

博士論文

光ファイバー雑音の評価と光周波数比較技術の高精度化
(Evaluation of optical fiber noise for highly precise
optical frequency comparison)

横浜国立大学大学院
工学府

和田 雅人
(Masato Wada)

2020年9月

目次

第 1 章	序論	5
1.1	時間・周波数標準とその現状	5
1.2	高精度な光周波数比較の意義	6
1.2.1	遠隔地点間の比較	7
1.2.2	異原子種時計間の比較	7
1.3	遠隔地点間での時間・周波数比較	8
1.3.1	人工衛星によるリンク	8
1.3.2	光ファイバーリンク	10
1.4	光周波数コムによる周波数比較	12
1.4.1	光周波数コム	12
1.4.2	光-RF 周波数リンク	13
1.4.3	光-光周波数リンク	14
1.5	時間・周波数標準及び比較技術の不確かさ	15
1.6	本研究の目的	16
1.7	本論文の構成	16
第 2 章	理論、原理	19
2.1	時間・周波数の安定性の評価指標	19
2.1.1	正弦波信号の位相及び周波数変動	19
2.1.2	パワースペクトル密度	20
2.1.3	アラン偏差（周波数安定度）	22
2.2	周波数安定度の適用範囲	23
2.2.1	器物の周波数安定度	23
2.2.2	相対周波数安定度	24
2.3	ファイバー雑音	25
2.3.1	ファイバー雑音の要因	25
2.3.2	ファイバー雑音キャンセレーション（FNC）	26
第 3 章	光キャリア伝送による遠距離間光周波数比較システムの検討	29

3.1	研究背景	29
3.2	システム構成と検討課題	30
3.3	検討結果	33
3.3.1	干渉計雑音の軽減とそのシステムリミット	33
3.3.2	光ファイバーの振動対策	36
3.3.3	往復信号の非対称性の影響	38
3.3.4	先行研究のリンクのファイバー雑音との比較	41
3.4	結論	41
第4章	高安定環境によるファイバー雑音の低減とその評価	43
4.1	研究背景	43
4.1.1	ファイバーコムの高度化	43
4.1.2	ファイバー雑音の低減	44
4.2	ファイバー雑音測定のための干渉計	45
4.3	高安定環境	47
4.3.1	密閉	48
4.3.2	真空	48
4.3.3	外部温度制御	49
4.3.4	内部温度制御	49
4.3.5	音響遮蔽	50
4.3.6	除振	50
4.3.7	環境安定化方策の組み合わせ	50
4.4	実験結果	52
4.4.1	FUTのファイバー雑音の検出限界の改善	52
4.4.2	位相の時間変動	52
4.4.3	位相雑音	55
4.4.4	アラン偏差	56
4.5	考察	57
4.5.1	背景雑音の原因	57
4.5.2	ファイバーコムの低雑音化の可能性	59
4.6	結論	59
第5章	遅延線干渉計を用いた光コムの周波数雑音測定とその不確かさ評価	61
5.1	研究背景	61
5.1.1	光コムの周波数雑音	61
5.1.2	コムモードの周波数雑音の測定方法	62
5.2	測定原理と実験セットアップ	63

5.2.1	遅延自己ヘテロダイン法によるレーザーの周波数雑音測定の原理	63
5.2.2	測定対象の光コム	66
5.2.3	光コムのモードの周波数雑音を測定するための遅延線干渉計	67
5.3	実験結果	70
5.3.1	遅延線干渉計によるコムモードの周波数雑音測定	70
5.3.2	遅延線干渉計によるコムモードの周波数雑音の測定限界の推定	70
5.4	測定不確かさの推定	74
5.4.1	コム同士のビート信号の位相雑音測定の不確かさ $u \left[S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \right]$	74
5.4.2	遅延線干渉計の伝達関数の不確かさ $u [H(f)]$	76
5.4.3	合成標準不確かさ及び拡張不確かさ	77
5.5	遅延線干渉計による測定結果の妥当性の検証	78
5.5.1	基準レーザーによる測定の不確かさの推定	79
5.5.2	2種の測定方法で得られた結果の比較	80
5.6	考察	83
5.7	結論	83
第 6 章	総括	85
6.1	研究結果	85
6.1.1	光ファイバーリンクによる光周波数比較	85
6.1.2	光コムによる光周波数比較	86
6.2	展望	87
6.2.1	光ファイバーリンク中の干渉計の雑音の低減	87
6.2.2	光コムによる光周波数比較の不確かさ低減	87
6.2.3	光ファイバー遅延線干渉計による光コムの周波数安定化（線幅狭窄化）	88
付録 A	不確かさ評価	89
A.1	計測用語の定義	89
A.2	不確かさ評価の手順	89
A.2.1	測定対象量の定義及び測定手順の明確化	90
A.2.2	測定の数学モデルの構築	90
A.2.3	各不確かさ要因の評価	90
A.2.4	合成標準不確かさの計算	91
A.2.5	包含係数の決定	91
A.2.6	拡張不確かさの計算	91
A.2.7	不確かさの報告	92
付録 B	遅延線干渉計における光パルスの重ね合わせのための繰り返し周波数調整	93

目次

付録 C	コムモードの周波数雑音のモード次数依存性による不確かさの導出	95
参考文献		99
研究業績		113
謝辞		117

第 1 章

序論

1.1 時間・周波数標準とその現状

時間・周波数は最も小さい不確かさで実現できる物理量であり、種々の計測技術、情報通信技術及び基礎科学の研究など幅広い分野で利用されている。その精度の高さは、単に時計のみならず、例えば GPS カーナビなどの時計を用いる技術でも体感することができる。これらの大元となる時間・周波数標準は、国際的な枠組みの中で運用されている。ここでは、時間・周波数標準の仕組みと現在の課題について簡単に述べる。

時間と周波数は互いに逆数の関係にあり、時間の単位である「秒」は国際単位系 (SI: International System of Units) の基本単位である。「秒」の定義は、地球の自転に基づくもの、地球の公転に基づくもの、そして原子の放射に基づくものへと変遷し、その精度を向上させてきた。1967 年以降、「秒は、セシウム 133 の原子の基底状態の二つの超微細構造準位の間の変位に対応する放射の周期の 9 192 631 770 倍の継続時間である。」と定義されており、約 9.2 GHz のマイクロ波周波数が基準となっている。

一方で、時間 (時刻) の基準は時系と呼ばれ、現在でも複数の時系が使われている。現行の秒の定義に基づく時系は国際原子時 (TAI: International Atomic Time) と呼ばれるものであり、これは世界各国の標準機関や天文観測所が有する多数の原子時計を加重平均して作られている。TAI は原子時計のみによって作られた時系であり、そのままでは地球の自転に基づく時系とずれてしまう。そこで、TAI にうるう秒調整を行った時系が協定世界時 (UTC: Coordinated Universal Time) であり、主要な時系として広く使われている。TAI 並びに UTC は過去一か月分の原子時計のデータから算出されるため、実時間では利用できない仮想の時系である。これに対し、UTC を実時間で利用できるようにした時系が UTC(k) (k は機関の略称) であり、これは標準機関 k が有する原子時計群を平均して作られた局所的な時系、言わば UTC の小型版である。各国の UTC(k) とドイツの UTC(PTB) との差は衛星を介して日常的に測定されており、この国際的な時間・周波数比較によって UTC(k) と UTC の関係は担保されている。

TAI 並びに UTC の構築に寄与する計 400 台あまりの原子時計のうち、特に重要な役割を担うのが先進国のみが有する世界でおよそ 10 台ほどの「一次周波数標準器」である。一次周波数標準器

は、定義通りの秒（周波数標準）を実現し、装置単独でその不確かさ評価を行うことが可能である。その他のものは大半が商用原子時計であり、多数の加重平均により時系の信頼性及び安定性の向上に貢献しているものの、その絶対値は正確ではない。従って、秒の定義に基づいた正確な時系を実現するためには、不確かさの小さい一次周波数標準器による周波数校正が必要となる。

一次周波数標準器の不確かさは過去 50 年間で 10 年ごとに約 1 桁ずつ改善されてきた。最新のセシウム一次周波数標準器は原子泉方式（ファウンテン）によるものであり、その不確かさは 10^{-16} である [1-7]。一方で、ここ 20 年で原子やイオンの光領域にある遷移（数百 THz）を用いる「光時計」の研究が飛躍的な発展を遂げ、2005 年頃にセシウム原子時計の持つ不確かさ 10^{-15} と同程度になり、現在ではそれを凌ぐ 10^{-17} – 10^{-18} に到達したと報告されている [8-18]。この急速な高精度化の背景には、2000 年頃に発明された「光周波数コム」により、マイクロ波周波数と光周波数、及び波長の離れた光周波数同士のリンクが容易になったということがある。既にセシウム原子時計を基準とする周波数測定では光時計本来の小さな不確かさを評価しきれなくなっており、光時計の不確かさは光時計同士の周波数比を測定することで推定されている。このような高精度な時計を時間・周波数標準として利用するために、国際度量衡委員会によって「秒の二次表現」というリストが作成されている。このリストに記載された時計は、セシウム一次周波数標準器とほぼ同等の不確かさで「秒」を実現することができる。これらの時計は、秒の再定義のための候補であると共に、より正確な時系を築くために TAI の周波数校正に貢献することが期待されている [19,20]。

このような状況からわかるように、国際度量衡委員会では既に「秒」の再定義が検討されている。定義改訂に踏み切るための具体的な条件の中には、「異なる研究機関の間での光時計の比較、または波長の異なる異種の光時計の比較により、新しい定義の候補である光時計がその時点における最良のセシウム原子時計よりも 2 桁以上小さな不確かさを示すこと」などが含まれている [21,22]。これは、標準の同等性の確認及び信頼性の確保の観点等から定められており、より小さい不確かさで光周波数を比較する技術が光時計の開発と並び極めて重要となっていることを意味している。

以上を背景として、本研究では光周波数比較技術の高精度化に関する研究を行う。次節では、高精度な光周波数比較の意義についてより詳細に説明する。その後、遠隔地点間の時間・周波数比較、及び異なる波長間での周波数比較について既存の技術の特徴と現状について概観する。これらを踏まえ、本研究の目的と本学位論文の構成を述べる。

1.2 高精度な光周波数比較の意義

前節では、秒の再定義の検討において高精度な光周波数比較が重要となっていることを述べた。ここでは、その意義を「遠隔地点間の比較」と「異原子種時計間の比較」の 2 つに分け、計量標準及び基礎科学の観点から説明する。

1.2.1 遠隔地点間の比較

「誰が、いつ、どこで運用しても同じ 1 秒が得られること」、即ち周波数標準として普遍性を示すことは、秒の再定義の候補に必須の条件である。仮に、ある研究機関で詳細に不確かさ評価が行われた光時計であっても、周波数の不確かさ要因が見落とされている可能性を完全には排除できない。従って、異なる機関の時計を接続して直接比較し、周波数のずれがないことや不確かさが小さいことを確認する実験が必要である。この実験を行うための最も単純な手段は光時計を運搬することである [23,24] が、複雑かつ大型の装置を可搬化することは容易ではない。そのため、次節以降で述べる遠隔地点間の時間・周波数比較法が有力な手法となっている。

一方で、このような普遍性を持つ高精度な周波数標準を遠隔地点間で比較することにより観測可能となる物理現象もある。一般相対性理論によると、時間の進む速さは重力ポテンシャルに依存するので、周波数標準を用いて高さの違いが検出可能である。従来のマイクロ波周波数基準で高さの違いを検出しようとする、非常に長い平均時間で周波数の不確かさを小さくするか、大きな高低差を付けなければならなかった。それ故、一般相対性理論の検証には、時間・空間共に大きなスケールを要すると考えられてきたが、 10^{-18} の不確かさの光時計ならばわずか 1 cm の高低差が検出可能であり、加えてその不確かさに到達するまでの平均時間も数時間と短い。実際に、距離を隔てて設置された光格子時計間を光ファイバーで接続して比較することにより、約 15 m の標高差を 5 cm の精度で測定できたと報告されている [25]。この原理を用いて、平均海面を陸地まで延長したジオイド面と呼ばれる標高基準を、従来の衛星による測地よりも精密に決定することが検討されている [26]。このように、遠隔地間での光時計の比較を利用することにより、測地学等で実験に必要な時空間のスケールが人間に扱いやすい範囲に収まり、これまで観測できなかった現象が捉えられるようになると期待される。

1.2.2 異原子種時計間の比較

光時計の不確かさは既に 10^{-18} に達しており、これはセシウム一次周波数標準器で実現される SI 秒の不確かさよりも小さいため、その詳細な性能評価には光時計同士の比較が欠かせない。特に、異原子種の光時計の比較によって得られる周波数比の情報は非常に有用である。というのも、一方の光時計の周波数を SI 秒を基準として測定すれば、周波数比と併せることでもう一方の光時計の周波数も推定できるからである。また、光時計の一つを新たな秒の定義とする際には、定義へのトレーサビリティを確保するために複数の異原子種時計の周波数比の情報を秒の二次表現とすることが想定されているということもある。当然ながら、異原子種時計の比較には離れた周波数を繋ぐための周波数比較器が必要であり、その役割は次節以降で述べる光周波数コムが担っている。

このような周波数比の測定は、少なくとも 3 つの異原子種時計間で行うことが望ましい。それは、2 種を比較してその周波数比を測定するだけでは、周波数比の不確かさがどちらの時計によって決まっているかを判別できないためである。これに対し、3 つの異原子種の光時計をそれぞれ比

較測定すれば、個々の時計の不確かさを分離して評価できる [27]。一方で、このような 3 種の光時計の比較測定は、測定の妥当性を検証する有効な手段でもある。例えば、3 つの原子種の光時計の周波数をそれぞれ a, b, c とすると、周波数比として $b/a, c/b, a/c$ の 3 つが測定できる。それぞれの周波数比測定が正しく行えているかどうかは、3 つの比の積が 1 となることを確認することで検証可能である。

基礎科学研究の観点から見ると、異原子種時計の周波数比測定の結果は、基礎物理定数がどのレベルまで一定であるかということに対する知見を与える。原子の遷移周波数は基礎物理定数により決まっており、これらが時間と共に変化しない故に原子時計として利用できる。しかし、原子を構成する粒子の質量や微細構造定数と呼ばれる基礎物理係数が経時的に変化すれば、それは異原子種時計の周波数比の変動として観測される。微細構造定数の経時変化に関しては、天体観測 [28] や天然原子炉の解析 [29] からその検証が行われているが結論には至っておらず、異原子種時計の比較もまたその検証に貢献している [30]。一方で、このような基礎物理定数の普遍性の検証は暗黒物質の探索にも利用できると考えられている。暗黒物質については、宇宙の多くを占めることと重力的な力を持つこと以外ほぼ何もわかっておらず、現状ではその探索が主要な実験的研究となっている。暗黒物質が原子などの物質に作用すると微細構造定数や陽子-電子質量比が変動することが理論により示唆されており、これを異原子種時計の高精度周波数比較を通じて検出しようという試みがある [31]。将来的には、 10^{-19} レベルの不確かさを実現可能な原子核時計 [32] の利用も構想されており、これらの比較に耐えられるまでに光周波数コムを高精度化することも期待されている。

1.3 遠隔地点間での時間・周波数比較

時間・周波数標準は電磁波を介して遠隔地点間での比較が可能であり、その手法は古くから研究されてきた。ここでは、その手法を衛星を利用する方法と光ファイバーを利用する方法の二つに大別して簡単に述べる。GPS を仲介した比較や、通信用の静止衛星を用いる衛星双方向時間・周波数比較の特徴は、大陸間での比較を容易に行うことができることである。このため、衛星による時刻比較は、世界中にある 400 台あまりの原子時計を平均して、UTC を生成・維持するために日夜利用されている。これに対して光ファイバーによる方法は、電離層や大気中の信号伝播がなく、誤差要因が少ないため高精度な比較が可能であり、大陸内において最先端の時計間で周波数比較を行うために用いられている。

1.3.1 人工衛星によるリンク

人工衛星による時間比較は、自由空間中に時刻信号を含むマイクロ波信号を伝播させ、伝送経路で生じる時間遅延を補正・除去することで行う。この方法には、大陸間の遠隔比較を簡便に行うことができるという利点がある一方、アンテナや受信機が一般的に高価であること、通信回線費などの運用費がかかることなどの欠点がある。具体的な方式は複数あるが、ここでは特に高精度な時間・周波数比較を可能とする 3 つの手法について述べる。

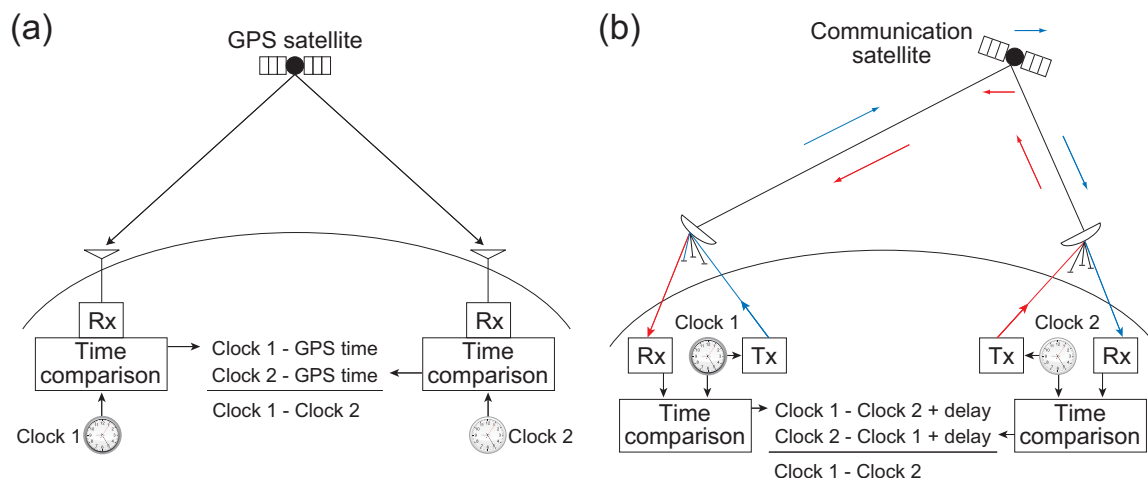


図 1.1 人工衛星による時間・周波数比較の概念図。(a) GPS 供視法。(b) 衛星双方向時間周波数比較法。

GPS 供視法

図 1.1 (a) に GPS 供視法 [33] の概念図を示す。GPS 衛星は原子時計を搭載しており、地上高およそ 20200 km の軌道を周回している。GPS 衛星から地上に送信される搬送波は L 帯の L1: 1575.42 MHz 及び L2: 1227.60 MHz であり、各搬送波に測距用の約 1 MHz のコード信号が重畳されている。地上局では、受信したコード信号を基に自局と GPS の時刻差を得る。それと同時に、遠隔地の地上局でも同様に自局と GPS の時刻差を得る。インターネット等を介して両局で得られた時刻差の差を取ると GPS の時刻は相殺され、両局間の時刻差（周波数差）が得られる。なお、GPS 衛星から地上局までの経路の時間遅延は GPS の軌道データ等を利用して補正される。

コード信号のみを利用する従来法に対し、搬送波の位相も利用する方法は GPS 搬送波位相 (GPS CP: GPS carrier phase) 法と呼ばれる。この手法を用いて L1, L2 の二つの周波数信号の到着時刻の差から対流圏や電離層の影響による時間遅延を計算し、これらの影響を実測値により補正することで高精度な比較が可能となる。この手法の典型的な不確かさは、1 日平均で 10^{-15} 程度である [34]。また、最新の研究では数日平均で 1×10^{-16} の精度に到達したとの報告もある [35]。

衛星双方向時間・周波数比較法

図 1.1 (b) に衛星双方向時間・周波数比較法 [36] の概念図を示す。衛星双方向時間・周波数比較法 (TWSTFT: Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer) では、地上高およそ 35800 km に位置する通信用静止衛星を利用する。地上局から衛星へのアップリンクでは約 14 GHz、衛星から地上局へのダウンリンクでは約 12 GHz の搬送波が利用されており、約 1 MHz のコード信号が重畳されている。時刻比較を行う二つの地上局は、それぞれの局の時刻信号を衛星経由で相手局へ同時に送信する。それぞれの局では、自局と相手局の時刻差を測定する。両局で得られた時刻差の差を取るとリンクでの時間遅延は相殺され、両局間の時刻差（周波数差）が得られる。

コード信号のみを利用する従来方式の典型的な不確かさは 1 日平均で 10^{-15} 程度である [37]。一方、近年ではコード信号のみならず搬送波の位相も利用する方式も開発されており、その不確かさは一日平均で 10^{-16} レベルに到達したと報告されている [38]。

ACES (エイセス)

国際宇宙ステーション (ISS: International Space Station) の科学実験施設コロンバスに搭載する原子時計を用いて、地上にある時計間の比較等を行う ACES (Atomic Clocks Ensemble in Space) プロジェクトが計画されている。搭載用の原子時計として、PHARAO (Projet d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbit) と呼ばれる一次周波数標準器及びその局部発振器である宇宙用水素メーザ (SHM: Space Hydrogen Maser) が開発中である。PHARAO と SHM を組み合わせた搭載原子時計の周波数安定度は $1 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ 以下 (平均化時間 1 日で 3×10^{-16})、また不確かさは 10^{-16} レベルが予定されている [39]。この原子時計に加え、地上の光時計との間での双方向比較を行うための地上マイクロ波送受信局、地上の光通信局とのリンク、ISS の軌道決定のための衛星レーザー測距、及び大気遅延補正に用いる欧州レーザータイミングが実験のためのシステムとなる。

