対して原点回りの roll 付加質量 $a_{44}$ を2次元境界要素法によって計算し、 $\rho b^4/\pi$ で正規化して横軸を $Kb$ にとった図を Fig. 3.38 に示す。Fig. 3.38 には roll の推定に意味を持つ周波数帯として $\lambda/B = 1\sim 100$ の範囲も示している。Fig. 3.38 より、周波数無限大およびゼロではそれぞれ定数値に漸近するが、中間の周波数帯では $\lambda/B = 1\sim 100$ の範囲内でも上に凸の部分と下に凸の部分を持ち、複雑な傾向を示している。したがって、断面形状および周波数域のどちらも広い範囲を扱おうとすると、簡易算式によって精度を保つことは難しいと推定される。ただし、 $d/b = 0.5$ の矩形断面に着目すると周波数依存性が殆どみられず、 $d/b = 0.25$ の浅喫水の矩形断面でも周波数依存性は大きくなく、したがって、周波数依存性は簡単のため無視することとする。また、横波中における roll の同調周期としての範囲（ $\lambda/B > 5$ ）を見ると、周波数無限大よりもゼロの値の方が近いいため、周波数ゼロの値 $a_{44}^0 = \rho b^4/\pi$ をベースとすることにする。

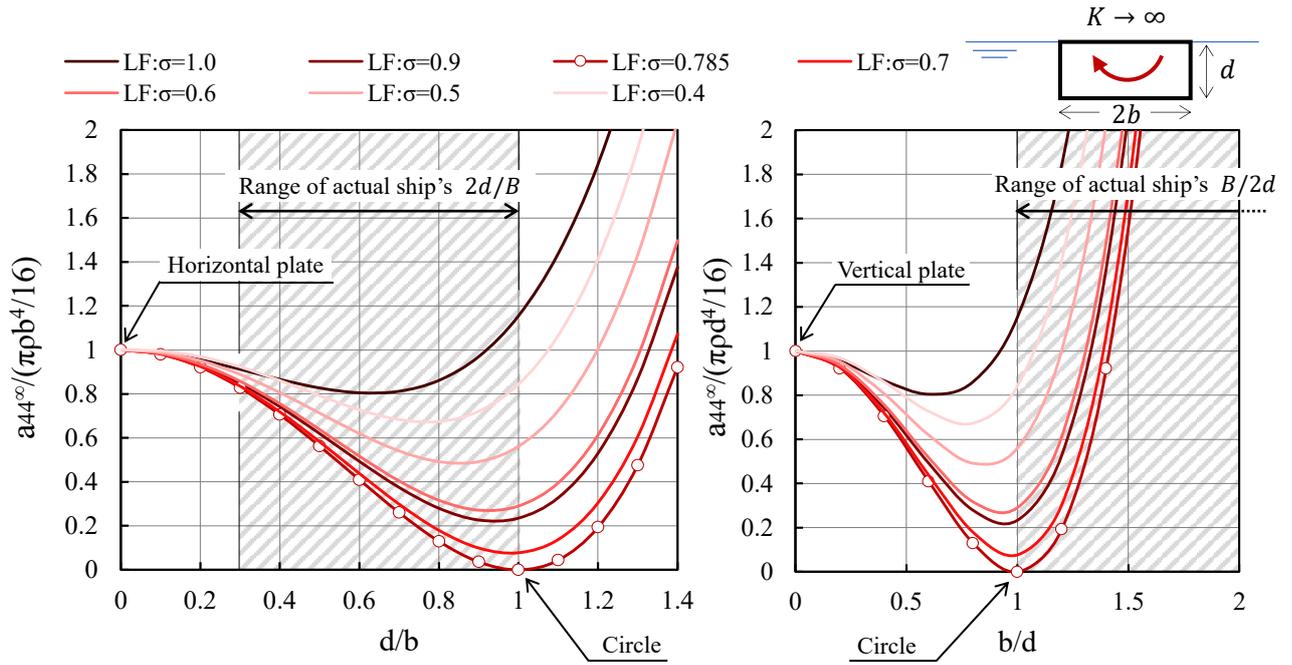


Fig. 3.27 Normalized roll added mass of high frequency of Lewis-Forms. Left:  $a_{44}^{\infty}/(\pi \rho b^4/16)$  against  $d/b$ , right:  $a_{44}^{\infty}/(\pi \rho d^4/16)$  against  $b/d$ .

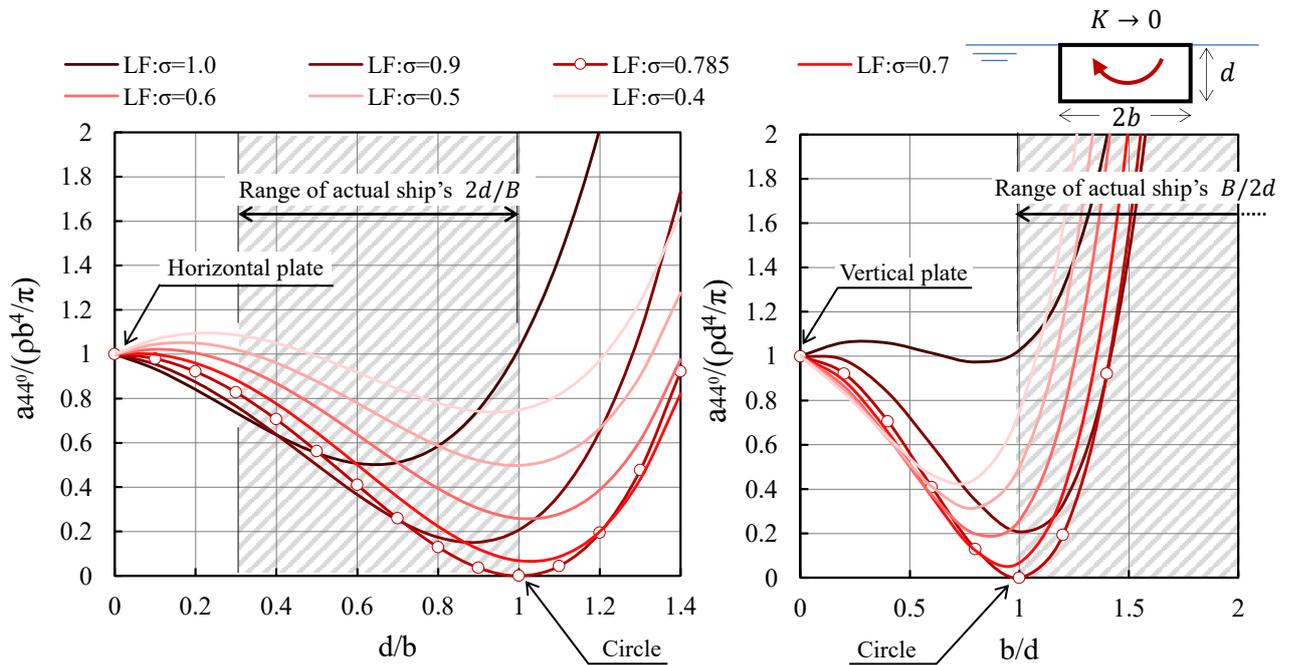


Fig. 3.28 Normalized roll added mass of low frequency of Lewis-Forms. Left:  $a_{44}^0/(\rho b^4/\pi)$  against  $d/b$ , right:  $a_{44}^0/(\rho d^4/\pi)$  against  $b/d$ .

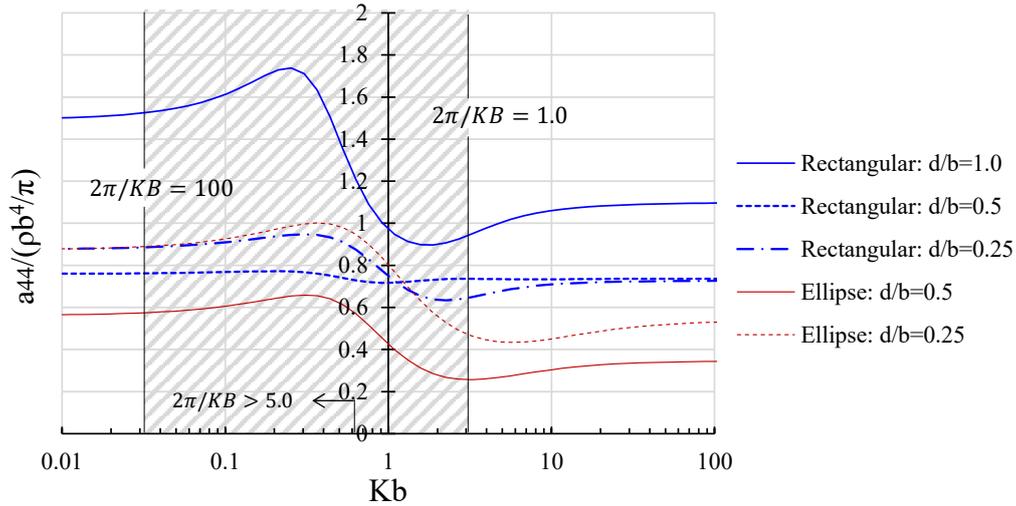


Fig. 3.29 Normalized roll added mass  $a_{33}/(\rho b^4/\pi)$  of rectangular and ellipse section against  $Kb$ .

以上の考察から、重心まわりの roll の付加質量の算式を開発する。まず、原点（喫水高さ）まわりの断面の 2 次元 roll 付加質量を  $a_{44}^0(x)$  と表し、この値を幅  $B_w(x)$  の水平板の周波数ゼロの付加質量で近似する：

$$a_{44}^0(x) \cong \frac{\rho}{16\pi} \{B_w(x)\}^4 \quad (3.4.19)$$

ここで、 $B_w(x)$  の分布を式(3.2.8)の冪関数  $B_w^{\text{pow}}(x)$  で近似した場合、原点まわりの 3 次元 roll 付加質量  $A_{44}^0$  の  $C_w$  に対する依存性は

$$\begin{aligned} \frac{A_{44}^0}{\rho B^4 L / 16\pi} &\cong f_{A_{44}^0} \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{B_w^{\text{pow}}(\bar{x})\}^4 d\bar{x} \\ &= f_{A_{44}^0} \frac{24C_w^4}{(C_w + 1)(2C_w + 1)(3C_w + 1)} \\ &\cong f_{A_{44}^0} C_w^{2.25} \end{aligned} \quad (3.4.20)$$

と表せる。ここで、 $f_{A_{44}^0}$  は水面下形状の補正係数である。最右辺の近似による精度低下は Fig. 3.30 にみられるように殆どない。

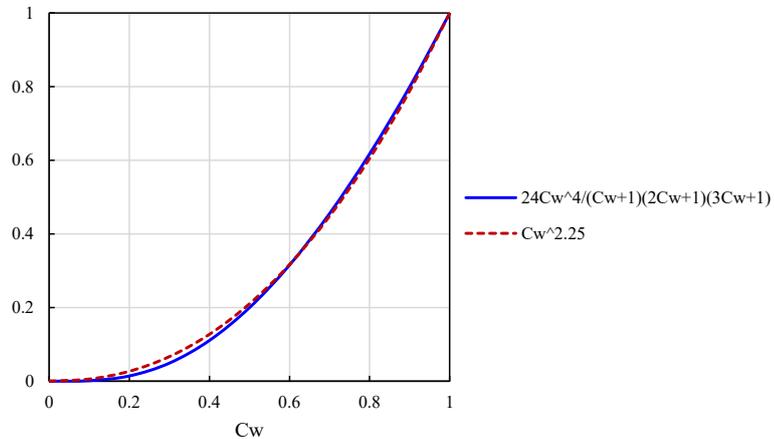


Fig. 3.30 Comparison of  $24C_w^4/(C_w + 1)(2C_w + 1)(3C_w + 1)$  and  $C_w^{2.25}$ .

式(3.4.20)の補正係数 $f_{A_{44}^0}$ の傾向を調べるため、3次元境界要素法によって得た $\lambda/L = 0.7, 3.0$ における154隻の実船の $A_{44}^0$ と式(3.4.20)の値 $\rho B^4 LC_w^{2.25}/16\pi$ の比をとり、 $d/B$ で整理した図を Fig. 3.31 に示す。Fig. 3.31 には Fig. 3.28 に示したルイスフォーム断面 ( $\sigma = 1$ ) の周波数ゼロにおける2次元付加質量 $a_{44}^0/(\rho b^4/\pi)$ の解析解も示しており、 $f_{A_{44}^0}$ の $d/B$ に関する変化はおおむねその傾向に従っていることから、3次元付加質量の喫水影響は2次元と同じであることがわかる。喫水が0から深くなるにつれ減少するのは船底面と側壁の寄与が相殺関係にあるためであり、喫水がさらに深くなると側壁の寄与が主となって $a_{44} \propto d^4$ の傾向に移るため急激に上昇する。また $f_{A_{44}^0}$ の周波数依存性は大きくないため、 $f_{A_{44}^0}$ を $d/B$ の関数として定義することで、3次元付加質量 $A_{44}^0$ の簡易算式を得ることができると考えられる。

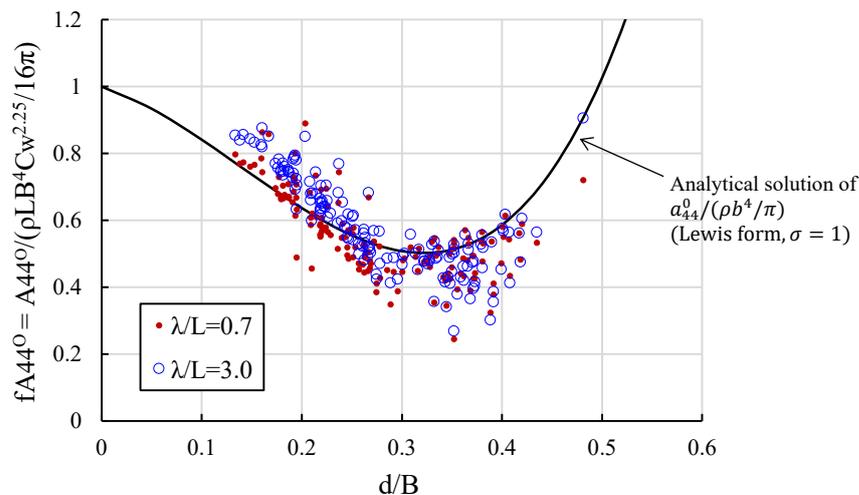


Fig. 3.31 Tendency of the ratio of roll added mass  $A_{44}^0$  obtained by calculation and formula  $\rho B^4 LC_w^{2.25}/16\pi$  against  $d/B$  for actual 154 ships.

求めたい量は重心周りの付加質量 $A_{44}$ であり、 $A_{44}^0$ から $\overline{OG}(=z_G)$ と $A_{24}, A_{22}$ を用いて変換することができるが、ここでは簡単のため $\overline{OG}$ の影響を補正係数に含めることにする。Table 2.2 より $\overline{OG}/B$ はせいぜい $-0.1 \sim +0.2$ までの範囲にあり、重心高さが喫水線に近い船が多いことを踏まえると、Fig. 3.32 に示すように、 $B \times d$ の矩形の重心まわりのrollによって動かされる流体量は(自由表面影響を無視すれば) $B \times \overline{KG}$ の矩形の原点まわりのrollによって動かされる流体量によって近似できると考えられる。したがって $A_{44}^0$ の推定式で $d/B \rightarrow \overline{KG}/B$ と置き換えれば、それが $A_{44}^0$ から $A_{44}$ の変換になると考えられる。Fig. 3.33 に、3次元境界要素法によって得た $\lambda/L = 0.7, 3.0$ における154隻の実船の $A_{44}$ と式(3.4.20)の値 $\rho B^4 LC_w^{2.25}/16\pi$ の比をとり、 $\overline{KG}/B$ で整理した図を示す。 $\overline{KG}/B$ に対する傾向は Fig. 3.31 における $d/B$ に対する傾向に近く、 $d/B \rightarrow \overline{KG}/B$ と置き換えることは一定の妥当性を有することが分かる。Fig. 3.33 に示す近似曲線は、 $\overline{KG}/B = 0$ のとき水平板の値に一致すると考え $\overline{KG}/B = 0$ のとき1かつ傾きが0となるよう関数形を選び、2次および3次の係数は数値計算結果に合うように決定している。

なお Fig. 3.33 中に示す通り、 $d/B$ とは違って $\overline{KG}/B$ には現実的にとりうる上限があり、およそ $\overline{KG}/B < 0.5$ であることを特筆しておく。というのも、重心はメタセンタよりも低い位置になければならないため

$$\frac{\overline{KG}}{B} < \frac{\overline{KM}}{B} \cong \frac{1}{12} \frac{B}{d} + \frac{1}{2} \frac{d}{B} \quad (3.4.21)$$

が成り立つ<sup>3)</sup>. ただし, 右辺の近似では箱型船型( $C_b = 1$ )を仮定した. これより $\overline{KG}/B$ が 0.5 を超えられるのは $d/B < 0.2$ の浅喫水の船舶で, そのような軽い船舶で $\overline{KG}/B$ が 0.5 を超えることは現実にはあり得ないためである.

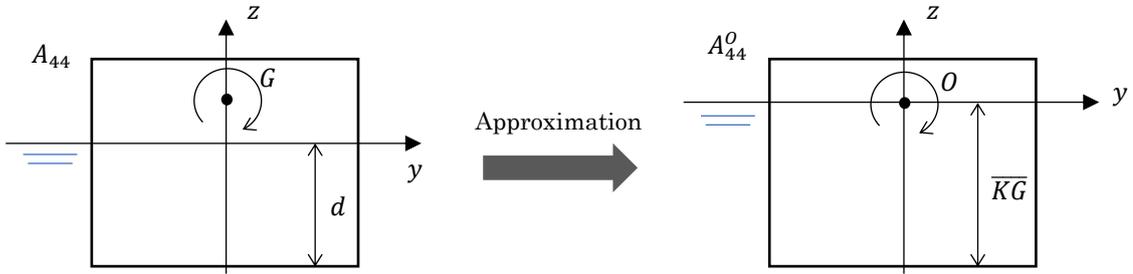


Fig. 3.32 Schema of  $A_{44}$  of rectangular  $B \times d$  approximated by  $A_{44}^O$  of rectangular  $B \times \overline{KG}$ .

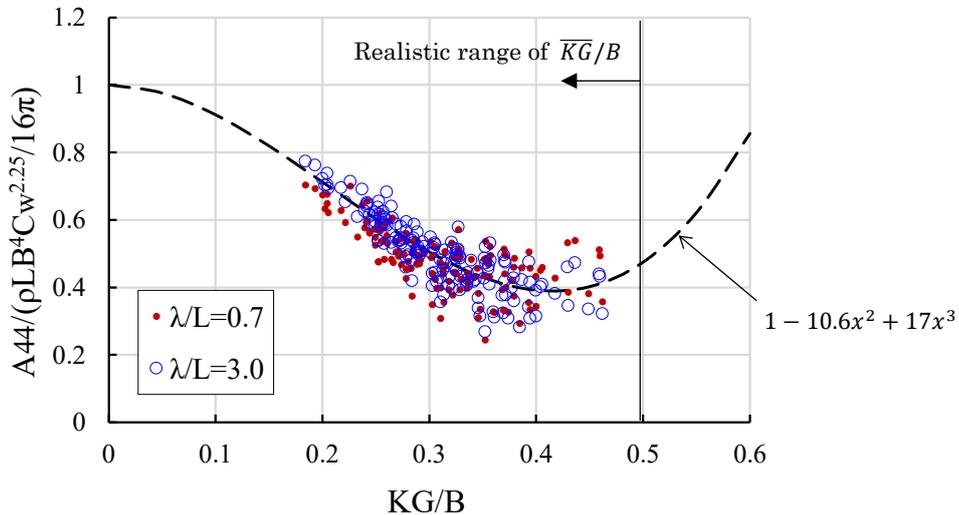


Fig. 3.33 Tendency of the ratio of roll added mass  $A_{44}^O$  obtained by calculation and formula  $\rho B^4 L C_w^{2.25} / 16\pi$  against  $\overline{KG}/B$  for actual 154 ships.

以上の考察から,  $A_{44}$ に対する補正係数 $f_{A44}$ を Fig. 3.33 中の $\overline{KG}/B$ の近似曲線として定義し, 結局次の重心まわりの roll 付加質量 $A_{44}$ の簡易算式を得た.

$$\frac{A_{44}}{\rho B^4 L} \cong f_{A44} \frac{C_w^{2.25}}{16\pi} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.4.22)$$

$$\text{where, } f_{A44} = 1 - 10.6 \left( \frac{\overline{KG}}{B} \right)^2 + 17 \left( \frac{\overline{KG}}{B} \right)^3$$

無次元値 $A_{44}/\rho B^4 L (= \bar{A}_{44}/KB)$ について, 提案算式(3.4.22)と実際の 154 隻の船舶の 3 次元境界要素法による計算値とを比較したものを Fig. 3.34 に示す. Fig. 3.34 より, 提案算式は数値計算値と相関がみられ, 一定の精度を有していることがわかる. Fig. 3.34 は heave, pitch (Fig. 3.22) と比べると推定精度が低いようであるが, 本項冒頭で述べた通り, roll の慣性モーメント $M_{44} + A_{44}$ のうち主要なのは $M_{44}$ であるためそれほど高い精度は求められない. そこで, 提案算式の $A_{44}$ を用いた場合と, 数値計算値の $A_{44}$ を用いた場合の roll の同調波長を比較する. 慣性力, 復原力, 付加質量の和( $\bar{C}_{44} - \bar{A}_{44} - \bar{M}_{44}$ )が最小になるような $\lambda/B$

を同調波長とみなし、154 隻についてそれらと比較したものを Fig. 3.35 に示す。ただし提案算式における  $\bar{M}_{44}, \bar{C}_{44}$  の値は数値計算値と同じ値を用いている。Fig. 3.35 は非常に良い相関となっており、roll の推定を行うには式(3.4.22)の精度でも十分であることが確認できる。

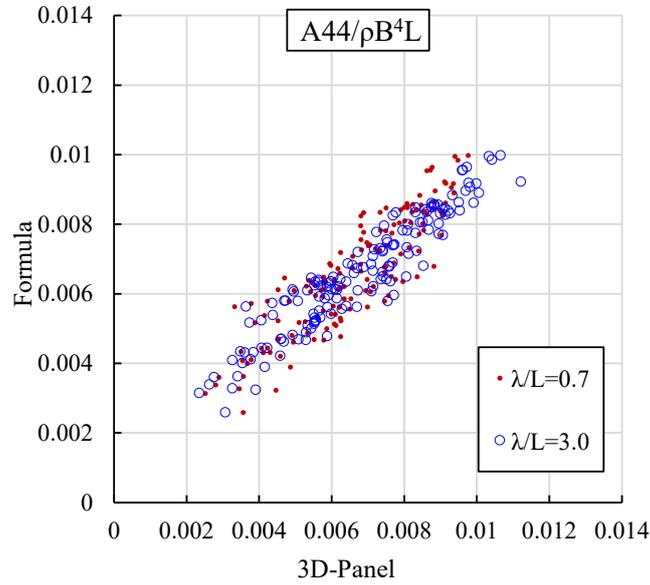


Fig. 3.34 Comparison of  $A_{44}/\rho B^4$  between proposed formula and numerical calculation.

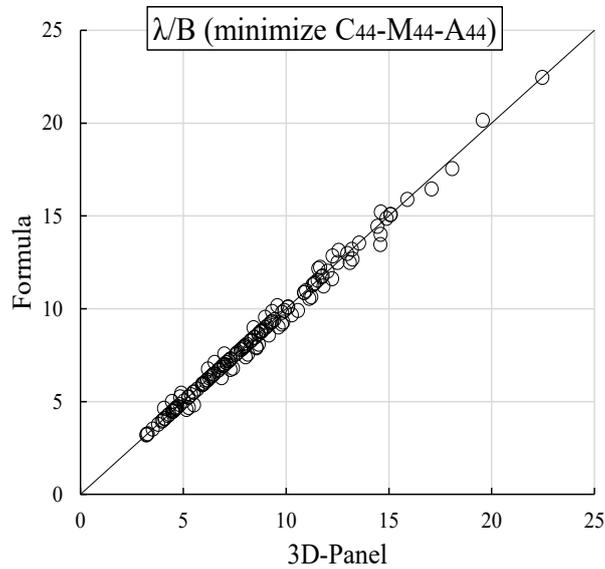


Fig. 3.35 Comparison of  $\lambda/B$  which minimize  $\bar{C}_{44} - \bar{A}_{44} - \bar{M}_{44}$  between proposed formula of  $A_{44}$  and numerical calculation.

### 3.5 Scattering 流体力

Scattering 流体力は, radiation 流体力と同様に流場解析を必要とする成分で, 周波数, 船速, 波向きのいずれの条件にも依存するため, 精度の良い簡易算式の開発は難しい成分である. その計算法としては, 定義通り scattering 速度ポテンシャル $\phi_7$ を積分する方法の他, Haskind-Newmann の関係<sup>[76]</sup>を用いて波浪強制力を計算する方法, 相対運動の仮定に基づき radiation 流体力係数によって近似的に scattering 流体力を定義する方法<sup>[77]</sup>が知られている. Haskind-Newmann の関係を用いる場合, 減衰力係数から波浪強制力の振幅を得ることはできるが, 位相の情報には Kochin 関数 (radiation 速度ポテンシャルの積分) が必要になるため, ここでは付録 A の A.4.5 項に示した相対運動の仮定に基づき, heave および pitch の scattering 流体力の簡易算式を開発することにする.

単位長さあたりの heave 方向の 2 次元 scattering 流体力 $\bar{f}_3^{S2D}(x)$ は, 式(A.4.18)より, 代表深さを $d'(x)$ とし, 2 次元 radiation 流体力係数を用いて次式のように近似できる.

$$\bar{f}_3^{S2D}(x) = \frac{f_3^{S2D}(x)}{\rho g \zeta_a B} \cong -\frac{\omega_e}{\omega} e^{-kd'(x)} kB \left\{ \frac{a_{33}(x)}{\rho B^2} + \frac{b_{33}(x)}{i\rho B^2 \omega_e} \right\} e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \quad (3.5.1)$$

ここで $a_{33}/\rho B^2 = \pi \bar{B}_w^2/8$ ,  $b_{33}/\rho B^2 \omega_e = e^{-2Kd'} \bar{B}_w^2$ とおき, さらに相対運動の仮定で無視される船幅方向の波形変化の影響を考慮するため, Froude-Krylov 力と同じ $\bar{k}_w$ に関する係数 (幅方向の波形の積分値)  $(2/\bar{k}_w) \sin(\bar{k}_w/2)$ を考慮<sup>[46]</sup>して次の表示を得る.

$$\bar{f}_3^{S2D}(x) \cong -\frac{\omega_e}{\omega} e^{-kd'(x)} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) kB \left( \frac{\pi}{8} - ie^{-2Kd'(x)} \right) \{\bar{B}_w(x)\}^2 e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \quad (3.5.2)$$

以上を用いて, 3 次元 scattering 流体力 $\bar{E}_i^S$ を, 移流項を無視して次式のように表す.

$$\begin{aligned} \bar{E}_3^S &= \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{f}_3^{S2D}(\bar{x}) d\bar{x} = -\frac{\omega_e}{\omega} kB \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} e^{-kd'(\bar{x})} \left( \frac{\pi}{8} - ie^{-2Kd'(\bar{x})} \right) \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} \\ &\cong -\frac{\omega_e}{\omega} kB \left( \frac{\pi}{8} - i \right) e^{-kdC_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 \cos \bar{k}_l \bar{x} d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.5.3)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_5^S &= -\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \bar{x} \bar{f}_3^{S2D}(\bar{x}) d\bar{x} = -\frac{\omega_e}{\omega} kB \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} e^{-kd'(\bar{x})} \left( i \frac{\pi}{8} + e^{-2Kd'(\bar{x})} \right) \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 \cdot \bar{x} e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} \\ &\cong -\frac{\omega_e}{\omega} kB \left( \frac{\pi}{8} - i \right) e^{-kdC_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_F} \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 \bar{x} \sin \bar{k}_l \bar{x} d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.5.4)$$

式(3.5.3),(3.5.4)の最後の変形に関して, スミス修正係数 $e^{-kd'(x)}$ の積分値に対応する等価喫水は Froude-Krylov 力と同様 $d_e = dC_b/C_w$ とし, また, 減衰力係数 $e^{-2Kd'(x)}$ の積分値に対応する等価喫水については, scattering 流体力に関しては喫水の影響が小さい事を確認し $d_e = 0$ とした. ここで,  $\bar{B}_w(\bar{x})$ の分布を Froude-Krylov 力と同じく浮面心 LCF を中心とした面積 $C_w BL$ の矩形で近似することで, 結局次の簡易算式を得る.

$$\bar{E}_3^S \cong -\frac{\omega_e}{\omega} kB \left( f_{\Re[Es3]} \frac{\pi}{8} - i f_{\Im[Es3]} \right) e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kdC_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \quad (\text{Proposed}) \quad (3.5.5)$$

$$\bar{E}_5^S \cong -\frac{\omega_e}{\omega} kB \left( i f_{\Im[Es5]} \frac{\pi}{8} + f_{\Re[Es5]} \right) e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kdC_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \frac{1}{\bar{k}_l} \left\{ \left( \frac{2}{\bar{k}_l} + 2i\bar{x}_f \right) \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} - C_w \cos \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right\} \quad (3.5.6)$$

(Proposed)

ここに、補正係数を次のように定義した。

$$\begin{cases} f_{\Re[Es3]} = 0.48\lambda/L + 0.53 \\ f_{\Im[Es3]} = 0.13\lambda/L + 0.27 \\ f_{\Re[Es5]} = -0.08\lambda/L + 0.36 \\ f_{\Im[Es5]} = 0.52\lambda/L + 0.56 \end{cases} \quad (3.5.7)$$

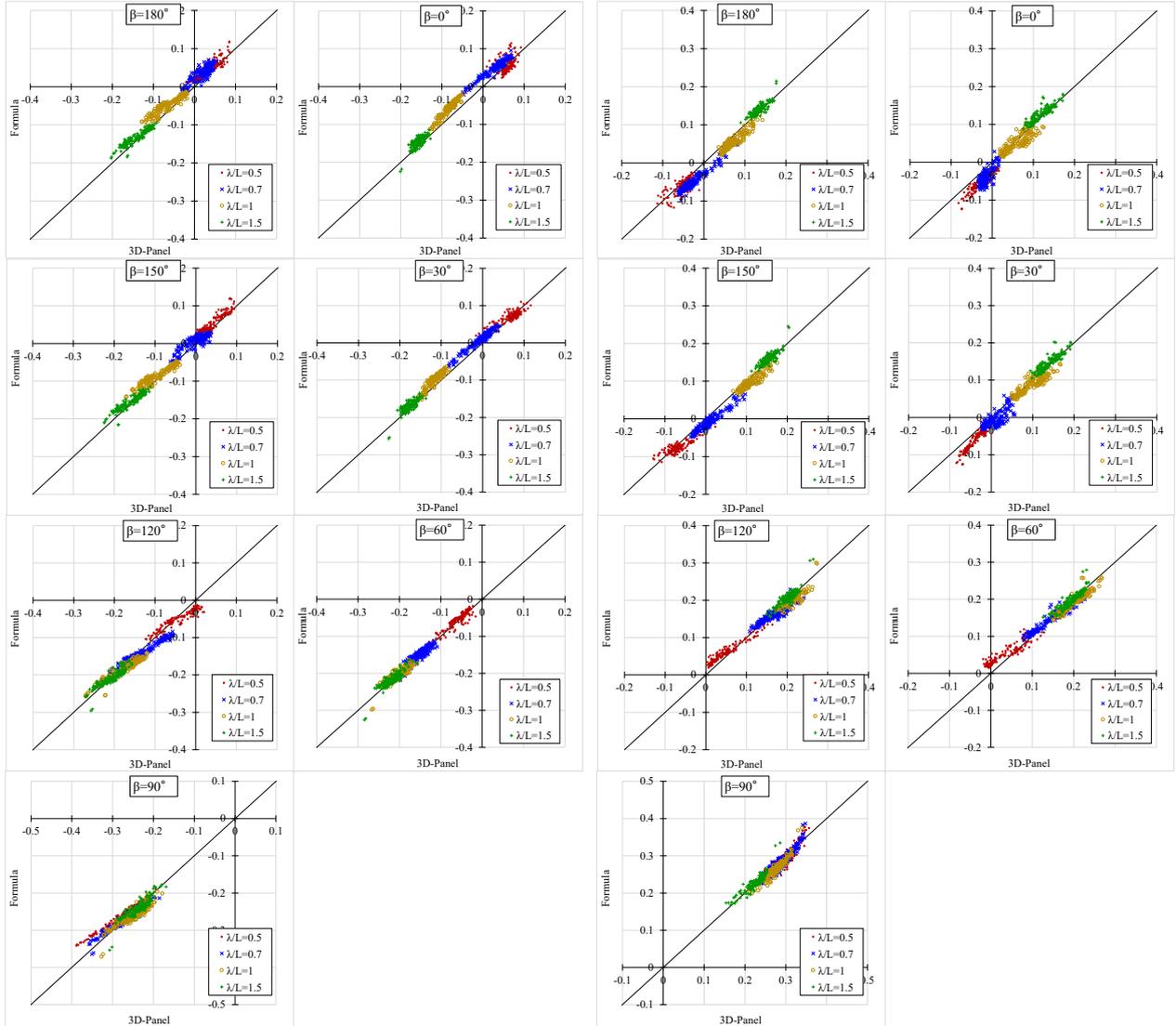


Fig. 3.36 Comparison of scattering force  $\Re[\bar{E}_3^S]$  (left) and  $\Im[\bar{E}_3^S]$  (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (5kt).

Heave, pitch の scattering 流体力の提案算式と 3 次元 Green 関数法による数値計算値との比較を Fig. 3.36, Fig. 3.37 にそれぞれ示す. Heave には一定の相関がみられるが, pitch については精度がやや低下している. 簡易算式の開発の過程で, 相対運動の仮定, 船体形状の近似, radiation 流体力係数の近似など種々の近似を適用しており, さらに 3 次元影響, 前進速度影響などは無視しているため, scattering 流体力は他の成分に比べ精度を確保することは難しい成分である. そのため, 各流体力成分の簡易式を運動の応答関数に代入した際に, scattering 流体力の推定精度が全体のボトルネックになる.

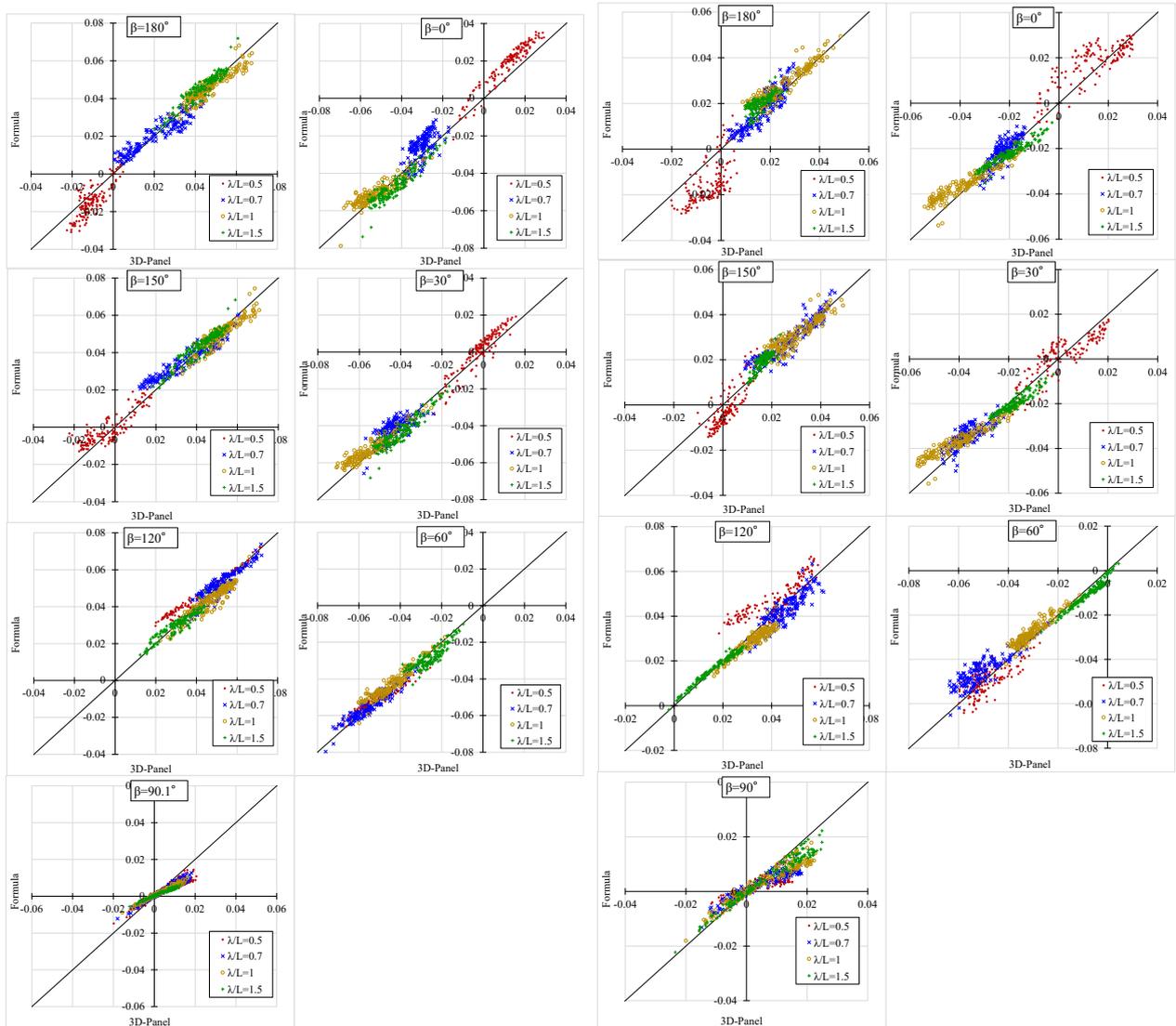


Fig. 3.37 Comparison of scattering force  $\Re[\bar{E}_s^S]$  (left) and  $\Im[\bar{E}_s^S]$  (right) between the proposed formula and 3D-Panel method (5kt).

続いて、横波中における heave の支配要因の抽出に適した形として、横波中に限定した場合の heave の scattering 流体力の 3 次元付加質量および減衰力係数を用いた表示式を示す。相対運動の仮定は通常 2 次元問題で扱われるが、3 次元の場合も横波中では同様の考え方をすることができ、次のように速度ポテンシャルを近似できる。

$$\begin{aligned} \varphi_7 &\cong (i\varphi_2 - \varphi_3)ke^{kz_0} \\ \therefore E_i^S &\cong \zeta_a \omega^2 e^{kz_0} (iT_{i2} - T_{i3}) \quad (\text{in beam sea}) \end{aligned} \quad (3.5.8)$$

これより、流速の代表位置を  $z_0 = -d_e$  として  $T_{ij}$  の縦運動と横運動の連成力が 0 であることを考慮すると、3 次元の scattering 流体力は次のように表せる。

$$\bar{E}_3^S \cong -e^{-kd_e} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) (\bar{A}_{33} - i\bar{B}_{33}) \quad (3.5.9)$$

ここで、 $(2/kB) \sin(kB/2)$  は式(3.5.2)と同様の、横波短波長における誤差を埋めるための幅方向の波形の積分値である。流速の代表位置は計算値と合うように実部と虚部それぞれに対して決め、結局次の式を得た。

$$\bar{E}_3^S \cong \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) (-1.1e^{-kd_{Cvp}} \bar{A}_{33} + ie^{0.5kd_{Cvp}^2} \bar{B}_{33}) \quad (\text{Proposed, in beam sea}) \quad (3.5.10)$$

本算式と 3 次元 Green 関数法による数値計算値との比較を Fig. 3.38 に示す。ただし、提案式においても、 $\bar{A}_{33}, \bar{B}_{33}$  は数値計算値を用いている。Fig. 3.38 より、 $\bar{A}_{33}, \bar{B}_{33}$  によって横波中の  $\bar{E}_3^S$  をよく近似できることが分かる。

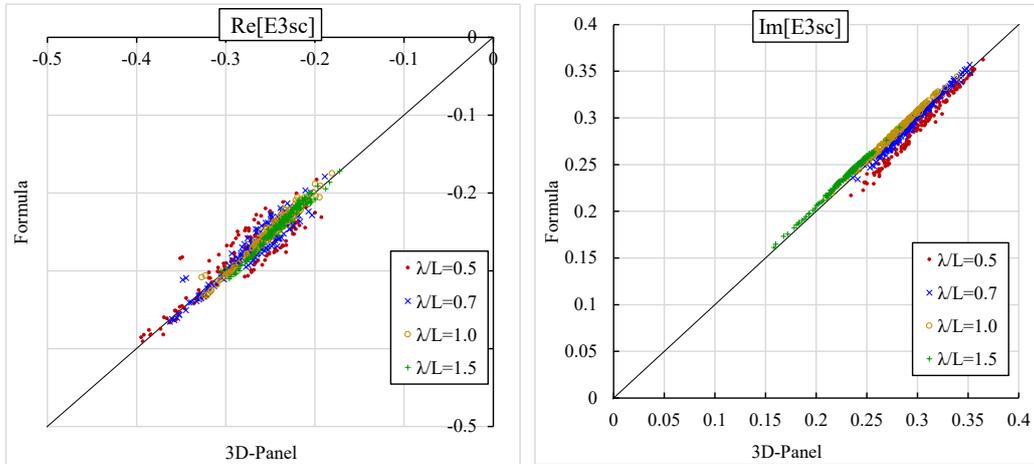


Fig. 3.38 Comparison of scattering force  $\Re[\bar{E}_3^S]$  (left) and  $\Im[\bar{E}_3^S]$  (right) between the proposed formula and 3D-Panel method in beam sea.

### 3.6 結言

本章では、船種や積み付け条件によらず適用することのできる、船型パラメータ ( $L, B, d, C_b, C_w, C_m, LCF, LCB, \overline{KG}$ ) を用いた各流体力成分の簡易算式を開発した。主要な成分である復原力および Froude-Krylov 力については全自由度について示し、加えて radiation, scattering 流体力については復原力のある運動モード (heave, pitch, roll) についてのみ示した。ただし、減衰力係数および scattering 流体力については roll を対象外とした。成分毎に書き下すと次のとおりである。

- ◆ 復原力係数：  $6 \times 6$  成分のうち非ゼロの全成分
- ◆ Froude-Krylov 力： 全 6 自由度方向
- ◆ 付加質量： heave, pitch, roll の対角項
- ◆ 減衰力係数： heave, pitch の対角項
- ◆ Scattering 流体力： heave, pitch

流体力成分ごとに得られた結果を以下に示す。

#### ◆ 復原力係数

1. 復原力係数は船体の水面の船体表面上の静水圧の積分（および重心位置）から得られる、最も基本的で簡単な成分である。Pitch, roll の復原力係数はそれぞれ縦メタセンタ高さ  $\overline{GM}$ 、横メタセンタ高さ  $\overline{GM}_L$  から容易に求まる量であるが、これらの値を未知とし、船体の主要目から求めることのできる近似式を示した。
2. Pitch の復原力係数  $C_{55}$  および水線面二次モーメント係数  $C_{w2}$  を、水線幅の船長方向分布  $B_w(x)$  を水線面積係数  $C_w$  によって一意に定まる形状に近似することで、 $C_w$  を用いた式で示した。痩せ型船型については  $B_w(x)$  を台形分布で近似、肥大船型については冪関数で近似した場合に実船の  $C_{55}$  との一致度がよかったため、どちらの範囲でも一致度が高くなるように  $C_w$  の近似式を示した。結果、 $C_w$  の二次関数によって無次元復原力係数  $\bar{C}_{55}$  を高精度で推定できる式を示した。
3. Roll の復原力係数  $C_{44}$  は、横メタセンタ高さを  $\overline{GM} = \overline{BM} + \overline{KB} - \overline{KG}$  と分解して重心高さ  $\overline{KG}$  を既知とし、浮面心高さ  $\overline{KB}$  および横メタセンタ半径  $\overline{BM}$  の近似式を示すことで算式を求めた。 $\overline{KB}$  はキールおよび堅柱形係数  $C_{vp}$  によって近似し、 $\overline{BM}$  は  $C_{55}$  と同じく水線幅分布をいくつかの関数で近似した場合の式を示し、それを踏まえた  $C_w$  の冪関数の近似式を示した。結果、 $\overline{KG}, d, B, C_w, C_b$  が既知の場合に  $\overline{GM}$  および  $C_{44}$  を高精度で推定できる簡易式を示した。

#### ◆ Froude-Krylov 力

1. Froude-Krylov 力は復原力係数と同じく、既知関数の船体表面上の積分で定義される量であるため、船体形状を船舶の 8 つの船型パラメータ ( $L, B, d, C_b, C_w, C_m, x_f (= LCF - LCB), \overline{KG}$ ) によって一意に定まる関数で近似し、積分計算ではガウスの勾配定理を適用することで、Froude-Krylov 力を船型パラメータと波条件を変数に持つ初等関数で示すというアプローチをとった。
2. 物理的、幾何学的考察に基づき、かつ長波長域の漸近値が正しい値をとるように、6 自由度モード毎に船体を適切な形状で近似した。長波長域の漸近値は、surge, sway, heave 力については厳密値に、roll, pitch, yaw モーメントについては復原力係数等を船型パラメータで近似した値に近づく。仮定する船型の中心位置を、 $n_x, n_y$  に関する項については LCB、 $n_z$  に関する項については LCF とすることで、入射波に対する位相差の情報を適切に考慮した。また、roll と pitch につい

てはメタセンタ高さ（復原力係数）が既知の場合の式についても示した．同表現は，次章における応答関数の支配要因の抽出に適したものである．

3. 得られた算式は複素振幅で示しているため位相の情報も含むものである．いずれのモードについても，船型，波条件（波向き，波長）によらず良好な精度を有することが確認された．

◆ 付加質量および減衰力係数

1. まず 2 次元付加質量・減衰力係数の断面形状および周波数に対する傾向を調べ，近似式で示したうえで，それを船長方向に積分することで船型影響を考慮した 3 次元付加質量・減衰力係数の式を求めるというストリップ法的アプローチをとった．
2. Heave, pitch の付加質量は，周波数無限大における水平板の 2 次元 heave 付加質量をベースに 3 次元に拡張することで水線面積係数 $C_w$ の影響を考慮し，喫水と周波数の影響は係数で考慮した．Heave, pitch の減衰力係数は，source method による矩形断面に対する 2 次元減衰力係数をベースに，断面の痩せの影響が喫水で考慮できることを確認のうえ，3 次元に拡張する際に水線面積係数 $C_w$ の影響および縦柱形係数 $C_{vp}$ （水面下の痩せ）の影響を考慮した．いずれも縦運動の重要となる周波数帯で，船型によらず良好な精度を有する式が得られた．
3. Roll の付加質量については，実用的な周波数帯では周波数ゼロの値が近いことを確認し，簡単に周波数ゼロにおける水平板の 2 次元付加質量をベースとし，それを 3 次元に拡張する際に水線面積係数 $C_w$ の影響を考慮した．水面下の形状影響は複雑であるが，3 次元付加質量が $d/B$ によってある程度整理されることを確認した上で，原点回りから重心まわりの値への変換も同時に考慮するために， $d/B$ ではなく $\overline{KG}/B$ に依存する補正係数を与えた．得られた簡易算式は，heave, pitch の付加質量の簡易算式に比べると精度は低い，roll の固有周期を推定する上では十分な精度を有する式であることを確認した．

◆ Scattering 流体力

1. Heave, pitch の scattering 流体力を，2 次元 heave 方向 scattering 流体力を船長方向に積分することで示した．2 次元流体力は，相対運動の仮定によって radiation 流体力係数によって表し，さらに radiation 流体力係数を簡略化した．水線幅を Froude-Krylov と同様に仮定することで船長方向へ拡張し，3 次元流体力を得た．結果，計算結果と一定の相関が確認される式が得られた．
2. Scattering 流体力は，波向き，波長，船速に依存するため簡易に推定することは比較的難しく，開発した算式も他の成分に比べ推定精度が低い．各流体力成分の簡易式を運動の応答関数に代入した際には scattering 流体力の精度が全体のボトルネックになると考えられる．
3. また，次章で横波中の heave の支配要因の抽出に用いるために，横波に限定した場合の 3 次元 scattering 流体力の，heave の 3 次元付加質量・減衰力係数を用いた近似式を示した．

## 第 4 章 規則波中の船体応答に対する船型影響と簡易推定式の開発

### 4.1 緒言

前 2 章では波浪中応答の船型影響の検討に適した新しい数学船型を開発し、前 3 章では流体力の船型影響を調べた上で重要な成分について簡易算式を提案した。続く本章では、波浪中応答、具体的には surge, pitch, heave, roll 運動ならびに垂直曲げモーメントに対し、付録 A で示した応答関数の式を基に各成分の影響や関係について調べ、3 章で示した流体力の算式を用いて支配パラメータを抽出するとともに、船型パラメータから計算することのできる応答関数の陽な簡易算式も提案する。さらに、2 章で開発した数学船型を用いて各提案算式の精度検証を行い、抽出された支配パラメータの確認として感度解析も行う。

波浪中運動や抵抗増加に対する船型影響を調べた研究は多数存在する<sup>[17, 20, 78]</sup>。Hearn は複数の研究によって得られた船型影響をまとめてレビューしており<sup>[79]</sup>、それによると、基本となる船型パラメータや算式の基底の選択はおのおのの研究者によって異なり、さらに傾向も必ずしも一致していないようである。すなわち、母船型や波条件が異なればケースバイケースで傾向も異なるのである。また基本の船型パラメータが定まっていないのは、いくつかの船型パラメータ間には強い相関（例えば  $C_w$  と  $C_b, C_{w2}$ ）があり、得られた応答から傾向を調べるだけではどのパラメータが本当に支配的であるか特定しにくいということが一因であろう。そのような中で船型影響に関する有益な知見を得るには、数値的な検討だけでなく、やはり基礎理論に基づくアプローチが必要とされる。

理論的アプローチに基づいて船型影響を検討した数少ない研究として、Jensen による簡易算式の検討が挙げられる<sup>[25, 26]</sup>。Jensen は船舶設計のコンセプト段階における簡易推定に活用されることを想定した、波浪中の heave, pitch, roll 運動および垂直曲げモーメントの応答関数の簡易算式を開発している。Jansen の手法は、2 次元流体力をベースに 3 次元流体力に拡張し、それを組み合わせることで応答関数を構築しているという点では本研究と類似している。しかしながら、radiation/scattering 流体力は非常に簡易的に扱われており、各流体力成分に対する検証は行われていない。また、例えば heave, pitch の流体力の導出で想定している船体形状は  $L \times B \times d$  の箱船で、痩せの影響は方形係数  $C_b$  を用いて幅を  $B$  から  $C_b B$  に置き換えるといった大胆な手法で、大まかな船体応答の傾向は捉えられているものの、船体形状の影響が適切に考慮されているとは言い難い。これに対して本研究では、理論的検討を各流体力成分レベルで行っているためより合理性・透明性の高いものであり、さらに多数の船舶を用いた数値的検証を通してその適用範囲も明確にしている。

本章で検証に用いる船舶は、前 2.6 節に示した 154 隻のパラメータを有する松井船型としている。なお、本研究では CSR<sup>[13]</sup>に倣い数値的検証では船速を 5knot としているが、船長が異なるので  $Fn = 0.04 \sim 0.11$  の範囲をとる。理論的アプローチをとるうえで、船速影響については自由表面に起因する複雑な挙動を考慮することは困難であるため、付録 A に示すゼロスピードの流体力をベースに、波周波数と出会い波周波数とを区別することで簡易的に扱っている。検証のための数値計算は、ゼロスピード Green 関数を核関数とした線形の 3 次元 Green 関数法プログラムに基づいている<sup>[37, 80]</sup>。

## 4.2 運動の特性と簡易算式

本節では、波浪中船体運動の応答関数の特性を理論的・数値的に調べ、簡易算式を開発する。具体的には、それぞれの応答に対して運動方程式系の検討から行い、相互にキャンセルされる流体力成分あるいは影響の無視できる要素を検討したのちに簡略化モデルを示し、前章で得た流体力の簡易算式を適用することで応答関数の推定算式を導出する。さらに、それを元に抽出した支配パラメータを用いたピーク値の近似式等を提案するとともに、数学船型を用いた感度解析によって支配パラメータの確認を行う。

### 4.2.1 Surge

波浪中の縦運動、すなわち heave, pitch, surge 運動は、船体の重心と流体力の作用中心が異なるために相互に連成する。しかしながら、surge については比較的影響の小さな radiation 流体力のみを介して heave, pitch と連成するため、例えばストリップ法では独立な運動モードとして扱われることも多い。本節では、surge の 1 自由度モデルの理論的根拠とその妥当性を検証し、簡易算式の提示および支配パラメータの確認を行う。

#### 4.2.1.1 Surge 運動の特性

Surge の運動方程式は次のように表される。

$$X_1(i\omega_e)^2(M + T_{11}) = E_1^{FK} + E_1^S - (i\omega_e)^2(X_3T_{13} + X_5T_{15}) \quad (3\text{-DOF model}) \quad (4.2.1)$$

この式のうち、 $d, B \ll L$  の船舶では質量  $M$  にくらべ radiation 流体力係数  $T_{11}$  は十分小さく、また前後対称船の場合  $T_{13} = 0$  であることから heave との連成影響も無視しうるものと予想される。加えて、 $KL$  の小さな長波長域では scattering 流体力は式(C.2.10)より

$$E_1^S = (i\omega_e)^2(u_1T_{11} + u_3T_{13} + u_5T_{15}^{(0)}) \quad (4.2.2)$$

と表される。式(4.2.2)を式(4.2.1)に代入し、 $T_{15} = T_{15}^{(0)} + (U/i\omega_e)T_{13}^{(0)} \cong T_{15}^{(0)}$  としてかつ長波長域では運動が波粒子運動に一致すると考えて  $u_i \cong X_i$  とすると、radiation 流体力と scattering 流体力が相殺され運動方程式は次式のように簡略化される。

$$X_1(i\omega_e)^2M = E_1^{FK} \quad (\text{FK/M model}) \quad (4.2.3)$$

この簡略化された surge の計算法に関する過去の研究のレビューをしておく。元良は、式(4.2.3)によって合理的に surge を推定できることを模型実験を通じて確認している<sup>[48]</sup>。これを根拠に、通常の  $n_x$  を計算しないストリップ法では surge は式(4.2.3)によって独立な運動として推定される<sup>[3, 46]</sup>。一方で北川はストリップ法において  $n_x$  を計算し surge-heave-pitch 連成方程式を定式化したうえで連成影響を調査しており<sup>[81]</sup>、それによると、式(4.2.3)から計算される surge は、実験と比べて振幅は良く合うが位相に若干の誤差が見られるようである。

3 自由度の式(4.2.1)から得られる surge を正とし、簡略化モデル(4.2.3)の妥当性について数値的検証を行う。加えて、radiation/scattering 流体力の影響と傾向を調べるため、次のモデルから得られる surge についても調べる。

$$X_1(i\omega_e)^2(M + T_{11}) = E_1^{FK} + E_1^S \quad (1\text{-DOF model}) \quad (4.2.4)$$

$$X_1(i\omega_e)^2(M + T_{11}) = E_1^{FK} \quad (\text{FK/M+T model}) \quad (4.2.5)$$

$L = 160\text{m}$  のコンテナ船に対して、船速  $5\text{knot}$ 、波向き  $\beta = 180^\circ, 60^\circ, 0^\circ$  において、式(4.2.1),(4.2.3), (4.2.15),(4.2.16)の surge の応答関数を比較したものを Fig. 4.1 に示す。なお、Fig. 4.1 には載せていないが、式(4.2.1)において heave の連成影響のみ無視した 2 自由度モデルの surge も計算した結果、船種、波条件に依らず 3 自由度モデル(4.2.1)の surge とほぼ一致し、heave の連成影響  $X_3 T_{13}$  は殆ど無いことが確認された。

Fig. 4.1 から以下のことが言える。

- a) FK/M モデルによる surge は 3-DOF モデルの surge と大きく外れておらず、位相も含め良好な一致を示している。
- b) FK/M モデルの surge と、それに radiation 流体力係数  $T_{11}$  を考慮した FK/M+T モデルの surge の差は高々 3% 程度で、 $T_{11}$  は大きくないことが分かる。
- c) 1-DOF モデルの surge は 3-DOF モデルの surge から離れているが、この差は pitch の連成影響を無視していることが原因である。1-DOF モデルからさらに radiation/scattering 流体力を無視した FK/M モデルの方がむしろ正しい surge に近づいており、このことは即ち scattering 流体力  $E_1^S$  が pitch の radiation 流体力  $(-i\omega_e)^2(X_5 T_{15})$  とキャンセルする関係にあり、どちらか片方のみを考慮することが surge のモデルとして非合理的であることを意味する。

続いて、船速の速いケースに対する適用性および傾向についても確認する。例として、同船舶が向い波および追い波中を  $20\text{knot}$  で航行する場合の応答関数を Fig. 4.2 に示す。Fig. 4.2 より、船速が早いと pitch のに起因する移流項  $(-i\omega_e U T_{13}^{(0)} X_3)$  が卓越するため FK/M モデルでは振幅・位相ともにやや差が現れることが分かる。また、追い波で高速する場合は出会い波周波数  $\omega_e = 0$  となる波長が存在し、その場合 FK/M モデルでは式(4.2.3)の分母が 0 になり無限大に発散してしまう。実際に Fig. 4.2 右図の  $\lambda/L = 0.4$  では  $\omega_e$  が 0 に近くなり振幅が過大になっている。しかし  $B_{11}$  の値自体とても小さいため、 $\omega_e = 0$  で surge の振幅が過大になることは 3-DOF モデルでも同じことであり、また式(4.2.3)からわかるように surge 加速度  $X_1 \omega_e^2$  は  $\omega_e = 0$  でも有限値をとるため、必ずしも深刻な問題ではない。

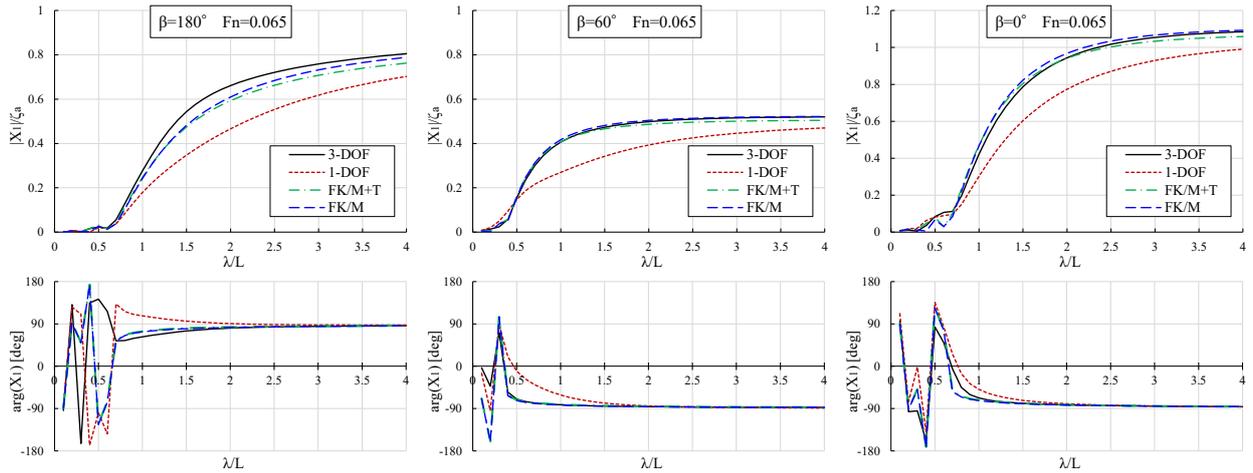


Fig. 4.1 Comparison of RAO of surge motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left), oblique sea (middle) and following sea (right) in the case of 5knot.

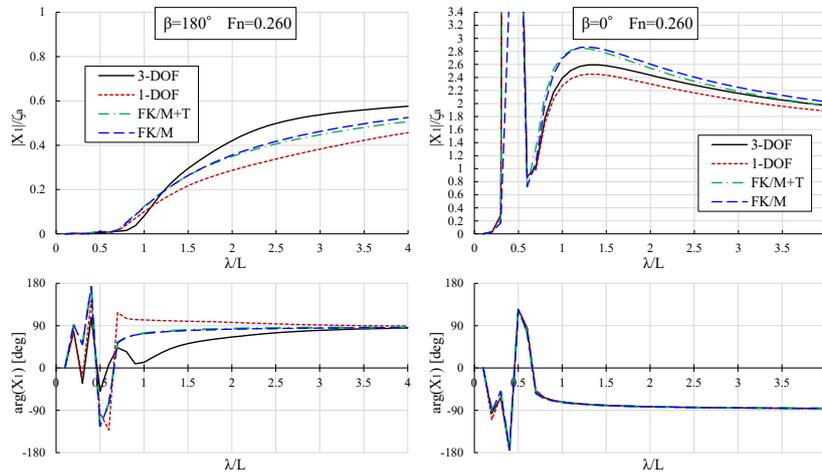


Fig. 4.2 Comparison of RAO of surge motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left) and following sea (right) in the case of 20knot.

FK/M モデルが有効であることが分かったため、対象船舶を増やした検証を行う。前 2.6 節に示した 154 船型を対象に、船速 5kt,  $\beta = 180^\circ, 90^\circ, 0^\circ$ ,  $\lambda/L = 0.5, 0.7, 1.0, 1.5$ において FK/M モデルと 3 自由度の surge の無次元振幅  $|\bar{X}_1| (= |X_1|/\zeta_a)$  を比較したものを Fig. 4.3 に示す。Fig. 4.3 より、両者の相関は良く、FK/M モデルは船種に依らず適用可能であることが確認できる。横波では Froude-Krylov 力は必ず 0 となるため FK/M モデルでは surge は生じないが、3-DOF モデルでは radiation/scattering 流体力によって  $X_1/\zeta_a = 0.1$  弱程度の surge が生じており、FK/M モデルではこの程度の誤差はどうしても発生してしまうものと考えられる。

補足すると、FK/M モデル(4.2.3)に適用される  $X_1$  は重心高さにおける surge であり、喫水線高さにおける surge  $X_1^0 (= X_1 - z_G X_5)$  に置き換えることはできないことに注意を要する。なぜなら、surge 運動で支配的なのは慣性力であり、慣性力の作用点が重心位置にあるためである。実際に、 $E_1^{FK}/(i\omega_e)^2 M$  とよく一致するのは重心高さの surge  $X_1$  で、喫水線高さの surge  $X_1^0$  との間には有意な差が生じることが確認された。ただし、慣性力の無視できるような長波長域において波粒子運動  $u_1 (= -i\zeta_a \cos \beta)$  に一致するのは  $X_1$  でなく

$X_1^0$ であるため、式(4.2.3)は $O(k)$ のオーダーでは正しい漸近値を与えず、 $X_1^0$ によって整理される ( $O(1)$ のオーダーでは $X_1, X_1^0$ ともに $u_1$ に一致する)。

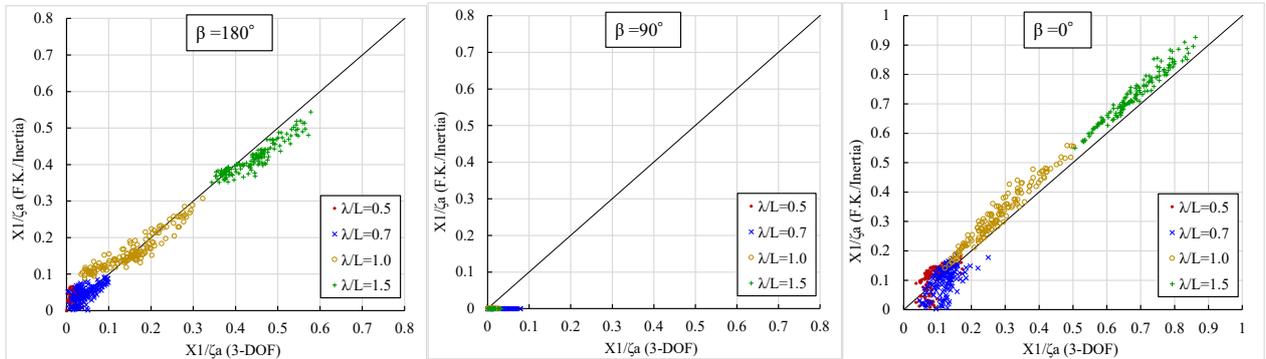


Fig. 4.3 Comparison of surge amplitude for actual 154 ships between exact 3-DOF model (horizontal axis) and simplified model which considers Froude-Krylov force and inertia force (vertical axis) in the case of 5knot.

#### 4.2.1.2 簡易算式と支配パラメータ

式(4.2.3)の簡略化モデルによって surge を合理的に推定できることが分かった。式(4.2.3)は Froude-Krylov 力および質量のみが考慮された非常に簡単な式であるため、前3章で開発した Froude-Krylov 力の簡易算式(3.3.10)を代入し、 $M = LBdC_p$ とすれば、それがそのまま surge の簡易推定式となる：

$$X_1 \cong -i\zeta_a \cos \beta \frac{(1 - e^{-kdC_m})}{KdC_m} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{C_p \bar{k}_l} \sin \frac{C_p \bar{k}_l}{2} \right) \left\{ \frac{2}{(1 - C_p) \bar{k}_l} \sin \frac{(1 - C_p) \bar{k}_l}{2} \right\} \quad (\text{Proposed}) \quad (4.2.6)$$

下線部は縦波で1となり、提案算式は長波長域で $X_1 = -i\zeta_a \cos \beta = u_1$ に漸近することが確認できる。また、式においてある $kL$ に着目した場合、無次元船型パラメータが $C_p, dC_m/L$ の2つによって surge 加速度が決定されることが分かる。

実船の154隻に対し、5knotにおける提案算式(4.2.6)の surge と正しい surge を比べたもの Fig. 4.4 に示す。Fig. 4.4 より、推定算式は船種・波条件に依らずおおむね一定の推定精度を有することが確認できる。Fig. 4.3 よりも若干相関が低下しているのは、Froude-Krylov 力の簡易算式に誤差があるためである。

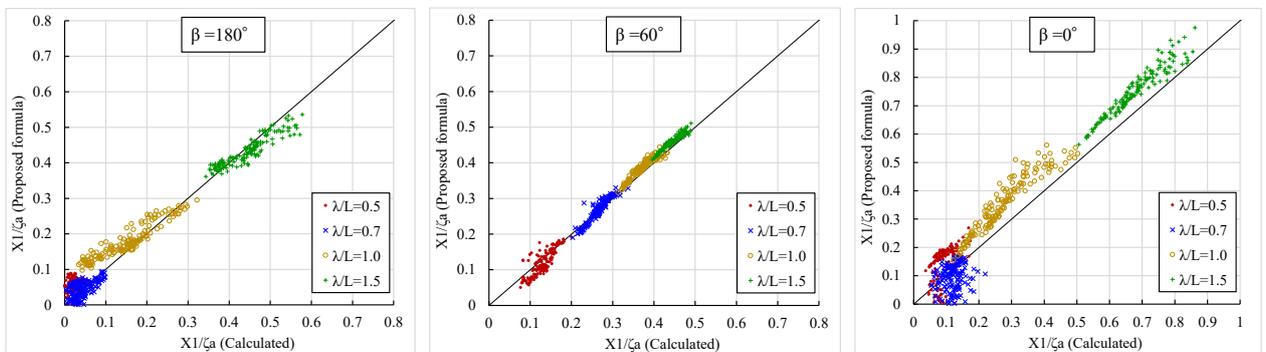


Fig. 4.4 Comparison of surge amplitude of actual 154 ships between calculated value (horizontal axis) and proposed simplified formula (vertical axis) in the case of 5kt.

Surge の応答関数は基本的には波長に対して単調増加であるが， surge 加速度の応答関数はピークを持つ． 無次元 surge 加速度の応答関数は向い波で以下のように表すことができる．

$$|\bar{X}_1| := KL|\bar{X}_1| \cong \frac{(1 - e^{-kL \cdot dC_m/L})}{dC_m/L} \left( \frac{2}{C_p kL} \sin \frac{C_p kL}{2} \right) \left\{ \frac{2}{(1 - C_p)kL} \sin \frac{(1 - C_p)kL}{2} \right\} \quad (4.2.7)$$

有次元の surge 加速度[G]は， 上式に $\zeta_a/L$ を乗じた値になる． 式(4.2.7)によれば surge 加速度は船速に依存せず， また $C_p, dC_m/L$ の 2つの無次元船型パラメータによって決定される． これらが支配的であることを示すため，  $C_p, dC_m/L$ を用いて向い波中の surge 加速度の応答関数のピーク値 $|\bar{X}_1^{\text{pk}}|$ の近似式を示す． 式(4.2.7)は船速に依存しないが， 実際には速度に応じてピーク値が若干上昇することが確認されたため， ここではフィッティングにより 0knot, 5knot それぞれについて係数を決め， 次式を得た．

$$|\bar{X}_1^{\text{pk}}| \cong \begin{cases} -7.2(dC_m/L) - 2.3C_p + 4.5 & \text{for 5 knot} \\ -5.7(dC_m/L) - 1.9C_p + 4.0 & \text{for 0 knot} \end{cases} \quad (\text{Proposed}) \quad (4.2.8)$$

これらの式の精度は Fig. 4.5 に示す通り 154 隻に対して良好であり， surge 加速度の最大値に対する支配的な無次元船型パラメータが $C_p, dC_m/L$ であることが確かめられた．

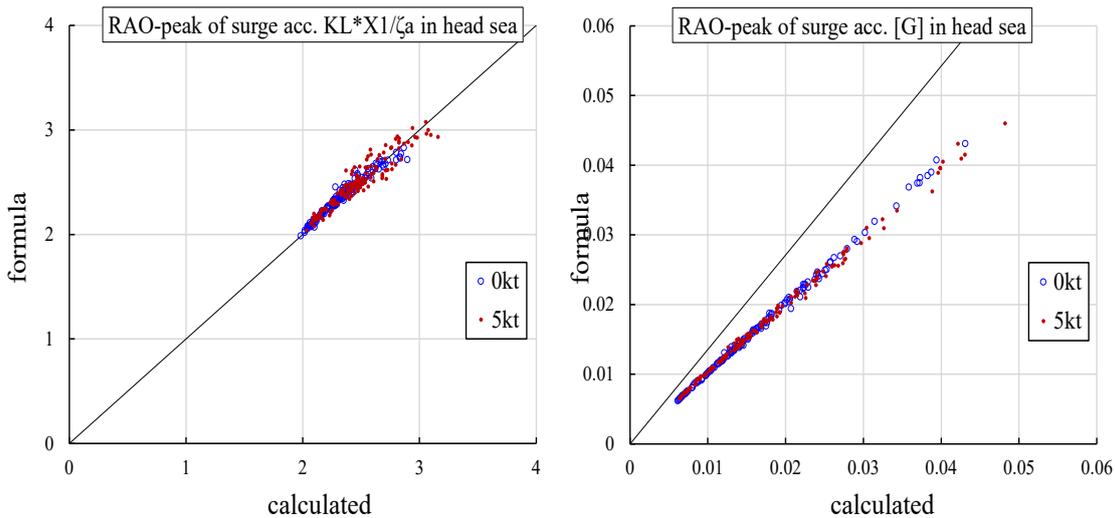


Fig. 4.5 Comparison of peak value of RAO of surge acceleration in head sea between approximated formulae and calculated value for 154 actual ships. (left: non-dim., right: degree)

#### 4.2.1.3 感度解析による支配パラメータの確認

まず surge の簡易式(4.2.6)から読み取れる船型影響について述べる． 慣性力は $C_b LBd$ に比例する一方， Froude-Krylov 力 $E_1^{FK}$ も $KL \rightarrow 0$ の長波長域で $E_1^{FK} \propto C_b LBd$ なので， 分子と分母でキャンセルして長波長域では船型は surge に影響しなくなる． ただし，  $KL \rightarrow 0$ と近似できるのは非常に長い波長であって， 通常の波長では $kL, C_p, kdC_m, KdC_m$ の形で船型パラメータが現れる． したがって，  $Fn, \beta, \lambda/L$ が同じ条件下における支配的船型パラメータは $C_p$ と $C_m d/L$ の 2つである． また， 通常の船舶では $d \ll L$ のため $kd$ を小とみなせる波長は比較的短く，  $e^{-kdC_m} \cong 1 - kdC_m$ と近似すると $C_m d/L$ が式(4.2.6)から消えることから，  $C_m d/L$ の影響は強くないと考えられる．

続いて、2章で開発した数学船型を用いて surge に対する船型パラメータの感度を調べる。感度の計算は、Table 2.2 に示した 77 隻の ballast/full 積付条件の平均的船型を中心に船型パラメータを独立に微小に変化させたときの応答の変化を調べた。感度を比較するうえで、各パラメータのとりうる範囲が大きく異なることに注意し、次のように標準偏差で正規化した sensitivity factor を用いることにする。

$$\text{Sensitivity factor} := \frac{\partial q_j}{\partial (p_i/\sigma_{p_i})} \quad (4.2.9)$$

ここに  $q_j$  は応答で今は無次元 surge  $\bar{X}_1 (= X_1/\zeta_a)$  とする。また、 $p_i$  は無次元船型パラメータ、 $\sigma_{p_i}$  は Table 2.2 に示した  $p_i$  の標準偏差である。感度を調べるパラメータ  $p_i$  として、ここでは次を選んだ。

$$p_i = \left\{ \frac{B}{L}, \frac{d}{L}, C_b, C_w, C_m, C_w', \frac{LCG}{L}, \frac{LCF-LCG}{L}, \beta, \frac{\kappa_{yy}}{L}, \frac{KG}{B} \right\} \quad (4.2.10)$$

各パラメータの偏微分  $\partial \bar{X}_1 / \partial p_i$  を調べるにあたり、(4.2.10) の他のパラメータは全て固定する。これらの偏微分に加え、ここでは算式の支配パラメータとして現れる  $C_p$  の影響を調べるため、 $C_p$  を固定したときの  $C_m$  の偏微分

$$\left( \frac{\partial q}{\partial C_m} \right)_{C_p} = \left( \frac{\partial q}{\partial C_m} \right)_{C_b} + C_p \left( \frac{\partial q}{\partial C_b} \right)_{C_m} \quad (4.2.11)$$

についても調べる。ただし、括弧の右下は固定する変数を表す。

向い波の結果を Fig. 4.6 に、追い波の結果を Fig. 4.7 に示す。Sensitivity factor が最も大きいのは明らかに  $C_b$  であることが分かる。次に  $C_m$  の感度すなわち  $(\partial \bar{X}_1 / \partial C_m)_{C_b}$  が大きいのが、これに対して  $C_p$  を固定したときの  $C_m$  の感度すなわち  $(\partial \bar{X}_1 / \partial C_m)_{C_p}$  は殆どゼロに近い。このことから、 $(\partial \bar{X}_1 / \partial C_m)_{C_b}$  は  $C_m$  の変化というよりも  $C_p$  の変化によって生じている surge の変化であって、surge に対して支配的なのは  $C_b$  ではなく  $C_p$  であるということが読み取れる。また、 $(LCF-LCG)/L (= -C_{35}/C_w)$  も多少の影響が見られるが、これは水線面形状と水面下形状の前後方向の歪みを表すパラメータで、 $T_{15}, E_1^S$  に影響するパラメータであることが確認された。また、 $C_w, C_w'$  については pitch が変化することで 2 次的に surge に影響していることが原因である。Sensitivity factor の数値に着目すると、 $C_b$  で 6% 程度、それ以外ではせいぜい 2% 程度であり、 $C_b$  以外のパラメータが 1 標準偏差 ( $\sigma_{p_i}$ ) 程度変化しようが、 $\bar{X}_1$  は 2% ほどしか変化しない。したがって、surge に対する船型パラメータの影響は  $C_p$  を除けばそれほど大きくないと考えてよい。

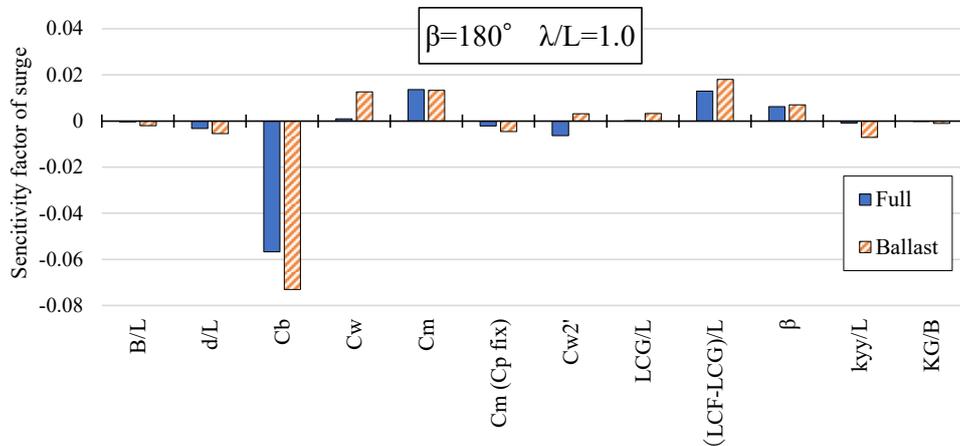


Fig. 4.6 Comparison of the sensitivity factor of surge in head sea.

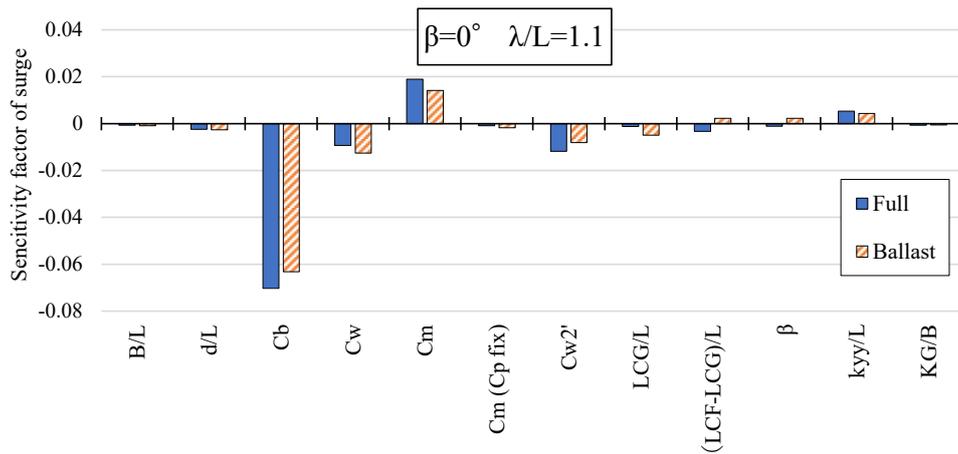


Fig. 4.7 Comparison of the sensitivity factor of surge in following sea.

#### 4.2.1.4 Surge 運動のまとめ

1. Surge 運動は慣性力が主要である。Surge 起因の radiation 流体力 $T_{11}X_1$ および heave 起因の radiation 流体力 $T_{13}X_3$ は小さく無視できる。
2. Pitch 起因の radiation 流体力 $T_{13}X_3$ の大きさは一般に無視できないが、これは scattering 流体力 $E_1^s$ とキャンセルする関係にある。この関係は長波長域の漸近式として導かれるが、低速の場合は $\lambda/L = 1$ 付近の比較的短波長域でもある程度成立する。
3. 以上のことから、ストリップ法などでよく用いられる Froude-Krylov 力と慣性力のみを用いた surge の簡易推定法は概ね妥当な結果を与える。ただし、高速で航行する場合は pitch との連成影響が有意になり、振幅および位相に誤差が生じる可能性がある。
4. 無次元パラメータ $C_p, dC_m/L$ を使った surge の応答関数の簡易算式および surge 加速度のピーク値の簡易算式を示し、5knot で航行する場合は船種・波条件に依らずおおむね良好な推定式であることが確認された。
5. Surge に対する船型パラメータの感度解析を行った結果、提案した簡易式にもみられる通り、 $C_p$ が最も支配的な船型パラメータであることが分かった。ほかの船型パラメータの感度はそれほど大きくなく、船型パラメータが 1 標準偏差変化しようが $\bar{X}_1$ は 2%程度しか変化しない。

#### 4.2.2 Pitch

続いて、pitch の応答関数について検討する。Surge とは異なり、pitch は heave と連成するため、1 自由度とすることは一般に適切なモデルではないものの、長波長域において radiation 流体力と scattering 流体力が相殺する関係にあることは同様である。そこで、これらを相殺させて無視した場合の簡略化モデルを示し、どの程度の波長まで有効なのかを数値的に検証する。そのあとで、簡略化モデルをベースとした簡易算式を示し、適用性の検証を行ったうえで、数学船型を用いて支配パラメータの確認を行う。

#### 4.2.2.1 pitch 運動の特性

Pitch の運動方程式は次のように表される.

$$X_5\{(i\omega_e)^2(M_{55} + T_{55}) + C_{55}\} = E_5^{FK} + E_5^S - X_1(i\omega_e)^2T_{51} - X_3\{(i\omega_e)^2T_{53} + C_{53}\} \quad (3\text{-DOF model}) \quad (4.2.12)$$

まず, 長波長域の漸近挙動を考える.  $KL$ の小さな長波長域では scattering 流体力は式(C.2.10)より

$$E_5^S = (i\omega_e)^2(u_1T_{51}^{(0)} + u_3T_{53}^{(0)} + u_5T_{55}^{(0)}) - U(i\omega_e)(u_1T_{31}^{(0)} + u_3T_{33}^{(0)} + u_5T_{35}^{(0)}) - U^2u_5T_{33}^{(0)} \quad (4.2.13)$$

と表される. 式(4.2.13)を式(4.2.12)に代入し, radiation 流体力係数 $T_{ij}$ の定義式(A.2.49)を考慮し, かつ長波長域では運動が波粒子運動に一致すると考えて $u_i \cong X_i$ とする ( $u_5$ に関して, 正確には作業仮説として $X_5/u_5 \sim 1 + O(\omega_e^2, U\omega_e)$ をおく) と, radiation 流体力と scattering 流体力が相殺され運動方程式は次式のように簡略化される.

$$X_5\left\{(i\omega_e)^2\left(M_{55} - \frac{U}{i\omega_e}T_{53}^{(0)}\right) + C_{55}\right\} = E_5^{FK} - X_3C_{53} \quad (4.2.14)$$

ここで,  $C_{55} = O(1)$ に対し左辺の慣性力は $O(\omega_e^2)$ , radiation 流体力は $O(U\omega_e)$ なのでこれらを見捨てる, 最後に Froude-Krylov 力の長波長域における漸近値 ( $E_5^{FK} = u_3C_{53} + u_5C_{55} + O(k^2)$ ) を考慮すると両辺の leading term が一致し, 柏木の結果<sup>[42]</sup>と同じく $X_5/u_5 \sim 1 + O(\omega_e^2, U\omega_e)$ となることが確かめられる. 以上において重要なのは, 長波長域では surge, heave, pitch 起因の radiation 流体力係数と scattering 流体力係数が打ち消される関係にあることと, 復原力と Froude-Krylov 力が打ち消される関係にあることである.

Radiation/scattering 流体力の相殺の傾向を確認するため, 3 自由度の式(4.2.12)から得られる pitch を正とし, 以下の簡略化したモデルから得られる pitch との比較を行う.

$$X_5\{(i\omega_e)^2(M_{55} + T_{55}) + C_{55}\} = E_5^{FK} + E_5^S \quad (1\text{-DOF model}) \quad (4.2.15)$$

$$X_5\{(i\omega_e)^2M_{55} + (i\omega_e)B_{55} + C_{55}\} = E_5^{FK} \quad (\text{FK/M+B+C model}) \quad (4.2.16)$$

$$X_5\{(i\omega_e)^2M_{55} + C_{55}\} = E_5^{FK} \quad (\text{FK/M+C model}) \quad (4.2.17)$$

$L = 160\text{m}$ のコンテナ船に対して, 船速  $5\text{knot}$ , 波向き $\beta = 180^\circ, 120^\circ, 0^\circ$ において, 式(4.2.12), (4.2.15), (4.2.16), (4.2.17)の pitch の応答関数を比較したものを Fig. 4.8 に示す. なお, Fig. 4.8 には載せていないが, 式(4.2.12)において surge の影響を見捨てる 2 自由度モデルによる pitch も計算した結果, 船種, 波条件に依らず 3 自由度モデル(4.2.12)の pitch とほぼ一致し, surge の連成影響 $X_1T_{51}$ は殆ど無いことが確認された. Fig. 4.8 から以下のことが言える.

- 1-DOF モデルの pitch は 3 自由度の pitch と大きくはずれておらず, heave との連成影響は大きくないことが確認できる.
- $\lambda/L > 2$ の長波長域では radiation/scattering 流体力を見捨てる FK/M+C モデルによる pitch は 3 自由度の pitch とよく一致している. すなわち, 式(4.2.13)が成り立ち radiation 流体力と scattering 流体力が相殺されていることが確認できる. ただし位相には長波長域でも若干の差が見られ, これは長波長域で相対的に有意になる $X_3C_{35}$ の項を見捨てるのが原因である.
- いずれの波向きでも pitch の大きくなる波長では FK/M+C モデルはある程度合理的な結果を与えており, 同モデルは簡易推定法として有効であることが確認できる. しかし, 同調周波数で分母が 0 になり発散してしまうケースが見られるため, 短波長域では注意が必要である. 一方で減衰力係数を考

慮した FK/M+B+C モデルでは発散は抑えられるが、 scattering 流体力と相殺する関係にある減衰力を考慮していることによって  $\lambda/L = 1$  付近で精度が低下している。

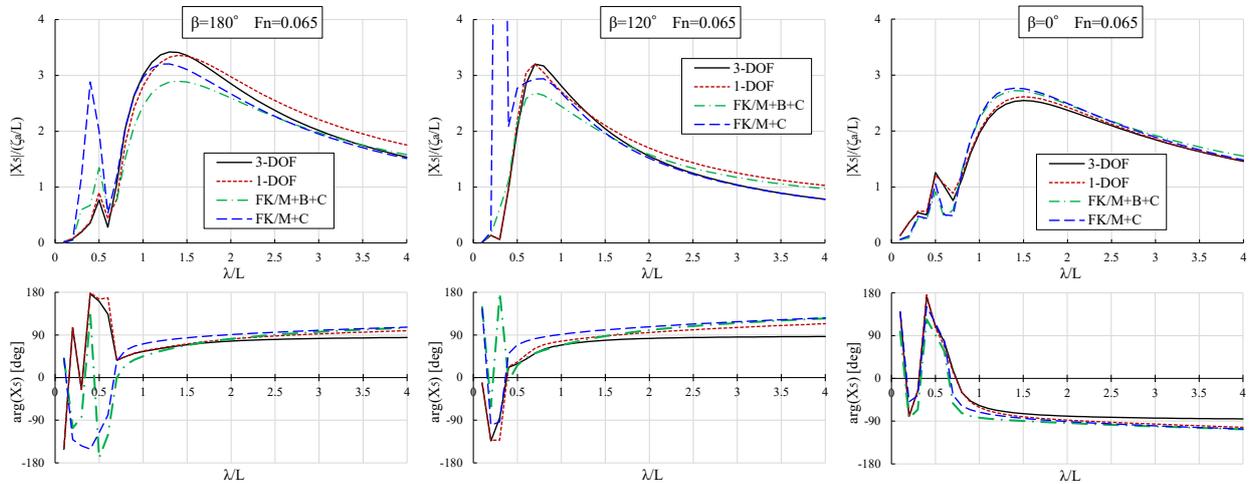


Fig. 4.8 Comparison of RAO of pitch motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left), oblique sea (middle) and following sea (right) in the case of 5knot.

続いて、船速の速いケースに対する適用性および傾向についても確認する。例として、同船舶が向い波および追い波中を 20knot で航行する場合の応答関数を Fig. 4.9 に示す。Fig. 4.9 から、1-DOF モデルは  $\lambda/L < 1$  の短波長域では 3-DOF モデルと一致度はよいものの、長波長域で大きくはずれている。これは heave 連成項に含まれる  $X_3 U(i\omega_e) T_{33}^{(0)} = O(U\omega_e)$  のオーダーの項を考慮していないことが原因である。一方 FK/M+C モデルは逆に短波長域で 3-DOF モデルから大きく外れ、特に向い波では分母が 0 になり適用不可能となってしまっている。一方で減衰力係数を考慮した FK/M+B+C モデルでは発散は抑えられるが、やはり scattering 流体力と相殺する関係にある減衰力を考慮していることによって  $\lambda/L = 1$  付近で精度が低下している。したがって、よって、船速の速いケースでは簡略化モデルでは普遍的な適用は難しいと考えられる。

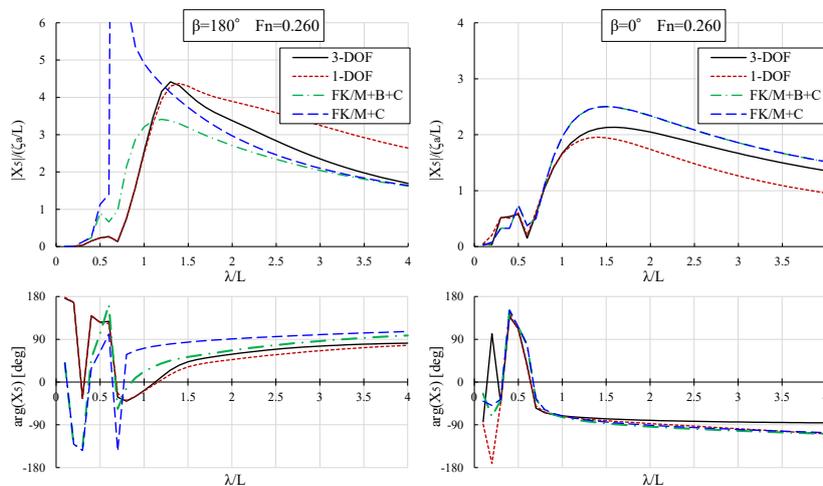


Fig. 4.9 Comparison of RAO of pitch motion for container ship among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in head sea (left) and following sea (right) in the case of 20knot.

低速のケースにおいて 1 自由度および FK/M+C モデルが有効であることが示唆されたため、対象船舶を増やした検証を行う。前 2.6 節に示した 154 船型を対象に、船速 5knot,  $\beta = 180^\circ, 120^\circ, 0^\circ$ ,  $\lambda/L = 0.5, 0.7, 1.0, 1.5$ において 1 自由度と 3 自由度の pitch の無次元振幅 $|\bar{X}_5| (= |X_5|/(\zeta_a/L))$ を比較したものを Fig. 4.10 に示す。Fig. 4.10 より、 $\beta = 120^\circ$ の $\lambda/L = 0.7, 1.0$ を除けば両者の相関は良く、船種に依らず 1 自由度モデルで pitch を合理的に推定可能であることが確認できる。Heave の連成影響は $\beta = 120^\circ$ の $\lambda/L = 0.7, 1.0$ において有意に働き、それ以外ではおおむね無視できる。

さらに、同条件において FK/M+C モデルを 3 自由度の pitch と比較したものを Fig. 4.11 に示す。Fig. 4.11 より、FK/M+C モデルは短波長域では過大な pitch を与えるが、pitch の大きくなる $\lambda/L = 1.0, 1.5$ 付近ではある程度合理的な推定が可能であることが分かる。

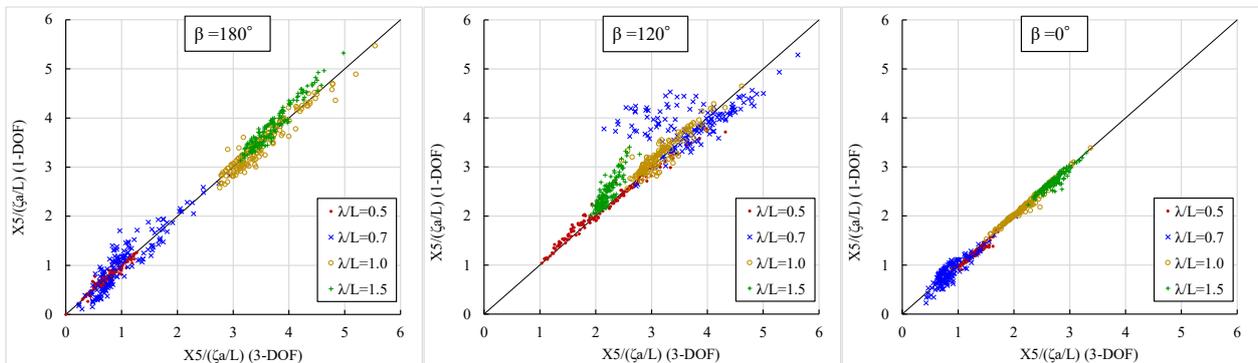


Fig. 4.10 Comparison of pitch amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model (horizontal axis) and 1-DOF model (vertical axis) in the case of 5knot.

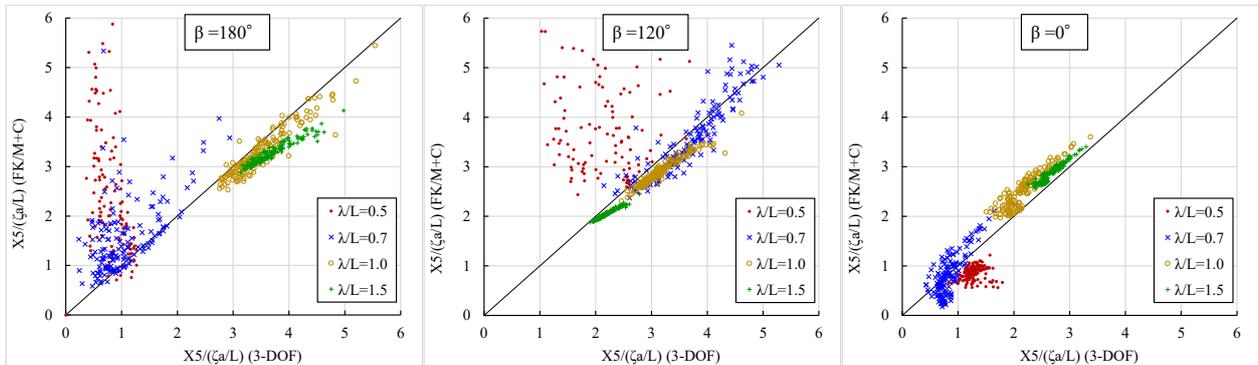


Fig. 4.11 Comparison of pitch amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model (horizontal axis) and FK/M+C model (vertical axis) in the case of 5knot.

#### 4.2.2.2 簡易算式と支配パラメータ

低速かつ pitch のピーク付近の波長に限定した場合、Froude-Krylov 力、慣性力および復原力のみを考慮した式(4.2.17)の FK/M+C モデルが有効であることが分かった。そこで、3 章で開発した簡易算式を用いて pitch の簡易推定式の立式を試みる。ここでは、復原力係数を用いた $\bar{E}_5^{FK}$ の表現式(3.3.25)を用いる。式(3.3.25)において、幅方向の無次元波数の高次項 $O(\bar{k}_w^2)$ を無視し、かつ実部は虚部に比べ小さいとして無視すれば次式のように近似できる。

$$\bar{E}_5^{FK} \cong i\bar{C}_{55}e^{-kdC_{vp}}\bar{k}_l f_{E5}(C_w C_b^{-0.15}\bar{k}_l) \quad (4.2.18)$$

$$\text{where, } f_{E5}(x) = \frac{12}{x^2} \left( \frac{2}{x} \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) \quad (4.2.19)$$

これを FK/M+C モデル(4.2.17)に代入すれば、次の pitch の応答関数が得られる。

$$\bar{X}_5 \left( = \frac{X_5}{\zeta_a/L} \right) \cong \frac{\bar{E}_5^{FK}}{\bar{C}_{55} - \bar{M}_{55}} = \frac{i\bar{C}_{55}e^{-kdC_{vp}}\bar{k}_l f_{E5}(C_w C_b^{-0.15}\bar{k}_l)}{\bar{C}_{55} - KdC_b(\kappa_{yy}/L)^2} \quad (4.2.20)$$

ここで、次式で定義される水線面回転半径 $\kappa_{yyy}$ を導入する。

$$\frac{\kappa_{yyy}}{L} := \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\iint_{A_w} x^2 dx dy}{A_w}} \cong \sqrt{\frac{\bar{C}_{55}}{C_w}} \cong \sqrt{\frac{C_{w2}}{12C_w}} = \sqrt{\frac{C'_{w2}}{12(3-2C_w)}} \quad (4.2.21)$$

以上によって次の pitch の簡易算式が得られた。

$$X_5 \cong \frac{\zeta_a}{L} \frac{ie^{-kdC_{vp}}\bar{k}_l f_{E5}(C_w C_b^{-0.15}\bar{k}_l)}{1 - kdC_{vp} \left( \frac{\omega_e \kappa_{yy}}{\omega \kappa_{yyy}} \right)^2} \quad (\text{Proposed}) \quad (4.2.22)$$

ここで、ドップラー効果を表す係数 $\omega_e/\omega$ はフルード数 $Fn = U/\sqrt{gL}$ を用いて次のように表される。

$$\omega_e/\omega = 1 - Fn\sqrt{kL} \cos \beta \quad (4.2.23)$$

従って、条件 $Fn, \beta, \lambda/L$ が同じときの pitch の支配的な船型パラメータは $\kappa_{yy}/\kappa_{yyy}, dC_{vp}/L, C_w C_b^{-0.15}$ の3つである。なお、復原力係数の簡易算式(3.2.11)より $\kappa_{yyy}/L$ は $C_w$ によって次のように近似できる。

$$\frac{\kappa_{yyy}}{L} \cong \sqrt{\frac{1}{12C_w} (2.2C_w^2 - 1.8C_w + 0.6)} \quad (4.2.24)$$

開発した算式(4.2.22)の精度を確認するため、3D-Panel法で154隻の実船の無次元 pitch の応答関数 $|\bar{X}_5|$ を計算し、比較を行った。船速0, 5knot,  $\beta = 180^\circ, 120^\circ, 0^\circ$ ,  $\lambda/L = 0.8, 1.0, 1.2, 1.5$ における154隻の実船の数値計算値との比較を行った。結果を Fig. 4.12 に示す。Fig. 4.12 より、特に0knotでは良好な精度であることがわかる。5knotでも実際の計算値と良い相関が確認でき、適当な係数を乗じれば実用的な算式となるであろう。

開発した算式(4.2.22)は FK/M+C モデルに基づくため、適用は低速かつ pitch が最大となる付近の波長から長波長域に限定されるが、その簡単さから一定の実用性を有するものと考えられる。さらに、式(4.2.22)においてある $kL$ に着目した場合、pitch に対する支配的な船型パラメータとして以下が抽出される。

- $dC_{vp}/L$  …等価喫水船長比
- $C_w C_b^{-0.15}$  …長波長域で1になるように正規化された Froude-Krylov 力の波長依存性を決定する瘦せの係数
- $\kappa_{yy}/\kappa_{yyy}$  …重量水線面環動半径比

以上によって抽出されたパラメータが pitch に対して支配的であることを示すため、無次元船型パラメータ $dC_{vp}/L, \kappa_{yy}/\kappa_{yyy}, C_w$  ( $C_w C_b^{-0.15} \cong C_w$ とした)を用いて向い波中の pitch の応答関数のピーク値 $|\bar{X}_5^{\text{pk}}|$ の近似式を示す。式(4.2.22)を波長について微分することでピーク値を導くと式が煩雑になるため、ここでは

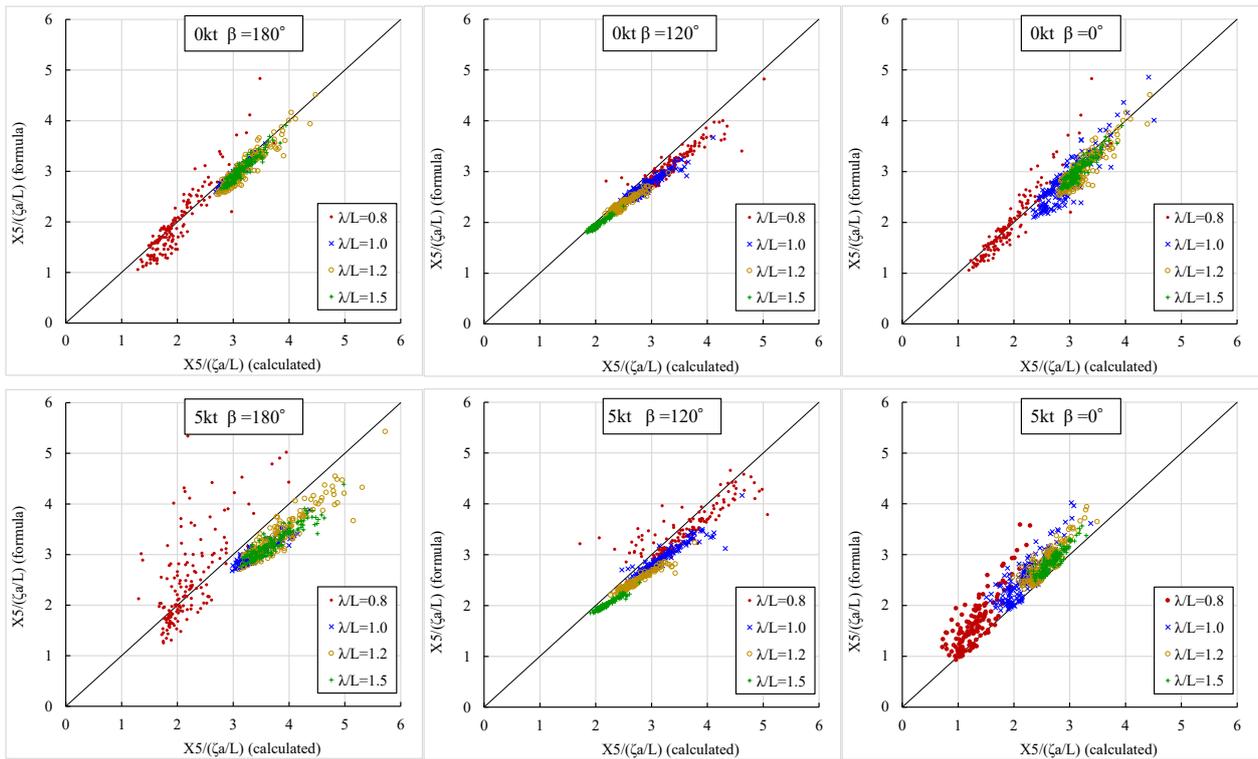


Fig. 4.12 Comparison of pitch amplitude of actual 154 ships between numerical calculation and proposed formula in the case of 0knot (above) and 5knot (below).

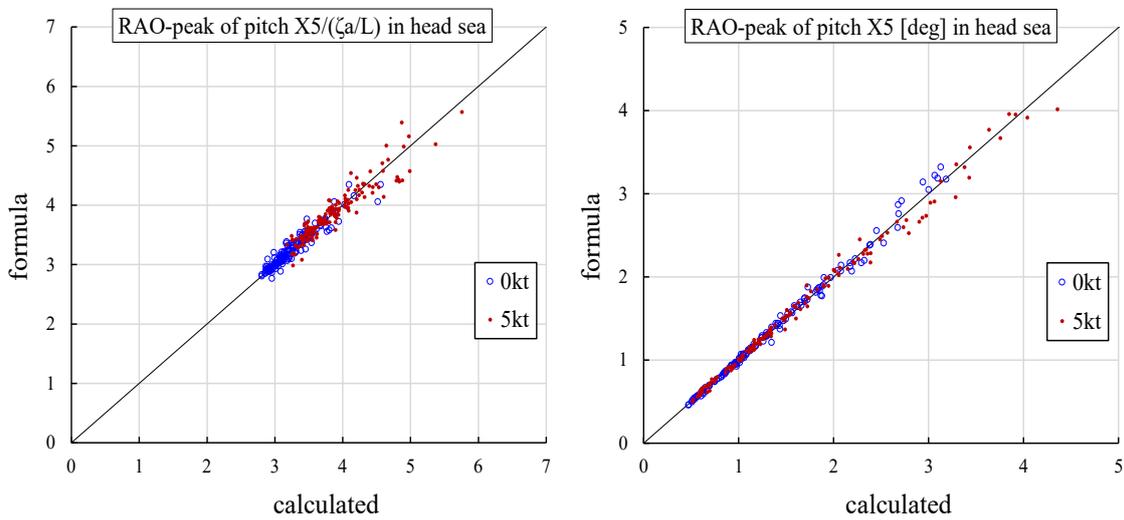


Fig. 4.13 Comparison of peak value of RAO of pitch angle in head sea between approximated formulae and calculated value for 154 actual ships. (left: non-dim., right: degree)

フィッティングにより 0knot, 5knot それぞれについて係数を決め、次式を得た。

$$|\bar{X}_5^{\text{pk}}| \cong \begin{cases} 26(dC_{vp}/L) + 3.7(\kappa_{yy}/\kappa_{wyy}) - 3.4C_w + 1.9 & \text{for 5 knot} \\ 8(dC_{vp}/L) + 2.2(\kappa_{yy}/\kappa_{wyy}) - 2.4C_w + 2.7 & \text{for 0 knot} \end{cases} \quad (\text{Proposed}) \quad (4.2.25)$$

これらの式の精度は Fig. 4.13 に示す通り 154 隻に対して良好であり、pitch の最大値に対する支配的な無次元船型パラメータが  $dC_{vp}/L, \kappa_{yy}/\kappa_{wyy}, C_w$  であることが確かめられた。また、これら 3 つのパラメータのうち 1 つでも欠けると相関が著しく低下することが確認された。なお、ここでは 0knot, 5knot それぞれについて式を示したが、 $Fn$  を含めた定式化を行う場合は式(4.2.25)より  $\kappa_{yy}/\kappa_{wyy}$  にドップラー効果を表す周波数比 ( $\omega_e/\omega$ ) が掛かっていることに加えピーク波長 ( $k_{\text{pk}}L$ ) も  $Fn$  に伴い変化するため、各係数について  $Fn$  の関数にする必要があると考えられる。

#### 4.2.2.3 感度解析による支配パラメータの確認

簡易式(4.2.21)から、条件  $Fn, \beta, \lambda/L$  が同じときの支配的船型パラメータは  $\kappa_{yy}/\kappa_{wyy}, dC_{vp}/L, C_w$  の 3 つであることが分かった。そこで、数学船型を用いて pitch に対する船型パラメータの感度を数値的に調べる。向い波  $\beta = 180^\circ$  および斜め向い波  $\beta = 120^\circ$  それぞれで pitch が最大となる波長  $\lambda/L = 1.3, 0.8$  において、ballast/full 積付条件の平均的船型を中心に船型パラメータを微小に変化させ sensitivity factor  $\partial \bar{X}_5 / \partial (p_i / \sigma_{p_i})$  を計算した。独立に変化させた船型パラメータ  $p_i$  は surge のときに用いた式(4.2.10)に示した 11 種に加えて、水線面二次モーメントの重要性の確認のため、 $C_{w2}$  ( $C'_{w2}$  ではなく  $C_{w2}$ ) を固定しつつ  $C_w$  を変化させた計算も実施した。ただし、前 2.6 節で述べたように  $C_{w2}$  を固定した場合  $C_w$  はあまり動くことができないので、 $C_{w2}$  を固定した場合の  $C_w$  の標準偏差として Table 2.2 の標準偏差  $\sigma_{C_w}$  を用いることは不適切である。そこで、まず  $C_w$  の基準値を  $C_w^{\text{Base}}$  と表し、これを  $C_{w2}^{\text{Pow}}$  の式より

$$C_{w2} = \frac{C_w^{\text{Base}}}{3 - 2C_w^{\text{Base}}} \leftrightarrow C_w^{\text{Base}} = \frac{3C_{w2}}{1 + 2C_{w2}} \quad (4.2.26)$$

と定義したうえで、この基準値  $C_w^{\text{Base}}$  からの  $C_w$  のばらつき、すなわち  $(C_w - C_w^{\text{Base}})$  の標準偏差を“ $C_{w2}$  を固定した場合の  $C_w$  の標準偏差”と考えた。その値をは 77 隻の実船から次のように求められた。

$$\sigma_{C_w(C_{w2} \text{ fix})} = \begin{cases} 0.013 & \text{for ballast condition} \\ 0.011 & \text{for full condition} \end{cases} \quad (4.2.27)$$

Fig. 4.14, Fig. 4.15 に、向い波および斜め向い波中の pitch の sensitivity factor を示す。加えて、影響の大きかった  $C_b, C_w, \kappa_{yy}/L$  のパラメータがどの要素に影響しているかを調べるため、これらのパラメータが変化したときの向い波中における満載状態の応答関数ならびに応答関数の分子 ( $|\bar{E}_5^{FK} + \bar{E}_5^S - \bar{X}_3(\bar{C}_{53} - \bar{T}_{53})|$ ) つまり外力、分母の逆数 ( $1/|-\bar{M}_{55} - \bar{A}_{55} + \bar{C}_{55} + i\bar{B}_{55}|$ ) つまり単位外力あたりの応答の変化を調べたものを Fig. 4.17 に示す。応答関数の変化量は元の値に波長毎に計算した sensitivity factor を加えたものであり、すなわち船型パラメータを微小変化させて得た勾配からパラメータを 1 標準偏差  $\sigma_{p_i}$  分増加させたときの値を加えている。これらの図より以下が言える。

- $\kappa_{yy}/L$  の増加に伴い pitch は増える。これは、同調波長が長くなり、波浪外力 (分子) の大きくなる波長で分母が小さくなるためである。
- $C_w, C_b$  の影響が大きい。これは主に応答関数の分母の逆数が大きく影響していることから、 $M_{55}, C_{55}$  の変化が主要因であることが分かる。 $C_w, C_b$  は減衰力係数  $B_{55}$  にも影響するが、 $B_{55}$  が pitch に対して影響するのは同調周波数 ( $\lambda/L = 0.7$ ) 付近であり、pitch のピーク ( $\lambda/L = 1.3$ ) 付近には強く影響しな

い。  $C_w$ あるいは  $C'_{w2}$ が増えると  $C_{55}$ に伴い分母が大きくなり、  $C_b$ が増えると  $M_{55}$ が大きくなることで分母が小さくなり、 **pitch** はその逆の傾向になる。 これに対して波浪外力の傾向は逆で、  $C_w$ が増えると波浪外力は増え、  $C_b$ が増えると **smith** 修正係数が減り波浪外力も減少するが、分母の変化の影響の方が強く **pitch** に反映される。  $C_b$ と  $C_w$ の傾向が逆になのは、算式に現れる支配パラメータが  $C_w C_b^{-0.15}$ 、  $C_{vp} = C_b/C_w$ であることから理解できる。

- c) 通常の  $C_w$ の感度  $(\partial \bar{X}_5 / \partial C_w)_{C'_{w2}}$  に対して、  $C_{w2}$ を固定したときの  $C_w$ の感度  $(\partial \bar{X}_5 / \partial C_w)_{C_{w2}}$ の値は小さく、傾向も逆になっている。これは、  $(\partial \bar{X}_5 / \partial C_w)_{C'_{w2}}$  は  $C_{w2}$ を固定させるために  $C_w$ とともに  $C_{w2}$ も変化させているため、したがって **pitch** が変化しているのは主に  $C_{w2}$ の影響であることを示唆している。  $C_{w2}$ は **pitch** の復原力係数と造波減衰力係数に影響する主要なパラメータである。ただし、  $C_w$ と  $C_{w2}$ には強い相関があるため、  $(\partial \bar{X}_5 / \partial C_w)_{C'_{w2}}$ を  $C_w$ の影響と解釈することは誤りではない。
- d)  $C'_{w2}$ の sensitivity factor は 5~8%程度である。これが意味するところは、同じ  $C_w$ の船であったとしても  $C'_{w2}$ の1標準偏差の差によって 5~8%程度 **pitch** が変化することを意味する。すなわち、簡易推定法に  $C_{w2}$ を使わない場合、この程度の推定誤差は回避できないことを意味する。

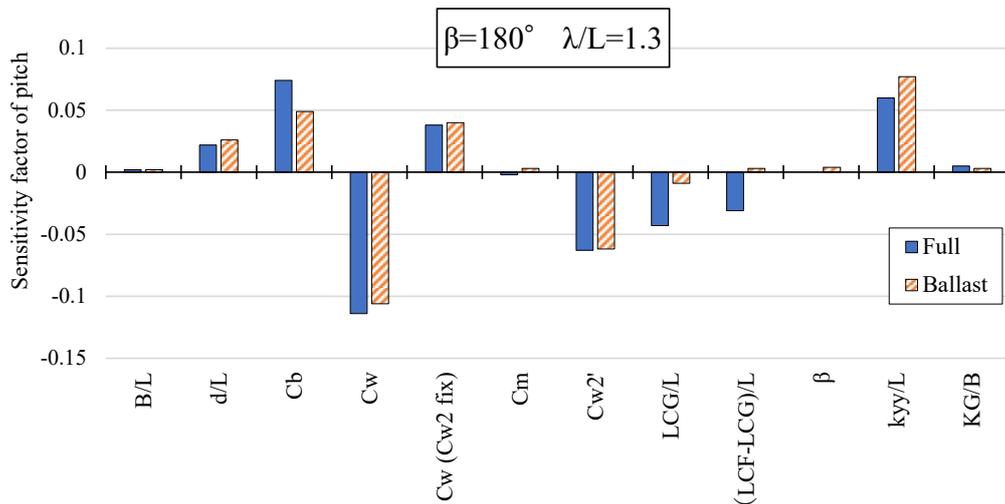


Fig. 4.14 Comparison of the sensitivity factor of pitch in head sea.

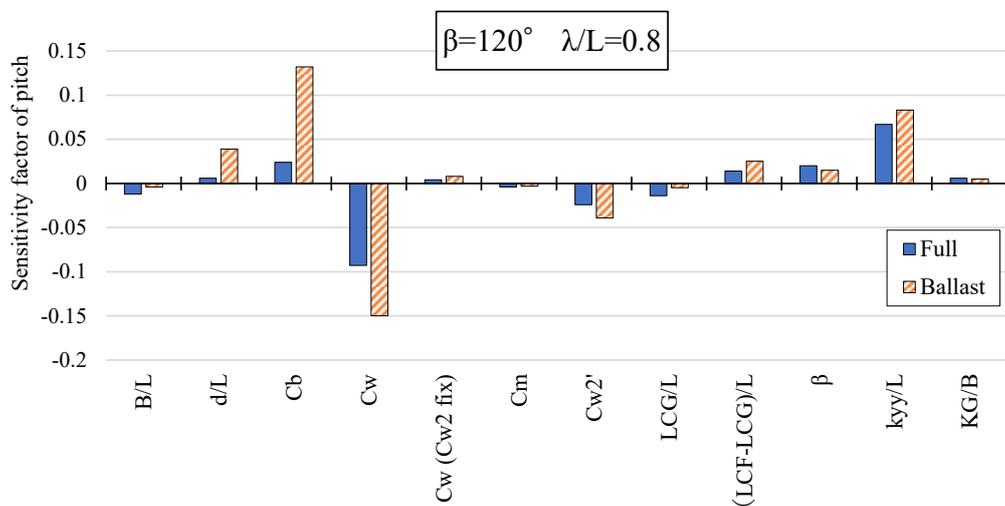


Fig. 4.15 Comparison of the sensitivity factor of pitch in oblique sea.

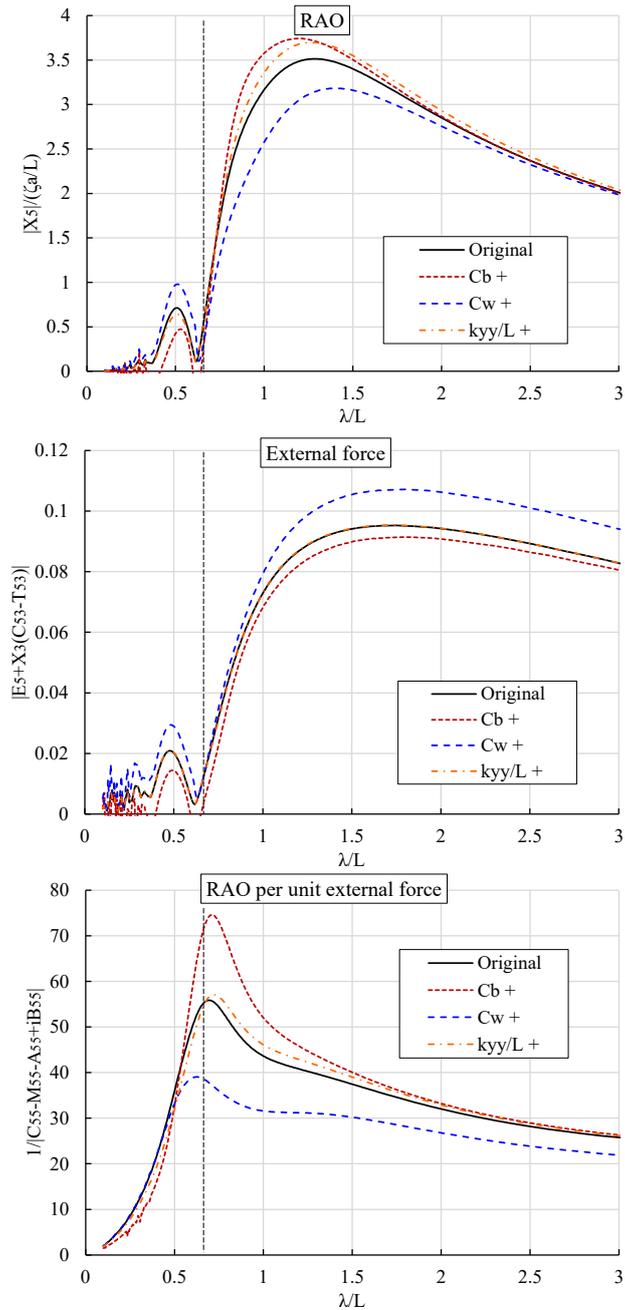


Fig. 4.16 Change of heave-RAO in full-loading condition, head sea,  $F_n=0.05$  with changing  $C_b$ ,  $C_w$ ,  $\kappa_{yy}/L$ . Top: RAO, middle: reciprocal of the denominator of RAO, bottom: the numerator of RAO. Vertical dashed line means resonance frequency.

#### 4.2.2.4 Pitch 運動のまとめ

1. Pitch 運動の surge から受ける影響は無視できる。また、heave とは主に LCF·LCG の項および船速影響項を介して連成するが、その影響は低速では船種に依らず比較的小さい。
2. Radiation 流体力と scattering 流体力は長波長域でキャンセルする関係にあるが、低速の場合は  $\lambda/L = 1$  付近の比較的短波長域でもある程度成立する。
3. 以上のことから、pitch においても、Froude-Krylov 力、復原力と慣性力のみを用いた pitch の簡易推定法は低速域かつ pitch のピーク付近で概ね妥当な結果を与える。

4. Pitch の応答関数の簡易算式を示し、船速 5knot における pitch のピーク付近で船種に依らず実用的な推定式であることが確認された。
5. 同算式より支配的な無次元船型パラメータが $\kappa_{yy}/\kappa_{yyy}$ ,  $dC_{vp}/L$ ,  $C_w$ 抽出された。また、これら 3 つのパラメータを用いて pitch の応答関数のピーク値の簡易算式を作成し、良好な推定が可能であることを示した。ただし、フルード数の高く、pitch のピーク波長付近に同調波長が近づくケースでは提案式は適用範囲外になると考えられる。
6. Pitch に対する船型パラメータの感度解析を行った結果、おおむね提案した簡易式に整合する傾向が得られた。特に $C_w$ ,  $C_b$ ,  $\kappa_{yy}/L$ の影響が強く、 $\kappa_{yy}/L$ は同調周波数が増加すること、 $C_w$ ,  $C_b$ はこれらの変化に伴い慣性モーメント $M_{55}$ および復原力係数 $C_{55}$ が増加することが主な要因であることが確認された。
7.  $C_w$ が同じ船であっても $C'_{w2}$ の差によって pitch に有意な差が生じることを定量的に明らかにした。 $C'_{w2}$ すなわち水線面二次モーメントは、過去の類似研究には見られない船型パラメータである。

### 4.2.3 Heave

Heave の応答関数の検討を行う。前節までの検討で、surge および pitch は低速に限定すれば、連成影響を無視した 1 自由度モデルでも pitch を合理的に推定できることが判明した。一方で heave は船速がゼロの場合でも pitch の影響を受けるため 1 自由度モデルとして扱うことは適当ではないが、横波に限定すれば pitch を考慮する必要がない上に種々の簡略化が可能であり、支配パラメータの抽出も比較的容易になる。そこで本節では、まず heave の 1 自由度モデルの限界について調べ、pitch の連成影響の簡易的な考慮方法について検討した上で簡易推定式を示す。次に横波中に限定した場合の heave の応答について調べ、支配パラメータを抽出した上でピーク値の簡易算式を提示する。本節では以上に加えて、heave の基準点を重心から浮面心に移したときの性質と、pitch との連成が生じないような基準点の可能性についても簡単に論じている。

#### 4.2.3.1 Heave 運動の特性

Heave の運動方程式は次のように表される。

$$X_3\{(i\omega_e)^2(M_{33} + T_{33}) + C_{33}\} = E_3^{FK} + E_3^S - X_1(i\omega_e)^2T_{31} - X_5\{(i\omega_e)^2T_{35} + C_{35}\} \quad (3\text{-DOF model}) \quad (4.2.28)$$

Surge, pitch と同様に、まず長波長域の漸近挙動を考える。KLの小さな長波長域では scattering 流体力は式(C.2.10)より

$$E_3^S = (i\omega_e)^2(u_1T_{31}^{(0)} + u_3T_{33}^{(0)} + u_5T_{35}^{(0)}) \quad (4.2.29)$$

と表される。式(4.2.29)を式(4.2.28)に代入し、長波長域では運動が波粒子運動に一致すると考えて $u_i \cong X_i$ とすると、radiation 流体力と scattering 流体力が相殺され運動方程式は次式のように簡略化される。

$$X_3\{(i\omega_e)^2M_{33} + C_{33}\} = E_3^{FK} - X_5C_{35} \quad (4.2.30)$$

さらに、式(C.1.4)より Froude-Krylov 力は長波長域で $E_3^{FK} \sim \zeta_a C_{33} - kg\zeta_a M + u_5 C_{35}$ となるため、 $X_5 \cong u_5$ とすれば Froude-Krylov 力は復原力および慣性力と打ち消され、heave は波変位 $u_3$ に一致することが確認さ

れる。

以上の関係を参考に、3自由度モデル(4.2.28)の heave に加え、次の2つの簡略化モデルの heave の応答関数を比較する。

$$X_3\{(i\omega_e)^2(M_{33} + T_{33}) + C_{33}\} = E_3^{FK} + E_3^S \quad (1\text{-DOF model}) \quad (4.2.31)$$

$$X_3\{(i\omega_e)^2 M_{33} + C_{33}\} = E_3^{FK} \quad (\text{FK/M+C model}) \quad (4.2.32)$$

これらのモデルの応答関数の典型的な例として、ばら積み船の満載およびバラスト積付状態について比較したものを Fig. 4.17 に示す。なお、式(4.2.28)から surge の影響を除いた2自由度モデルの heave も比較したところ、船種・波条件に依らず3自由度モデルの heave と殆ど一致し、surge の連成影響は無視できることが確認された。

Fig. 4.17 より以下のことが言える。

- a) 満載状態における向い波の $\lambda/L = 1$ 付近で1-DOF および FK/M+C モデルと3-DOF モデルの差が開いており、pitch の連成影響 ( $-X_5\{(i\omega_e)^2 T_{35} + C_{35}\}$ ) が大きくなっていることが確認できる。 $\lambda/L = 1$ 付近で連成影響が相対的に大きくなる理由は、pitch が大きくなる波長である一方で、船が丁度1波長分の波を受ける場合は上下方向の波浪外力がキャンセルされ、1自由度モデルの heave は殆ど0となるためである。
- b) モデル間の差はバラスト状態では小さくなく、満載状態で顕著になっている。この理由は、満載状態は一般に $(LCF - LCG)/L$ が大きく (Table 2.2 参照、スターンが浸水し LCF が大きく後方に寄るため) 連成項 $C_{35}, T_{35}$ が大きくなることと、船体の質量が大きく同調周期が比較的長くなることが要因である。後者の理由に関する説明のため、Fig. 4.18 に、満載状態とバラスト状態それぞれについて向い波における heave の応答関数を分子 ( $E_3^{FK} + E_3^S - X_5\{(i\omega_e)^2 T_{35} + C_{35}\}$ ) と分母の逆数 ( $1/\{(i\omega_e)^2(M_{33} + T_{33}) + C_{33}\}$ ) に分解して示している。バラスト状態では分子の小さい短波長( $\lambda/L = 0.7$ )において同調するが、満載状態では同調波長が $\lambda/L = 1$ となっており各モデルの分子の違いが顕在化することが理解できる。
- c) 同じ理由から、追い波では同調波長が短くなるためにモデルによる差は小さくなり、1-DOF モデルでも実用的な推定精度となる。また、船速が早くなるほど向い波で同調波長が長くなるため、pitch の連成影響は顕著になる傾向にある。
- d) 横波においては pitch が殆ど発生しないため、1-DOF モデルで十分な精度となっている。一方で FK/M+C モデルでは全く異なった傾向をとっており、短波長域で同調していることによって radiation/scattering 流体力が打ち消されることなく、主要な働きをしていることが分かる。
- e)  $\lambda/L = 1$ 付近で FK/M+C と1-DOF の振幅の差は小さいため、 $E_3^{FK}$ は主に $(i\omega_e)^2 X_3 T_{33}$ と打ち消す関係にあることが分かる。ただし、位相には差が見られる。また、 $\lambda/L > 2$ の長波長域では漸近しており、式(4.2.29)が成り立っていることが確認できる。

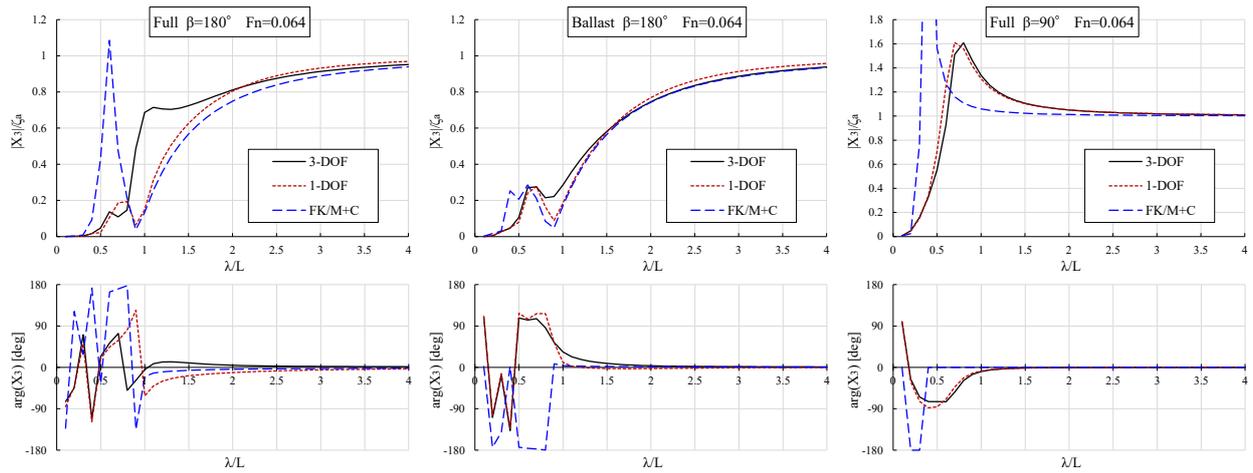


Fig. 4.17 Comparison of RAO of heave motion for bulk carrier in ballast loading condition and full loading condition among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in 5knot.

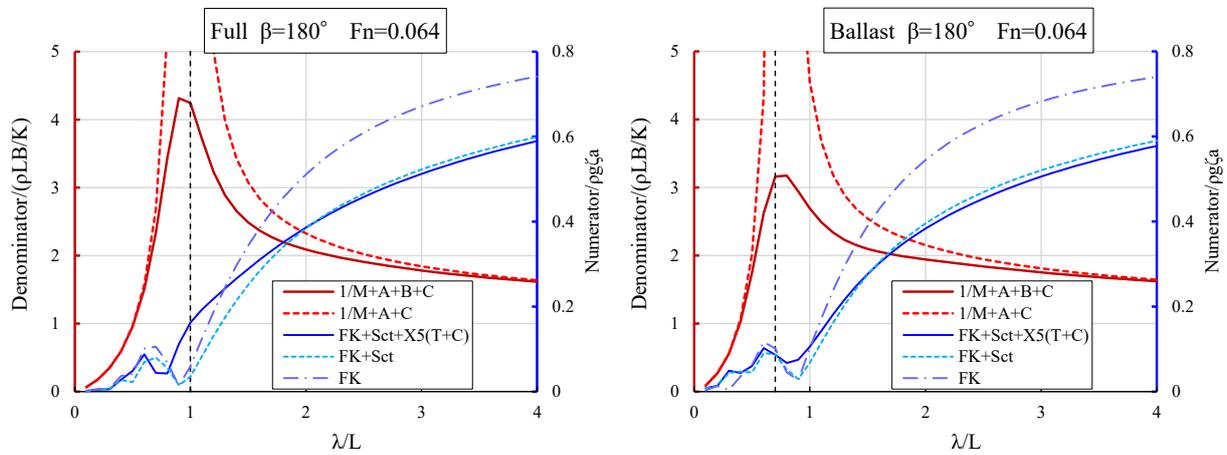


Fig. 4.18 Comparison of denominator and numerator of heave-RAO for bulk carrier in full loading condition (left) and ballast loading condition (right) among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF models in 5knot.

続いて、向い波、横波、追い波中の 1-DOF モデルと 3-DOF モデルの差を、154 隻に対して検証した結果を Fig. 4.19 に示す。Fig. 4.19 より、向い波中の  $\lambda/L = 1$  付近での相関が著しく低下し、それ以外の条件ではおおむね 1-DOF モデルで推定可能であることが確認できる。

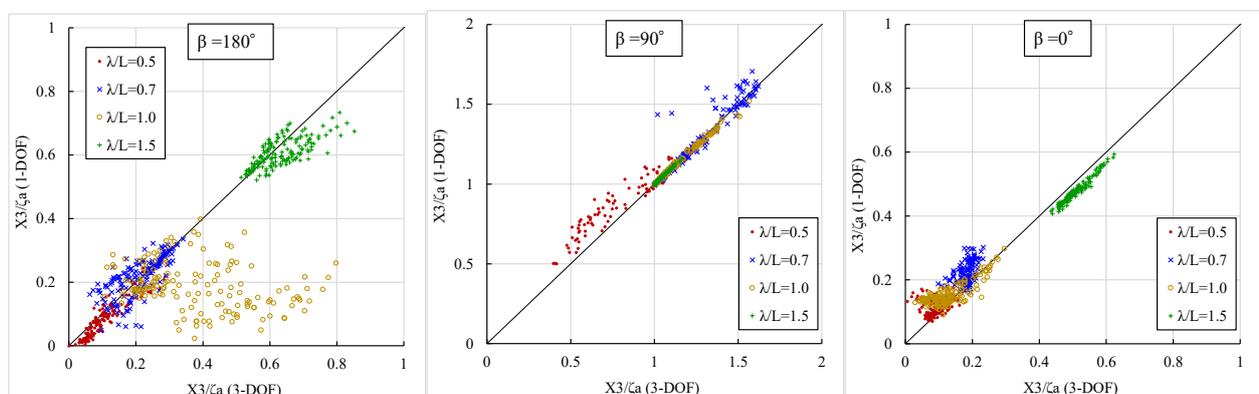


Fig. 4.19 Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model and 1-DOF model in 5knot.

#### 4.2.3.2 Heave の基準点

Heave の推定には、向い波の  $\lambda/L = 1$  付近で pitch との連成影響の考慮が必須であることが判明した。ただし、以上の議論は heave を“重心位置における上下変位”と定義した場合に言えることである。剛体運動を記述するにあたって通常並進運動を重心位置の変位とするのは、そのようにすることで並進運動と回転運動を独立に扱うことができ、物理的見通しがよくなるためである。実際、前 4.2.1.1 項の最後の段落で述べたように、surge に関しては前後方向に働く力のうち慣性力が支配的であったため、重心位置を基準とした surge の一自由度方程式が本質を突いたモデルとなっていた。しかしながら、heave 運動に関しては上下方向の慣性力は重心位置に作用する一方、復原力や radiation 流体力はおおよそ浮面心位置に作用する（さらに前進速度によって変動する）ため、重心位置を基準としたところで pitch と独立に扱うことはできず、それゆえ heave を重心基準とする必要性は何処にも無いと言える。そこで本節では、heave の基準点を重心以外に選ぶことで、pitch の影響を受けない heave の表現が可能かどうかを検討する。

基準点の  $x$  座標を  $x_*$  と表すと、基準点における heave  $X_3^*$  は  $X_3, X_5$  によって次式で表される。

$$X_3^* = X_3 - x_* X_5 \quad (4.2.33)$$

基準点を  $x_*$  に取った場合の heave の運動方程式は次のように表される。注意すべきは、質量マトリクスを介して  $X_5$  と  $X_3^*$  が連成することである：

$$X_3^* \{ (i\omega_e)^2 (M + T_{33}) + C_{33} \} = E_3^{FK} + E_3^S - X_1 (i\omega_e)^2 T_{31} - X_5 \{ (i\omega_e)^2 (M_{35}^* + T_{35}^*) + C_{35}^* \} \quad (4.2.34)$$

注目すべきは、質量マトリクスを介して  $X_5$  と  $X_3^*$  が連成することであり、右辺に、基準点を重心にとっているときには 0 であった  $M_{35}^* (= x_* M)$  が現れていることがわかる。また、 $T_{ij}^*, C_{ij}^*$  は  $n_5$  を  $n_5^* (= -(x - x_*) n_z)$  におきかえたときの流体力マトリクスである。以上の運動方程式の pitch 連成項において、慣性力  $\omega_e^2 X_5 M_{35}^*$  は短波長域を除けば影響は大きくないものと考えられ、また  $x_*$  をうまく選択することで  $T_{35}^*, C_{35}^*$  も無視できる可能性がある。

基準点  $x_*$  は物理的に意味のある位置にとるべきであろう。その候補として、例えば以下の点が挙げられる。

- ・ 浮面心  $x_f$
- ・ 上下変位の振幅  $|X_3 - x X_5|$  が最小となる位置
- ・  $X_3^*$  が 1 自由度モデル(4.2.31)の heave  $X_3^{1\text{DOF}}$  に一致するような位置 ( $x_* = (X_3 - X_3^{1\text{DOF}})/X_5$ )

ここでは浮面心のみを採り挙げる。  $x_* = x_f$  とし、浮面心位置の heave を  $X_3^f$ 、係数マトリクスを  $M_{ij}^f, T_{ij}^f, C_{ij}^f$  と表す。この場合、定義上  $C_{35}^f = 0$  となり、また前進速度が 0 の場合は上下方向 radiation 流体力の作用点が浮面心にあると考えて  $T_{35}^f \cong 0$  と近似しうることが期待できる。また surge の影響は無視できるため省略し、さらに pitch による慣性力  $\omega_e^2 X_5 M_{35}^f$  も無視できると仮定すると、式(4.2.30)は次のように表せる。

$$X_3^f \{ (i\omega_e)^2 (M + T_{33}) + C_{33} \} = E_3^{FK} + E_3^S \quad (4.2.35)$$

これは 1-DOF モデル(4.2.31)と同じ形をしている。すなわち、 $T_{35}^f, M_{35}^f \cong 0$  とみなした場合、浮面心位置の heave は 1-DOF モデル(4.2.31)の heave に一致し、“浮面心位置の heave は pitch の影響を受けない”と解釈することができる。より直感的な表現をすると、LCF 位置で船舶を押すと pitch が生じないであろうといった考えに基づくモデルである。しかし実際には慣性力を介して pitch と連成するので、LCF-LCG 距

離の長い船舶かつ短波長域では成立しないであろう。

式(4.2.31)のモデルの検証のため、154隻を用いて、0knotの向い波における式(4.2.35)の $X_3^f$ （すなわち1-DOFモデルの $X_3$ ）と正しい $X_3^f$ （3-DOFモデルから得られた $X_3, X_5$ から計算した値）とを比較したものをFig. 4.20の右図に示す。Fig. 4.20の左図には、1-DOFモデルと3-DOFモデルの重心位置のheaveを比較したもので、4.2.3.1にて述べたように $\lambda/L = 1$ で特に大きな差が生じている。対して右図は、 $\lambda/L = 1$ において一部のLCF-LCG距離の長い船舶で差が大きいものの、長波長も含め相関が高くなっており $T_{35}^f, M_{35}^f \cong 0$ をとみなしたモデル(4.2.35)は一定の合理性を有することが分かる。すなわちpitchとは、慣性力よりも流体力を介した連成の効果の方が大きいと言える。

次に、船速のある場合について検証する。Fig. 4.20と同様の比較を、船速が5knotの場合について行ったものをFig. 4.21に示す。1-DOFモデルのheaveは、重心位置より浮面心位置のheaveの方が若干相関が高くなっているものの、推定モデルとして実用的な精度とは言えないものとなっている。原因は、向い波中を前進する場合は出会い波周波数が高くなりかつ運動も大きくなることで $X_5 \omega_e^2 (M_{35}^* + T_{35}^*)$ の影響が相対的に大きくなるためである。したがって、これらを見捨てた式(4.2.35)のモデルは前進速度の有る場合に破綻するものと考えられる。

本節では、heaveの基準点を重心以外の適切な点に選ぶことによってpitchの影響を受けないようなheaveの記述の可能性について議論し、浮面心位置を基準点にとった場合について数値的検討を行った。結果、浮面心位置のheaveをpitchの影響を受けないheaveとみなすことは、0knotでは一定の合理性を有するが、5knot以上の船速では適用不可能であることが判明した。船速のある場合でもpitchの影響を受けないより適切な基準点が存在する可能性はあるが、これについては将来の検討課題としたい。

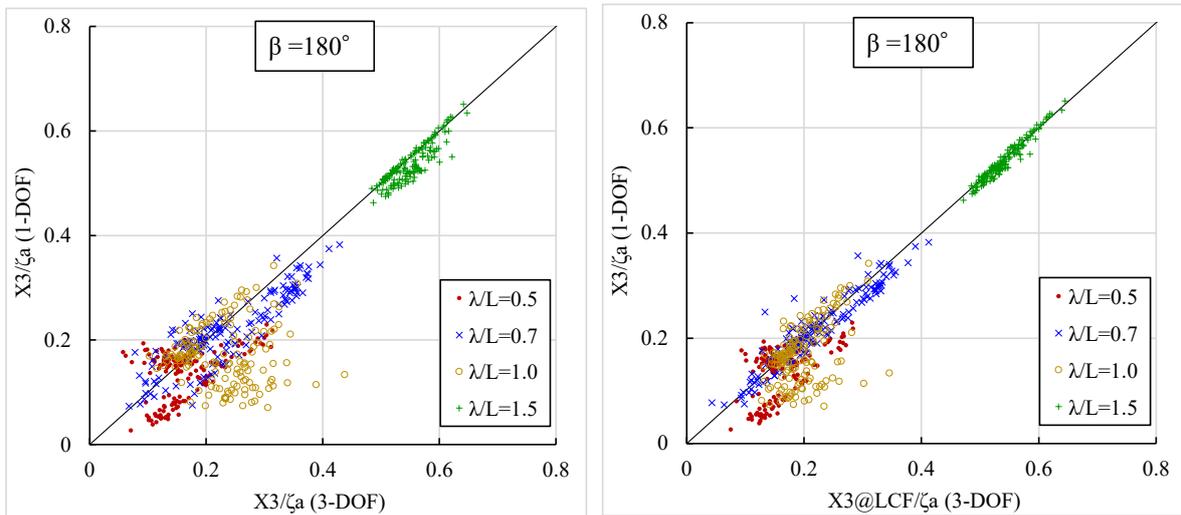


Fig. 4.20 Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model at LCG (left) and LCF (right) and 1-DOF model in the case of 0knot.

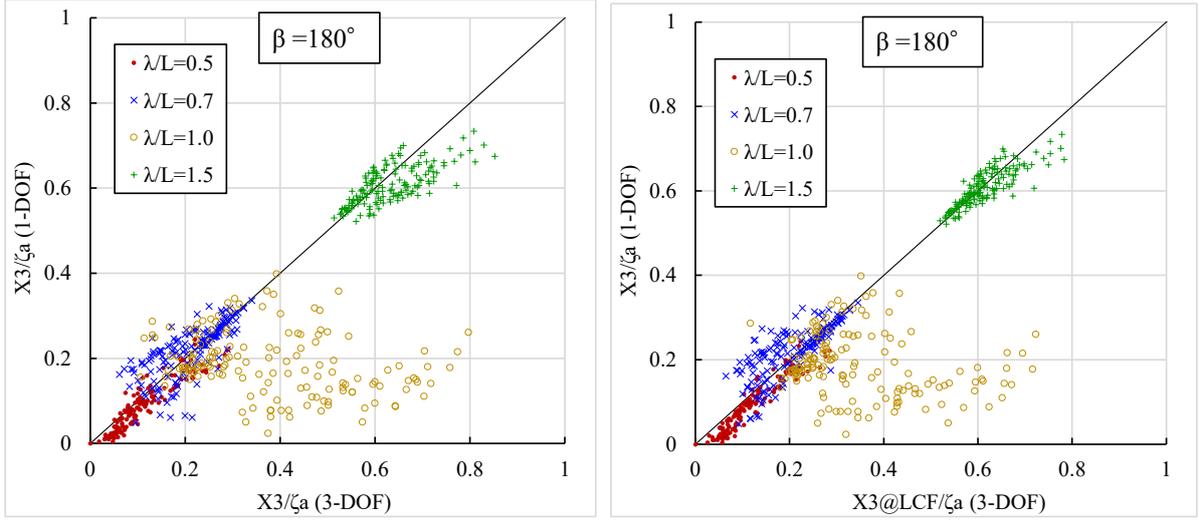


Fig. 4.21 Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model at LCG (left) and LCF (right) and 1-DOF model in the case of 5knot.