ISS は、他の人工衛星に比べて低い地上高 400 km という高さを飛行するということもあり、GPS CP や TWSTFT を 1 桁もしくは 2 桁凌ぐ精度で周波数比較できると考えられている。90 分程で地球を周回することから、ISS 搭載時計と地上の時計との間で比較を行い、ISS が他の大陸等の上空を飛行する際にも他機関で同様の測定を行うことにより、大陸間での比較を行うことができる。また、GPS 供視法のように、局所的な機関同士での同時比較 (ACES common-view) も行うことができる。なお、この同時比較が可能な地域は欧州域内や米国本土内に限られる。これらの比較を次節で述べる光ファイバーリンクと組み合わせることで、ACES が世界規模で利用できるようになる予定である [40]。目標としている比較精度を 1 日平均の周波数安定度で表すと、大陸間比較で 5×10^{-17} 、局所的比較で 5×10^{-18} である [41]。

基礎科学研究における ACES の目的は、主に 4 つあり、宇宙でのレーザー冷却セシウム一次周波数標準器の運用、一般相対性理論によって予測される時計周波数の重力シフト、ローレンツ不変性の破れの検証、及び遠距離間時計比較による基礎物理定数の時間的または空間的変動の探索である。

ACES 搭載機の打ち上げは 2016 年に予定されていたが延期を重ね、現在では 2020 年夏頃の打ち上げが予定されている。打ち上げ後の実験期間としては約 1 年半が計画されており、3 年まで延長される可能性がある。最初の半年は、ISS 内の装置及び地上局を含むシステムの最適化に充てられ、その後上述の研究が開始される予定である。

1.3.2 光ファイバーリンク

衛星を使った時間周波数比較技術は古くから「秒」の共有に用いられているが、一日平均の不確かさは 10^{-15} – 10^{-16} が限界であり、短い時間で小さい不確かさを実現できる光時計の比較に対し

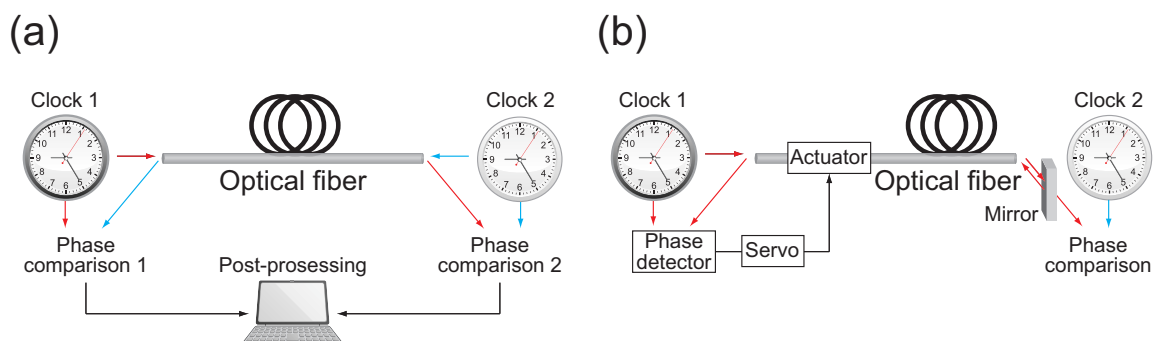


図 1.2 ファイバーリンクにおける周波数比較の概念図。(a) 双方向法。(b) 能動除去法（光ファイバー周波数伝送）。

ては十分ではない。これを解決する手段として、敷設された長距離光ファイバーを用いて基準信号を遠隔地へと伝送する研究が急速に進展した。その背景には、光周波数標準との親和性が高いこと、通信波長帯 $1.5 \mu\text{m}$ のレーザー光を用いることで伝播損失を極めて小さくできること、といったことがある。ファイバーリンクでは、周囲の温度変動によるファイバーの伸縮及び屈折率変動、音響や振動により送信信号に生じる位相雑音（ファイバー雑音）が周波数比較の精度を制限する。この影響を抑えて高精度な周波数比較を行うための方式は、図 1.2 に示すように主に二つある。一つは、双方向法と呼ばれ、その原理は衛星双方向時間・周波数比較法と同じである。即ち、両局の間で周波数信号を互いに送信し、それぞれの局で得られた位相差の差を取ることでファイバー雑音を受動的に除去する [42, 43]。双方向法は高精度な周波数比較が可能であるものの、遠隔地に伝送された周波数信号は位相雑音が増大しているためそのまま利用することには適していない。一方、もう一つは、能動除去法と呼ばれ、ファイバー雑音をフィードバック制御で補償することにより周波数信号の位相雑音を極力劣化させずに遠隔地へと伝送する [44, 45]。能動除去法は、スペクトル純度の高い信号を送り届けることができるため応用範囲が広く、主力方式として浸透している。その特徴から、能動除去法はより一般に「光ファイバー周波数伝送」などとも呼ばれている。次に、光ファイバー周波数伝送における基準周波数の種類について述べる。

光ファイバー周波数伝送は、光に振幅変調をかけるマイクロ波伝送と光の位相そのものを直接送信する光キャリア伝送の二種類に大別される。そのいずれも、往復信号と参照信号の位相差からファイバー雑音を検出し、アクチュエーターを介して送信信号の位相を補償するという基本原理は同じである。マイクロ波伝送は、例えば UTC(k) のようなマイクロ波周波数標準を送り届ける際に用いられる。また、加速器や電波望遠鏡などのタイミング同期を行う際にも利用されている [46]。フランスの標準研究機関 SYRTE はこの手法を精力的に研究しており、86 km の敷設ファイバーを用いて 100 MHz, 1 GHz, 9.15 GHz の周波数を高精度に伝送することに成功している。一方、光キャリア伝送は、約 200 THz の光周波数を利用するため位相の検出感度が格段に高く、より高精度な周波数伝送が可能である。そのため、遠隔地間で光時計の周波数を比較する方法として最も有望視されている。なお、光キャリアが通信波長帯 $1.5 \mu\text{m}$ であるのに対し光時計の時計遷移は別の

表 1.1 主な研究機関で実証されているファイバーリンクによる周波数比較の精度 [55,56]。

Transferred signal	Institute	Length	Frequency instability at 1 s averaging time	Frequency instability at long-term averaging time	Reference
Microwave frequency	LPL, SYRTE	86 km	1.3×10^{-15}	below 10^{-18} at one day	[57]
	NICT	204 km	6×10^{-14}	5×10^{-17} at one-half day	[58]
	NIST	251 km	2×10^{-16} *	6×10^{-19} at 100 s *	[59]
Optical carrier	LPL, SYRTE	540 km	3×10^{-14}	1×10^{-18} at 30000 s	[60]
	PTB-LUH	146 km	3×10^{-15}	1×10^{-19} at 30000 s	[61]
	PTB-MPQ	1840 km	1.3×10^{-13}	1.3×10^{-15} at 100 s	[48]
	NMIJ, UEC	110 km	8×10^{-16} *	1.5×10^{-18} at 400 s *	[62]

* 高分解能 (A 型) 周波数カウンタ [63] で評価したものであり、通常のアラン偏差 (周波数安定度) よりも良い値となっている。

波長にあるので、実際の比較実験では両者を繋ぐ仲介器として光周波数コムが併用される。この研究の黎明期であった 2008 年に、日本の NMIJ では、世界で初めて実際に 100 km 以上の敷設されたファイバーを用いて光キャリア伝送を行い、一次周波数標準器や光周波数コムも用いることで東大に設置された Sr 光格子時計の絶対周波数を測定している [47]。近年では、ドイツ及びイタリアの標準研究機関 (PTB, INRIM) が千 km レベルで 10^{-19} 台の伝送精度を実証したと報告している [48,49]。更に、ヨーロッパ各地に点在する標準を持たない研究機関に対しても高精度な周波数信号を伝送することができるファイバーネットワークの構築計画が進行中である [50,51]。

各国の研究機関が達成している光ファイバーを用いた比較の性能を表 1.1 にまとめた。現状で最も高精度な比較を行うことができるのは、光キャリア伝送による比較である。特に欧米の機関が活発に研究しており、長距離における高精度比較が実現されている [52]。既に光時計同士の比較も行われつつあり、最近ではリピーターレーザーを利用した中継局の開発 [53] や高利得の双方向光増幅器 [54] の設置などにより比較の長距離化が進められている。

1.4 光周波数コムによる周波数比較

周波数の比較は、基本的にビート周波数測定によって行われる。しかし、マイクロ波周波数と光周波数や、異波長の光周波数同士のように周波数が大きく離れている場合には、周波数差を検出できる機器が存在しない。このような離れた周波数の比較を可能とするのが光周波数コムである。ここでは、光周波数コムによる周波数リンクについて簡単に述べる。

1.4.1 光周波数コム

1999 年頃、ドイツとアメリカの研究グループがモード同期超短パルスレーザーを用いた光周波数計測法を提案した。モード同期レーザーの出力は、時間軸では一定の繰り返し周波数を持つ光パルス列であり、周波数軸上では位相同期した多数の縦モードが等間隔に並んでいる状態である (図 1.3)。これは、等間隔のモードの姿が櫛の歯 (comb) に似ていることから光周波数コム (以下、光コム) と呼ばれる。時間軸上の超短パルスと周波数軸上の光コムはフーリエ変換の関係で結ばれており、超短パルスの繰り返し周波数 f_{rep} は光コムのモード間隔に等しい。また、光コムが

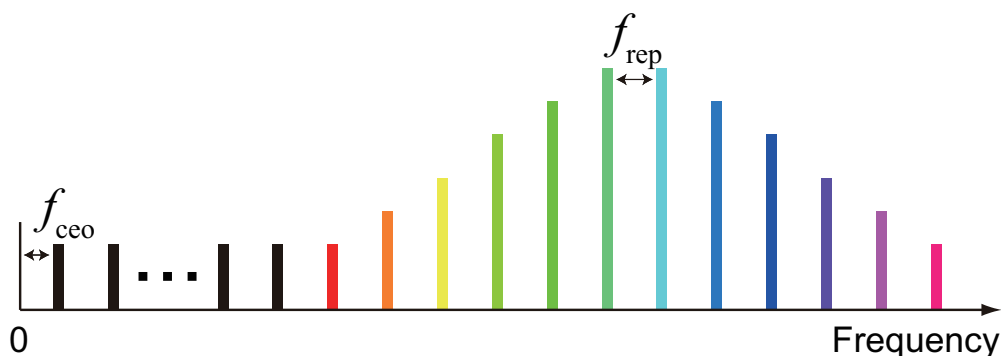


図 1.3 光周波数コムの描像。

発生しているスペクトル範囲を超えて周波数ゼロに外挿したとき、最初のモードはオフセット周波数を持ち、これはキャリア・エンベロープ・オフセット周波数 f_{ceo} と呼ばれる。従って、 n 番目のモードの光周波数 ν_n は、RF 周波数領域の 2 つの周波数パラメータ $f_{\text{rep}}, f_{\text{ceo}}$ で表すことができ、

$$\nu_n = n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}} \quad (1.1)$$

与えられる。ここで整数 n は、光周波数と繰り返し周波数の比であり、通常 10^6 というように大きな整数になる。式 (1.1) からわかるように、全てのモードの周波数は、繰り返し周波数 f_{rep} 及びオフセット周波数 f_{ceo} から一意に決定することができる。

光コムを用いた周波数比較では、コム光と比較対象のレーザー光の差周波数として発生する光ビートを利用する。レーザーの波長が光コムの波長帯域に含まれていれば、レーザー光を平行に重ね合わせることでビート光の検出が可能である。光コムをマイクロ波周波数基準もしくは光周波数基準で安定化しておけばコムモードの周波数が既知となるので、受光器で検出したビート周波数を周波数カウンタで測定することにより、測定対象のレーザーの周波数を算出することが可能である。以降では、RF 周波数（マイクロ波を含む）と光周波数との比較、及び光周波数同士の比較について述べる。

1.4.2 光-RF 周波数リンク

光-RF 周波数リンクは、光周波数と RF 周波数の比較を可能とするものであり、RF 基準信号を基にした光周波数の計測などで用いられる。原子や分子の遷移周波数に安定化されたレーザーの周波数を測定するには、安定化レーザーに最も近い光コムのモード (ν_n 既知) との光ビート信号の周波数を測定する。ここでは周波数が ν_0 の連続波 (CW: continuous wave) レーザーを導入し、光コムの n 番目のモードとのビート周波数が f_{beat} であるとする。このとき、式 (1.1) を基にすることにより

$$\nu_0 = n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}} + f_{\text{beat}} \quad (1.2)$$

の関係が成り立つ。 f_{rep} 及び f_{ceo} を原子時計などの RF 基準に位相同期し、 f_{beat} を計測して ν_0 を求めるのが「光周波数計測」である。一方で、光周波数 ν_0 を基準に f_{ceo} 及び f_{beat} を位相同期し、

表 1.2 主な研究機関で実証されている光-光周波数リンクによる比較の精度。

Comb branch configuration	Institute	Frequency instability at 1 s averaging time	Frequency instability at long-term averaging time	Reference
Single	SYRTE	4×10^{-18}	1×10^{-19} at 1000 s	[64]
Single	CU, NIST	3×10^{-18}	1×10^{-19} at 1000 s	[65]
Single	RIKEN	1×10^{-17}	1×10^{-19} at 100 s	[66]
Dual	IMRA	3×10^{-18}	1×10^{-19} at 1000 s	[67]
Multiple	NMIJ	1.8×10^{-16}	1.6×10^{-20} at 100000 s	[68]

全てのデータは改良アラン偏差 [69] もしくは高分解能 (A 型) 周波数カウンタ [63] で評価したものであり、通常のアラン偏差 (周波数安定度) よりも良い値となっている。

RF である f_{rep} を発生させることも可能である。この方法は、光領域の低雑音なレーザーを基準とすることで、市販の RF 発振器では得られないような低位相雑音のマイクロ波を生成できることから「低雑音マイクロ波発生」などとも呼ばれる。

光-RF 周波数リンクの不確かさは主に f_{rep} の安定性により制限される。これは、式 (1.2) からわかるように、 f_{rep} が整数 (n : 10 万-1000 万) 倍されて光周波数 ν_0 と関係付けられているためである。このため、 f_{rep} の安定化の際に付加される残余雑音は無視することができず、高い安定度、例えば平均時間 1 秒のアラン偏差で 10^{-14} 以下の値を得ることは容易ではない。また、 f_{rep} の安定化には、RF 基準を基にして f_{rep} 、もしくはその高調波 nf_{rep} と同じ周波数を生成する必要があり、この周波数合成の不安定性が長期の周波数安定度、即ち不確かさを制限する場合がある。光-RF 周波数リンクの不確かさは、良いもので 1 秒平均で 10^{-13} レベル、10000 秒程度の長期の平均時間においては 10^{-16} レベルである。

1.4.3 光-光周波数リンク

光-光周波数リンクは、光コムの特長に含まれる波長の離れたレーザー同士の周波数の比較を可能とする。式 (1.1) が成り立つ状況において、 m 番目のコムモードの周波数 ν_m を考えると、 f_{rep} を消去することができ、 ν_m は次の式で表される [70,71]。

$$\nu_m = \frac{m}{n} \nu_0 + \left(1 - \frac{m}{n}\right) f_{\text{ceo}} - f_{\text{beat}} \quad (1.3)$$

この式は、 n 本目のコムモードと CW レーザー (周波数 ν_0) とのビートが f_{beat} のとき、その光コム m 本目のコムモード周波数が右辺のようになることを意味しており、光コムを制御して f_{ceo} 及び f_{beat} を安定化すれば、CW レーザーをほぼ基準周波数とした光コムになることを示している。即ち、光コムは、光周波数 ν_0 から別の波長の光周波数 ν_m を合成できる。この ν_m と別の CW レーザーのビート周波数を測定することで、波長の離れた CW レーザー同士の間で周波数を比較することができる。

光-光周波数リンクにおいては f_{rep} を検出して処理するなどの必要がない [72] ため、リンクの不確かさを非常に小さくすることができる。そのため、光時計の周波数比測定という動機にとどまらず、周波数比較器としての光コムの実用性能限界を追求する目的でも盛んに研究されている。各国の機

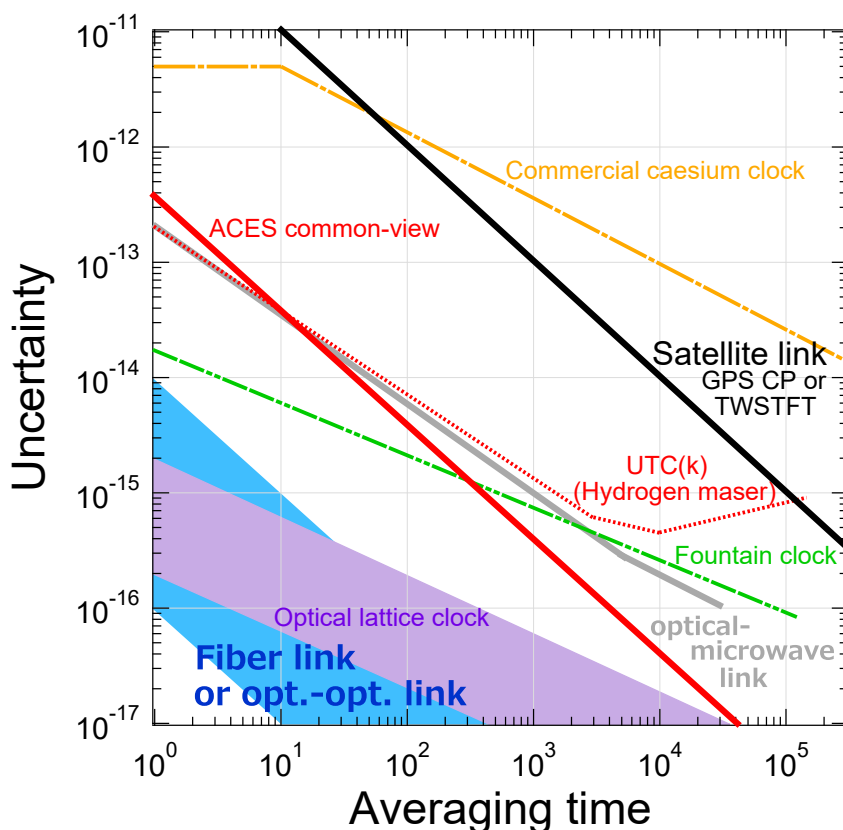


図 1.4 各種の時間・周波数標準及び比較技術の不確かさ（周波数安定度） [55,56]。

関が達成している光コムによる光-光周波数リンクの性能を表 1.2 にまとめる。 f_{ceo} 及び f_{beat} を高度に安定化した光コムにおいては、制御ループの外側のわずか十数 m の光ファイバー伝送路で生じる位相雑音が支配的な不確かさとなることが示唆されており、光コムの分岐経路を減らして伝送路長を極力短くした光コムが開発されている。

1.5 時間・周波数標準及び比較技術の不確かさ

主な周波数標準器と周波数比較法の不確かさ（周波数安定度）をまとめると図 1.4 のようになる。この図から見て取れるのは、比較技術の安定度は平均時間 τ に反比例するのに対し原子時計のそれは $\tau^{-1/2}$ に反比例するので、十分な平均時間を取ればリンクの精度が時計の比較を制限しなくなるとのことである。なお、この理由は原子の遷移を基準として実現された周波数が「白色周波数雑音」を持つ一方で、基準周波数への位相追従を利用して行う周波数比較は「白色位相雑音」を付加するためである。そのため、商用セシウム原子時計レベルの比較であれば、従来の衛星を用いた比較で十分であるが、原子泉方式一次周波数標準器（ファウンテン）の比較に対しては長時間の比較測定を要する。一方で、光時計の不確かさを損なうことなく評価するには、ファイバーリンク及び光コムによる光-光周波数リンクもしくは ACES による長期の測定が必要となる。特に、ファイ

パーリンク及び光コムにおいては、この安定度領域で $1/\tau$ 特性を維持するための課題として、レーザー光の伝送媒体である光ファイバーの光路長変動（ファイバー雑音）の影響が挙げられる。光時計を高精度化する研究は活発に行われており、これに対応してファイバーリンク及び光コムによる光-光周波数リンクの安定度を改善するためにはファイバー雑音の影響を抑えることが重要となっている。

1.6 本研究の目的

本学位論文では、遠く離れた異なる研究機関の間で光周波数を比較する技術として長距離光ファイバーによる光周波数伝送、また、異なる波長の光周波数を高い精度で比較する技術として光コムの不確かさ低減に関する研究を行う。

長距離光ファイバーによる光周波数伝送の研究は、環境擾乱による光ファイバーの光路長変動の影響を能動的に除去する技術を基とする。既に先行研究では、光時計よりも良い不確かさでの光周波数比較を実証しつつあるが、短期及び長期の不確かさを制限する要因については検討されていないものがある。ここでは、実験室内に用意した 100 km 弱の光ファイバーを遠隔地と繋ぐための伝送路と見立て、光周波数伝送で生じる不確かさの要因とその程度を調べる。