#### 4.2.3.3 簡易算式と支配パラメータ

本節では、重心位置の heave を陽な算式で表すことを試みる。4.2.3.1 節で行った検討から、向い波中における  $\lambda/L = 1$  付近の heave の評価を行うには、pitch との連成影響を正しく考慮する必要があることが分かった。そこで、まず pitch の連成項の簡易な表現について検討する。

向い波中の pitch の連成項の傾向を調べたところ、船種や波長に依らず、虚部が主な成分であることが確認された。したがって

$$\Re[X_5\{(i\omega_e)^2 T_{35} + C_{35}\}] \cong 0 \quad (4.2.36)$$

とすることができる。式(4.2.36)が成り立つ理由は、pitch の FK/M+C モデル(4.2.17)よりおおむね

$$\Re[X_5\{(i\omega_e)^2 M_{55} + C_{55}\}] = \Re[E_5^{FK}] \cong 0 \quad (4.2.37)$$

が言え、pitch の係数の偏角が  $\arg\{(i\omega_e)^2 T_{35} + C_{35}\} \cong \arg\{(i\omega_e)^2 M_{55} + C_{55}\}$  の関係にあると考えれば理解できる。さらに surge の連成も無視した次のモデルでも一定の精度を有することが確認された。

$$X_3\{(i\omega_e)^2(M_{33} + T_{33}) + C_{33}\} = E_3^{FK} + E_3^S - i\Im[X_5\{(i\omega_e)^2 T_{35} + C_{35}\}] \quad (1\text{-DOF} + \text{ImX5 model}) \quad (4.2.38)$$

Fig. 4.22 に示すとおり、向い波の  $\lambda/L = 1$  でも 3-DOF モデルと良い相関を示している。ただし、追い波ではむしろ Fig. 4.19 の 1-DOF モデルよりも若干相関が低下しているため、式(4.2.38)右辺第 3 項は向い波～横波に対してのみ適用すると良いであろう。

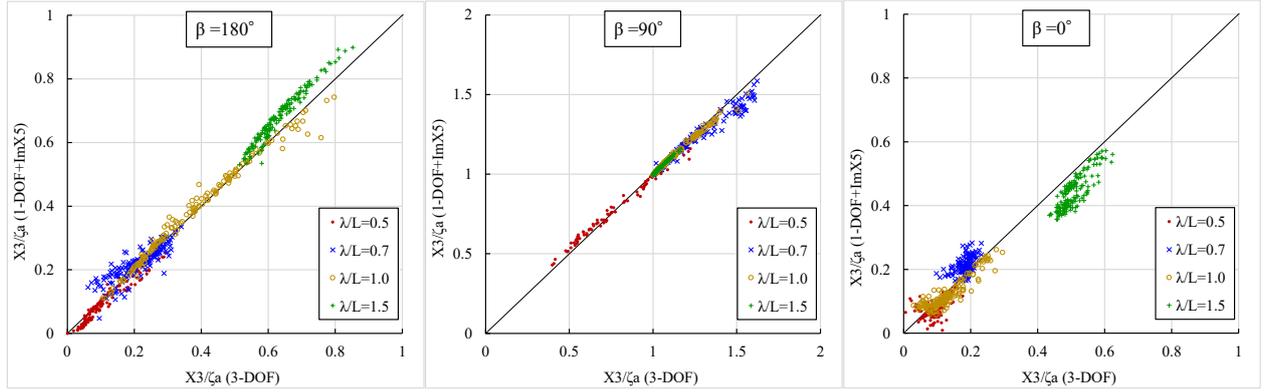


Fig. 4.22 Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model and 1-DOF+ImX5 model in 5knot.

以上をうけ，式(4.2.38)の 1-DOF+ImX5 モデルをベースとして簡易推定式を開発する．式(4.2.38)を $X_3$  について解き，無次元化して次のように表す．

$$\bar{X}_3 = \frac{\bar{E}_3^{FK} + \bar{E}_3^S - i\Im[\bar{X}_5(\bar{C}_{35} - \bar{T}_{35})]}{-\bar{M}_{33} - \bar{A}_{33} + \bar{C}_{33} + i\bar{B}_{33}} \quad (4.2.39)$$

下線で示した pitch の連成項は 4.2.3.1 節で述べたとおり， $\lambda/L = 1$  付近で同調する場合に顕著になることは式(4.2.39)から直ちに理解でき， $\lambda/L = 1$  付近では波浪強制力は非常に小さくなるため $\bar{E}_3^{FK} + \bar{E}_3^S = 0$ とし，また同調周期では慣性力と復原力がキャンセルされ分母に $\bar{B}_{33}$ のみが残り，heave は pitch 連成項と $\bar{B}_{33}$ の比として表されるためである．

式(4.2.39)の下線部の連成項を簡略化するため，まず，次のように変形する．

$$\Im[\bar{X}_5(\bar{C}_{35} - \bar{T}_{35})] \cong |\bar{X}_5| |\bar{C}_{35} - \bar{T}_{35}| \cdot \text{sgn}(\Im[\bar{X}_5(\bar{C}_{35} - \bar{T}_{35})]) \quad (4.2.40)$$

ここに， $\text{sgn}(\cdot)$ は符号関数である．この近似は式(4.2.36)を認めた場合成立するものである．式(4.2.40)の変形を行った理由は，算式としては複素数よりも実数の振幅の方が扱いやすく，傾向も理解しやすいためである．式(4.2.40)右辺の符号関数における $X_5$ の影響は無視でき，また $T_{35} = T_{35}^{(0)} + (U/i\omega_e)T_{33}^{(0)}$ と表したとき $\bar{T}_{35}^{(0)}$ と $\bar{C}_{35}$ の相関は強いので式(4.2.40)右辺の下線部は $\bar{C}_{35}$ によって整理できると考えられる．したがって， $T_{35}$ の船速影響も考慮して下線部を次のように近似する．

$$\begin{aligned} |\bar{C}_{35} - \bar{T}_{35}| \cdot \text{sgn}(\Im[\bar{X}_5(\bar{C}_{35} - \bar{T}_{35})]) &\cong c_1 \bar{C}_{35} + c_2 Fn \\ &= -(1.2 + 2.5Fn)C_b \bar{C}_{35} - 0.16Fn \end{aligned} \quad (4.2.41)$$

ここで，係数 $c_1, c_2$ は $Fn = 0, 0.05, 0.1$ の場合の向い波の $\lambda/L = 1$ における傾向を踏まえて決定した．計算値と式(4.2.41)右辺の近似式の比較を Fig. 4.23 に示す．周波数依存性はそれほど大きくないことが確認されたため，周波数に関しては定数値としている．この式および Fig. 4.23 から， $\bar{C}_{35} = 0$ つまりLCFとLCGが一致する船舶でかつ船速がゼロの場合に heave と pitch は連成しないということが分かる．

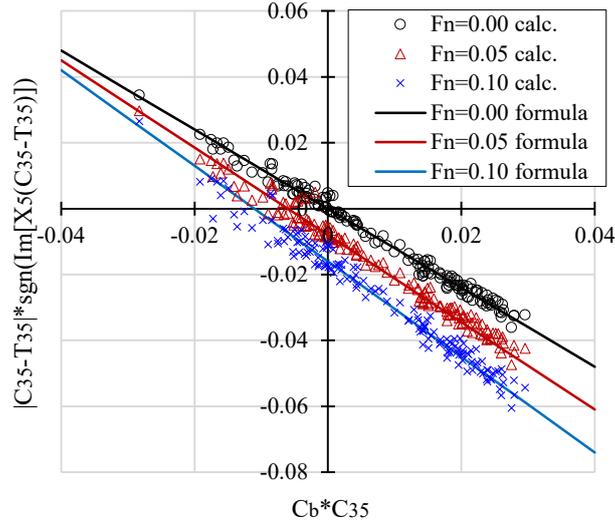


Fig. 4.23 Comparison of the coefficient of the pitch-interaction term of 154 ships between the value obtained by calculation and approximated formula in the case of head sea,  $F_n = 0, 0.05, 0.1$ , and  $\lambda/L = 1$ .

以上によって、1-DOF+ImX5 モデル(4.2.38)をベースとした heave は次のように表される。

$$\bar{X}_3 \cong \frac{\bar{E}_3^{FK} + \bar{E}_3^S + i\{(1.2 + 2.5F_n)C_b\bar{C}_{35} + 0.16F_n\}|\bar{X}_5|}{-KdC_b - \bar{A}_{33} + C_w + i\bar{B}_{33}} \quad (\text{Proposed}) \quad (4.2.42)$$

右辺の各流体力成分および pitch の振幅に対して計算値を用いた場合、本式は 1-DOF+ImX5 モデル Fig. 4.22 と同程度の精度を有する。下線部の pitch 連成項は 4.2.3.1 節の最後に述べた通り向い波 ( $\cos \beta \leq 0$ ) に対してのみ適用するとよいため、ヴィサイドのステップ関数  $H(-\cos \beta)$  を乗じておけばよい。

本式に対して、前節で求めた pitch の算式と前 3 章で求めた各流体力の算式を代入すれば heave の陽な算式が得られる。流体力の簡易算式は次の通りである。

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_3^{FK} = \frac{E_3^{FK}}{\rho g \zeta_a B L} \cong e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kd C_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{C_b^{-0.15} \bar{k}_l} \sin \frac{C_w C_b^{-0.15} \bar{k}_l}{2} \right) \\ \bar{E}_3^S = \frac{E_3^S}{\rho g \zeta_a B L} \cong -\frac{\omega_e}{\omega} k B \left( f_{\Re[ES3]} \frac{\pi}{8} - i f_{\Im[ES3]} \right) e^{-i\bar{k}_l \bar{x}_f - kd C_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \\ \bar{A}_{33} = \frac{K A_{33}}{\rho L B} \cong f_{A33} \frac{\pi}{8} K B \frac{2 C_w^2}{C_w + 1} \\ \bar{B}_{33} = \frac{K B_{33}}{\rho L B \omega_e} \cong f_{b33} K B \left( \frac{2}{K B} \sin \frac{K B}{2} \right)^2 e^{-2kd C_{vp}^2} C_w^{1.5} \\ \bar{C}_{35} = \frac{C_{35}}{\rho g L^2 B} = -C_w \bar{x}_f = -C_w (LCF - LCG)/L \end{array} \right. \quad (4.2.43)$$

ここに  $f_{\Re[ES3]}, f_{\Im[ES3]}, f_{A33}, f_{b33}$  は周波数依存の補正係数で、次のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{\Re[ES3]}(\lambda/L) = 0.48\lambda/L + 0.53 \\ f_{\Im[ES3]}(\lambda/L) = 0.13\lambda/L + 0.27 \\ f_{A33} \left( KL, \frac{d}{L} \right) = \left\{ 1.35 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 - 9.9 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 5.2 \right\} \frac{d}{L} + 0.25 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 + 0.23 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 0.62 \\ f_{b33}(KB) = 0.09(KB)^2 - 0.24KB + 0.7 \end{array} \right. \quad (4.2.44)$$

提案算式の heave の精度を Fig. 4.24 に示す。Fig. 4.22 よりも相関が低下しているのは各流体力の算式

の誤差が原因で、特に波浪強制力  $\bar{E}_3^{FK} + \bar{E}_3^S$  の誤差が大きい。Fig. 4.24 より算式と計算値にはある程度の相関がみられるが、surge や pitch の算式と比較すると精度は低めで、また算式自体も複雑である。その理由は、heave は主要な周波数帯で流体力同士のキャンセルが起きず、また pitch の連成影響も考慮する必要があるため各流体力成分の算式の誤差が積み重なり精度も低下するためである。さらに、本算式に複数の船型パラメータ  $C_b, C_w, \bar{x}_f, KB, kL$  などが複雑に絡んでいることから、heave を少数の支配パラメータによって簡潔に表現することは難しいと思われる。

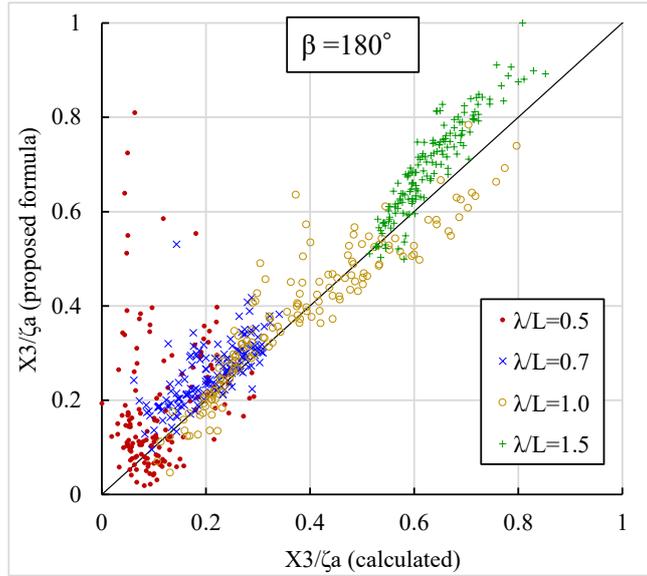


Fig. 4.24 Comparison of heave amplitude of actual 154 ships between 3-DOF model at LCG (left) and LCF (right) and 1-DOF model in the case of 5knot.

#### 4.2.3.4 横波中の簡易算式と支配パラメータ

以上に示したように、heave は主要な周波数帯で流体力同士のキャンセルが起きず、また pitch の連成影響も考慮する必要があるため surge や pitch の式と比べて複雑になる。ただし横波に限定した場合、pitch の影響を無視できるほか種々の簡略化ができるため、挙動の把握が容易になる。一般に heave は向い波ではなく横波の同調時に最も大きくなるため、横波の同調周波数に限定したとしてもその傾向を把握しておくことの意義は大きい。そこで本節では、横波における heave の応答関数を示し、同調時の支配パラメータを抽出する。さらに、得られた支配パラメータを用いて同調時の heave の簡易算式を示す。

横波では pitch は小さいため連成項は無視することができる。まず横波中の heave 方向の scattering 流体力は、相対運動の仮定に基づく式を前提にした式(3.5.10)より、radiation 流体力係数を用いて次のように近似できる。

$$\bar{E}_3^S \cong \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) \left( -e^{-kdC_{vp}} \bar{A}_{33} + ie^{0.5kdC_{vp}^2} \bar{B}_{33} \right) \quad (4.2.45)$$

ここに、右辺の  $e^{-kdC_{vp}}$ ,  $e^{0.5kdC_{vp}^2}$  は短波長域に対する補正である。Froude-Krylov 力についても横波では

$$\bar{E}_3^{FK} \cong e^{-kdC_{vp}} C_w \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) \quad (4.2.46)$$

となるから、横波における heave の応答関数は次のように表される。

$$\bar{X}_3 \cong e^{-kdC_{vp}} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) \frac{-\bar{A}_{33} + C_w + ie^{1.5kdC_{vp}^2} \bar{B}_{33}}{-kdC_b - \bar{A}_{33} + C_w + i\bar{B}_{33}} \quad (4.2.47)$$

ここで、同調周波数における heave  $\bar{X}_3^{\text{pk}}$  について調べる。同調周波数では  $-kdC_b - \bar{A}_{33} + C_w = 0$  となるので、heave は次のように簡略化される。

$$\begin{aligned} \bar{X}_3^{\text{pk}} &\cong e^{-kdC_{vp}} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) \left( e^{1.5kdC_{vp}^2} - i \frac{kdC_b}{\bar{B}_{33}} \right) \\ &= e^{-kdC_{vp}} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) \left\{ e^{1.5kdC_{vp}^2} - i \frac{dC_{vp}/B}{f_{b33} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right)^2 e^{-2kdC_{vp}^2} C_w^{0.5}} \right\} \end{aligned} \quad (4.2.48)$$

本式においてある  $kB$  に着目すると、横波における heave のピーク値は幅・等価喫水比  $dC_{vp}^2/B$  によって決定されることが理解できる。本算式の精度は良好であることが確認されたが、より実用的な算式として、抽出された支配パラメータ  $dC_{vp}^2/B$  を用いた次の振幅および位相の簡易算式を提案する。

$$\begin{cases} |\bar{X}_3^{\text{pk}}| \cong 0.66 + 3.1 \frac{dC_{vp}^2}{B} \\ \arg(\bar{X}_3^{\text{pk}}) \cong 10 - 150 \frac{dC_{vp}^2}{B} \text{ [deg]} \end{cases} \quad (\text{Proposed, in beam sea}) \quad (4.2.49)$$

係数および  $C_{vp}$  の指数の2は計算値と合うように決定した。また、同調波長を  $\lambda_{\text{pk}}$  と表すと、 $-kdC_b - \bar{A}_{33} + C_w = 0$  を  $kB$  について解くことで

$$\frac{\lambda_{\text{pk}}}{B} = 2\pi \left( \frac{\bar{A}_{33}}{kBC_w} + \frac{dC_{vp}}{B} \right) \quad (4.2.50)$$

の表示が得られるが、実際には波浪強制力の波長依存性によってやや長波長側に寄る。その影響を支配パラメータ  $dC_{vp}^2/B$  によって補正することで、次の簡易算式を得た。

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_{\text{pk}}}{B} &\cong 2\pi f_{\lambda_{\text{pk}}} \left( 0.9 \frac{\pi}{8} \frac{2C_w}{C_w + 1} + \frac{dC_{vp}}{B} \right) \quad (\text{Proposed, in beam sea}) \\ \text{Where, } f_{\lambda_{\text{pk}}} &= 0.011 \left( \frac{B}{dC_{vp}^2} \right)^2 - 0.08 \left( \frac{B}{dC_{vp}^2} \right) + 1.24 \end{aligned} \quad (4.2.51)$$

$f_{\lambda_{\text{pk}}}$  は波浪強制力による補正係数で、 $f_{\lambda_{\text{pk}}} = 1$  とした場合は同調時 ( $-kdC_b - \bar{A}_{33} + C_w = 0$ ) の波長に一致する。提案した横波における heave のピーク波長における振幅、位相の簡易算式(4.2.47)および波長の簡易算式(4.2.51)の精度は Fig. 4.25 に示す通り良好である。横波の heave のピーク値の振幅および位相が船型パラメータ  $dC_{vp}^2/B$  のみによって整理されることが理解できる。

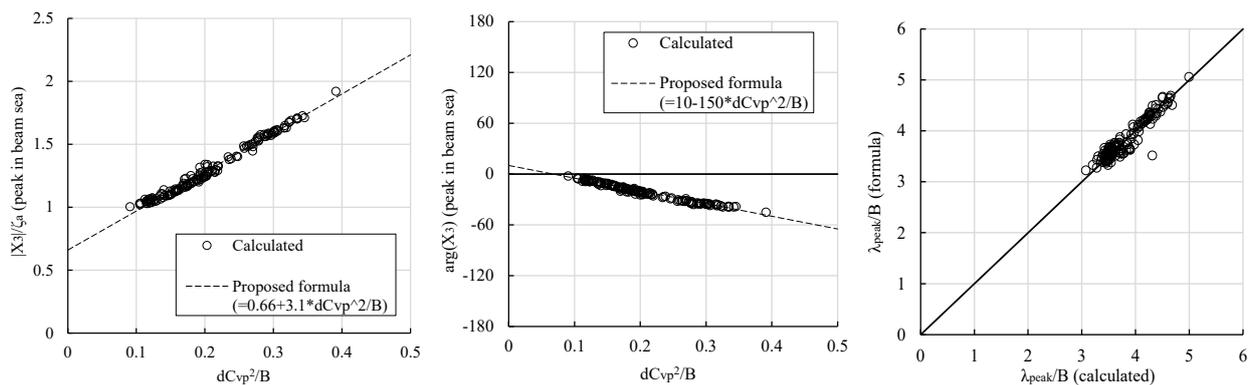


Fig. 4.25 Comparison of heave amplitude (left), phase (middle) and wave length (right) where heave is maximized in beam sea of actual 154 ships between numerical calculation and proposed formula.

続いて、横波中の heave 加速度のピーク値およびピーク波長についても確認する、今、heave 加速度の無次元振幅を

$$|\bar{X}_3| := KB|\bar{X}_3| \quad (4.2.52)$$

と定義する。このピーク値 $|\bar{X}_3^{\text{pk}}|$ は Fig. 4.26 左図に示すとおり、船型によらずほぼ一定値で

$$|\bar{X}_3^{\text{pk}}| \cong 2.35 \quad (4.2.53)$$

と近似することができる。一定値をとるのは、heave 運動のピーク値が Fig. 4.25 よりピーク波長が長いほど大きい傾向にあり、 $\omega_e^2$ の傾向がこれと相殺することが原因である。一方で加速度のピーク波長については、heave 運動と同じく $dC_{vp}^2/B$ が支配パラメータとして存在することが確認され、Fig. 4.26 右図に示すとおり、次式によって近似できる。

$$\frac{\lambda_{\text{pk}}}{B} \cong 9.6 \frac{dC_{vp}^2}{B} + 1.2 \quad (4.2.54)$$

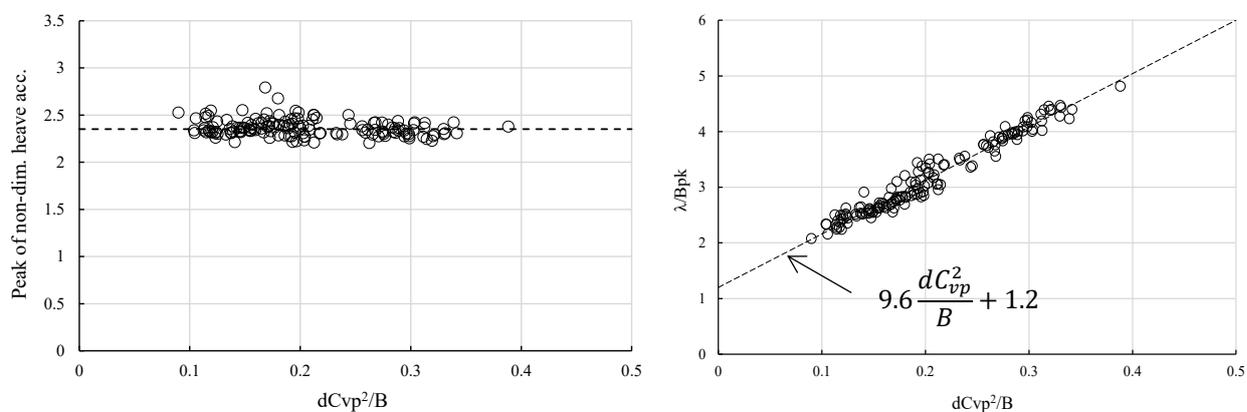


Fig. 4.26 Peak value of non-dimensional heave acceleration  $|\bar{X}_3^{\text{pk}}|$  and peak wave-length  $\lambda_{\text{pk}}/B$  against  $dC_{vp}^2/B$  for 154 ships.

#### 4.2.3.5 感度解析による支配パラメータの確認

数学船型を用いて heave に対する船型パラメータの感度を数値的に調べる．まず，向い波  $\beta = 180^\circ$  の pitch の連成影響が顕著になる  $\lambda/L = 1$ ，および横波の同調周波数付近である  $\lambda/L = 0.7$  において，ballast/full 積付条件の平均的船型を中心に船型パラメータを微小に変化させ sensitivity factor  $\partial \bar{X}_3 / \partial (p_i / \sigma_{p_i})$  を計算した．向い波および横波の結果をそれぞれ Fig. 4.27, Fig. 4.28 に示す．独立に変化させた船型パラメータ  $p_i$  は surge のときに用いた式(4.2.10)に示した 11 種に加えて， $C_{vp}$  を固定しつつ  $C_w$  を変化させた場合の sensitivity factor についても示している．加えて，影響の大きかった  $C_b, C_w, (LCF - LCG)/L$  のパラメータがどの要素に影響しているかを調べるため，これらのパラメータが変化したときの向い波中における満載状態の応答関数ならびに応答関数の分子 ( $|\bar{E}_3^{FK} + \bar{E}_3^S - \bar{X}_5(\bar{C}_{35} - \bar{T}_{35})|$ ) つまり外力，分母の逆数 ( $1/|-\bar{M}_{33} - \bar{A}_{33} + \bar{C}_{33} + i\bar{B}_{33}|$ ) つまり単位外力あたりの応答の変化を調べたものを Fig. 4.29 に示す．応答関数の変化量は元の値に波長毎に計算した sensitivity factor を加えたものであり，すなわち線形パラメータを微小変化させて得た勾配からパラメータを 1 標準偏差  $\sigma_{p_i}$  分増加させたときの値を加えている．これらの図より以下が言える．

- a) Fig. 4.27, Fig. 4.28 を見ると，全体的に ballast より full の方が sensitivity factor の値が大きい．これは 4.2.3.1 節で述べた通り，満載状態は  $\lambda/L = 1$  付近で同調周波数に近くなるためである．また，full の方が多くの船型パラメータが影響しているが，これは  $(LCF - LCG)/L$  が比較的大きく pitch との連成影響が現れやすいためである．例えば， $C'_{w2}$  や  $\kappa_{yy}/L$  などは pitch を介して heave に影響しているパラメータである．
- b) 特に full において， $C_b, C_w$  の sensitivity factor の値が大きい．Fig. 4.29 を見ると，これらは分母の逆数，すなわち単位外力あたりの応答関数を増加／減少させる効果があることがわかる．慣性力および復原力係数の変化に加え，評価対象の  $\lambda/L = 1$  が同調波長  $\lambda/L = 0.8$  と比較的近いことから減衰力係数  $B_{33}$  の変化が heave に及ぼす影響も大きい． $C_b$  は質量  $M$  と比例， $C_w$  は復原力係数  $C_{33}$  に一致し，加えて減衰力係数  $B_{33}$  は算式からもわかるように， $C_w$  が大きいほど大きく， $C_b$  が小さいほど等価喫水が浅くなり大きくなる．
- c)  $(LCF - LCG)/L$  の sensitivity factor も比較的大きい．Fig. 4.29 より，このパラメータの変化は分母には影響を及ぼさないが，pitch の連成影響として分子に変化が現れ，結果として応答関数に影響を及ぼしている．
- d) Fig. 4.29 の左上図を見ると同調周波数  $\lambda/L = 0.80$  を境に傾向が逆転している．これは同調周波数において heave の位相の急激な変化に伴い pitch との位相差が急激に変化し，pitch の影響の正負が逆転するためである．
- e) Fig. 4.29 より，ballast でも分母の逆数は full と同様  $C_b, C_w$  によって強く増減するが，同調波長が短くその影響が表面化しない．さらに  $(LCF - LCG)/L$  が小さく pitch の連成影響も小さいため，いずれの船型パラメータの感度も小さい．ただし船速が早いケースでは同調波長が長くなるため，船型影響が強く表れると考えられる．
- f) 以上に説明したように，向い波における heave の船型影響は一般に複雑で，前後非対称性や同調波長等によって傾向が大きく異なるが，応答関数の分子と分母の逆数のそれぞれの変化に着目することでその定性的な傾向を理解することができる．
- g) 横波の結果 Fig. 4.28 をみると， $C_b, C_w, d/L$  の影響が順に大きいが，これはすでに 4.2.3.4 節で述べたとおり，支配パラメータが  $dC_{vp}^2/B$  であるためである．実際に  $C_{vp}$  を固定して  $C_w$  を変動させた場合

の sensitivity factor が殆どゼロであることから、 $C_{vp}$ が支配的であることが理解できる。そのほかの船型パラメータの影響も殆どなく、横波中の heave の挙動は比較的容易に把握できることが分かる。

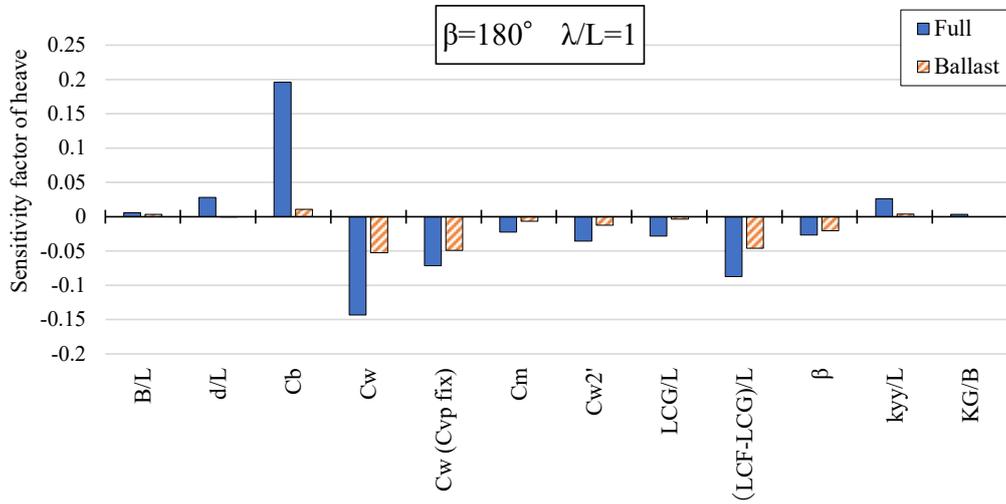


Fig. 4.27 Comparison of the sensitivity factor of heave in head sea.

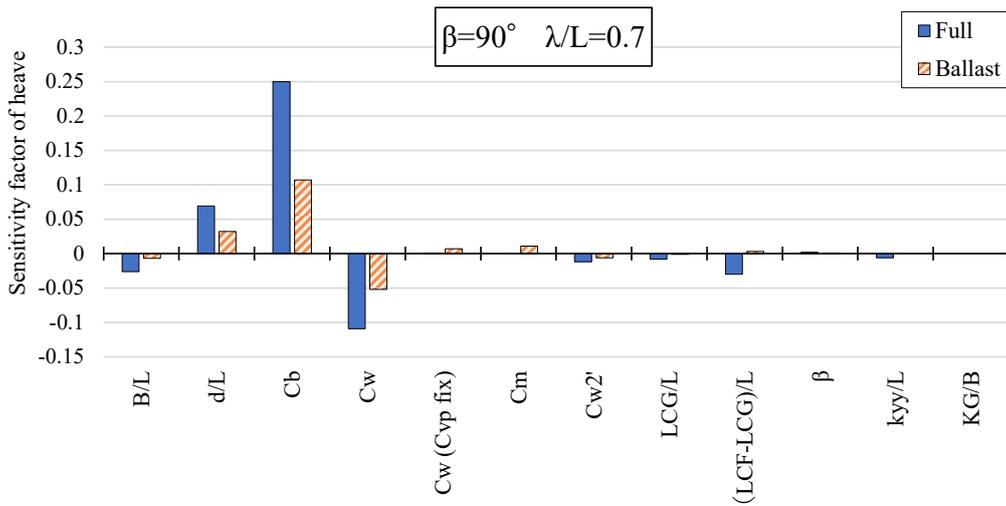


Fig. 4.28 Comparison of the sensitivity factor of heave in beam sea.

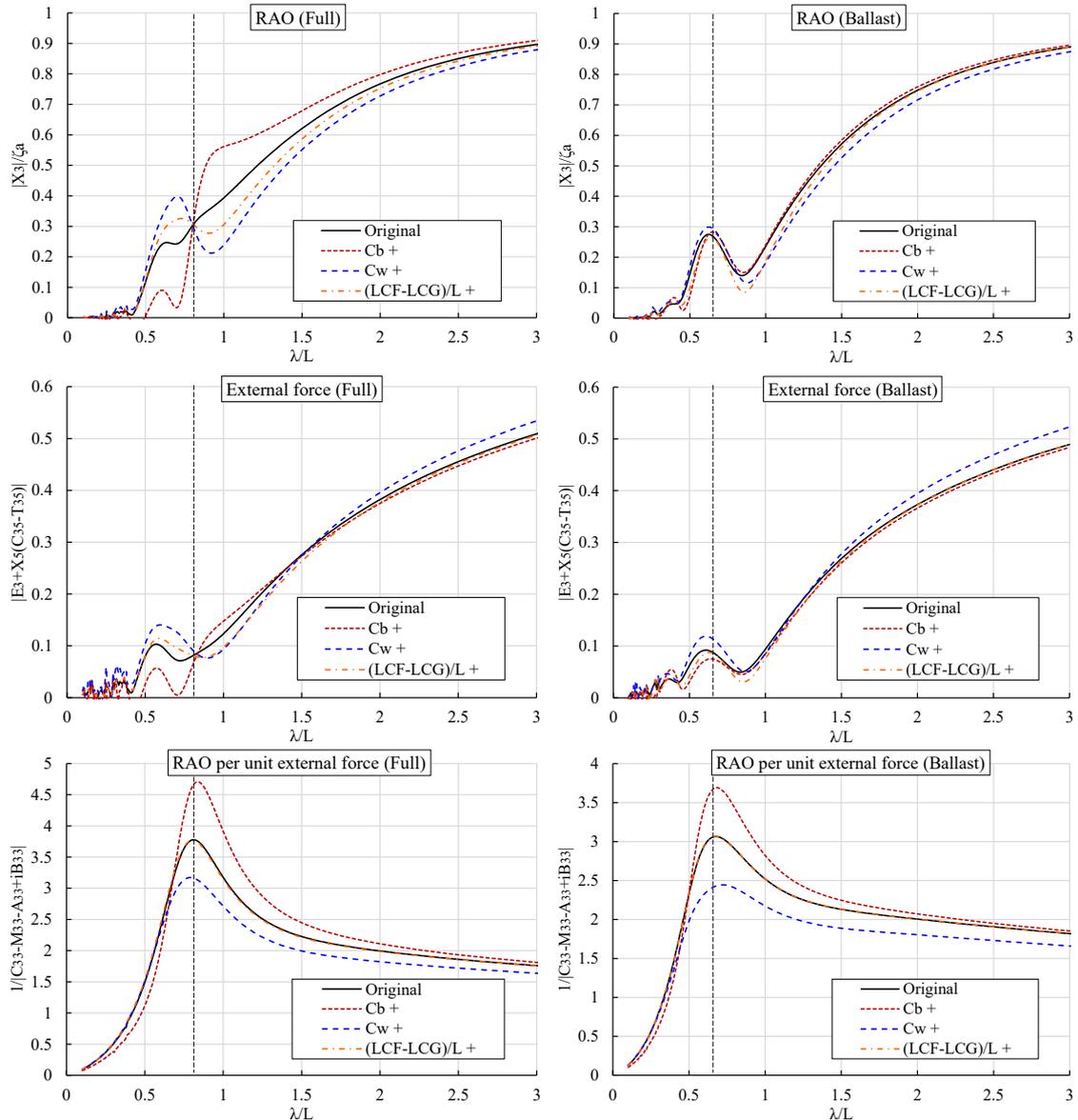


Fig. 4.29 Change of heave-RAO in full-loading (left) and ballast-loading (right) condition, head sea,  $F_n=0.05$  with changing  $C_b$ ,  $C_w$ ,  $(LCF - LCG)/L$ . Top: RAO, middle: reciprocal of the denominator of RAO, bottom: the numerator of RAO. Vertical dashed lines mean resonance frequency.

#### 4.2.3.6 Heave 運動の特性まとめ

1. Surge の連成影響は無視できる。Radiation 流体力と scattering 流体力は長波長域で相殺する関係になるものの、非長波長域 ( $\lambda/L < 2$ 程度) では成り立たず、各々考慮する必要がある。
2. 向い波の  $\lambda/L = 1$  付近では波浪強制力が 0 に近づき、pitch の連成影響が表面化する。特に同調周波数が  $\lambda/L = 1$  付近となる場合 (満載状態の商船の低速航行時に該当する) は顕著に表れる。したがって 1 自由度モデルでは向い波中の heave を正しく評価することはできない。
3. 一方で、横波および追い波では pitch の連成影響は小さく、1 自由度モデルで妥当な評価が可能である。横波ではそもそも pitch が殆ど生じないため、追い波では同調周波数が  $\lambda/L < 1$  の短波長域になるためである。
4. Heave は通常重心位置の上下変位と定義されるが、基準点を重心から浮面心に移したときの heave

の性質について検討した。結果、船速がゼロの場合、LCF 位置の heave は LCG 位置の heave と比べ自由度モデルの heave との相関が高く、したがって pitch の連成影響を受けにくいことが確認された。ただし、LCF 位置の heave は慣性力を介して pitch と連成するため、LCF-LCG 距離の大きい船舶かつ短波長域では pitch の影響が有意に生じる。一方で、船速のある場合は LCF の heave でも pitch の影響を強く受けることが確認された。これらの慣性力・船速による連成影響を適切に考慮した基準点を選択することで、pitch の影響を受けないような heave を表現できる可能性がある。

5. 向い波における pitch の連成項は虚部すなわち半位相遅れの成分(out-phase)が主である。これを用いて pitch の連成項を pitch の振幅と係数の積で表現し、その係数は  $C_{35}$  とフルード数を用いた簡易式で十分推定できることを示した。また、 $C_{35} = 0$  すなわち LCF = LCG となる船舶でかつ船速がゼロの場合、pitch の連成影響を無視できることを示した。
6. Pitch の連成項および各流体力成分（Froude-Krylov 力、scattering 流体力、付加質量、減衰力係数）の算式を組み合わせることで、heave の応答関数の陽な算式を示した。しかしながら、簡易算式としてはやや煩雑で、各流体力成分の算式の誤差が蓄積され精度が低下することが確認された。他の運動と比べ heave は流体力のキャンセルが成り立ちにくく、流体力成分の算式の組み合わせによって応答関数を陽な算式として表す手段の有効性は高くないことが分かった。
7. 一方で、横波では pitch の連成影響を無視でき、かつ scattering 流体力を radiation 流体力係数によって表せることを利用し、横波に限定して比較的簡潔な応答関数を示した。同調時はさらに簡略化され、簡略化された式から同調時における heave の支配的船型パラメータ  $dC_{vp}^2/B$  を抽出した。さらに横波中の heave のピークにおける振幅、位相および波長の高精度な簡易算式を  $dC_{vp}^2/B$  を用いて表した。
8. 向い波における heave の船型影響は複雑であるが、応答関数の分子（外力）および分母の逆数（単位外力あたりの応答）のそれぞれの変化を調べることで定性的な傾向の把握が可能になる。満載状態の  $\lambda/L = 1$  付近で  $C_b, C_w$  の影響が大きいのは、分母の逆数（特に慣性力、復原力、減衰力）の変化による影響が主な要因である。バラスト状態についても分母の逆数ののが変動することは同様であるが、分子の小さな短波長で同調が起こるためその影響は表面化せず、船型影響は全体的に小さい。船速が早い場合には、バラスト状態でも同調波長が長くなり船型影響が大きく表れると考えられる。

#### 4.2.4 Roll および sway, yaw

波浪中横運動、すなわち sway, yaw, roll 運動は線形理論では縦運動と独立の運動である。これらの 3 モードは radiation 流体力係数の非対角項を通じて相互に連成するが、後 4.2.4.2 節でも確認されるように、yaw に関しては他の 2 モードとの連成影響はそれほど大きくない。一方で、sway と roll の連成影響は一般に無視することはできないものの、本章の緒言にも述べた通り、roll は sway 起因の radiation 流体力と scattering 流体力が比較的短波長でも相殺する関係にあるため、roll を推定する上で sway の推定は必ずしも必要ない。また、yaw および sway は復原力が存在しないため同調周波数を持たず、これらの運動が直接的に船体に危険をもたらすことは少ないと考えられる。したがって本論文では yaw および sway に関しては調査の対象外とし、本節では roll に焦点を当て検討を行う。

#### 4.2.4.1 減衰力係数の取り扱い

Roll の減衰力係数 $B_{44}$ は同調時の最大 roll 角に影響する重要な成分であるが、周知のとおり造渦影響や粘性影響などの要因が絡み、線形理論の枠組みでは扱うことができない<sup>[82]</sup>。本論文では、簡便かつ実績のある Bertin の $N$ 係数<sup>[83]</sup>を用いた表現を採用する。 $N$ 係数を用いて定義される roll 減衰力は roll 角速度の二乗に比例する非線形項であり、線形の減衰力係数 $\bar{B}_{44}$ は等価線形化を行うことで次のように表される<sup>[82]</sup>。

$$B_{44} = \frac{8}{3\pi} |X_4| \omega_e \frac{3}{4} (M_{44} + A_{44}) \left( N \frac{180}{\pi} \right) \quad (4.2.55)$$

ここに、 $8|X_4|/3\pi$ は等価線形化の係数である。右辺に roll の振幅が現れており、これは波振幅 $\zeta_a$ に依存するため、 $B_{44}$ は波高に依存する非線形の流体力係数であることがわかる。

$N$ は roll 角速度の二乗に掛かる係数であるが、roll 減衰力には角速度の一乗（あるいは三以上の次数）に比例する成分も含まれるため、本来 $N$ は roll 運動の振幅に応じて異なる値をとる。しかし本研究では、旧来の復原性基準（乙基準）に基づき、roll 運動振幅 20deg を想定した $N = 0.02[1/\text{deg}]$ の値を一律で用いることにする<sup>[84]</sup>（現在の規則<sup>[75]</sup>では採用されていない）。ただし、定式化においては $N[1/\text{deg}]$ を未知変数として扱う。

#### 4.2.4.2 Roll 運動の特性と簡略化

Roll の運動方程式は次のように表される。

$$X_4 \{ (i\omega_e)^2 (M_{44} + T_{44}) + C_{44} \} = E_4^{FK} + E_4^S - X_2 (i\omega_e)^2 T_{42} - X_6 (i\omega_e)^2 T_{46} \quad (3\text{-DOF model}) \quad (4.2.56)$$

$KB$ の小さな長波長域では scattering 流体力は式(C.2.10)より

$$E_4^S = (i\omega_e)^2 (u_2 T_{42}^{(0)} + u_4 T_{44}^{(0)} + u_6 T_{46}^{(0)}) \quad (4.2.57)$$

と表される。長波長域では運動が波粒子運動に一致すると考えられるが、roll に関しては長波長においても同調しうるため、一般に $u_4 \cong X_4$ とすることは適切ではない。そこで sway, yaw に関してのみ $u_2 \cong X_2, u_6 \cong X_6$ と置き、式(4.2.29)を式(4.2.28)に代入することで sway, yaw に起因する radiation 流体力と scattering 流体力とが相殺し、運動方程式は次式のように簡略化される。

$$X_4 \{ (i\omega_e)^2 (M_{44} + T_{44}) + C_{44} \} = E_4^{FK} + (i\omega_e)^2 u_4 T_{44}^{(0)} \quad (4.2.58)$$

ここで右辺第 2 項は同調周波数に依らず $O((KB)^2)$ のオーダーなので長波長域で無視でき、結局次のように簡略化することができる。

$$X_4 \{ (i\omega_e)^2 (M_{44} + T_{44}) + C_{44} \} = E_4^{FK} \quad (\text{Tasai model}) \quad (4.2.59)$$

船舶は一般に $B \ll L$ なので比較的短波長域においても  $KB$ の高次項を無視できるため、式(4.2.59)は実用的な簡略化モデルとして知られている<sup>[49]</sup>。田才が最初に理論的裏づけを与えた<sup>[44, 85]</sup>ため、ここでは Tasai モデルと呼ぶ。さらに、式(C.1.4)より Froude-Krylov 力は長波長域で $E_4^{FK} \sim u_4 C_{44}$ となるため、roll は慣性力および radiation 流体力( $M_{44} + T_{44}$ )が無視できる長波長域では波傾斜角 $u_4$ に一致することが確認される。

3-DOF モデル(4.2.56)、Tasai モデル(4.2.59)に加え、scattering 流体力と sway 起因の radiation 流体力の相殺を確認するため次の 1-DOF モデルによる roll の応答関数を比較する。

$$X_4\{(i\omega_e)^2(M_{44} + T_{44}) + C_{44}\} = E_4^{FK} + E_4^S \quad (1\text{-DOF model}) \quad (4.2.60)$$

以上の3つのモデル(3-DOF, 1-DOF, Tasaiモデル)の応答関数を, GMの小さなコンテナ船およびGMの大きな鉱石運搬船について比較したものを Fig. 4.30 に示す. さらに, roll のピーク値およびピーク波長のみ注目し, 154 船型について3つのモデルを比較したものを Fig. 4.31 に示す.  $B_{44}$ はいずれのモデルでも3-DOFモデルの値を用いており, 応答の差は右辺の違い, すなわち scattering 流体力  $E_4^S$  および sway の連成項  $(-X_2(i\omega_e)^2 T_{42})$  の有無に起因する. なお, 3-DOFモデル(4.2.56)から yaw の影響を除いた2自由度の roll も比較したところ, 船種に依らず3-DOFモデルの roll と横波ではほぼ一致し, 斜め波で最大20%程度の差が確認されたものの全体的には軽微で, yaw の連成影響は無視できることが確認された. Fig. 4.30, Fig. 4.31 より, scattering 流体力および sway の連成項は roll のピーク値に対して影響するものの, ピーク周波数や位相に対しては大きくは影響しないことがわかる. また, 1-DOFモデルでは同調波長の長い船舶では roll を過大に, 短い船舶では過小に評価する傾向にある一方で, Tasaiモデルではどちらも roll を過大評価する傾向にある. ただし Fig. 4.31 から分かるように, Tasaiモデルは3-DOFモデルとの相関が強く, 一律で2割程度の過大な応答が得られるもので, 安全性評価の観点からは実用的なモデルであると言える.

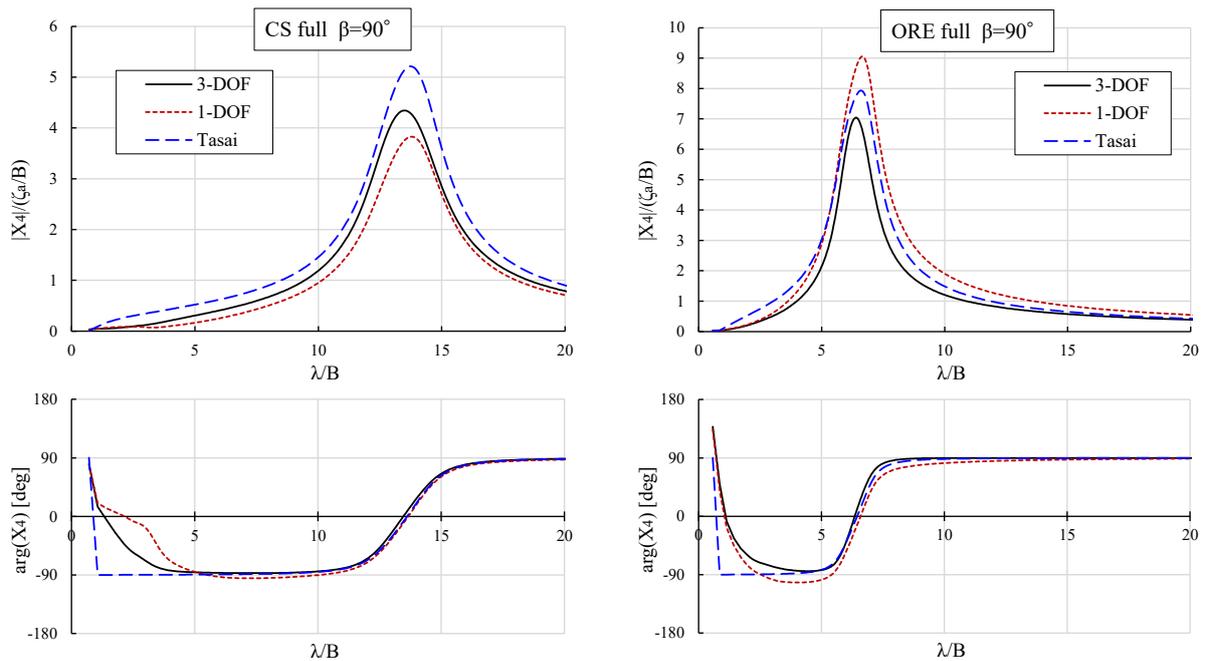


Fig. 4.30 Comparison of RAO of roll motion in beam sea for container ship (left) and ore carrier (right) among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF and Tasai model.

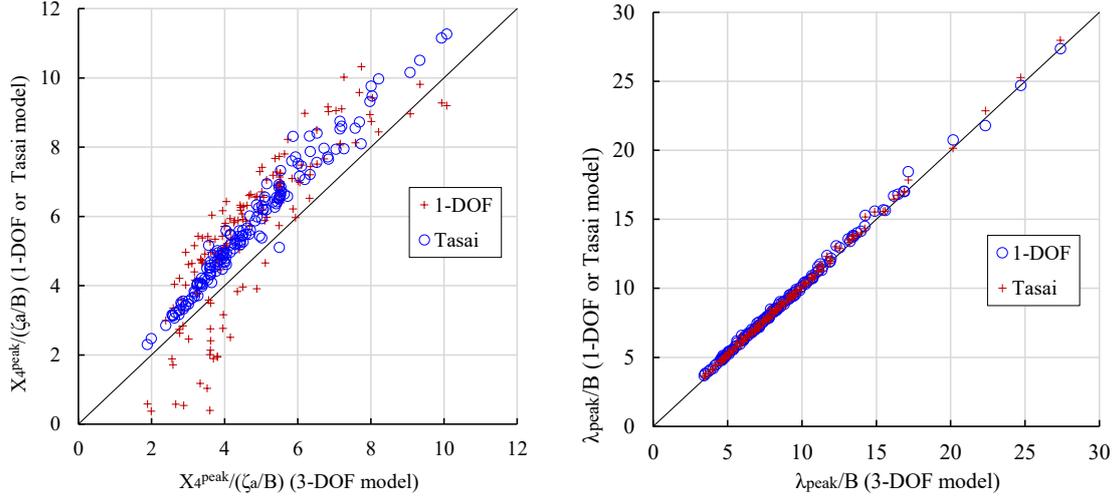


Fig. 4.31 Comparison of the peak amplitude (left) and peak wave length (right) of roll-RAO in beam sea for 154 actual ships among the exact 3-DOF model and simplified 1-DOF and Tasai model.

#### 4.2.4.3 Tasai モデルの妥当性に関する一考察

Tasai モデルと 3-DOF モデルの roll のピーク値の相関が強い理由について詳しく調べるため、次式で定義される 3-DOF モデルと Tasai モデルの roll の振幅比  $f_{X4}$  の傾向を調べる。

$$f_{X4} := \frac{|E_4^{FK} + E_4^S - X_2(i\omega_e)^2 T_{42}|}{|E_4^{FK}|} \quad (4.2.61)$$

また、roll のピーク周波数における  $f_{X4}$  を  $f_{X4}^{pk}$  と表しておく。  $f_{X4}$  は、Tasai モデルで無視した  $(E_4^S - X_2(i\omega_e)^2 T_{42})$  の項が Froude-Krylov 力  $E_4^{FK}$  をどの程度減ずるかを表す係数である。154 積について横波における  $f_{X4}$  を計算し、さらに  $f_{X4}^{pk}$  を赤のマーカーで強調したものを Fig. 4.32 に示す。

まず Fig. 4.32 の赤のマーカーに着目すると、  $f_{X4}^{pk}$  の値は同調波長や船型によらず 0.8 付近の値をとっており、前 4.2.4.2 節で述べた Tasai モデルと 3-DOF モデルの相関の強さが確認できる。  $f_{X4}$  の大まかな傾向として、  $f_{X4}$  は長波長域で 1 に近づくのは (4.2.59) の導出過程ですでに述べた通りで、長波長から短波長にかけて減少する。ところが短波長域で同調する船舶では、同調波長付近で sway が roll の連成影響を強く受けて大きくなることで  $f_{X4}$  がピークを持ち、  $f_{X4}^{pk}$  はそのピークの頂点あたりで 0.8 付近に位置していることがわかる。一方で、長波長域に行くほど  $f_{X4}$  は上昇するのに反し、  $\lambda/B > 10$  で  $f_{X4}^{pk}$  の値は 0.8 で殆ど固定となっている。この理由は、長波長域で  $O((KB)^2)$  まで考慮した場合  $f_{X4}$  の分子は式 (4.2.58) 右辺になるため

$$f_{X4} \sim \frac{|E_4^{FK} - \omega_e^2 u_4 T_{44}^{(0)}|}{|E_4^{FK}|} \sim \frac{|C_{44} - \omega_e^2 T_{44}^{(0)}|}{|C_{44}|} \cong 1 - cKB \left( \frac{B}{GM} \right) \text{ as } KB \rightarrow 0 \quad (4.2.62)$$

と変形できるためである。最右辺は  $\lambda/B > 10$  における  $f_{X4}$  を数値的に調べた結果確かめられた傾向で、  $c$  は適当な正の係数である。これより  $GM$  の小さく同調波長の長い船ほど  $f_{X4}$  の値も小さくなるため、  $f_{X4}$  の増加傾向と相殺して結果的に  $f_{X4}^{pk}$  の値は 0.8 付近をとる。

このように、  $f_{X4}$  自体は一定値をとるわけでもないが、roll の同調周期に着目した場合はいくつかの要因が相殺して、結果的に  $f_{X4}^{pk} \cong 0.8$  付近で一定の値をとることが分かる。この傾向は Bertin の  $N$  係数の代わりに線形の減減係数を適用した場合でも概ね同じであった。Tasai モデルは  $E_4^S = X_2(i\omega_e)^2 T_{42}$  が成立すると仮

定し、その結果実験値とよく合うことから  $E_4^S \cong X_2(i\omega_e)^2 T_{42}$  が成り立つことが公然の事実として認められているが、実際にはこの関係は一般的に成り立たず、roll のピーク周波数付近に着目した場合にいくつかの要因が相殺して偶然にも良い推定法となっているようである。

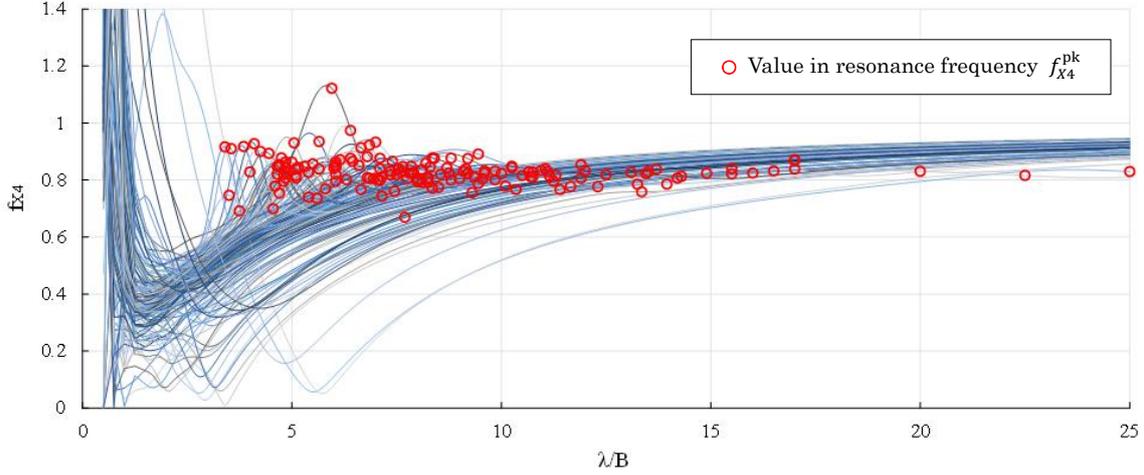


Fig. 4.32 The ratio of roll amplitude by Tasai model and 3-DOF model  $f_{X4}$  in beam sea for 154 ships.

#### 4.2.4.4 簡易算式および支配パラメータ

Tasai モデルを係数  $f_{X4}$  によって補正した次式をベースに、roll の陽な簡易算式を開発する。

$$X_4 = f_{X4} \frac{E_4^{FK}}{(i\omega_e)^2 (M_{44} + A_{44}) + i\omega_e B_{44} + C_{44}} \quad (4.2.63)$$

減衰力係数は、4.2.4.1 節で述べたように  $N$  係数を用いた式(4.2.55)によって与える。ただし、非線形減衰力係数を等価線形化した式(4.2.55)には未知数である roll 振幅  $|X_4|$  が含まれているため、これをどのように扱うかが問題となる。そこで、同調時の値を重視し、同調時の roll 振幅  $|X_4^{pk}|$  の簡易算式を導き、それを式(4.2.55)の右辺の  $|X_4|$  に代入することで  $B_{44}$  を定義することにする。

同調時の roll は、同調時に慣性力と復原力が相殺されることを考慮するとは次のように表される。

$$|X_4^{pk}| = f_{X4} \frac{|E_4^{FK}|}{\omega_e B_{44}} \quad (4.2.64)$$

これに(4.2.55)を代入して  $|X_4|$  について解くことで、roll のピーク値の簡易算式が得られる。

$$|X_4^{pk}| = \sqrt{\frac{f_{X4} |E_4^{FK}|}{\frac{360}{\pi^2} C_{44} N}} \quad (4.2.65)$$

ただし、同調周期で  $\omega_e^2 (M_{44} + A_{44}) = C_{44}$  となる関係を利用した。  $X_4^{pk}$  の位相は、Froude-Krylov モーメントが半位相ずれ ( $\Re[E_4^{FK}] = 0$ ) かつ同調時の応答は外力に対して半位相ずれるため、  $\arg(X_4^{pk}) = 0$  or  $\pi$  すなわち入射波に対し同/逆位相となる。

続いて同調周波数以外の  $X_4$  の表示を導く。式(4.2.65)の導出では  $B_{44}$  の式(4.2.55)を代入して  $|X_4|$  について解くということを行ったが、それができたのは同調時の roll の式(4.2.64)が簡潔であったためであり、同じことを式(4.2.63)に対して行った場合非常に煩雑な式になってしまう。したがって、本研究では  $B_{44}$  を、  $|X_4^{pk}|$

が式(4.2.65)に一致するような量として定義することにする．すなわち，(4.2.64)，(4.2.65)の右辺同士を等値して $B_{44}$ について解くことで得られる

$$B_{44} \cong \frac{1}{\omega_e} \sqrt{\frac{360}{\pi^2} f_{X4} |E_4^{FK}| C_{44} N} \quad (4.2.66)$$

という $|X_4|$ に依存しない表現を用いる．式(4.2.66)は同調周波数を前提に導いたものであるが，本研究ではこれをピーク値以外の周波数にも用いることにする．またその時，右辺の $E_4^{FK}$ は同調周波数の値に固定する特別な理由もなく，長波長域で $B_{44} \rightarrow 0$ も成り立つため，周波数依存の $E_4^{FK}$ の簡易式をそのまま用いることとする．式(4.2.66)の表現は，Bertinの $N$ 係数による非線形性に由来し， $E_4^{FK} \propto \zeta_a$ より波振幅 $\zeta_a$ の平方根に比例する非線形の係数となっている．ただし式(4.2.66)の $B_{44}$ は，ある $N$ を与えたときに roll のピーク値が合うように決定されたものであるため， $B_{44}$ の簡易推定式というよりは $X_4$ の算式に代入して初めて意味を持つ便宜的な表現と考えるべきである．

結局，式(4.2.63)を無次元化して得られる次の式を roll の提案算式とする．

$$\bar{X}_4 \left( = \frac{X_4}{\zeta_a/B} \right) \cong f_{X4} \frac{\bar{E}_4^{FK}}{-(\bar{M}_{44} + \bar{A}_{44}) + i\bar{B}_{44} + \bar{C}_{44}} \quad (\text{Proposed}) \quad (4.2.67)$$

Where,

$$f_{X4} = \frac{|E_4^{FK} + E_4^S - X_2(i\omega_e)^2 T_{42}|}{|E_4^{FK}|} \cong 0.8 \quad (4.2.68)$$

$$\bar{E}_4^{FK} = \frac{E_4^{FK}}{\rho g \zeta_a B^2 L} \cong -i \bar{k}_w e^{-kd C_{vp}} \left( \frac{2}{C_w \bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \bar{C}_{44} \quad (4.2.69)$$

$$\bar{M}_{44} = K d C_b (\kappa_{xx}/B)^2 \quad (4.2.70)$$

$$\begin{cases} \bar{A}_{44} = \frac{K A_{44}}{\rho L B^3} \cong K B f_{A44} \frac{C_w^{2.25}}{16\pi} \\ f_{A44} = 1 - 10.6 \left( \frac{KG}{B} \right)^2 + 17 \left( \frac{KG}{B} \right)^3 \end{cases} \quad (4.2.71)$$

$$\bar{B}_{44} = \frac{K B_{44}}{\rho L B^3 \omega_e} \cong \sqrt{\frac{360}{\pi^2} f_{X4} \frac{\zeta_a}{B} |\bar{E}_4^{FK}| \bar{C}_{44} N} \quad (4.2.72)$$

$$\bar{C}_{44} = \frac{C_{44}}{\rho g L B^3} = \frac{d C_b \overline{GM}}{B} \cong \frac{C_w^{1.7}}{12} + 0.49 \frac{d^2 C_b}{B^2 C_{vp}^{0.4}} - \frac{d C_b \overline{KG}}{B} \quad (4.2.73)$$

Froude-Krylov 力の算式に関しては，式(3.3.45)を用いる方が特に斜め波における精度が高いが，支配パラメータの抽出には復原力係数を用いた表現が有効なので，ここでは支配要因の抽出に適した $\bar{C}_{44}$ を用いた表現式(3.3.51)を採用して検討を進める．

また，roll のピーク振幅 $|\bar{X}_4^{\text{pk}}|$ に対する船型影響を示すため，簡易算式を導く．まず，同調時の $KB$ は， $\bar{C}_{44} - \bar{M}_{44} - \bar{A}_{44} = 0$ を $KB$ について解くことで次の表示が得られる．

$$K_{\text{pk}} B \cong \frac{\overline{GM}/B}{(\kappa_{xx}/B)^2 + (f_{A44} B C_w^{2.25}/16\pi d C_b)} = \frac{\overline{GM}/B}{(\kappa'_{xx}/B)^2} \quad (4.2.74)$$

ここに， $\kappa'_{xx}$ は付加質量を含めた横環動半径である．続いて無次元 roll のピーク値は，式(4.2.65)に式(4.2.69)

を代入することで次式が得られる.

$$|\bar{X}_4^{\text{pk}}| \cong \sqrt{\frac{\pi^2}{360} f_{X4} \frac{B}{\zeta_a N} \left( \frac{2}{C_w \bar{k}_l^{\text{pk}}} \sin \frac{C_w \bar{k}_l^{\text{pk}}}{2} \right) \bar{k}_w^{\text{pk}} \exp(-k_{\text{pk}} d C_{vp})} \quad (4.2.75)$$

ただし  $\bar{k}_l^{\text{pk}}, \bar{k}_w^{\text{pk}}, k_{\text{pk}}$  はピーク時の  $\bar{k}_l, \bar{k}_w, k$  で, 式(4.2.74)から計算できる. Roll が最大となるのは多くの場合横波中であり, 横波では  $k_{\text{pk}} = k_{\text{pk}}$  かつ  $\bar{k}_l = 0, \bar{k}_w = kB$  なので次式のように簡略化できる.

$$|\bar{X}_4^{\text{pk}}| \cong \sqrt{\frac{\pi^2}{360} f_{X4} \frac{B}{\zeta_a N} k_{\text{pk}} B \exp(-k_{\text{pk}} d C_{vp})} \quad (\text{in beam sea}) \quad (4.2.76)$$

平方根内の下線分 “ $k_{\text{pk}} B \exp(-k_{\text{pk}} d C_{vp})$ ” は, 同調時における副波面の幅方向無次元傾斜角を意味する. 式(4.2.76)から船型パラメータを用いて roll のピーク値を算出することができるが, より傾向を把握しやすい形にするため式(4.2.68)より  $f_{X4} = 0.8$  とし, さらに smith 修正係数  $e^{-kdC_{vp}}$  を定数 ( $e^{-kdC_{vp}} \cong 0.85$ ) とすれば, 最大 roll 角 [deg] は近似的に次式のように表せる.

$$|X_4^{\text{pk}}| \cong 20 \sqrt{\frac{\zeta_a}{N \lambda_{\text{pk}}}} \quad [\text{deg}] \quad (\text{Proposed, in beam sea}) \quad (4.2.77)$$

ただし  $\lambda_{\text{pk}} (= 2\pi/k_{\text{pk}})$  はピーク波長で, 横波中では次式によって求められる.

$$\frac{\lambda_{\text{pk}}}{B} = 2\pi \frac{(\kappa'_{xx}/B)^2}{\overline{GM}/B} \cong 2\pi \frac{(\kappa_{xx}/B)^2 + \{f_{A44} B C_w^{2.25} / (16\pi d C_b)\}}{\overline{GM}/B} \quad (4.2.78)$$

式(4.2.77)より, 横揺れ角の最大値は同調波長の平方根に反比例する, すなわち短い波長で同調する船ほど roll 角が大きくなることと, 減衰力係数の非線形影響によって波振幅の平方根に比例することが分かる.

以上の算式の精度を確認するため,  $\zeta_a = 1[\text{m}], N = 0.02[1/\text{deg}]$  としたときの, 154 隻の横波における式(4.2.67)のピーク値およびピーク波長を数値計算値と比較したものを Fig. 4.33 に, 鉱石運搬船とセメント運搬船の full/ballast 状態の応答関数の算式(4.2.67)と数値計算値の比較を Fig. 4.34 に示す. ただし, ここでは  $\overline{GM}$  が既知であるとして実際の  $\overline{GM}$  の値を用いている. Fig. 4.33, Fig. 4.34 より提案算式の精度は良好であることが確認できる. また, 概算式(4.2.77)の傾向の確認として, roll のピーク値を横軸に  $\lambda_{\text{pk}} (= B \times (\lambda_{\text{pk}}/B))$  をとって示し, 式(4.2.77)を併記したものを Fig. 4.35 に示す. 式(4.2.77)でよく近似できており, 単位波振幅中の最大 roll 角は  $\lambda_{\text{pk}}$  の平方根に反比例することが確かに確認できる. ここで注意すべきは,  $\lambda_{\text{pk}}$  は有次元値 [m] なので roll 角はスケール依存性を持ち, 同じ応答関数を持つ船 ( $\lambda_{\text{pk}}/B$  が同じ船) でも小さい船の方が大きな roll 角を生じるということである.