一方で、光コムの不確かさ低減の研究でも、光コムの一部である光ファイバーで生じる光路長変動が主要な不確かさ要因となっている。ただし、この光ファイバーは約 10 m と短く、能動的な雑音除去を施すための実験系を組むことが困難なので、光ファイバー周囲の環境を安定にするという手法で光路長変動による不確かさがどこまで小さくできるのかを明らかにする。また、このような高精度な光周波数比較を可能とする低雑音な光コムを作製するためには、レーザー発振器としての光コムの雑音特性の評価が必須である。しかしながら、従来の評価方法には、低雑音な基準レーザー及び複雑な位相比較器が必要であるという実用上の課題がある。これに対して、光ファイバー遅延線干渉計を用いることで、光領域の一本のコムモードの周波数雑音を簡易に測定する技術を開発し、その測定結果の妥当性を示す。

以上の研究により、より小さな不確かさでの光周波数比較の実現に道筋を付けることを本研究の目的とする。

1.7 本論文の構成

ここ、第1章では、時間・周波数標準の仕組みについて述べると共に、時間・周波数の比較技術に焦点を当て、それらの特徴と現状の精度について概観した。本研究では、時間・周波数標準の更なる発展に寄与するべく、光周波数比較技術の不確かさ低減を目指す。そのため、長距離光ファイバーによる光周波数伝送及び光コムによる光周波数比較における不確かさを低減する必要があること、そしてファイバー雑音がその課題であることとを示した。

第2章では、位相雑音や周波数安定度をはじめとする時間・周波数標準の評価指標について詳細を述べる。特に、本研究で重要となる「周波数比較の不確かさ」が、原子時計などの基準周波数の

周波数安定度を含まない「相対周波数安定度」を指すこと、及び如何にして相対周波数安定度が測定されるかなどを説明する。また、「ファイバー雑音」と呼ばれる光ファイバーの光路長変動によりレーザー光に付加される雑音が相対周波数安定度を劣化させること、それを除去するための技術である「ファイバー雑音キャンセレーション」について詳細に述べる。

第3章では、遠隔地間の光周波数を小さい不確かさで比較することを目的とし、長距離光ファイバーを用いた光周波数伝送システムにおいて生じる相対周波数安定度の劣化要因について調べ、その改善を行う。実験室内に用意した100 km 弱の光ファイバーを伝送路とした結果、距離によって制限される理論的な限界まで相対周波数安定度が改善されたことを示す。

第4章では、異なる波長の光周波数を小さい不確かさで比較することを目的とし、光コムの不確かさ低減に関する研究を行う。まず、ファイバー型光コムを用いた研究について振り返り、現状で最良の研究結果における相対周波数安定度がファイバー型光コムの一部である約10 mの短い光ファイバーで生じるファイバー雑音であることを述べる。そして、高安定な環境を用意すると共に微小なファイバー雑音を検出するための改良型マツハ・ツェンダー干渉計を開発し、ファイバー型光コムの一部に見立てた10 mファイバーで生じるファイバー雑音を調べた結果を示す。この結果は、一般的なファイバー型光コムの相対周波数安定度よりも遥かに良く、より小さな不確かさで光周波数を比較できる可能性を示唆するものとなる。

第5章では、光コムの雑音特性を評価する技術を開発すると共にその妥当性を調べる。具体的には、マイケルソン干渉計の片腕に光ファイバー遅延線を用いることで、光源である光コムのモードの周波数雑音を検出・測定し、その測定の不確かさを評価する。この手法では、ファイバー雑音もまたコムモードの雑音と区別できずに検出されてしまい検出限界となるので、第3章及び第4章で得られたファイバー雑音に関する知見を活用してその低減を行う。更に、既存の別の手法で同一の光コムについて周波数雑音の測定を行い、測定不確かさの範囲内で両者の結果が一致することを示す。

第6章では、本研究で得られた結果をまとめ、今後の課題を明らかにすると共に期待できる展開について述べる。

第 2 章

理論、原理

本章では、位相雑音や周波数安定度をはじめとする時間・周波数標準の評価指標について詳細を述べる。特に、本研究で重要となる「周波数比較の不確かさ」が、基準周波数の周波数安定度を含まない「相対周波数安定度」を指すこと、及び如何にして相対周波数安定度が測定されるかなどを説明する。

2.1 時間・周波数の安定性の評価指標

時間・周波数の安定性の評価指標は複数あるが、最も一般的に用いられるものが周波数安定度である。周波数安定度を表す尺度は、1970年に米国電気電子学会（IEEE: Institute of Electrical and Electronics Engineers）の周波数安定度小委員会によって、周波数変動の相対値のパワースペクトル密度（ $S_y(f)$ ）及び2標本分散であるアラン分散（ $\sigma_y^2(\tau)$ ）と定義されている [73]。

2.1.1 正弦波信号の位相及び周波数変動

信号発生器により生成された正弦波信号を例として、その位相及び周波数の変動を定式化する。信号発生器の出力電圧の瞬時値は、

$$V(t) = V_0 [1 + \epsilon(t)] \sin [2\pi\nu_0 t + \delta\phi(t) + \phi_0] \quad (2.1)$$

と表される。ここで、 V_0 , ν_0 はそれぞれ電圧振幅及び周波数の公称値であり、 $\epsilon(t)$ は相対振幅変動、また $\delta\phi(t)$ は位相変動で位相 $2\pi\nu_0 t + \phi_0$ からのずれ、 ϕ_0 は初期位相である。位相の瞬時値を

$$\Phi(t) = 2\pi\nu_0 t + \delta\phi(t) + \phi_0 \quad (2.2)$$

とおくと、周波数の瞬時値は

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \Phi(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \delta\phi(t) = \nu_0 + \delta\nu(t) \quad (2.3)$$

と表される。ここで、 $\delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \delta\phi(t)$ が周波数変動の瞬時値であり、 ν_0 からのずれである。また、周波数変動としては、公称値で規格化した相対値

$$y(t) = \frac{\delta\nu(t)}{\nu_0} = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d}{dt} \delta\phi(t) \quad (2.4)$$

を用いることもある。ここで、 $y(t)$ は無次元の量である。一方で、時間変動を $x(t)$ とすると、位相変動は

$$x(t) = \frac{\delta\phi(t)}{2\pi\nu_0} \text{ s} \quad (2.5)$$

と表される。従って、 $y(t)$ と $x(t)$ の関係は

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.6)$$

である。周波数変動の相対値 $y(t)$ 及び時間変動 $x(t)$ は、それぞれ搬送波周波数で規格化した量であるので、例えば、周波数の異なる信号の安定性を比較したい場合などに有効である。また、伝送路が引き起こす信号の位相変動を表す場合には、信号周波数に依存しない時間変動 $x(t)$ を用いる方が便利であることが多い。

2.1.2 パワースペクトル密度

2.1.1 節で述べた揺らぎ成分をフーリエ周波数領域で評価する際に用いるパワースペクトル密度について説明する。例えば、 $y(t)$ に対して、そのフーリエ変換 $\tilde{y}(f)$ は次の関係で結ばれている。

$$\tilde{y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.7)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{y}(f) e^{-i2\pi ft} df \quad (2.8)$$

更にパーセバルの定理により

$$\int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{y}(f)|^2 df \quad (2.9)$$

が成り立つ。しかし、一般に $y(t)$ が無限に続く時は、式 (2.9) の左辺が発散してしまう。そこで、 $y(t)$ を有限の観測時間 $[-T/2, T/2]$ で切り出した関数を

$$y(t, T) = \begin{cases} y(t) & |t| \leq T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases} \quad (2.10)$$

と定義する。このフーリエ変換を $\tilde{y}(f, T)$ で表すと

$$\tilde{y}(f, T) = \int_{-T/2}^{T/2} y(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.11)$$

となる。式 (2.11) を用いると、 $y(t)$ のパワースペクトル密度 $S_y(f)$ は

$$S_y(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\langle |\tilde{y}(f, T)|^2 \rangle}{T} \quad (2.12)$$

と定義される。これは、 $\bar{y}(f, T)$ の二乗平均を単位時間あたりに換算したものである。また、式 (2.9) を用いると、 $y(t)$ と $S_y(f)$ には次のような関係があることがわかる。

$$\overline{y^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(f) df \quad (2.13)$$

即ち、パワースペクトル密度 $S_y(f)$ は、周波数変動の相対値の平均パワー $y^2(t)$ を各フーリエ周波数成分で表したものである。

位相雑音パワースペクトル密度

位相変動 $\delta\phi(t)$ のパワースペクトル密度 $S_{\delta\phi}(f)$ は位相雑音パワースペクトル密度と呼ばれ、周波数信号の雑音特性を示すと共に後に述べるアラン偏差にも換算できることなどからスペクトル純度の評価指標としてよく用いられる。位相雑音パワースペクトル密度の表記は $S_{\delta\phi}(f)$ [rad²/Hz] と $\mathcal{L}(f)$ [dBc/Hz] の二通りがある。 $\mathcal{L}(f)$ は、単側波帯 (SSB: single-sideband) での $S_{\delta\phi}(f)$ を対数表示したものであり、

$$\mathcal{L}(f) = 10 \log \left[\frac{1}{2} S_{\delta\phi}(f) \right] \text{ dBc/Hz} \quad (2.14)$$

と定義されている。一方で、古い定義によると、 $\mathcal{L}(f)$ は、単側波帯における単位帯域幅当たりの雑音電力 $P_{\text{SSB}}(f)$ と総信号電力 P_{total} の比である。一般的に総信号電力 P_{total} は搬送波電力 P_{carrier} に等しく、 $P_{\text{total}} \sim P_{\text{carrier}}$ である。従って、位相雑音は電力を用いて

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) &= 10 \log \left[\frac{P_{\text{SSB}}(f)}{P_{\text{total}}} \right] \\ &\sim 10 \log \left[\frac{P_{\text{SSB}}(f)}{P_{\text{carrier}}} \right] \\ &= 10 \log [P_{\text{SSB}}(f)] - 10 \log P_{\text{carrier}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

と表すことができる。

位相雑音パワースペクトル密度 $S_{\delta\phi}(f)$ は、周波数変動の相対値のパワースペクトル密度 $S_y(f)$ 及び時間変動のパワースペクトル密度 $S_x(f)$ と互いに変換可能である。式 (2.6) に着目すると、時間領域での微分 $\frac{d}{dt}$ はフーリエ周波数領域での $i2\pi f$ の乗算に相当するので、

$$S_{\delta\phi}(f) = (2\pi f)^2 S_x(f) = \left(\frac{f}{v_0} \right)^2 S_{\delta\phi}(f) \quad (2.16)$$

となることがわかる。一般的に、伝送路に由来する雑音は信号の位相に影響を与えることが多く、位相雑音として評価することが多い。その他では、位相同期の際の残余雑音等も位相雑音である。

周波数雑音パワースペクトル密度

周波数変動 $\delta\nu(t)$ のパワースペクトル密度 $S_{\delta\nu}(f)$ [Hz²/Hz] は周波数雑音パワースペクトル密度と呼ばれ、位相雑音と並ぶ雑音特性の代表的な評価指標である。式 (2.4) より、周波数パワース

ベクトル密度 $S_{\delta v}(f)$ は周波数変動の相対値のパワースペクトル密度 $S_y(f)$ に公称周波数のパワー v_0^2 を掛けることで得られ、

$$S_{\delta v}(f) = v_0^2 S_y(f) = f^2 S_{\delta\phi}(f) \quad (2.17)$$

となることがわかる。即ち、周波数雑音パワースペクトル密度 $S_{\delta v}(f)$ と位相雑音パワースペクトル密度 $S_{\delta\phi}(f)$ は互いに変換可能である。一般的に、レーザーの発振周波数の変動は周波数雑音であり、また、原子・分子や光共振器の共鳴周波数に安定化されたレーザーの周波数変動も周波数雑音である。

2.1.3 アラン偏差（周波数安定度）

時間・周波数標準の分野では、一般的に周波数の安定性の評価指標としてアラン偏差 [74] を用いる。アラン偏差 $\sigma_y(\tau)$ は、区間（間隔 τ ）平均の周波数が次の区間ではどの程度変わるかということを示す標準偏差である。その計算には式 (2.4) で表される相対周波数変動を用いる。実際には、相対周波数変動の瞬時値である $y(t)$ は測定できないので、 τ 秒間の平均値として測定された \bar{y} が用いられる。時刻 t_k における相対周波数変動の平均値を \bar{y}_k とすると

$$\begin{aligned} \bar{y}_k &= \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt = \frac{\delta\phi(t_k+\tau) - \delta\phi(t_k)}{2\pi\nu_0\tau} \\ &= \frac{x(t_k+\tau) - x(t_k)}{\tau} \end{aligned} \quad (2.18)$$

であり、 $\delta\phi$ 及び x はそれぞれ位相変動及び時間変動である。即ち、 \bar{y}_k は位相差または時間変動の測定により求められる。そして、2 標本偏差であるアラン偏差は \bar{y}_k の連続測定から得られ、

$$\begin{aligned} \sigma_y(\tau) &\equiv \left\langle \frac{1}{2} [\bar{y}(t+\tau) - \bar{y}(t)]^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\langle \frac{1}{2} [\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k]^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.19)$$

と定義される。ここで、 $\langle \rangle$ は無限の時間平均であり、 τ はサンプリングの間隔に相当する。実際には、無限の時間平均は不可能であるので

$$\sigma_y(\tau) \cong \left[\frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

となる [75]。ここで、 M は周波数測定回数である。

アラン偏差と位相雑音パワースペクトル密度とは、以下のように関係付けられることが知られている [76]。

$$\sigma_y(\tau) = \left[\frac{2}{(\pi\nu_0\tau)^2} \int_0^\infty \sin^4(\pi f\tau) \cdot S_{\delta\phi}(f) \cdot H_{\delta\phi}(f) df \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

ここで、 $H_{\delta\phi}(f)$ は測定帯域制限関数であり、アラン偏差は条件によっては測定帯域幅に強く依存する。例えば、搬送波周波数のふらつきが大きいときには、低周波領域（即ち、フーリエ周波数 f が小さい値の範囲）の位相雑音でアラン偏差はほぼ決まり、測定帯域幅の影響は顕著ではない。一方で、搬送波周波数が安定であるときには、そのふらつきではなく、時間波形の滲み（ジッタ）に対応する高周波領域の位相雑音によってアラン偏差は決定される。そして、搬送波周波数が十分に安定である場合には、その信号対雑音比（SNR: signal-to-noise ratio）によってアラン偏差は決まる。このような条件では、 $H_{\delta\phi}(f)$ で帯域をどのように制限するかによってアラン偏差は大きく変わる。 $H_{\delta\phi}(f)$ は、位相差の測定時に機器に内蔵された RF フィルタなどで決まる場合もあれば、フィルタを用いずに広帯域に位相雑音を測定した後アラン偏差の計算時に手動で設定する場合もある。

2.2 周波数安定度の適用範囲

周波数安定度は、時計や発振器などの器物が発生させる周波数の不確かさの評価に用いられる一方で、周波数比較能力の不確かさを評価する際にも用いられる。例えば、「光コムの周波数安定度」という用語には、発振器としての周波数の不確かさを意味する場合と比較器として付加する不確かさを意味する場合の二つがある。両者を区別するため、後者は相対周波数安定度とも呼ばれる。本論文では、光コムの性能の評価指標として、第 4 章では相対周波数安定度、第 5 章では器物の周波数安定度を対象とする。以下では、光コム及びファイバーリンクを例としてこれらの測定方法の違いについて述べる。

2.2.1 器物の周波数安定度

被測定器物（DUT: device under test）の周波数安定度を測定するには、より安定な周波数と比較する。基準周波数に安定化された光コムを DUT とする場合、図 2.1 に示すように、より安定なレーザーを基準レーザーとして両者の差周波数の安定度を測定する。DUT より低位相雑音な基準レーザーが入手できない場合は、DUT と同じものをもう一台用意して測定を行い、両者の周波数安定度は等しいという仮定の下、得られた周波数安定度を $\sqrt{2}$ で割ったものを DUT の周波数安定度とする。このような評価方法は、最新の時計や超狭線幅レーザーの不確かさ評価にも使われて

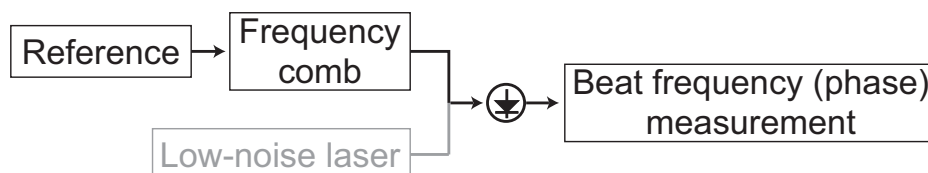


図 2.1 光コムを例とした器物の周波数安定度の測定方法。

いる。

2.2.2 相対周波数安定度

光コムの相対周波数安定度を測定するには、図 2.2 に示すように、共通の基準周波数に安定化された二台の光コム同士の比較する。これにより、基準周波数の雑音は二台の光コムで共通となり、光コムが基準周波数に対して周波数安定度を劣化させることなく追従できる安定度、即ち比較器としての不確かさを評価することができる。基準周波数を RF 周波数とした場合は光-RF 周波数リンク、光周波数とした場合は光-光周波数リンクの不確かさに相当する相対周波数安定度が得られる。光コムの相対周波数安定度の劣化要因としては、RF 周波数合成による付加雑音、位相同期の残余雑音、受光雑音、伝送路の光路長変動（ファイバー雑音）などがある。

一方で、ファイバーリンクにおける不確かさもまた相対周波数安定度である。このようなリンクの安定度を評価するためには、伝送信号と基準信号を比較する必要がある。しかしながら、リモート局では伝送信号と元の基準信号を比較できないので、先行実験によりファイバーリンクの安定度を確認することが必須となる。即ち、図 2.3 に示すように、ローカル局とリモート局の間地点で 2 本のファイバーを接続し、伝送信号がローカル局に戻るようにする。これにより、ローカル局と仮想的なリモート局を同じ場所に設置した上で、ローカル-リモート間と同じ長さの伝送路を扱うことが可能になり、リンクの安定度を推定することができる。このようにして、事前にリンクの安

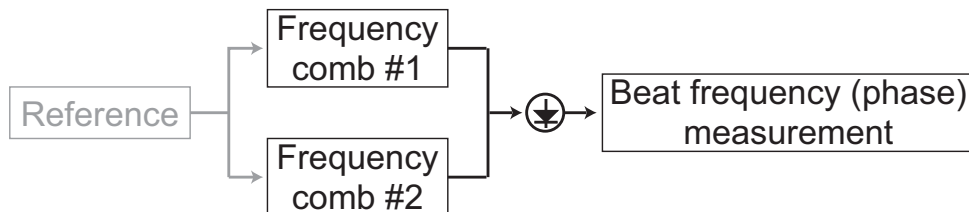


図 2.2 光コムを例とした相対周波数安定度の測定方法。

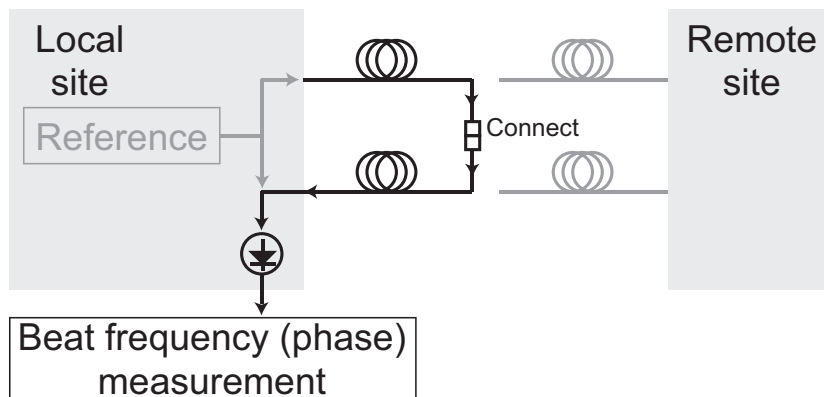


図 2.3 ファイバーリンクにおける相対周波数安定度の測定方法。

定度を評価した上で実際の伝送システムを構築する。

2.3 ファイバー雑音

ファイバー雑音とは、光ファイバーの光路長が変動することで、光ファイバーを通過する信号光に誘起される位相雑音のことである（図 2.4）。この節では、ファイバー雑音の主な要因と、ファイバー雑音を能動的に除去する技術（FNC: fiber noise cancellation）について述べる。

2.3.1 ファイバー雑音の要因

環境擾乱

環境擾乱によるファイバー雑音は、空気揺らぎ、音響及び振動などによる光ファイバーの変位もしくは温度変化による屈折率変動及び伸び縮みによって生じる。このファイバー雑音は、ある前提の下で定量的に表されることが知られている。まず、環境擾乱による摂動はファイバー上の一点に対してではなく、一定の長さ ΔL に拡がって一様に加わると考えることができる。従って、この長さ ΔL の領域では、ファイバー雑音の位相は揃っていると仮定する。更に簡略化のため、単位長さ当たりのファイバー雑音はファイバー上で一定であり、時間にのみ依存すると考える。この時、長さ $L \gg \Delta L$ の光ファイバーで生じるファイバー雑音のパワースペクトル密度は

$$S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f) = \Delta L L \sqrt{2\pi} e^{-\left(\frac{\sqrt{2\pi} f \Delta L}{v}\right)^2} S_{\delta\phi}^{\text{dL}}(f) \quad (2.22)$$