以上の算式は Bertin の N 係数による減衰力係数の定義(4.2.72)を採用した場合のもので, すなわち減衰力が角速度の二乗に比例することを前提に導かれたものである. したがって, 減衰力を角速度の一次あるいは三次以上の関数として扱った場合には異なる結果が導かれることに注意が必要になる. 実際, 線形の減衰係数  $a$  を用いた場合,  $\bar{B}_{44}$  は

$$\bar{B}_{44} = \frac{3}{4} (\bar{M}_{44} + \bar{A}_{44}) a \quad (4.2.79)$$

として定義されるので, 無次元 roll のピーク値は式(4.2.64)を用いて

$$|\bar{X}_4^{\text{pk}}| = \frac{4f_{X_4}}{3a} \left( \frac{2}{C_w \bar{k}_l^{\text{pk}}} \sin \frac{C_w \bar{k}_l^{\text{pk}}}{2} \right) \bar{k}_w^{\text{pk}} \exp(-k_{\text{pk}} d C_{vp}) \quad (4.2.80)$$

となり、横波を前提に簡略化すると、最大 roll 角[deg]は次式のように近似できる。

$$|X_4^{\text{pk}}| \cong \zeta_a \frac{326}{a \lambda_{\text{pk}}} \text{ [deg] (Proposed, by linear } B_{44}, \text{ in beam sea)} \quad (4.2.81)$$

本式は線形応答であるため波高に比例し、またピーク波長 $\lambda_{\text{pk}}$ に対する傾向も式(4.2.77)とは異なり、反比例する。式(4.2.76)と式(4.2.80)どちらもピーク時の副波面の傾斜角 ( $k_{\text{pk}} B \exp(-k_{\text{pk}} d C_{vp})$ ) によって決定され、これがピーク波長の逆数で近似できる ( $\cong 2\pi B / \lambda_{\text{pk}} \times 0.85$ ) ことから、これが roll 角の最大値を決める支配パラメータであることは確かであろう。

以上の検討で明らかのように、減衰力係数は roll のピーク値に依存する極めて重要なパラメータであり、その船型依存性も検討されるべきである。しかしながら、その正確な推定は難しく、現在でも研究が推し進められている<sup>[86]</sup>ため、本研究では暫定的に実績のある Bertin の $N$ 係数による定義を採用し、 $N$ を未知変数として扱った。流体力成分それぞれに対して算式を作成するというアプローチをとっているため、roll の減衰力係数の簡易推定法が確立した際には、 $B_{44}$ の算式(4.2.72)の差し替えが行われることを想定している。

なお、応答関数の推定式(4.2.67)~(4.2.73)は斜め波においても精度は良好であるが、その場合 Froude-Krylov 力は式(3.3.45)の表現を用いた方が精度は向上する。

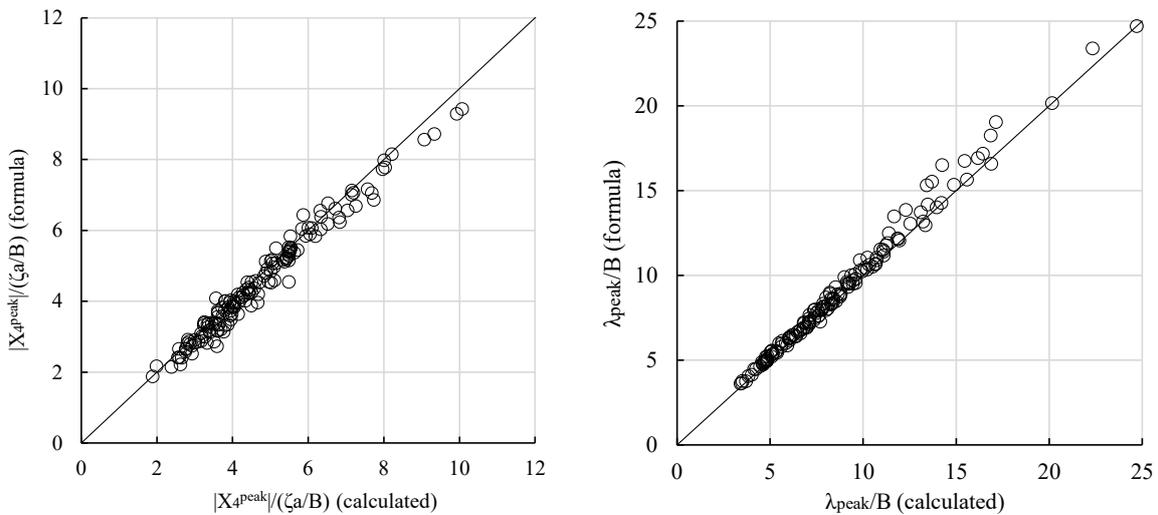


Fig. 4.33 Comparison of peak of roll amplitude and peak wave length in beam sea between proposed formula and numerical calculation for 154 ships. ( $\zeta_a = 1[\text{m}]$ ,  $N = 0.02[1/\text{deg}]$ )

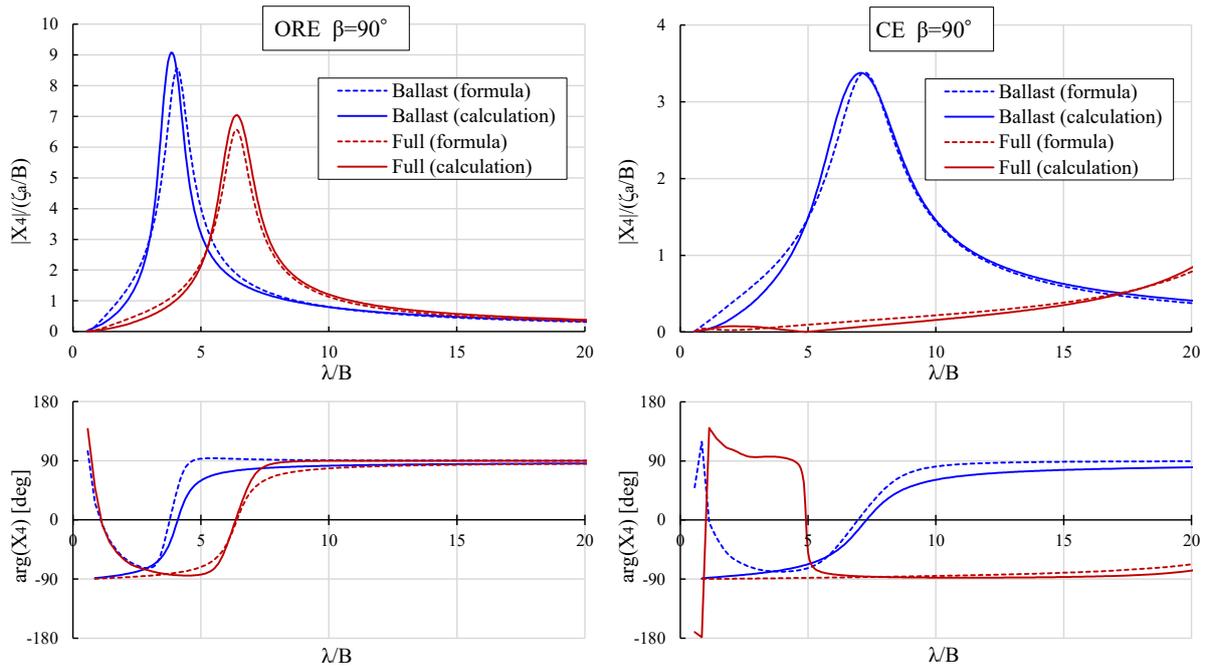


Fig. 4.34 Comparison of roll-RAO of ore carrier (left) and cement carrier (right) in beam sea between proposed formula and numerical calculation. ( $\zeta_a = 1[\text{m}], N = 0.02[1/\text{deg}]$ )

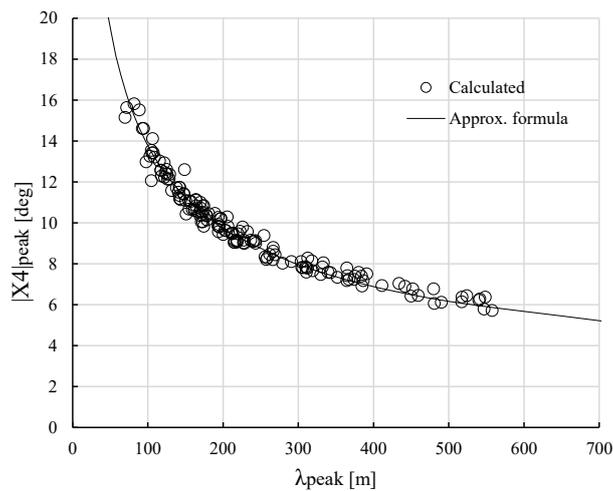


Fig. 4.35 Tendency of peak value of roll amplitude against peak wave length for 154 ships and approximated formula (4.2.77). ( $\zeta_a = 1[\text{m}], N = 0.02[1/\text{deg}]$ )

#### 4.2.4.5 Roll 運動の特性のまとめ

1. Roll に対する yaw の連成影響は比較的小さく、特に横波においては無視できる。
2. Scattering 流体力と sway, yaw 起因の radiation 流体力は相殺する関係にある。この関係を利用し、scattering 流体力と sway 起因の radiation 流体力を無視した田才の 1 自由度 roll モデルの傾向および適用性を詳しく検証したところ、roll のピーク値に関して田才モデルは厳密な 3 自由度モデルとの相関が強く、しかし一律で 20%程度過大な応答を与えることが分かった。田才モデルによって船種や積付状態によらず roll のピーク値の傾向を良く推定できる理由は、必ずしも scattering 流体力と sway の連成影響がキャンセルしているというわけではなく、roll のピーク周波数付近に着目した場合に複

数の要因が関わって結果的に良い推定法となっていることが分かった。

3. 田才モデルをベースに, **roll** の複素数形式の応答関数および **roll** 振幅のピーク値, ピーク周波数の簡易算式を示し, 船種や積付状態によらず良好な精度であることを確認した.
4. 横波中の **roll** のピーク値は, 同調時における副波面の幅方向無次元傾斜角によって支配されることが分かった. 同パラメータはピーク波長の逆数で近似でき, **roll** のピーク値は線形の減衰力を適用した場合はピーク波長に反比例, Bertin の  $N$  係数 (速度の 2 乗に比例する非線形減衰力) を適用した場合はピーク波長の平方根に反比例することが分かった. どちらの場合でも, 横波中の **roll** のピーク値は同調が短波長で生じるほど大きくなる傾向にある. さらに, Bertin の  $N$  係数を用いた場合, 非線形影響によって **roll** のピーク値は波振幅の平方根に反比例することが導かれた.
5. 本研究では, 簡易算式及び数値検証において, Bertin の  $N$  係数による減衰力係数の定義を採用し,  $N$  を未知変数として扱った. 別途  $N$  係数に対する支配パラメータの検討がされるべきであるが, 本研究では検討の対象外とした. 算式の開発では流体力成分それぞれに対して算式を作成するというアプローチをとっているため, **roll** の減衰力係数の簡易推定法が別途確立した際には,  $B_{44}$  の算式の差し替えが行われることを想定している.

### 4.3 垂直曲げモーメントの特性

波浪中ハルガーダ断面力の推定が構造強度の評価においてきわめて重要であることは言うに及ばない. ところが, ハルガーダ断面力は入射波の波形すなわち **diffraction** 流体力に加え, 運動に起因する慣性力や **radiation** 流体力の影響も受けるため, その傾向は複雑である. それゆえ, ハルガーダ断面力を簡易かつ高精度に推定することは波浪中運動とくらべ難しい. 本論文では, ハルガーダ断面力でも特に重要な, 船体中央部の垂直曲げモーメント (以下 **VBM**) について, 単純なケースに限定したうえで理論的検討によるその定性的傾向を示すとともに, 各流体力成分および慣性力成分の間の相殺関係を調べ, 数学船型を用いて **VBM** の船型影響について数値的検討を行う. なお定式化においては, 船体梁に作用する外力分布, すなわちストリップ法的表現に基づいて行う.

付録の A.3 節において示したとおり,  $x = x_0$  の断面における **VBM** は, ストリップ法では次式によって表される.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_5(x_0) &= \mathcal{F}_5^{In}(x_0) + \mathcal{F}_5^g(x_0) + \mathcal{F}_5^{Res}(x_0) + \mathcal{F}_5^{Rad}(x_0) + \mathcal{F}_5^{FK}(x_0) + \mathcal{F}_5^S(x_0) \\ &= - \int_{x_A}^{x_0} (x - x_0) [f_3^{Ex}(x) - \{(i\omega_e)^2 m(x) + \rho g B_w(x) + (i\omega_e)^2 t_{33}^{2D}(x)\} (X_3 - xX_5)] dx \\ &\quad + \frac{U}{i\omega_e} \int_{x_A}^{x_0} t_{33}^{2D}(x) dx (i\omega_e)^2 \left\{ X_3 - \left( x_0 - \frac{U}{i\omega_e} \right) X_5 \right\} - \frac{U}{i\omega_e} \int_{x_A}^{x_0} f_3^{S2D}(x) dx dx \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

ここに  $f_i^{Ex}(x)$  は断面波浪強制力 (=  $f_i^{FK}(x) + f_i^S(x)$ ) である. さらに簡単にするため,  $U = 0$  として移流項を無視し, **VBM** を次のように表す.

$$\mathcal{F}_5(x_0) \cong - \int_{x_A}^{x_0} (x - x_0) \{ f_3^{Ex}(x) - z_{33}(x) (X_3 - xX_5) \} dx \quad (4.3.2)$$

ここに  $z_{33}(x)$  は, 次の単位上下運動に起因する断面  $z, y$  方向外力の係数である.

$$z_{33}(x) = (i\omega_e)^2 m(x) + \rho g B_w(x) + (i\omega_e)^2 t_{33}^{2D}(x) \quad (4.3.3)$$

式(4.3.2)をベースに，VBM の傾向を確認する．

### 4.3.1 各成分間の相殺関係

VBM を構成する成分，すなわち Froude-Krylov 力成分 $\mathcal{F}_5^{FK}$ ，復原力成分 $\mathcal{F}_5^{Res}$ ，慣性力成分 $\mathcal{F}_5^{In}$ ，radiation 流体力成分 $\mathcal{F}_5^{Rad}$ ，scattering 流体力成分 $\mathcal{F}_5^S$ がそれぞれ互いによどのような関係にあるかを数値的検討により調べる．計算条件は，Table 2.2 に示す満載状態の平均船型，船速は $Fn = 0.05$ ，波向きは向い波とする．まず，midship 断面における VBM の応答関数の実部と虚部を Fig. 4.36 に示す．以降，これらを構成する各成分を調べる．

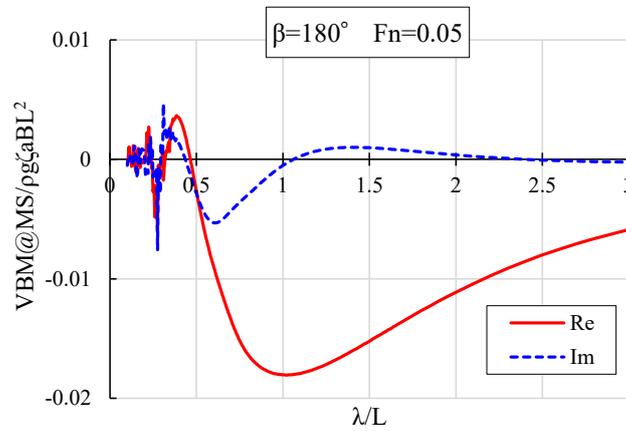


Fig. 4.36 RAO of VBM amidship in head sea in  $Fn=0.05$ , full-loading condition.

前 4.2 節において，波浪中運動は，radiation 流体力と scattering 流体力のキャンセルが生じることで簡潔に表現できることを説明した．付録 C より，長波長では scattering 速度ポテンシャルと radiation 速度ポテンシャルが対応する（式(C.2.3)）ことから両成分は圧力レベルでキャンセルするはずで，したがって断面力の両成分の和も長波長域で 0 になると考えられる．Fig. 4.37 に，VBM の両成分の和 $\mathcal{F}_5^{Rad} + \mathcal{F}_5^S$ をそれぞれ示す．長波長域では 0 に近づいており，両流体力は相殺されることがわかる．しかしながら，Fig. 4.36 に示した元の VBM の応答関数と比べ，ピークをとる波長（ $\lambda/L = 1$ ）付近において両成分の相殺が成り立たず，VBM の推定には radiation/scattering 流体力を無視することは適切ではないことが分かる．

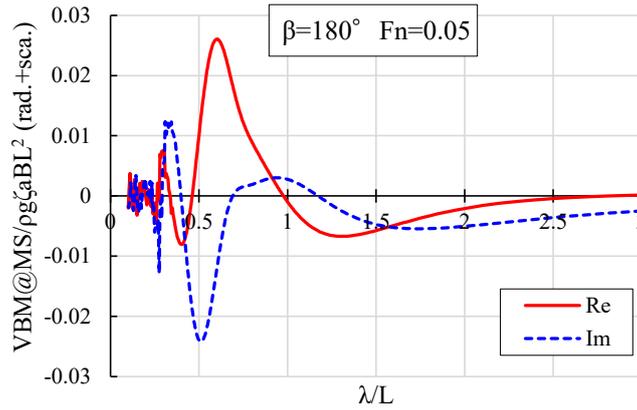


Fig. 4.37 Frequency function of the sum of the radiation and scattering fluid force components of VBM amidship in head sea for full loading condition.

続いて、ハルガーダ断面力を構成する基本的な成分として、Froude-Krylov 力成分 $\mathcal{F}_i^{FK}$ 、復原力成分 $\mathcal{F}_i^{Res}$ 、慣性力成分 $\mathcal{F}_i^{In}$ およびそれらの和の傾向を調べる。VBM のこれらの成分の実部と虚部の値を Fig. 4.38 に示す。Fig. 4.38 より、特に $\mathcal{F}_5^{FK}$ 、 $\mathcal{F}_5^{Res}$ の値は元の VBM の値 (Fig. 4.36 左) より著しく大きく、 $\mathcal{F}_5^{FK}$ が $\mathcal{F}_5^{Res}$ を相殺する関係にあることが分かる。また慣性力 $\mathcal{F}_5^{In}$ も $\mathcal{F}_5^{Res}$ を相殺しているが、これは $z_{33}(x)$ の両成分が逆位相であることから理解できる。 $\mathcal{F}_5^{FK}$ 、 $\mathcal{F}_5^{Res}$ 、 $\mathcal{F}_5^{In}$ の和は、短波長域では元の VBM と大きく異なるが、長波長域ではおおむね一致する。これは先述のとおり、長波長域で radiation/scattering 成分が相殺されるためである。

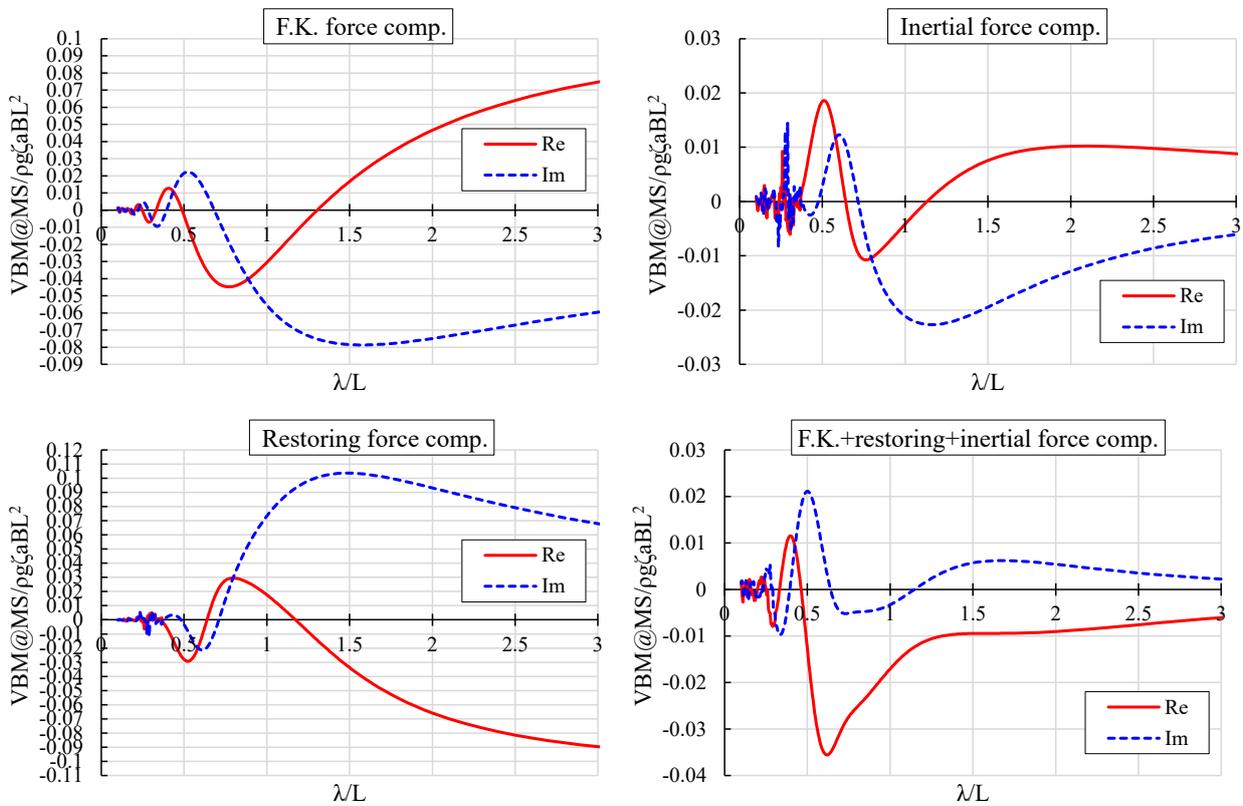


Fig. 4.38 Frequency functions of Froude-Krylov force comp. of VBM (left-top), inertia force comp. of VBM (right-top), restoring force comp. of VBM (left-bottom), and the sum of the three comp. of VBM (right-bottom) amidship, in head sea,  $Fn=0.05$ , full-loading condition.

最後に、波浪強制力成分と、運動に起因する成分とに分けて比較を行う。Fig. 4.39 に、VBM の波浪強制力成分  $\mathcal{F}_5^{FK} + \mathcal{F}_5^S$ 、運動に起因する成分  $\mathcal{F}_5^{Res} + \mathcal{F}_5^{In} + \mathcal{F}_5^{Rad}$  の値をそれぞれ示す。Fig. 4.39 より、両者は各々元の VBM よりも大きな値を持つが、互いに相殺される関係にあり、実部に焦点をあてると  $\lambda/L = 0.7$  付近では波浪強制力成分が大きく、 $\lambda/L = 1$  以上の長波長域では運動起因の成分が大きくなる傾向にあることが分かる。運動起因の成分と波浪強制力成分がキャンセルするという事は、波浪強制力成分は midship において船舶を拘束した場合に midship 断面に生じるハルガーダ断面力であるから、“波浪強制力を受けた船舶は運動することによってハルガーダ断面力を緩和する”と解釈することができる。両成分が相殺する関係にあることはダランベールの原理より理解できる。すなわち運動方程式の定義より、波浪強制力と運動に起因する力を船の全長にわたって積分した場合に両成分の和がゼロになることから、ハルガーダ断面力はその部分的な（船尾～評価断面の）積分値であるため両成分が相殺する関係にあることは明らかである。ただし、特に船速が速い場合には両成分の位相差が変化し、相殺関係にならない場合もあることに注意を要する。

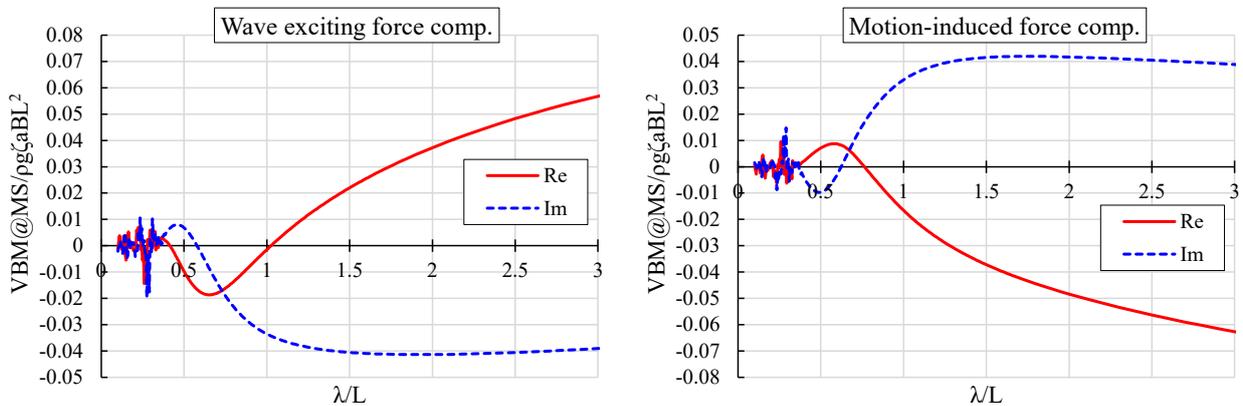


Fig. 4.39 Frequency functions of wave exciting force comp. of VBM (left) and motion-induced force comp. of VBM (right) amidship, in head sea,  $F_n=0.05$ , full-loading condition.

本項の検討で得られた重要なことは、ハルガーダ断面力の各成分間は互いに強く打ち消しあう関係にあるということである。それゆえ、heave に対して行ったように、各流体力成分について近似式を作成し、それを組み合わせて垂直曲げモーメントの推定式を作成するアプローチをとった場合、成分同士が相殺することで各成分の推定誤差が顕在化し、精度を確保することが難しくなると考えられる。簡易推定を行う場合は、相殺される成分同士の扱い方や近似方法の一貫性が重要になるであろう。

#### 4.3.2 船速がゼロかつ長手方向に均一な船体の場合の理論的検討

船速がゼロかつ船体が長手方向に均一な場合、ストリップ法的アプローチに基づけば、VBM の式を簡潔に示すことができる。式(4.3.2)において  $z_{33}(x) = \text{constant}$  とすると、VBM は次のように表せる。

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_5(0) &= - \int_{-L/2}^0 x \{f_3^{Ex}(x) - z_{33}X_3 + xz_{33}X_5\} dx \\
&= \int_{-L/2}^0 -x f_3^{Ex}(x) dx - \frac{\int_{-L/2}^0 -xz_{33} dx}{\int_{-L/2}^0 z_{33} dx} E_3 - \frac{\int_{-L/2}^0 x^2 z_{33} dx}{\int_{-L/2}^0 x^2 z_{33} dx} E_5 \\
&= \int_{-L/2}^0 -x f_3^{Ex}(x) dx - \frac{L}{8} E_3 - \frac{1}{2} E_5
\end{aligned} \tag{4.3.4}$$

ここで重要なのは、式(4.3.4)から運動に起因する成分の影響が見かけ上消えており、波浪外力分布のみによって VBM が決定されていることである。実際には船速がゼロかつ長手方向に均一の場合でも 3 次元影響によって  $z_{33}$  を一定とみなすことはできないが、これを近似的に式(4.3.4)を認めた場合、波浪外力成分に対する支配パラメータがそのまま VBM の支配パラメータになることが予想される。

なお、非均一浮体かつ 3 次元影響を考慮した場合でも、前進速度がゼロかつ前後対称船舶であれば  $\int_{-L/2}^0 x^2 z_{33} dx / \int_{-L/2}^{L/2} x^2 z_{33} dx = 1/2$  は成立するため、pitch に起因する外力成分は midship における VBM に対して（例えば重量分布が変わったとしても）一切影響しないことが分かる。このことから、実際の船舶でも低速であれば、VBM は pitch の影響を受けづらく、船型影響は heave の支配因子が比較的強くあらわれると考えられる。

### 4.3.3 数学船型を用いた船型影響の検討

理論的アプローチによる定式化は難しいため、松井船型を用いて VBM の sensitivity factor を調べることで、支配要因を抽出する。向い波、 $\lambda/L = 1$  における full, ballast 状態の平均船型それぞれについて、midship における VBM の sensitivity factor を Fig. 4.40 に示す。重量分布は、指定の排水量、LCG、縦環動半径を満足するような三次関数で与えた。Sensitivity factor には、 $C_{w2}$  を固定して  $C_w$  のみ変化させた場合の値も示している。Fig. 4.40 より以下のことが分かる。

- 全体的な感度の傾向として、縦運動、特に pitch の sensitivity factor (Fig. 4.14) と逆の関係にあることがわかる。これは 4.3.1 項で述べた通り、波浪強制力を受ける船体梁は、運動によってハルガード断面力を緩和しているためである。
- $C_w$  による変化が最も大きい。  $C_{w2}$  を固定して  $C_w$  を変化させた場合には VBM は殆ど変化していないことが分かる。したがって、midship の VBM に対する支配パラメータは水線面積ではなく、水線面二次モーメントであることが分かる。水線面二次モーメントは波浪強制力の支配パラメータであり、このことは 4.3.2 項の理論的検討と符号する結果である。
- また、 $C_w$  を固定して  $C'_w$  のみ変化させた場合の factor は 4% 程度であり、これは同じ  $C_w$  の船であっても、水線面二次モーメントの違いによって  $\pm 12\%$  ( $= 3\sigma$ ) 程度 VBM のピーク値が変化しうることを意味する。
- $C_w$  の次に感度が強いのは  $C_b$  であるが、 $C_b$  は VBM に対して負の傾向を示している。これは、 $C_b$  の増加によって縦運動は増加し、かつ単位運動あたりの慣性力成分も増加するため、波浪強制力成分を打ち消す方向に影響するためである。
- LCF/L と (LCF - LCG)/L の sensitivity factor に大きな差が見られない。前者は LCF-LCG 間距離を固定して LCF を変化させた場合、後者は LCG を固定して LCF-LCG 間距離すなわち LCF のみを変化させた場合の

結果であるから、このことは、VBM に対して支配的な前後非対称パラメータは $LCG/L$ 、すなわち midship 基準の浮面心前後位置であることを意味する。浮面心は上下方向流体力の分布に影響するパラメータであるため、直感に反しない結果である。

- f) 環動半径 $\kappa_{yy}/L$ の sensitivity factor は full 状態で-3%程度となっており、VBM を減じる傾向が確認できる。これは主に heave 起因の慣性力成分の増加によるもので、4.3.1 項において述べた通り、慣性力成分が VBM の主要成分である復原力成分を相殺する成分にあたるためである。また、ballast 状態の sensitivity factor はほぼゼロとなっている。これは 4.3.2 項において環動半径の VBM への影響が heave に起因する成分が主であることを説明したとおり、 $\lambda/L = 1$ 付近で ballast 状態の船は heave が殆ど生じていないことが原因であると考えられる。

上記 d)の結果は、CSR<sup>[13]</sup>における VBM の算式が $C_b$ に対して増加傾向の式になっていることと矛盾しているが、これは実際の船舶では $C_b$ と $C_w$ の間に強い相関があり、CSR では $C_b$ と $C_w$ を区別していないことが原因である。 $C_w$ を固定した場合は $C_b$ の増加に伴い VBM が減少する傾向にあるが、一般の船舶では $C_b$ に付随して $C_w$ も増加するため、この場合は $C_w$ の影響が強く表れ、結果として $C_b$ に対して VBM は正の傾向を示す。

次に、sensitivity factor の比較的大きな $C_b, C_w, (LCF - LCG)/L$ について、これらが独立に $+\sigma_{p_i}$ だけ増加した場合の midship の VBM の応答関数の変化を Fig. 4.41 に、 $\lambda/L = 1$ における VBM の船長方向分布の変化を Fig. 4.42 に示す。変化後の値は、各パラメータを微小に変化させたときの応答の変化量を $+\sigma_{p_i}$ になるように線形倍した値を元の応答関数に加えている。Fig. 4.41, Fig. 4.42 より、波長、分布ともに、船型パラメータに応じておおむね一様に増減していることが分かる。前後非対称パラメータである $(LCF - LCG)/L$ については、Fig. 4.42 を見ると、LCFが fore 側に移動することで VBM の分布も前方に寄ることがわかる。Fig. 4.42 には $LCG/L$ による変化も記載しており、 $(LCF - LCG)/L$ の結果と殆ど変わらないことから、上記 e) で述べた結論が VBM の分布からも確認できる。

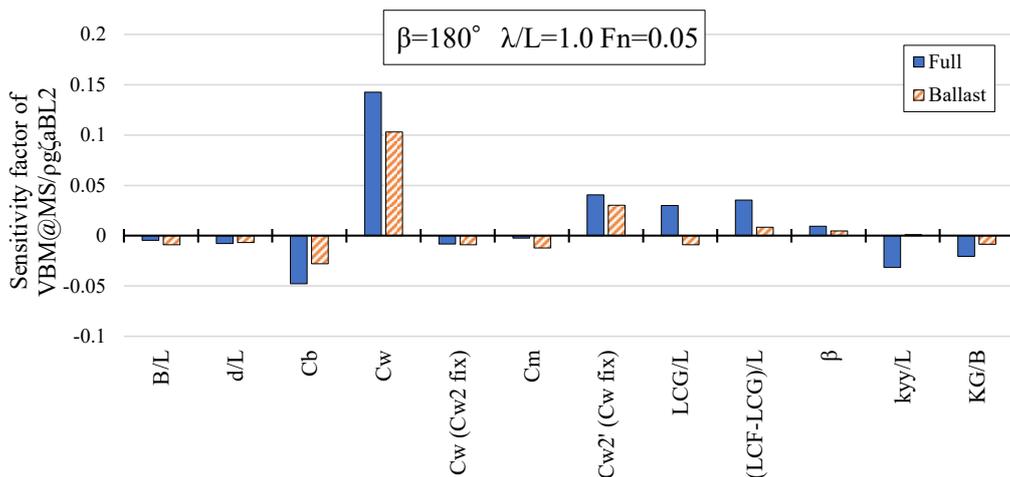


Fig. 4.40 Comparison of the sensitivity factor of VBM amidship in head sea,  $\lambda/L = 1$ .

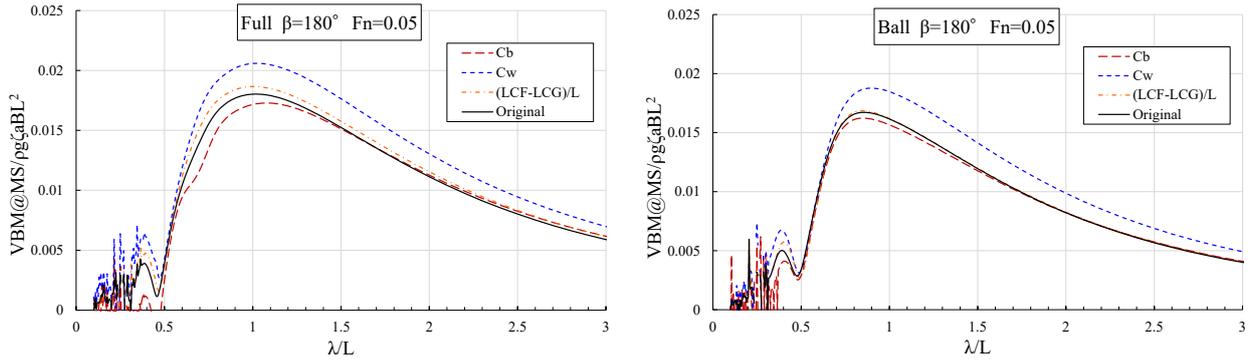


Fig. 4.41 Change of RAO of VBM amidship in full-loading (left) and ballast-loading (right) condition, head sea,  $F_n=0.05$  with changing  $C_b$ ,  $C_w$ ,  $(LCF-LCG)/L$ .

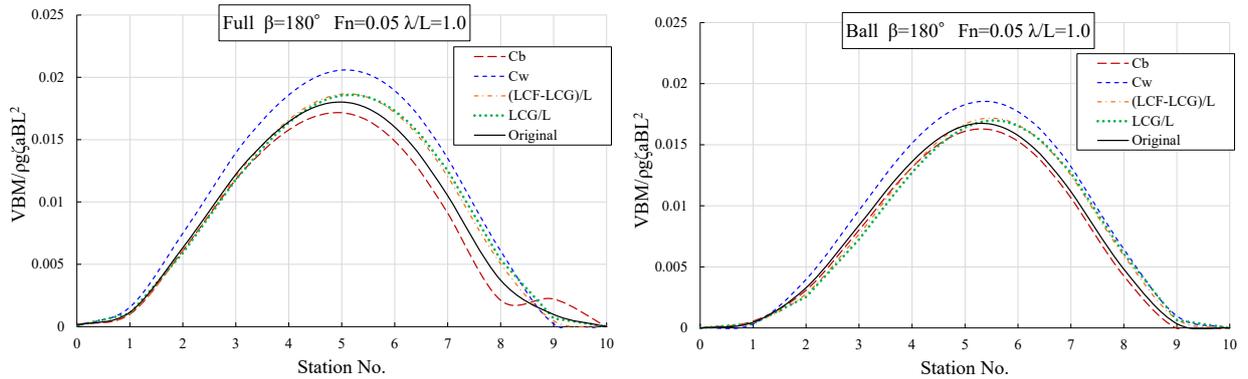


Fig. 4.42 Change of VBM distribution in full-loading (left) and ballast-loading (right) condition, head sea,  $F_n=0.05$ ,  $\lambda/L = 1$  with changing  $C_b$ ,  $C_w$ ,  $(LCF-LCG)/L$ ,  $LCG/L$ .

#### 4.3.4 応答関数のピーク値の簡易推定式

抽出された支配パラメータを用いて、VBMの応答関数のピーク値の簡易算式の作成を試みる。前検討より $C_{w2}$ が最も支配的であることが示唆されたため、Fig. 4.43に、154隻の $F_n = 0.0, 0.1$ かつ向い波におけるVBMの応答関数のピーク値の、水線面二次モーメント係数 $C_{w2}$ に対する傾向を示す。Fig. 4.43より、船速の無い場合のVBMは $C_{w2}$ との相関が強く、 $C_{w2}$ の一次関数 $(0.019C_{w2} + 0.0042)$ でもある程度合理的に推定できることがわかる。一方で、 $F_n = 0.1$ の場合は $C_{w2}$ との相関は確認されるものの強くはなく、他のパラメータが有意に働いていることが確認される。 $F_n = 0.1$ の場合に対する $C_{w2}$ 以外の支配パラメータを調査したところ、heave-pitchの無次元復原力係数 $\bar{C}_{35}$ によって整理されることが確認された。 $\bar{C}_{35}$ は向い波におけるheaveに強く関係するパラメータであるため、VBMのheave起因の成分に影響していると考えられる。ただし、標本に用いた154隻におけるパラメータ間に相関があり、各パラメータの影響が偶然相殺している可能性も考えられ、今後の検討課題としてより透明性の高い考察が望まれる。

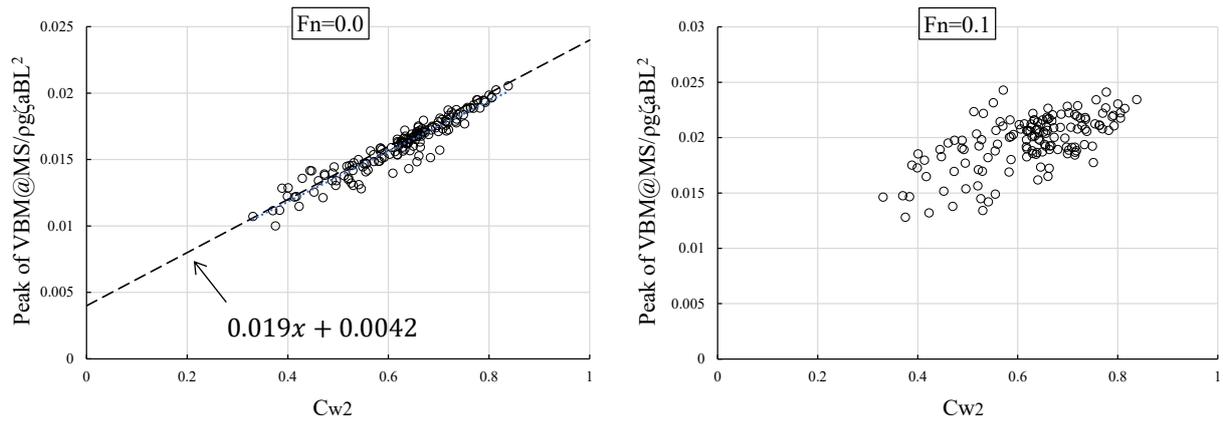


Fig. 4.43 Tendency of the peak value of RAO of VBM  $\bar{F}_5$  in head sea against  $\bar{C}_{55}$  for 154 ships. (left: Fn=0.0, right: Fn=0.1)

以上の検討から得られた支配パラメータを用いて、midshipにおけるVBMの向い波中の応答関数のピーク値の算式が次のように得られた。

$$|\bar{F}_5^{\text{Pk}}(x_M)| = 0.019C_{w2} + \underbrace{0.0072 + 0.011 \frac{\text{LCF}}{L} - 0.011 \frac{\kappa_{yy}}{L}}_{=0.0042} + Fn(0.04 - 0.98\bar{C}_{35}) \quad (\text{Proposed}) \quad (4.3.5)$$

右辺の下線部は0knotにおける精度を向上させるもので、=0.0042と置いてもFig. 4.43左にみられるとおり著しく精度が低下するわけではない。本推定式(4.3.5)の精度確認として、154隻に対する0knotおよび5knotのVBMの計算値と推定値をFig. 4.44に示す。速度影響も含め、一定の合理性を有する式であることが確認できる。

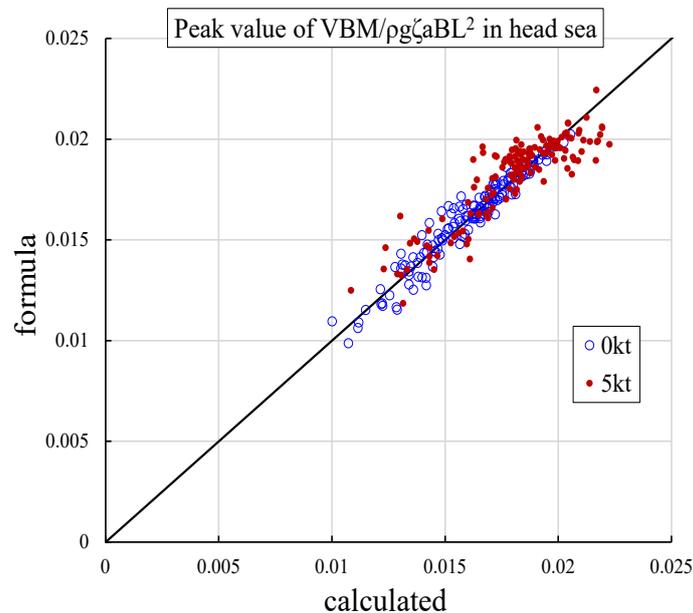


Fig. 4.44 Comparison of peak value of RAO of non-dimensional VBM in head sea between approximated formulae and calculated value for 154 actual ships.

### 4.3.5 垂直曲げモーメントのまとめ

1. 垂直曲げモーメントは各流体力成分、慣性力成分で分解したとき、互いに強く打ち消しあう関係にある。特に、波浪強制力成分と運動に起因する成分が相殺する関係にあり、このことは、(少なくとも低速域では)“波浪強制力を受ける船体梁は、運動によってハルガーダ断面力が緩和される”と解釈することができる。事実、VBM と縦運動に対する船型パラメータの感度は逆の傾向にあることが確認された。
2. Radiation/scattering 流体力成分は長波長域ではきれいに相殺するが、 $\lambda/L = 1$  付近の重要な波長域では相殺されず、これらの成分を無視することはできない。
3. VBM の各流体力成分の簡易算式を組み合わせて応答関数の式をベースに VBM を推定する場合、成分間の相殺によって各成分の推定誤差が顕著に表れるため、簡易推定法として有効なアプローチではない。
4. 0knot かつ船長方向に均一の浮体に対する VBM は、ストリップ法の定式化に基づけば、波浪強制力分布のみによって決定される。また、船長方向に不均一かつ 3 次元影響を考慮した場合でも、0knot かつ前後対称船であれば、pitch の変化は VBM に対して一切影響しない。したがって実際の船舶でも、低速域では VBM の変化に対する運動の変化の影響は小さく、特に pitch の変化に伴う VBM の変化は小さいことが示唆された。(Pitch に起因する VBM 成分自体は大きいですが、断面の単位上下運動起因の外力係数 $z_{33}(x)$ の変化による pitch の変化と、単位 pitch 運動に起因する VBM 成分の変化がキャンセルされる関係にある。)
5. 数学船型を用いた感度解析により、無次元 VBM に対して最も支配的なパラメータは水線面二次モーメント係数 $C_{w2}(\cong 12\bar{C}_{55})$ であることが分かった。 $C_w$ と $C_{w2}$ には一般に強い相関があるためにこれまでは $C_w$ の影響が強いと考えられてきたが、 $C_{w2}$ を固定させて水線面積係数 $C_w$ を変化させたときの VBM に変化が殆どみられなかったことから、 $C_w$ ではなく $C_{w2}$ が支配パラメータであることが明らかになった。
6. VBM に対する二次的な因子として $C_b, LCF/L, \kappa_{yy}/L$ が影響を持つことが確認された。LCF/Lの影響は、同パラメータの変化に伴う水線幅分布の変化に応じて、VBM の船長方向分布が変化することが確認された。 $C_b$ については縦運動と正の相関があり、また環動半径 $\kappa_{yy}/L$ も運動起因の慣性力成分を増加させるため、これらのパラメータは増加によって VBM を減じる方向に作用することが確認された。
7. 向い波中の VBM の応答関数のピーク値の傾向を調べたところ、0knot のケースでは水線面二次モーメントによっておおむね決定されることが分かった。また、ピーク値に対する船速影響についてはFnに加え、heave-pitch 連成の無次元復原力係数 $\bar{C}_{35}$ によって整理されることが確認された。 $\bar{C}_{35}$ が heave に影響するためと考えられるが、当結果は数値的検討によって得たものであり、速度影響のより明確な理由付けについては将来の課題としたい。得られた一連の結果を用いて、向い波中の VBM の応答関数のピーク値の簡易推定式を示した。

## 4.4 結言

本章では、5knot を想定した低速で航行する場合の surge, pitch, heave, roll 運動および垂直曲げモーメントの応答関数について、応答関数の理論式に基づく検討および数学船型を用いた数値的検討を行い、各

応答に対して支配パラメータの抽出および簡易推定式の開発を行った。得られた主要な結果を以下に述べる。

波浪中応答の簡易推定のための第1段階として、まずは応答関数の理論式をベースに、無視できる成分について確認した。具体的には、他の運動の連成項等の寄与度の確認と、船体運動が入射波に一致する場合に radiation 流体力と scattering 流体力が相殺するという関係を踏まえ、両流体力成分を無視可能かどうかの確認を行った。応答毎に、以下のような結果が得られた。

#### ◆ Surge

Heave 起因の radiation 流体力は殆ど影響せず、かつ surge 起因の radiation 流体力成分も比較的小さく無視し得る。また、scattering 流体力と pitch 起因の radiation 流体力の相殺が成立する。これより、慣性力および Froude-Krylov 力のみを用いた surge の推定が可能である。これについてはすでによく知られた事実であり、ストリップ法でもこの近似が取り入れられた計算法が存在する。

#### ◆ Pitch

Surge, heave との連成影響は大きくない。また長波長域において、surge, heave, pitch 起因の radiation 流体力係数と scattering 流体力係数は互いに相殺する関係にあるが、この関係は 5knot だと  $\lambda/L = 1$  付近でも成立することが確認された。したがって、低速における pitch の応答関数のピーク値は、慣性力、Froude-Krylov 力および復原力のみを考慮した応答関数でも一定の精度で推定できる。

#### ◆ Heave

向い波中の heave は、surge との連成影響は無視できるが、pitch の連成影響は大きく受け、また radiation/scattering 流体力の相殺関係も非長波長域 ( $\lambda/L < 2$  程度) では成り立たない。このため surge, pitch のような応答関数の簡略化はできず、各項を考慮する必要がある。一方で横波中では pitch は生じないため heave が 2 次元的な現象になり、応答関数は比較的簡単に表すことができる。ただし、横波中でも heave が大きくなるのは  $\lambda/B = 3\sim 5$  程度の短波長であり、その波長域では radiation/scattering 流体力成分の相殺は成り立たない。

#### ◆ Roll

Scattering 流体力と sway, yaw 起因の radiation 流体力は相殺する関係にある。これより、波浪強制力を Froude-Krylov 力に置き換えた 1 自由度モデルによって roll を推定することができる。このことは、田才による 1 自由度モデルとしてよく知られている。本研究ではこの相殺関係について踏み込んだ検証をおこない、必ずしも scattering 流体力と sway の連成影響がキャンセルしているというわけではなく、roll のピーク周波数付近に着目した場合に複数の要因が相殺しあって結果的に田才モデルが良い推定法となっていることが分かった。

#### ◆ 垂直曲げモーメント

VBM を構成する各成分は互いに相殺する傾向にあるものの、 $\lambda/L = 1$  付近では完全に相殺する関係の成分は無く、いずれの成分も無視することはできない。特に VBM の heave, pitch 運動に起因する成分が波浪強制力成分を打ち消す傾向にあり、したがって、運動が大きいほど VBM が小さくなる傾向にあることが確認された。また、前進速度が 0 かつ長手方向に均一な浮体に対する理論的検討によって、VBM は波浪強制力分布が主要で、次いで heave に起因する成分の変化による影響が強いとの示唆を得た。

以上によって簡易化された応答関数に 3 章で示した流体力成分の算式を適用することで、各波浪中応答の支配パラメータおよび簡易算式を示し、かつ数学船型を用いて各船型パラメータの感度を数値的に検証

した。その結果、応答毎に次の結果を得た。

#### ◆ Surge

Surge の応答関数の簡易推定式を示し、それより支配パラータ  $C_p, dC_m/L$  が抽出された。さらに、これらを用いて surge 加速度のピーク値の簡易算式を示し、船種・波条件に依らずおおむね良好な推定式であることを確認した。

#### ◆ Pitch

Pitch の応答関数の簡易推定式を示し、それより支配パラータ  $\kappa_{yy}/\kappa_{yyy}, dC_{vp}/L, C_w$  が抽出された。ここに、 $\kappa_{yyy}$  は水線面回転半径である。パラメータの抽出の過程では、上述した応答関数の簡易化に加えて、pitch の Froude-Krylov 力を復原力係数  $C_{55}$  を用いて表現したことがポイントである。これらを用いた pitch の応答関数およびそのピーク値の簡易算式を示し、船種・波条件に依らずおおむね良好な推定式であることを確認した。ただし、船速が速く、pitch のピーク波長付近に同調波長が近づくケースでは提案式は適用範囲外になると考えられる。

#### ◆ Heave

Pitch の連成影響を考慮した、向い波中の heave の応答関数の簡易推定式を示した。しかしながら、応答関数において無視できる成分が少ないことから、他の運動に比べ煩雑で、やや推定精度が低い結果となった。ただし、heave の基準点を重心ではなく浮面心にとった場合、0knot では pitch の影響を受けない 1 自由度モデルで近似できることから、適切に基準点を選択することで heave を簡潔に表現できる可能性について示した。一方で、横波中の heave については応答関数の簡易推定式を示し、それより支配パラメータ  $dC_{vp}^2/B$  が抽出された。さらに、これらを用いて横波中の heave のピーク値およびピーク波長の簡易算式を示し、船種・波条件に依らずおおむね良好な推定式であることを確認した。

#### ◆ Roll

田才の 1 自由度モデルを基に応答関数の簡易推定式を示し、それより roll のピークに対する支配パラメータが“同調時の入射波の副波面の幅方向傾斜角”であることを示した。パラメータの抽出の過程では、pitch と同様、roll の Froude-Krylov 力を復原力係数  $C_{44}$  を用いて表現したことがポイントである。本研究では roll の減衰力係数  $B_{44}$  に Bertin の  $N$  係数による定義を採用し、 $N$  を未知変数として扱った。加えて、線形の減減係数を用いた場合の roll の簡易推定式についても示した。Bertin の  $N$  係数を用いた場合、非線形影響によって無次元 roll のピーク値は波振幅の平方根に反比例することが導かれた。 $B_{44}$  の簡易推定法が確立した際には、 $B_{44}$  の算式の差し替えが行われることを想定している。

#### ◆ 垂直曲げモーメント

VBM は各成分間のキャンセルや構成要素の多さから、波浪中運動のように応答関数を基に実用的な簡易推定式を開発することは難しいと考えられる。そこで、数学船型を用いた感度解析により、無次元 VBM に対して最も支配的なパラメータは水線面二次モーメント係数  $C_{w2} (\cong 12\bar{C}_{55})$  であることを示した。 $C_w$  と  $C_{w2}$  には一般に強い相関があるためにこれまでは  $C_w$  の影響が強いと考えられてきたが、 $C_{w2}$  を固定させて水線面積係数  $C_w$  を変化させたときの VBM に変化が殆どみられなかったことから、 $C_w$  ではなく  $C_{w2}$  が支配パラメータであることが明らかになった。 $C_b, LCF/L, \kappa_{yy}/L$  が二次的に影響することが確認され、それぞれの感度は縦運動と逆の傾向になることが確認された。得られた一連の結果を用いて、向い波中の VBM の応答関数のピーク値の簡易推定式を示した。船速影響については heave に対する支配因子である heave-pitch 連成の無次元復原力係数  $\bar{C}_{35}$  によって整理されることが確認されたが、より明確な理由付けについては将来の課題としたい。

## 第5章 波浪荷重の長期予測値に対する船型影響と簡易推定式の開発

### 5.1 緒言

構造設計における強度評価で想定される波浪荷重は、船舶がその生涯のうちに遭遇する最も厳しいであろう状態、すなわち $10^8$ ( $\cong 25$ 年/8秒)回受ける波浪のうち最も大きな波浪荷重(以降 $10^8$ レベル、あるいは長期予測値と呼ぶ)が用いられる。本章では、前章で得た応答関数に対する支配パラメータを踏まえ、 $10^8$ レベルの波浪荷重に対する船型影響およびスケール影響について検討し、支配パラメータの抽出や簡易算式の開発の上、簡易算式の検討に関する指針の提言を行う。

$10^8$ レベルの波浪荷重は想定される最大荷重であるので、構造強度評価、特に降伏や座屈強度評価において適用される。現行の船級規則では、線形の長期予測法に基づく $10^8$ レベルの波浪荷重の簡易算式が規定され、非線形影響(操船影響等を含む)は係数によって陽的に、あるいは想定波高などの中で陰的に考慮されている。中型以上のばら積み船およびタンカーを対象としたCSR<sup>[13]</sup>では、線形の長期予測をベースに大波高中の非線形性を簡易的に考慮することのできる等価設計規則波(EDW: Equivalent Design Wave)による方法<sup>[87, 88]</sup>が採用されており、波浪状態が明確にされている点で透明性が比較的高い。CSR以外では、CSRの縦強度基準の元となる統一規則UR-S11と、コンテナ船を対象として高精度化された統一規則UR-S11Aが存在する。UR-S11は、秋田らにより32隻の長期予測値計算に基づき定められたハルガード断面力の線形の簡易算式<sup>[89, 90]</sup>がベースとなっており、それに非線形影響としてsaggingモーメントとhoggingモーメントの差が考慮されたことは当時としては先進的であった<sup>[91]</sup>。比較的近年(2016年)に制定されたUR-S11Aは、コンテナ船すなわち瘦せ型船に対するVBMの支配パラメータが明らかにされ、線形応答の算式に $C_w$ が考慮されている上に、バウフレア形状を考慮した非線形影響係数も明確に与えられている<sup>[22]</sup>。

以上のように、波浪荷重の波高に対する非線形性は荒天中を想定する構造設計において重要であるが、非線形応答と線形応答には一定の相関があり、実用上は線形応答をベースとした係数等による付加的な考慮が可能とされ、広く採用されている。そのため、本論文で船型影響を調べる長期予測値は線形重ね合わせに基づく $10^8$ レベルの波浪荷重とし、非線形影響に対する船型影響については対象外とする。

本章において $10^8$ レベルの波浪荷重の支配因子を検討する上で、規則波中の応答と不規則波中の応答に一定の相関があるとの考えのもと、規則波中の応答と長期予測値との関係性に焦点をあてたアプローチをとる。具体的には、まず最悪海象中の短期応答から長期予測値を推定する簡易法の考え方を活用し、規則波中の最大応答と長期予測値とがどのように対応するかを検討する。その上で、前章で得た応答関数に対する支配パラメータに加え、波スペクトルや遭遇海象を考慮することによるスケール依存の新たな支配パラメータを導出し、長期予測値に対する支配的なパラメータとその影響度や傾向を明らかにする。扱う応答は、前章と同様 surge, heave, pitch, roll, VBM とするが、surge, heave については運動振幅ではなく、波浪荷重として構造解析に用いられる慣性力、すなわち加速度を扱う。

## 5.2 長期予測の計算法

本章では、福田による船型の長期予測計算法<sup>[92]</sup>に基づき最悪海象や長期予測値を計算する。以下に、その具体的な計算法を説明する。

線形重ね合せの理論に基づくと、波向き $\beta$ における単位波振幅あたりの応答関数 $A(\omega, \beta)/\zeta_a$ が与えられている場合、ゼロクロス波周期が $T_z$ の波スペクトル $\Phi_{\zeta\zeta}(\omega, T_z)$ で表される短期海象中の応答スペクトルは次式によって表される。

$$\frac{\Phi_{aa}(\omega, T_z, \beta)}{H_s^2} = \frac{\Phi_{\zeta\zeta}(\omega, T_z)}{H_s^2} \left[ \frac{A(\omega, \beta)}{\zeta_a} \right]^2 \quad (5.2.1)$$

以上の応答スペクトルによって、長波頂不規則波中における単位有義波高あたりの応答の標準偏差 $\bar{R}_L(T_z, \beta)(= R_L(T_z, \beta)/H_s)$ は次式によって求められる。

$$\{\bar{R}_L(T_z, \beta)\}^2 = \int_0^\infty \frac{\Phi_{aa}(\omega, T_z, \beta)}{H_s^2} d\omega \quad (5.2.2)$$

一方で、平均波向き $\chi$ における短波頂不規則波中の単位有義波高あたりの応答の標準偏差 $\bar{R}_S(T_z, \chi)(= R_S(T_z, \chi, H_s)/H_s)$ は、波スペクトルの方向分布関数 $D(\beta)$ を用いて次式によって求められる。

$$\{\bar{R}_S(T_z, \chi)\}^2 = \int_{-\pi}^\pi \int_0^\infty \frac{\Phi_{aa}(\omega, T_z, \chi + \beta)}{H_s^2} D(\beta) d\omega d\beta = \int_{-\pi}^\pi \{\bar{R}_L(T_z, \beta)\}^2 D(\beta) d\beta \quad (5.2.3)$$

線形重ね合わせが成り立つとし、かつ応答スペクトル狭帯域の性質を持つ場合、応答の極大値の確率密度関数はレイリー分布に従うと考えると差し支えない。このとき、短期海象中の応答の極大値が任意の値 $A_1$ を超過する確率 $q_{A>A_1}(T_z, \chi, H_s)$ は次式によって求められる。

$$q_{A>A_1}(T_z, \chi, H_s) = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left\{ \frac{A_1}{H_s \bar{R}_S(T_z, \chi)} \right\}^2 \right] \quad (5.2.4)$$

以上の短期海象中の超過確率が得られると、海象の有義波高 $H_s$ とゼロクロス波周期 $T_z$ 毎の長期の発現頻度 $p(H_s, T_z)$ が与えられている場合、応答が $A_1$ を超過する長期の累積確率を次式によって求めることができる。

$$Q_{A>A_1}(\chi) = \int_0^\infty \int_0^\infty q_{A>A_1}(T_z, \chi, H_s) p(H_s, T_z) dH_s dT_z \quad (5.2.5)$$

以上は、波の主方向に対して一定の針路 $\chi$ を保って航海している場合の応答の長期超過確率である。全ての針路が一様な確率で生じると仮定したときの長期超過確率 $\bar{Q}_{A>A_1}$ は、次式によって計算される。

$$\bar{Q}_{A>A_1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi Q_{A>A_1}(\chi) d\chi \quad (5.2.6)$$

求めるべき長期予測値はこの長期超過確率が $\bar{Q}_{A>A_1} = 10^{-8}$ になるような応答の閾値 $A_1$ であり、それを $A|_{Q=10^{-8}}$ と表すことにする。

本研究では IACS Rec. No. 34<sup>[93]</sup>に基づき、次の波スペクトル $\Phi_{\zeta\zeta}(T_z, \omega)$ 及び分布関数 $D(\beta)$ を用いる。

$$\Phi_{\zeta\zeta}(T_z, \omega) = \frac{H_s^2}{4\pi} \left( \frac{2\pi}{T_z} \right)^4 \omega^{-5} \exp \left\{ -\frac{1}{\pi} \left( \frac{2\pi}{T_z} \right)^4 \omega^{-4} \right\} \quad (5.2.7)$$

$$D(\beta) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \beta \quad (|\beta| \leq \frac{\pi}{2}) \quad (5.2.8)$$

また、波スペクトルのピーク周期 $T_p$ は、 $\partial\Phi_{\zeta\zeta}(T_z, \omega)/\partial\omega = 0$ から得られるピーク周波数 $\omega_p$ より $T_p = 2\pi/\omega_p$ と定義すると、次式のように表される。

$$T_p = \frac{T_z}{0.71} \quad (5.2.9)$$

加えて本研究では、波浪発現頻度表 $p(H_s, T_z)$ は、Fig. 5.1 に示す北大西洋の波浪発現頻度表を用いている。

また、以降用いる統計解析に関する用語の説明を Table 5.1 に示す。

Hs/Tz	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	SUM
0.5	0	0	1.3	133.7	865.6	1186	634.2	186.3	36.9	5.6	0.7	0.1	0	0	0	0	0	0	3050.4
1.5	0	0	0	29.3	986	4976	7738	5569.7	2375.7	703.5	160.7	30.5	5.1	0.8	0.1	0	0	0	22575
2.5	0	0	0	2.2	197.5	2158.8	6230	7449.5	4860.4	2066	644.5	160.2	33.7	6.3	1.1	0.2	0	0	23810
3.5	0	0	0	0.2	34.9	695.5	3226.5	5675	5099.1	2838	1114.1	337.7	84.3	18.2	3.5	0.6	0.1	0	19128
4.5	0	0	0	0	6	196.1	1354.3	3288.5	3857.5	2685.5	1275.2	455.1	130.9	31.9	6.9	1.3	0.2	0	13289
5.5	0	0	0	0	1	51	498.4	1602.9	2372.7	2008.3	1126	463.6	150.9	41	9.7	2.1	0.4	0.1	8328.1
6.5	0	0	0	0	0.2	12.6	167	690.3	1257.9	1268.6	825.9	386.8	140.8	42.2	10.9	2.5	0.5	0.1	4806.3
7.5	0	0	0	0	0	3	52.1	270.1	594.4	703.2	524.9	276.7	111.7	36.7	10.2	2.5	0.6	0.1	2586.2
8.5	0	0	0	0	0	0.7	15.4	97.9	255.9	350.6	296.9	174.6	77.6	27.7	8.4	2.2	0.5	0.1	1308.5
9.5	0	0	0	0	0	0.2	4.3	33.2	101.9	159.9	152.2	99.2	48.3	18.7	6.1	1.7	0.4	0.1	626.2
10.5	0	0	0	0	0	0	1.2	10.7	37.9	67.5	71.7	51.5	27.3	11.4	4	1.2	0.3	0.1	284.8
11.5	0	0	0	0	0	0	0.3	3.3	13.3	26.6	31.4	24.7	14.2	6.4	2.4	0.7	0.2	0.1	123.6
12.5	0	0	0	0	0	0	0.1	1	4.4	9.9	12.8	11	6.8	3.3	1.3	0.4	0.1	0	51.1
13.5	0	0	0	0	0	0	0	0.3	1.4	3.5	5	4.6	3.1	1.6	0.7	0.2	0.1	0	20.5
14.5	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	1.2	1.8	1.8	1.3	0.7	0.3	0.1	0	0	7.7
15.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.6	0.7	0.5	0.3	0.1	0.1	0	0	2.8
16.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0	0	0	0.9
SUM	0	0	1.3	165.4	2091.2	9279.9	19922	24879	20870	12898	6244.6	2479	836.7	247.3	65.8	15.8	3.4	0.7	100000

Fig. 5.1 Probability of sea-states in the North Atrantic by IACS Rec. 34.

Table 5.1 Explanation of the terms with respect to statistical analysis.

用語	意味
短期・長期	短期：1つの波スペクトルで表現できるとされる期間。10 <sup>3</sup> 回分の波とする。 長期：船舶の生涯期間で、約25年。10 <sup>8</sup> 回分の波に相当。
10 <sup>-n</sup> レベルの応答	$\bar{Q}_{A>A_1} = 10^{-n}$ を満たすような応答の閾値 $A_1$ で、10 <sup>-n</sup> 最大期待値。 $A _{Q=10^{-n}}$ と表す。 特に $n = 8$ の場合、これを長期予測値と呼んでいる。
広義の同調 (Broad sense of resonance)	応答関数のピーク周波数と波スペクトルのピーク周波数が一致すること。広義の同調を生じさせるような波スペクトルのゼロクロス波周期を $T_{zBSR}$ と表す。
最悪(短期)海象	閾値 $A_1$ が10 <sup>-8</sup> 最大期待値のときの超過確率密度 ( $q_{A>A_1}(T_z, \chi) \times p(H_s, T_z)$ ) が最大値をとる短期海象 $H_s, T_z, \chi$ と定義する <sup>[94]</sup> 。これに対し、広義の同調を生じる海象 $T_z, \chi, H_s$ ( $H_s$ は与えられた $T_z$ において発生しうる最大の有義波高)を最悪海象と呼ぶこともある <sup>[95, 96]</sup> が、本研究では上述したものを正式な定義とし、広義の同調による定義は最悪海象を近似的に決定する手法として位置付ける。

### 5.3 長期予測値の応答関数との対応関係

本節では、長期予測値に対する支配パラメータを抽出する準備として、長期予測値と応答関数の最大値との対応について検討する。そのためにまず、長期予測値 $A|_{Q=10^{-8}}$ と単位波振幅あたりの応答関数の最大値 $A_{pk}/\zeta_a$ との比として、波高に相当する次の量を定義する。

$$H_{wLTP} := 2 \frac{A|_{Q=10^{-8}}}{A_{pk}/\zeta_a} \quad (5.3.1)$$

右辺の係数2は波振幅を波高に変換する係数である。 $H_{wLTP}$ は25年のうち応答が最大になるときの波高と解釈することができ、ここでは“等価最大波高”と呼ぶことにする。等価最大波高 $H_{wLTP}$ は重見らの研究およびCSRにおける等価設計波の波高に相当するものである<sup>[88]</sup>。 $H_{wLTP}$ は応答関数を長期予測値に変換する線形システムとみなすこともでき、この $H_{wLTP}$ がどのような成分で構成され、またそれがどのようなパラメータに依存するかを本節で検討する。 $H_{wLTP}$ の傾向が明らかになれば、長期予測値は $H_{wLTP}$ および前章で得た応答関数の支配パラメータから推定することができる。

等価最大波高 $H_{wLTP}$ を構成する要素の検討には、長期予測値の近似計算法が有用な手がかりとなる。上述したように、長期予測は本来あらゆる海象下における短期応答を計算する必要があるが、「 $10^{-8}$ レベルといった極めて大きな応答を生じるような海面状態は、ある1つの海象（すなわち最悪海象）下において発生する」と考えることで、長期予測値を最悪海象下の短期応答から近似的に推定することができ<sup>[95-98]</sup>、これが応答関数と長期予測値とを対応づける道筋になる。本節ではこの近似手法に基づき、応答関数の最大値を用いた長期予測値の表示式を導出するとともに、種々の近似による誤差の影響および傾向について検証する。

#### 5.3.1 近似計算法の基本的な考え方

篠本らは、応答関数のピーク値およびその波条件が与えられたときに、応答の長期予測値を算式によって簡易に推定する方法を提案している<sup>[99]</sup>。そこでは、単位有義波高あたりの長波頂・短波頂不規則波における標準偏差、最悪海象の波周期・有義波高といった長期予測計算におけるステップごとの推定式が示されており、その簡略化においては、真能や河邊らの研究に裏付けられた次の考えを基礎にしている<sup>[95-98]</sup>。

- I)  $10^{-8}$ レベルの応答の超過確率密度はある1つの短期海象、すなわち最悪海象の寄与が殆どであり、 $10^{-8}$ レベルの応答の推定にはその最悪海象下の短期応答のみによって近似できる。したがって、 $10^{-8}$ レベルの応答を最悪短期海象における最大応答（最悪海象下でN回の波を受ける場合は $1/N$ レベルの応答）によって近似できる。
- II) 応答関数のピークと波スペクトルのピークが重なる海象において広義の同調が生じ、さらにその波条件が最悪海象の波条件に対応すると考えられる。したがって、最悪海象の波周期と平均波向きは、応答関数のピークの波周期と波向きによって近似できる。
- III) 最悪海象の有義波高は、与えられた波周期において発生しうる最大の有義波高と定義できる。発生しうる最大の有義波高は波浪発現頻度表の小数点の桁数に依存するが、発現確率が $10^{-5}$ となる有義波高とすると良いとされる<sup>[95]</sup>（すなわちFig. 5.1の値が1となる海象を最悪海象と考える）。

以上に加えて篠本らは、次の仮定を設けている。

- IV) 応答関数のピーク値と、最悪海象中の単位有義波高あたりの標準偏差には相関がある。したがって、

両者は係数で対応付けることができる。

これらの仮定について、注意すべきことを以下に示す。

- A) 上記 I), II), IV) の考え方は、いずれも応答スペクトルが狭帯域の場合を前提にしたものであり、そうでない応答、例えば heave やピークを 2 箇所以上持つ応答などに対しては注意が必要である。
- B) 上記 I) については、応答スペクトルが狭帯域であっても、波浪発現頻度自体が波周期・有義波高に対して広がりをもつため、最悪短期海象中の短期応答のみから推定する手法は（最悪海象以外の海象における応答を全てゼロとみなす近似であるから）長期予測値を過小評価する傾向にある。この場合、寄与率が第 2 位、第 3 位の海象も考慮することで精度は向上する<sup>[98]</sup>。また、最悪海象中の波向きは短期応答が最大となる方向に固定するのが一般的であるが、この近似については長期予測値を過大に見積もる傾向にある。
- C) 上記 II) に関しては一見尤もな近似のようであるが、実際には波浪発現頻度が波周期に応じて異なる最大有義波高をとるために両者は一致しない。例えば 5.5s 付近で応答関数のピーク値をとる場合、そのときの最大有義波高は Fig. 5.1 より 5.5m しかなく、実際の最悪海象はより有義波高が高く周期の長い 8.5s 付近でとることが多い。この例から分かるように、応答関数のピーク周期と最悪海象の波周期の差はスケール依存性があるため、両者の対応には有次元の補正を与える必要がある<sup>[99]</sup>。
- D) 上記 IV) に関しては、標準偏差は応答スペクトルの面積の平方根であるため、標準偏差を表現するにはピーク値に加えて応答スペクトルの裾野の広がり情報も必要になる。したがって、IV) の係数については各応答に対して個別に検討する必要がある。篠本らは heave 加速度と pitch に対してそれぞれ係数を示しており、その係数には船型パラメータである水線面積 $A_w$ が含まれている<sup>[99]</sup>。

### 5.3.2 長期予測値の近似式と近似誤差の傾向の確認

本研究でも上述した I)~IV) の近似に基づき、応答関数のピーク値、波長船長比がそれぞれ $A_{pk}, \lambda_{pk}/L$ として与えられたときの  $10^{-8}$  レベルの応答の算式を導く。なお応答関数のピークの波向きについては、 $A_{pk}$  にその情報が含まれているため陽には表れない。導出の過程では I)~IV) の各近似に対する修正係数を定義し、それらの傾向を確認する。

本節では数値計算による検証を行っている。数値計算では、full, ballast の平均船型 (Table 2.2)  $\times 19$  スケール ( $L=50, 75, 100, \dots, 500\text{m}$ ) の計 38 隻の数学船型について、heave, roll, pitch 運動と surge, heave, sway, yaw 加速度および軸力を除くハルガード断面力の応答関数を計算し、それぞれ長期予測計算を実施している。

#### 5.3.2.1 長期予測値と最悪海象中の最大応答の対応

まず、上記 I) の近似の定式化および検証を行う。今、最悪海象 (MSS: Most Severe Sea-state) のゼロクロス波周期、平均波向き、有義波高をそれぞれ $T_{zMSS}, \chi_{MSS}, H_{sMSS}$ 、またそのときの単位有義波高あたりの応答の標準偏差を $\bar{R}_{sMSS}$ と表す。また、最悪海象の発現頻度 $p(H_{sMSS}, T_{zMSS})$ を用いて、最悪海象下で船舶が受ける波の回数は $N_{MSS} = 10^8 \times p(H_{sMSS}, T_{zMSS})$ と表せる。さて、上記 I) の近似は、応答の長期予測値 $A|_{Q=10^{-8}}$ を最悪海象中の最大期待値、すなわち $1/N_{MSS}$ 最大期待値に近似するものであるから、レイリー分布の超過確率 $\exp(-(A/H_{sMSS}\bar{R}_{sMSS})^2/2) = 1/N_{MSS}$ を $A$ について解くことで、 $A|_{Q=10^{-8}}$ を次のように表現でき

る。

$$A|_{Q=10^{-8}} \cong \sqrt{2 \ln N_{MSS}} H_{sMSS} \bar{R}_{sMSS} \quad (5.3.2)$$

式(5.3.2)の検証のため、上記の計 38 隻の数学船型の各応答について最悪海象および長期予測を計算し、式(5.3.2)の両辺の比 (右辺/左辺) をとってまとめたものを Fig. 5.2 に示す。Fig. 5.2 より、両辺の比は応答、船型に依らず 1 に近い値をとっており、1)の近似の妥当性が確かめられる。式(5.3.2)は上記 C)にのべた通り最悪海象以外の海象の寄与を無視した近似であるから、Fig. 5.2 の値は基本的に 1 より小さく寄与率が最悪海象に集中している応答ほど 1 に近づく。ただし、最悪海象の波向きを全方向の平均ではなく  $\chi_{MSS}$  に固定しているため 1 を超過することもある。

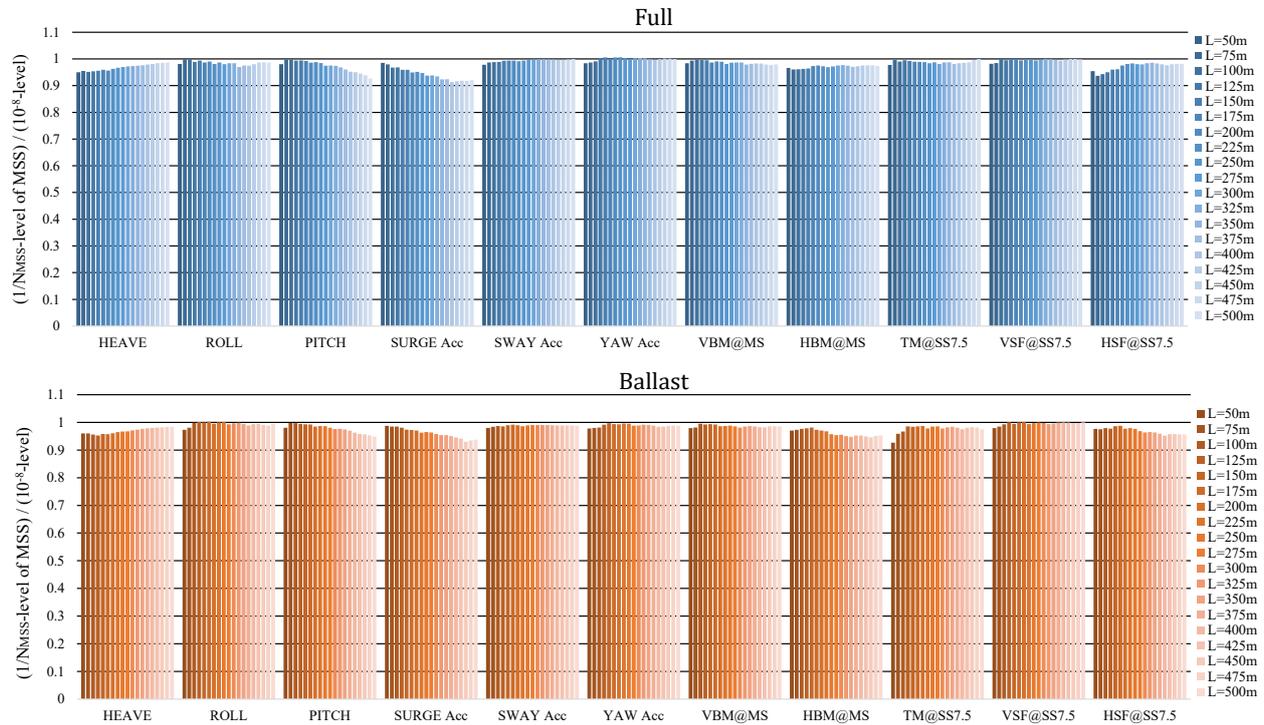


Fig. 5.2 Ratio of the ship response in waves of  $10^{-8}$ -level and  $1/N_{MSS}$ -level in the most severe sea-state for the 38 ships (full/ballast  $\times 19$  scales).

式(5.3.2)の  $N_{MSS}$  は変数であるが、上記 III) に基づく「最悪海象は  $10^{-5}$  の確率で遭遇する」といった仮定をおけば、 $p(H_{sMSS}, T_{zMSS}) = 10^{-5}$  より  $N_{MSS} = 1000$  と固定することができる。その場合、 $H_{sMSS}$  は発現確率が  $10^{-5}$  となるような最大有義波高に設定されるべきである。篠本らは、北大西洋の波浪発現頻度表 Fig. 5.1 に対し、発現確率が  $10^{-5}$  となるような最悪海象の有義波高の近似式を次の二次関数で定めている<sup>[99]</sup>。

$$H_{sMSS}^{(p=10^{-5})} \cong -0.21T_{zMSS}^2 + 5.07T_{zMSS} - 15.7 \quad (5.3.3)$$

この関係式を Fig. 5.1 の波浪発現頻度表上に表示したものを Fig. 5.3 に示す。Fig. 5.3 では  $0 < p(H_s, T_z) < 10^{-5}$  のセルを黄色く強調しており、式(5.3.3)は  $p(H_s, T_z) = 10^{-5}$  の等値線のよい近似式であることが分かる。式(5.3.3)を用いれば発現確率が  $10^{-5}$  となるような最悪海象の有義波高  $H_{sMSS}$  は最悪海象の波周期  $T_{zMSS}$  を用いて表せるため、III) に基づく応答の長期予測値は次のように近似できる。

$$A|_{Q=10^{-8}} \cong \sqrt{2 \ln 1000} \bar{R}_{sMSS} H_{sMSS}^{(p=10^{-5})} \quad (5.3.4)$$

式(5.3.4)の検証のため、両辺の比をとったものを Fig. 5.4 に示す。一部、 $T_{zMSS} \geq 13.5s$ となる長周期の応答（本計算では 400m 以上の船舶の roll や surge 加速度が該当した）でやや過小評価を与えることが確認されるが、式(5.3.4)は応答によらず一定の精度を有している。精度の向上には適宜式(5.3.3)の長周期に対して修正すればよいと考えられる。また、別の波浪発現頻度表を用いる場合、式(5.3.3)は再定義する必要がある。

Hs/Tz	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	SUM
0.5	0	0	1.3	133.7	865.6	1186	634.2	186.3	36.9	5.6	0.7	0.1	0	0	0	0	0	0	3050.4
1.5	0	0	0	29.3	986	4976	7738	5569.7	2375.7	703.5	160.7	30.5	5.1	0.8	0.1	0	0	0	22575
2.5	0	0	0	2.2	197.5	2158.8	6230	7449.5	4860.4	2066	644.5	160.2	33.7	6.3	1.1	0.2	0	0	23810
3.5	0	0	0	0.2	34.9	695.5	3226.5	5675	5099.1	2838	1114.1	337.7	84.3	18.2	3.5	0.6	0.1	0	19128
4.5	0	0	0	0	6	196.1	1354.3	3288.5	3857.5	2685.5	1275.2	455.1	130.9	31.9	6.9	1.3	0.2	0	13289
5.5	0	0	0	0	1	51	498.4	1602.9	2372.7	2008.3	1126	463.6	150.9	41	9.7	2.1	0.4	0.1	8328.1
6.5	0	0	0	0	0.2	12.6	167	690.3	1257.9	1268.6	825.9	386.8	140.8	42.2	10.9	2.5	0.5	0.1	4806.3
7.5	0	0	0	0	0	3	52.1	270.1	594.4	703.2	524.9	276.7	111.7	36.7	10.2	2.5	0.6	0.1	2586.2
8.5	0	0	0	0	0	0.7	15.4	97.9	255.9	350.6	296.9	174.6	77.6	27.7	8.4	2.2	0.5	0.1	1308.5
9.5	0	0	0	0	0	0.2	4.3	33.2	101.9	159.9	152.2	99.2	48.3	18.7	6.1	1.7	0.4	0.1	626.2
10.5	0	0	0	0	0	0	1.2	10.7	37.9	67.5	71.7	51.5	27.3	11.4	4	1.2	0.3	0.1	284.8
11.5	0	0	0	0	0	0	0.3	3.3	13.3	26.6	31.4	24.7	14.2	6.4	2.4	0.7	0.2	0.1	123.6
12.5	0	0	0	0	0	0	0.1	1	4.4	9.9	12.8	11	6.8	3.3	1.3	0.4	0.1	0	51.1
13.5	0	0	0	0	0	0	0	0.3	1.4	3.5	5	4.6	3.1	1.6	0.7	0.2	0.1	0	20.5
14.5	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	1.2	1.8	1.8	1.3	0.7	0.3	0.1	0	0	7.7
15.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.6	0.7	0.5	0.3	0.1	0.1	0	0	2.8
16.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0	0	0	0.9
SUM	0	0	1.3	165.4	2091.2	9279.9	19922	24879	20870	12898	6244.6	2479	836.7	247.3	65.8	15.8	3.4	0.7	10000

Fig. 5.3 Probability of sea-states in the North Atlantic by IACS Rec. 34 and the approximated curve which satisfies  $p(H_s, T_z) = 10^{-5}$  (solid line).

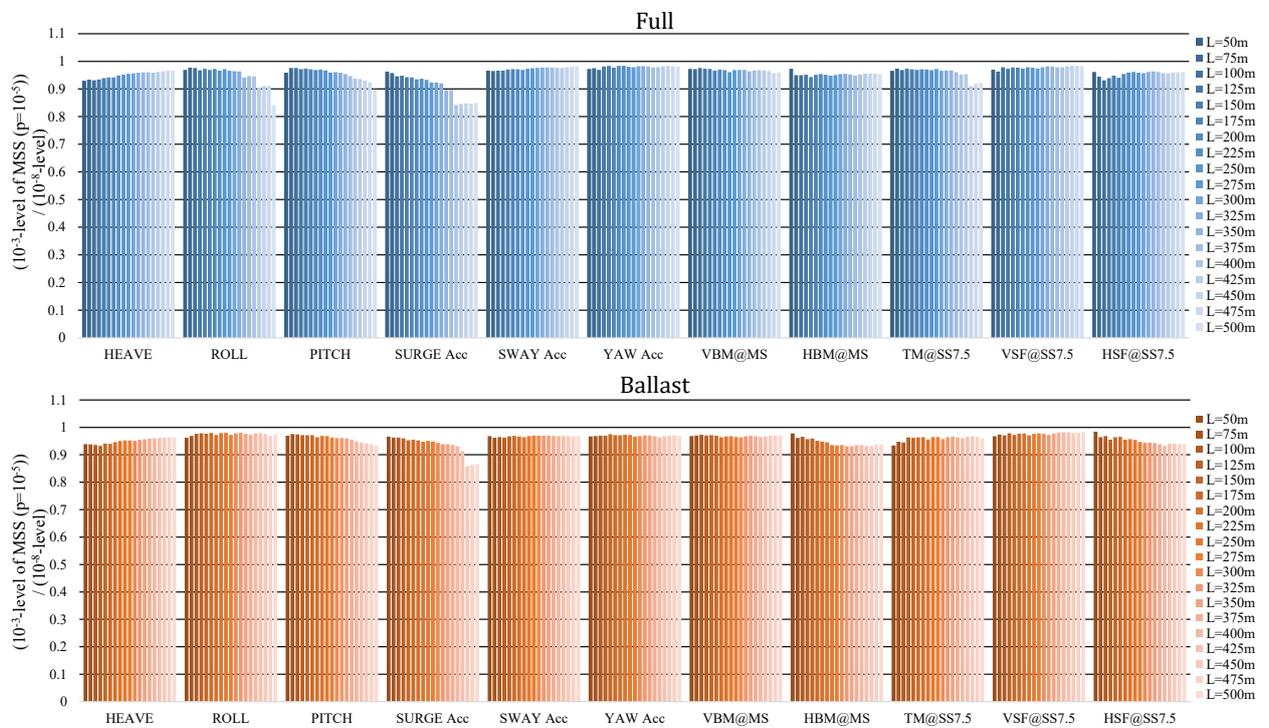


Fig. 5.4 Ratio of the ship response in waves of  $10^{-8}$ -level and  $10^{-3}$ -level in the most severe sea-state of which probability of occurrence is  $10^{-5}$  for the 38 ships (full/ballast  $\times$  19 scales).

### 5.3.2.2 最悪海象の波周期

上記Ⅱ)の考えに基づき、応答関数のピーク波長 $\lambda_{pk}$ から最悪海象のゼロクロス波周期 $T_{zMSS}$ を定める。 $T_{zMSS}$ を推定する必要があるのは、式(5.3.3)に示す通りとおりの最悪海象の有義波高と密接に関係しているからであり、後述するように、これが長期予測値のスケール依存性に直結してくる。

上記Ⅱ)の「最悪海象の波周期 $T_{zMSS}$ は、応答関数のピーク周波数に波スペクトル $\Phi_{\zeta\zeta}(T_z, \omega)$ のピーク周波数が一致するような（広義の同調：Broad Sense of Resonanceが生じる）波周期 $T_{zBSR}$ に対応する」という記述に基づくと、 $T_{zMSS}$ は次のように定められる。

$$T_{zMSS} = C_T T_{zBSR} \quad \text{where, } T_{zBSR} := 0.71\sqrt{2\pi\lambda_{pk}/g} = 0.57\sqrt{\lambda_{pk}} \quad (5.3.5)$$

ここに、 $T_{zBSR}$ の右辺の係数0.71は、式(5.2.9)に表れる波スペクトルのピーク周期とゼロクロス波周期とを対応づける係数である。Ⅱ)の仮定によると $T_{zMSS} = T_{zBSR}$ であるが、実際には上記C)に述べた影響によって差異が生じるため、それを修正する無次元係数 $C_T$ を設けている。応答関数のピーク周期が短いほど大きな補正が必要と考えられるので、 $C_T$ は $T_{zBSR}$ との相関が強いことが予想される。そこで、 $C_T$ の $T_{zBSR}$ に対する傾向を調べるため38隻の数学船型の各応答の $C_T (= T_{zMSS}/T_{zBSR})$ を計算し、 $T_{zBSR}$ によって整理した図をFig. 5.5に示す。ここでの $T_{zMSS}$ は、式(5.3.2)に準ずる正しい定義の最悪海象の波周期とする。Fig. 5.5には $C_T$ の近似曲線

$$C_T \cong 6.0/T_{zBSR} + 0.55 \quad (5.3.6)$$

も示しており、また特徴的な応答の例としてheaveおよびheave加速度の $C_T$ を強調させている。Fig. 5.5より、 $C_T$ と $T_{zBSR}$ には確かに相関がみられ、全体的に式(5.3.6)の傾向に従うことが確かめられるが、heaveに関しては式(5.3.6)の曲線から外れている。この理由は、上記A)にて注意喚起したとおり、heaveが狭帯域に該当しない応答であるためである。Fig. 5.6上図にheave、下図にheave加速度の応答関数および標準偏差の例を等高線で示す。Fig. 5.6から、heaveは横波において比較的短波長から長波長にかけて波振幅に一致するため、応答関数が狭帯域にはなっておらず、一方でheaveの加速度については長波長域で減衰することで、狭帯域の応答となっていることが分かる。実際、heave加速度はFig. 5.5にみられる通り、式(5.3.6)の傾向に従っている。このように、 $C_T$ はピーク周期以外にも応答関数の形状にも依存するが、heaveのような特殊な応答を除くと、おおむね $C_T$ は $T_{zBSR}$ によって決定されると考えてよいであろう。

以上の検討から、 $T_{zMSS}$ と $T_{zBSR}$ はおおむね1対1に対応する関係にあると言える。最悪海象の有義波高 $H_{sMSS}$ は式(5.3.3)より $T_{zMSS}$ と密接に関係していることを踏まえると、この事実から得られる重要な結論は、最悪海象の有義波高 $H_{sMSS}$ は $T_{zBSR}$ すなわち応答関数のピーク波長 $\lambda_{pk}$ によっておおよそ決定されるということである。

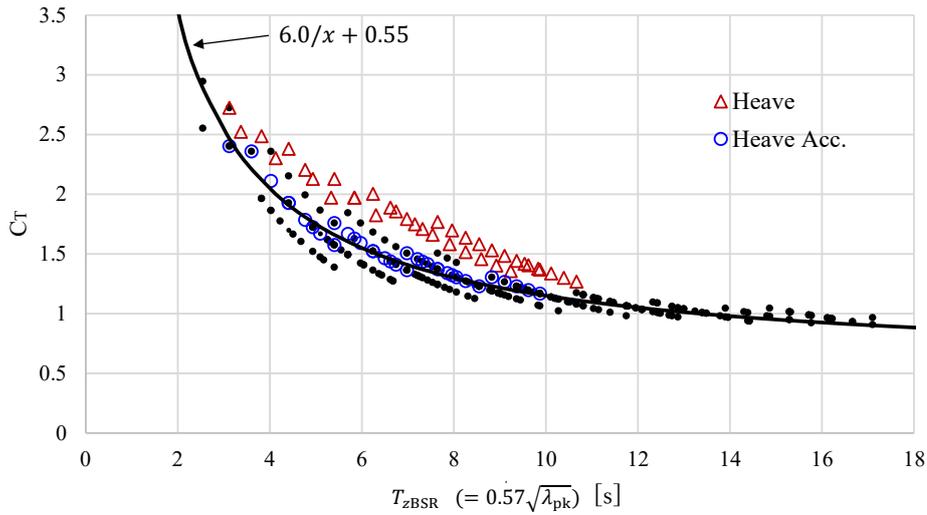


Fig. 5.5 Tendency of  $C_T$  against  $T_{zBSR}$  and approximated curve.

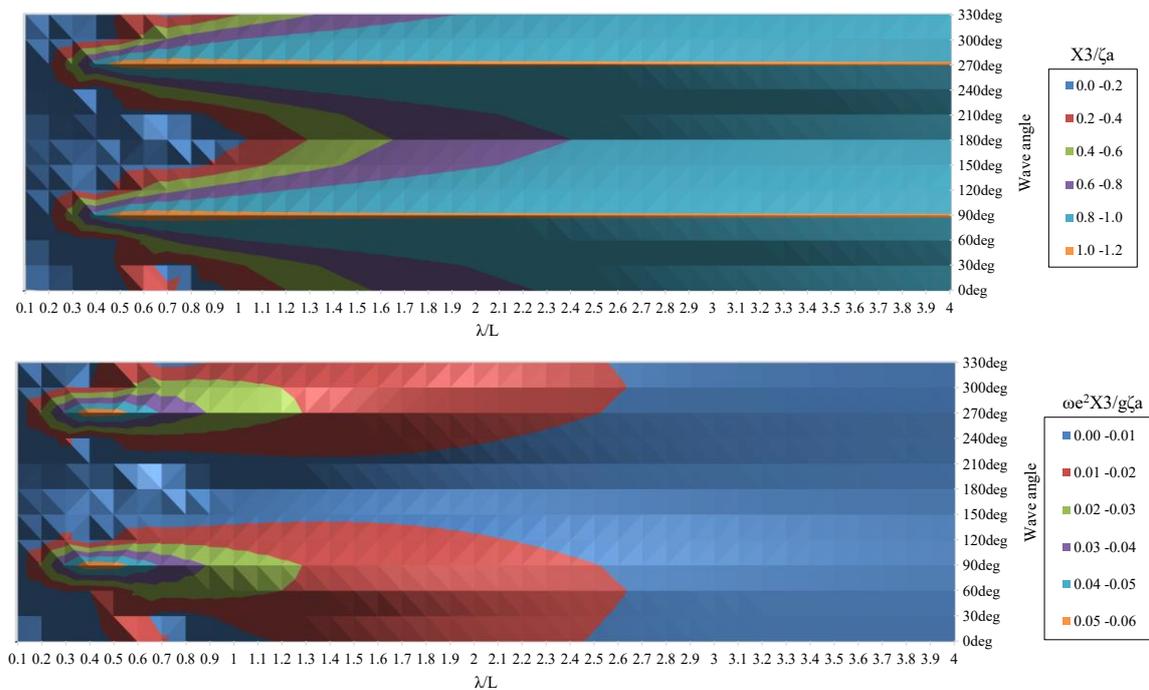


Fig. 5.6 Examples of the RAO of heave (above) and heave acceleration (below).

### 5.3.2.3 応答関数のピーク値と長期予測値との対応

上記IV)の考えに基づき、「最悪短期海象中の単位有義波高あたりの標準偏差は応答関数のピーク値に係数を乗じた式で表せる」と考える。ここでは単位有義波高あたりの標準偏差 $\bar{R}_{SMSS}$ と単位波高あたりの応答関数のピーク値 $A_{pk}/2\zeta_a$ を対応付ける無次元係数を $C_A$ と定義して、次のように表す。

$$\bar{R}_{SMSS} = C_A \frac{A_{pk}}{2\zeta_a} \quad (5.3.7)$$

係数 $C_A$ は応答関数の形状，特にピーク付近の尖り方の強さ（以下，これを尖度と呼ぶ）に依存するため，無次元の船型パラメータが影響すると考えられる．また $C_A$ は最悪海象の波スペクトルによっても変化するであろうから， $T_{zBSR}$ および $\lambda_{pk}$ といったスケール依存のパラメータにも影響されると考えられる． $C_A$ は応答の種類によって傾向が異なるためここでは数値的検証は行わず，後 5.4 節にて各応答の等価最大波高 $H_{wLTP}$ の傾向を直接検討することにする．

### 5.3.3 等価最大波高の構成要素と主要な因子

以上の検討によって得られた結果から，式(5.3.7)を式(5.3.4)に代入すれば，長期予測値は応答関数の最大値 $A_{pk}/\zeta_a$ を用いて次のように表すことができる．

$$A|_{Q=10^{-8}} = \sqrt{2 \ln 1000} H_{sMSS}^{(p=10^{-5})} C_A \frac{A_{pk}}{2\zeta_a} \quad (5.3.8)$$

これより本節冒頭で述べた等価最大波高 $H_{wLTP}$ は次のように表せる．

$$H_{wLTP} \left( := 2 \frac{A|_{Q=10^{-8}}}{A_{pk}/\zeta_a} \right) = \sqrt{2 \ln 1000} H_{sMSS}^{(p=10^{-5})} C_A \quad (5.3.9)$$

右辺の $H_{sMSS}^{(p=10^{-5})}$ は最悪海象の有義波高で，狭帯域の応答に対しては広義の同調波周期 $T_{zBSR}$ によって近似できる量である．また，右辺の無次元係数 $C_A$ は最悪海象中の標準偏差と応答関数の最大値の比で，主に応答関数の形状を決める無次元船型パラメータによって定まり， $T_{zBSR}$ にも幾分依存する量である．右辺の $H_{sMSS}^{(p=10^{-5})}$ ， $C_A$ それぞれの傾向を調べることで段階的な現象の理解が可能になるが，どちらも $T_{zBSR}$ に依存するため算式としては冗長になる．したがって，本研究ではこれらをまとめて扱うことにし，以降は応答毎に $H_{wLTP}$ の支配パラメータおよび傾向を検討する．

2 船型×19 スケールの計 38 船型の縦応答系と横応答系それぞれに対して長期予測値 $A|_{Q=10^{-8}}$ と応答関数の最大値 $A_{pk}$ を計算し，これらより算出した等価最大波高 $H_{wLTP}$ の傾向をまとめたものを Fig. 5.7 と Fig. 5.8 に示す．図より， $H_{wLTP}$ はおおむね $T_{zBSR} = 11s$ 付近で最大となっており，また各応答それぞれについて着目すると $T_{zBSR}$ によってある程度整理されていることが確認できる．これは，用いた波浪発現頻度表の最大有義波高が式(5.3.3)および Fig. 5.3 にみられるとおり，11s付近で最大となるためである．また，応答の種類によって $H_{wLTP}$ の値の大きさが異なっているのは主に $C_A$ の値の影響で，roll のように尖った応答関数ほど $C_A$ は小さくなる．ところが heave の $H_{wLTP}$ を見ると，短い周期で最大をとり，また full と ballast 状態で値が大きく異なっている．これは，heave の応答関数のピーク値の大小は横波の短波長近傍のみにしか影響せず，応答関数のピーク値と応答関数全体との相関が弱いためである．しかしながら heave を除けば，(heave 加速度を含め)  $H_{wLTP}$ のスケール依存性は $T_{zBSR}$ によって整理できると予想される．

なお，応答関数のピーク値をとるときに，どの波向きにするかについては注意が必要になる．というのも，応答によってはピークをとる波向きが船型や船速によって異なるためである．例えば pitch は低速では斜め向かい波で最大となるが，フルード数が高くなると向い波で最大となる．しかしながら，長期予測値の支配パラメータを考えるにあたっては，長期予測値と相関の強い主要な波向きの応答のみ考えればよく，条件に応じた波向きの変化を考慮することは要因分析を複雑化するだけである．したがって，本研究では応答の種類ごとに波向きを固定して考えることにする．

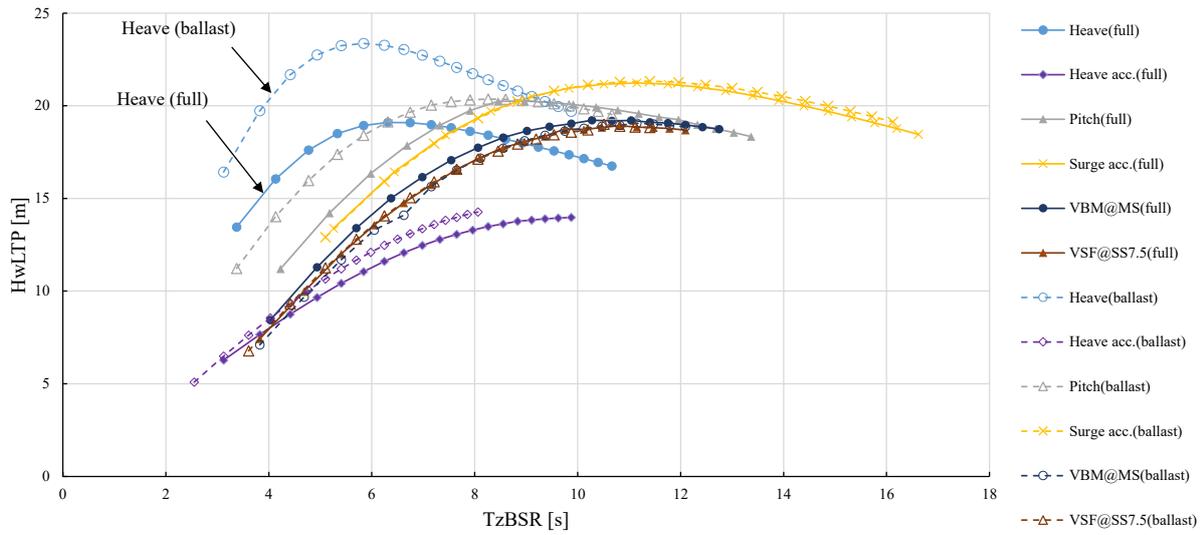


Fig. 5.7 Tendency of equivalent maximum wave height  $H_{wLTP}$  against  $T_{zBSR}$  for the vertical responses for the 38 ships (full/ballast  $\times 19$  scales).

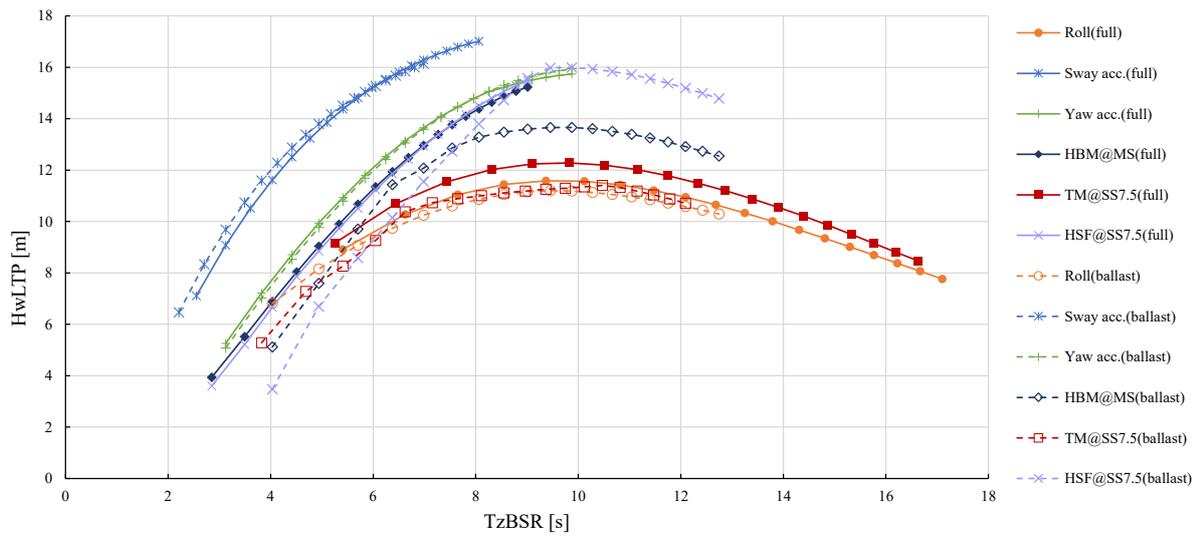


Fig. 5.8 Tendency of  $H_{wLTP}$  against  $T_{zBSR}$  for the lateral responses for the 38 ships (full/ballast  $\times 19$  scales).

## 5.4 長期予測値に対する船型影響

本節では、各波浪中応答の長期予測に対する無次元船型パラメータ影響およびスケール影響について検討する。前節で示した長期予測値の簡易推定法の考えに基づき応答関数と長期予測値とを対応づけることで、前4章で抽出された応答関数の支配パラメータが長期予測値に対してどのように影響するかの検討を行う。

本節では船体構造強度評価を行う上で必要な波浪荷重として、surge 加速度、heave 加速度、pitch 角、roll 角、midship における VBM および HBM を検討の対象とする。各応答について、まず前 5.3 節で得た結論を踏まえ、最大等価波高 $H_{wLTP}$ が広義の同調時のゼロクロス波周期 $T_{zBSR}$ によって整理されるかどうかを調べる。その後、応答毎に $H_{wLTP}$ の支配パラメータ、長期予測値と応答関数との相関について検討し、支配パラメータを明らかにする。

検証に用いる船舶は前 2.6 節に示した 77 隻×満載・バラスト状態の計 154 隻の松井船型をベースとするが、無次元の船型影響とスケール影響とを区別するため、適宜 $L$ や $B$ が特定の値になるように 154 隻をスケールさせた船型も用いる。なお松井船型の重量分布は、指定の排水量、LCG、縦環動半径を満足するような三次関数で与える。

### 5.4.1 Surge 加速度

本項では、前後方向の慣性力に影響する surge 加速度の長期予測値の傾向を調べる。Fig. 5.9 に surge 加速度の応答関数の典型的な例を示す。Fig. 5.9 にみられるように、surge 加速度の応答関数は向い波中の比較的長波長域においてなだらかに最大をとる。

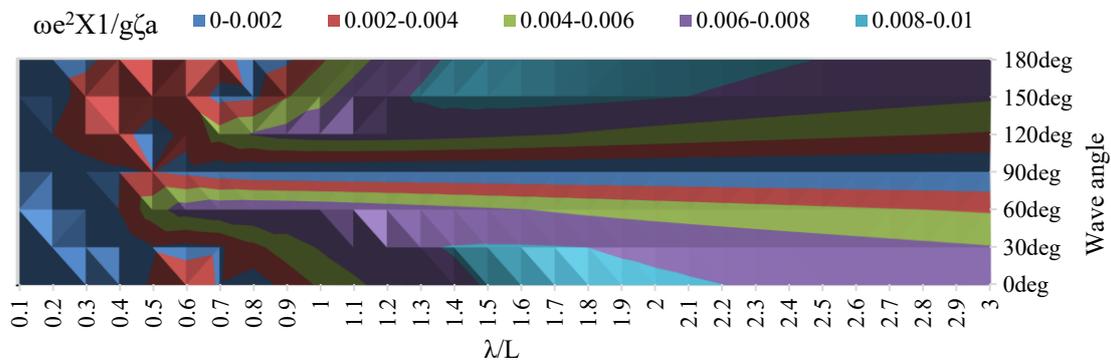


Fig. 5.9 RAO of surge acceleration [G] in  $F_n = 0.052$ , full loading condition.

まず前 5.3 節で得た結論を踏まえ、最大等価波高 $H_{wLTP}$ の広義の同調時のゼロクロス波周期 $T_{zBSR}$ に対する傾向について調べる。154 隻について surge 加速度の向い波における応答関数のピーク値 $|\ddot{X}_1^{pk}|/\zeta_a$ 、ピーク波長 $\lambda_{pk}/L$ および長期予測値 $\ddot{X}_1|_{Q=10^{-8}}$ を計算し、これらから $T_{zBSR}$ と $H_{wLTP}$ を算出した。得られた $T_{zBSR}$ に対する $H_{wLTP}$ の傾向を Fig. 5.10 に示す。Fig. 5.10 より、最大等価波高 $H_{wLTP}$ は船型によらず $T_{zBSR}$ の二次関数でよく近似できることが分かる。これが成り立つ裏付けとして、Fig. 5.11 に 154 隻の向い波における無次元応答関数 $|\ddot{X}_1|$ と、その縦軸と横軸をピーク値およびピーク波長で正規化した図を示す。Fig. 5.11 より surge 加速度は次の性質を有していることが分かる。

(\*尖度不変性\*) 応答関数の尖り具合が船型に依らず同じ

この性質が成り立つことは, surge 加速度の  $C_A$  が船型パラメータに依存しないことを意味しており, したがって  $H_{wBSR}(= \sqrt{2 \ln 1000} H_{SMSS}^{(p=10^{-5})} C_A)$  は  $T_{zBSR}$  のみに依存することが理解できる.

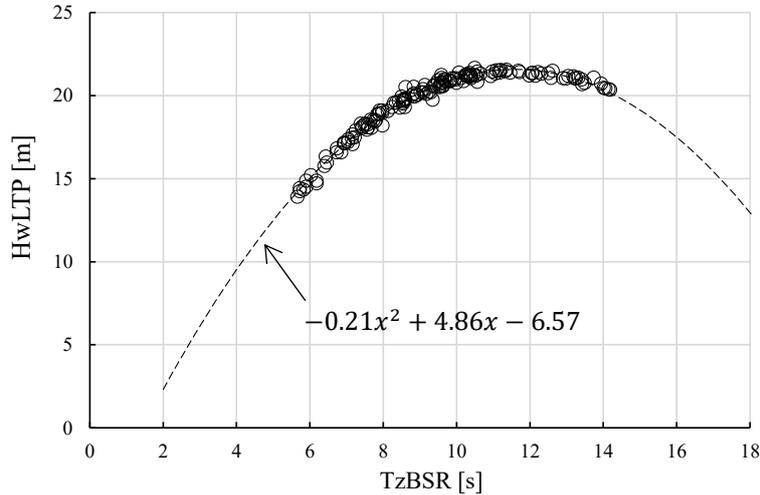


Fig. 5.10 Tendency of  $H_{wLTP}$  against  $T_{zBSR}$  of surge acceleration.

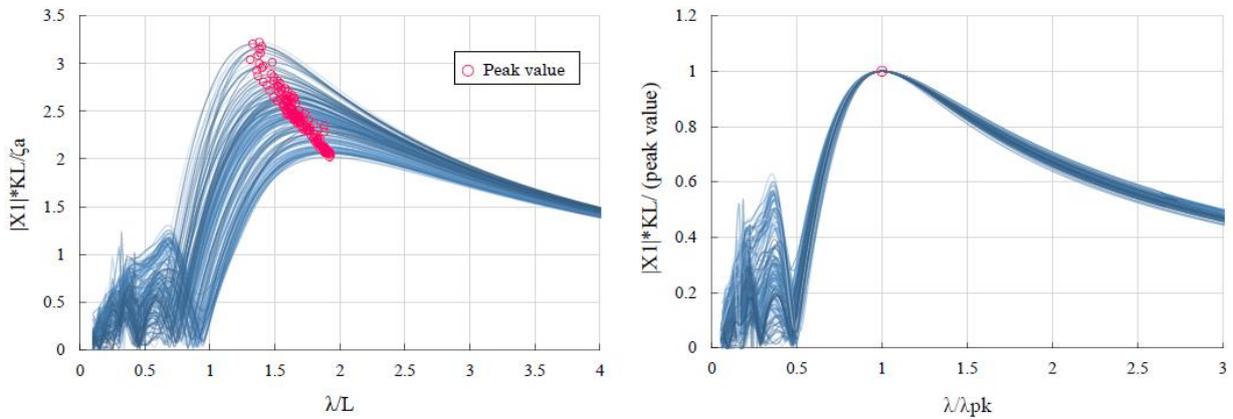


Fig. 5.11 RAO of surge acceleration  $|\bar{X}_1|$  (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea for 154 ships.

Surge 加速度の等価最大波高  $H_{wLTP}$  は Fig. 5.10 に示す  $T_{zBSR}(= 0.57\sqrt{\lambda_{pk}})$  の二次関数によって近似できるため, surge 加速度の長期予測値  $\ddot{X}_1|_{Q=10^{-8}}$  は応答関数のピーク値  $|\ddot{X}_1^{pk}|/\zeta_a$  およびピーク波長  $\lambda_{pk}$  を用いて次式のように記述できる.

$$\ddot{X}_1|_{Q=10^{-8}} = H_{wLTP} \frac{|\ddot{X}_1^{pk}|}{2\zeta_a} \quad (5.4.1)$$

where,  $H_{wLTP} \cong -0.0682\lambda_{pk} + 2.77\sqrt{\lambda_{pk}} - 6.57$

本式は, 単位波高あたりの応答関数のピーク値  $[1/s^2]$  に, 海象によるスケール依存性を含んだ等価最大波高

[m]が乗じられた形で長期予測値が表現されており、物理的意味が明確である。前章の検討で得た応答関数のピーク値 $|\bar{X}_1^{pk}|$ の式(4.2.8)とピーク波長 $\lambda_{pk}$ の算式を定義することで、長期予測値を船型パラメータによって表すことが出来る。

式(5.4.1)によって長期予測値の算式を定義しても良いが、surge 加速度の応答関数が尖度不変性に加えて次の性質を有することを活用すると、長期予測値をさらに簡単に表現することが出来る。

(\* $A_{pk}$ - $\lambda_{pk}$ 照応性\*) 応答関数のピーク値 $|A_{pk}|/\zeta_a$ とピーク波長 $\lambda_{pk}$ の相関が強く 1 対 1 の対応関係にある

応答関数にこの性質が成立する場合、式(5.4.1)の右辺の $|\bar{X}_1^{pk}|/\zeta_a$ は $\lambda_{pk}$ によって定まることになる。 $H_{wLTP}$ も $\lambda_{pk}$ によって決定されるため、 $\lambda_{pk}$ が媒介変数となって式(5.4.1)の両辺を支配することになり、したがって応答関数が\*尖度不変性\*および\* $A_{pk}$ - $\lambda_{pk}$ 照応性\*有する場合は長期予測値と応答関数のピーク値が 1 対 1 に対応することになる。Surge 加速度の長期予測値と応答関数のピーク値の関係は Fig. 5.12 に示す通り、1 対 1 に対応していることが確認できる。この性質を利用すれば、Fig. 5.12 中に近似曲線を示している通り、surge 加速度の長期予測値は向い波中の無次元応答関数のピーク値 $|\bar{X}_1^{pk}| (= L|\dot{X}_1^{pk}|/\zeta_a g)$ のみを用いて次のように近似できる。

$$\frac{\ddot{X}_1|_{Q=10^{-8}}}{g} \cong -0.045 + 1.8 \sqrt{\frac{1}{L} |\bar{X}_1^{pk}| - 0.003} \quad (5.4.2)$$

右辺平方根内に $1/L$ が掛かっているのは、Fig. 5.12 の横軸が $|\bar{X}_1|/\zeta_a g$ であるためである。 $|\bar{X}_1^{pk}|$ には、前章の式(4.2.8)がそのまま使える。したがって、 $10^{-8}$ レベルの surge 加速度[G]は次式によって簡易に表すことができる。

$$\frac{\ddot{X}_1|_{Q=10^{-8}}}{g} \cong -0.045 + 1.8 \sqrt{\frac{1}{L} \left( -7.2 \frac{dC_m}{L} - 2.3C_p + 4.5 \right) - 0.003} \quad (\text{Proposed}) \quad (5.4.3)$$

本式は Fig. 5.13 に示す通り、良好な精度を有する。

本検討によって surge 加速度の長期予測値の簡易算式および支配パラメータが明らかになった。これに加えて得られた重要な結果として、応答関数が\*尖度不変性\*および\* $A_{pk}$ - $\lambda_{pk}$ 照応性\*を有している場合、長期予測値と応答関数のピーク値が 1 対 1 に対応し、応答関数のピーク値さえわかれば長期予測値を推定することが出来るということが挙げられる。このアプローチは異なる波浪発現頻度表を用いた場合にも成立すると考えられる。ただしその場合は、Fig. 5.12 中の近似式を再定義する必要がある。

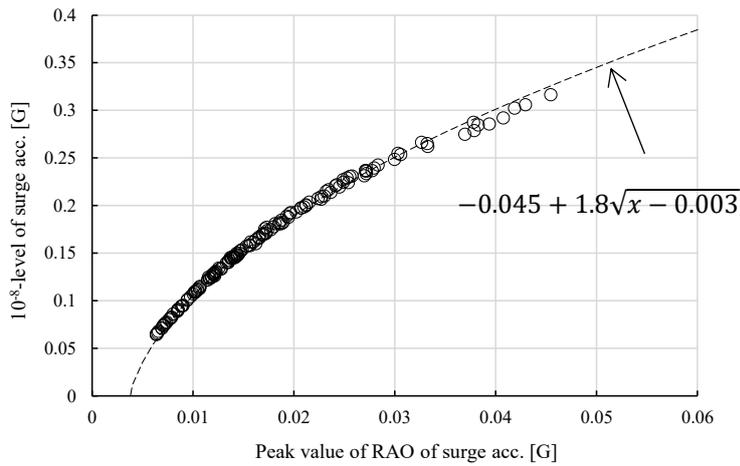


Fig. 5.12 Correlation of peak value of RAO in head sea and  $10^{-8}$ -level of surge acceleration [G].

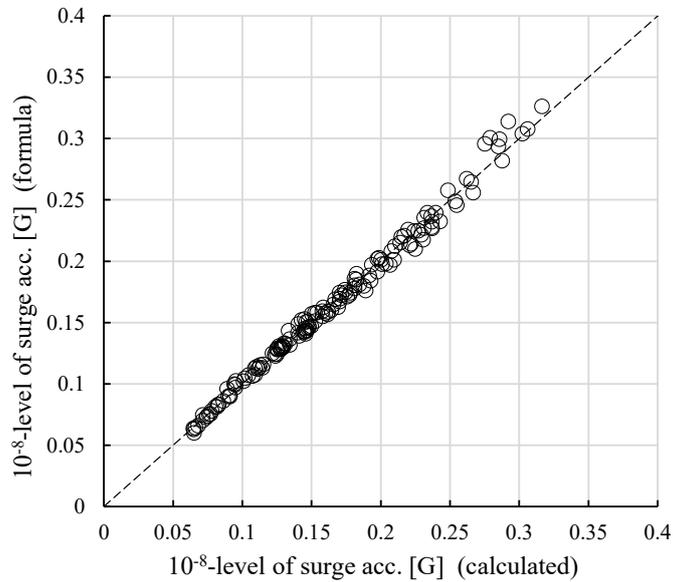


Fig. 5.13 Comparison of the  $10^{-8}$ -level of surge acceleration between proposed formula and numerical calculation for 154 ships.

### 5.4.2 Pitch

本項では、船首尾の上下慣性力や海水打ち込み等に影響する pitch 角の長期予測値について検討する。Pitch の応答関数は、例を Fig. 5.14 に示すとおり、向い波中で最大となる。フルード数が低い場合斜め向い波の方が大きな pitch が生じる事もあるが、斜め波における pitch のピーク値も向い波中のピーク値との相関が強いと考えられるため、本項では向い波に着目した検討を行う。

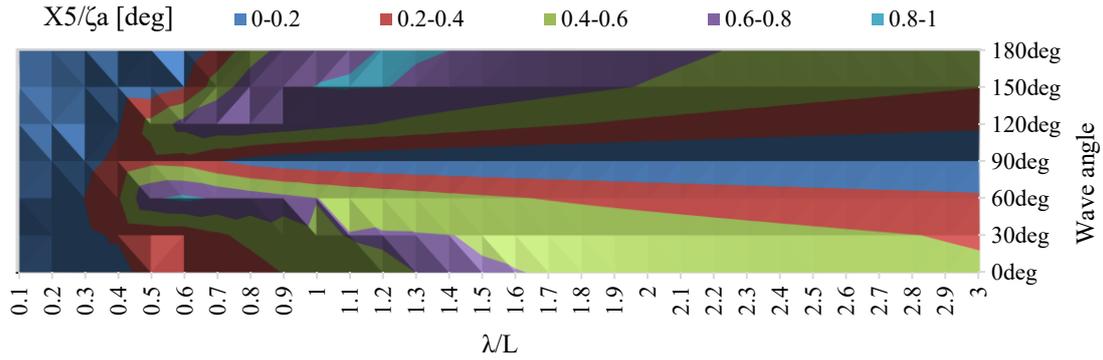


Fig. 5.14 RAO of pitch angle [deg] in  $F_n = 0.052$ , full loading condition.

まず、pitch の最大等価波高  $H_{wLTP}$  の広義の同調時のゼロクロス波周期  $T_{zBSR}$  に対する傾向を Fig. 5.15 に示す。  $H_{wLTP}$ ,  $T_{zBSR}$  の計算には向い波中のピーク値およびピーク波長を用いている。 Fig. 5.15 より、  $H_{wLTP}$  は  $T_{zBSR}$  によっておおむね決定されることが分かる。これは pitch が surge 加速度と同じく\*尖度不変性\*の性質を満たし、  $C_A$  が船型に依存しないためである。 154 隻の pitch の応答関数と、それをピーク値およびピーク波長で正規化した図 (Fig. 5.16) を見ると、 pitch の応答関数は\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*の条件もおおむね満足していることが分かる。 Surge 加速度の応答関数 Fig. 5.11 と比べると形状に多少のばらつきがみられ、これが Fig. 5.15 の近似曲線からの若干の偏差につながっているものと考えられる。

Pitch の等価最大波高  $H_{wLTP}$  は Fig. 5.15 に示す  $T_{zBSR} (= 0.57\sqrt{\lambda_{pk}})$  の二次関数によって近似できるため、 pitch の長期予測値  $X_5|_{Q=10^{-8}}$  は無次元応答関数のピーク値  $|X_5^{pk}|/\zeta_a$  およびピーク波長  $\lambda_{pk}$  を用いて次式のように記述できる。

$$X_5|_{Q=10^{-8}} = H_{wLTP} \frac{|X_5^{pk}|}{2\zeta_a} \quad (5.4.4)$$

where,  $H_{wLTP} \cong -0.0682\lambda_{pk} + 2.77\sqrt{\lambda_{pk}} - 6.57$

本式は、単位波高あたりの応答関数のピーク値 [rad/m] に、海象によるスケール依存性を含んだ等価最大波高 [m] が乗じられた形で長期予測値が表現されており、物理的意味が明確である。  $H_{wLTP}$  は surge 加速度の式と一致しているが、これは応答関数の形状が両者でよく似ているためである。前章の検討で得た応答関数のピーク値  $|X_5^{pk}|$  の式(4.2.25)とピーク波長  $\lambda_{pk}$  の算式を定義することで、長期予測値を船型パラメータによって表すことが出来る。

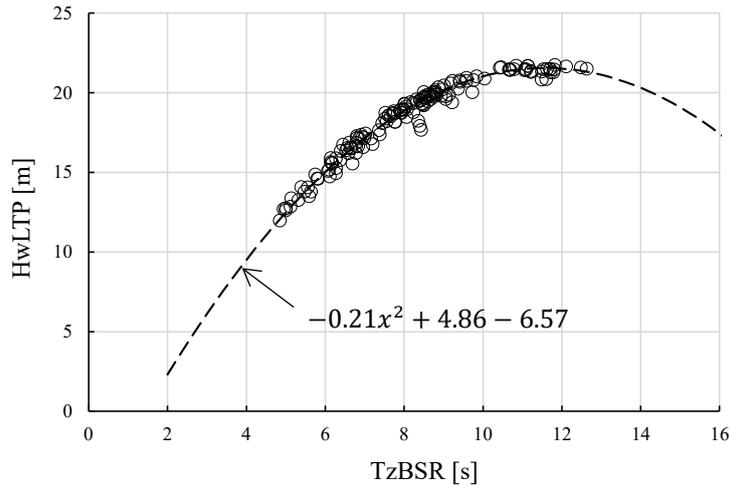


Fig. 5.15 Tendency of  $H_{wLTP}$  against  $T_{zBSR}$  of pitch angle for 154 ships.

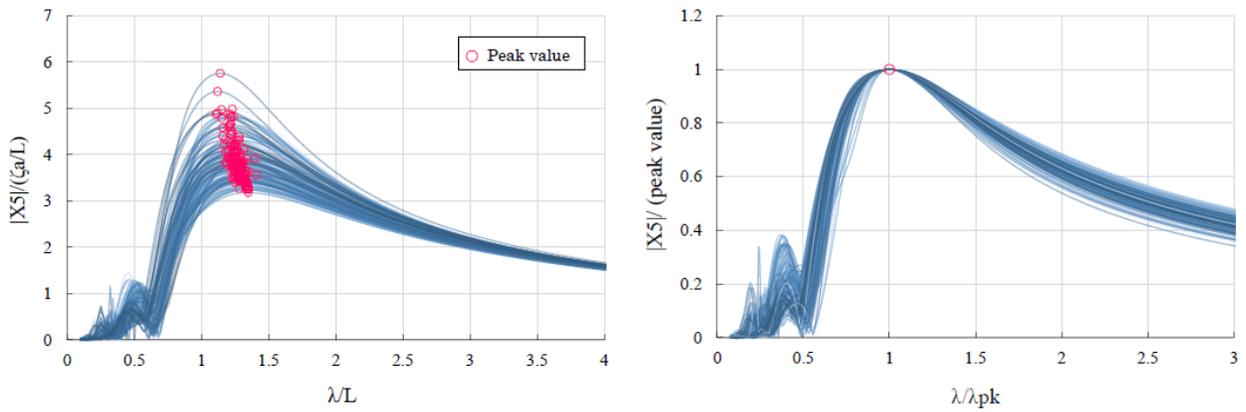


Fig. 5.16 RAO of pitch angle  $|\bar{X}_5|$  (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea for 154 ships.

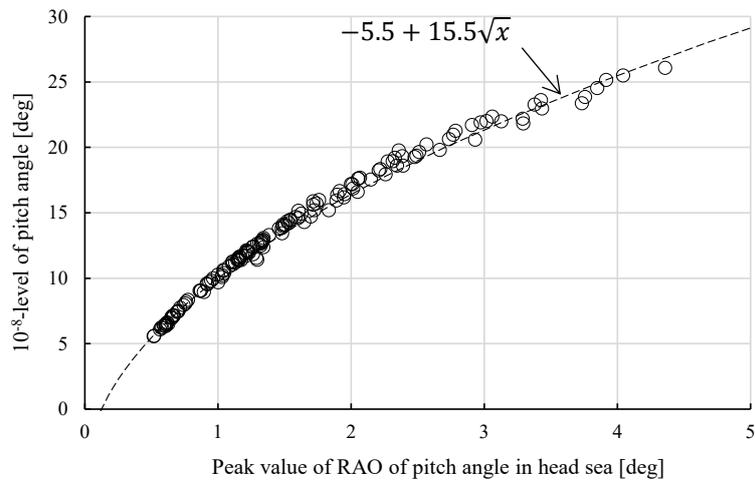


Fig. 5.17 Correspondence of  $10^{-8}$ -level and peak value of RAO of pitch angle in head sea [deg].

式(5.4.4)を長期予測値の簡易推定式としてもよいが、Fig. 5.16 より pitch の応答関数は  $A_{pk} - \lambda_{pk}$  照応性

\*を有することから，surge 加速度と同じく，長期予測値をより簡単に応答関数の最大値のみから推定できることが期待される．両者の関係は Fig. 5.17 に示すとおり，強い対応関係があることが分かる．Fig. 5.17 中に近似曲線を示している通り，pitch の長期予測値[deg]は向い波中の無次元応答関数の最大値 $|\bar{X}_5^{\text{pk}}|$ を用いて次のように近似できる．

$$\frac{180}{\pi} X_5|_{Q=10^{-8}} \cong -5.5 + 15.5 \sqrt{\frac{180}{\pi L} |\bar{X}_5^{\text{pk}}|} \quad (5.4.5)$$

右辺平方根内に $180/\pi L$ が掛かっているのは，Fig. 5.17 の横軸が $180/\pi \times |X_5|/\zeta_a$ であり，一方で無次元 pitch の定義が $\bar{X}_5 = X_5/(\zeta_a/L)$ であるためである．また $|\bar{X}_5^{\text{pk}}|$ は，前章の式(4.2.23)がそのまま使える．したがって，pitch の長期予測値[deg]は次式によって推定できる．

$$\frac{180}{\pi} X_5|_{Q=10^{-8}} \cong -5.5 + 15.5 \sqrt{\frac{180}{\pi L} \left( 26 \frac{dC_{vp}}{L} + 3.7 \frac{\kappa_{yy}}{\kappa_{wyy}} - 3.4C_w + 1.9 \right)} \quad (\text{Proposed}) \quad (5.4.6)$$

簡易推定式(5.4.6)の精度は Fig. 5.18 に示す通りおおむね良好である．式(5.4.6)から，pitch の長期予測値のスケール依存性はおおむね $\propto 1/\sqrt{L}$ で，かつ無次元船型パラメータ $dC_{vp}/L$ ， $\kappa_{yy}/\kappa_{wyy}$ ， $C_w$ によって決定されることが分かる．

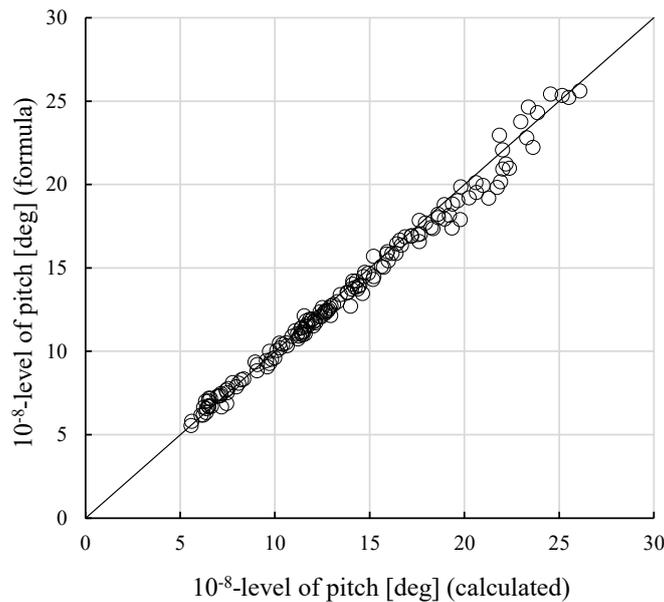


Fig. 5.18 Comparison of peak value of RAO in head sea and  $10^{-8}$ -level of pitch angle [deg].

### 5.4.3 Heave 加速度

本項では，船体に作用する慣性力に対して重要な因子となる heave 加速度の長期予測値について検討する．前 4.2.3.4 項で heave の応答関数は横波の短波長域で最大をとると述べたが，heave 加速度も Fig. 5.19 に例を示すとおり同様であり，それゆえ長期予測値を決定づける最悪海象も横波となる．したがって，本項は横波中の応答に対する考察がメインとなる．

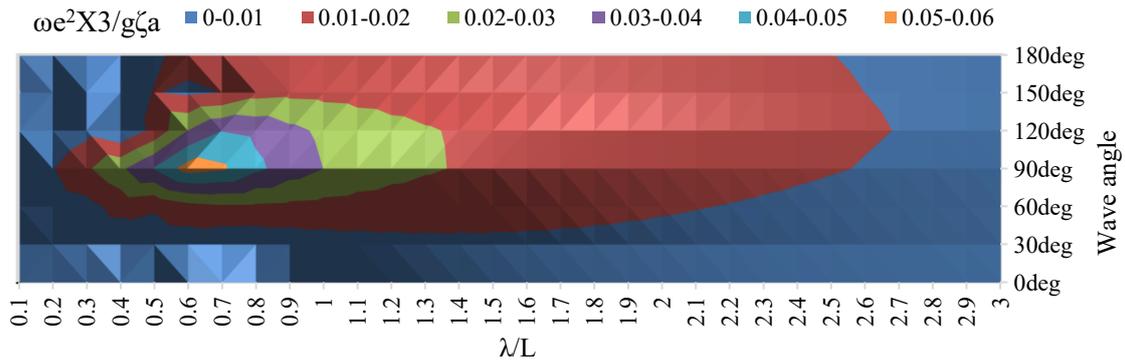


Fig. 5.19 RAO of heave acceleration [G] in  $F_n = 0.052$ , full loading condition.

まず、heave 加速度の最大等価波高  $H_{wLTP}$  の  $T_{zBSR}$  に対する傾向を Fig. 5.20 に示す。  $H_{wLTP}, T_{zBSR}$  の計算には横波中のピーク値およびピーク波長を用いている。 Fig. 5.20 より、  $H_{wLTP}$  の  $T_{zBSR}$  に対する依存性は確認されるものの、両者の相関は surge 加速度や pitch ほど強くないことが分かる。この理由は、heave 加速度の応答関数および正規化された応答関数を Fig. 5.21 に示すとおり、応答関数が相似でなく、  $C_A$  に無次元船型パラメータが含まれるためである。これに加え、heave 加速度の長期予測値には向い波中の応答の寄与も含まれるが、向い波中の heave は横波中の heave との相関が弱く、別の支配パラメータに依存しているためである。したがって、応答関数が\*尖度不変性\*を有していないので、heave 加速度については、surge 加速度や pitch のように、応答関数の最大値のみから長期予測値を推定することはできない。

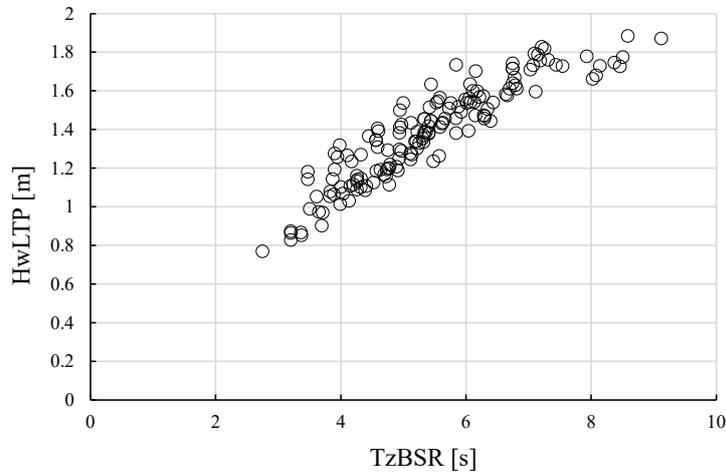


Fig. 5.20 Tendency of  $H_{wLTP}$  against  $T_{zBSR}$  of heave acceleration for 154 ships.

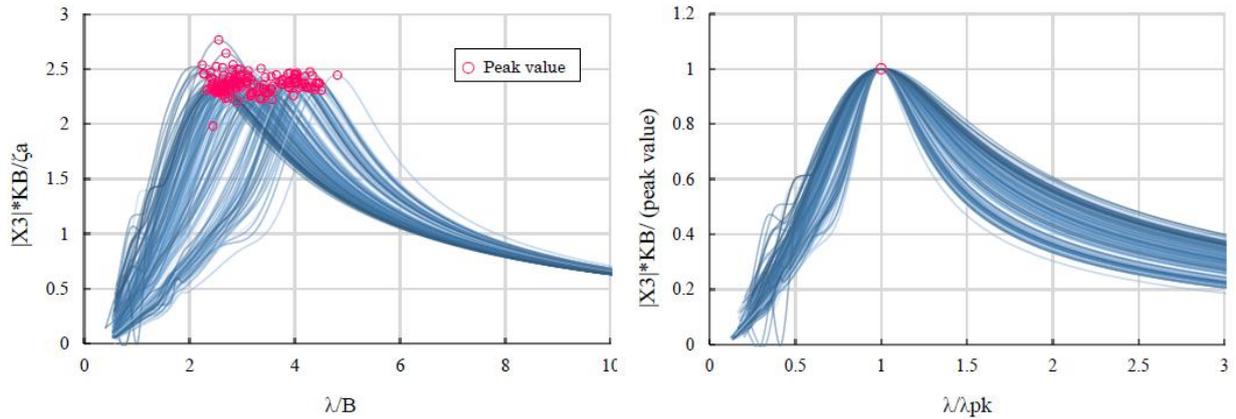


Fig. 5.21 RAO of heave acceleration  $\left| \bar{X}_3 \right|$  (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in beam sea for 154 ships.

等価最大波高 $H_{wLTP}$  (のうちの $C_A$ ) に影響する無次元パラメータについて調べる. 前 4.2.3.4 項では横波中の heave の応答関数に対する支配パラメータは $dC_{vp}^2/B$ であることを示したため, 応答関数の尖度も $dC_{vp}^2/B$ に依存すると推測される. これより $H_{wLTP}$ は $T_{zBSR}$ ,  $dC_{vp}^2/B$ によって整理されると考えられる. そこで, 154 隻 $\times$ 10 スケール ( $L = 50, 100, \dots, 500$ mに縮尺したもの) の計 1540 隻の船型に対し $H_{wLTP}$ ,  $T_{zBSR}$ を計算し,  $T_{zBSR}$ ,  $dC_{vp}^2/B$ を軸にとった $H_{wLTP}$ の 2 次元プロットおよび 3 次元プロットを Fig. 5.22 に示す. Fig. 5.22 より, heave 加速度の $H_{wLTP}$ のスケール依存性は $T_{zBSR}$ すなわち $\lambda_{pk}$ , 無次元船型パラメータの依存性は $dC_{vp}^2/B$ がそれぞれ支配的であることが分かる.

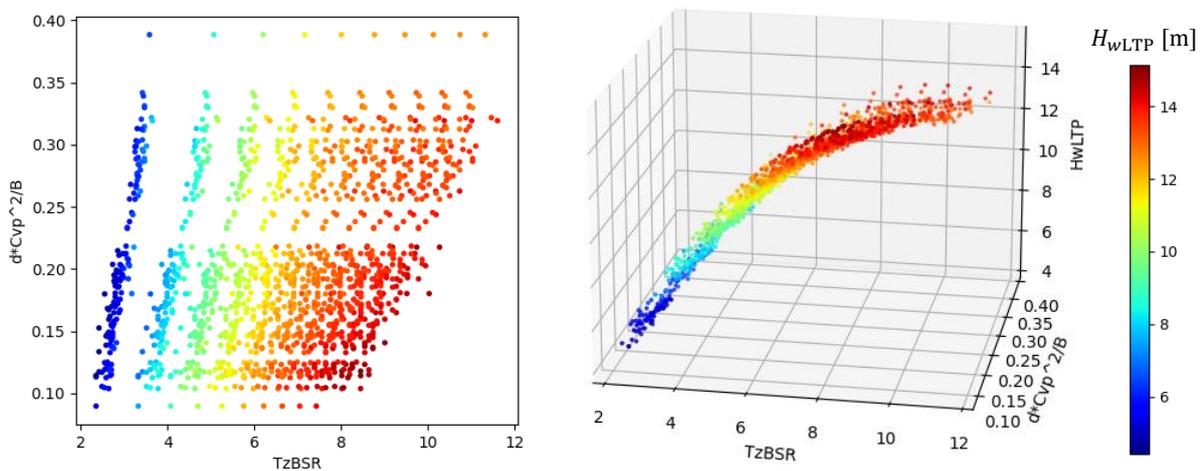


Fig. 5.22 Tendency of  $H_{wLTP}$  [m] against  $T_{zBSR}$  [s] and  $dC_{vp}^2/B$  for 154 hull-forms  $\times$  10 scales ( $L=50, 100, \dots, 500$ m).

等価最大波高 $H_{wLTP}$ が $\lambda_{pk}$ ,  $dC_{vp}^2/B$ によって表せることが明らかになったので, 長期予測値を知るには, heave 加速度の応答関数の最大値および $\lambda_{pk}$ の傾向を知ればよい. 横波中の heave 加速度の応答関数の最大値は, 前章で求めた式(4.2.53)が, またピーク波長は式(4.2.54)がそれぞれ利用できる. 式(4.2.53)より, heave 加速度の応答関数のピーク値[G]は

$$\frac{|\ddot{X}_3^{\text{pk}}|}{g\zeta_a} \cong \frac{2.35}{B} \quad (5.4.7)$$

と表せる。また式(4.2.54)よりピーク波長 $\lambda_{\text{pk}}$ は

$$\lambda_{\text{pk}} \cong B \left( 9.6 \frac{dC_{vp}^2}{B} + 1.2 \right) \quad (5.4.8)$$

と表せる。

以上によって、heave 加速度の長期予測値[G]の次の表示が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{X}_3|_{Q=10^{-8}}}{g} &= H_{\text{wLTP}}(\lambda_{\text{pk}}, dC_{vp}^2/B) \frac{|\ddot{X}_3^{\text{pk}}|}{2g\zeta_a} \\ &\cong \frac{1.18}{B} H_{\text{wLTP}}(\lambda_{\text{pk}}, dC_{vp}^2/B) \end{aligned} \quad (5.4.9)$$

ここで、 $H_{\text{wLTP}}$ は Fig. 5.22 より $\lambda_{\text{pk}}, dC_{vp}^2/B$ の関数とみなせ、また $\lambda_{\text{pk}}$ は $B$ および $dC_{vp}^2/B$ によって表せるので、heave の長期予測値は $B$ および $dC_{vp}^2/B$ の2パラメータによって近似しうることが理解できる。

Fig. 5.23 に、154 隻×10 スケールの計 1540 隻について、 $10^{-8}$  レベルの heave 加速度[G]を $B$ と $dC_{vp}^2/B$ を軸にとったものを示す。加えて $B$ によるスケール影響を除き無次元パラメータ $dC_{vp}^2/B$ のみの影響を見るため、154 隻を一律で $B = 10\text{m}$ および $60\text{m}$ にスケールさせ、 $10^{-8}$  レベルの heave 加速度[G]を計算して $dC_{vp}^2/B$ に対する傾向を調べたものを Fig. 5.24 に示す。Fig. 5.24 には 5knot に加え 0knot の結果も示している。Fig. 5.23, Fig. 5.24 より以下のことが言える。

- $10^{-8}$  レベルの heave 加速度はおおむね $B$ と $dC_{vp}^2/B$ によって整理されるが、 $dC_{vp}^2/B$ の影響はそれほど大きくなく、 $B$ でほぼ決定されることが分かる。 $H_{\text{wLTP}}$ は Fig. 5.22 に示すとおり $B$ に対して増加傾向にあるものの、応答関数のピーク値 $|\ddot{X}_3^{\text{pk}}|/\zeta_a g$ が $B$ に反比例する影響がより強く効き、 $10^{-8}$  レベルの値は $B$ に対して単調減少の傾向にある。概ね $\ddot{X}_3/g|_{Q=10^{-8}} \propto B^{-0.65}$ の傾向にあることが確認された。
- Fig. 5.24 より $B$ が同一の場合、特に 0knot では $dC_{vp}^2/B$ が支配的であることがわかる。これは、0knot では向い波における heave 加速度が小さいため、横波の支配パラメータがそのまま長期予測値の支配的になるためである。一方で 5knot では、向い波中における heave 加速度は pitch の連成影響を受け大きくなるため、向い波中の支配パラメータ、例えば $(\text{LCF} - \text{LCB})/L$ や $C_w$ なども影響すると考えられる。向い波中の支配パラメータの影響は、船速が速いほど強く表れるものと想定される。
- 小さな船舶ほど無次元船型パラメータの影響を受けやすいことが確認できる。これは 5knot では小さい船ほどフルード数が高く船速影響が強く表れることに加え、Fig. 5.22 を見るとわかるように、小さな船舶ほどピーク周波数 $T_{\text{zBSR}}$ の変動に伴う $H_{\text{wLTP}}$ の変化が大きいことが原因である。後者の理由は主に最悪海象の有義波高が関係している。Fig. 5.25 にスケール別に heave 加速度の最悪海象を示す。

Fig. 5.25 から、小さな船舶ほど $T_{\text{zMSS}}-H_{\text{sMSS}}$ 関係の勾配が強く、 $T_{\text{zBSR}}$ の変化に伴い最悪海象の有義波高が大きく変化することが確認できる。

本検討において、 $\lambda_{\text{pk}}$ と $|\ddot{X}_3^{\text{pk}}|$ については波浪発現頻度表に依存せず、近似式(5.4.7),(5.4.8)を適用することができる。一方 $H_{\text{wLTP}}$ は波浪発現頻度表に依存するため算式を示していないが、 $\lambda_{\text{pk}}$ および $dC_{vp}^2/B$ に依存することは変わらないと考えられる。ただし、無次元船型パラメータ $dC_{vp}^2/B$ の影響はスケール影響に比べそれほど大きくないことから、 $B$ のみを用いた簡易算式でも一定の実用性を有するものと思われる。また、上

記 b)にのべたとおり，フルード数が高いほど縦波の支配パラメータが混入すると想定されるが，**heave** の基準点を **pitch** の影響を受けないような点に選ぶことで，支配パラメータを  $dC_{vp}^2/B$  に限定できる可能性も考えられる。

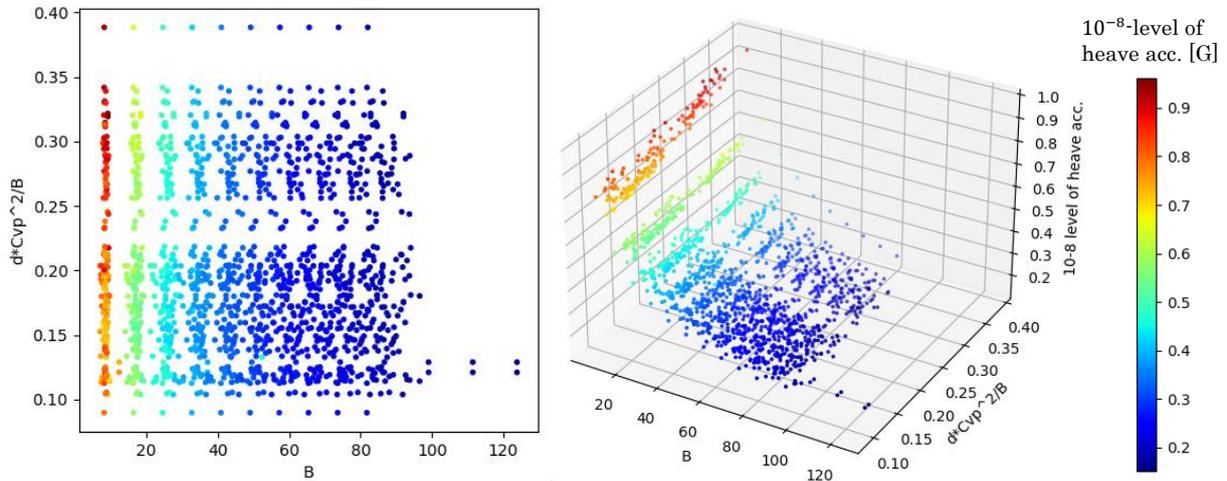


Fig. 5.23 Tendency of  $10^{-8}$  level of heave acc. against  $B$  and  $dC_{vp}^2/B$  for 154 hull-forms  $\times$  10 scales ( $L=50, 100, \dots, 500m$ ).