と表すことができる [77]。ここで、 v は光ファイバー中の光速、 $S_{\delta\phi}^{\text{dL}}(f)$ は単位長さ当たりで生じるファイバー雑音のパワースペクトル密度である。式 (2.22) は、ファイバー雑音のパワースペクトル密度はファイバー長 L に比例することを示している。ただし、光ファイバーの置き方や周囲の環境によって ΔL 及び $S_{\delta\phi}^{\text{dL}}(f)$ が変化するため、同じ部屋に設置された光ファイバーであってもファイバー雑音が単純に距離に比例するわけではないことがわかる。従って、環境擾乱によるファイバー雑音を評価する際は、ファイバーの長さ及びその置き方を保ったまま測定する。

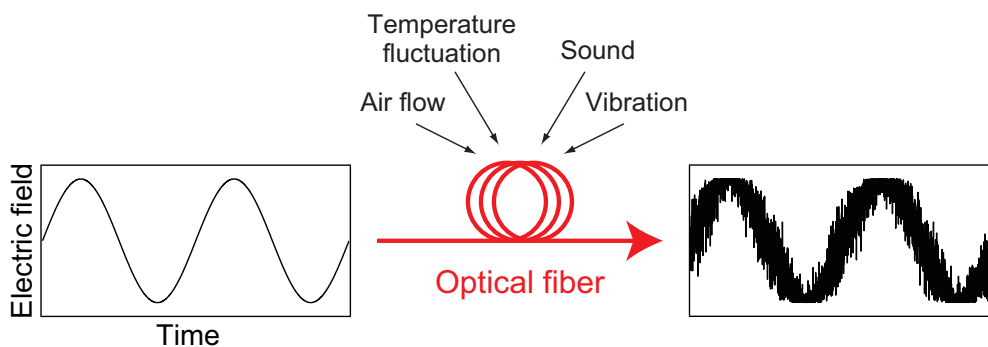


図 2.4 ファイバー雑音の概念図。

光ファイバーの熱雑音

光伝送媒質の不規則な熱振動による光路長変動は、「光ファイバーの熱雑音」と呼ばれるファイバー雑音となることが知られている。光ファイバーの熱雑音は、環境擾乱によるファイバー雑音とは異なり、より定量的な取り扱いが可能であることもあり、一つの研究テーマとして注目されている。1990 年頃から複数の理論的研究が行われており、現在では最も有力な理論式として以下の二つが提案されている。一つは Wanser の理論 [78] であり、これによると光ファイバーの熱雑音による位相雑音パワースペクトル密度は

$$S_C(f) = \frac{2\pi k_B T^2 L}{\lambda^2 \kappa} \left(\frac{dn}{dT} + n\alpha_L \right)^2 \ln \left(\frac{k_{\max}^4 + \left(\frac{2\pi f}{D} \right)^2}{k_{\min}^4 + \left(\frac{2\pi f}{D} \right)^2} \right) \quad (2.23)$$

と表される。ここで、 k_B はボルツマン定数、 T は絶対温度、 L はファイバー長、 λ は波長、 dn/dT は屈折率の温度係数、 n は実効屈折率、 α_L は熱膨張係数、 κ は熱伝導率、 D は熱拡散率、 k_{\max} 及び k_{\min} は境界条件である。この表式は、光ファイバーの熱雑音による位相雑音パワースペクトル密度を推定するために広く用いられており、フーリエ周波数の高周波領域では実験結果と良く一致するものの、低周波領域では一致が見られず、また論文中に導出の詳細が記載されていないという問題があった。一方で、Duan は揺動散逸理論に基づくモデルを構築し、ファイバーの熱雑音を導出した [79,80]。これによると、ファイバーで生じる位相雑音パワースペクトル密度は、

$$S_M(f) = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{2k_B T L \phi_0}{3\pi E_0 A} \frac{1}{f} \quad (2.24)$$

と表される。ここで、 E_0 はファイバー材質の体積弾性率、 A はファイバーの断面積、 ϕ_0 は機械的損失を特徴付ける損失角である。この式は、Wanser の式 (2.23) とは異なり、低周波領域でのみ実験結果と一致することが確認された。従って、光ファイバーの熱雑音によるファイバー雑音 $S_T(f)$ は

$$S_T(f) = S_C(f) + S_M(f) \quad (2.25)$$

と考えることができるようになった。近年では、この式は実験結果ともよく合うことが確認されている [81,82]。このような光ファイバーの熱雑音は環境擾乱によるファイバー雑音と比べて非常に小さいため、ファイバー雑音の中でもノイズフロアとして扱われることが多い。

2.3.2 ファイバー雑音キャンセレーション (FNC)

FNC の原理

図 2.5 に、一般的な FNC の方法 [45] の概念図を示す。ローカル局の基準周波数はレーザー光を介してリモート局へと伝送される。基準周波数が光周波数の場合にはレーザー光のキャリアを直接伝送し、RF の場合にはレーザー光に RF で強度変調をかけて伝送した後リモート局での復調

が行われる。リンクに入射された信号光は、ファイバー雑音補償用のアクチュエータで位相補償 $\delta\phi_{\text{act}}$ と光ファイバー伝送路でのファイバー雑音 $\delta\phi_{\text{fiber}}$ を付加され、リモート局での信号の位相は $\phi_{\text{ref}} + \delta\phi_{\text{act}} + \delta\phi_{\text{fiber}}$ となる。ローカル局においてファイバー雑音を検出するため、リモート局に到達した信号光の一部は反射等により送り返される。この際、ファイバー連結部での反射による迷光と往復信号光を区別するため、リモート局ではキャリアの周波数をシフトさせる手法 [83] が用いられることが多い。一方、ローカル局では位相比較器により往復信号の位相 ϕ_{rt} と基準信号の位相 ϕ_{ref} の差が次式として検出される。

$$\begin{aligned}\phi_{\text{rt}} - \phi_{\text{ref}} &= (\phi_{\text{ref}} + 2\delta\phi_{\text{act}} + 2\delta\phi_{\text{fiber}}) - \phi_{\text{ref}} \\ &= 2(\delta\phi_{\text{act}} + \delta\phi_{\text{fiber}})\end{aligned}\tag{2.26}$$

従って、検出された位相差が一定となるためには

$$2(\delta\phi_{\text{act}} + \delta\phi_{\text{fiber}}) = 0\tag{2.27}$$

となる必要があり、式 (2.27) が常に成り立つようにアクチュエータの制御が行われる。これにより、リモート局に伝送された信号の位相はローカル局と同じ ϕ_{ref} となり、位相を劣化させることなく周波数信号を伝送することが可能となる。なお、典型的なアクチュエータとしては、電歪素子によるファイバーストレッチャーや音響光学変調器 (AOM: acousto-optic modulator) がある。前者はファイバー長の変化により群遅延に作用するため制御可能な位相変動量に制限があるのに対し、後者は光の位相に直接作用するためその制限がないという特徴がある。

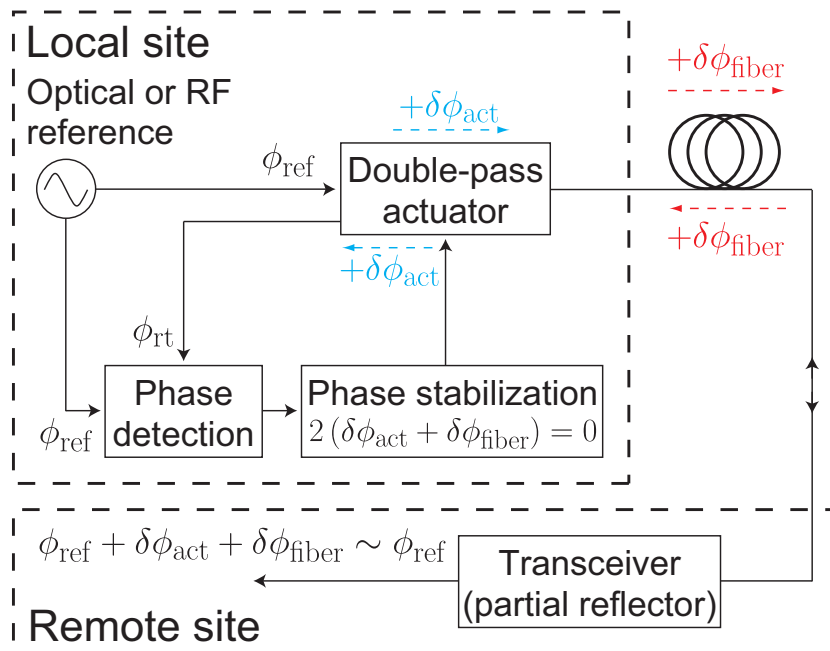


図 2.5 FNC の概略図。

FNC によるファイバー雑音の抑圧限界

FNC を施された伝送周波数には、遅延によって抑圧し切れない残留ファイバー雑音が生じる。これは、遅延による FNC の帯域幅制限のためではなく、ローカル局で往復信号に FNC を施し、リモート局で一方向信号の位相を測定することに起因する。このため、仮に無限の利得で FNC を行っても、伝送信号のファイバー雑音は遅延に反比例する有限の利得でしかファイバー雑音を低減できない。ファイバー雑音による位相雑音パワースペクトル密度の理論的な抑圧限界 $S_{\delta\phi}^D(f)$ は

$$S_{\delta\phi}^D(f) \approx \frac{1}{3} (2\pi f\tau)^2 S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f) \quad (2.28)$$

と表される。ここで、 τ はファイバ長で決まる遅延時間、 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)$ はフリーラン状態のファイバーリンクに由来する位相雑音である。この原理限界の詳細な導出については、文献 [84] で詳しく説明されている。

第 3 章

光キャリア伝送による遠距離間光周波数比較システムの検討

本章は、原著論文 [85] 及びその英文翻訳論文 [86] の内容を基に一部加筆修正を加えたものである。

3.1 研究背景

第 1 章で述べた通り、近年、光格子時計 [87] や単一イオン光時計 [88] に代表される光周波数標準の不確かさが極めて小さくなっており、「秒」の再定義に向けて研究開発が活発に行われている。これに伴い、標準の同等性の確認や信頼性の確保のため、遠隔地間で標準器の周波数比較を 10^{-18} レベルの不確かさで行う方法や、標準器の高精度な周波数信号を極力劣化させずに遠方へ分配供給するための技術が重要になっている。高精度な光周波数標準を遠隔地間で超高精度に比較できるようになれば、重力の影響に対する基礎物理定数の不変性 [89] や地球の重力ポテンシャル [90] についてより詳細に調べられるようになる。前者は科学として非常に興味深い問題であるし、後者に関しては地下資源の探索や地殻変動の検出といった産業に恩恵をもたらす道具となる可能性を秘めている。

高精度な時間・周波数比較の方法としては、人工衛星を利用する方法とファイバーリンクを利用する方法がある。人工衛星を仲介した比較は、大陸間に及ぶ広い範囲で利用できるという利点を有するが、その精度は 10^5 秒（約 1 日）の測定でおおよそ 10^{-15} レベル [37] であり、光時計の比較に対しては精度が不十分である。これに対してファイバーリンクによる方法では、比較可能な範囲は大陸内に限られるものの、大気中の信号伝播がないことから誤差要因が少なく高精度な比較が可能である。ファイバーリンクによる周波数比較法のうち、高精度なものは高安定なキャリアを直接伝送して行う光キャリア伝送 [60, 61, 84] である。既に敷設されたファイバーリンクを用いて光時計の性能を損なわずに高精度な比較が実現されている [47, 91–93]。

光キャリア伝送には、伝送距離とリンクのフリーラン時のファイバー雑音によって決まる伝送精度の理論的な限界があることが示されている [59, 84]。この理論的限界値に到達することが光キャ

リア伝送の一つの目標であり、そのためには他の雑音要因を十分小さくすることが必要である。光キャリア伝送システムの主な雑音要因については先行研究 [84,92] で調べられており、その低減のための指針が示されている。しかしながら、干渉計のノイズフロアや安定化の堅牢さなど、実際の敷設されたファイバーリンクでは定量化が難しい要因については検討されていない。

本研究では、遠距離間で通信波長帯 1.5 μm の光周波数を高精度に比較することを目指し、実験室内に用意した 100 km 弱の光ファイバーを長距離伝送路とする光キャリア伝送システムを構築する。実験システムの最適化とノイズフロアの評価により、遠距離間光周波数比較の不確かさが、伝送距離とファイバー周囲の環境によって決まる理論的限界値まで低減できたことを示した。

3.2 システム構成と検討課題

本システムは、短時間で高い安定度が得られる光格子時計などの精度を損なうことなく 100 km 程度の長距離間で比較することを目標としている。1 秒平均の安定度としては 10^{-15} - 10^{-16} レベルが要求されることとなるが、光キャリアの位相を補償する技術ならば十分到達可能である。周波数のドップラーシフトを引き起こす要因は、伝送路の温度変動によるファイバーの伸縮及び屈折率

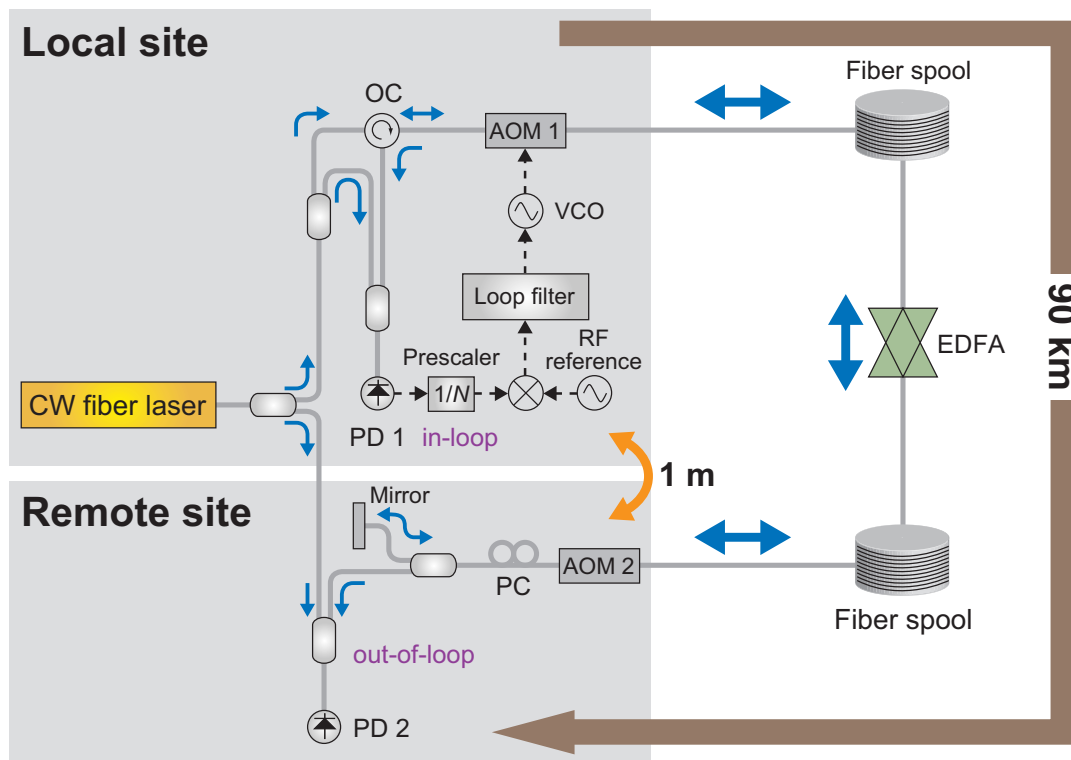


図 3.1 長距離ファイバーを用いた光キャリア伝送の実験セットアップ。AOM: 音響光学変調器、PC: 偏波コントローラー、VCO: 電圧制御発振器、OC: 光サーキュレータ、PD: 受光器、EDFA: エルビウム添加光ファイバー増幅器。ファイバーリンクを介した周波数伝送の精度を調べるため、「リモート局」と「ローカル局」はと同じ場所に配置される。

変動や音響及び機械的振動などの雑音であり、これを何らかの方法で補償しなければならない。

光キャリア伝送システムでは、狭線幅光源の連続光を直接ファイバーに入射し、遠端ではミラーを用いて送り返す。この際、途中のコネクタや誘導ブリルアン散乱などの反射光と本来の信号を区別するため、遠端では一定の周波数をシフトさせる [83]。即ち一心双方向の伝送を行い、戻ってきた光と参照光のビートをとることで伝送路のファイバーに起因する雑音を検出する。検出した誤差信号は音響光学変調器 (AOM: acousto-optic modulator) を駆動する電圧制御発振器 (VCO: voltage-controlled oscillator) にフィードバックされ、遠端での光の位相を光源の位相に追従させることによりリンクの安定化を行う。

光キャリア伝送システムの構成を図 3.1 に示す。ローカルサイトとリモートサイトを同一地点に置くことにより、伝送信号の評価を行える構成とした。このシステムで達成可能な位相雑音レベルには、リンクの遅延 $\tau = nL/c$ (レーザー光の伝搬時間) に起因する原理的な限界が存在する。ここで、 n は光伝送媒質の屈折率、 L は光ファイバーの距離、 c は真空中の光速である。図 3.1 の系によるファイバー雑音キャンセルはラウンドトリップ光の位相を制御することに対応しており、一方向のみの位相雑音は遅延により不完全な補償を受けたまま遠隔地に伝送される。この誤差に関する理論的な計算は既に行われており [84]、in-loop 信号を入力周波数とした適切な位相同期回路 (PLL: phase-locked loop) により達成できる伝送信号の位相雑音は

$$S_{\delta\phi}^D(f) \approx \frac{1}{3} (2\pi f\tau)^2 S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f) \quad (3.1)$$

で表される (delay-unsuppressed noise)。ここで、 f はフーリエ周波数、 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)$ はフリーラン状態のファイバーリンクに由来する位相雑音である。レーザーのコヒーレンス時間がリンクの遅延を上回っておれば、in-loop で得られるラウンドトリップ光と参照光のビートはほぼ直接リンクの位相雑音を反映することになる。よって $S_{\delta\phi}^D(f)$ は $S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)$ をあらかじめ測定しておけば式 (3.1) から求めることができる。

光ファイバーを用いた遠隔地間比較における目標は、リンクの雑音を式 (3.1) で表される程度に抑えることである。以下では、これの達成を阻害する要因となり得る事項を列挙する。まず、光源そのものにも雑音が含まれるため、狭線幅の低雑音な光源を使用しなければ補償すべきファイバー由来の位相雑音が正しく検出できなくなる。我々の実験では、スペクトル線幅 1 kHz のファイバーレーザーを用いてコヒーレンス長 L_c を往復ファイバー長 $2L$ よりも長くすることで対応した。レーザーの線幅を $\Delta\nu$ とすると、コヒーレンス長 L_c は

$$L_c = \frac{1}{\Delta\nu} \cdot \frac{c}{n} \quad (3.2)$$

である。光ファイバーの屈折率はおよそ 1.47 であるので、線幅が 1 kHz のレーザーの L_c は約 200 km である。即ち、本システムのコヒーレンス制限による伝送限界距離は 100 km 程度であると考えられる。次に、ファイバー雑音検出に用いる干渉計の残留雑音も重要である。本稿では全てファイバーのみで構成された全ファイバー干渉計を用いて実験系を構築した。in-loop の共通部分に生じる雑音成分に関しては制御帯域幅までキャンセル可能であるが、in-loop の非共通部分及び

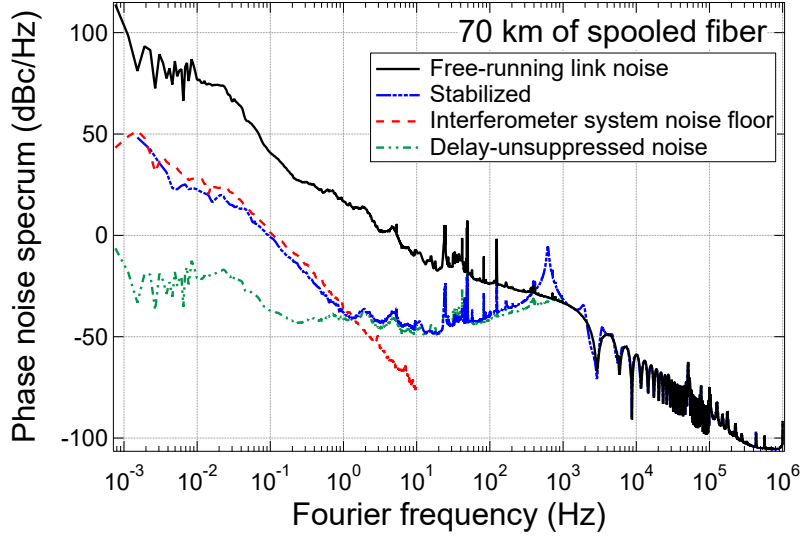


図 3.2 70 km ファイバースプールの伝送で付加される位相雑音。

伝送信号の評価に用いる *out-of-loop* 部分に関してはノイズキャンセルができない。これは干渉計の雑音 $S_{\delta\phi}^{\text{Int}}(f)$ として残留するので、いかに抑えるかが問題となる。そして位相比較器に関しては、アナログミキサを使用した場合、検出可能な位相雑音の光学長としては、使用するレーザーの波長 $1.55 \mu\text{m}$ で制限される。ここで、位相の線形領域 $\pm\pi/2$ に相当する範囲はキャプチャーレンジと呼ばれ、この範囲を超えるノイズが生じると位相制御のサイクルスリップが起こる。これは周波数安定度を劣化させるので、対策を講じなければならない。本稿では、この突発的なノイズによる位相雑音の成分を $S_{\delta\phi}^{\text{Cyc}}(f)$ と表現する。また、レーザー光の行きと帰りで周波数が異なるため、制御における非対称性が伝送精度に及ぼす影響についても考慮しなければならない。非対称性により誘起される位相雑音は $S_{\delta\phi}^{\text{Asym}}(f)$ とする。これらをまとめると、安定化が施された系において遠隔地に伝送される信号の残留位相雑音は

$$S_{\delta\phi}^{\text{remote}}(f) = S_{\delta\phi}^{\text{D}}(f) + S_{\delta\phi}^{\text{Int}}(f) + S_{\delta\phi}^{\text{Cyc}}(f) + S_{\delta\phi}^{\text{Asym}}(f) + \text{other terms} \quad (3.3)$$