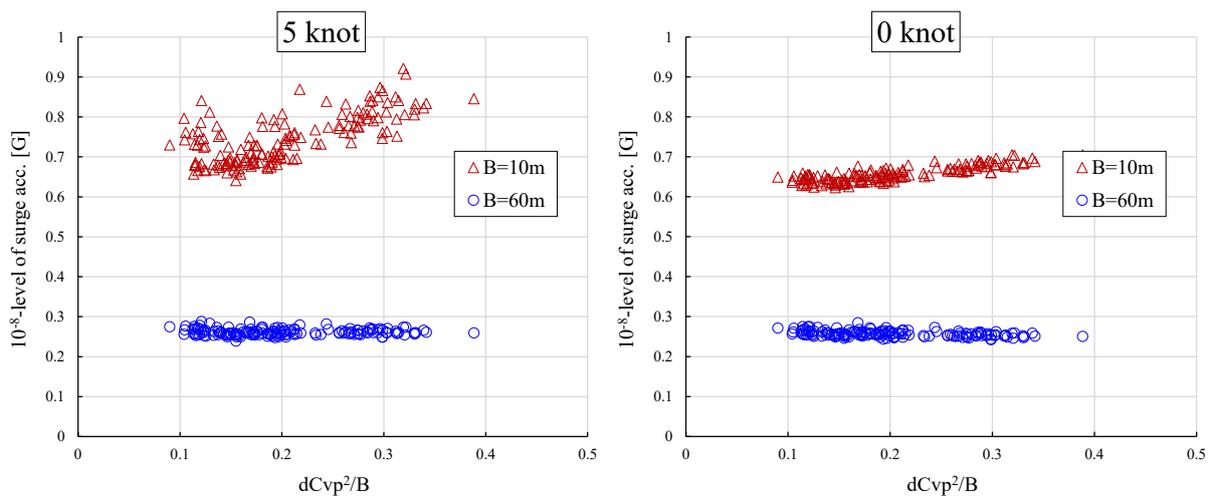


Fig. 5.24 Tendency of  $10^{-8}$  level of heave acc. against  $dC_{vp}^2/B$  for 154 ships which are scaled  $B = 10m$  and  $B = 60m$ . (left: 5knot, right: 0knot)

Hs/Tz	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5	16.5	17.5	18.5	SUM
0.5	0	0	1.3	133.7	865.6	1186	634.2	186.3	36.9	5.6	0.7	0.1	0	0	0	0	0	0	3050.4
1.5	0	0	0	29.3	986	4976	7738	5569.7	2375.7	703.5	160.7	30.5	5.1	0.8	0.1	0	0	0	22575
2.5	0	0	0	2.2	197.5	2158.8	6230	7449.5	4860.4	2066	644.5	160.2	33.7	6.3	1.1	0.2	0	0	23810
3.5	0	0	0	0.2	34.9	695.5	3226.5	5675	5099.1	2838	1114.1	337.7	84.3	18.2	3.5	0.6	0.1	0	19128
4.5	0	0	0	0	6	196.1	1354.3	3288.5	3857.5	2685.5	1275.2	455.1	130.9	31.9	6.9	1.3	0.2	0	13289
5.5	0	0	0	0	1	51	498.4	1602.9	2372.7	2008.3	1126	463.6	150.9	41	9.7	2.1	0.4	0.1	8328.1
6.5	0	0	0	0	0.2	12.6	167	690.3	1257.9	1268.6	825.9	386.8	140.8	42.2	10.9	2.5	0.5	0.1	4806.3
7.5	0	0	0	0	0	3	52.1	270.1	594.4	703.2	524.9	276.7	111.7	36.7	10.2	2.5	0.6	0.1	2586.2
8.5	0	0	0	0	0	0.7	15.4	97.9	255.9	350.6	296.9	174.6	77.6	27.7	8.4	2.2	0.5	0.1	1308.5
9.5	0	0	0	0	0	0	4.3	33.2	101.9	159.9	152.2	99.2	48.3	18.7	6.1	1.7	0.4	0.1	626.2
10.5	0	0	0	0	0	0	1.2	10.7	37.9	67.5	71.7	51.5	27.3	11.4	4	1.2	0.3	0.1	284.8
11.5	0	0	0	0	0	0	0.5	3.3	13.3	26.6	31.4	24.7	14.2	6.4	2.4	0.7	0.2	0.1	123.6
12.5	0	0	0	0	0	0	0.1	1	4.4	9.9	12.8	11	6.8	3.3	1.3	0.4	0.1	0	51.1
13.5	0	0	0	0	0	0	0	0.3	1.4	3.5	5	4.6	3.1	1.6	0.7	0.2	0.1	0	20.5
14.5	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	1.2	1.8	1.3	0.7	0.3	0.1	0	0	0	7.7
15.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.6	0.7	0.5	0.3	0.1	0.1	0	0	2.8
16.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.2	0.4	0.1	0.1	0	0	0	0	0.9
SUM	0	0	1.3	165.4	2091.2	9279.9	19922	24879	20870	12898	6244.6	2479	836.7	247.3	65.8	15.8	3.4	0.7	10000

Fig. 5.25 Most severe sea state of heave acceleration for each scale (L=50, 100, ..., 500m).

### 5.4.4 Roll

Roll は非線形影響が顕在化しやすいため、本来であれば線形の長期予測法を適用することは不適切である。しかしながら、線形の長期予測値に対する支配的船型パラメータや海象およびスケール影響は、非線形応答に対しても主要な因子として含まれるものと考えられる。したがって本節でも roll の応答関数に対して線形の長期予測法を適用し、その船型パラメータおよびスケール影響を検討する。

Roll の応答関数の例を Fig. 5.26 に示す。Roll は多くの場合横波でピークをとるが、そのピーク周波数は GM 等に応じて大きく変動するため、その影響が長期予測値にどのように影響するかを確かめる。

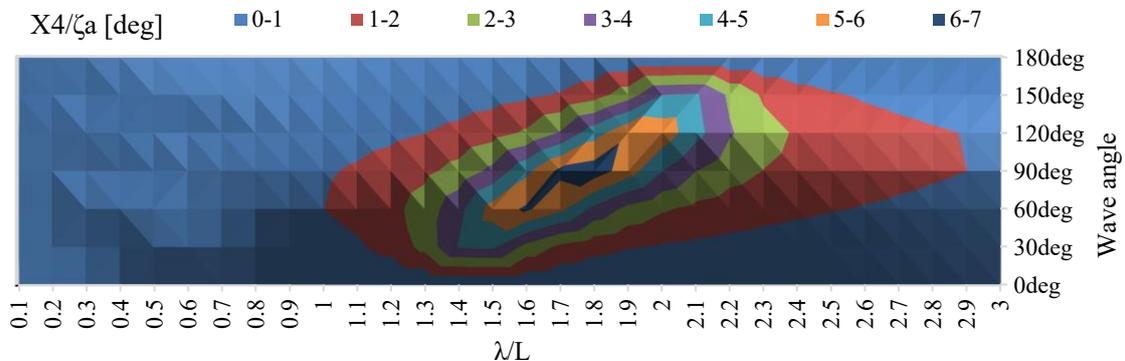


Fig. 5.26 RAO of roll angle in  $F_n = 0.052$ , full loading condition.

まず、roll の最大等価波高  $H_{wLTP}$  の  $T_{zBSR}$  に対する傾向を Fig. 5.27 に示す。  $H_{wLTP}$ ,  $T_{zBSR}$  の計算には横波中の応答関数 ( $N = 0.02, \zeta_a = 1$  とした) のピーク値およびピーク波長を用いている。 Fig. 5.27 より、  $H_{wLTP}$  は  $T_{zBSR}$  のみによっては整理されず、隠れた支配パラメータが強く影響していると考えられる。 Fig. 5.28 に roll の応答関数およびその縦軸、横軸をそれぞれピーク値、ピーク波長で正規化した図を示す。 Fig. 5.28 右図より応答関数の尖度が船型によって異なり\*尖度不変性\*が成立しておらず、何らかの無次元パラメータが  $C_A$  に影響しているものと思われる。そこで、  $H_{wLTP}$  のスケール依存性と無次元船型パラメータの依存性を区別して考えるため、154 隻  $\times$  10 スケール ( $L = 50, 100, \dots, 500m$  に縮尺したもの) の計 1540 隻の  $H_{wLTP}$  を計算し、その傾向を調べた。その結果、  $H_{wLTP}$  に対しては  $T_{zRAOpk}$  に加えて  $\bar{C}_{44}$  が支配パラメータとして存

在することが確認された。  $T_{zBSR}$ ,  $\bar{C}_{44}$ を軸にとった  $H_{wLTP}$  の 2次元プロットおよび 3次元プロットを Fig. 5.29 に示す。 Fig. 5.29 より, roll の  $H_{wLTP}$  は,  $\bar{C}_{44}$  および  $T_{zBSR}$  すなわち  $\lambda_{pk}$  の関数  $H_{wLTP}(\lambda_{pk}, \bar{C}_{44})$  で近似できることが分かる。

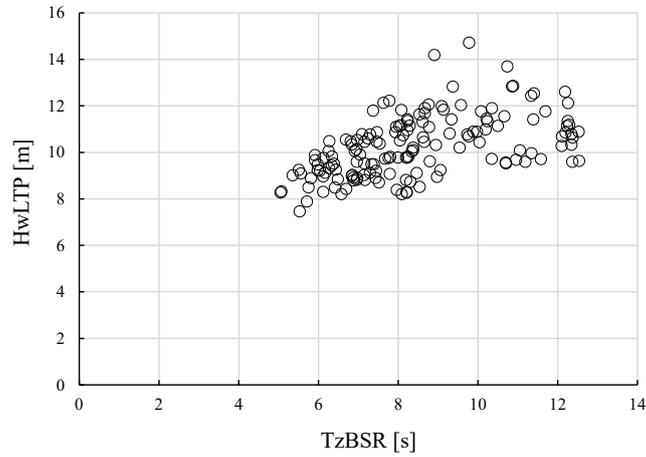


Fig. 5.27 Tendency of  $H_{wLTP}$  against  $T_{zBSR}$  of roll angle for 154 ships.

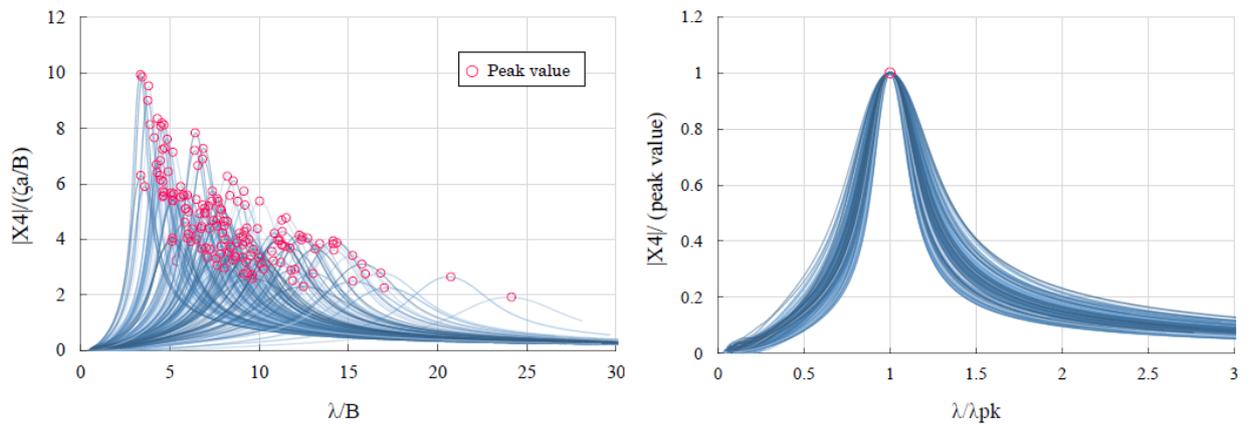


Fig. 5.28 RAO of roll angle  $|\bar{X}_4|$  (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in beam sea for 154 ships.

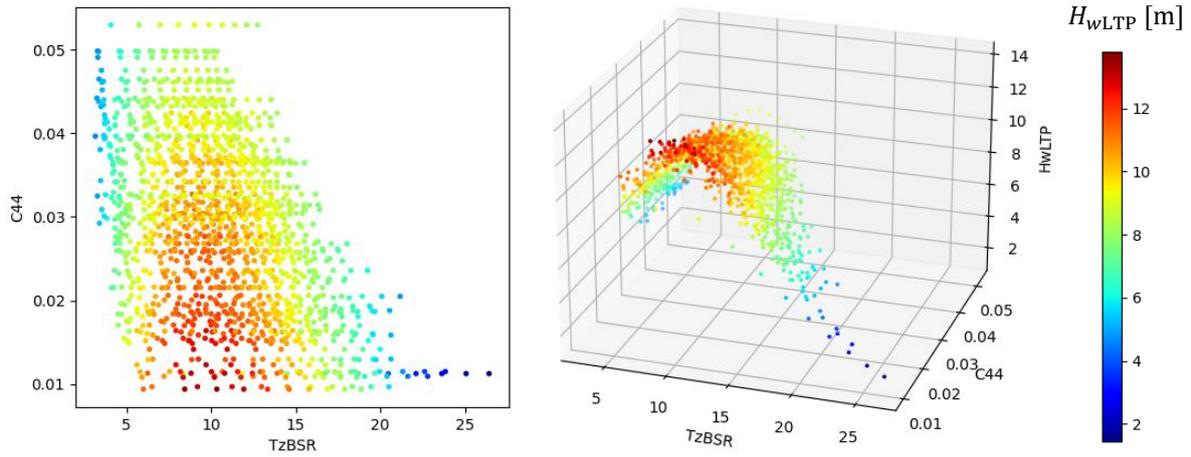


Fig. 5.29 Tendency of  $H_{wLTP}$  [m] of roll angle against  $T_{zBSR}$  [s] and  $\bar{C}_{44}$  for 154 hull-forms  $\times 10$  scales ( $L=50, 100, \dots, 500\text{m}$ ).

以上のことから，roll の長期予測値  $X_4|_{Q=10^{-8}}$  は横波中の応答関数の最大値  $|X_4^{pk}|/\zeta_a$  を用いて次式のように表せる．

$$X_4|_{Q=10^{-8}} = H_{wLTP}(\lambda_{pk}, \bar{C}_{44}) \frac{|X_4^{pk}|}{2\zeta_a} \quad (5.4.10)$$

前 4 章で導いた応答関数の最大値の式(4.2.77)を代入することで，次式を得る．

$$X_4|_{Q=10^{-8}} \cong 10 \sqrt{\frac{1}{\zeta_a N \lambda_{pk}}} H_{wLTP}(\lambda_{pk}, \bar{C}_{44}) \quad (5.4.11)$$

この右辺に現れる  $\zeta_a$  は応答関数を求める際の波振幅で，減衰力係数の非線形影響の表れである．現在の場合は  $X_4|_{Q=10^{-8}}$  が発生する状況において想定される波振幅とするべきであり，例えば  $\zeta_a = H_{wLTP}/2$  に設定することが考えられる．しかしながら，本論文では統計値の非線形性については踏み込まず， $\zeta_a = 1$  としたときの船型影響を検討する．式(5.4.11)において  $\zeta_a = 1$  とすれば，線形の長期予測に基づく roll の長期予測値は，減減係数  $N$  のほか，横波中のピーク波長  $\lambda_{pk}$  および無次元復原力係数  $\bar{C}_{44} (= dC_b/B \times \overline{GM}/B)$  によって決まることが分かる． $\lambda_{pk}$  は前 4 章の式(4.2.78)より計算することができる．

Fig. 5.30 に， $\lambda_{pk}, \bar{C}_{44} (= dC_b/B \times \overline{GM}/B)$  を軸にとった roll の長期予測値の 2 次元プロットおよび 3 次元プロットを示す．長期予測計算では， $N = 0.02$ ， $\zeta_a = 1\text{m}$  とした応答関数を用いている．Fig. 5.30 より，長期予測値に対する支配パラメータは，スケール依存の  $\lambda_{pk}$  および無次元船型パラメータ  $\bar{C}_{44}$  であることが確かめられる．

ところが， $\lambda_{pk}$  は  $\bar{C}_{44}$  と独立ではないため，Fig. 5.30 からはスケール影響と無次元船型パラメータ影響の区別を判断しづらい．そこでより分かりやすいプロットとして， $B, \bar{C}_{44}$  に対する roll の長期予測値を Fig. 5.31 に示す．スケール依存性は  $\lambda_{pk}$  ほどではないが  $B$  によってある程度整理されていることが確認できる．Fig. 5.31 において  $B$  を固定して  $\bar{C}_{44}$  に対する傾向を見ると， $B = 40\text{m}$  を境に小さな船では  $\bar{C}_{44}$  の増加に伴い長期予測値は減少，大きな船では逆に増加傾向がみられる．Roll の応答関数は  $\bar{C}_{44}$  が大きく同調波長が短いほど大きな roll が生じる傾向にあったが， $B < 40\text{m}$  の船において長期予測値は逆の傾向になっている．この理由は遭遇海象が関係しており，最悪海象の有義波高が  $T_z = 11\text{s}$  付近で最大となるので，小さな船では

同調周期が長くなるほど最悪海象の有義波高が大きくなるためである。より正確には、Fig. 5.29における $T_{zBSR}$ の短い領域では、 $H_{wLTP}$ の $\lambda_{pk}$ に対する増加傾向が $X_4^{pk}$ の $\lambda_{pk}$ に対する減少傾向( $1/\sqrt{\lambda_{pk}}$ )に打ち勝つためである。

本検討では $N$ を固定したが、応答関数の最大値および応答関数の尖度には減衰力係数の強さが大きく影響するため、 $X_4^{pk}$ だけでなく $H_{wLTP}$ に影響する無次元パラメータとして $N$ を考慮する必要があると考えられる。また本検討では長期予測値に対する非線形影響については検討の対象外とし、式(5.4.11)右辺において波振幅を $\zeta_a = 1$ としたが、 $\zeta_a = H_{wLTP}/2$ とするなどすれば、線形の統計予測の枠組みの中で減衰力係数の非線形影響を簡易的に考慮できる可能性がある。これについては、非線形統計理論を交えた検討が必要であろう。

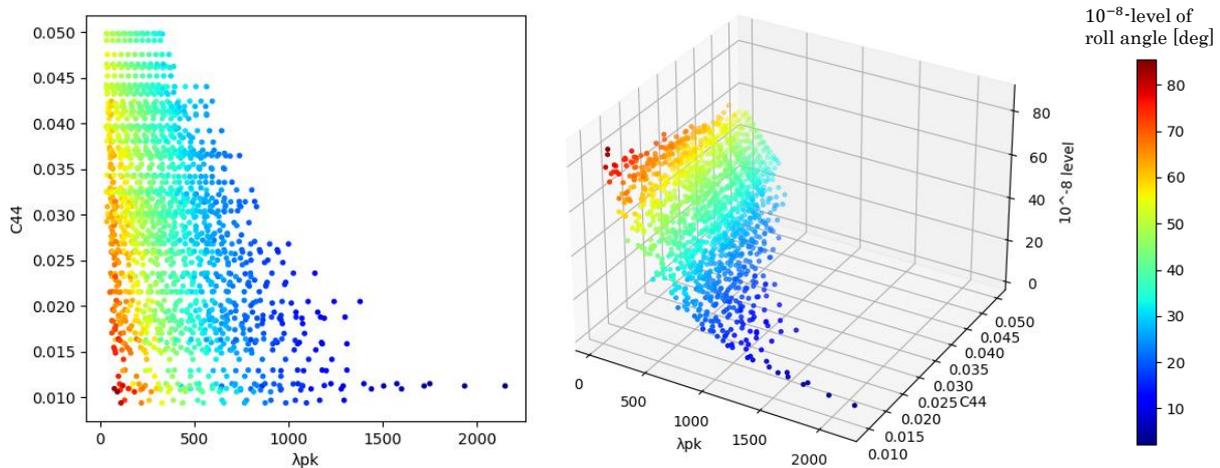


Fig. 5.30 Tendency of  $10^{-8}$ -level of roll angle against  $\lambda_{pk}$  and  $\bar{C}_{44}$  for 154 hull-forms  $\times 10$  scales ( $L=50, 100, \dots, 500m$ ).

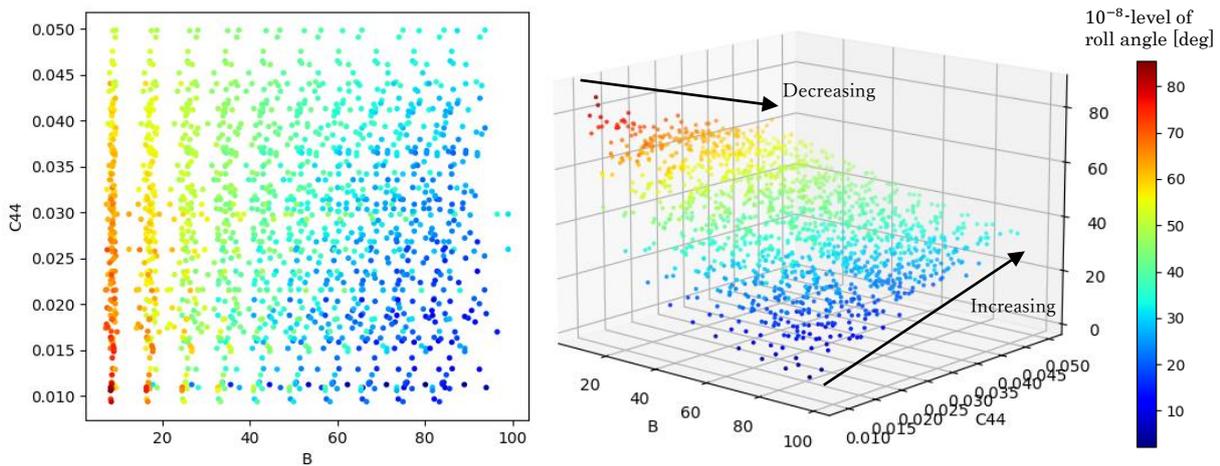


Fig. 5.31 Tendency of  $10^{-8}$ -level of roll angle against  $B$  and  $\bar{C}_{44}$  for 154 hull-forms  $\times 10$  scales ( $L=50, 100, \dots, 500m$ ).

### 5.4.5 垂直曲げモーメント

垂直曲げモーメント（以下VBM）は、前章で述べた通り複数の要因が絡んだ複雑な現象で、特に前進速

度のある場合に支配要因を抽出するのはより難しい。一方で、前進速度が0の場合は傾向をある程度整理することが可能である。そこで、本検討においては0knotの場合の長期予測値に着目し、船速影響について調べたうえで、5knotの場合の長期予測値の傾向を示すというアプローチをとる。

VBMの応答関数(5knot)の例をFig. 5.32に示す。よく知られているとおり、VBMは基本的には向い波の $\lambda/L = 1$ 付近で最大をとる。船舶によっては追い波や、斜め追い波(60deg)の短波長域のピークの方が大きくなることもあるが、VBMの基本の現象は向い波にあると考え、本検討では応答関数は向い波中に限定して議論する。

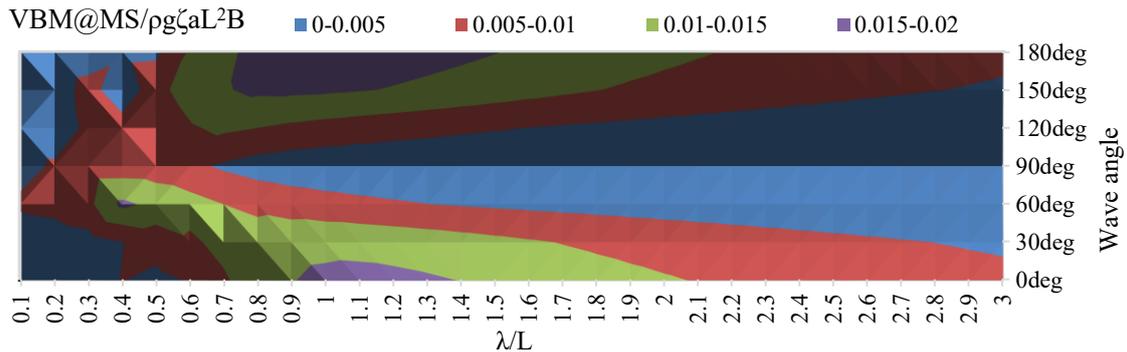


Fig. 5.32 RAO of roll angle in  $F_n = 0.052$ , full loading condition.

まず応答関数の傾向を介して、0knotと5knotの場合のVBMの特徴について論じる。向い波中のmidship断面におけるVBMの無次元応答関数 $\bar{r}_5(x_M)$ (以下、midshipを前提として $(x_M)$ は省略する)と、それをピークで正規化された応答関数を0knotと5knotでそれぞれFig. 5.33, Fig. 5.34に示す。0knotの応答関数は上述した\*尖度不変性\*、\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*をおおむね満たしており、応答関数のピーク値から比較的簡単に長期予測値を推定できることが予想される。一方、5knotの応答関数は波形と縦運動との関連で船型影響が複雑に表れることから傾向が複雑で、\*尖度不変性\*も\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*も有していないことがわかる。したがって船速がある場合は、応答関数のピーク値と長期予測値との相関は0knotの場合に比べ低いと考えられる。

続いて、船速影響の応答関数のピーク値および長期予測値に及ぼす影響について調べるため、0knotと5knotのVBMの応答関数のピーク値および長期予測値の比較図をFig. 5.35に示す。Fig. 5.35に示すとおり、応答関数のピーク値に対しては0knotと5knotで有意な差が生じており、船速影響が顕著である一方、長期予測値は大きな変化が見られない。これはFig. 5.33, Fig. 5.34を見比べるとわかるように、船速による応答関数の形状の変化は頂点付近に集中しており、大域的な傾向は変化しないためと考えられる。以上の傾向から、5knotの場合のVBMの長期予測値を推定するには、0knotのVBMの応答関数が\*尖度不変性\*、\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*という簡易推定に都合の良い性質を有することを活用して0knotの場合の長期予測値を推定し、それをそのまま5knotの長期予測値に適用するとよいと考えられる。

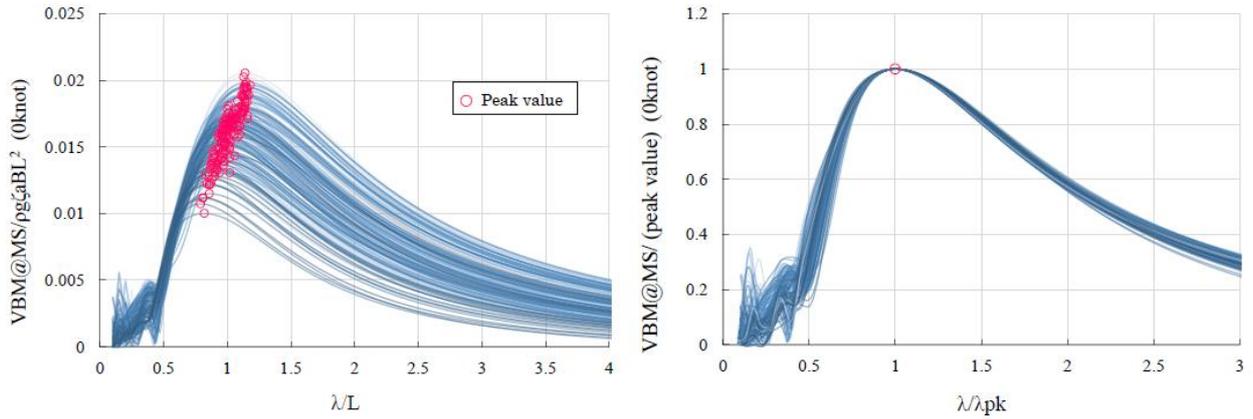


Fig. 5.33 RAO of VBM at midship  $\bar{\mathcal{F}}_5(x_M)$  (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea and 0 knot for 154 ships.

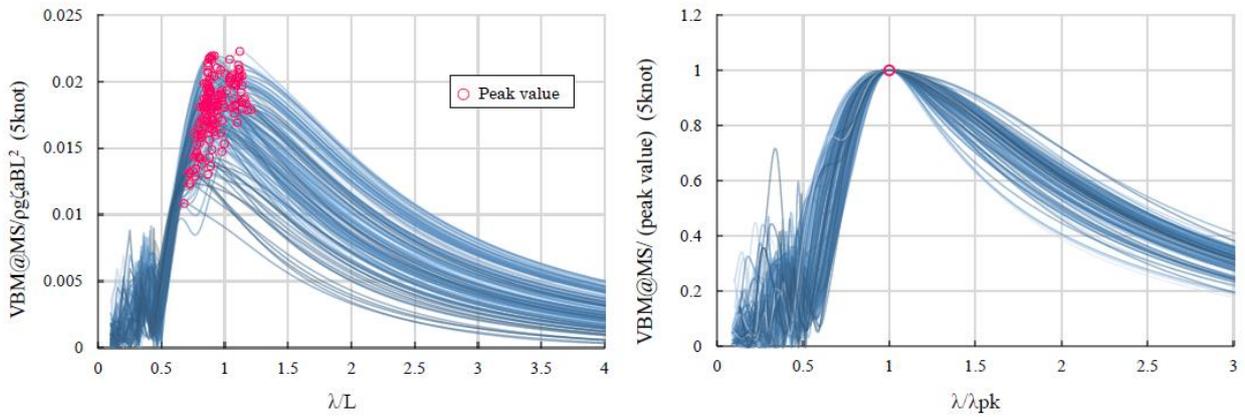


Fig. 5.34 RAO of VBM at midship  $\bar{\mathcal{F}}_5(x_M)$  (left) and the same RAO normalized by its peak value and peak wave-length (right) in head sea and 5 knot for 154 ships.

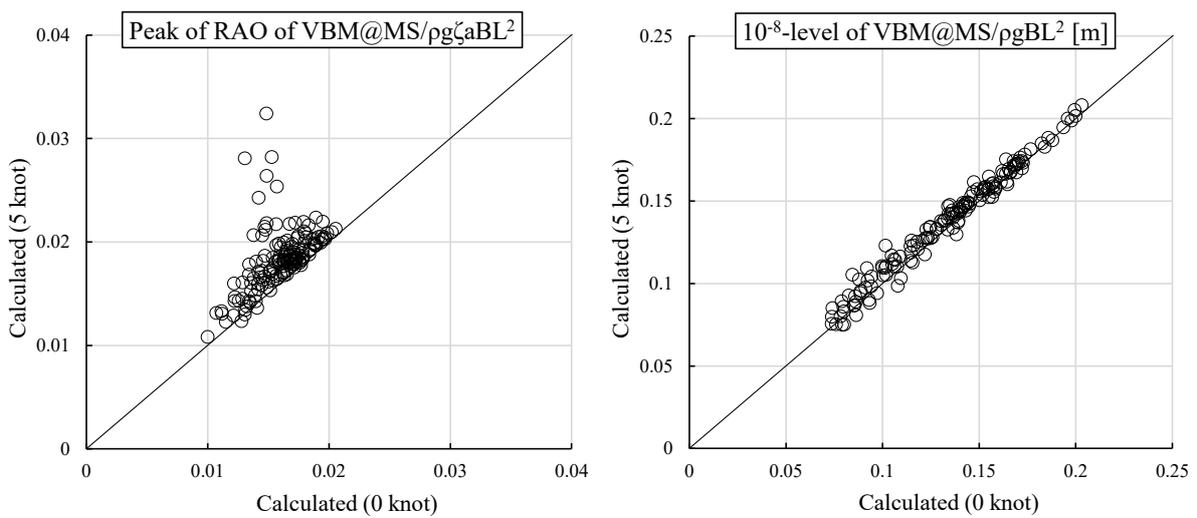


Fig. 5.35 Comparison of peak value of RAO (left) and  $10^{-8}$ -level (right) of VBM at midship between the results of 0knot and 5knot for 154 ships.

以上の結果をうけ、まず 0knot の場合の応答関数のピーク値と長期予測値との相関を調べる。 Fig. 5.36

に, 0knot の VBM の最大等価波高 $H_{wLTP}$ の広義の同調時のゼロクロス波周期 $T_{zBSR}$ に対する傾向を示す.  
 $H_{wLTP}, T_{zBSR}$ の計算には向い波中のピーク値およびピーク波長を用いている. Fig. 5.36 より,  $H_{wLTP}$ は  
 $T_{zBSR}(= 0.57\sqrt{\lambda_{pk}})$ の二次関数によって近似できることが分かる. これは, Fig. 5.33 に示したように向い波  
 中の VBM の応答関数が\*尖度不変性\*の性質を満たし,  $C_A$ が船型に依存しないためである. これより, VBM  
 の長期予測値 $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}}$ は応答関数のピーク値 $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\zeta_a$ およびピーク波長 $\lambda_{pk}$ を用いて次式のように記述で  
 きる.

$$\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}} = H_{wLTP} \frac{|\mathcal{F}_5^{pk}|}{2\zeta_a} \quad (5.4.12)$$

$$\text{where, } H_{wLTP} \cong -0.078\lambda_{pk} + 2.96\sqrt{\lambda_{pk}} - 8.2$$

本式は, 単位波高あたりの応答関数のピーク値[N-m/m]と海象によるスケール依存性を含んだ等価最大波  
 高[m]の積の形で  $10^{-8}$  レベルの VBM が表現されており, 物理的意味が明快である. 前章で検討した $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\zeta_a$   
 および $\lambda_{pk}$ の算式を代入することで, 長期予測値の簡易算式が得られる.

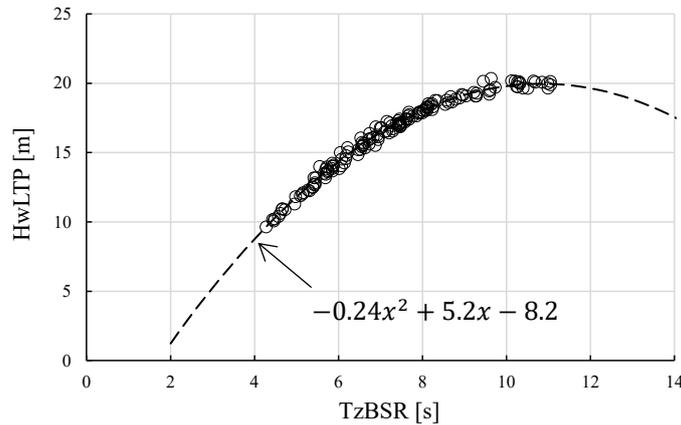


Fig. 5.36 Tendency of  $H_{wLTP}$  against  $T_{zBSR}$  of VBM amidship for 154 ships in 0knot.

Fig. 5.33 より VBM の応答関数は\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*も有しているため, surge 加速度および pitch と同  
 じく, VBM の応答関数のピーク値と長期予測値は,  $\lambda_{pk}$ を介して 1 対 1 に対応することが期待される. そ  
 の確認を行うにあたり, 式(5.4.12)の $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}}$ と $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\zeta_a$ をそのまま比べた場合, VBM はスケールの 3 乗  
 に比例するため, このスケール依存性の強さに隠れて相関の評価がしにくい. とはいえ, 長期予測値には  
 スケール依存性が含まれているため,  $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}}$ と $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\zeta_a$ をそれぞれスケールファクタ $BL^2$ で除した値を直  
 接比較することはできない. そこで, Fig. 5.33 左図よりピーク波長船長比 $\lambda_{pk}/L$ が無次元応答関数のピー  
 ク $|\bar{\mathcal{F}}_5^{pk}|(= |\mathcal{F}_5^{pk}|/\rho g \zeta_a BL^2)$ との間に相関があることを踏まえ,  $H_{wLTP}$ は $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\rho g \zeta_a B$ によって表すことが  
 できると考えると, 式(5.4.12)両辺を $\rho g BL$ で除した式

$$\frac{\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}}}{\rho g BL} = H_{wLTP} \frac{|\mathcal{F}_5^{pk}|}{2\rho g \zeta_a BL} \quad (5.4.13)$$

の右辺は $H_{wLTP}$ も含め $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\rho g \zeta_a BL$ のみによって決定されると考えられる. したがって,  $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}}/\rho g BL$ と  
 1 対 1 に対応する量は $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\rho g \zeta_a BL$ であり, これらが比較されるべき量であると考えられる. Fig. 5.37 に  
 $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}}/\rho g BL$ と $|\mathcal{F}_5^{pk}|/\rho g \zeta_a BL$ との対応を示すとおり, 両者は 1 対 1 に対応することが確認でき, Fig.

5.37 中の近似直線より，次式によって近似できることが分かる．

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}}}{\rho g B L} &\cong 11.1 \frac{|\mathcal{F}_5^{\text{pk}}|_{Fn=0}}{\rho g \zeta_a B L} - 6.0 \\ &\cong 11.1 L \left( 0.019 C_{w2} + 0.011 \frac{\text{LCF}}{L} - 0.011 \frac{\kappa_{yy}}{L} + 0.0072 \right) - 6.0 \quad (\text{Proposed}) \end{aligned} \quad (5.4.14)$$

最右辺の近似では，4章で示した無次元 VBM のピーク値  $|\mathcal{F}_5^{\text{pk}}| (= |\mathcal{F}_5^{\text{pk}}| / \rho g \zeta_a B L^2)$  の簡易算式(4.3.5)の  $Fn = 0$  とした値を適用した．括弧内は水線面積二次モーメント係数  $C_{w2}$  の影響が支配的で，下線部を  $=0.0042$  と置き換えても著しい精度低下は起こらない．簡易推定式(5.4.14)は船速が無い場合を仮定して開発された式であるが，Fig. 5.35 の結果より 5knot にも適用可能である．また， $C_{w2}$  の値には  $C_w$  を用いた近似式(3.2.11)を使うこともできる．提案算式の 5knot における精度を調べるため，Fig. 5.38 に 154 隻に対する  $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}} / \rho g B L$  の提案式(5.4.14)による値と数値計算値との比較を示す．Fig. 5.38 には，式(5.4.14)の最右辺の式に加え，式(5.4.14)において正しい  $|\mathcal{F}_5^{\text{pk}}|_{Fn=0}$  の値 (数値計算値) を用いた場合の値も比較している．Fig. 5.38 より，提案式(5.4.12)は一定の精度を有する式であり，Fig. 5.38 左図では算式が過小評価する船舶がいくつかみられるが，それは  $|\mathcal{F}_5^{\text{pk}}|_{Fn=0}$  の推定式  $(= 0.019 C_{w2} + 0.0042)$  の有する誤差が主な原因であることが式(5.4.12)右から確認できる．したがって， $|\mathcal{F}_5^{\text{pk}}|_{Fn=0}$  の推定式の改良によって精度は改善されるものと考えられる．なお，Fig. 5.37 に示す近似直線  $(11.1x - 6.0)$  は  $L$  の小さい船舶では場合は負値をとるもので，また波浪発現頻度表に依存する関係式でもあるため，用途に応じて再定義することでより実用的な算式となると考えられる．

本検討によって得られた重要な結果は，推定式(5.4.14)そのものに加え，VBM が “5knot の長期予測値は 0knot の応答関数のピーク値から簡易かつ精度よく推定することができる” という事実である．実際，式(5.4.14)右辺の  $|\mathcal{F}_5^{\text{pk}}|$  に 5knot の値を適用した場合，5knot の長期予測値との相関は著しく低下することが確認された．このことが成り立つ理由は，5knot と 0knot の VBM の無次元応答関数の形状の差はピーク値付近のみで大域的な変化は大きくないので長期予測値の差が小さいことと，0knot の VBM の応答関数が良い性質を有しており，ピーク値と長期予測値が 1 対 1 に対応するためである．

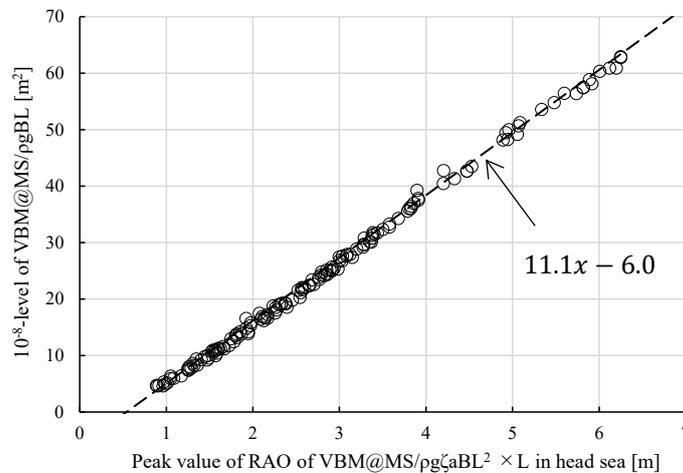


Fig. 5.37 Correspondence of  $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}} / \rho g B L$  and  $L |\mathcal{F}_5^{\text{pk}}|$  amidship in 0 knot for 154 ships.

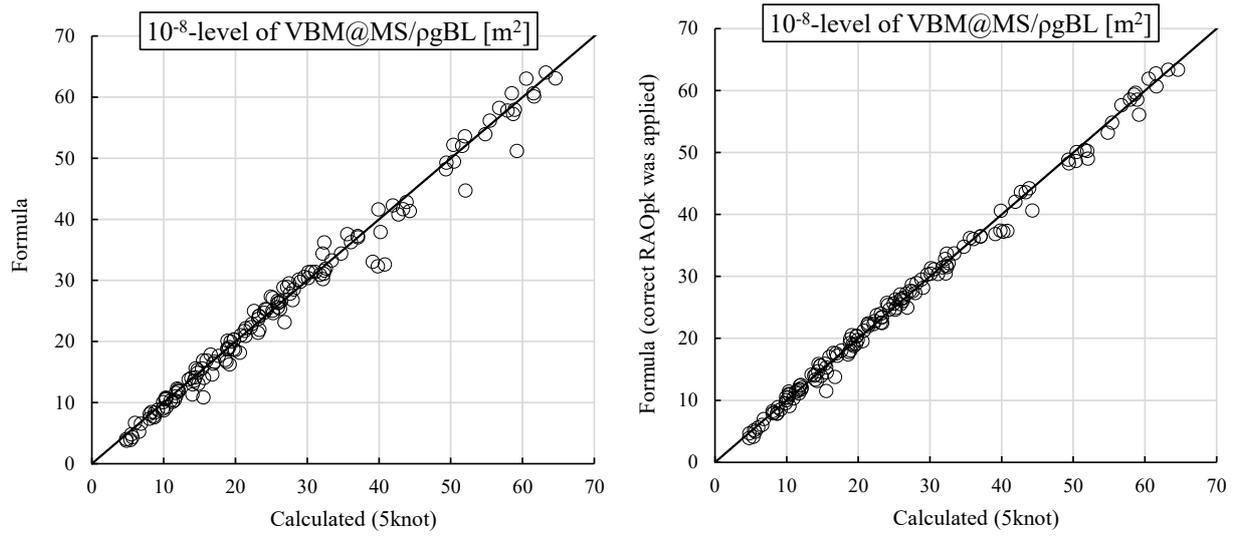


Fig. 5.38 Comparison of calculated value and proposed formula (left: simplified formula of  $\left| \mathcal{F}_5^{\text{pk}} \right|_{F_n=0}$  was applied, right: calculated value of  $\left| \mathcal{F}_5^{\text{pk}} \right|_{Q=10^{-8}/\rho g B L}$  were applied) of 10<sup>-8</sup>-level of VBM amidship  $\mathcal{F}_5|_{Q=10^{-8}/\rho g B L}$  in 5knot for 154 ships.

## 5.5 結言

本章では、波浪荷重、具体的には surge 加速度、heave 加速度、pitch 角、roll 角および垂直曲げモーメントの長期予測値と応答関数との対応を明らかにすることで、これらの長期予測値を簡易に推定する具体的な方法を示した。得られた主要な結果を以下に述べる。

最悪海象中の短期最大応答によって長期予測値を推定する古典的な近似手法に基づき、長期予測値  $A|_{Q=10^{-8}}$  と単位波高あたりの応答関数の最大値  $|A_{pk}|/2\zeta_a$  を次式によって関連付けた。

$$A|_{Q=10^{-8}} = H_{wLTP} \frac{|A_{pk}|}{2\zeta_a} \quad (5.5.1)$$

両者を結び付ける係数  $H_{wLTP}$  は波高に対応する物理量で、本研究ではこれを等価最大波高と呼称した。式(5.5.1)の表現は重見らによる等価設計波法<sup>[87, 88]</sup>と同様であるが、本研究では等価最大波高  $H_{wLTP}$  の特性およびスケール依存・非依存の支配パラメータを示したところに価値がある。具体的には、 $H_{wLTP}$  のスケール依存性は、応答スペクトルが狭帯域であれば、応答の種類によらず応答関数のピーク波長  $\lambda_{pk}$  によって整理されることを明らかにした。これは最悪海象の有義波高が、広義の同調を生じるゼロクロス波周期  $T_{zBSR}$  によって定まるためである。 $H_{wLTP}$  は加えて、無次元応答関数の尖度にも依存するため、4章において抽出した応答関数に対して支配的な無次元パラメータによっても整理されることを明らかにした。したがって、4章で検討した応答関数の最大値  $|A_{pk}|$  と、応答関数のピーク波長  $\lambda_{pk}$  ならびに応答関数に対する支配的な無次元船型パラメータを用いて  $H_{wLTP}$  を表現すれば、式(5.5.1)がそのまま簡易推定式となる。

さらに、一部の応答については式(5.5.1)よりも簡単な表現を導いた。具体的には、応答関数が

(\*尖度不変性\*) 無次元応答関数の尖度が船型に依らず同じ

(\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*) 応答関数のピーク値とピーク波長の相関が強く 1対1の対応関係にある

のどちらの性質も有するとき、 $H_{wLTP}$  が応答関数のピーク値  $|A_{pk}|/\zeta_a$  のみによって定まることから、応答関数のピーク値と長期予測値が 1対1に対応し、それゆえ長期予測値は応答関数のピーク値のみから簡易に推定できることを示した。そのような性質を有する応答関数は、surge 加速度および pitch と、船速が 0 の場合の垂直曲げモーメントである。本研究で扱った以外の応答 (HBM など) について長期予測値の簡易推定式を検討する場合、その応答関数が \*尖度不変性\* および \* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\* を有する場合は応答関数のピーク値から長期予測値を表現し、そうでない場合は  $H_{wLTP}$  の傾向を調べ、 $H_{wLTP}$  をピーク波長  $\lambda_{pk}$  および何らかの無次元船型パラメータで近似した上で簡易算式を式(5.5.1)によって定義すればよい。

本章において、各波浪中応答に対して得られた結果を以下に示す。

### ◆ Surge 加速度および pitch

応答関数が \*尖度不変性\*、\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\* を有するため、長期予測値と応答関数のピーク値とが殆ど 1対1に対応する関係にある。この性質を用いて、前4章において示した縦波中の応答関数のピーク値の算式を用いて、長期予測値を精度よく推定できる簡易算式を示した。どちらも縦波中の応答が主要であるため、スケール依存の支配パラメータは  $L$  で、無次元船型パラメータはそれぞれ前4章で得た無次元応答関数に対する支配パラメータ (surge 加速度は  $dC_m/L, C_p$ , pitch は  $dC_{vp}/L, \kappa_{yy}/\kappa_{wyy}, C_w$ ) である。

### ◆ Heave 加速度

Heave 加速度は横波中の応答が主要であり、等価最大波高  $H_{wLTP}$  が、横波中の応答関数のピーク波長  $\lambda_{pk}$

と横波における支配的な無次元パラメータ $dC_{vp}^2/B$ で整理できることを示した。前4章の結果より $\lambda_{pk}$ は $dC_{vp}^2/B$ および $B$ で表せ、かつ横波中の無次元応答関数のピーク値は船型によらず一定値をとることから、これらの結果を式(5.5.1)に代入することで、heave 加速度の長期予測値はスケールパラメータ $B$ と無次元船型パラメータ $dC_{vp}^2/L$ によって整理されることを示した。

Heave 加速度の長期予測値に対して、船幅 $B$ の影響に比べて無次元船型パラメータ $dC_{vp}^2/L$ の影響はそれほど強くない。また 0knot に比べ 5knot の長期予測値は $dC_{vp}^2/L$ との相関が低下することが確認された。 $dC_{vp}^2/L$ は横波中の heave の支配パラメータであるが、船速が速くなると向波中の heave 加速度が大きくなり、向波中の heave 加速度に対する支配パラメータが長期予測値に影響するためである。

#### ◆ Roll

等価最大波高 $H_{wLTP}$ が、横波中の応答関数のピーク波長 $\lambda_{pk}$ と、無次元応答関数の尖度に対して支配的な無次元復原力係数 $\bar{C}_{44}$ によって整理できることを示した。前4章の結果より、roll の応答関数のピーク値はピーク波長 $\lambda_{pk}$ によって表されることから、式(5.5.1)より roll の長期予測値はスケール依存の $\lambda_{pk}$ およびスケール非依存の $\bar{C}_{44}$ によって決定されることを示した。

本検討では減減係数 $N$ の値を固定したが、応答関数の最大値および応答関数の尖度には減衰力係数の強さが大きく影響するため、 $H_{wLTP}$ には $N$ も考慮する必要があると考えられる。また、前4章では roll の応答関数に減減力係数の非線形影響を考慮したが、本章における長期予測計算では線形理論に基づく計算法をそのまま適用した。ただし、提案した長期予測値の簡易算式には応答関数のピークの計算に必要な波振幅を変数として残しているため、この値を工夫することで非線形影響を簡易的に考慮できる可能性がある。これについては、非線形解析等を交えた検討が必要である。

#### ◆ 垂直曲げモーメント

5knot における VBM の応答関数は、0knot の応答関数に比べてピーク付近の局所的な形状が変化するのはのみで、したがって長期予測値に対しては 0knot と 5knot とであまり変化がないことが確認された。また、0knot における VBM の応答関数は\*尖度不変性\*、\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*を有するため、長期予測値と応答関数のピーク値とがほぼ 1 対 1 に対応する関係にある。これらの事実から、5knot の長期予測値は、0knot の応答関数のピーク値から簡易かつ精度よく推定できることを示した。また、応答関数のピーク値と長期予測値とで 1 対 1 に対応する量は、それぞれを $\rho gBL$ で除した量であることを示し、両者の対応を近似直線で表した。その結果を用いて、前4章で示した VBM の 0knot における応答関数のピーク値の簡易算式を適用し、長期予測値の簡易算式を示した。

本研究では IACS において規定される波スペクトルおよび北大西洋の波浪発現頻度を仮定したが、別の遭遇海象を仮定する場合には等価最大波高 $H_{wLTP}$ を再度定義する必要がある。その場合でも、本研究で示した支配パラメータを活用することができると考えられる。一方で応答関数のピーク値については遭遇海象に依存しないため、本研究で示した式をそのまま用いることができる。

また、本研究では 5knot を前提としているため、より高速で航行する場合を仮定したときに同じ手法が成立するかは検討の必要がある。船速が速いと応答関数が\*尖度不変性\*、\* $A_{pk}-\lambda_{pk}$ 照応性\*を失う傾向にあると考えられるため、その場合は $H_{wLTP}$ を調べて傾向を整理し、式(5.5.1)によって長期予測値を定義するとよいであろう。また、roll については減減係数の船型影響に加え、長期予測値に対する非線形影響の合理的な考慮方法の検討が求められる。

## 第 6 章 結論

### 6.1 本研究で得られた成果

波浪荷重の合理的な簡易推定法の重要性が高まる中、その合理的・汎用的手法の確立のために、本研究では数値的・理論的観点に基づいた新しいアプローチを提示した。まず、10 個の船型パラメータによって定義される数学船型“松井船型”を提案し、船舶設計の初期段階における精度の良い波浪荷重推定を可能とした。さらに、同船型を数値的検討材料として援用することで、波浪荷重の支配因子の抽出やそれを用いた簡易推定式の開発を数値的・理論的観点の両面から行った。波浪荷重の理論的検討においては、得られる簡易算式の精度および汎用性の観点から、各流体力成分、応答関数、最悪海象、長期予測値と細かく段階を踏んだアプローチをとった。本研究によって得られた成果を章ごとに纏めて以下に総括する。

第 2 章「波浪荷重推定のための数学船型の開発」では、新しく提案した数学船型“松井船型”について、その開発過程と適用性を示した。松井船型は、modified Wigley 船型をベースに波浪中応答に対して重要な 10 個の船型パラメータ（船長 $L$ 、幅 $B$ 、喫水 $d$ 、方形係数 $C_b$ 、中央横断面積係数 $C_m$ 、水線面積係数 $C_w$ 、水線面積二次モーメント係数 $C_{w2}$ 、浮心前後位置 $LCB$ 、浮面心前後位置 $LCF$ 、水線面積二次モーメントに関する前後非対称パラメータ $\beta$ ）が可変となるように拡張されたものであり、最小限のパラメータから生成された同船型によって実船と同等の波浪荷重を得ることが出来るという新しいコンセプトの数学船型である。したがって、船型の詳細が定まっていない初期設計段階における波浪中船体応答の推定に有効に活用することができる。同章では適用性の検証として、実船の波浪中応答と、実船と同じ船型パラメータを用いて生成した松井船型の波浪中応答を比較し、両船型の波浪中応答が同等であることを確認した。開発の過程では、水線面積とは独立に水線面二次モーメントに関する形状パラメータを導入することで、実船の pitch および VBM との一致度が向上することが確認された。さらに、実際の船舶において各船型パラメータがとりうる範囲の参考として、実際の 154 隻（77 隻×バラスト・満載状態）の商船に対する各船型パラメータのヒストグラムを示した。松井船型は船型パラメータの陽関数で表されるため、波浪荷重の簡易推定以外に、波浪荷重に対する船型パラメータの感度解析にも適しており、以降の章における数値的検証に適宜活用されている。

第 3 章「流体力に対する支配的要因の抽出と簡易推定式の開発」では、波浪中応答の支配要因の抽出の準備として、耐航性理論に基づき、船体運動を構成する各流体力成分に対し船型影響の理論的・数値的調査を行い、船型パラメータを用いた簡易算式も提示している。特に復原力係数ならびに Froude-Krylov 力成分については重要な成分であるため、船型を船型パラメータによって一意に定まる簡単な形状で近似した上で推定算式を理論的に導き、全成分について簡便かつ精度の良い算式が得られた。付加質量および減衰力係数は heave, pitch および roll の対角成分をストリップ法的アプローチによって求めた。まず 2 次元流体力を水線幅による近似式で表し、それを船長方向に積分して 3 次元流体力に拡張する過程で船型パラメータを考慮した結果、良好な精度の簡易式が得られた。Scattering 流体力については相対運動の仮定に基づいた簡易式を示したが、簡易算式による推定精度の確保が難しく、流体力の簡易算式を組み合わせ運動を推定する場合には、当成分が精度のボトルネックになることが示唆された。

第4章「規則波中の船体応答に対する船型影響と簡易推定式の開発」では、波浪中応答の応答関数の支配パラメータを検討した。特に波浪中の surge, heave, pitch roll 運動に対しては、応答関数の簡易推定式をそれぞれ提示している。その過程において、まず初めに運動方程式の簡易化を行うため、連成影響の大小や流体力間の相殺関係に着目し、モード毎にどの成分が省略可能かを検討した。その結果、surge, pitch, roll については連成影響が小さくかつ radiation/scattering 流体力の相殺が実用的な周波数帯で成立することが確認されたため、応答関数を比較的簡単な式で表すことができ、支配パラメータも明確に導かれた。一方で、向い波中の heave については pitch の連成影響を強く受け、一概に簡単な算式で表現することは難しいことが確認された。ただし、横波における heave は pitch を無視することができるため支配パラメータの抽出に成功し、ピーク値の簡易かつ高精度な推定式も得られた。加えて向い波中の heave においても、heave の基準点を重心以外にとることでより簡易な表現になり得ることについて示唆した。Roll に関しては、横波における応答関数のピーク値は同調時の副波面の傾斜角によって整理されることを明らかにし、簡易かつ高精度の算式を得た。加えて同算式は、非線形減衰力係数を用いたときの波高の非線形影響についても考慮されている。最後に、VBM に対しその支配要因と簡易式を理論的に抽出することを試みたところ、特に船速がある場合には基礎理論式を元にしたアプローチでは簡易式を示すことは難しいことが判明した。そこで、流体力成分および慣性力間の相殺関係や、船長方向に均一な浮体に対して成り立つ性質を示し、船型影響に対する傾向に対する物理的考察を与えた上で、数学船型を用いて抽出された支配パラメータを用いて、応答関数のピーク値の簡易推定式を示した。

第5章「波浪荷重の長期予測値に対する船型影響と簡易推定式の開発」では、各種波浪荷重 (surge 加速度, heave 加速度, pitch, roll, VBM) の長期予測値に対して、船型影響およびスケール影響について検討した。第4章において抽出された応答関数に対する支配因子が長期予測値に対してどのように影響するかを明確にするために、まずは最悪海象中の短期最大応答から長期予測値を推定する古典的な近似手法の考え方にに基づき、応答関数と長期予測値との対応を考察した。これによって、長期予測値を応答関数のピーク値と等価最大波高 $H_{wLTP}$ との積によって表し、各応答における等価最大波高が、第4章で得た無次元船型パラメータに加え、遭遇海象に起因するスケール依存性として応答関数の同調波長 $\lambda_{pk}$ によって整理できることを明らかにした。さらに、surge 加速度, pitch, および VBM については応答関数の有する簡易推定にとって都合の良い性質を活かし、等価最大波高を用いないより簡単な表現で良好に推定できることを示した。以上によって、surge 加速度, heave 加速度, pitch, roll, VBM の長期予測値に対する無次元およびスケール依存の支配パラメータを示し、簡易算式あるいはその開発のための指針を提示した。

## 6.2 構造設計に対して期待される効果

緒論に述べた通り、船体構造設計における波浪荷重評価は基本的に船級規則の簡易算式が適用され、荷重解析プログラムを用いた評価は付加的検討として位置づけられる。前者は簡便さに重きを置いた評価手法であるが、それゆえに推定精度や汎用性に課題がある。一方で後者は合理的な推定が可能なものの、解析の実施に係る工数が多く、現状は実際の設計現場において実施されることはまれである。本研究はこれら2つの手段に対し、その高度化および合理化に資するべく検討を行ったものである。波浪荷重の簡易算式においては、波浪中の現象を構成する基本要素の検討から始め、各応答に対する支配パラメータ、簡易算式およびその開発の基本方針を提示した。得られた支配パラメータや簡易算式は基礎理論に立脚したものであるから、例えば今後想定する遭遇海象が変更される場合、提案式のうちの海象に依存する箇所（係

数等)のみ変更すれば良い。推定算式の簡便さと精度を両立するには、基礎理論に基づいた支配因子の抽出がポイントになることは前述の通りであるが、例えば向い波中の **heave** など、応答の種類や条件によってはそれが難しい場合もある。そういった場合の代替手法として、本研究では数学船型を用いた比較的簡便な波浪荷重の推定法も提案している。新たに提案した数学船型は、少数の船型情報から合理的な波浪荷重を得ることができるという点で、波浪荷重解析の実施においてネックであった解析工数の削減を実現するものである。例えば、船型パラメータ入力 - 船型生成 - 解析の実施 - 波浪荷重の出力という一連の解析処理を自動化しておけば、それは簡易算式に代わる新たな形の実用的評価手法にもなり得るであろう。

本研究によって得られた成果は、今後の構造設計における新たな段階の荷重評価手法につながるもので、構造寸法まで含めた船体計画のさらなる合理化を可能にするものと考えられる。

### 6.3 将来の検討課題

本研究ではいくつかの仮定を設けているため、それらに関する本研究の結果の適用限界および将来の課題を以下に述べ、本論文の結びとする。

#### ◆ 波高の非線形影響

本研究では理論、数値検証ともに線形理論に基づいているため、大波高中の非線形影響は考慮されていない。特に **VBM** については、波高の非線形影響が強いことが知られているため、より実際に近い波浪荷重を推定するためには、非線形応答に対する支配パラメータおよびその傾向を検討する必要がある。ただし、このことが本研究の成果の実用性を否定するわけではなく、微小波高中の応答の支配パラメータは大波高中の応答に対しても同様に支配的であると考えられるため、現行の船級規則でも見られるように、線形理論の式をベースに非線形影響を係数によって考慮することで大波高中の波浪荷重の合理的な推定算式が得られると考えられる。またこれに関係して、本研究で提案した松井船型は **Wigley** 船型を元にしたために喫水線下の船殻形状しか定義されておらず、松井船型を用いて非線形波浪荷重を推定するには喫水線より上の形状の実用的な定義方法を検討する必要がある。

#### ◆ Roll の減衰力係数および非線形影響

**Roll** は粘性・造渦影響による減衰力の非線形影響がとりわけ強いことが知られており、また減衰力の正確な推定も難しい。本論文では、**roll** の減衰力係数を **Bertin** の  $N$  係数によって定義した上で  $N$  を未知変数のまま扱い、非線形影響は等価線形化して線形理論の枠組みの中で扱った。したがって、 $N$  係数に対する支配因子（船型パラメータやビルジキール寸法など）の抽出および傾向を整理する必要があること、さらに長期予測値に対しては非線形性を考慮したより合理的な簡易推定法が求められる。ただし、提案した長期予測値の簡易算式には応答関数のピークの計算に必要な波振幅を変数として残しているため、この値を工夫することで非線形影響を簡易的に考慮できる可能性がある。これについては、非線形解析や水槽実験等を交えた検討が必要である。

#### ◆ 速度影響

本研究では、船速は荒天中の減速影響を考慮して **5knot** を仮定している。この仮定は **CSR** でもおかれているように、降伏・座屈強度に対する評価としては合理性を有するが、疲労強度評価に対してはサーブススピードにおける波浪荷重を推定する必要がある。本研究では低速域で成り立つ性質（例えば **pitch** の応答関数のピークにおいて **radiation** 流体力と **scattering** 流体力が相殺すること、**VBM** の長期予測値が **0knot** と **5knot** で大きく変化しないこと）を利用した簡略化を行っているため、特に縦系の応答に対して

は船速が速い場合傾向が複雑化することが予想される。また船速の速い場合は数値解析的な難しさも伴うため、検証に用いる解析ツールも Green 関数法, ランキンパネル法, EUT, ストリップ法等のうちのどれを採用するかを慎重に検討する必要があるだろう。

## 参考文献

- [1] 竹澤 誠二: 船体運動学の歩み, 運動性能研究委員会・第 13 回シンポジウム 船体運動およびその制御と海象, pp.1-28, 1997.
- [2] 日本造船学会: 第 1 回耐航性に関するシンポジウム, 1969.
- [3] 渡辺 巖, 土岐 直二, and 伊東 章雄: 第 2 章 ストリップ法, 運動性能研究委員会・第 11 回シンポジウム 耐航性理論の設計への応用, 1994.
- [4] Korvin Kroukovsky B.V.: Investigation of ship motions in regular waves, SNAME Transactions, Vol.7, 1955.
- [5] 田才 福造 and 高木 又男: 規則波中の応答理論および計算法, 耐航性に関するシンポジウム, 日本造船学会, pp.1-52, 1969.
- [6] Salvesen N., Tuck E., and Faltinsen O. SHIP MOTIONS AND SEA LOADS. 1970.
- [7] 柏木 正, 岩下 英嗣, 高木 健, and 安川 宏紀: 第 3 章 三次元理論による計算法, 運動性能研究委員会・第 11 回シンポジウム 耐航性理論の設計への応用, pp.219-292, 1994.
- [8] 岩下 英嗣, 柏木 正, 伊藤 悠真, and 関 裕太: 周波数領域ランキンパネル法による低速/低周波数域での耐航性能計算, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.24, pp.129-146, 2016.
- [9] Kashiwagi Masashi: Prediction of Surge and its Effect on Added Resistance by means of the Enhanced Unified Theory, TRANSACTIONS OF THE WEST-JAPAN SOCIETY OF NAVAL ARCHITECTS, Vol.89, pp.77-89, 1995.
- [10] Takami T. and Iijima K.: Numerical investigation into combined global and local hydroelastic response in a large container ship based on two-way coupled CFD and FEA, Journal of Marine Science and Technology (Japan), 2019.
- [11] 深沢 塔一: 斜波中非線形船体運動/波浪荷重の時間領域における数値計算法に対する一考察, 日本造船学会論文集, Vol.1990 (167), pp.69-79, 1990.
- [12] Okumoto Yasuhisa, Takeda Yu, Mano Masaki, and Okada Tetsuo, Design of Ship Hull Structures: A Practical Guide for Engineer. Springer, 2009.
- [13] IACS: Common Structure Rules for Bulk Carriers and Oil Tankers, 2020.
- [14] 日本海事協会: 直接荷重解析に基づく強度評価ガイドライン, 2018.
- [15] 松井 貞興, 篠本 恭平, 杉本 圭, and 芦田 晋作: 波浪中船体応答の簡易算式の開発－第 3 報: Roll 運動－, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.30, pp.557-563, 2020.
- [16] 日本海事協会船体開発部: 先進的な構造強度評価法及び規則開発に向けた NK の取り組みについて, 2018 ClassNK 春季技術セミナー, 2018.
- [17] Bales Nathan K. OPTIMIZING THE SEAKEEPING PERFORMANCE OF DESTROYER-TYPE HULLS. 1981.
- [18] 運動性能研究委員会: 船型と耐航性, 運動性能研究委員会・第 5 回シンポジウム, 1988.