と書くことができる。*other terms* としては、レーザーのスペクトル、RF 信号の純度、ファイバーによる非線形性、偏波変動などによる位相雑音が考えられるが、今回の条件及び環境では顕在化する可能性が低かったので扱わないこととした。次章では、これらの要検討事項について実験結果を交えながら詳しく述べていく。

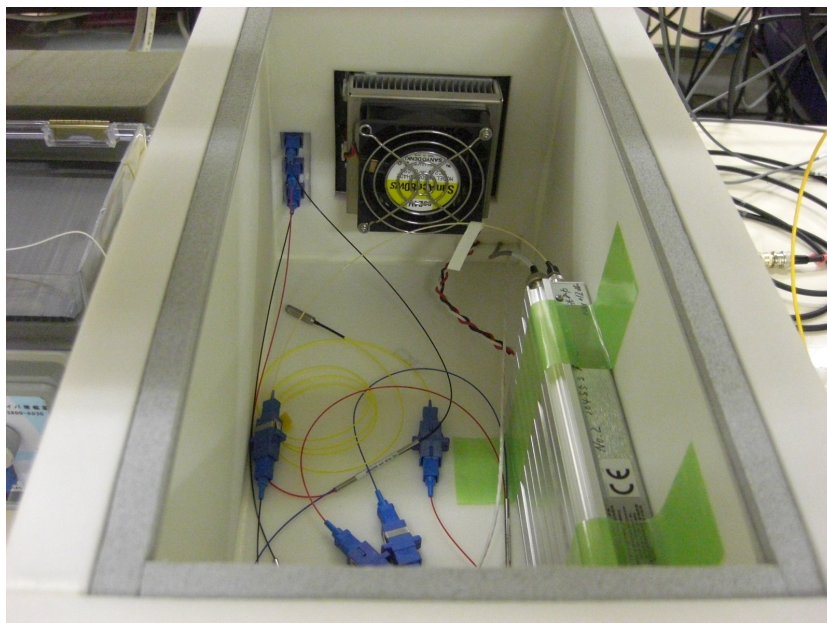


図 3.3 断熱チャンバーで覆われた out-of-loop 経路の光学部品の写真。

3.3 検討結果

3.3.1 干渉計雑音の軽減とそのシステムリミット

リンクの安定化が十分な利得の制御ループで正しく行われることで各雑音要因が十分低減されたならば、残留位相雑音は式 (3.3) より、 $S_{\delta\phi}^{\text{remote}}(f) \sim S_{\delta\phi}^{\text{Int}}(f) + S_{\delta\phi}^{\text{D}}(f)$ と表すことができる。ここで $S_{\delta\phi}^{\text{Int}}(f)$ は干渉計由来の雑音であり、out-of-loop におけるファイバーなどの安定化不可能な部分から生じる。全ファイバー干渉計の場合、安定度評価用の out-of-loop 部分が数 m のファイバーにより構成されることになるため、周囲の温度変動などが安定度の劣化を招く。図 3.2 に 70 km のファイバースプールの安定化を行った際の位相雑音を示す。干渉計の雑音は図 3.1 においてスプールを取り去った系で測定しており、1 Hz 以下の低周波領域を制限する。また、1 Hz 以上から制御の帯域幅 610 Hz までの領域は式 (3.1) から見積もった遅延による雑音限界とよく一致しており、リンクの安定化は正しく行われていると評価できる。低周波領域では干渉計の雑音が支配的になっており、これは長期の安定度を制限する。

干渉計のシステムノイズによる周波数の不確かさは、out-of-loop 部分におけるレーザー光の伝搬時間 $\tau = nL/c$ の変動として捉えることができるので、瞬間周波数変動は時間 t の関数として

$$y(t) = \frac{d\tau(t)}{dt} = \frac{d(nL)}{cdt} \quad (3.4)$$

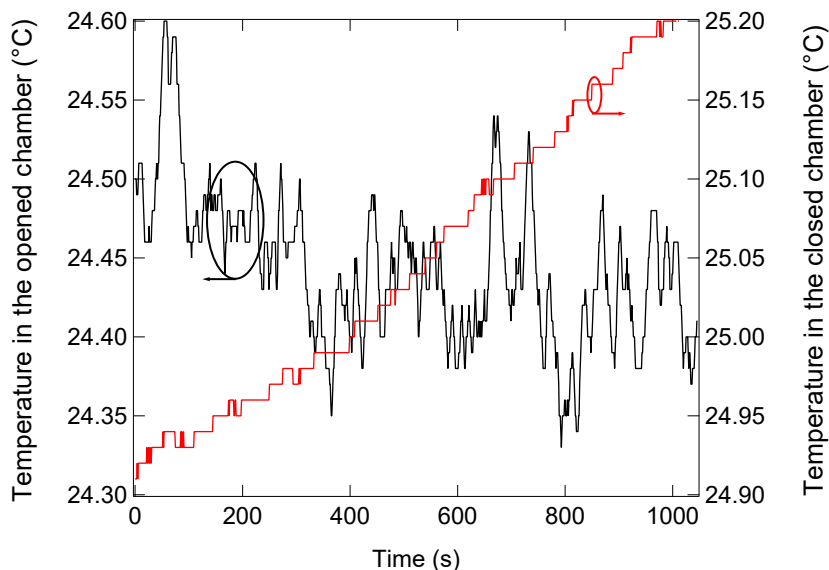


図 3.4 断熱チャンバーを開いた場合及び閉じた場合の温度の時間変化。

と表すことができる。これが温度 T の変動により引き起こされるとすると

$$\frac{d}{dt}(nL) = \left[L \frac{dn}{dT} + n \frac{dL}{dT} \right] \frac{dT}{dt} \quad (3.5)$$

と計算できるので、式 (3.5) を式 (3.4) に代入すると干渉計の雑音による不確かさが求まる [50]。溶融石英ガラスの屈折率の温度係数は熱膨張係数より 2 桁程度大きい。非安定化ファイバーの長さが数 m 以上であれば、式 (3.5) の右辺は第 1 項が支配的となり、システムの不確かさは

$$y(t) \sim \frac{L}{c} \cdot \frac{dn}{dT} \cdot \frac{dT}{dt} \quad (3.6)$$

と近似的に表すことができる。即ち、out-of-loop のファイバー長を短くすること及び温度の安定化が有効であると考えられる。

我々の実験では、out-of-loop 部分の温度変動を抑えることにより干渉計雑音の低減を図った。図 3.3 に示すように、out-of-loop の安定化不可能部分であるファイバーカプラー、FRM、受光器などを断熱材で覆った箱の中に収納した。また、out-of-loop のファイバー長は極力短くすることで対応した。そのため、偏波コントローラー、偏波トラッカ、光アンプなどを使用の際には in-loop に設置すべきである。これらのデバイスは双方向での使用が可能であることから、ピグテール部分で生じるファイバー雑音もキャンセルできるためである。図 3.1 でスプールを取り去り、干渉計の out-of-loop 部分を断熱チャンバーに収納した系において、伝送信号の位相雑音及びチャンバー内の温度変動を測定した結果を図 3.4, 3.5 に示す。位相雑音は低周波領域では約 10 dB 抑制されたと言える。断熱状態での温度のドリフトは受光器の発熱のためである。チャンバーを密閉したときの温度変動は 3.0×10^{-4} K/s であった。これに対して、室温状態での温度変動は約 50 秒の周期が見られ、このときの勾配はおよそ 2 桁大きい 1.0×10^{-2} K/s 程度であった。この領域で

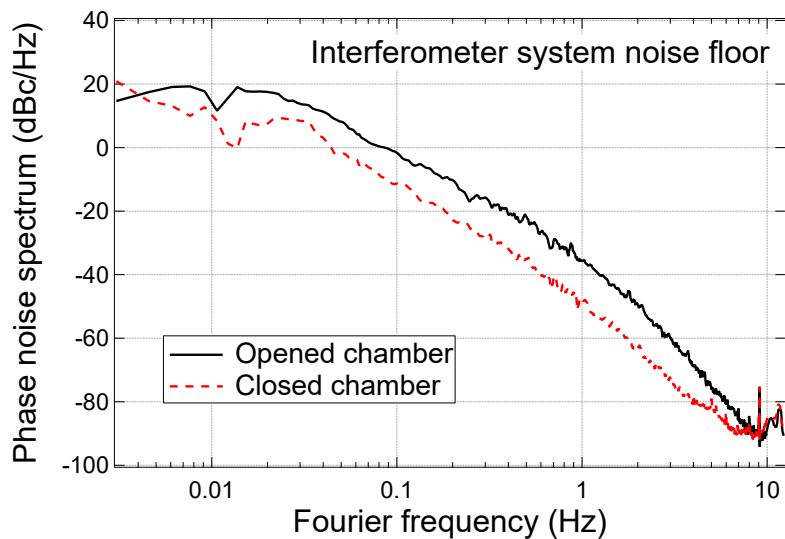


図 3.5 断熱チャンバーを開いた場合及び閉じた場合における干渉計のシステムノイズフロア。

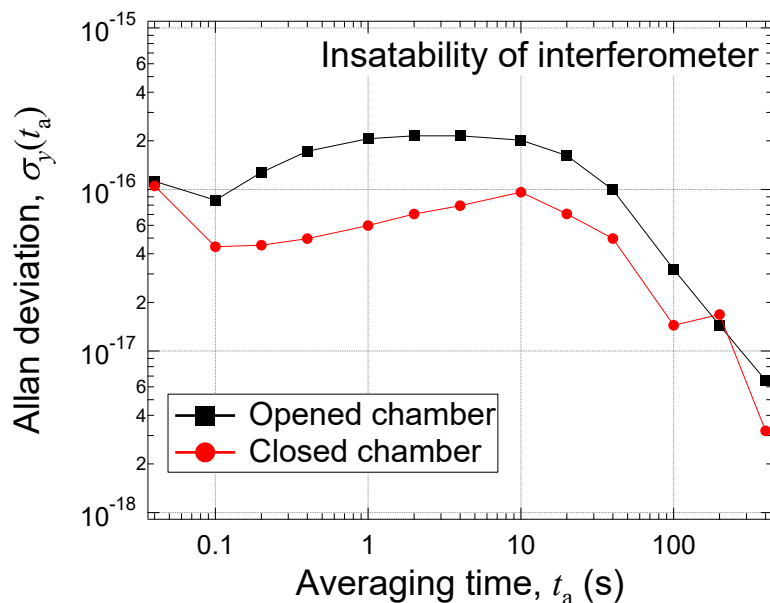


図 3.6 相対周波数安定度として表した干渉計のシステムノイズフロア。

式 (3.6) を用いて計算すると、 $y_{\text{opened}}(t) / y_{\text{closed}}(t) \sim 10^2$ となる。時間領域におけるデータは図 3.6 のようになる。横軸は平均化時間 t_a 、縦軸はアラン標準偏差 $\sigma_y(t_a)$ であり、チャンバー開閉による干渉計の安定度の違いを示した。最も差の激しい 1 秒付近の領域でも 5 倍程度の差しかない。これは、ファイバージャケットの内側の温度は外部の急激な温度変動に対してより緩慢であるためであると考えられる。

温調により更に温度を安定化することで雑音の減少が見込まれるが、通常のアリコンシステムでは

ファンによる空気攪拌用の送風がノイズキャンセル不可能な out-of-loop においては問題となる。よって、熱接触のみで達成されるような小型のチャンバーの作製が有効であると考えられる。位相雑音の低周波領域は時間領域で表現すると長期の安定度に対応しているので、長期安定度の向上に不可欠であると言える。

3.3.2 光ファイバーの振動対策

光キャリアを用いたノイズの検出は非常に高感度であるが、光源の雑音による SNR の劣化、急激なファイバー長変動による PLL のサイクルスリップが起りやすいという問題がある。前者は十分なコヒーレンス長を持つ低雑音のレーザーにより伝送を行うことで解決できるが、後者は実際に敷設された伝送路では深刻な問題となり得る。アナログミキサを用いたヘテロダイン検波では位相差の線形領域 $\pm\pi/2$ を PLL の誤差信号として使用する。ラウンドトリップ光と参照光のビート信号の位相を $\Phi_{rt} = \omega_{rt}t + \delta\phi_{rt}$ 、基準信号の位相を $\Phi_{ref} = \omega_{ref}t + \delta\phi_{ref}$ とする。ここで、 ω_{rt} 、 ω_{ref} はそれぞれビート信号、基準信号の角周波数であり、 $\delta\phi_{rt}$ 、 $\delta\phi_{ref}$ はそれぞれそれらの位相揺らぎを表す。このとき、両者の位相差の線形領域は

$$-\frac{\pi}{2} < \Phi_{rt} - \Phi_{ref} < \frac{\pi}{2} \quad (3.7)$$

で表され、この範囲外の位相差が式 (3.7) と区別できないことからサイクルスリップが生じる。これは光ファイバーの損失が小さくなる $1.55 \mu\text{m}$ の波長を制御に使用した場合、 $0.8 \mu\text{m}$ 程度の光学長を制御することに相当する。この程度の光学長変動は音響及び機械的振動などで容易に起り得る。その振動の周波数帯域幅が制御帯域幅内であれば、キャプチャーレンジを拡大するために分周をすることが有効であると考えられる。図 3.1 で示したように、ラウンドトリップ光と参照光のビート信号を N 分周すると、位相は Φ_{rt}/N となるので式 (3.7) は

$$-\frac{N\pi}{2} < \Phi_{rt} - N\Phi_{ref} < \frac{N\pi}{2} \quad (3.8)$$

と表せることから、キャプチャーレンジとしては N 倍に拡大される [94]。これは光学長に関しても $0.8 \times N \mu\text{m}$ まで拡張されることを意味する。分周を増やすと制御帯域幅は狭くなるが長距離伝送ではリンクの遅延による帯域制限 $1/4\tau$ が支配的になる [84] ため、ある程度分周はリンクの安定化に悪影響を与えない。

サイクルスリップを引き起こす突発的な光学長変動は全ファイバー長にわたる積分で表されるので、伝送距離が長くなるにつれて顕著に現れるようになる。実験では 90 km のファイバースプールについて、分周数を 10 から 2000 まで変更して安定化における影響を調べた。図 3.7 に帯域幅 500 Hz で測定したリンクの安定度及び比較のため一般的な光時計の性能 [50] を示す。安定化を施さないフリーラン状態では、リンクの安定度は t_a に対して 10^{-14} のフロアが表れている。それに対して、安定化したデータに関しては t_a に従い安定度は向上する。特に、200 及び 2000 分周については、アラン標準偏差は $1/t_a$ で減少している。また、これらについて位相雑音はフーリエ周波数 1 Hz で約 54 dB 抑制されており、式 (3.1) を用いた計算値と一致することを確認した。このた

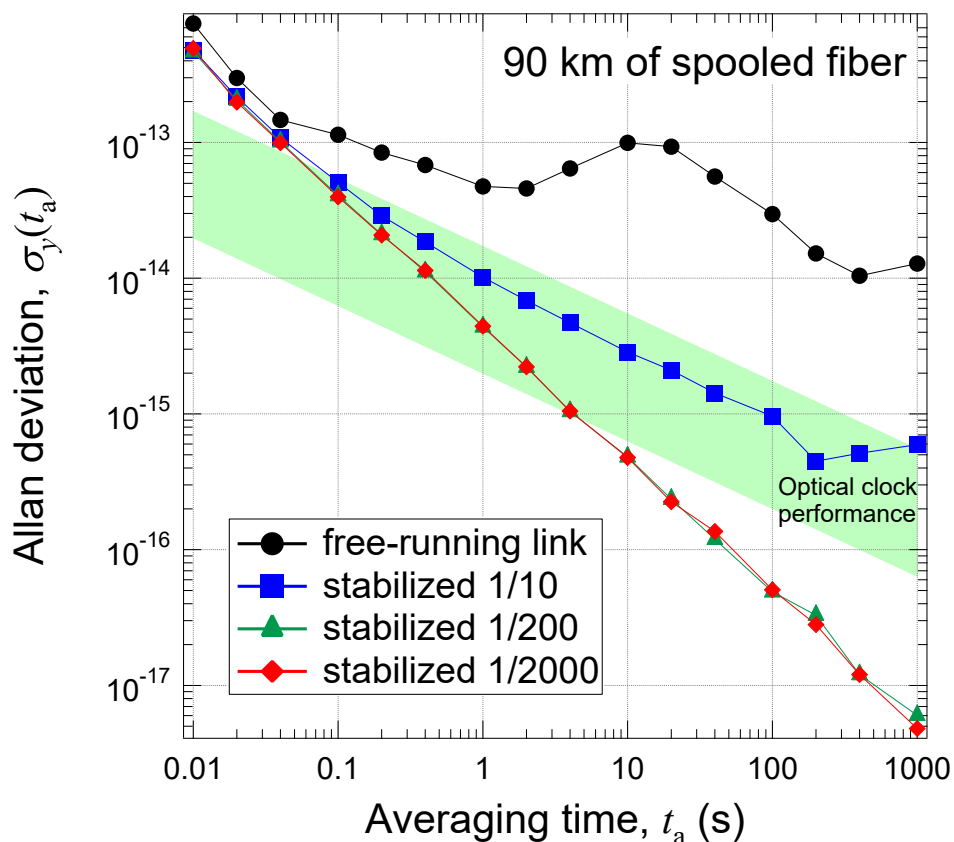


図 3.7 90 km リンクの out-of-loop ビートの相対周波数安定度。in-loop ビート信号は、10, 200, 2000 分周され安定化された。緑の領域は典型的な光時計の周波数安定度を示す。

め、リンクの安定度は遅延によって制限される伝送限界にほぼ達していると考えられる。しかし、10 分周では突発的な光学長変動により頻繁にサイクルスリップを起こし、周波数は安定しなかった。この結果、アラン標準偏差は $1/t_a$ で減少することなく、望ましい安定度（光時計を上回るレベル）に達しなかった。室内レベルの温度変動やドアの開閉、人の歩行などによる音響振動に十分耐えるには少なくとも 200 分周程度が必要であると言える。ただし、これは環境によって左右される要素が大きいのので一意的なものではない。また、分周数を増加させると位相検出の線形領域が広がることから、RF 回路の雑音に起因した位相感度の低下により安定度が劣化することが危惧されるが、2000 分周しても安定度は 200 分周の値と変わらないことが確認できた。これはこの領域ではまだ位相感度が失われていないことを意味する。室内でスプール状ファイバーを用いた実験では長時間サイクルスリップを起こさず、光時計を上回る精度でリンクの安定化を行うことができた。

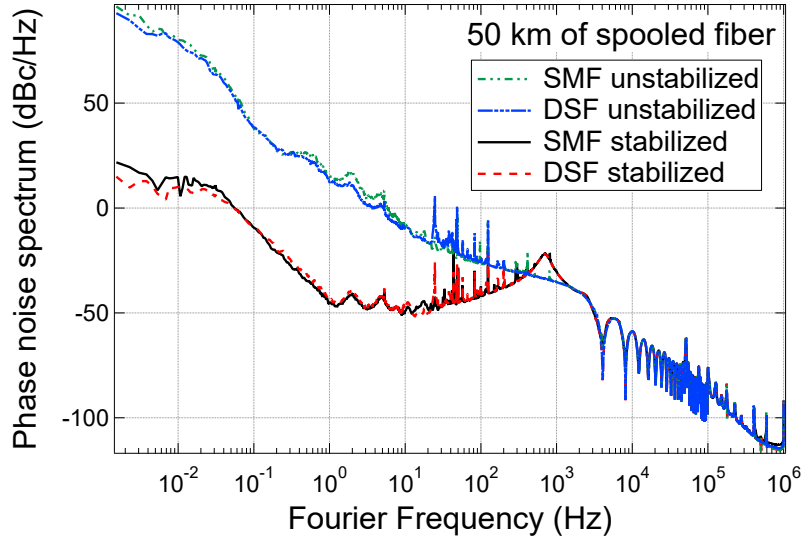


図 3.8 50 km の SMF 及び DSF を伝送した信号光の位相雑音。

3.3.3 往復信号の非対称性の影響

3.2 章で述べたように、伝送信号と反射光の区別のため、遠端では一定の周波数 Δf (波長差 $\Delta\lambda$) をシフトさせる。これにより、往路と復路では信号の非対称性が生じることとなるため、非対称性が比較精度に及ぼす影響について検討する必要がある。非対称性の影響としては、信号の波長分散による雑音 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f)$ と周波数差が制御に与える雑音 $S_{\delta\phi}^{\text{freq,diff}}(f)$ が考えられ

$$S_{\delta\phi}^{\text{asym}}(f) = S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f) + S_{\delta\phi}^{\text{freq,diff}}(f) \quad (3.9)$$

と表される。よって、以下では比較システムの構築において問題となり得る領域について考察する。

光ファイバー長が数十 km 以上になると分散現象が顕著になる。この分散が光キャリアを用いた長距離比較に及ぼす影響について調べた。図 3.8 に長さ 50 km のファイバースプールを用いて伝送を行った結果を示す。一方は通常のシングルモードファイバー (SMF: single mode fiber)、もう一方は 1.5 μm 零分散シフトファイバー (DSF: dispersion shifted fiber) である。いずれも前々節で述べた伝送限界 $S_{\delta\phi}^{\text{Int}}(f) + S_{\delta\phi}^{\text{D}}(f)$ に達しており、分散に起因する優位差は検出できなかった。光キャリアを伝送する場合、通常光源の線幅は十分狭いものを用いることから連続光の分散は無視できる。ただし、行きと帰りで異なる光周波数を使用しているため、遅延時間差 τ_{diff} が生じる。 τ_{diff} が周波数比較の間一定であれば遠端での位相は安定であるので、伝送周波数の劣化は起こらない。即ち、ファイバーの伸縮などによって起こる遅延時間差の変動 $\delta\tau_{\text{diff}}$ が $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f)$ に寄与すると考えられる。遅延時間 τ とその変動 $\delta\tau$ の比 $\delta\tau/\tau$ は、異なる光周波数を使用することにより生じる遅延時間差 τ_{diff} とその変動 $\delta\tau_{\text{diff}}$ の比 $\delta\tau_{\text{diff}}/\tau_{\text{diff}}$ に等しい。これを考慮すると、

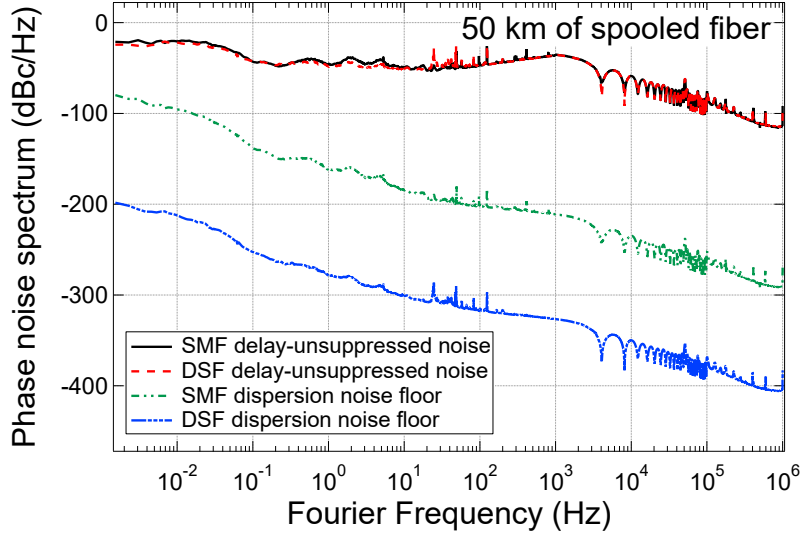


図 3.9 位相雑音の実験値から推測された波長分散によるノイズフロア。波長分散によるノイズフロアは十分小さいことを示している。

$\delta\tau$ はフリーランリンクの位相雑音 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)$ の元となっていることから、位相領域において分散による雑音は全雑音に対して $\delta\tau_{\text{diff}}/\delta\tau = \tau_{\text{diff}}/\tau$ に相当する位相変動を占めていることがわかる。AOM による位相補償は行きと帰りのダブルパスで働くため、遠端では位相差に 1/2 の係数がかかることを考慮すると、分散由来の雑音成分 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f)$ は

$$S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f) \sim \left(\frac{\tau_{\text{diff}}}{2\tau}\right)^2 S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f) \quad (3.10)$$

と近似的に表せる。この $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f)$ が、 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f) < S_{\delta\phi}^{\text{D}}(f)$ であれば分散の影響は問題とならないと言うことができる。今回の条件では $\tau = 0.25 \text{ ms}$ 、 $\Delta\lambda = 8.8 \times 10^{-4} \text{ nm}$ ($\Delta f = 110 \text{ MHz}$)、SMF は $1.55 \text{ }\mu\text{m}$ 帯で 18 ps/km/nm の分散係数を有していることから $\tau_{\text{diff,SMF}} = 0.79 \text{ ps}$ であり、式 (3.10) 右辺の係数は 2.6×10^{-18} になる。また、DSF の遅延時間差は波長分散係数の傾きを直線近似により S_0 としたとき

$$\tau_{\text{diff,DSF}} = \frac{1}{2} S_0 \Delta\lambda^2 L \quad (3.11)$$

で表される [95]。 S_0 の $1.55 \text{ }\mu\text{m}$ 近傍の典型的な値としては 0.07 ps/km/nm^2 が知られているので $\tau_{\text{diff,DSF}} = 1.4 \text{ as}$ と求まる。よって、式 (3.10) 右辺の係数は 7.6×10^{-30} と計算される。これらをグラフにすると図 3.9 のようになるので、現実的な測定時間の範囲内では分散の影響はないと言えることがわかる。分散による安定度の限界としては、 $\tau_{\text{diff}}/2\tau$ をリンクの雑音に乗じたもので表される。フリーランを 10^{-12} で仮定すると、SMF に対しては 1.6×10^{-21} 、DSF に対しては 2.8×10^{-27} となる。

また、式 (3.10) の右辺の係数は、 τ_{diff} 及び τ の両方に L が含まれていることから距離に依存せず、ファイバーの種類と使用する波長間隔によってのみ決まる。ただし、 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)$ は距離に関係

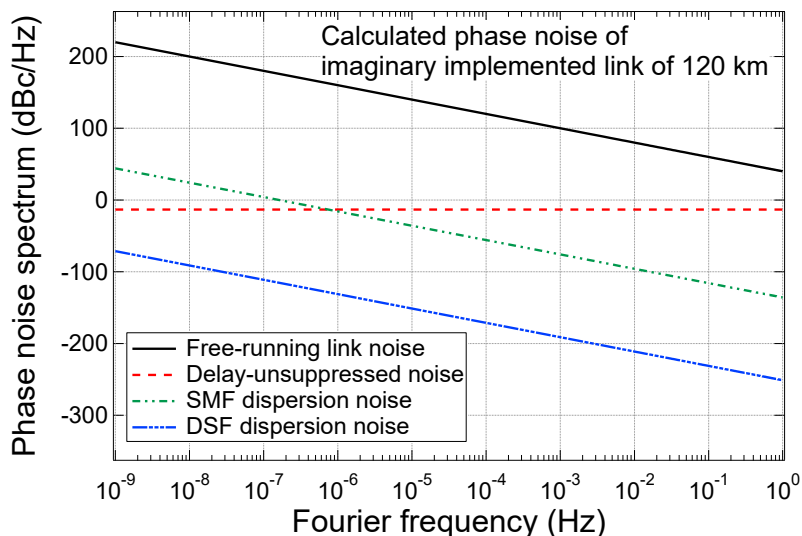


図 3.10 関東エリアの敷設ファイバーをリンクとして想定した際の抑圧限界 $S_{\delta\phi}^D(f)$ と波長分散によるノイズフロア $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f)$ 。SMF においては波長分散のノイズフロア $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f)$ が 8×10^{-7} Hz で抑圧限界 $S_{\delta\phi}^D(f)$ を上回る。

して増減するので、分散による雑音はフリーランのリンクの雑音によって決まると言うことができる。世界的に行われている比較実験の中でも雑音レベルが大きい関東エリア [62] (約 120 km) のフリーランリンク位相雑音を h/f^2 で近似したデータを元に計算した結果を図 3.10 に示す。ここでは、実験結果より $h = 2.0 \times 10^4$ とした [62]。 $S_{\delta\phi}^D(f)$ 以外の雑音要因を全て排除できるようになったと仮定しても、SMF で分散の影響が現れるのは 10^7 s のオーダーの平均化時間が必要である。ただし、図 3.10 は $1.55 \mu\text{m}$ 帯で 110 MHz の分散に対して見積もっている。仮にこれを 10 倍にすると、式 (3.10) より位相雑音は 20 dB 増加し、 10^{-5} Hz、即ち 10^5 s (1 日平均) の領域で、SMF における $S_{\delta\phi}^{\text{fiber,disp}}(f)$ と $S_{\delta\phi}^D(f)$ が同程度になってくる。このため、 Δf は 1 GHz 以上にならない方がよい。更に DSF を用いればこの影響は全く無視できる。

分散による遅延変動の影響は、今回の条件では無視できることはわかったが、本位相補償システムは行きと帰りの伝送状態が対称であるという仮定を前提としているため、 55×2 MHz だけシフトさせた分の非対称性は制御残差となり得る [53]。これは、位相-周波数の 1 次比例の関係から、周波数を変更した分だけ位相の決定に誤差が生じることによる。即ち、キャリアの周波数約 194 THz とシフト周波数 110 MHz の比 5.6×10^{-7} の精度でしか位相補償を行うことはできない。よって、我々の構築した比較システムにおける制御ループの利得は最大で 62 dB 程度である。これは、仮にフリーランリンクの安定度が 10^{-12} であった場合、 5.6×10^{-19} がシステムリミットとなることを意味する。

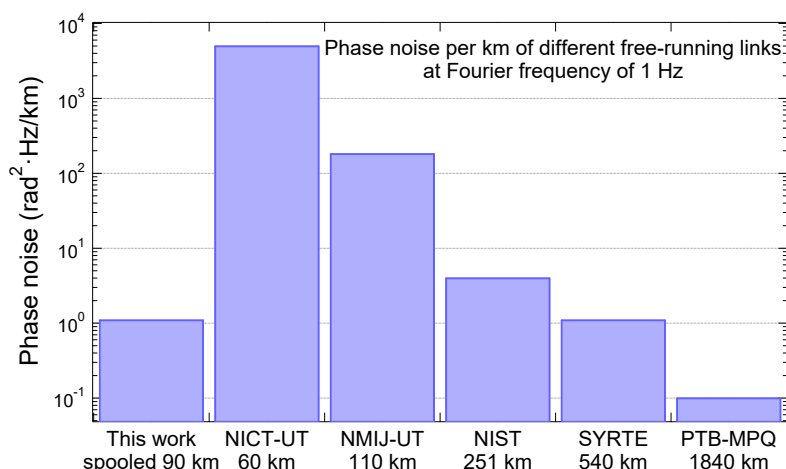


図 3.11 先行研究 [48,59,60,62,96] のフリーランリンクのフーリエ周波数 1 Hz における 1 km あたりのファイバー雑音。

3.3.4 先行研究のリンクのファイバー雑音との比較

本研究では、90 km のファイバースプールを安定化することにより周波数伝送で付加される位相雑音を原理的な限界まで低減した。式 (3.3) より、この原理限界はファイバーリンクの長さ及びフリーランリンクのファイバー雑音で決まっていることがわかる。ここでは、本研究のフリーランリンクのファイバー雑音の程度を調べるため、先行研究の結果と比較する。図 3.11 は、本研究及び先行研究のフリーランリンクのフーリエ周波数 1 Hz における 1 km あたりのファイバー雑音を示す。本研究の 90 km 全て及び NIST の 251 km のうち 175 km が実験室内に置かれたファイバースプールを使用しており、その他は敷設された光ファイバーを使用している。敷設ファイバーのリンクにおいては、NICT-東大間及び NMIJ-東大間の日本のリンクのファイバー雑音が大きいのに対し、欧米のリンクのファイバー雑音は比較的小さいことがわかる。これは、日本の電力線・電話線が基本的に空中配線であり、天候の影響を受けやすいためである。一方で、本研究で用いた 90 km のファイバースプールのファイバー雑音は、欧米の地中に埋設されたファイバーリンクのそれと同程度かやや大きい。従って、日本の敷設ファイバーによるリンクに本システムを適用するためには、更に大きなファイバー雑音を想定してビート信号の分周を増やす必要があると考えている。

3.4 結論

光キャリアを用いて光時計クラスの高精度な周波数を遠隔地間で比較する技術について、実際の比較で問題となり得る事項を詳細に検討した。光時計同士の比較を行う前には、まずリンクの性能

を評価しなければならないが、これを阻害する **out-of-loop** における雑音要因及びその解決手段の方向性を明らかにした。具体的には、干渉計による位相雑音は、温度変動の抑制により低周波領域で 10 dB の低減を達成した。音響及び機械的振動などの突発的な位相変動については、分周の増加が有効であることを室内レベルで実証した。そして、分周数を大きく増やしても 2000 分周までなら周波数安定度が大きく劣化しないことを示した。これについては環境による要素が大きいため、今後は敷設環境を考慮しつつ適切な分周を見極めていく必要がある。また、往復信号の非対称性の影響については、狭線幅の連続光を使用した場合に関して他の雑音要因と比べて問題とならない領域を明らかにした。具体的な値としては、1 日程度の平均化時間を想定した場合、往復信号の周波数差は 1 GHz 以上にすべきではない。今回伝送路として用いたのはスプール状ファイバーであるため、温度変動・音響振動などの雑音は一様に近い状態で生じる。実際の伝送路ではこの部分が大きく異なるので、今後は環境に関しても考慮して、伝送条件の最適化を行っていく必要がある。また、偏波変動や光ファイバーの非線形による影響を検討することも有益であると考えられる。

第 4 章

高安定環境によるファイバー雑音の低減とその評価

本章は、原著論文 [97] の内容を基に一部加筆修正を加えたものである。

4.1 研究背景

世界の先端的な研究グループでは、光コムによる光周波数比較の主要な不確かさ要因は環境擾乱により光ファイバー伝送路に誘起される位相雑音（即ち、ファイバー雑音）となっている。この節では、ファイバー雑音が不確かさ要因として顕在化するに至った経緯とその低減方法について述べると共に、本研究の目的を示す。

4.1.1 ファイバーコムの高度化

第 1 章でも述べたように、近年、光格子時計に代表される光周波数標準の不確かさが大幅に低減しつつある [15,98,99]。不確かさを制限している要因の一つに時計遷移観察用のレーザー（時計レーザー）の周波数揺らぎがあり、その改善も継続的に報告されている [100–104]。また、このような正確で安定な周波数を評価するためには現行の秒の定義であるマイクロ波周波数を基準とした絶対周波数計測では既に精度不足であり、光時計同士の周波数比測定 [105] が重要になっている。

光時計同士の周波数比測定は光周波数コムを介して行われる。光コムの研究の黎明期には、モード同期レーザーとして Ti:sapphire レーザー、そして光スペクトルの広帯域化にはフォトニック結晶ファイバーという高非線形媒質を用いる「Ti:sapphire コム」が主流であった。しかしながら、Ti:S コムには、励起レーザーが大型かつ高価であることや長期連続稼働が困難であるという実用上の課題があった。特に、後者の課題は長時間測定が必要な光時計の研究においては致命的であり、その主な原因は Ti:S レーザーが空間レーザーであることやフォトニック結晶ファイバーのコア径が小さいことに起因する光結合の不安定性であった。一方で、光ファイバー型周波数コム、いわゆる「ファイバーコム」の開発が進展したことにより、これらの課題は一挙に解決された。ファイ

バーコムでは、励起レーザーが半導体レーザーであるため小型かつ安価であり、また、光源であるモード同期ファイバーレーザー、そして広帯域化のための光増幅器及び高非線形ファイバーは全て融着接続が可能であることから精密な光軸調整が不要となる。この構成がもたらす堅牢な動作故に、計量標準の分野ではほぼ全ての用途においてファイバーコムが有利であり、光時計の研究のみならず「メートル」を実現する長さの国家標準 [106,107] としても用いられている。

光時計の周波数比測定では、光コムが堅牢に動作することだけでなく、不確かさが小さいこと、即ち低位相雑音であることが必須である。この点においてもファイバーコムは優れており、そのレーザー共振器中に電気光学変調器 (EOM: electro-optic modulator) を挿入することで、Ti:S コムを凌ぐおよそ数 MHz の制御帯域が実現できることが実証されている [108,109]。近年では特に、このような高速制御型ファイバーコムと狭線幅レーザーを組み合わせた線幅転送技術 [64,98,110,111] が注目を集めている。この技術を用いると、波長の異なる光周波数を精度良く比較することができるだけでなく、異原子種光時計の間で時計レーザーを共有することが可能となり、周波数比に影響する時計レーザーの周波数揺らぎを相殺することができる [98]。この段階になると、ファイバーコムの位相雑音として光ファイバー伝送路で誘起されるファイバー雑音が支配的となることがわかってきた [71,112,113]。

4.1.2 ファイバー雑音の低減

ファイバーコムによる高精度な光時計同士の周波数比測定では、環境擾乱により誘起される光路長変動、即ちファイバー雑音 [77,84] がその周波数安定度を制限する。一般的なファイバーコムは応用先の波長ごとにブランチを作る構成 (図 4.1 (a)) であり、このようなものはマルチブランチコムと呼ばれる。それぞれのブランチを成すファイバー長はほぼ同じなので、これらのファイバー雑音は共通の雑音として大部分が相殺し、光コムの不確かさには影響しないと考えられていた。ところが予想に反して、光格子時計の周波数比測定のような超精密計測では、ブランチ間で生じるファイバー雑音の差が不確かさに大きく寄与することがわかってきた [114]。これは、各ブランチのファイバー経路がそれぞれ異なるファイバー雑音を受けるためであり、ブランチの一つを用いてファイバー雑音が付加されたコム光を安定化しても別のブランチでは逆に雑音を付加してしまうことを示唆していた。そこで、この雑音差をなくすためのシングルブランチ構成 (図 4.1 (b)) [64-66,115,116] が提案された。シングルブランチコムはマルチブランチコムに比べて相対周波数安定度が優れていることが示されたものの、波長ごとの光スペクトルの調整ができないことから、CW レーザーとのビート信号や f_{ceo} 信号などを同時に高い信号対雑音比 (SNR: signal-to-noise ratio) で得ることが困難である。

一方で、実用性の観点ではマルチブランチコムが多くの特長を有する。例えば、比較的自由的な広帯域スペクトル形成が可能であり、CW レーザーとのビート信号を高い SNR で得ることが容易である。この利点を活かすため、我々はマルチブランチコムのブランチ間ファイバー雑音差を能動的に除去し、光コムの相対的周波数安定度を改善する手法を提案した [68]。しかしながら、この手法をもってしても雑音差を除去しきれない経路があり、ここには精度改善の余地が残っている。そ

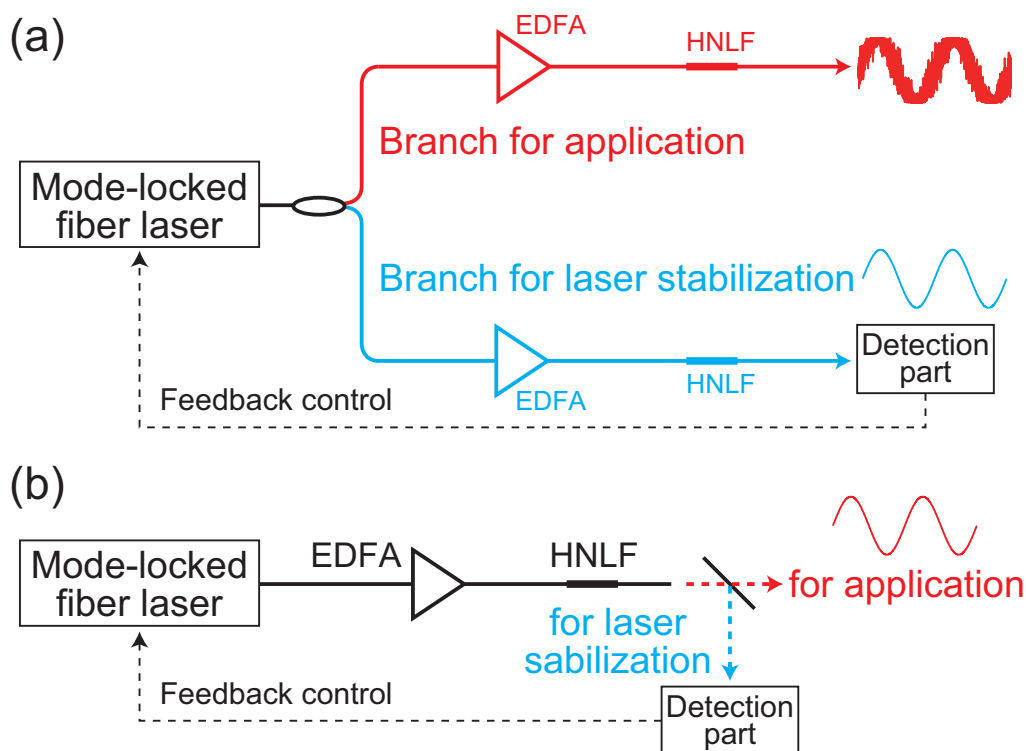


図 4.1 ファイバーコム出力で付加されるファイバー雑音の概念図。(a) マルチブランチコム。(b) シングルブランチコム。EDFA: エルビウム添加光ファイバー増幅器、HNLF: 高非線形ファイバー。

ここで、能動的な雑音差の除去に頼らずとも、ブランチを成す光ファイバー周囲の環境擾乱を抑えてファイバー雑音自体が生じないようにすれば、マルチブランチコムの相対周波数安定度を改善できるだろうという考えに至った。