- [19] Cakici F. and Aydin M.: Effects of hull form parameters on seakeeping for YTU gulet series with cruiser stern, *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, Vol.6 (3), pp.700-714, 2014.
- [20] Sayli A., Alkan A. D., and Uysal A. O.: Automatic elimination of ship design parameters based on data analysis for seakeeping performance, *Brodogradnja*, Vol.65 (4), pp.15-33, 2014.
- [21] 秋田 好雄, 田代 新吉, and 日笠 則明: 船体に作用する波浪断面力に関する研究, *日本造船学会論文集*, Vol.142, pp.264-272, 1977.
- [22] IACS: Longitudinal Strength Standard for Container Ships, Detailed Technical Background fo UR S11A, 2015.
- [23] Zhang S., Tezdogan T., Zhang B., Xu L., and Lai Y.: Hull form optimisation in waves based on CFD technique, *Ships and Offshore Structures*, Vol.13 (2), pp.149-164, 2018.
- [24] Kapsenberg G.K.: Finding the hull form for given seakeeping characteristics, 2009.
- [25] Jensen Jørgen Juncher, Mansour Alaa E., and Olsen Anders Smærup: Estimation of ship motions using closed-form expressions, *Ocean Engineering*, Vol.31 (1), pp.61-85, 2004.
- [26] Pedersen P. T. and Jensen J. J.: Estimation of hull girder vertical bending moments including non-linear and flexibility effects using closed form expressions, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, Vol.223 (3), pp.377-390, 2009.
- [27] Özüm Sadık, Şener Bekir, and Yilmaz Hüseyin: A parametric study on seakeeping assessment of fast ships in conceptual design stage, *Ocean Engineering*, Vol.38 (13), pp.1439-1447, 2011.
- [28] Lackenby H.: On the systematic geometrical variation of ship forms, *Trans INA*, Vol.92, pp.289-316, 1950.
- [29] 加藤 瞭, 李 旗, and 池田 亮: 数学船型を用いた外力の推定法 : その 1 静水中における曲げモーメント, 剪断力, *西部造船会々報*, Vol.96, pp.155-161, 1998.
- [30] 加藤 瞭, 李 旗, and 池田 亮: 数式表示船型を用いた外力の推定法 : その 2 波浪中における曲げモーメント, 剪断力, *西部造船会々報*, Vol.97, pp.35-40, 1999.
- [31] Journée J. M., Experiments and calculations on four Wigley hullforms. 1992, Delft: Univ. of Technology, Ship Hydromechanics Lab.
- [32] 三宅 竜二, 松本 俊之, 朱 庭耀, and 阿部 憲和: 超大型コンテナ船のスプリングングによる流力弾性応答に関する実験的研究 (第一報) , *日本船舶海洋工学会論文集*, Vol.8, pp.185-194, 2008.
- [33] 片岡 史朗 and 岩下 英嗣: 時間領域ハイブリッド法による波浪中船体運動および抵抗増加の推定, *日本船舶海洋工学会論文集 = Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers*, Vol.2, pp.217-228, 2005.
- [34] ITTC: 17th ITTC Resistance Committee report, Cooperative experiment on Wigley parabolic model in Japan, 1983.
- [35] Kashiwagi Masashi, Endo Kazuaki, and Yamaguchi Hiroshi: Wave drift forces and moments on two ships arranged side by side in waves, *Ocean Engineering*, Vol.32 (5), pp.529-555, 2005.
- [36] Guo Hao, Wang Jianhua, Wan Decheng, and Hu Changhong, *Benchmark Computations on Motion*

- Responses and Bow Waves of the Ship in Regular Waves*, in *The 29th International Ocean and Polar Engineering Conference*. 2019, International Society of Offshore and Polar Engineers: Honolulu, Hawaii, USA. p. 8.
- [37] 松井 貞興, 村上 睦尚, 林原 仁志, and 笛木 隆太郎: 船体構造設計のための全船荷重構造解析ならびに強度評価システム DLSA-Basic, 海上技術安全研究所報告, Vol.19, pp.373-393, 2019.
- [38] Jensen J. and Mansour A.: Estimation of Ship Long-term Wave-induced Bending Moment using Closed-Form Expressions, *International Journal of Maritime Engineering*, pp.41-55, 2002.
- [39] 大串 雅信: 理論船舶工学(上巻), 1972.
- [40] S.W.F.Morrish: Approximate Rule for the Vertical Position of the Center of Buoyancy, *Transactions of the Institution of Naval Architects*, 1892.
- [41] 神田 欽一: 船舶の水線面積係数及び方形肥瘠係数の吃水に対する変化と横 Metacenter KM を求める一つの方法, 造船協会会報, Vol.1934 (53), pp.171-190, 1934.
- [42] 柏木 正: 長波長域での船体運動の漸近値について, 関西造船協会論文集, Vol.2004 (242), pp.45-51, 2004.
- [43] Peters A. S. and Stoker J. J.: The motion of a ship, as a floating rigid body, in a seaway, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol.10 (3), pp.399-490, 1957.
- [44] 田才 福造: 船の横揺れの運動方程式について, 九州大学応用力学研究所所報, Vol.25, 1965.
- [45] IMO: Adoption of the International Code on Intact Stability, 2008 (2008 IS Code), Resolution MSC.267/85, MSC 85/26/Add.1 Annex 2, 2008.
- [46] 高石 敬史 and 黒井 正明: 波浪中船体運動の実用的計算法, 第2回耐航性に関するシンポジウム, 1977.
- [47] Faltinsen O. M., *Sea loads on ships and offshore structures*. 1990, Cambridge university press.
- [48] 元良 誠三: Gravity Dynamometer による波浪中抵抗試験及び Surging について, 造船協会論文集, Vol.1954 (94), pp.43-52, 1954.
- [49] 梅田 直哉 and 塚本 泉: 有効波傾斜係数の簡易推定法とその転覆確率に与える影響, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.5E, pp.23-26, 2007.
- [50] 元良 誠三: 船体運動に対する附加質量及び附加慣性モーメントについて-其の 1.旋回に対する附加慣性モーメント-, 造船協会論文集, Vol.1959 (105), pp.83-92, 1959.
- [51] 元良 誠三: 船体運動に対する附加質量および附加慣性モーメントについて-その 2 前後動に対する附加質量-, 造船協会論文集, Vol.1960 (106), pp.a59-a62, 1960.
- [52] 元良 誠三: 船体運動に対する附加質量および附加慣性モーメントについて-その 3 左右動に対する附加質量-, 造船協会論文集, Vol.1960 (106), pp.a63-a68, 1960.
- [53] 元良 誠三: 船体運動に対する附加質量および附加慣性モーメントについて-その 4 縦揺れに対する附加慣性モーメント-, 造船協会論文集, Vol.1960 (107), pp.83-89, 1960.
- [54] 元良 誠三: 船体運動に対する附加質量および附加慣性モーメントについて-その 5 上下揺れに対する附加慣性モーメント-, 造船協会論文集, Vol.1960 (107), pp.91-95, 1960.
- [55] 山本 善之: 週期運動を行う没水物体に就て, 造船協会会報, Vol.1955 (77), pp.29-41, 1955.
- [56] 元良 誠三: 自由表面が没水体及び水上船舶の見掛質量に及ぼす影響に就て, 造船協会論文集,

- Vol.1954 (86), pp.301-308, 1954.
- [57] 小保方 準, 芳村 康男, 杉田 松次, and 永島 実郎: 主要目が大幅に異なる船型の付加質量について : 定加速度試験(CAT)による付加質量の計測, 関西造船協会誌, Vol.201, pp.1-6, 1986.
- [58] 森 正彦, 船型設計. 1997: 船舶技術協会.
- [59] 定兼 廣行, 戸田 保幸, and 李 允石: 浅水域における船体付加質量係数と船首揺付加慣性モーメント係数の簡易推定式, 日本航海学会論文集, Vol.105, pp.11-20, 2001.
- [60] Lewis F. M.: The Inertia of Water Surrounding a Vibrating Ship, Transactions SNAME, Vol.37, pp.352-254, 1929.
- [61] Landweber L. and de Metcagno M. C.: Added Mass of Two-Dimensional Forms Oscillating in a Free Surface, Journal of Ship Research, Vol.1 (04), pp.20-30, 1957.
- [62] 別所 正利: 波の中の船の横揺れ運動の理論について (続報), 防衛大学校理工学研究報告, Vol.3 (3), pp.173-201, 1966.
- [63] 大松 重雄: 周波数無限大における 2 次元浮体の付加質量の解析解について, 海上技術安全研究所報告, Vol.17, pp.185-198, 2017.
- [64] URSELL F.: ON THE ROLLING MOTION OF CYLINDERS IN THE SURFACE OF A FLUID †, The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol.2 (3), pp.335-353, 1949.
- [65] Kotik Jack and Mangulis Visvaldis: On the Kramers-Kronig relations for ship motions, International Shipbuilding Progress, Vol.9, pp.361-368, 1962.
- [66] Greenhow Martin: High- and low-frequency asymptotic consequences of the Kramers-Kronig relations, Journal of Engineering Mathematics, Vol.20, pp.293-306, 1986.
- [67] Grim O.: Die hydrodynamischen Kräfte beim Rollversuch, Schiffstechnik Bd. 3, 1955/56.
- [68] 柏木 正 and 岩下 英嗣: 船舶海洋工学シリーズ④ 耐航性能編, 2012.
- [69] Ursell F. and Taylor Geoffrey Ingram: Short surface waves due to an oscillating immersed body, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, Vol.220 (1140), pp.90-103, 1953.
- [70] 雁野 昌明 and 高木 又男: 波浪中の船体運動の計算に係る二三の問題について, 関西造船協会誌, Vol.140, pp.45-54, 1971.
- [71] Havelock T. H.: LXXI. The damping of the heaving and pitching motion of a ship, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, Vol.33 (224), pp.666-673, 1942.
- [72] 海文堂: 造船設計便覧第 4 版, 1983.
- [73] 加藤 弘: 船の横揺れ周期の近似計算に就いて, 造船協会論文集, Vol.1956 (89), pp.59-64, 1956.
- [74] 松井 貞興 and 村上 睦尚: 船体 FEM モデルを用いた貨物内体積分の計算法 - 慣性モーメント等やその船長方向分布の計算と振りモーメントへの影響 -, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.28, pp.203-209, 2018.
- [75] IMO: Adoption of the International Code on Intact Stability, 2008 (2008 IS Code), Resolution MSC.267/85, MSC 85/26/Add.1 Annex 2, 2008.
- [76] Newman J. N.: The Exciting Forces on Fixed Bodies in Waves, Journal of Ship Research, Vol.6 (04),

- pp.10-17, 1962.
- [77] 渡辺恵弘: 船の上下動および縦揺れの理論に就いて, 九州大学工学集報, (1), 1958.
- [78] 高木 幹雄: 船体運動に対する船型要素の影響と船型改良, 日本造船学会論文集, Vol.1989 (166), pp.239-249, 1989.
- [79] Hearn Grant E.: Practical Seakeeping Design Tools for Monohulls, Advanced Design for Ships & Offshore Floating Structures, University of Newcastle Upon Tyne, 1992.
- [80] 岡 正義, 安藤 孝弘, 馬 沖, 吉田 巧, 和泉 徳喜, 松原 直哉, et al.: 独立型タイプ B 方式球形 LNG タンクの液体と船体運動の連成を考慮したタンク流体力の数値計算, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.26, pp.103-118, 2017.
- [81] Yasushi Kitagawa and Masashi Kashiwagi: A Strip Method Including nx-Related Terms and Its Effects on Propeller Inflow Velocity in Waves, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.29, pp.39-50, 2019.
- [82] 姫野 洋司: 横揺れ減衰力, 第 2 回耐航性シンポジウム 第 IV 篇 設計に関するトピックス, pp.199-209, 1977.
- [83] 造船設計便覧 第 4 版, 海文堂, pp.414-415, 1983.
- [84] 日本造船研究協会: 復原性に関する研究成果の適用に関する研究, SR23, 2-3, 1960.
- [85] 田才 福造, 高木 幹雄, and 稲田 勝: 船の横運動波浪強制力及び横波中の横揺の計算法について, 西部造船会々報, Vol.62, pp.137-149, 1981.
- [86] 片山 徹, 高崎 義憲, 足立 俊哉, 勘角 真依, 杉本 圭, and 福元 佑輔: 自動車運搬船と液化天然ガス運搬船の横揺れ減衰力特性と池田の方法の適用性について, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.31, pp.83-92, 2020.
- [87] 重見 利幸 and 朱 庭耀: タンカーの主要構造部材に対する設計荷重の実用的設定法に関する研究 第 1 報 設計海象, 日本造船学会論文集, Vol.2002 (191), pp.195-207, 2002.
- [88] 重見 利幸 and 朱 庭耀: タンカーの主要構造部材に対する設計荷重の実用的設定法に関する研究 第 2 報 設計規則波及び設計荷重, 日本造船学会論文集, Vol.2002 (191), pp.209-220, 2002.
- [89] Akita Yoshio, Tashiro Shinkichi, and Hikasa Noriaki: A Study of Wave induced Forces and Moments acting on the Ship Hull, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.1977 (142), pp.264-272, 1977.
- [90] 田代 新吉 and 日笠 則明: 船体縦強度に関する波浪断面力の調査(技術一般), 日本海事協会會誌, (162), pp.1-24, 1978.
- [91] Nitta Akira, Arai Hironori, and Magaino Atsushi: Basis of IACS unified longitudinal strength standard, Marine Structures, Vol.5 (1), pp.1-21, 1992.
- [92] 福田 淳一: 船体応答の統計的予測, 耐航性に関するシンポジウム, 日本造船学会, 1969.
- [93] IACS: No.34 Standard Wave Data, 2001.
- [94] Fukasawa Toichi: Maximum Response Estimation by means of Design Irregular Wave, Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol.2, pp.123-129, 2005.
- [95] 河辺 寛, 日比 茂幸, 田中 洋志, 柴崎 公太, and 笹島 洋: 波浪荷重の長期分布と遭遇海象との関係 第 1 報 波浪荷重の最大値と想定海象, 日本造船学会論文集, Vol.1999 (186), pp.319-339, 1999.
- [96] 河辺 寛, 日比 茂幸, 伊東 圭一, 野口 正弘, and 笹島 洋: 波浪荷重の長期計測とその解析, 日本

- 造船学会論文集, Vol.1998 (184), pp.119-137, 1998.
- [97] 真能 創, 中生 啓一, and 上野 洋純: 航海記録からみた波浪曲げモーメントの長期分布についての考察, 日本造船学会論文集, Vol.1972 (131), pp.203-214, 1972.
- [98] 真能 創 and 上野 洋純: 波浪に対する各種船体応答の長期分布の近似推定法とその応用, 日本造船学会論文集, Vol.1972 (132), pp.235-247, 1972.
- [99] Shinomoto Kyohei, Matsui Sadaoki, Sugimoto Kei, and Ashida Shinsaku. Development of Closed Formula of Wave Load Based Upon Long-Term Prediction: Heave Acceleration and Pitch Angle. in ASME 2020 39th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 2020.
- [100] Newman J. N., *The Theory of Ship Motions*\*1Preparation of this article was supported by the National Science Foundation and by the Office of Naval Research, in *Advances in Applied Mechanics*, C.-S. Yih, Editor. 1979, Elsevier. p. 221-283.
- [101] Kashiwagi Masashi, Mizokami Shuji, Yasukawa Hironori, and Fukushima Y.: Prediction of Wave Pressure and Loads on Actual Ships by the Enhanced Unified Theory, Proc. of 23rd International Symposium on Naval Hydrodynamics (Val de Reuil, France), pp.95-109, 2000.
- [102] 柏木 正, 高木 健, 吉田 尚史, 村井 基彦, and 肥後 靖, eds. *実船 浮体の流体力学 前編－動揺問題の数値計算法*. 2003, 成山堂書店.
- [103] 柏木 正 and 岩下 英嗣, eds. *船舶海洋工学シリーズ④ 船体運動 耐航性能編*. 2012, 成山堂書店.
- [104] 岩下 英嗣 and 大楠 丹: 特異点法による波浪中を航走する船に作用する流体力の研究, 日本造船学会論文集, Vol.1989 (166), pp.187-205, 1989.
- [105] Inoue Yoshiyuki and Makino Yuki: The Influence of Forward Speed upon Three Dimensional Hydrodynamic Forces, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.1989 (166), pp.207-216, 1989.
- [106] Papanikolaou Apostolos and Schellin Thomas: A three-dimensional panel method for motions and loads of ships with forward speed, Ship Technology Research, Vol.39, pp.145, 1992.
- [107] Iijima Kazuhiro, Yao Tetsuya, and Moan Torgeir: Structural response of a ship in severe seas considering global hydroelastic vibrations, Marine Structures, Vol.21 (4), pp.420-445, 2008.
- [108] Newman J. N., *Marine Hydrodynamics*. 1977: MIT Press.
- [109] 高木 又男 and 新井 信一, eds. *船舶・海洋構造物の耐波理論*. 1996, 成山堂書店.
- [110] Ogilvie T. E. and Tuck E. O.: A rational strip theory of ship motions, Rep. No.013, Dept. of Nav. Arch. and Marine Eng., Uniy. of Michigan, 1969.
- [111] Yasushi Kitagawa and Masashi Kashiwagi: A Strip Method Including nx-Related Terms and Its Effects on Propeller Inflow Velocity in Waves, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.29, pp.39-50, 2019.

## 謝辞

本研究は、日本海事協会の鋼船規則 C 編全面改正プロジェクトに関する、著者の在籍する海上技術安全研究所と日本海事協会との共同研究「波浪荷重の要因分析及び簡易算式(線形)の開発」に端を発するものである。その遂行は、横浜国立大学大学院理工学府教授の岡田哲男博士ならびに海上技術安全研究所フェローの深沢塔一博士のご指導の下で行われた。

岡田哲男博士には、ご多忙の折、本研究の博士論文としての進め方、まとめ方の方針など、博士論文として仕上がるまでのご指導とご鞭撻を賜った。

深沢塔一博士には、日本海事協会との共同研究にも参画いただき、本研究を博士課程の研究題材とする旨のご助言にはじまり、博士論文の仕上げまで、本研究の全体にわたって終始絶えないご指導やご協力を頂いた。

日本海事協会の杉本圭氏、篠本恭平氏、ならびに当共同研究に携わっていただいた出向者の方々には、実船のデータ分析やシリーズ計算、結果の整備および提供までしていただいた。また、共同研究を通じ、本研究に対する船級規則策定の目線での貴重なご意見を頂いた。

海上技術安全研究所の村上睦尚博士には、研究の相談に都度乗っていただいた上、他業務との調整をしていただき、博士論文の執筆に関して多大なご配慮をいただいた。また、構造安全評価系系長の黒岩隆夫博士、同系員の方々にも、貴重なご助言やご協力を頂いた。

本研究は、以上の方々を始め多数の方々のご協力によって成し得たものであり、ご協力いただいた全ての方々に心からの謝意を表します。

最後に、私生活において終始支えてくれた妻に感謝します。

## 本研究に関連した発表論文

1. 松井 貞興: 波浪中船体応答の簡易算式の開発 : 長手方向に均一な浮体の縦運動と縦断面力, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.27, pp.395-400, 2018.
2. 松井 貞興: 船型パラメータを系統立てて変化させうる数学船型の開発, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.30, pp.71-78, 2019. 査読有
3. 松井 貞興, 篠本 恭平, 杉本 圭, and 芦田 晋作: 波浪中船体応答の簡易算式の開発-第 2 報 : 縦運動に係る流体力-, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.28, pp.467-474, 2019.
4. 松井 貞興, 篠本 恭平, 杉本 圭, and 芦田 晋作: 波浪中船体応答の簡易算式の開発—第 3 報 : Roll 運動—, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.30, pp.557-563, 2020.
5. 松井 貞興 and 村上 睦尚: 数学船型を用いた波浪荷重推定に関する研究—バルバスバウと水線面形状の影響—, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.30, pp.565-568, 2020.
6. 松井 貞興 and 村上 睦尚: 数学船型を用いた波浪荷重推定に関する研究—第 2 報 水線面二次モーメントに関する形状パラメータの導入—, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.31, pp.75-79, 2020.
7. 松井 貞興, 村上 睦尚, 篠本 恭平, and 杉本 圭: 数学船型を用いた波浪荷重推定に関する研究—第 3 報 数学船型の重量分布の決定方法—, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol.31, pp.81-85, 2020.
8. Shinomoto Kyohei, Matsui Sadaoki, Sugimoto Kei, and Ashida Shinsaku. Development of Closed Formula of Wave Load Based Upon Long-Term Prediction: Heave Acceleration and Pitch Angle. in ASME 2020 39th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 2020. 査読有
9. 松井 貞興, 篠本 恭平, 杉本 圭, and 芦田 晋作: 単胴船に作用する 6 自由度の Froude-Krylov 力の簡易算式の開発, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.32, pp.9-19, 2020. 査読有
10. 松井 貞興: 船型パラメータを系統立てて変化させうる数学船型の開発 —第 2 報 水線面二次モーメントおよび前後非対称性に関する形状パラメータの導入—, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.32, pp.21-33, 2020. 査読有
11. Matsui Sadaoki: A new mathematical hull-form with 10 shape parameters for evaluation of ship response in waves, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.\* (\*), 2021. 査読有 (査読中)

## 付録 A 浪中船体応答の計算法

### A.1 緒言

波浪中船体応答解析として実用に供されている主な手法として、ストリップ法、3次元 Green 関数法、ランキンソース法（以降、後者二つを纏めて3次元法と呼ぶ）などが挙げられる。ストリップ法は2次元流体力をベースとした古典的手法であるが、実験結果とある程度的一致度を示すこと、理論のわかり易さ、計算コストの低さなどから、未だに実用計算法として活躍している。同じ2次元理論でも摂動法によって数学的に裏付けられた unified theory<sup>[100]</sup>やその発展形の EUT 等<sup>[101]</sup>の手法と比較して、ストリップ法はより直感的で理論の一貫性に欠けるものであるが、裏を返せば考え方に弾力性があるとも言え、本研究のような現象の要因抽出および簡易化といった目的との親和性は高い。ただし、本研究で検証に用いる耐航性プログラムは3次元 Green 関数法であるため、ストリップ法で無視あるいは簡略化している3次元影響や船速影響などは明確にしておく必要がある。

そこで本付録では、波浪中船体運動及びハルガーダ断面力の定式化を、まず一般的な3次元法の表現で示し、それに対してストリップ法ではどの項が無視され、どのような2次元近似が行われるかを示した上で、ストリップ法の定式化を行う。3次元法の定式化においては、ストリップ法において一般に無視される項について適宜下線部で強調する。ただし、本研究目的にそぐわない議論の複雑化を避けるため、自由表面条件については primitive な扱い方をする。すなわち、船舶が十分に長細いと仮定のもと、前進速度に起因する定常流場の船体による攪乱を無視かつ基礎流場を一樣流れで近似（すなわち Neumann-Kelvin 近似）した定式化を行い、また船舶と自由表面の交線積分についても無視する。また貨物やバラスト等は全て質量として考慮し、これらの流動性については考慮しない。自由表面問題は境界値問題を示すにとどめ、その数値的解法については例えば柏木による詳しい解説書<sup>[102]</sup>があるため省略する。

### 変数一覧

<実変数>

$A_{ij}$	付加質量
$A_H(x), A'_H(x)$	喫水線より上を含まない/含む船体の横断面
$A_w$	水線面積
$B_{ij}$	減衰力係数
$B$	船幅
$B_w(x)$	水線幅分布
$C_{ij}$	復原力係数
$c_{ij}(x)$	断面復原力係数
$C_{HF}$	船体表面と自由表面の交線

$C_H(x)$	横断面内の喫水線下船体表面線
$d$	喫水
$g$	重力加速度
$\overline{GM}, \overline{GM}_L$	横および縦メタセンタ高さ
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	Roll, pitch, yaw の慣性モーメント
$i_{xx}(x), i_{yy}(x), i_{zz}(x)$	単位長さあたりの roll, pitch, yaw の慣性モーメント
$I_{zx}$	慣性乗積
$k, K$	波数( $= \omega^2/g$ )および出会い波周波数に対応した波数( $= \omega_e^2/g$ )
$L$	垂線間長
$l$	横断面内の船体表面線上の位置変数
$M, m(x)$	船体の質量および単位長さあたりの質量
$M_{ij}$	質量マトリクス
$n_i(l; x)$	船体表面上の外向き単位法線ベクトル
$S_H$	喫水線下船体表面
$U$	船速
$V_H, V'_H$	喫水線より上を含まない/含む船体の体積
$x_A, x_F$	Aft end および fore end の $x$ 座標
$z_B, z_b(x)$	浮心および断面の浮心の $z$ 座標
$z_G, z_g(x)$	重心および断面の重心の $z$ 座標
$z_N, z_S$	中立軸およびせん断中心の $z$ 座標
$\beta$	波向き ( $= 0^\circ$ で追い波, $= 90^\circ$ で右舷入射の横波, $= 180^\circ$ で向い波)
$\omega, \omega_e$	波周波数および出会い波周波数
$\rho$	海水密度
$\rho_H$	船体の密度分布
$\zeta_a$	入射波振幅

< 複素変数 >

$E_i$	波浪強制力
$E_i^{FK}$	Froude-Krylov 力
$E_i^S$	Scattering 流体力
$F_i$	流体力
$F_i^{Res}$	復原力
$F_i^{Rad}$	Radiation 流体力
$f_i(x)$	断面流体力 (単位長さあたりの流体力)
$f_i^{in}(x)$	断面慣性力
$f_i^g(x)$	断面変動重力
$f_i^{Res}(x)$	断面復原力
$f_i^{Ex}(x)$	断面波浪強制力( $= f_i^{FK}(x) + f_i^S(x)$ )
$f_i^{FK}(x)$	断面 Froude-Krylov 力

$f_i^S(x)$	断面 scattering 流体力
$f_i^{S(0)}(x)$	形式上の無速の断面 scattering 流体力
$f_i^{S2D}(x)$	2次元 scattering 流体力
$f_i^{Rad}(x)$	断面 radiation 流体力
$p(l, x)$	変動成分
$p_S(l, x)$	静水圧の変動成分
$p_0(l, x)$	入射波圧
$p_{1\sim6}(l, x)$	Radiation 圧力
$p_7(l, x)$	Scattering 圧力 $T_{ij}$ Radiation 流体力係数
$T_{ij}(x_0)$	$x = x_0$ におけるハルガーダ断面力に対する radiation 流体力係数
$t_{ij}^{(0)}(x)$	形式上の無速の断面 radiation 流体力係数
$t_{ij}^{2D}(x)$	2次元 radiation 流体力係数
$X_j$	運動の複素振幅( $j = 1\sim6$ の順に surge, sway, heave, roll, pitch, yaw)
$F_i(x_0)$	$x = x_0$ におけるハルガーダ断面力( $j = 1\sim6$ の順に軸力, 水平せん断力, 垂直せん断力, 振りモーメント, 垂直曲げモーメント, 水平曲げモーメント)
$\mathcal{F}_i^{in}(x_0)$	ハルガーダ断面力の慣性力成分
$\mathcal{F}_i^g(x_0)$	ハルガーダ断面力の変動重力成分
$\mathcal{F}_i^{Res}(x_0)$	ハルガーダ断面力の復原力成分
$\mathcal{F}_i^{Rad}(x_0)$	ハルガーダ断面力の radiation 流体力成分
$\mathcal{F}_i^S(x_0)$	ハルガーダ断面力の scattering 流体力成分
$\mathcal{F}_i^{FK}(x_0)$	ハルガーダ断面力の Froude-Krylov 力成分
$\varphi_0(l, x)$	入射波単位速度ポテンシャル
$\varphi_{1\sim6}(l, x)$	Radiation 単位速度ポテンシャル
$\varphi_{1\sim6}^{(0)}(l, x)$	形式上の無速の radiation 単位速度ポテンシャル
$\varphi_{1\sim4}^{2D}(l, x)$	2次元 radiation 単位速度ポテンシャル
$\varphi_7(l, x)$	Scattering 単位速度ポテンシャル
$\varphi_7^{2D}(l, x)$	2次元 scattering 単位速度ポテンシャル
$\zeta_w(x, y)$	入射波変位

## A.2 船体運動方程式

本節では、波浪中船体運動方程式を、ストリップ法と3次元法で共通の形式で示す。

### A.2.1 座標系および入射波の定義

座標系  $o - xyz$  の定義および入射波との関係は Fig. A.1 に示す。  $x$  座標の原点は静水中の船体の重心位置、  $z$  座標の原点は静水面上にとる。船体は入射波の進行方向から角度  $\beta$  の方向に沿って一定船速  $U$  で前進しているものとし、座標系  $o - xyz$  は  $x$  座標の方向に  $U$  で直進する慣性座標系とする。

以降は、波浪により変動する量は全て調和振動するものとみなし、複素振幅で表示する。すなわち、周期変動する量 $a(t)$ は、全て次式で定義される複素数 $A$ によって扱う。

$$\begin{aligned} a(t) &= \Re[Ae^{i\omega_e t}] \\ &= \Re[A] \cos \omega_e t - \Im[A] \sin \omega_e t \\ &= |A| \cos(\omega_e t + \arg(A)) \end{aligned} \quad (\text{A.2.1})$$

ここに、 $\omega_e$ は出会い波周波数であり、 $\Re[A], \Im[A], |A|, \arg(A)$ はそれぞれ複素数 $A$ の実部、虚部、振幅、偏角を意味する。出会い波周波数 $\omega_e$ は入射波の波周期 $\omega$ 、波数 $k(= \omega^2/g$  :  $g$ は重力加速度)を用いて

$$\omega_e = \omega - kU \cos \beta \quad (\text{A.2.2})$$

と表される。

入射波は Fig. A.1 の向きで定義され、かつ波の山が船体の重心位置に達する瞬間を時刻の基準( $t = 0$ )とした場合、船体による攪乱の無い入射波変位 $\zeta_w(x, y)$ は次のように表される。

$$\zeta_w = \zeta_a e^{-ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} \quad (\text{A.2.3})$$

ここに、 $\zeta_a$ は入射波振幅である。

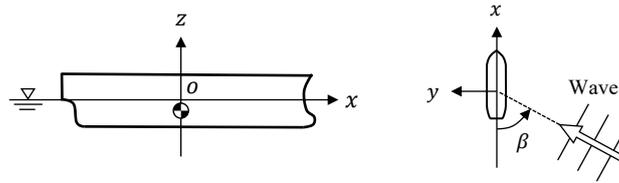


Fig. A.1 Definition of coordinate system.

## A.2.2 運動方程式

船体の剛体運動方程式は、複素振幅表記で以下のように表される。

$$(i\omega_e)^2 \sum_{j=1\sim 6} M_{ij} X_j = F_i \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.4})$$

ここに、 $X_j(j = 1\sim 6)$ は Fig. A.2 に示す 6 自由度運動の複素振幅で、順に surge, sway, heave, roll, pitch, yaw である。 $M_{ij}$ は質量マトリクス、 $F_i$ は流体力である。

質量マトリクスの成分は、運動が重心回りで定義され、かつ左右対称の場合、一般に次のように表される。

$$[M] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & I_{zx} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{zx} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.5})$$

ここに $M$ は船体の質量、 $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$ は roll, pitch, yaw の慣性モーメント、 $I_{zx}$ は慣性乗積であり、船体の体積領域を $V'_H$ 、船体の密度分布を $\rho_H(x, y, z)$ とするとそれぞれ次で定義される。

$$\left\{ \begin{array}{l} M = \iiint_{V'_H} \rho_H dV = \int_{x_A}^{x_F} m dx \\ I_{xx} = \iiint_{V'_H} \{y^2 + (z - z_G)^2\} \rho_H dV = \int_{x_A}^{x_F} i_{xx} dx \\ I_{yy} = \iiint_{V'_H} \{(z - z_G)^2 + x^2\} \rho_H dV = \int_{x_A}^{x_F} (x^2 m + \underline{i_{yy}}) dx \\ I_{zz} = \iiint_{V'_H} (x^2 + y^2) \rho_H dV = \int_{x_A}^{x_F} (x^2 m + \underline{i_{zz}}) dx \\ I_{zx} = - \iiint_{V'_H} (z - z_G) x \rho_H dV = \int_{x_A}^{x_F} \underline{x l_g} m dx \end{array} \right. \quad (\text{A.2.6})$$

ここに、 $x_A, x_F$ は船尾端および船首端の $x$ 座標、 $m(x), i_{xx}(x), i_{yy}(x), i_{zz}(x), l_g(x)$ はそれぞれ単位長さあたりの質量、単位長さあたりの roll/pitch/yaw 慣性モーメント、断面重心高さ $z_g(x)$ と全体重心高さ $z_G$ の差で、それぞれ次で定義される。

$$\left\{ \begin{array}{l} m(x) = \iint_{A'_H(x)} \rho_H dy dz \\ i_{xx}(x) = \iint_{A'_H(x)} \{y^2 + (z - z_G)^2\} \rho_H dy dz \\ i_{yy}(x) = \iint_{A'_H(x)} (z - z_G)^2 \rho_H dy dz \\ i_{zz}(x) = \iint_{A'_H(x)} y^2 \rho_H dy dz \\ l_g(x) = \frac{1}{m(x)} \iint_{A'_H(x)} (z - z_G) \rho_H dy dz = z_g(x) - z_G \end{array} \right. \quad (\text{A.2.7})$$

ただし、 $A'_H(x)$ は船体の横断面領域である。式(A.2.6)の $i_{yy}, i_{zz}, l_g$ に関する下線部の項は船体のような細長い物体では影響が小さく、かつそれらの情報を得ること自体が比較的難しいため無視される事が多い。次章以降では、下線部項は無視する。

また、式(A.2.4)右辺の流体力は

$$F_i = - \iint_{S_H} p n_i dS \quad (i = 1 \sim 6) \quad (\text{A.2.8})$$

と書ける。ここに、 $p$ は変動圧力、 $S_H$ は船体表面、 $n_i (i = 1 \sim 6)$ は6自由度運動に対応する外向き法線ベクトルを意味する。 $n_i$ は外向き法線ベクトル $\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}^T$ を用いて次式によって定義される。

$$n_i = \begin{cases} n_x & (i = 1) \\ n_y & (i = 2) \\ n_z & (i = 3) \\ y n_z - (z - z_G) n_y & (i = 4) \\ (z - z_G) n_x - x n_z & (i = 5) \\ x n_y - y n_x & (i = 6) \end{cases} \quad (\text{A.2.9})$$

さらに、ストリップ法を見据えた変形として、6自由度の断面流体力を次式によって定義する。

$$f_i^p(x) = - \int_{C_H(x)} p n_i^{sec} dl \quad (i = 1 \sim 6) \quad (A.2.10)$$

ここで、 $C_H(x)$ は横断面内の喫水線下船体表面線、 $l$ は断面線に沿う位置変数、 $n_i^{sec}$ は次式で定義される6自由度の断面流体力に対応する外向き法線ベクトルである。

$$n_i^{sec} = \begin{cases} n_x & (i = 1) \\ n_y & (i = 2) \\ n_z & (i = 3) \\ y n_z - (z - z_G) n_y & (i = 4) \\ (z - z_G) n_x & (i = 5) \\ -y n_x & (i = 6) \end{cases} \quad (A.2.11)$$

このとき、 $F_i$ は $f_i^p(x)$ の船長方向積分として次のように表される。

$$\begin{cases} F_i = \int_{x_A}^{x_F} f_i^p(x) dx & (i = 1 \sim 4) \\ F_5 = \int_{x_A}^{x_F} \{-x f_3^p(x) + f_5^p(x)\} dx \\ F_6 = \int_{x_A}^{x_F} \{x f_2^p(x) + f_6^p(x)\} dx \end{cases} \quad (A.2.12)$$

船舶が十分に長い場合、右辺の下線部は無視することができる。

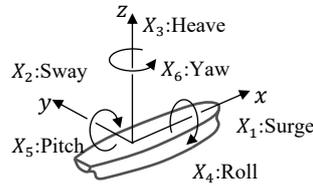


Fig. A.2 Definition of motion.

### A.2.3 変動圧力および速度ポテンシャルの定義

船が十分に細長いとし、定常前進運動による攪乱流場を無視し、かつ基礎流場を $x$ 軸負方向に速度 $U$ で流れる一様流れと見做した場合、変動水圧は線形化されたベルヌーイの圧力方程式に基づいて次のように表される。

$$p(x, y, z) = p_s(x, y) - \rho \left( i \omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi(x, y, z) \quad (A.2.13)$$

ここに $\rho$ は海水密度、 $p_s$ は静水圧の変動成分、 $\phi$ は非定常速度ポテンシャルである。右辺の括弧内は実質微分 (Lagrange 微分) を表し、基礎流場を一様流れと近似しているがゆえに空間固定座標系における時間編微分に相当する。 $p_s$ は静水圧成分つまり“ $-\rho g z$ ”に対応する項であるが、ここで考えているのは船体表面上の値かつ時間変動する成分であるので、これは次のように表される。

$$p_s = -\rho g (X_3 + y X_4 - x X_5) \quad (A.2.14)$$

また，速度ポテンシャルは入射波成分と，船体表面条件に対応した成分に分解して

$$\phi = \frac{ig\zeta_a}{\omega}(\varphi_0 + \varphi_7) + i\omega_e \sum_{j=1\sim6} X_j \varphi_j \quad (\text{A.2.15})$$

と表せる． $\varphi_0, \varphi_7$ はそれぞれ入射波および scattering 単位速度ポテンシャル， $\varphi_j$ は $j$ -mode 運動による radiation 単位速度ポテンシャルである．入射波変位の式(A.2.3)に対応する $\varphi_0$ は次のように既知関数として与えられる．

$$\varphi_0 = e^{kz - ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} \quad (\text{A.2.16})$$

これによる動圧と静水圧の和が0になる高さが入射波変位 $\zeta_w$ に一致することが確かめられる．なお，各速度ポテンシャル成分に対応する変動圧力成分（入射波流場による圧力 $p_0$ ， $j$ -mode 運動に起因する radiation 流場による圧力 $p_j$ ( $j = 1\sim6$ )，scattering 流場による圧力 $p_7$ )はそれぞれ次式のように表すことができる．

$$\frac{p_0}{\rho g \zeta_a} = \varphi_0 \quad (\text{A.2.17})$$

$$\frac{p_j}{\rho g \zeta_a} = K \left( 1 - \frac{U}{i\omega_e} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{X_j}{\zeta_a} \varphi_j \quad (j = 1\sim6) \quad (\text{A.2.18})$$

$$\frac{p_7}{\rho g \zeta_a} = \frac{\omega_e}{\omega} \left( 1 - \frac{U}{i\omega_e} \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi_7 \quad (\text{A.2.19})$$

ただし $K(= \omega_e^2/g)$ は出会い波周波数に対応した波数である．

#### A.2.4 Radiation/scattering 速度ポテンシャルの境界値問題

単位速度ポテンシャル $\varphi_j$ ( $j = 0\sim7$ )のうち，入射波成分 $\varphi_0$ 以外は境界値問題を解析的あるいは数値的に解くことで求める必要がある．具体的には，一様流れ近似（Neumann-Kelvin 近似）のときの radiation 単位速度ポテンシャル $\varphi_j$ ( $j = 1\sim6$ )および scattering 単位速度ポテンシャル $\varphi_7$ は，以下の境界値問題によって定まる．

$$[L] \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi_j = 0 \quad (j = 1\sim7) \quad \text{in } z < 0 \quad (\text{A.2.20})$$

$$[F] \quad \left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \varphi_j + g \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} + \mu \left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi_j = 0 \quad (j = 1\sim7) \quad \text{on } z = 0 \quad (\text{A.2.21})$$

$$[H] \quad \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} = \begin{cases} n_j + \frac{U}{i\omega_e} m_j & (j = 1\sim6) \\ -\frac{\partial \varphi_0}{\partial n} & (j = 7) \end{cases} \quad \text{on } S_H \quad (\text{A.2.22})$$

$$[B] \quad \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} = 0 \quad (j = 1\sim7) \quad \text{as } z \rightarrow -\infty \quad (\text{A.2.23})$$

上から順に，Laplace 方程式(支配方程式)，自由表面条件，船体表面条件，水底条件と呼ばれる．なお $\mu$ はレイリーの仮想摩擦係数と呼ばれ，放射条件すなわち無限遠での進行波の条件は自由表面条件の $\mu$ の掛かった項を通じて考慮されている．Radiation 速度ポテンシャルの船体表面条件において見られる $m_i$ は，基

礎流場を一様流で近似した場合次のように表される。

$$m_i = \begin{cases} 0 & (i = 1\sim 4) \\ n_3 & (i = 5) \\ -n_2 & (i = 6) \end{cases} \quad (\text{A.2.24})$$

以上の境界値問題は通常、境界要素法によって解かれる。境界要素法の具体的な解説および解法は柏木、岩下らによる文献<sup>[7, 103]</sup>などに詳しく書かれているため、ここでは基本的事項のみ示す。境界要素法とは、境界値問題を満たす $\varphi_j$ と位置 $\mathbf{x}' = \{x', y', z'\}^T$ に吹き出しを持ちかつそれ以外の場所で Laplace 方程式を満たす核関数に対して Green の定理を適用することで、等価な積分方程式に置き換える手法である。核関数の取り方によってさらに複数の手法に分岐するが、未知数を船体表面上のみに抑えることのできることで知られる Green 関数法と呼ばれる手法では、[F],[B]を満たす自由表面 Green 関数 $G(\mathbf{x}; \mathbf{x}')$ を用いることで境界値問題を次の積分方程式に置き換える。

$$\begin{aligned} \varphi_j(\mathbf{x}) = & \iint_{S_H} \left( G(\mathbf{x}; \mathbf{x}') \frac{\partial \varphi_j(\mathbf{x}')}{\partial n'} - \varphi_j(\mathbf{x}') \frac{\partial G(\mathbf{x}; \mathbf{x}')}{\partial n'} \right) dS(\mathbf{x}') \\ & - \frac{U^2}{g} \iint_{C_{HF}} \left( G(\mathbf{x}; \mathbf{x}') \frac{\partial \varphi_j(\mathbf{x}')}{\partial x'} - \varphi_j(\mathbf{x}') \frac{\partial G(\mathbf{x}; \mathbf{x}')}{\partial x'} - \frac{2i\omega_e}{U} G(\mathbf{x}; \mathbf{x}') \varphi_j(\mathbf{x}') \right)_{z'=0} dy' \end{aligned} \quad (\text{A.2.25})$$

ここに、 $C_{HF}$ は船体と自由表面の交線である。自由表面 Green 関数 $G(\mathbf{x}; \mathbf{x}')$ にも幾通りかの表示式があり、ここでは示さないが、一般に速度影響に起因した自由表面項や $C_{HF}$ 上の積分に関する数値計算上の精度・安定性の難しさがつきまとう<sup>[104, 105]</sup>。このことから、簡便な計算法として $U = 0$ の自由表面条件によって定義される無速の自由表面 Green 関数を核関数に用い、自由表面条件および圧力方程式でのみ船速を考慮する方法<sup>[106]</sup>が採られることもある。そのような手法では $\tau = U\omega_e/g = 1/4$ 付近で波形および応答が急激に変化するといった現象を考慮することができないため、理論的には $\tau = 1/4$ よりも十分低速域に限定して用いられるべきであるが、比較的容易に安定した解を得ることができ、かつ高速域でもある程度実用的な精度を有することから実用計算法としてしばしば採用される<sup>[80, 106, 107]</sup>。本論文で波浪中応答計算に用いる 3 次元 Green 関数法プログラム“NMRIW3D-Lite”も、無速の自由表面 Green 関数を用いた手法に基づいている<sup>[37]</sup>。

## A.2.5 流体力成分ならびに流体力係数の定式化

式(A.2.8)で定義した流体力に対し、波浪変動圧の成分分解に対応させた成分分解を行う。具体的には、変動圧力成分 $p_s, p_j, p_0, p_7$ に対応させ、流体力を次のように分解する。

$$F_i = F_i^{Res} + F_i^{Rad} + F_i^{FK} + F_i^S \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.26})$$

ここに、 $F_i^{Res}, F_i^{Rad}, F_i^{FK}, F_i^S$ はそれぞれ復原力、radiation 流体力、Froude-Krylov 力、scattering 流体力である。また断面流体力 $f_i^P$ は、これらに対応する各断面流体力成分を $f_i^{Res}, f_i^{Rad}, f_i^{FK}, f_i^S$ と表すと、次式のよう

$$f_i^P(\mathbf{x}) = f_i^{Res}(\mathbf{x}) + f_i^{Rad}(\mathbf{x}) + f_i^{FK}(\mathbf{x}) + f_i^S(\mathbf{x}) \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.27})$$

各流体力成分 $F_i^{Res}, F_i^{Rad}, F_i^{FK}, F_i^S$ と各断面流体力成分 $f_i^{Res}, f_i^{Rad}, f_i^{FK}, f_i^S$ の間には、それぞれ式(A.2.12)の関係

が成り立つ。本項では各流体力成分の定式化を行う。

### A.2.5.1 復原力と復原力係数

復原力 $F_i^{Res}$ は船体運動に起因する静水圧の変動成分 $p_S$ の積分値で、次のように定義される。

$$F_i^{Res} = - \iint_{S_H} p_S n_i dS = - \sum_{j=1\sim 6} C_{ij} X_j \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.28})$$

式(A.2.28)最右辺の $C_{ij}$ は $j$ モード運動に起因する $i$ モード方向の復原力係数で、 $p_S$ の式(A.2.14)より次式で定義される。

$$\begin{cases} C_{i3} = -\rho g \iint_{S_H} n_i dS & (i = 1\sim 6) \\ C_{i4} = -\rho g \iint_{S_H} y n_i dS & (i = 1\sim 6) \\ C_{i5} = \rho g \iint_{S_H} x n_i dS & (i = 1\sim 6) \\ C_{ij} = 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (\text{A.2.29})$$

これらは船体表面上の積分によって計算できるが、ガウスの勾配定理を用いて変形することでより単純な幾何学的情報から計算することができる。ガウスの勾配定理とは具体的には、次の定理である。

< 3次元のガウスの勾配定理 >

任意の滑らかなスカラー場 $f(x, y, z)$ と閉領域 $V$ およびその境界表面 $S$ ，外向き法線ベクトル $\mathbf{n}$ に対して次の恒等式が成り立つ。

$$\iiint_V \nabla f dV = \iint_S f \mathbf{n} dS \quad (\text{A.2.30})$$

ここに、 $\nabla$ はベクトル演算子(=  $\{\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z\}^T$ )である。

式(A.2.29)にガウスの勾配定理(A.2.30)( $V \rightarrow V_H, S \rightarrow S_H + A_w$ )を適用することで次の表示が得られる。

$$\begin{cases} C_{33} = \rho g \int_{x_A}^{x_F} B_w dx = \rho g A_w \\ C_{35} = C_{53} = -\rho g \int_{x_A}^{x_F} x B_w dx \\ C_{44} = \rho g \int_{x_A}^{x_F} \frac{B_w^3}{12} dx + Mg(z_B - z_G) = Mg \cdot \overline{GM} \\ C_{55} = \rho g \int_{x_A}^{x_F} x^2 B_w dx + \underline{Mg(z_B - z_G)} = Mg \cdot \overline{GM}_L \\ C_{ij} = 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (\text{A.2.31})$$

ここに、 $B_w(x), A_w, z_B, \overline{GM}, \overline{GM}_L$ はそれぞれ水線幅、水線面積、浮心 $z$ 座標、横ならびに縦メタセンタ高さ（重心まわり）である。 $C_{55}$ のうち下線の項は相対的に小さいため無視される事も多い。式(A.2.29)の変形において $C_{24}$ 及び $C_{15}$ は0とはならず $C_{24} = -Mg, C_{15} = Mg$ と求まるが、これは船体固定座標系における浮力であり、同じく船体固定座標系における重力と打ち消されるため、 $o-xyz$ の座標系で立てられる運動方程式では $C_{24} = C_{15} = 0$ として扱われる<sup>[108]</sup>。

続いて、断面復原力 $f_i^{Res}(x)$ の定式化を行う。 $f_i^{Res}(x)$ の定義は次の通りである。

$$f_i^{Res}(x) = - \int_{C_H(x)} p_S n_i^{Sec} dl = - \sum_{j=1 \sim 6} c_{ij}(x) X_j \quad (i = 1 \sim 6) \quad (A.2.32)$$

式(A.2.32)最右辺の $c_{ij}(x)$ は断面復原力係数で、次式によって定義される。

$$\begin{cases} c_{i3} = -\rho g \int_{C_H(x)} n_i^{Sec} dl & (i = 1 \sim 6) \\ c_{i4} = -\rho g \int_{C_H(x)} y n_i^{Sec} dl & (i = 1 \sim 6) \\ c_{i5} = \rho g \int_{C_H(x)} x n_i^{Sec} dl & (i = 1 \sim 6) \\ c_{ij} = 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (A.2.33)$$

これに、次の2次元のガウスの勾配定理を適用する。

< 2次元のガウスの勾配定理 >

任意の滑らかなスカラー場 $f(y, z)$ と閉断面 $A$ およびその境界線 $C$ 、外向き法線ベクトル $\mathbf{n}$ に対して次の恒等式が成り立つ。

$$\iint_A \nabla f dS = \int_C f n dl \quad (A.2.34)$$

ここに、 $\nabla = \{\partial/\partial y, \partial/\partial z\}^T$ である。

式(A.2.33)に式(A.2.34)を適用することで、断面復原力係数 $c_{ij}(x)$ の次の表示が得られる。

$$\begin{cases} c_{13}(x) = -\rho g \int_{C_H(x)} n_x dl \\ c_{15}(x) = \rho g x \int_{C_H(x)} n_x dl \\ c_{24}(x) = -\rho g A_H(x) \\ c_{33}(x) = \rho g B_w(x) \\ c_{35}(x) = -\rho g x B_w(x) \\ c_{44}(x) = \rho g \left[ \frac{\{B_w(x)\}^3}{12} + \{z_b(x) - z_G\} A_H(x) \right] = \rho g A_H(x) \overline{Gm}(x) \\ c_{53}(x) = -\rho g \int_{C_H(x)} (z - z_G) n_x dl \\ c_{55}(x) = \rho g x \int_{C_H(x)} (z - z_G) n_x dl \\ c_{64}(x) = \rho g \int_{C_H(x)} y^2 n_x dl \\ c_{ij}(x) = 0 \quad (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (A.2.35)$$

ここに、 $A_H(x)$ は喫水線下の横断面積、 $z_b(x)$ は断面の浮心 $z$ 座標、 $\overline{Gm}(x)$ は断面メタセンタ高さ（全体の重心 $z_G$ と断面メタセンタ $z_m(x)$ との距離 $(z_m(x) - z_G)$ ）である。復原力係数 $C_{ij}$ は $c_{ij}(x)$ を次のように積分することでも得られる。

$$C_{ij} = \begin{cases} \int_{x_A}^{x_F} c_{ij}(x) dx & (i = 1\sim 4, j = 1\sim 6) \\ \int_{x_A}^{x_F} \{-xc_{3j}(x) + \underline{c_{5j}(x)}\} dx & (i = 5, j = 1\sim 6) \\ \int_{x_A}^{x_F} \{xc_{2j}(x) + \underline{c_{6j}(x)}\} dx & (i = 6, j = 1\sim 6) \end{cases} \quad (\text{A.2.36})$$

これを变形することで式(A.2.31)が得られるが、この定義でも上述のとおり  $C_{24} = -Mg, C_{15} = Mg$  となる。また、式(A.2.35),(A.2.36)の下線部の項は式(A.2.12)右辺の下線部に対応する項で、船が十分に細長い場合無視できる。

### A.2.5.2 Froude-Krylov 力

Froude-Krylov 力  $E_i^{FK}$  は非攪乱の入射波圧力  $p_0$  に起因する流体力成分で、次のように定義される。

$$E_i^{FK} = - \iint_{S_H} p_0 n_i dS = -\rho g \zeta_a \iint_{S_H} \varphi_0 n_i dS \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.37})$$

この式の右辺から分かるように、Froude-Krylov 力は一様流れ近似に基づくとき船速に依存しない。また断面 Froude-Krylov 力  $f_i^{FK}(x)$  は次式によって定義される。

$$f_i^{FK}(x) = - \int_{C_H(x)} p_0 n_i^{sec} dl = -\rho g \zeta_a \int_{C_H(x)} \varphi_0 n_i^{sec} dl \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.38})$$

これを用いて、 $E_i^{FK}$  は次のように表される。

$$\begin{cases} E_i^{FK} = \int_{x_A}^{x_F} f_i^{FK}(x) dx & (i = 1\sim 4) \\ E_5^{FK} = \int_{x_A}^{x_F} \{-xf_3^{FK}(x) + \underline{f_5^{FK}(x)}\} dx \\ E_6^{FK} = \int_{x_A}^{x_F} \{xf_2^{FK}(x) + \underline{f_6^{FK}(x)}\} dx \end{cases} \quad (\text{A.2.39})$$

下線部の項は式(A.2.12)右辺の下線部に対応する項で、船が十分に細長い場合無視できる。

### A.2.5.3 Radiation 流体力と radiation 流体力係数

Radiation 流体力  $F_i^{Rad}$  は運動に起因する radiation 流場による圧力  $p_j (j = 1\sim 6)$  の積分値として次のように定義される。

$$F_i^{Rad} = - \iint_{S_H} \sum_{j=1\sim 6} X_j p_j n_i dS = -(i\omega_e)^2 \sum_{j=1\sim 6} T_{ij} X_j \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.40})$$

式(A.2.40)右辺の  $T_{ij}$  は  $j$  モードの単位運動加速度に起因する  $i$  モード方向 radiation 流体力係数であり、次式によって定義している。

$$T_{ij} = -\rho \iint_{S_H} \left( \varphi_j - \frac{U}{i\omega_e} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \right) n_i dS \quad (i, j = 1\sim 6) \quad (\text{A.2.41})$$

さらに, radiation 流体力係数を実部と虚部に分け

$$T_{ij} = A_{ij} + \frac{B_{ij}}{i\omega_e} \quad (\text{A.2.42})$$

$$\text{where, } A_{ij} \equiv \Re[T_{ij}], B_{ij} \equiv -\omega_e(\Im[T_{ij}]) \quad (\text{A.2.43})$$

と表した場合,  $A_{ij}$ は付加質量,  $B_{ij}$ は減衰力係数と呼ばれる. 船体が左右対称の場合, これらの係数の縦運動(surge, heave, pitch)と横運動(sway, roll, yaw)の連成成分は奇関数の積分となることから 0 になる;

$$T_{ij} = A_{ij} = B_{ij} = 0 \quad \text{in the case of } i + j \bmod 2 = 1 \quad (\text{A.2.44})$$

式(A.2.33)より $T_{ij}$ を計算することができるが,  $\partial\varphi_j/\partial x$ の計算を避けるために, Tuck の定理(A.2.69)を用いて近似的に次のように変形できる.

$$T_{ij} = -\rho \iint_{S_H} \left( n_i - \frac{U}{i\omega_e} m_i \right) \varphi_j \, dS \quad (i, j = 1 \sim 6) \quad (\text{A.2.45})$$

さらに, ストリップ法を見据えた変形を行う. Radiation 速度ポテンシャルの船体表面条件は式(A.2.22)に示した通りであるが, これとは別に, 船体表面条件として

$$\frac{\partial\varphi_j^{(0)}}{\partial n} = n_j \quad (j = 1 \sim 6) \quad \text{on } S_H \quad (\text{A.2.46})$$

を満足する $\varphi_j^{(0)}$ を形式上の無速 radiation 単位速度ポテンシャルと定義する. 形式上の無速とはいっても自由表面条件に船速 $U$ が含まれているため,  $\varphi_j^{(0)}$ は陰的に船速影響を含んでいる.  $\varphi_j^{(0)}$ と $\varphi_j$ との対応は, 船体表面条件の線形性から

$$\begin{cases} \varphi_j = \varphi_j^{(0)} & (j = 1 \sim 4) \\ \varphi_5 = \varphi_5^{(0)} + \frac{U}{i\omega_e} \varphi_3^{(0)} \\ \varphi_6 = \varphi_6^{(0)} - \frac{U}{i\omega_e} \varphi_2^{(0)} \end{cases} \quad (\text{A.2.47})$$

が成立する.  $\varphi_j^{(0)}$ を用いて, 形式上の無速の radiation 流体力係数 $T_{ij}^{(0)}$ を次式によって定義する.

$$T_{ij}^{(0)} = -\rho \iint_{S_H} \varphi_j^{(0)} n_i \, dS \quad (i, j = 1 \sim 6) \quad (\text{A.2.48})$$

ここで, 式(A.2.41)に式(A.2.24),(A.2.47)を代入すると,  $T_{ij}^{(0)}$ を用いて次のように表すことができる<sup>[109]</sup>.

$$\left\{ \begin{array}{ll}
T_{ij} = T_{ij}^{(0)} & (i, j = 1, 3) \\
T_{i5} = T_{i5}^{(0)} + \frac{U}{i\omega_e} T_{i3}^{(0)} & (i = 1, 3) \\
T_{5j} = T_{5j}^{(0)} - \frac{U}{i\omega_e} T_{3j}^{(0)} & (j = 1, 3) \\
T_{55} = T_{55}^{(0)} - \frac{U}{i\omega_e} \underline{\underline{(T_{35}^{(0)} - T_{53}^{(0)})}} + \frac{U^2}{\omega_e^2} T_{33}^{(0)} \\
T_{ij} = T_{ij}^{(0)} & (i, j = 2, 4) \\
T_{i6} = T_{i6}^{(0)} - \frac{U}{i\omega_e} T_{i2}^{(0)} & (i = 2, 4) \\
T_{6j} = T_{6j}^{(0)} + \frac{U}{i\omega_e} T_{2j}^{(0)} & (j = 2, 4) \\
T_{66} = T_{66}^{(0)} + \frac{U}{i\omega_e} \underline{\underline{(T_{26}^{(0)} - T_{62}^{(0)})}} + \frac{U^2}{\omega_e^2} T_{22}^{(0)} \\
T_{ij} = 0 & (\text{otherwise})
\end{array} \right. \quad (\text{A.2.49})$$

自由表面に前進速度影響を含むため $T_{ij}^{(0)}$ は前進速度 $U$ に依存するが、核関数に無速の Green 関数を用いる場合は $U$ に非依存となり、かつ流体力の対称性 $T_{ij}^{(0)} = T_{ji}^{(0)}$ が成り立つため二重下線部は0となる。さらにここで、形式上の無速の断面 radiation 流体力係数を次のように定義する。

$$t_{ij}^{(0)} = -\rho \int_{C_H(x)} \varphi_j^{(0)} n_i^{sec} dS \quad (i, j = 1 \sim 6) \quad (\text{A.2.50})$$

これを用いると $T_{ij}^{(0)}$ は次のように表せる。

$$\left\{ \begin{array}{ll}
T_{ij}^{(0)} = \int_{x_A}^{x_F} t_{ij}^{(0)}(x) dx & (i = 1 \sim 4, j = 1 \sim 6) \\
T_{5j}^{(0)} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ -x t_{3j}^{(0)}(x) + \underline{\underline{t_{5j}^{(0)}(x)}} \right\} dx & (j = 1 \sim 6) \\
T_{6j}^{(0)} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ x t_{2j}^{(0)}(x) + \underline{\underline{t_{6j}^{(0)}(x)}} \right\} dx & (j = 1 \sim 6)
\end{array} \right. \quad (\text{A.2.51})$$

下線部は(A.2.12)右辺の下線部に対応する項で、船が十分に長細い場合は無視できる。式(A.2.49)に代入することで、次の表示が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l}
T_{ij} = \int_{x_A}^{x_F} t_{ij}^{(0)}(x) dx \quad (i, j = 1, 3) \\
T_{i5} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ t_{i5}^{(0)}(x) + \frac{U}{i\omega_e} t_{i3}^{(0)}(x) \right\} dx \quad (i = 1, 3) \\
T_{5j} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ -\left( x + \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{3j}^{(0)}(x) + t_{5j}^{(0)}(x) \right\} dx \quad (j = 1, 3) \\
T_{55} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ -xt_{35}^{(0)}(x) - \frac{U}{i\omega_e} \left\{ t_{35}^{(0)}(x) + xt_{33}^{(0)}(x) - t_{53}^{(0)}(x) \right\} + \frac{U^2}{\omega_e^2} t_{33}^{(0)}(x) + t_{55}^{(0)}(x) \right\} dx \\
T_{ij} = \int_{x_A}^{x_F} t_{ij}^{(0)}(x) dx \quad (i, j = 2, 4) \quad (A.2.52) \\
T_{i6} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ t_{i6}^{(0)}(x) - \frac{U}{i\omega_e} t_{i2}^{(0)}(x) \right\} dx \quad (i = 2, 4) \\
T_{6j} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ \left( x + \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{2j}^{(0)}(x) + t_{6j}^{(0)}(x) \right\} dx \quad (j = 2, 4) \\
T_{66} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ xt_{26}^{(0)}(x) + \frac{U}{i\omega_e} \left\{ t_{26}^{(0)}(x) - xt_{22}^{(0)}(x) - t_{62}^{(0)}(x) \right\} + \frac{U^2}{\omega_e^2} t_{22}^{(0)}(x) + t_{66}^{(0)}(x) \right\} dx \\
T_{ij} = 0 \quad (\text{otherwise})
\end{array} \right.$$

右辺の下線部は船が十分に長細い場合無視でき、二重下線部は核関数に無速の Green 関数を用いる場合 0 になる項であり、後述する通り、ストリップ法においても  $t_{35}^{(0)}(x) = -xt_{33}^{(0)}, t_{26}^{(0)}(x) = xt_{22}^{(0)}$  より 0 として扱われる。

#### A.2.5.4 Scattering 流体力

Scattering 流体力  $E_i^S$  は scattering 流場による圧力  $p_7$  の積分値で、次のように定義される。

$$E_i^S = - \iint_{S_H} p_7 n_i dS = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \iint_{S_H} \left( 1 - \frac{U}{i\omega_e} \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi_7 n_i dS \quad (i = 1 \sim 6) \quad (A.2.53)$$

これより  $E_i^S$  を計算することができるが、 $\partial \varphi_7 / \partial x$  の計算を避けるため、式(A.2.53)最右辺に Tuck の定理 (A.2.69) を用いて近似的に次のように変形できる。

$$E_i^S = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \iint_{S_H} \varphi_7 \left( n_i - \frac{U}{i\omega_e} m_i \right) dS \quad (i = 1 \sim 6) \quad (A.2.54)$$

ここでもストリップ法を見据えた変形を行う。今、 $p_7$  の移流項を無視した形式上無速の断面 scattering 流体力を  $f_i^{S(0)}(x)$  と表し、次式によって定義する。

$$f_i^{S(0)}(x) = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \int_{C_H(x)} \varphi_7 n_i^{sec} dl \quad (i = 1 \sim 6) \quad (A.2.55)$$

式(A.2.54)の scattering 流体力  $E_i^S$  は、 $f_i^{S(0)}(x)$  を用いて次のように表される。

$$\begin{cases} E_i^S = \int_{x_A}^{x_F} f_i^{S(0)}(x) dx & (i = 1 \sim 4) \\ E_5^S = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ - \left( x + \frac{U}{i\omega_e} \right) f_3^{S(0)}(x) + \underline{f_5^{S(0)}(x)} \right\} dx \\ E_6^S = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ \left( x + \frac{U}{i\omega_e} \right) f_2^{S(0)}(x) + \underline{f_6^{S(0)}(x)} \right\} dx \end{cases} \quad (\text{A.2.56})$$

右辺の下線部の項は式(A.2.12)右辺の下線部に対応する項で、十分に長細い船舶では無視できる。

### A.2.5.5 流体力係数を用いた運動方程式とその無次元表示

以上に定義した各流体力成分および流体力係数を用いて、式(A.2.8)の流体力 $F_i$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} F_i &= F_i^{Res} + F_i^{Rad} + E_i \\ &= - \sum_{j=1 \sim 6} \{ C_{ij} + (i\omega_e)^2 A_{ij} + (i\omega_e) B_{ij} \} X_j + E_i^{FK} + E_i^S \quad (i = 1 \sim 6) \end{aligned} \quad (\text{A.2.57})$$

ここに、 $E_i (= E_i^{FK} + E_i^S)$ は波浪強制力である。以上の流体力及び流体力係数を用いると、運動方程式(A.2.4)は次式のように書き直す事ができる。

$$\sum_{j=1 \sim 6} \{ (i\omega_e)^2 (M_{ij} + A_{ij}) + (i\omega_e) B_{ij} + C_{ij} \} X_j = E_i^{FK} + E_i^S \quad (i = 1 \sim 6) \quad (\text{A.2.58})$$

さらに船体が左右対称の場合、式(A.2.5),(A.2.31),(A.2.43)より係数マトリクス $M_{ij}, A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}$ の縦運動(surge, heave, pitch)と横運動(sway, roll, yaw)の連成成分が全て0になるため、次のように縦運動方程式と横運動方程式に分離する事ができる。

$$\sum_{j=1,3,5} \{ (i\omega_e)^2 (M_{ij} + A_{ij}) + (i\omega_e) B_{ij} + C_{ij} \} X_j = E_i^{FK} + E_i^S \quad (i = 1,3,5) \quad (\text{A.2.59})$$

$$\sum_{j=2,4,6} \{ (i\omega_e)^2 (M_{ij} + A_{ij}) + (i\omega_e) B_{ij} + C_{ij} \} X_j = E_i^{FK} + E_i^S \quad (i = 2,4,6) \quad (\text{A.2.60})$$

また、モード毎に次の代表長さ $\epsilon_i$ を導入し、無次元表記についても定義しておく。

$$\epsilon_i = \begin{cases} 1 & \text{for } i = 1 \sim 3 \\ B & \text{for } i = 4 \\ L & \text{for } i = 5,6 \end{cases} \quad (\text{A.2.61})$$

式(A.2.58)の両辺を $\rho g \zeta_a \epsilon_i$ で除して、無次元の運動方程式を次のように表す。

$$\sum_{j=1 \sim 6} \{ -(\bar{M}_{ij} + \bar{A}_{ij}) + i\bar{B}_{ij} + \bar{C}_{ij} \} \bar{X}_j = \bar{E}_i^{FK} + \bar{E}_i^S \quad (i = 1 \sim 6) \quad (\text{A.2.62})$$

ここに、over bar 付きの変数は無次元化された量を意味する。無次元量はそれぞれ次のように定義される。

$$\bar{X}_j = X_j \epsilon_j / \zeta_a \quad (\text{A.2.63})$$

$$\begin{pmatrix} \bar{M}_{ij} \\ \bar{T}_{ij} \\ \bar{A}_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{ij} \\ T_{ij} \\ A_{ij} \end{pmatrix} / (\rho L B \epsilon_i \epsilon_j / K) \quad (\text{A.2.64})$$

$$\bar{B}_{ij} = B_{ij}/(\rho LB\omega_e\epsilon_i\epsilon_j/K) \quad (\text{A.2.65})$$

$$\bar{C}_{ij} = C_{ij}/\rho g LB\epsilon_i\epsilon_j \quad (\text{A.2.66})$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{E}_i^{FK} \\ \bar{E}_i^S \\ \bar{E}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_i^{FK} \\ E_i^S \\ E_i \end{Bmatrix} / \rho g \zeta_a LB \epsilon_i \quad (\text{A.2.67})$$

ここで定義した無次元の質量マトリクス $\bar{M}_{ij}$ および radiation 流体力係数マトリクス $\bar{T}_{ij}, \bar{A}_{ij}, \bar{B}_{ij}$ は、全て単位運動“振幅”あたりの係数として定義されていることに注意が必要である。

### A.2.5.6 Tuck の定理

Tuck の定理<sup>[110]</sup>はストークスの定理を変形した定理であり、次のように表される。

$$\int_{S_H|_{x_1 \leq x \leq x_2}} [m_i \varphi + n_i (\mathbf{V} \cdot \nabla) \varphi] dS = \int_{C_{FH}} n_i \varphi V_z dl + \int_{C_H(x_2) - C_H(x_1)} n_i \varphi V_x dl \quad (i = 1 \sim 6) \quad (\text{A.2.68})$$

ここに、 $\mathbf{V} = \{V_x, V_y, V_z\}^T$ は $U$ で規格化された定常流の流れベクトル、 $S_H|_{x_1 \leq x \leq x_2}$ は没水船体表面 $S_H$ のうち $x_1 \leq x \leq x_2$ の領域を意味する。また、 $C_{FH}$ は自由表面と船体表面の交線、 $C_H(x_1), C_H(x_2)$ は $x = x_1, x_2$ における喫水線下の断面線である (Fig. A.3 参照)。Tuck の定理は $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = 0$ を前提に導かれているため正確には定常流を一様流( $\mathbf{V} = -\mathbf{e}_x$ )と近似することはできないが、 $n_x \cong 0$ と考えることでこれを許した場合、Tuck の定理は次式のように簡略化される。

$$\int_{S_H|_{x_1 \leq x \leq x_2}} \frac{\partial \varphi}{\partial x} n_i dS = \int_{S_H|_{x_1 \leq x \leq x_2}} \varphi m_i dS + \int_{C_H(x_2) - C_H(x_1)} \varphi n_i dl \quad (\text{A.2.69})$$

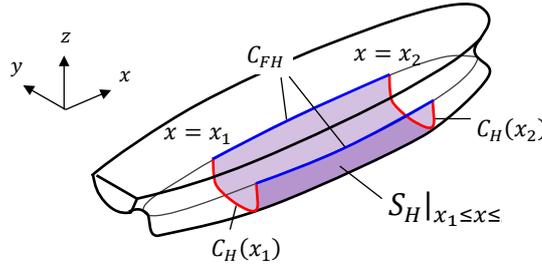


Fig. A.3 Definition of  $C_{FH}, C_H(x_1), C_H(x_2)$  and  $S_H|_{x_1 \leq x \leq x_2}$ .

## A.3 ハルガーダ断面力

本節では、波浪ハルガーダ断面力を、ストリップ法と3次元法で共通の形式で示す。

### A.3.1 ハルガーダ断面力の定義

船体梁の位置 $x = x_0$ の断面に作用するハルガーダ断面力の6成分、即ち軸力、水平せん断力、垂直せん断力、振りモーメント、垂直曲げモーメント、水平曲げモーメントの波浪中変動成分をそれぞれ順に

$\mathcal{F}_i(x_0)$  ( $i = 1 \sim 6$ ) と表し、向きおよびモーメントの基準点を Fig. A.4 のように定義する。

位置  $x = x_0$  の断面に働くハルガーダ断面力は“船尾(あるいは船首)から  $x = x_0$  の断面まで船体を切り出した自由体”に働く(慣性力を含む)外力に対する  $x = x_0$  の断面に生じる反力と見做すことができる。したがって、断面に作用する  $i$  方向の外力(慣性力を含む)を  $f_i(x)$  ( $i = 1 \sim 6$ ) と表すと、ハルガーダ断面力はその  $x_A$  から  $x_0$  までの積分値として、次式によって計算できる。

$$\begin{cases} \mathcal{F}_i(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} f_i(x) dx & (i = 1 \sim 4) \\ \mathcal{F}_5(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \{-(x - x_0)f_3(x) + f_5(x)\} dx \\ \mathcal{F}_6(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \{(x - x_0)f_2(x) + f_6(x)\} dx \end{cases} \quad (\text{A.3.1})$$

ここで、断面外力は次のように成分毎に分離される。

$$\begin{aligned} f_i(x) &= f_i^{In}(x) + f_i^g(x) + f_i^p(x) \\ &= f_i^{In}(x) + f_i^g(x) + f_i^{Res}(x) + f_i^{Rad}(x) + f_i^{FK}(x) + f_i^S(x) \quad (i = 1 \sim 6) \end{aligned} \quad (\text{A.3.2})$$

ここに、 $f_i^{In}, f_i^g$  はそれぞれ断面に作用する慣性力および船体の姿勢変化に起因する船体固定座標系における重力の変動成分(以下、変動重力と呼ぶ)、 $f_i^p$  は式(A.2.10)で定義される断面流体力、 $f_i^{FK}, f_i^S, f_i^{Res}, f_i^{Rad}$  は式(A.2.27)にみられる断面流体力の各成分である。以降はハルガーダ断面力を  $f_i(x)$  の成分分解に対応させ、次のように成分分解して扱う。

$$\mathcal{F}_i(x_0) = \mathcal{F}_i^{In}(x_0) + \mathcal{F}_i^g(x_0) + \mathcal{F}_i^{Res}(x_0) + \mathcal{F}_i^{Rad}(x_0) + \mathcal{F}_i^{FK}(x_0) + \mathcal{F}_i^S(x_0) \quad (i = 1 \sim 6) \quad (\text{A.3.3})$$

ここに、 $\mathcal{F}_i^{In}, \mathcal{F}_i^g, \mathcal{F}_i^{Res}, \mathcal{F}_i^{Rad}, \mathcal{F}_i^{FK}, \mathcal{F}_i^S$  である。

振りおよび曲げモーメントは Fig. A.4 に示すように点  $(x, y, z) = (x_0, 0, z_G)$  周りの値として定義しているが、せん断中心高さ回りの振りモーメント  $\mathcal{F}_4^s$  および中立軸高さ回りの垂直曲げモーメント  $\mathcal{F}_5^c$  を得たい場合は、それぞれ  $\mathcal{F}_i$  を次のように変換することで得られる；

$$\mathcal{F}_4^s(x_0) = \mathcal{F}_4(x_0) + (z_S(x_0) - z_G)\mathcal{F}_2(x_0) \quad (\text{A.3.4})$$

$$\mathcal{F}_5^c(x_0) = \mathcal{F}_5(x_0) - (z_N(x_0) - z_G)\mathcal{F}_1(x_0) \quad (\text{A.3.5})$$

ただし、 $z_S(x_0), z_N(x_0)$  はそれぞれせん断中心高さ、中立軸高さである。一般に式(A.3.5)の右辺第2項は第1項と比べ無視できるほど小さいため、 $\mathcal{F}_5$  の値をそのまま垂直曲げモーメントとして用いることが多い。

なお、ハルガーダ断面力で考える座標系は船体固定座標系とする。これに関して、船体に働く力の中で慣性座標系と船体固定座標系で異なるのは、線形理論では静水中に働く力、即ち浮力と重力のみであることを付言しておく。なぜならば、両座標系における値の差は元の値に回転角  $X_{4,5,6}$  ( $= O(\zeta_a)$ ) を乗じた値であり、静水中に働く力については入射波に依らないため座標系間の差が無視できない量  $O(\zeta_a)$  となるが、波浪中変動量については座標系間の差は  $O(\zeta_a^2)$  と高次になるからである。重力の座標変換による変動量は  $\mathcal{F}_i^g$  によって考慮され、浮力の座標変換による変動量は  $\mathcal{F}_i^{Res}$  の  $c_{24}, c_{64}, c_{15}$  の成分によって考慮されるが、これらの項の和は静水中の垂直せん断力・垂直曲げモーメントの船体固定座標系における値に対応する。このことは、特に水平せん断力および垂直曲げモーメントの roll に起因する成分の評価において重要になるため、後 A.3.4 項において式を交えて詳述する。

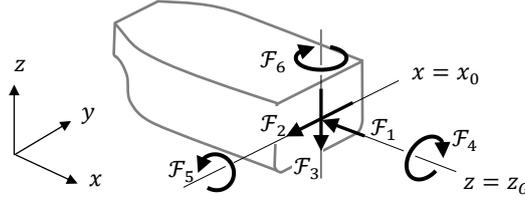


Fig. A.4 Definition of hull-girder sectional force.