本研究では、マルチブランチコムの相対周波数安定度向上を念頭に、受動的にファイバー雑音を低減する手法の提案及び実証を行う。具体的には、光ファイバーの周囲の環境によって、誘起されるファイバー雑音がどのように変わるかを測定し、高安定環境がどの程度ファイバー雑音を低減できるか調べた。また、このような小さな位相雑音を精密に測定するため、光路長変動を低減した改良型マッハ・ツェンダー干渉計を新たに設計・製作した。更に、環境安定化方策を選択することにより、特定の環境要因が誘起するファイバー雑音の周波数帯域について調べた。

4.2 ファイバー雑音測定のための干渉計

この節では、ファイバー雑音を高感度に測定するための干渉計について述べる。ある被測定光ファイバー (FUT: fiber under test) で誘起されるファイバー雑音を検出・測定するため、図 4.2 に示すようなマッハ・ツェンダー型自己ヘテロダイン干渉計を用いることを考える。片腕には FUT 及び音響光学変調器 (AOM: acousto-optic modulator) が挿入されている。ここで、ファ

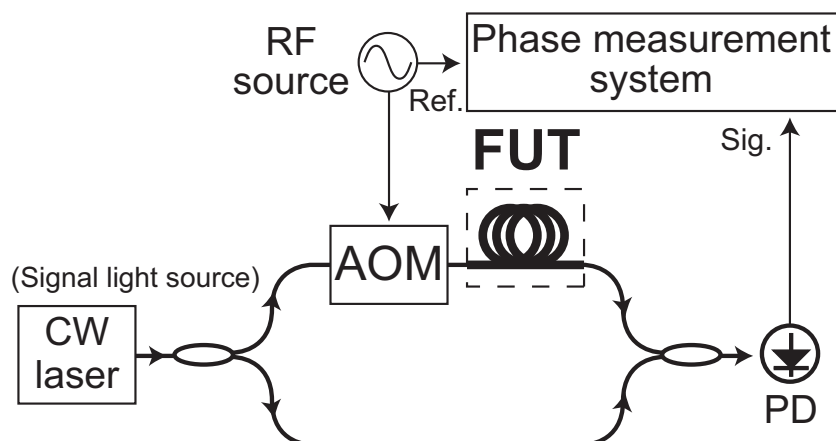


図 4.2 FUT で誘起されるファイバー雑音を測定するためのマッハ・ツェンダー型自己ヘテロダイナミクス干渉計の基本概念図。FUT: 被測定ファイバー、AOM: 音響光学変調器、PD: 受光器。

イバーコムの一つのブランチに用いるファイバー長を想定し、FUT 長は 10 m とする。このような系を用いれば、10 m の FUT で生じるファイバー雑音が付加されたビート信号を受光器 (PD: photodetector) で検出することができる。

高安定環境下で FUT により誘起されるような微小なファイバー雑音を測るためには、測定限界が十分低い必要がある。そこで、上述したマッハ・ツェンダー型ヘテロダイナミクス干渉計を図 4.3 のように新たに設計・製作した。以降では、ファイバー雑音検出に特化したこの干渉計を「改良型マッハ・ツェンダー干渉計」と呼ぶ。ここでは、環境擾乱により誘起されるファイバー雑音の内、干渉計を構成するファイバーによるファイバー雑音を抑え、FUT からのものを選択的に測定するために以下の 2 つの工夫を施している。第一に、熱源となる AOM を高安定環境の外に配置すると共に、外に出てしまった経路 (図 4.3 の緑線) にファイバー雑音キャンセレーション (FNC) [44] を施した。これにより、AOM の発熱が周辺のファイバー、FUT、及び高安定環境に対する擾乱要因となること [117] を防ぐことができる。FNC を施す経路長は約 10 m と短く、FNC の制御帯域と利得が十分確保できる。第二に、干渉計内の FUT、及び FNC している光ファイバー (緑線) 以外の光ファイバー (赤線) で誘起されるファイバー雑音 [77,86] の影響の低減を図った。赤線光路で誘起されるファイバー雑音は FUT のそれと区別が付かず、検出される位相雑音に混入する。ここでは、両方の腕の赤線光路のファイバー長を等しくすることで、それらに誘起されるファイバー雑音の低周波成分の相殺が期待できる [77]。

このような FUT のファイバー雑音の選択的な測定には、光源の周波数雑音の影響も排除する必要があるため、超低熱膨張 (ULE: ultra-low expansion) ガラス共振器の共鳴に安定化された波長 1535 nm の超安定レーザーを光源として用いた [118]。光源の周波数雑音は、干渉計の出力を検出する際にほぼ相殺されるものの、最終的に検出されるビート信号の位相雑音に混入する。この超安定レーザーは現在一般的に知られているレーザーとして最小級の周波数雑音を誇るものであり、検出されるビート信号の位相雑音に与える影響を最小限に抑えることができる。

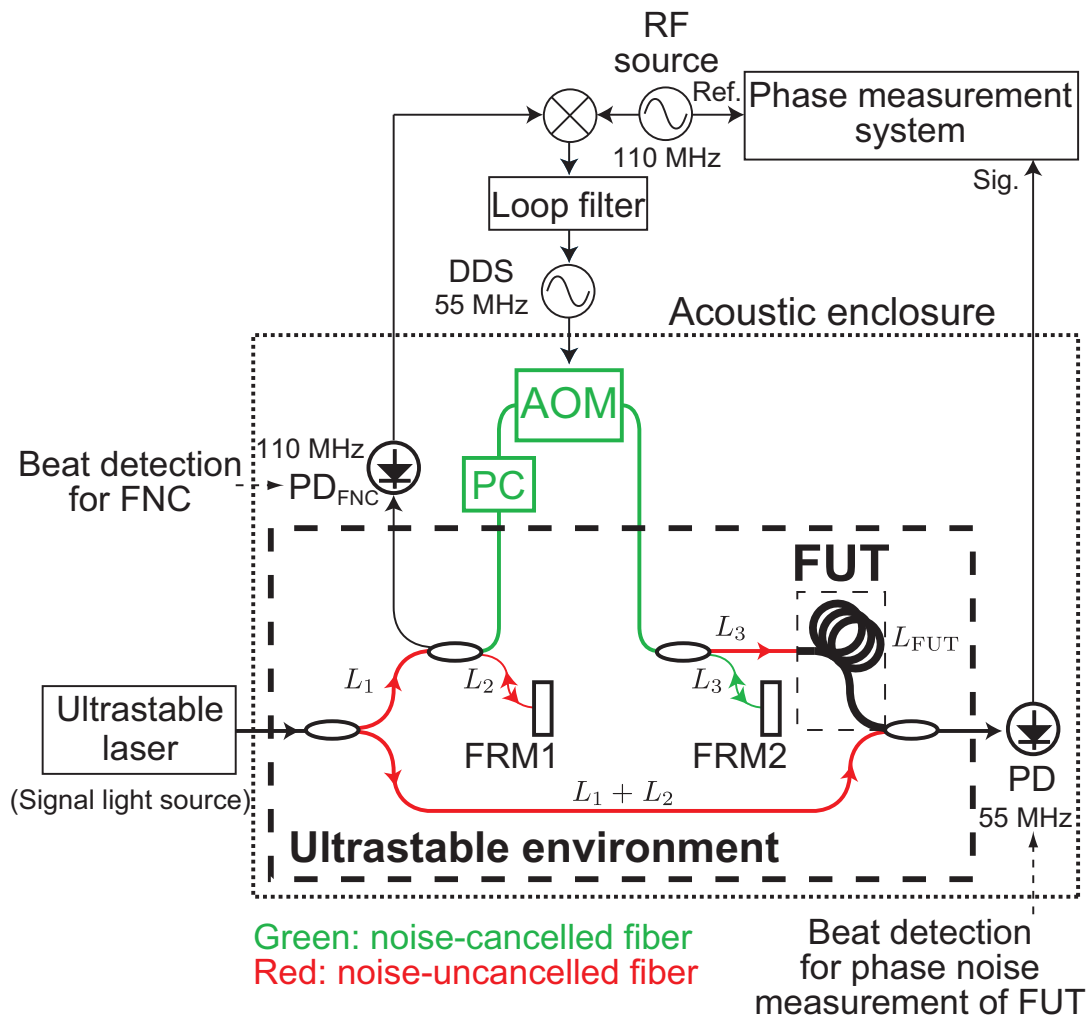


図 4.3 FUT のファイバー雑音測定のための実験系（改良型マッハ・ツェンダー干渉計）の概略図。FUT: 被測定ファイバー、AOM: 音響光学変調器、PC: 偏波コントローラー、FRM: ファラデー回転鏡、PD: 受光器、DDS: ダイレクトデジタルシンセサイザー、FNC: ファイバー雑音キャンセレーション。

4.3 高安定環境

環境擾乱により干渉計及び FUT に誘起されるファイバー雑音を低減するために、それらをアルミニウムチャンバー内に格納した。チャンバーに対して、内部環境を安定にするために以下の 6 つの方策を施した。その概略は図 4.4 に示す通りである。

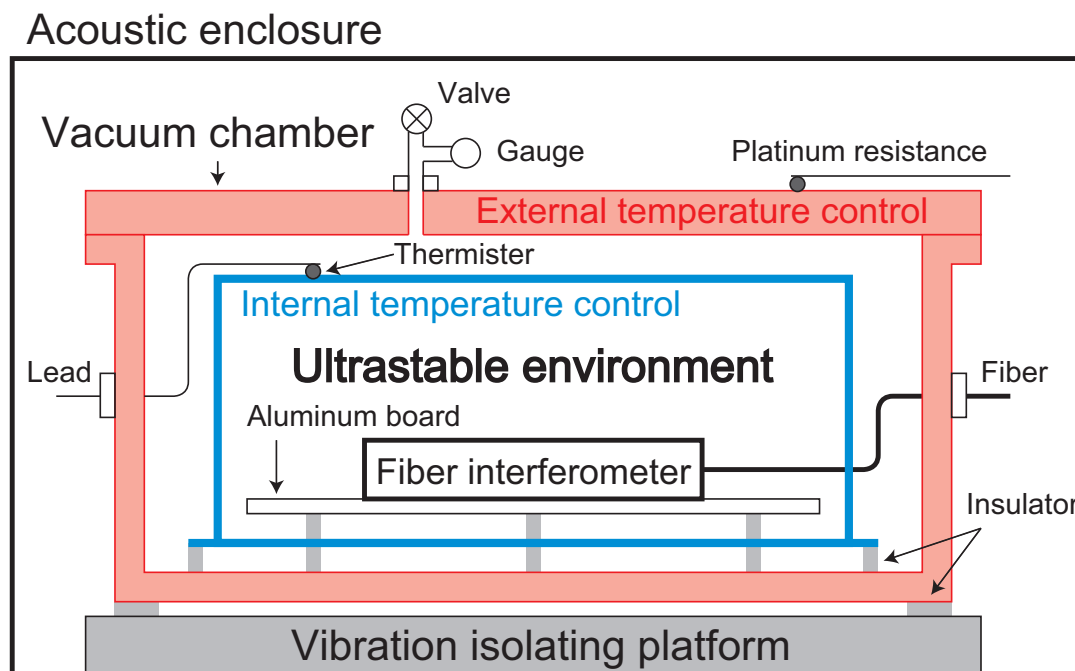


図 4.4 超高安定環境の概念図。

4.3.1 密閉

真空チャンバーの弁を閉じることで、外部の空気とのやり取りを遮断した。チャンバーとフランジは基本的には O リングにより密閉された。光ファイバーをチャンバー内に導入するために、フランジに取り付けたハーメチックフィードスルー（OZ Optics 社製 貫通型）を利用した。ただし、フランジとフィードスルーはシールテープを巻いたねじ止めによって接続されており、真空引きした際の到達真空度はこの機構により制限されていると考えている。また、温度制御のための導線をチャンバー内に導入するために、多極・計測電流端子（コスモ・サイエンス社製 CITN-JIS20VG-M12P）を用いた。なお、次節で述べる「密閉なし」とは、真空チャンバーの蓋を開けることである。

4.3.2 真空

チャンバー内のガスを真空ポンプで排気することで圧力を下げた結果、その到達真空度は数 Pa であった。振動などを避けるため、真空ポンプはファイバー雑音の測定開始前に停止した。排気を停止すると、圧力は徐々に上昇するが、数日間は 500 Pa 以下を維持できる。500 Pa は大気圧に対して 1/100 以下の圧力領域であり、ファイバー雑音の誘起を抑制するためには十分であると考えている。なお、真空チャンバーにフィードスルーなどの付加部品を装飾しなかった場合の排気特性では、到達真空度は 1.3×10^{-3} Pa 程度であり、真空封止 10 分後の圧力は約 2.7 Pa であった。真

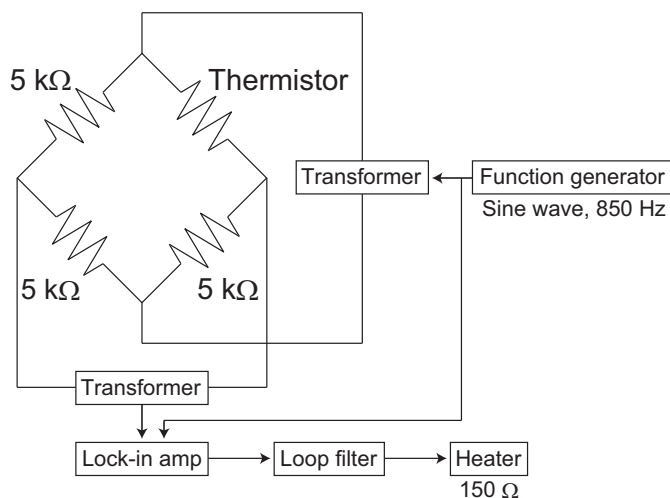


図 4.5 サーミスタを組み込んだホイーストブリッジ回路による高感度温度変動検出と温度制御のブロックダイアグラム。

空チャンバーとフィードスルーの接合部などを改良することにより、これと同程度の到達真空度及び圧力上昇速度を達成できると考えている。なお、次節で述べる「真空なし」とは、真空チャンバーの弁を開けることである。

4.3.3 外部温度制御

アルミニウムチャンバーの外側を温度制御した。市販の温度コントローラー（YHTC 社製 KLT-2HP）を用い、白金抵抗温度計（YHTC 社製 PT7-14J-Y1）をチャンバーの蓋の外面に貼りつけた。チャンバー全体を一様に温度制御するため、温調素子として面積を広くしやすいフィルム状のヒーター（MINCO 社製）を全面に貼り付けた。更に、外部との熱のやり取りを極力抑えるため、フィルム状ヒーターの上から真空チャンバーを厚さ 5 mm の断熱材（シリコンスポンジシート SI-300）で覆った。加熱のみによる温調であるため、設定温度は室温より少し高くした。また、真空チャンバー接地面で生じる熱のやり取りを抑えるため、断熱材を足として用いた。結果として、制御ループ内の白金抵抗温度計の変動は 10 mK 以下に抑えられた。

4.3.4 内部温度制御

チャンバー内部に設置された銅箱を精密に温度制御した。内部温調は二段目の温調機構であり、外部温調のみに比べてより精密に温度を安定にすることができる [118,119]。図 4.5 に内部温度制御のブロックダイアグラムを示す。抵抗の温度係数 $1 \text{ k}\Omega/\text{C}$ であるサーミスタを温度センサーとして採用し、銅箱上面に貼りつけた。サーミスタを組み込んだホイーストブリッジの対向するコーナーに交流電圧を印加し、ロックインアンプによりブリッジの他の 2 隅に生じる電圧を検出した。その検出電圧を誤差信号として使用し、ループフィルターを介して、銅箱全面に貼られた

第4章 高安定環境によるファイバー雑音の低減とその評価

表 4.1 FUT 及び干渉計の設置環境。上の行が環境安定化方策であり、左の列が実験条件の呼称である。

Name of condition	Hermetic sealing	Evacuation	External temperature control	Internal temperature control	Acoustic shielding	Vibration isolation
(A) Ultrastable environment	✓	✓	✓	✓	✓	✓
(B) Vibration isolation removed	✓	✓	✓	✓	✓	
(C) Acoustic shielding removed	✓	✓	✓	✓		✓
(D) External temperature control removed	✓	✓		✓	✓	✓
(E) Both temperature controls removed	✓	✓			✓	✓
(F) Evacuation removed	✓		✓	✓	✓	✓
(G) Laboratory environment						

フィルムヒーターに流す電流を制御した。設定温度は外部温調よりも少し高い 25℃である。なお、FUT を含むファイバー干渉計は、真空チャンバー内部に断熱ポストで立てられたアルミ板の上に設置されており、銅箱とは直接触れない。後述するファイバー雑音の測定結果から、銅箱内部の温度変動は数 mK 以下に抑制されていると考えている。

4.3.5 音響遮蔽

閉ざされた音響遮蔽箱（ヘルツ社製 AEk-3000(Y)BX）の中にチャンバーを設置する。この遮蔽箱の外部から内部への音響伝達率の仕様値は、数 Hz から数百 Hz の音響に対して -20 dB 以下である。なお、次節で述べる「音響遮蔽なし」とは、音響遮蔽箱の扉を開けることである。

4.3.6 除振

チャンバーを載せている除振台（The Table Stable 社製 AVI-200）を稼働させる。用いた能動除振台の底面から上面への振動伝達率の仕様値は、3 Hz-10 Hz の振動に対して -20 dB 以下であり、10 Hz 以上では -40 dB 以下である。なお、次節で述べる「除振なし」とは、除振台の稼働を停止させることである。

4.3.7 環境安定化方策の組み合わせ

本研究では表 4.1 に示すような方策の組み合わせで実験を行った。六つの環境安定化方策については、組み合わせに可否があり、例えば真空には密閉が伴い、内部温調には外部温調が伴う。1 つまたは 2 つだけ安定化方策を除くことで、その方策に関連する環境要因が与える影響を知ることができる。ここでは、六つの環境安定化方策を全て施した環境を「超安定環境」と呼ぶ（図 4.4 中央部）。図 4.6 は開発した実験装置の写真である。

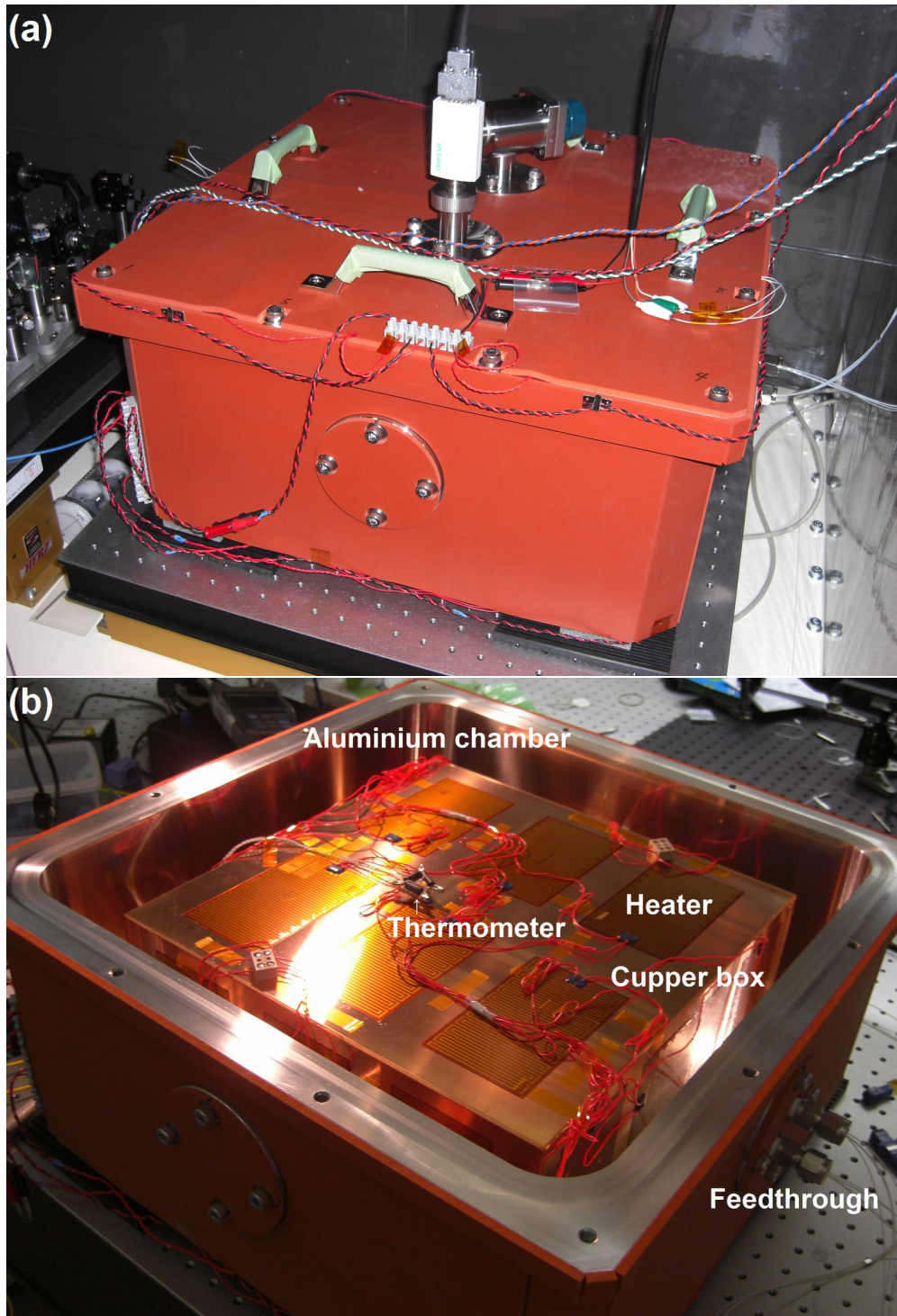


図 4.6 (a) 音響遮蔽箱内部に設置された真空チャンバー。(b) 真空チャンバーの内部。

4.4 実験結果

4.4.1 FUT のファイバー雑音の検出限界の改善

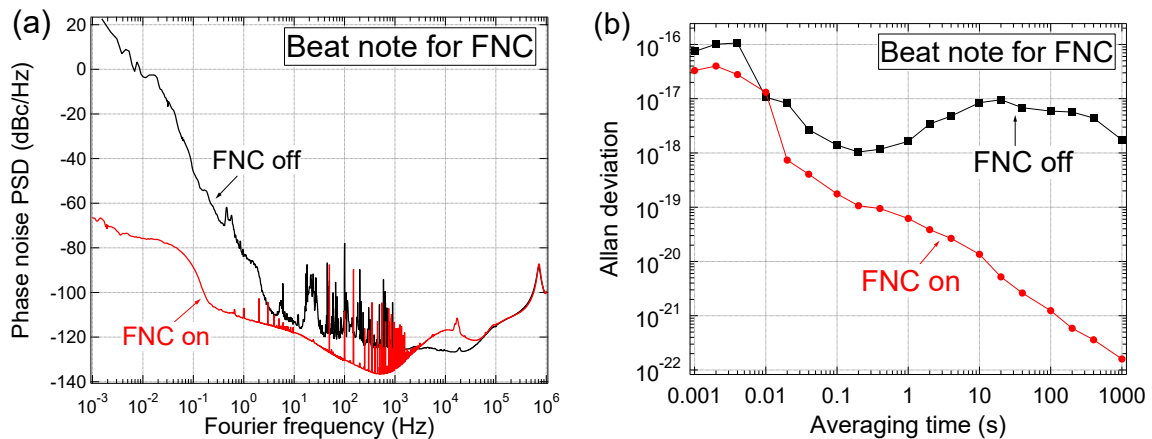


図 4.7 AOM を含む経路で誘起されるファイバー雑音による (a) 位相雑音パワースペクトル密度。 (b) 周波数不安定度。

改良型マッハ・ツェンダー干渉計では、FUT に誘起されるファイバー雑音のみを高感度に検出するため、AOM を含む経路に対して FNC を行った。図 4.7 は PD_{FNC} で検出された AOM を含む経路 (図 4.3 の緑線) のファイバー雑音を示す。FNC を行うことにより、AOM を含む経路で誘起されるファイバー雑音を大幅に低減できることを確認した。これは、FUT のファイバー雑音の検出限界を大幅に改善できたことを示唆している。