### A.3.2 慣性力成分並びに変動重力成分

ハルガーダ断面力の慣性力成分 $\mathcal{F}_i^{In}$ および変動重力成分 $\mathcal{F}_i^g$ は、式(A.3.1)右辺の $f_i(\mathbf{x})$ をそれぞれ $f_i^{In}(\mathbf{x}), f_i^g(\mathbf{x})$ に置き換えることで得られる。ここでは断面慣性力および変動重力 $f_i^{In/g}(\mathbf{x})$ を、式(A.2.7)定義した単位長さ当たりの質量 $m(\mathbf{x})$ 等の分布量を用いて表す。そのためには、まず船体の微小体積に作用する慣性力 $d\mathbf{f}^{In} = \{df_x^{In}, df_y^{In}, df_z^{In}\}^T$ および変動重力 $d\mathbf{f}^g = \{df_x^g, df_y^g, df_z^g\}^T$ から定義される次式から出発する。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_i^{In/g} = \iiint_{V_H' | x \leq x_0} df_i^{In/g} \quad (i = 1 \sim 3) \\ \mathcal{F}_4^{In/g} = \iiint_{V_H' | x \leq x_0} \{y df_z^{In/g} - (z - z_G) df_y^{In/g}\} \\ \mathcal{F}_5^{In/g} = \iiint_{V_H' | x \leq x_0} \{(z - z_G) df_x^{In/g} - (x - x_0) df_z^{In/g}\} \\ \mathcal{F}_6^{In/g} = \iiint_{V_H' | x \leq x_0} \{(x - x_0) df_y^{In/g} - y df_x^{In/g}\} \end{array} \right. \quad (A.3.6)$$

ここで $V_H' | x \leq x_0$ は船体の $x \leq x_0$ の体積領域を意味する。ただし、左右対称船を仮定している。微小体積に作用する慣性力 $d\mathbf{f}^{In}$ は並進運動変位ベクトル $\mathbf{X}_T = \{X_1, X_2, X_3\}^T$ および回転運動ベクトル $\mathbf{X}_R = \{X_4, X_5, X_6\}^T$ より次式のように求まる。

$$d\mathbf{f}^{In} = -(i\omega_e)^2 \{\mathbf{X}_T + \mathbf{X}_R \times (\mathbf{x} - \mathbf{x}_G)\} \rho_H dV \quad (A.3.7)$$

$$\leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} df_x^{In} = -(i\omega_e)^2 \{X_1 + (z - z_G)X_5 - yX_6\} \rho_H dV \\ df_y^{In} = -(i\omega_e)^2 \{X_2 - (z - z_G)X_4 + xX_6\} \rho_H dV \\ df_z^{In} = -(i\omega_e)^2 \{X_3 + yX_4 - xX_5\} \rho_H dV \end{array} \right. \quad (A.3.8)$$

ここで式(A.3.8)の導出では $\mathbf{x}_G = \{0, 0, z_G\}^T$ とした。一方で、微小体積に作用する変動重力 $d\mathbf{f}^g$ は、慣性座標系における重力ベクトル $\mathbf{g} = \{0, 0, g\}^T$ を回転運動ベクトル $\mathbf{X}_R$ によって船体固定座標系に変換することで、次のように得られる。

$$d\mathbf{f}^g = -(\mathbf{g} \times \mathbf{X}_R) \rho_S dV \quad (A.3.9)$$

$$\leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} df_x^g = X_5 \rho_H g dV \\ df_y^g = -X_4 \rho_H g dV \\ df_z^g = 0 \end{array} \right. \quad (A.3.10)$$

式(A.3.8), (A.3.10)を式(A.3.6)に代入して式(A.3.1)の形に整理すれば、 $f_i^{In/g}(\mathbf{x})$ はそれぞれ次のように導かれる。

$$\begin{cases} f_1^{In}(x) = -m(x)(i\omega_e)^2 \{X_1 + l_g(x)X_5\} \\ f_2^{In}(x) = -m(x)(i\omega_e)^2 \{X_2 - l_g(x)X_4 + xX_6\} \\ f_3^{In}(x) = -m(x)(i\omega_e)^2 (X_3 - xX_5) \\ f_4^{In}(x) = -i_{xx}(x)(i\omega_e)^2 X_4 + \underline{ml_g(x)(i\omega_e)^2 (X_2 + xX_6)} \\ f_5^{In}(x) = \underline{-m(x)l_g(x)(i\omega_e)^2 X_1 - i_{yy}(x)(i\omega_e)^2 X_5} \\ f_6^{In}(x) = \underline{-i_{zz}(x)(i\omega_e)^2 X_6} \end{cases} \quad (\text{A.3.11})$$

$$\begin{cases} f_1^g(x) = m(x)gX_5 \\ f_2^g(x) = -m(x)gX_4 \\ f_3^g(x) = 0 \\ f_4^g(x) = \underline{m(x)gl_g(x)X_4} \\ f_5^g(x) = \underline{m(x)gl_g(x)X_5} \\ f_6^g(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.3.12})$$

質量マトリクスと同じく、式(A.3.11),(A.3.12)に関する下線部の項は無視される事が多い。しかしながら、その場合質量マトリクス $M_{ij}$ においても同様の扱いをしなければハルガーダ断面力が船体の前後端で 0 とならないため注意が必要である。

### A.3.3 流体力成分ならびに流体力係数の定義

ハルガーダ断面力の流体力成分 $\mathcal{F}_i^p$ は、断面流体力 $f_i^p$ からは式(A.3.1)によって定義されるが、変動圧力の積分によって定義すると以下のように表される。

$$\begin{cases} \mathcal{F}_i^p(x_0) = - \iint_{S_H|_{x \leq x_0}} p n_i dS & (i = 1 \sim 4) \\ \mathcal{F}_5^p(x_0) = - \iint_{S_H|_{x \leq x_0}} p \{(z - z_G)n_x - (x - x_0)n_z\} dS = - \iint_{S_H|_{x \leq x_0}} p (n_5 + x_0 n_3) dS \\ \mathcal{F}_6^p(x_0) = - \iint_{S_H|_{x \leq x_0}} p \{(x - x_0)n_y - y n_x\} dS = - \iint_{S_H|_{x \leq x_0}} p (n_6 - x_0 n_2) dS \end{cases} \quad (\text{A.3.13})$$

ここに、 $S_H|_{x \leq x_0}$ は喫水線下の船体表面の $x \leq x_0$ の領域を意味する。以降、この各流体力成分 $\mathcal{F}_i^{Res}$ ,  $\mathcal{F}_i^{Rad}$ ,  $\mathcal{F}_i^S$ についての具体的な表示式を示す。 $\mathcal{F}_i^{FK}$ については式(A.3.1)の右辺の $f_i(x)$ を $f_i^{FK}(x)$ に置き換えるのみなので省略する。

#### A.3.3.1 復原力成分

ハルガーダ断面力の復原力成分 $\mathcal{F}_i^{Res}$ は式(A.3.1)右辺の $f_i(x)$ を $f_i^{Res}(x)$ に置き換えることで計算できる。

$$\begin{cases} \mathcal{F}_i^{Res}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} f_i^{Res}(x) dx & (i = 1 \sim 4) \\ \mathcal{F}_5^{Res}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \{-(x - x_0)f_3^{Res}(x) + f_5^{Res}(x)\} dx \\ \mathcal{F}_6^{Res}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \{(x - x_0)f_2^{Res}(x) + f_6^{Res}(x)\} dx \end{cases} \quad (\text{A.3.14})$$

右辺に断面復原力 $f_i^{Res}(x)$ の式(A.2.32)を代入し、断面復原力係数 $c_{ij}(x)$ の式(A.2.35)を考慮することで、 $\mathcal{F}_i^{Res}$ は次のように書き表せる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_1^{Res}(x_0) = -\rho g \int_{x_A}^{x_0} \left\{ \frac{c_{13}(x)}{\rho g} X_1 + \frac{c_{15}(x)}{\rho g} X_5 \right\} dx \\ \mathcal{F}_2^{Res}(x_0) = \rho g \int_{x_A}^{x_0} A_H(x) X_4 dx \\ \mathcal{F}_3^{Res}(x_0) = -\rho g \int_{x_A}^{x_0} B_w(x) (X_3 - x X_5) dx \\ \mathcal{F}_4^{Res}(x_0) = -\rho g \int_{x_A}^{x_0} A_H(x) \overline{Gm}(x) X_4 dx \\ \mathcal{F}_5^{Res}(x_0) = \rho g \int_{x_A}^{x_0} \left\{ (x - x_0) B_w(x) (X_3 - x X_5) - \frac{c_{53}(x)}{\rho g} X_3 - \frac{c_{55}(x)}{\rho g} X_5 \right\} dx \\ \mathcal{F}_6^{Res}(x_0) = \rho g \int_{x_A}^{x_0} \left\{ (x - x_0) A_H(x) - \frac{c_{64}(x)}{\rho g} \right\} X_4 dx \end{array} \right. \quad (\text{A.3.15})$$

右辺の下線部の項は式(A.2.12)の下線部の項に対応しており、すなわち船が十分に細長い場合は無視することができる項である。式(A.3.15)に含まれる $n_x$ に関する積分の項 ( $c_{13}, c_{15}, c_{53}, c_{55}, c_{64}$ ) の船長方向の積分値は、ガウスの勾配定理を適用することで次のように変形できる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{x_A}^{x_0} \frac{c_{13}(x)}{\rho g} dx = A_H(x_0) \\ \int_{x_A}^{x_0} \frac{c_{15}(x)}{\rho g} dx = -x_0 A_H(x_0) \\ \int_{x_A}^{x_0} \frac{c_{53}(x)}{\rho g} dx = \{z_b(x_0) - z_G\} A_H(x_0) \\ \int_{x_A}^{x_0} \frac{c_{55}(x)}{\rho g} dx = \int_{x_A}^{x_0} \{z_b(x) - z_G\} A_H(x) dx - x_0 \{z_b(x_0) - z_G\} A_H(x_0) \\ \int_{x_A}^{x_0} \frac{c_{64}(x)}{\rho g} dx = - \iint_{A_H(x_0)} y^2 dy dz \end{array} \right. \quad (\text{A.3.16})$$

### A.3.3.3 Radiation 流体力成分

ハルガーダ断面力の radiation 流体力成分 $\mathcal{F}_i^{Rad}$ は式(A.3.1)右辺の $f_i(x)$ を $f_i^{Rad}(x)$ に置き換えることで計算できる。ところが、 $f_i^{Rad}(x)$ には速度ポテンシャルの $x$ 方向偏微分が含まれるため、ここでは Tuck の定理を適用し、式(A.2.50)で定義される形式上の無速断面 radiation 流体力係数 $t_{35}^{(0)}(x)$ を用いて $\mathcal{F}_i^{Rad}$ を定式化する。

まず、ハルガーダ断面力の radiation 流体力成分 $\mathcal{F}_i^{Rad}(x_0)$ を、radiation 流体力係数 $\mathcal{J}_{ij}(x_0)$ 次のように表す。

$$\mathcal{F}_i^{Rad}(x_0) = -(i\omega_e)^2 \sum_{j=1\sim 6} \mathcal{J}_{ij}(x_0) X_j \quad (i = 1\sim 6) \quad (\text{A.3.17})$$

式(A.3.13)より $\mathcal{J}_{ij}(x_0)$ は次のように定義される。



きる．ところが， $f_i^S(x)$ には速度ポテンシャルの $x$ 方向偏微分が含まれるため，ここでは Tuck の定理を適用し，式(A.2.55)で定義される形式上の無速断面 scattering 流体力 $f_3^{S(0)}(x)$ を用いて $\mathcal{F}_i^S$ を定式化する．

式(A.3.13)右辺の $p$ を $p_S$ に置き換えることで， $\mathcal{F}_i^S$ は次のように表せる．

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_i^S(x_0) = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \iint_{S_H|x \leq x_0} \left( \varphi_7 - \frac{U}{i\omega_e} \frac{\partial \varphi_7}{\partial x} \right) n_i dS \\ \quad = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \left[ \iint_{S_H|x \leq x_0} \varphi_7 n_i dS - \frac{U}{i\omega_e} \int_{C_H(x_0)} \varphi_7 n_i dl \right] \quad (i = 1 \sim 4) \\ \mathcal{F}_5^S(x_0) = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \iint_{S_H|x \leq x_0} \left( \varphi_7 - \frac{U}{i\omega_e} \frac{\partial \varphi_7}{\partial x} \right) (n_5 + x_0 n_3) dS \\ \quad = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \left[ \iint_{S_H|x \leq x_0} \varphi_7 \left\{ n_5 + \left( \frac{U}{i\omega_e} + x_0 \right) n_3 \right\} dS - \frac{U}{i\omega_e} \int_{C_H(x_0)} \varphi_7 (n_5 + x_0 n_3) dl \right] \\ \mathcal{F}_6^S(x_0) = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \iint_{S_H|x \leq x_0} \left( \varphi_7 - \frac{U}{i\omega_e} \frac{\partial \varphi_7}{\partial x} \right) (n_6 - x_0 n_2) dS \\ \quad = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \left[ \iint_{S_H|x \leq x_0} \varphi_7 \left\{ n_6 + \left( \frac{U}{i\omega_e} + x_0 \right) n_2 \right\} dS - \frac{U}{i\omega_e} \int_{C_H(x_0)} \varphi_7 (n_6 - x_0 n_2) dl \right] \end{array} \right. \quad (\text{A.3.20})$$

ただし，それぞれの2つ目の等号では Tuck の定理(A.2.69)を用いた．右辺を式(A.2.55)の形式上の無速断面 scattering 流体力 $f_3^{S(0)}(x)$ で表すと，次の表示が得られる．

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_i^S(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} f_i^{S(0)}(x) dx - \frac{U}{i\omega_e} f_i^{S(0)}(x_0) \quad (i = 1 \sim 4) \\ \mathcal{F}_5^S(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \left[ - \left( x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e} \right) f_3^{S(0)}(x) + f_5^{S(0)}(x) \right] dx - \frac{U}{i\omega_e} f_5^{S(0)}(x_0) \\ \mathcal{F}_6^S(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \left[ \left( x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e} \right) f_2^{S(0)}(x) + f_6^{S(0)}(x) \right] dx - \frac{U}{i\omega_e} f_6^{S(0)}(x_0) \end{array} \right. \quad (\text{A.3.21})$$

下線部は $n_x$ に関する積分で，船が十分に長細い場合無視することができる．

### A.3.4 静水中の垂直断面力と波浪中の水平断面力

静水中の垂直せん断力および垂直曲げモーメントと，船体固定座標系における波浪中の水平せん断力および水平曲げモーメントの関係について述べる．今，静水中の垂直せん断力および垂直曲げモーメントを $\mathcal{F}_3^{St}(x_0), \mathcal{F}_5^{St}(x_0)$ と表すと，これらはそれぞれ次のように表される．

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_3^{St}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \{ \rho A_H(x) - m(x) \} g dx \\ \mathcal{F}_5^{St}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} -(x - x_0) \{ \rho A_H(x) - m(x) \} g dx \end{array} \right. \quad (\text{A.3.22})$$

ここで，水平せん断力と水平曲げモーメントの重力成分と復原力成分の和は，式(A.3.12)，(A.3.15)より次のように表すことができる．

$$\mathcal{F}_2^g(x_0) + \mathcal{F}_2^{Res}(x_0) = X_4 \mathcal{F}_3^{St}(x_0) \quad (\text{A.3.23})$$

$$\mathcal{F}_6^g(x_0) + \mathcal{F}_6^{Res}(x_0) = -X_4 \mathcal{F}_5^{St}(x_0) \quad (\text{A.3.24})$$

ただし $\mathcal{F}_6^{Res}$ において $c_{64}$ を無視した。この関係は、静水中の垂直せん断力および垂直曲げモーメントは鉛直方向の浮力分布と重力分布に起因するもので、これが横傾斜角によって船体固定座標における水平せん断力および水平曲げモーメントに混入することを考えると明白である。したがって、波浪中の水平せん断力は次のように表せる。

$$\mathcal{F}_2(x_0) = \underline{\mathcal{F}_2^{In}(x_0) + \mathcal{F}_2^{Rad}(x_0) + \mathcal{F}_2^{FK}(x_0) + \mathcal{F}_2^S(x_0)} + X_4 \mathcal{F}_3^{St}(x_0) \quad (\text{A.3.25})$$

$$\mathcal{F}_6(x_0) = \underline{\mathcal{F}_6^{In}(x_0) + \mathcal{F}_6^{Rad}(x_0) + \mathcal{F}_6^{FK}(x_0) + \mathcal{F}_6^S(x_0)} - X_4 \mathcal{F}_5^{St}(x_0) \quad (\text{A.3.26})$$

式(A.3.25),(A.3.26)の下線部は、線形理論では慣性座標系 $o-xyz$ と船体固定座標系のどちらも同じ値をとる成分である。したがって、「慣性座標系の水平せん断力ならびに水平曲げモーメント（下線部の項）は、rollの傾斜角 $X_4$ と静水中垂直せん断力ならびに曲げモーメントを乗じた項を加えることで、船体固定座標系に変換することができる」と換言することができる。一般に水平せん断力 $\mathcal{F}_2$ および水平曲げモーメント $\mathcal{F}_6$ のrollに起因する成分は、 $\mathcal{F}_6^{In}, \mathcal{F}_6^{Rad}$ よりも $X_4 \mathcal{F}_3^{St}, X_4 \mathcal{F}_5^{St}$ の影響が主であることが多い。

## A.4 ストリップ法の radiation/scattering 流体力の定式化

以上の定式化は、船が長細いということを前提とした前進速度影響に関するいくつかの簡略化を施しているものの、3次元法を前提とした表現である。3次元法とストリップ法とで根本的に異なるのは radiation/scattering 流体力の計算法のみであって、それ以外は前節までの式がストリップ法にもそのまま適用できると考えてよい。そこで本節では、3次元法とストリップ法との違いを明確にするため、まずストリップ法における radiation/scattering 速度ポテンシャルの近似法を示し、3次元法の radiation/scattering 流体力に同近似法を適用することでストリップ法の radiation/scattering 流体力を導く。なお前節までの定式化では、船が長細い場合に無視できる項を下線で強調しており、それらの項はストリップ法では基本的に無視されるものである。

ストリップ法にも種々の方法（主に OSM(Ordinary Strip Method)<sup>[4]</sup>, NSM(New Strip Method)<sup>[5]</sup>, STF(Salvesen-Tuck-Faltinsen Method)<sup>[6]</sup>の3種類）があるが、本節で示す式は NSM あるいは STF に相当するものである。NSM と STF の違いは主に scattering 流場の考え方の差にあり、具体的には A.4.5 項に示す。

### A.4.1 ストリップ法の radiation/scattering 速度ポテンシャルの境界値問題

3次元法の境界値問題に対し、ストリップ法では船体が細長いことを前提に流場の $x$ 方向の変化が小さいと考える事で、Laplace 方程式で $\partial/\partial x = 0$ とした2次元問題を考える。2次元の surge, sway, heave, roll の radiation 単位速度ポテンシャル $\varphi_j (j = 1\sim 4)$ および scattering 単位速度ポテンシャル $\varphi_j^{2D}$ の境界値問題は以下の通りである。

$$[L] \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi_j^{2D} = 0 \quad (j = 1\sim 4, 7) \quad \text{in } z < 0 \quad (\text{A.4.1})$$

$$[F] \quad (i\omega_e)^2 \varphi_j^{2D} + g \frac{\partial \varphi_j^{2D}}{\partial z} = 0 \quad (j = 1\sim 4, 7) \quad \text{on } z = 0 \quad (\text{A.4.2})$$

$$[H] \quad \frac{\partial \varphi_j^{2D}}{\partial n} = \begin{cases} n_j & (j = 1 \sim 4) \\ -\frac{\partial \varphi_0}{\partial n} & (j = 7) \end{cases} \quad \text{on } C_{H(x)} \quad (A.4.3)$$

$$[B] \quad \frac{\partial \varphi_j^{2D}}{\partial z} = 0 \quad (j = 1 \sim 4, 7) \quad \text{as } z \rightarrow -\infty \quad (A.4.4)$$

通常のストリップ法では 2 次元流体力に  $j = 1$  すなわち surge のモードを含めないが、これを考慮することは可能でしかも自然に定式化される<sup>[10], [11]</sup>ため、本論文では surge も含め定式化している。以上の 2 次元速度ポテンシャル  $\varphi_j^{2D}(x; l)$  を船体の複数の横断面について求め、3 次元の速度ポテンシャル  $\varphi_j(x, l)$  を

$$\begin{cases} \varphi_j(x, l) \cong \varphi_1^{2D}(x; l) & (j = 1 \sim 4) \\ \varphi_5(x, l) \cong -\left(x - \frac{U}{i\omega_e}\right) \varphi_3^{2D}(x; l) \\ \varphi_6(x, l) \cong \left(x - \frac{U}{i\omega_e}\right) \varphi_2^{2D}(x; l) \end{cases} \quad (A.4.5)$$

$$\begin{cases} \varphi_j^{(0)}(x, l) \cong \varphi_1^{2D}(x; l) & (j = 1 \sim 4) \\ \varphi_5^{(0)}(x, l) \cong -x \varphi_3^{2D}(x; l) \\ \varphi_6^{(0)}(x, l) \cong x \varphi_2^{2D}(x; l) \end{cases} \quad (A.4.6)$$

$$\varphi_7(x, l) \cong \varphi_7^{2D}(x; l) \quad (A.4.7)$$

と表すのがストリップ法の近似である。式(A.4.6)の右辺の形は、3 次元の船体表面条件(A.2.22)右辺の  $n_j$  において  $j = 5, 6$  の  $n_x$  を無視し、 $m_j$  に式(A.2.24)を代入し、2 次元の船体表面条件(A.4.3)との対応を考えることで得られる。

#### A.4.2 Radiation 流体力係数

今、2 次元 radiation 流体力係数  $t_{ij}^{2D}(x)$  ( $i, j = 1 \sim 4$ ) を

$$t_{ij}^{2D}(x) = -\rho \int_{C_{H(x)}} \varphi_j^{2D}(l; x) n_i dl \quad (i, j = 1 \sim 4) \quad (A.4.8)$$

と定義する。これは式(A.2.50)に示す形式上の無速断面 radiation 流体力係数  $t_{ij}^{(0)}(x)$  ( $i, j = 1 \sim 6$ ) に対応し、式(A.4.6)より次の関係にあることがわかる。

$$\begin{cases} t_{ij}^{(0)}(x) = t_{ij}^{2D}(x) & (i = 1 \sim 4, j = 1 \sim 4) \\ t_{i5}^{(0)}(x) = -x t_{i3}^{2D}(x) & (i = 1 \sim 4) \\ t_{i6}^{(0)}(x) = x t_{i2}^{2D}(x) & (i = 1 \sim 4) \\ t_{ij}^{(0)}(x) = 0 & (i = 5, 6, j = 1 \sim 6) \end{cases} \quad (A.4.9)$$

ストリップ法では船が十分に長細いとの仮定のもと、 $f_i(x)$  ( $i = 5, 6$ ) に対応する項は計算されないため 0 とした。ストリップ法では  $\varphi_j^{2D}$  に前進速度影響が含まれないため  $t_{ij}^{2D}(x)$  は前進速度に非依存で、船形及び  $\omega_e$  のみに依存する。一方で  $t_{ij}^{(0)}$  は一般に自由表面条件によって速度に依存するという点で両者は異なる。

ストリップ法の radiation 流体力係数  $T_{ij}$  ( $i, j = 1 \sim 6$ ) は、式(A.2.41)に式(A.4.9)を適用することで次のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l}
T_{ij} = \int_{x_A}^{x_F} t_{ij}^{2D}(x) dx \quad (i, j = 1, 3) \\
T_{i5} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ - \left( x - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{i3}^{2D}(x) \right\} dx \quad (i = 1, 3) \\
T_{5j} = \int_{x_A}^{x_F} \left\{ - \left( x + \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{3j}^{2D}(x) \right\} dx \quad (j = 1, 3) \\
T_{55} = \int_{x_A}^{x_F} \left( x^2 + \frac{U^2}{\omega_e^2} \right) t_{33}^{2D}(x) dx \\
T_{ij} = \int_{x_A}^{x_F} t_{ij}^{2D}(x) dx \quad (i, j = 2, 4) \\
T_{i6} = \int_{x_A}^{x_F} \left( x - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{i2}^{2D}(x) dx \quad (i = 2, 4) \\
T_{6j} = \int_{x_A}^{x_F} \left( x + \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{2j}^{2D}(x) dx \quad (j = 2, 4) \\
T_{66} = \int_{x_A}^{x_F} \left( x^2 + \frac{U^2}{\omega_e^2} \right) t_{22}^{2D}(x) dx \\
T_{ij} = 0 \quad (\text{otherwise})
\end{array} \right. \quad (\text{A.4.10})$$

続いてハルガーダ断面力に関する radiation 流体力係数 $\mathcal{T}_{ij}$ は、式(A.3.19)に式(A.4.9)を適用することで次のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l}
\mathcal{T}_{ij}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} t_{ij}^{2D}(x) dx - \frac{U}{i\omega_e} t_{ij}^{2D}(x_0) \quad (i, j = 1, 3) \\
\mathcal{T}_{i5}(x_0) = - \int_{x_A}^{x_0} \left( x - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{i3}^{2D}(x) dx + \frac{U}{i\omega_e} \left( x_0 - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{i3}^{2D}(x_0) \quad (i = 1, 3) \\
\mathcal{T}_{5j}(x_0) = - \int_{x_A}^{x_0} \left( x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{3j}^{2D}(x) dx \quad (j = 1, 3) \\
\mathcal{T}_{55}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \left( x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e} \right) \left( x - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{33}^{2D}(x) dx \\
\mathcal{T}_{ij}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} t_{ij}^{2D}(x) dx - \frac{U}{i\omega_e} t_{ij}^{2D}(x_0) \quad (i, j = 2, 4) \\
\mathcal{T}_{i6}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \left( x - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{i2}^{2D}(x) dx - \frac{U}{i\omega_e} \left( x_0 - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{i2}^{2D}(x_0) \quad (j = 2, 4) \\
\mathcal{T}_{6j}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \left( x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{2j}^{2D}(x) dx \quad (j = 2, 4) \\
\mathcal{T}_{66}(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \left( x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e} \right) \left( x - \frac{U}{i\omega_e} \right) t_{22}^{2D}(x) dx \\
\mathcal{T}_{ij}(x_0) = 0 \quad (\text{otherwise})
\end{array} \right. \quad (\text{A.4.11})$$

### A.4.3 Scattering 流体力

今、2次元 scattering 流体力 $f_i^{S2D}(x)$  ( $i = 1 \sim 4$ )を

$$f_i^{S2D}(x) = -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} \int_{c_H(x)} \varphi_7^{2D}(l; x) n_i dl \quad (i = 1 \sim 4) \quad (\text{A.4.12})$$

と定義する。これは式(A.2.55)に示す形式上の無速断面 radiation 流体力係数 $t_{ij}^{(0)}(x)$  ( $i, j = 1 \sim 6$ )に対応し、

式(A.4.7)より次の関係にあることがわかる.

$$f_i^{S(0)}(x) = \begin{cases} f_i^{S2D}(x) & (i = 1\sim 4) \\ 0 & (i = 5,6) \end{cases} \quad (\text{A.4.13})$$

ストリップ法では船が十分に長細いとの仮定のもと,  $f_i(x)(i = 5,6)$ に対応する項は計算されないため 0 とした. これより, scattering 流体力は式(A.2.56)に式(A.4.13)を適用して次のように表される.

$$\begin{cases} E_i^S = \int_{x_A}^{x_F} f_i^{S2D}(x) dx & (i = 1\sim 4) \\ E_5^S = - \int_{x_A}^{x_F} \left(x + \frac{U}{i\omega_e}\right) f_3^{S2D}(x) dx \\ E_6^S = \int_{x_A}^{x_F} \left(x + \frac{U}{i\omega_e}\right) f_2^{S2D}(x) dx \end{cases} \quad (\text{A.4.14})$$

続いてハルガード断面力に関する scattering 流体力係数 $\mathcal{F}_i^S$ は, 式(A.3.21)に式(A.4.13)を適用することで次のように表される.

$$\begin{cases} \mathcal{F}_i^S(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} f_i^{S2D}(x) dx - \frac{U}{i\omega_e} f_i^{S2D}(x_0) & (i = 1\sim 4) \\ \mathcal{F}_5^S(x_0) = - \int_{x_A}^{x_0} \left(x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e}\right) f_3^{S2D}(x) dx \\ \mathcal{F}_6^S(x_0) = \int_{x_A}^{x_0} \left(x - x_0 + \frac{U}{i\omega_e}\right) f_2^{S2D}(x) dx \end{cases} \quad (\text{A.4.15})$$

以上の導出から分かるように, 3次元法とストリップ法の radiation/scattering 流体力の扱いの違いは, 断面流体力の差 ( $t_{ij}^{(0)}$ と $t_{ij}^{2D}$ ,  $f_i^{S(0)}(x)$ と $f_i^{S2D}(x)$ ) に集約されることが分かる.

本論文では 3次元法とストリップ法のとの違いを明示するため, 3次元法の流体力の式を出発点としてストリップ法の流体力を示した. 通常ストリップ法の定式化では, 例えば radiation 流体力係数では, 式(A.2.41)に式(A.4.5)の近似を適用することで式(A.4.8)の断面流体力係数の船長方向積分で表し, 流体力係数の $x$ 方向微分の項に対して部分積分を適用することで式(A.4.10)を導く. どちらのアプローチでも同様の式が得られる理由は, 3次元法における Tuck の定理とストリップ法における部分積分が同じ操作を意味するためである.

#### A.4.5 Radiation 流体力係数を用いた scattering 流体力の近似

ストリップ法では, 2次元の radiation 流場は動揺周波数のみに依存するが, scattering 流場は加えて波向きにも依存する. このため, 古典的なストリップ法では計算コストを抑えるべく scattering 流体力を radiation 速度ポテンシャルによって表していた. 具体的には, NSM では radiation 流体力係数を用いた近似手法を, STFM では Haskind-Newmann の関係<sup>[76]</sup>を用いた等価な radiation 速度ポテンシャルの積分に置き換える手法を採用していた<sup>[6]</sup>. 現在では scattering 速度ポテンシャルを難なく得られるためそのような手法を用いるメリットは殆どないが, 簡易化や物理的考察といった観点からは特に NSM の手法は有用な考え方であるため, 以下にその方法を示す.

NSM では, 位置 $x$ の横断面において, 入射波粒子を位置 $(y, z) = (0, z_0)$ で代表させることで船体表面条件を次のように置き換える.

$$\begin{aligned}
[\text{H}] \quad \frac{\partial \varphi_7^{2\text{D}}}{\partial n} &= -\frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \\
&= -\left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} n_x + \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} n_y + \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} n_z\right) \\
&= -(-i \cos \beta n_x - i \sin \beta n_y + n_z) k e^{kz - ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} \\
&\cong -(-i \cos \beta n_x - i \sin \beta n_y + n_z) k e^{kz_0 - ikx \cos \beta}
\end{aligned} \tag{A.4.16}$$

最右辺は $n_i$ の定数係数による重ね合わせであるため，scattering 速度ポテンシャルは radiation 速度ポテンシャルを用いて次のように表せる．

$$\begin{aligned}
\varphi_7^{2\text{D}} &\cong -(-i \cos \beta \varphi_1 - i \sin \beta \varphi_2 + \varphi_3) k e^{kz_0 - ikx \cos \beta} \\
&\cong (i \sin \beta \varphi_2 - \varphi_3) k e^{kz_0 - ikx \cos \beta}
\end{aligned} \tag{A.4.17}$$

ただし， $\varphi_1$ は小さいとして無視した．代表深さ $z_0$ は喫水や浮心高さなどの値が一般に採られる．以上の近似は，scattering 流場を入射波粒子運動と逆の強制動揺させた radiation 流場に置き換えると解釈されることから“相対運動の仮定”と呼ばれる．本近似に基づき，scattering 流体力の簡易化では適宜次の表示を活用する．

$$\begin{aligned}
f_i^{S2\text{D}}(x) &\cong -\rho g \zeta_a \frac{\omega_e}{\omega} k e^{kz_0 - ikx \cos \beta} \int_{C_H(x)} (i \sin \beta \varphi_2 - \varphi_3) n_i dl \\
&= \zeta_a \omega \omega_e e^{kz_0 - ikx \cos \beta} \{i \sin \beta t_{i2}^{2\text{D}}(x) - t_{i3}^{2\text{D}}(x)\}
\end{aligned} \tag{A.4.18}$$

## 付録 B 提案船型の表示式の導出

本付録では, modified Wigley 船型をベースに松井船型 (式(2.4.1)~(2.4.12)) を如何に導出したか, その過程を示す.

### B.1 冪指数の一般化

まず, 前後対称の modified Wigley 船型(2.3.1)の指数を一般化し, 次のようにあらわす.

$$\eta = (1 - \zeta^{Z_1})(1 - \xi^{X_1}) + \zeta^{Z_1}(1 - \zeta^{Z_2})(1 - \xi^{X_2})^{X_3} \quad (0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \zeta \leq 1) \quad (\text{B.1.1})$$

ここに $X_1, X_2, X_3$ は船長方向の形状に関するパラメータ,  $Z_1$ と $Z_2$ は深さ方向の形状に関するパラメータである. この式は modified Wigley 船型(2.3.1)の $c_2$ の項が消えているが, それによる船型表現は $X_1$ に含まれている. 右辺第1項と第2項で共通の $Z_1$ を用いているのは, こうすることで midship 断面形状が単純な冪関数で表されるためである ( $\eta|_{\xi=0} = 1 - \zeta^{Z_1+Z_2}$ ). これらの指数パラメータ $Z_1, Z_2, X_1, X_2, X_3$ とファインネス係数との関係は次式のように得られる.

$$C_w = \int_0^1 \eta|_{\zeta=0} d\xi = \frac{X_1}{1 + X_1} \quad (\text{B.1.2})$$

$$C_m = \int_0^1 \eta|_{\xi=0} d\zeta = \frac{Z_1 + Z_2}{1 + Z_1 + Z_2} \quad (\text{B.1.3})$$

$$C_b = \int_0^1 \int_0^1 \eta d\zeta d\xi = \frac{X_1}{1 + X_1} \frac{Z_1}{1 + Z_1} + S \frac{Z_2}{(1 + Z_1)(1 + Z_1 + Z_2)} \quad (\text{B.1.4})$$

ここに $S$ は式(B.1.1)右辺第2項の船長方向分布に関する積分値で, 次のように定義される.

$$S \equiv \int_0^1 (1 - \xi^{X_2})^{X_3} d\xi = \frac{\Gamma(1 + X_3)\Gamma(1 + 1/X_2)}{\Gamma(1 + X_3 + 1/X_2)} \quad (\text{B.1.5})$$

以上を $X_1, Z_1, Z_2$ について解くことで, 次の表現を得る.

$$X_1 = \frac{C_w}{1 - C_w} \quad (\text{B.1.6})$$

$$Z_1 = \frac{C_b - SC_m}{C_w - C_b - S(1 - C_m)} \quad (\text{B.1.7})$$

$$Z_2 = \frac{C_m}{1 - C_m} - Z_1 = \frac{(C_w C_m - C_b)/(1 - C_m)}{C_w - C_b - S(1 - C_m)} \quad (\text{B.1.8})$$

他方で,  $X_2$ と $X_3$ は $C_b, C_w, C_m$ からは定まらない内部パラメータである. よって $X_2$ と $X_3$ は任意にとることができるが,  $Z_1$ と $Z_2$ が負とならないように注意して値を選ぶ必要がある.  $Z_1$ と $Z_2$ が正となる範囲の条件は, 次

のように置き換えることができる。

$$Z_1 \geq 0 \text{ and } Z_2 \geq 0 \leftrightarrow S \leq C_b/C_m \text{ and } C_b \leq C_m C_w \quad (\text{B.1.9})$$

式(B.1.9)を満たす $X_2$ と $X_3$ の十分条件として、次式が考えられる。

$$X_2 = \frac{C_b}{C_m - C_b} \text{ and } X_3 \geq 1 \rightarrow S \leq C_b/C_m \text{ and } C_b \leq C_m C_w \quad (\text{B.1.10})$$

ただし、式(B.1.1)からわかるように、 $X_2$ が1より小さいときは midship 断面で形状の滑らかさが失われる。そこで本論文では、式(B.1.10)を参考に、式(B.1.9)を満たしかつ現実的な船型になるような $X_2$ と $X_3$ の推奨値として次式を提示する。

$$X_2 = \max\left(N, \frac{C_b}{C_m - C_b}\right) \text{ (basic value)} \quad (\text{B.1.11})$$

$$X_3 = (C_b/C_m)^{N \cdot \text{sgn}(C_b - C_m C_w)} \text{ (basic value)} \quad (\text{B.1.12})$$

$X_2$ を式(B.1.11)によって定義した場合、 $X_2$ は $N$ より小さい値をとらないため、 $N > 1$ としておけば船型の滑らかさが確保される。 $N$ の値は大きくなるほど断面積係数が船体中央に集中し、平行部が長くなる。式(B.1.12)は、式(B.1.11)の $X_2$ について必ず式(B.1.9)を満足するように決めているが、特に $C_b < C_m C_w$ かつ $C_b/C_m$ の小さいときに $S$ が $C_b/C_m$ に漸近するようにしている。すなわち、 $X_2 = N, X_3 = (C_b/C_m)^{-N}$ のとき $S \sim C_b/C_m$  as  $C_b/C_m \rightarrow 0$ が成り立つが、その証明は $S$ にスターリングの公式

$$\Gamma(1 + X) \sim \sqrt{2\pi X} (X/e)^X \quad (\text{B.1.13})$$

を適用して対数をとることで比較的容易に示せる。式(B.1.11), (B.1.12)を用いたときの $S$ と $C_b/C_m$ の関係は Fig. B.1 に示すとおり、確かに式(B.1.9)が満足されていることが確認できる。

式(B.1.1), (B.1.6)~(B.1.8), (B.1.11), (B.1.12)によって、 $C_b, C_m, C_w$ の陽関数で定義される前後対称の数学船型が定義された。

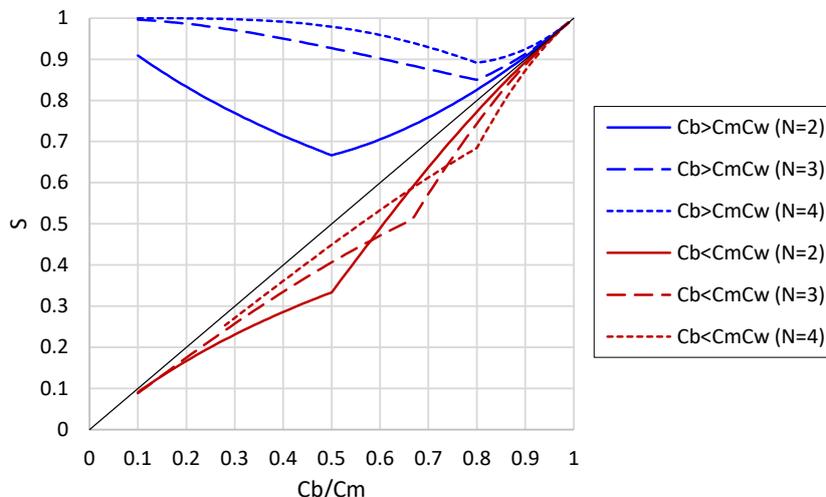


Fig. B.1 Relationship between  $S$  and  $C_b/C_m$  when using Eq.(B.1.11) and Eq.(B.1.12).

## B.2 水線面二次モーメントに関する形状パラメータの導入

続いて式(B.1.1)を拡張し、 $C_w$ とは独立に水線面二次モーメント $C_{w2}$ を調整できるようにする。式(B.1.1)の場合、式(2.2.7)で定義される水線面二次モーメント係数は次のように $C_w$ によって一意に定まる。

$$C_{w2} = 12 \int_0^1 \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 \eta|_{\xi=0} d\xi = \frac{C_w}{3 - 2C_w} \quad (\text{B.2.1})$$

よって、新たな自由度を水線面の関数に加える必要がある。ただし、数学船型を陽な式で表すためには複雑化は避ける必要がある。そこで簡単に、 $\xi$ 軸を伸縮係数 $\alpha$ によって船型を船長方向に伸縮することにする。すなわち、式(B.1.1)に $\alpha$ を導入した新たな数学船型を次のように表す。

$$\eta = (1 - \zeta^{Z_1})\{1 - (\xi/\alpha)^{X_1}\} + \zeta^{Z_1}(1 - \zeta^{Z_2})\{1 - (\xi/\alpha)^{X_2}\}^{X_3} \quad (0 \leq \xi \leq \alpha, 0 \leq \zeta \leq 1) \quad (\text{B.2.2})$$

このように定義することで、Fig. 2.4 にみられるように $C_w$ を固定したまま $C_{w2}$ を変化させるといったことが可能になる。 $C_w$ と $C_{w2}$ の定義より、伸縮係数 $\alpha$ と $C_w, C_{w2}$ の関係式は次のように得られる。

$$\begin{cases} C_w = \int_0^\alpha \{1 - (\xi/\alpha)^{X_1}\} d\xi = \frac{\alpha X_1}{X_1 + 1} \\ C_{w2} = 12 \int_0^\alpha (\xi/2)^2 \{1 - (\xi/\alpha)^{X_1}\} d\xi = \frac{\alpha^3 X_1}{X_1 + 3} \end{cases} \quad (\text{B.2.3})$$

$$\Leftrightarrow C_w \alpha^3 - 3C_{w2} \alpha + 2C_w C_{w2} = 0$$

この $\alpha$ に関する3次方程式をビエタの方法によって解くことで、 $\alpha$ は次のように表せる。

$$\alpha = 2\sqrt{C_{w2}/C_w} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \tan^{-1} \sqrt{(C_{w2}/C_w^3) - 1}\right) \quad (\text{B.2.4})$$

3次方程式の3つの解のうち、式(B.1.1)の自然な拡張になるもの、すなわち $C_{w2} = C_w/(3 - 2C_w)$ のときに $\alpha = 1$ となる解を選択した。この平方根内より、 $C_{w2}$ と $C_w$ の満たすべき関係は次のように得られる。

$$C_{w2} \geq C_w^3 \quad (\text{B.2.5})$$

ところが、この制限が問題になることは無く、水線面形状が $LC_w \times B$ の矩形の時 $C_{w2}$ は最小値をとり $C_{w2} = C_w^3$ となる。

指数パラメータのうち $Z_1, Z_2$ は前節の式(B.1.7),(B.1.8)と同じであり、その他はA.1節と同様に考えることで、次のように求まる。

$$X_1 = \frac{C_w}{\alpha - C_w} \quad (\text{B.2.6})$$

$$X_2 = \max\left(N, \frac{C_b}{\alpha C_m - C_b}\right) \quad (\text{basic value}) \quad (\text{B.2.7})$$

$$X_3 = (C_b/\alpha C_m)^{N \cdot \text{sgn}(C_b - C_m C_w)} \quad (\text{basic value}) \quad (\text{B.2.8})$$

$$S = \alpha \frac{\Gamma(1 + X_3) \Gamma(1 + 1/X_2)}{\Gamma(1 + X_3 + 1/X_2)} \quad (\text{B.2.9})$$

式(B.2.2), (B.2.6)~(B.2.9)および式(B.1.7),(B.1.8)によって、 $C_b, C_m, C_w, C_{w2}$ の陽関数で定義される前後対

称の数学船型が定義された。それぞれの式において $\alpha = 1$ とすれば前節の式に一致するため、本船型は前節で示した船型の自然な拡張になっている。

### B.3 前後非対称パラメータの導入

前節までは前後対称の数学船型について論じたが、実際の船舶の応答を再現するには船型の前後非対称性を再現することが不可欠である。前節までの表現を用いて前後非対称船型を生成するには、aft側とfore側で異なる $C_b, C_w, C_{w2}$ を用いればよい。以降は、下付き文字に"a"や"f"をつけ $C_{ba}, C_{bf}$ のように表し、それぞれaft/fore側で定義されるファインネス係数とする。さらに、これらを"\*"を用いてまとめて $C_{b*}$ のように表す。

本節では、前後のファインネス係数 $C_{b*}, C_{w*}, C_{w2*}$ を、より物理的に意味のある前後非対称パラメータによって表す。すなわち、浮心前後位置 LCB, 浮面心前後位置 LCF および水線面二次モーメントの前後非対称性に関するパラメータ $\beta$ によって $C_{b*}, C_{w*}, C_{w2*}$ を定義する。

まず、式(B.2.2)を基に、前後半で別々のパラメータを用いて前後非対称船型を次のように表す。

$$\eta = \begin{cases} (1 - \zeta^{Z_{1a}})\{1 - (|\xi|/\alpha_a)^{X_{1a}}\} + \zeta^{Z_{1a}}(1 - \zeta^{Z_{2a}})\{1 - (|\xi|/\alpha_a)^{X_{2a}}\}^{X_{3a}} & \text{for } -\alpha_a \leq \xi \leq 0 \\ (1 - \zeta^{Z_{1f}})\{1 - (|\xi|/\alpha_f)^{X_{1f}}\} + \zeta^{Z_{1f}}(1 - \zeta^{Z_{2f}})\{1 - (|\xi|/\alpha_f)^{X_{2f}}\}^{X_{3f}} & \text{for } 0 \leq \xi \leq \alpha_f \end{cases} \quad (\text{B.3.1})$$

シンボル"\*"を用いると、これは式(2.3.2)のように簡単に記述できる。LCF, LCB の $\xi$ 座標をそれぞれ $\xi_F(= \text{LCF}/(L/2))$ ,  $\xi_B(= \text{LCB}/(L/2))$ と表すと、これらは次のように表される。

$$\xi_F = \frac{1}{C_w} \int_{-\alpha_a}^{\alpha_f} \frac{\xi}{2} \eta|_{\zeta=0} d\xi = \frac{1}{2C_w} \left\{ -\frac{\alpha_a^2 C_{wa}}{2(2\alpha_a - C_{wa})} + \frac{\alpha_f^2 C_{wf}}{2(2\alpha_f - C_{wf})} \right\} \quad (\text{B.3.2})$$

$$\begin{aligned} \xi_B &= \frac{1}{C_b} \int_{-\alpha_a}^{\alpha_f} \frac{\xi}{2} \int_0^1 \eta d\zeta d\xi \\ &= \frac{1}{2C_b} \left[ -\alpha_a^2 \left\{ C_{m1a} \frac{C_{wa}}{2(2\alpha_a - C_{wa})} + C_{m2a} S_{1a} \right\} + \alpha_f^2 \left\{ C_{m1f} \frac{C_{wf}}{2(2\alpha_f - C_{wf})} + C_{m2f} S_{1f} \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.3.3})$$

ここに

$$C_{m1*} := \int_0^{\alpha_*} (1 - \zeta^{Z_{1*}}) d\zeta = \frac{C_{b*} - S_* C_m}{C_{w*} - S_*} \quad (\text{B.3.4})$$

$$C_{m2*} := \int_0^{\alpha_*} \zeta^{Z_{1*}} (1 - \zeta^{Z_{2*}}) d\zeta = \frac{C_{w*} C_m - C_{b*}}{C_{w*} - S_*} \quad (\text{B.3.5})$$

$$S_{1*} := \frac{1}{\alpha_*^2} \int_0^{\alpha_*} \xi \left\{ 1 - \left( \frac{|\xi|}{\alpha_*} \right)^{X_{2*}} \right\}^{X_{3*}} d\xi = \frac{\Gamma(1 + 2/X_{2*}) \Gamma(1 + X_{3*})}{2\Gamma(1 + X_{3*} + 2/X_{2*})} \quad (\text{B.3.6})$$

船全体のファインネス係数 $C_w, C_b$ と aft/fore 側のファインネス係数 $C_{w*}, C_{b*}$ の関係はそれぞれ次のように表される。

$$C_w = \frac{1}{2} \int_{-\alpha_a}^{\alpha_f} \eta|_{\zeta=0} d\xi = \frac{C_{wa} + C_{wf}}{2} \quad (\text{B.3.7})$$

$$C_b = \frac{1}{2} \int_{-\alpha_a}^{\alpha_f} \int_0^1 \eta \, d\zeta d\xi = \frac{C_{ba} + C_{bf}}{2} \quad (\text{B.3.8})$$

式(B.3.2)~(B.3.8)より、 $C_{w*}$ と $C_{b*}$ は $C_w, C_b, \text{LCF}, \text{LCB}$ によって定まるものの、 $C_{w*}$ と $C_{b*}$ の厳密な表現式を示すことは困難である。そこで、ここでは $C_{w*}$ と $C_{b*}$ の近似式の導出を試みる。

まず、式(B.3.2)を $\alpha_* \cong 1$ として簡単にし、式(B.3.7)を用いて $C_{wa}$ について解くことで次の式が得られる。

$$\begin{aligned} C_{wa} &= C_w + (2\xi_F C_w)^{-1} \pm \sqrt{(2\xi_F C_w)^{-2} + (C_w - 2)^2} \\ &= C_w - \xi_F C_w (C_w - 2)^2 + O(\xi_F^3) \end{aligned} \quad (\text{B.3.9})$$

ここで、LCFの高次項 $O(\xi_F^3)$ は無視できるので、 $C_{w*}$ の近似式が次のように得られる。

$$\begin{cases} C_{wa} \cong C_w \{1 - \xi_F (C_w - 2)^2\} \\ C_{wf} \cong C_w \{1 + \xi_F (C_w - 2)^2\} \end{cases} \quad (\text{B.3.10})$$

対して、厳密にLCFを満たす $C_{w*}$ を決定するには繰り返し計算が必要とされる。その場合においても、近似式(B.3.10)は有効に活用することができる。具体的には、 $C_{wa}$ の初期値を式(B.3.10)によって決め、 $C_{wa}$ の増分を微分係数 $dC_{wa}/d\xi_F \cong -C_w(C_w - 2)^2$ によって定義すればよい。すなわち、 $n + 1$ 回目の値 $C_{wa}^{(n+1)}$ を $n$ 回目の値 $C_{wa}^{(n)}$ から次のように計算すればよい。

$$C_{wa}^{(n+1)} = (\xi_F^{\text{target}} - \xi_F^{(n)}) \{-C_w(C_w - 2)^2\} + C_{wa}^{(n)} \quad (\text{B.3.11})$$

ここに $\xi_F^{\text{target}}$ はLCFの目標値で、 $\xi_F^{(n)}$ は式(B.3.2)によって計算された $n$ 回目のLCFである。目的の $C_{wa}$ が得られたあとは、 $C_{wf}$ は式(B.3.7)によって計算できる。

一方で $C_{b*}$ については式(B.3.3)からわかるように、より複雑である。よって、簡単な近似として、式(B.3.10)と同じ形の次式を提案する。

$$\begin{cases} C_{ba} \cong C_b \{1 - \xi_B (C_b - 2)^2\} \\ C_{bf} \cong C_b \{1 + \xi_B (C_b - 2)^2\} \end{cases} \quad (\text{B.3.12})$$

この式は $C_{w*}$ の式と同じであるから、断面積係数の分布を水線幅の分布( $\eta|_{\zeta=0}$ )と同じと考えたときの式である。厳密にLCBを満たす $C_{b*}$ を決定するには、やはり(B.3.12)を活用でき、次の式によって繰り返し計算を行えばよい。

$$C_{ba}^{(n+1)} = (\xi_B^{\text{target}} - \xi_B^{(n)}) \{-C_b(C_b - 2)^2\} + C_{ba}^{(n)} \quad (\text{B.3.13})$$

ここに $\xi_B^{\text{target}}$ はLCBの目標値、 $\xi_B^{(n)}$ は式(B.3.3)によって計算された $n$ 番目のLCBである。

最後に、aft/fore側の水線面二次モーメント係数 $C_{w2*}$ について検討する。 $C_{w2*}$ は船体全体の水線面二次モーメント係数 $C_{w2}$ と次の関係にある。

$$C_{w2} = 6 \int_{\alpha_a}^{\alpha_f} \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 \eta|_{\zeta=0} d\xi = \frac{C_{w2a} + C_{w2f}}{2} \quad (\text{B.3.14})$$

この関係式と不等式(B.2.5)をaft/foreそれぞれ適用する( $C_{w2*} \geq C_{w*}^3$ )ことによって、 $C_{w2*}$ の上下限が $C_{w*}, C_{w2}$ によって次のように与えられる。

$$\begin{cases} C_{wa}^3 < C_{w2a} < 2C_{w2} - C_{wf}^3 \\ C_{wf}^3 < C_{w2f} < 2C_{w2} - C_{wa}^3 \end{cases} \quad (\text{B.3.15})$$

そこで、 $C_{w2*}$ に代わる新たなパラメータとして、 $(-1,1)$ の範囲で動く次の $\beta$ を定義する。

$$\beta = \frac{(C_{w2f} - C_{wf}^3) - (C_{w2a} - C_{wa}^3)}{(C_{w2f} - C_{wf}^3) + (C_{w2a} - C_{wa}^3)} \quad (\text{B.3.16})$$

この $\beta$ を用いることで、 $C_{w2*}$ は次のように表すことができる。

$$\begin{cases} C_{w2a} = (1 - \beta)C_{w2} + \frac{1}{2}\{(1 + \beta)C_{wa}^3 - (1 - \beta)C_{wf}^3\} \\ C_{w2f} = (1 + \beta)C_{w2} - \frac{1}{2}\{(1 + \beta)C_{wa}^3 - (1 - \beta)C_{wf}^3\} \end{cases} \quad (\text{B.3.17})$$

以上によって、 $C_b, C_m, C_w, C_{w2}, \text{LCB}, \text{LCF}, \beta$ の陽関数として表される数学船型の式(2.4.1)~(2.4.12)が導かれた。

#### B.4 提案船型の浮心深さとメタセンタ半径

ここでは、松井船型の浮心深さおよびメタセンタ半径を示しておく。

まず、断面の浮心の $\zeta$ 座標 $\zeta_b(\xi)$ は次式のように計算される。

$$\zeta_b(\xi) = \frac{1}{\sigma} \int_0^1 \zeta \eta \, d\zeta = \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{C_{m1*}}{2(2 - C_{m1*})} \left\{ 1 - \left( \frac{|\xi|}{\alpha_*} \right)^{X_{1*}} \right\} + \frac{C_{m2*}}{(2 - C_m)(2 - C_{m1*})} \left\{ 1 - \left( \frac{|\xi|}{\alpha_*} \right)^{X_{2*}} \right\}^{X_{3*}} \right] \quad (\text{B.4.1})$$

これより全体の浮心の $\zeta$ 座標 $\zeta_B$ は次のように表される。

$$\zeta_B = \frac{1}{2C_b} \int_{-\alpha_a}^{\alpha_f} \zeta_b \sigma \, d\xi = \frac{1}{2C_b} \left\{ \frac{C_{m1a}(2 - C_m)C_{wa} + 2C_{m2a}S_a}{2(2 - C_m)(2 - C_{m1a})} + \frac{C_{m1f}(2 - C_m)C_{wf} + 2C_{m2f}S_f}{2(2 - C_m)(2 - C_{m1f})} \right\} \quad (\text{B.4.2})$$

続いて、aft/fore側の水線面の $x$ 軸回りの2次モーメントは次のように計算される。

$$\frac{1}{12} \int_0^{\alpha_*} (\eta|_{\zeta=0})^3 \, d\xi = \frac{1}{12} \int_0^{\alpha_*} \left\{ 1 - \left( \frac{\xi}{\alpha} \right)^{X_1} \right\}^3 \, d\xi = \frac{C_{w*}^3}{2(2C_{w*} + \alpha_*)(C_{w*} + \alpha_*)} \quad (\text{B.4.3})$$

これより、松井船型の横メタセンタ半径 $\overline{BM}$ （浮心上メタセンタ高さ）は次のように表される。

$$\begin{aligned} \overline{BM} &= \frac{1}{LBdC_b} \left\{ \frac{(L/2)B^3}{12} \int_{-\alpha_a}^{\alpha_f} (\eta|_{\zeta=0})^3 \, d\xi \right\} = \frac{B^2}{2dC_b} \left\{ \frac{1}{12} \int_{-\alpha_a}^{\alpha_f} (\eta|_{\zeta=0})^3 \, d\xi \right\} \\ &= \frac{B^2}{2dC_b} \left\{ \frac{C_{wa}^3}{2(2C_{wa} + \alpha_a)(C_{wa} + \alpha_a)} + \frac{C_{wf}^3}{2(2C_{wf} + \alpha_f)(C_{wf} + \alpha_f)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.4.4})$$

## 付録 C 長波長域における波浪強制力の漸近値

本付録では、Froude-Krylov 力および scattering 流体力の長波長域における漸近値を数式的に調べる。長波長域では流体力が簡単に表され、かつ一部の流体力が互いに打ち消しあう関係にある<sup>[42]</sup>ため、本節で記述することは波浪中応答の簡易推定やその物理的考察に役立つ。ここでは A.3 節までの定式化に従った、3次元法とストリップ法のどちらに対しても成立する形式で扱う。

また、高次のオーダーでは適宜  $L$  が  $B, d$  に比べ十分に長いとの仮定を置き簡略化する。

### C.1 Froude-Krylov 力の漸近値

入射波の速度ポテンシャル  $\varphi_0$  (式(A.2.16)) は長波長 ( $k \rightarrow 0$ ) では

$$\varphi_0(x, y, z) = 1 + k\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\} + \frac{1}{2}k^2\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\}^2 + O(k^3) \quad (C.1.1)$$

と展開できる。ここに、 $O(k^n)$  はランダウの記号である。以降、各モード力の長波長における  $O(k)$  まで (yaw モーメントは  $O(k^2)$  のオーダーになるので  $O(k^2)$  まで) のオーダーを考慮した Froude-Krylov 力の式を調べる。各式の導出には、ガウスの勾配定理(A.2.30)に  $V \rightarrow V_H, S \rightarrow S_H + A_w$  を適用した変形。

$$\iint_{S_H} f \mathbf{n} dS = \iiint_{V_H} \nabla f dV - \mathbf{e}_z \iint_{A_w} f|_{z=0} dx dy \quad (C.1.2)$$

を用いる。具体的に計算し、復原力係数の式(A.2.29)を適用すると次の表示が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{E_1^{FK}}{\rho g \zeta_a} &= - \iint_{S_H} [1 + k\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\}] n_x dS + O(k^2) \\ &= ik \cos \beta \nabla + O(k^2) \end{aligned} \quad (C.1.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_3^{FK}}{\rho g \zeta_a} &= - \iint_{S_H} [1 + k\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\}] n_z dS + O(k^2) \\ &= A_w - k \nabla - ik \cos \beta \int_{x_A}^{x_F} x B_w dx + O(k^2) \\ &= \frac{C_{33}}{\rho g} - k \nabla + ik \cos \beta \frac{C_{35}}{\rho g} + O(k^2) \end{aligned} \quad (C.1.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_5^{FK}}{\rho g \zeta_a} &= - \iint_{S_H} [1 + k\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\}] \{(z - z_G) n_x - x n_z\} dS + O(k^2) \\ &= \int_{x_A}^{x_F} x B_w dx + ik \cos \beta \left\{ \int_{x_A}^{x_F} x^2 B_w dx + \nabla (z_B - z_G) \right\} + O(k^2) \\ &= \frac{C_{53}}{\rho g} + ik \cos \beta \frac{C_{55}}{\rho g} + O(k^2) \end{aligned} \quad (C.1.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_2^{FK}}{\rho g \zeta_a} &= - \iint_{S_H} [1 + k\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\}] n_y dS + O(k^2) \\ &= ik \sin \beta \nabla + O(k^2) \end{aligned} \quad (C.1.6)$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_6^{FK}}{\rho g \zeta_a} &= - \iint_{S_H} \left[ 1 + k\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\} + \frac{k^2}{2}\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\}^2 \right] (xn_y - yn_x) dS + O(k^3) \\
&= k^2 \iiint_{V_H} \{ixz \sin \beta + (x^2 - y^2) \cos \beta \sin \beta\} dV + O(k^3) \\
&\cong k^2 \cos \beta \sin \beta \iiint_{V_H} x^2 dV + O(k^3)
\end{aligned} \tag{C.1.7}$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_4^{FK}}{\rho g \zeta_a} &= - \iint_{S_H} [1 + k\{z - i(x \cos \beta + y \sin \beta)\}] \{yn_z - (z - z_G)n_y\} dS + O(k^2) \\
&= -ik \sin \beta \left\{ \int_{x_A}^{x_F} \frac{B_w^3}{12} dx + \nabla(z_B - z_G) \right\} + O(k^2) \\
&= -ik \sin \beta \frac{C_{44}}{\rho g} + O(k^2)
\end{aligned} \tag{C.1.8}$$

ただし、式変形では $x$ の原点が LCB であることを利用した次の式を用いている。

$$\iiint_{V_H} x dV = 0 \tag{C.1.9}$$

また、 $E_6^{FK}$ の最後の近似は、 $B, d \ll L$ を仮定している。

式(C.1.3)~(C.1.8)それぞれの両辺を $\epsilon_i$ 除し、式(A.2.56), (A.2.55)の無次元表記を用いて以下にまとめる。

$$\begin{cases}
\bar{E}_1^{FK} = i\bar{k}_l \frac{d}{L} C_b + O(k^2) \\
\bar{E}_3^{FK} = \bar{C}_{33} - kdC_b + i\bar{k}_l \bar{C}_{35} + O(k^2) \\
\bar{E}_5^{FK} = \bar{C}_{53} + i\bar{k}_l \bar{C}_{55} + O(k^2) \\
\bar{E}_2^{FK} = i\bar{k}_w \frac{d}{B} C_b + O(k^2) \\
\bar{E}_6^{FK} = \frac{\bar{k}_l \bar{k}_w}{L^3 B^2} \iiint_{V_H} x^2 dV + O(k^3) \\
\bar{E}_4^{FK} = -i\bar{k}_w \bar{C}_{44} + O(k^2)
\end{cases} \tag{C.1.10}$$

ここに、 $\bar{k}_l = kL \cos \beta$ ,  $\bar{k}_w = kB \sin \beta$ はそれぞれ船長方向、幅方向の無次元波数である。

以上からわかるように、復原力のあるモードの Froude-Krylov 力の長波長漸近値には復原力係数が現れる。

## C.2 Scattering 流体力の漸近値

Scattering 速度ポテンシャルの船体表面境界条件は式(A.2.22)より

$$\frac{\partial \varphi_7}{\partial n} = -\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} n_x - \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} n_y - \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} n_z \quad \text{on } S_H \tag{C.2.1}$$

である。入射波の粒子の $x, y, z$ 方向単位速度(粒子速度を $ig\zeta_a/\omega$ で除した量)は $O(k^2)$ まで展開すると次の通りである。

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} = -ik \cos \beta - k^2 \cos \beta (iz + x \cos \beta + y \sin \beta) + O(k^3) \\ \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} = -ik \sin \beta - k^2 \sin \beta (iz + x \cos \beta + y \sin \beta) + O(k^3) \\ \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} = k - ik^2(iz + x \cos \beta + y \sin \beta) + O(k^3) \end{cases} \quad (\text{C.2.2})$$

これと $n_i$ の定義式(A.2.9)より、長波長域では

$$\frac{\partial \varphi_7}{\partial n} \cong k(i \cos \beta n_1 + i \sin \beta n_2 - n_3) + k^2(i \sin \beta n_4 - i \cos \beta n_5 + \sin \beta \cos \beta n_6) \quad \text{on } S_H \quad (\text{C.2.3})$$

と近似できる。ここで、 $O(k^2)$ の項に対して次の近似を行っている：式(C.2.2)の下線部を無視、 $n_5, n_6$ において $n_x$ の寄与を無視、 $n_4$ において $n_y$ の寄与を無視し。この近似は $d, B \ll L$ を、rollについてはさらに $d \ll B$ を前提としたものである。式(C.2.3)を認めた場合、形式上の無速 radiation 速度ポテンシャル $\varphi_i^{(0)}$  ( $i = 1 \sim 6$ )の船体表面境界条件より、scattering 速度ポテンシャル $\varphi_7$ は $\varphi_i^{(0)}$ を用いて

$$\varphi_7 \cong k(i \cos \beta \varphi_1 + i \sin \beta \varphi_2 - \varphi_3) + k^2(i \sin \beta \varphi_4 - i \cos \beta \varphi_5 + \sin \beta \cos \beta \varphi_6) \quad (\text{C.2.4})$$

と表すことができる。この近似は、STFM 以前のストリップ法において断面 scattering 流体力の計算法として使われる渡辺の近似法（いわゆる相対運動の仮定）<sup>[77]</sup>と同じものである。ただし、ストリップ法では断面ごとに入射波の流速を計算して船長方向の変化を考慮するのに対し、式(C.2.4)の $\varphi_7$ の船長方向変化は直線的で、 $kL$ の小さな長波長域でしか適用できない点で異なる。以上の両辺に $-\rho$ を乗じて $S_H$ 上で積分することで、長波長域における形式上の無速 scattering 流体力は

$$\begin{aligned} \frac{E_i^{S(0)}}{\zeta_a g \omega_e / \omega} &:= \int_{x_A}^{x_F} f_i^{S(0)}(x) dx \\ &= k(i \cos \beta T_{i1}^{(0)} + i \sin \beta T_{i2}^{(0)} - T_{i3}^{(0)}) + k^2(i \sin \beta T_{i4}^{(0)} - i \cos \beta T_{i5}^{(0)} + \sin \beta \cos \beta T_{i6}^{(0)}) \end{aligned} \quad (\text{C.2.5})$$

のように表せる。

ところで、原点( $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ )における入射波粒子の $x, y, z$ 方向変位の複素振幅をそれぞれ $u_1, u_2, u_3$ と表すと、これらは $\partial \varphi_0 / \partial x_i$ が入射波流速を $ig\zeta_a / \omega$ で除した量であるから次のように表せる。

$$\begin{cases} u_1 = \left. \frac{\zeta_a}{k} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right|_{x=0} = -i\zeta_a \cos \beta \\ u_2 = \left. \frac{\zeta_a}{k} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right|_{x=0} = -i\zeta_a \sin \beta \\ u_3 = \left. \frac{\zeta_a}{k} \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} \right|_{x=0} = \zeta_a \end{cases} \quad (\text{C.2.6})$$

同様に、入射波粒子の $x, y, z$ 軸まわりの回転角の複素振幅をそれぞれ $u_4, u_5, u_6$ と表す ( $u_4, u_5$ は $y, x$ 方向波傾斜角) と、次のように表せる。

$$\begin{cases} u_4 = \left. \frac{\zeta_a}{k} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} \right|_{z=0} = -i\zeta_a k \sin \beta \\ u_5 = - \left. \frac{\zeta_a}{k} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} \right|_{z=0} = i\zeta_a k \cos \beta \\ u_6 = \left. \frac{\zeta_a}{k} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right|_{z=0} = -\zeta_a k \sin \beta \cos \beta \end{cases} \quad (\text{C.2.7})$$

これを用いると

$$E_i^{S(0)} = -\omega\omega_e \sum_{j=1\sim 6} u_j T_{ij}^{(0)} \quad (\text{C.2.8})$$

となる.

以上によって $E_i^{S(0)}$ が得られたので, 式(A.2.56)より  $m$ -term を含めた scattering 流体力 $E_i^S$ の長波長域が得られる. Radiation 流体力係数の縦運動と横運動の連成項が 0 であることを考慮して各成分について書き下すと以下の通りである.

$$\begin{cases} E_1^S = -\omega\omega_e(u_1 T_{11}^{(0)} + u_3 T_{13}^{(0)} + u_5 T_{15}^{(0)}) \\ E_3^S = -\omega\omega_e(u_1 T_{31}^{(0)} + u_3 T_{33}^{(0)} + u_5 T_{35}^{(0)}) \\ E_5^S = -\omega\omega_e(u_1 T_{51}^{(0)} + u_3 T_{53}^{(0)} + u_5 T_{55}^{(0)}) - iU\omega(u_1 T_{31}^{(0)} + u_3 T_{33}^{(0)} + u_5 T_{35}^{(0)}) \\ E_2^S = -\omega\omega_e(u_2 T_{22}^{(0)} + u_4 T_{24}^{(0)} + u_6 T_{26}^{(0)}) \\ E_4^S = -\omega\omega_e(u_2 T_{42}^{(0)} + u_4 T_{44}^{(0)} + u_6 T_{46}^{(0)}) \\ E_6^S = -\omega\omega_e(u_2 T_{62}^{(0)} + u_4 T_{64}^{(0)} + u_6 T_{66}^{(0)}) + iU\omega(u_2 T_{22}^{(0)} + u_4 T_{24}^{(0)} + u_6 T_{26}^{(0)}) \end{cases} \quad (\text{C.2.9})$$

ここで, 右辺第 1 項の $\omega$ に対して $\omega\omega_e \sim \omega_e^2$ であることを考慮し<sup>[42]</sup>,  $E_5^S, E_6^S$ の右辺第 2 項の $\omega$ に対しては $\omega = \omega_e + kU \cos \beta$ を適用すると, 次のように書き表せる.

$$\begin{cases} E_1^S = (i\omega_e)^2 (u_1 T_{11}^{(0)} + u_3 T_{13}^{(0)} + u_5 T_{15}^{(0)}) \\ E_3^S = (i\omega_e)^2 (u_1 T_{31}^{(0)} + u_3 T_{33}^{(0)} + u_5 T_{35}^{(0)}) \\ E_5^S = (i\omega_e)^2 (u_1 T_{51}^{(0)} + u_3 T_{53}^{(0)} + u_5 T_{55}^{(0)}) - U(i\omega_e) (u_1 T_{31}^{(0)} + u_3 T_{33}^{(0)} + u_5 T_{35}^{(0)}) - U^2 u_5 T_{33}^{(0)} \\ E_2^S = (i\omega_e)^2 (u_2 T_{22}^{(0)} + u_4 T_{24}^{(0)} + u_6 T_{26}^{(0)}) \\ E_4^S = (i\omega_e)^2 (u_2 T_{42}^{(0)} + u_4 T_{44}^{(0)} + u_6 T_{46}^{(0)}) \\ E_6^S = (i\omega_e)^2 (u_2 T_{62}^{(0)} + u_4 T_{64}^{(0)} + u_6 T_{66}^{(0)}) + U(i\omega_e) (u_2 T_{22}^{(0)} + u_4 T_{24}^{(0)} + u_6 T_{26}^{(0)}) + U^2 u_5 T_{22}^{(0)} \end{cases} \quad (\text{C.2.10})$$

アンダーラインで示した項は $O(\omega_e^3)$ 以上の高次項であり,  $E_i^S$ の漸近値としては省略しても問題ない項であるが, 運動方程式において対応する項が現れるため残している. 式(C.2.10)の導出において,  $u_5, u_6$ に関する項では $d, B \ll L$ を,  $u_4$ に関する項では $d \ll B$ を根拠にした近似が施されている. 一般的な船舶では $d, B \ll L$ が成り立ち, 通常のスリップ法でもこれを前提とした定式化が行われているが,  $d \ll B$ は必ずしも良い近似にならないことに注意が必要になる.

式(C.2.10)の両辺を $\rho g \zeta_a \epsilon_i$ で除し, 無次元表記で表しておく:

$$\begin{cases} \bar{E}_1^S = -(\bar{u}_1 \bar{T}_{11}^{(0)} + \bar{u}_3 \bar{T}_{13}^{(0)} + \bar{u}_5 \bar{T}_{15}^{(0)}) \\ \bar{E}_3^S = -(\bar{u}_1 \bar{T}_{31}^{(0)} + \bar{u}_3 \bar{T}_{33}^{(0)} + \bar{u}_5 \bar{T}_{35}^{(0)}) \\ \bar{E}_5^S = -(\bar{u}_1 \bar{T}_{51}^{(0)} + \bar{u}_3 \bar{T}_{53}^{(0)} + \bar{u}_5 \bar{T}_{55}^{(0)}) - i\bar{U}(\bar{u}_1 \bar{T}_{31}^{(0)} + \bar{u}_3 \bar{T}_{33}^{(0)} + \bar{u}_5 \bar{T}_{35}^{(0)}) - \bar{U}^2 \bar{u}_5 \bar{T}_{33}^{(0)} \\ \bar{E}_2^S = -(\bar{u}_2 \bar{T}_{22}^{(0)} + \bar{u}_4 \bar{T}_{24}^{(0)} + \bar{u}_6 \bar{T}_{26}^{(0)}) \\ \bar{E}_4^S = -(\bar{u}_2 \bar{T}_{42}^{(0)} + \bar{u}_4 \bar{T}_{44}^{(0)} + \bar{u}_6 \bar{T}_{46}^{(0)}) \\ \bar{E}_6^S = -(\bar{u}_2 \bar{T}_{62}^{(0)} + \bar{u}_4 \bar{T}_{64}^{(0)} + \bar{u}_6 \bar{T}_{66}^{(0)}) + i\bar{U}(\bar{u}_2 \bar{T}_{22}^{(0)} + \bar{u}_4 \bar{T}_{24}^{(0)} + \bar{u}_6 \bar{T}_{26}^{(0)}) + \bar{U}^2 \bar{u}_5 \bar{T}_{22}^{(0)} \end{cases} \quad (\text{C.2.11})$$

ここに,  $\bar{U} = U/\omega_e L = Fn/\sqrt{KL}$ ,  $\bar{u}_j = u_j \epsilon_j / \zeta_a$ と無次元化されている.