4.4.2 位相の時間変動

環境安定化の効果

超安定環境がファイバー雑音を低減することを確認するために、図 4.3 中の PD で検出されるビート信号 (55 MHz) の位相変動を位相雑音測定器 (Symmetricom 5125A) で測定した。位相変動から計算した信号光の伝搬遅延時間の時間変動を図 4.8 に示す。超安定環境により、FUT で生じる伝搬遅延時間変動は大幅に改善された。この結果は、環境安定化方策によりファイバー雑音を低減できることを意味している。

位相変動の温度感度

また、温度変化によって生じるファイバー雑音による位相変動の様子を調べるため、温度を変化させながら位相変動を測定した。図 4.9 に、真空チャンバーの外部温度制御により温度を 1°C だけ変化させた際の信号光の位相変動を示す。この実験結果から得られた位相変動の温度感度は 418 rad/K であった。この係数から見積もった温度変動の最大幅は、実験室環境及び超安定環境

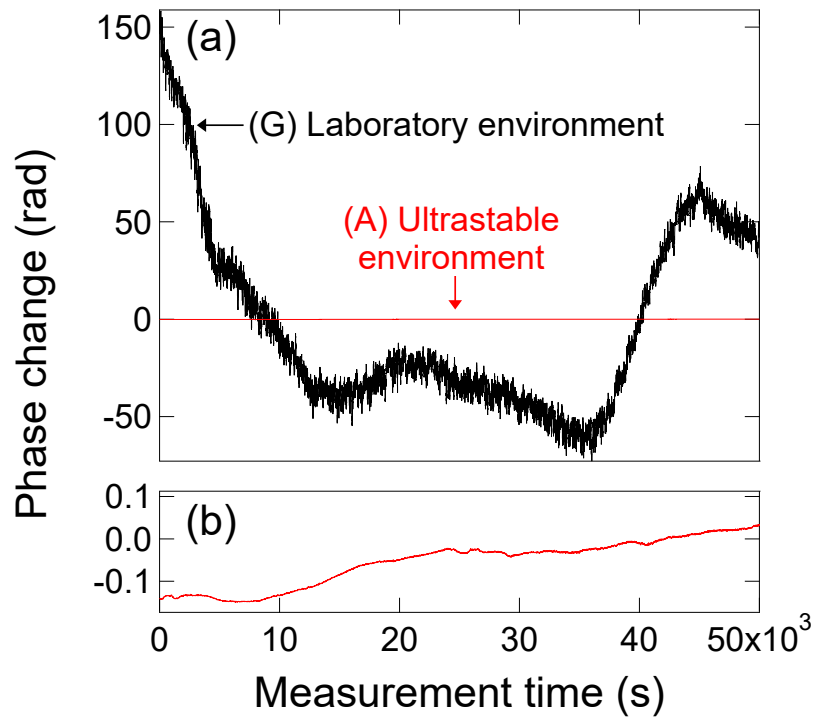


図 4.8 (a) それぞれの環境条件において 10 m の FUT により誘起される伝搬遅延時間変動。
(b) 高安定環境の結果の拡大図。

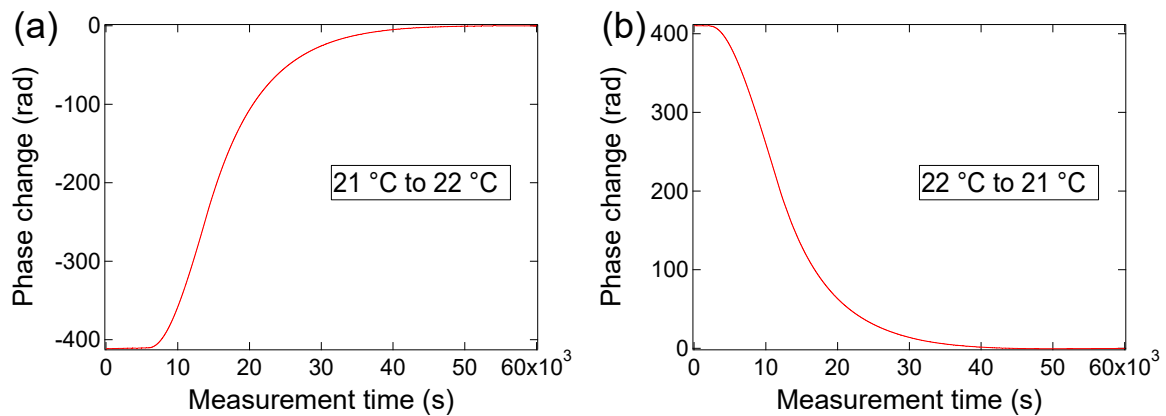


図 4.9 温度変化により 10 m の FUT で生じる位相変動。(a) 21 °C から 22 °C。(b) 22 °C から 21 °C。

においてそれぞれ、0.68 mK 及び 0.55 K であった。従って、超安定環境は長期の温度変動をおよそ 1/1000 に抑制することができると考えている。

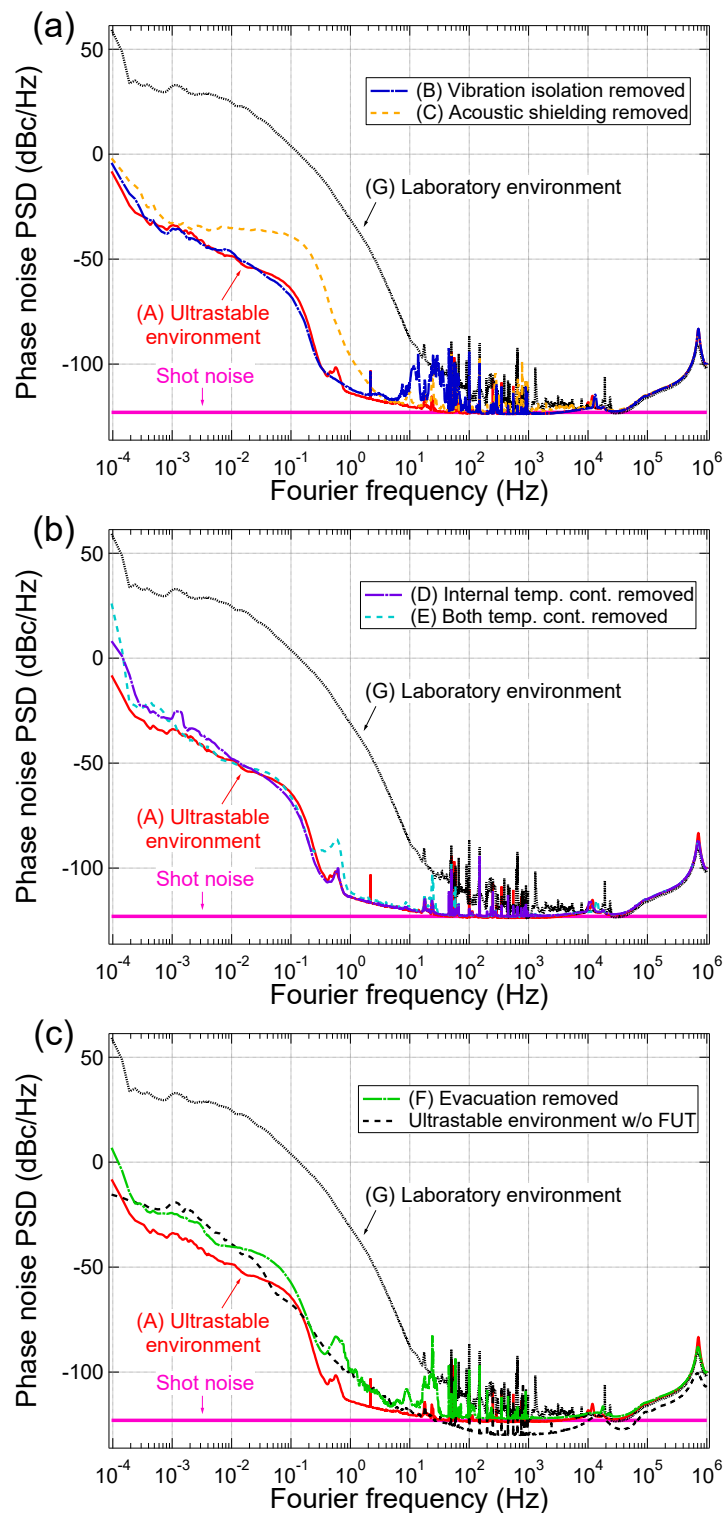


図 4.10 それぞれの環境条件において 10 m の FUT により誘起される位相雑音パワースペクトル密度。「高安定環境」、「実験室環境」、「測定限界」、「ショット雑音」は全てに示される。これらに追加で、(a)「除振なし」、「音響遮蔽なし」、(b)「内部温度調なし」、「両温度調なし」、(c)「真空なし」、「超安定環境での FUT なし」を示す。

表 4.2 それぞれの環境安定化方策が改善した雑音の周波数帯域及びアラン偏差平均化時間。

	Evacuation	External temperature control	Internal temperature control	Acoustic shielding	Vibration isolation
Improved phase noise frequency band	around 20 Hz and below 4 Hz	below 1 mHz	below 10 mHz	below 10 Hz	6 Hz–100 Hz
Improved Allan deviation averaging time range	0.01 s–1000 s	more than 100 s	100 s–1000 s	0.02 s–1000 s	0.01 s–1 s

4.4.3 位相雑音

ファイバー雑音が信号光の周波数安定度に与える影響を詳しく知るため、位相雑音測定器により位相雑音のパワースペクトル密度 (10 mHz–1 MHz) を測定した。図 4.10 にそれぞれの条件で得られた結果を示す。各環境が影響を与える周波数成分を見やすくするため、図 4.10 を (a), (b), (c) の 3 つに分けた。実験結果の比較の基準となる「超安定環境」、「実験室環境」、「ショット雑音」は図 4.10 の全てに示した上で、「除振なし」、「音響遮蔽なし」は図 4.10 (a) に、「内部温調なし」「両温調なし」は図 4.10 (b) に、「真空なし」、「超安定環境での FUT なし」は図 4.10 (c) に示した。

高安定環境 (赤線) では、通常の実験室環境 (黒線) と比較すると、フーリエ周波数 1 kHz 以下の帯域でファイバー雑音が大幅に低減することがわかった。その低減量はフーリエ周波数 10 mHz において 70 dB 以上、10 Hz において 30 dB 以上であった。また、30 Hz から 30 kHz 以上の周波数帯域においてはショット雑音限界に達していた。ショット雑音に関しては、レーザーのパワーを増やすことにより更なる低減が期待できる。

図 4.10 の結果から、環境安定化方策がどの周波数帯域のファイバー雑音を低減したかを表 4.2 にまとめた。除振は、6 Hz から 100 Hz の地面振動によるファイバー雑音を低減した。音響遮蔽は、10 Hz 以下の低周波領域の雑音を低減した。この時同時に、PD において観測される信号光のパワー変動が低減された。これは、音響遮蔽が音響だけではなく、温度や空気揺らぎを含む環境擾乱を抑制し、ファイバーコネクタ端面で生じる反射光の影響を 10 Hz 以下で低減したためだと考えている。真空は、フーリエ周波数 20 Hz 付近及び 4 Hz 以下におけるファイバー雑音を低減した。20 Hz 付近の成分は空気を介した振動の影響、4 Hz 以下の成分は空気を介した熱伝導の影響によると考えている。また、温度制御による雑音の低減は低周波領域で観察された (図 4.10 (b))。外部温調は 1 mHz 以下の雑音を低減し、内部温調は 10 mHz 以下の雑音を低減した。

ここで、この測定系におけるファイバー雑音の測定限界について考察する。全ての位相雑音のパワースペクトルに見られる 700 kHz 付近のピークは、連続発振レーザーを高安定光共振器に安定化することで発生する光源の周波数雑音である。自己ヘテロダイン干渉計により低減されるものの、光路長差などのために残っているものであり、この周波数帯域の測定限界となっている。また、30 Hz–30 kHz において見られる白色位相雑音は、PD に入射する信号光パワーから計算されたショット雑音 (図 4.10 のマゼンタ線) とよく一致することから、信号光のショット雑音であると考えており、これがこの周波数帯域の測定限界となっている。

更に、FUT 長をゼロとすることにより、FUT で誘起されるファイバー雑音測定の背景雑音を測定した。それと同時に、ショット雑音の低減を狙い、受光器への入射光パワーを飽和レベル程度に上げた。この結果は図 4.10 (c) に「超安定環境での FUT なし」として示される。30 Hz–10 kHz においてショット雑音は低減したが、10 Hz 以下の周波数帯域では他のいくつかの測定結果より測定限界の方が高くなってしまった。これは、測定限界を調べる前に図 4.3 の光学系を再設置する必要があり、何らかの条件が再現しなかったことによると考えている。ファイバーコネクタ結合部で生じる反射率の安定性が変化したためではないかと推測しているが、これについては今後さらなる研究が必要である。

4.4.4 アラン偏差

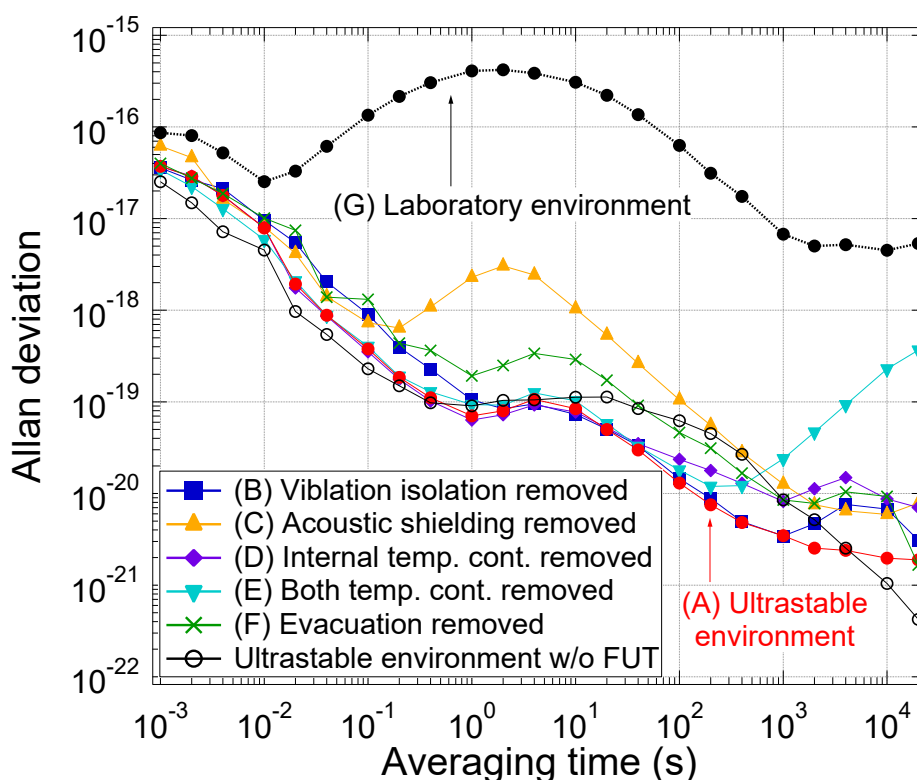


図 4.11 それぞれの環境条件において 10 m の FUT により誘起される周波数不安定度（測定帯域幅 500 Hz）。

ファイバー雑音が信号光の周波数安定度に与える指標として、アラン偏差（1 s–20000 s）を Symmetricom 5125A により測定した。図 4.11 は、図 4.10 に示す結果から 500 Hz の測定帯域幅の条件下で計算されたアラン偏差である。測定帯域はファイバー雑音の発生帯域とほぼ同じである。縦軸の値は、アラン偏差を光搬送波周波数（195.3 THz）で規格化したものである。

実験室環境でのアラン偏差（図 4.11 の黒中抜き丸）は、現状のマルチブランチコムの相対的周波数安定度と酷似している [108,109,114]。これは、それらのコムの安定度がブランチ間のファイ

バー雑音差により制限されていることの証拠でもある。

高安定環境（図 4.11 の赤丸）では、通常の実験室環境（黒中抜き丸）と比較すると、平均時間 0.001 s–20000 s すべてにおいてファイバー雑音が低減し、安定度が改善することがわかった。1 秒の平均時間で 7×10^{-21} であり、10000 秒の平均時間で 2×10^{-21} まで改善し、特に 0.2 s–20000 s の平均時間において 3 桁程度改善された。表 4.2 にそれぞれの環境安定化がどの平均時間帯のアラン偏差を改善したかをまとめる。

アラン偏差測定における測定限界について考察する。超安定環境、除振なし、音響遮蔽なしにおいて、平均時間 2000 秒から 20000 秒までに見られる長期アラン偏差のばらつきは、複数回の測定結果から、実験室の温度変動が日によって再現しないことによるものであると考えている。平均時間 0.001 秒付近でそれぞれにおいて大きな差異が見られないのは、信号光のショット雑音の影響が支配的となっているためと考えている。また、FUT 長をゼロとすることにより、干渉計の測定限界がどの程度か測定した。平均時間 4000 秒以上では、測定限界は FUT のファイバー雑音より良いことが確認できた。これは、干渉計の両腕の長さを揃えたことにより、期待通り光路長の長期的変動が相殺したためであると考えている。一方、4000 秒以下の平均時間領域では測定結果より測定限界の方が高くなってしまっている。これは、位相雑音同様、まだ把握できていない雑音要因があるためと考えており、今後さらなる研究が必要である。

4.5 考察

4.5.1 背景雑音の原因

この節では、改良型マッハ・ツェンダー干渉計によるファイバー雑音測定の背景雑音の原因について考察する。この背景雑音は、ビート信号の位相検出の際に振幅雑音が位相雑音に変換されて生じたものであると考えている。その根拠として、図 4.12 に「超安定環境」及び「音響遮蔽なし」の条件におけるビート信号の位相変動とパワー変動を示す。超安定環境から音響遮蔽を取り除くと、単に位相変動が増加するだけでなくビート信号のパワー変動も増加していた。これは、真空チャンバーの外部に出ているファイバーコネクタ接続部の反射率が環境擾乱により変動したためだと考えている。図 4.12 (e) は超安定環境において同時に測定されたビート信号の位相変動とパワー変動を拡大したものであり、両者の間に明確な相関があることが確認できた。

ビート信号のパワー変動の原因を調べるために、レーザー光の相対強度雑音（RIN: relative intensity noise）を測定した。図 4.13 に、超安定環境下の干渉計通過後及び入射前で測定されたレーザー光の RIN を示す。周波数帯域 3 mHz–10 Hz において、干渉計を通過することによりレーザー光の RIN が増大することが確認された。これは、レーザー光源ではなく干渉計中の経路にビート信号のパワー変動の原因があることを意味している。詳細な原因の究明を行うことで、更に高感度なファイバー雑音測定及びその低減が可能性になると考えている。

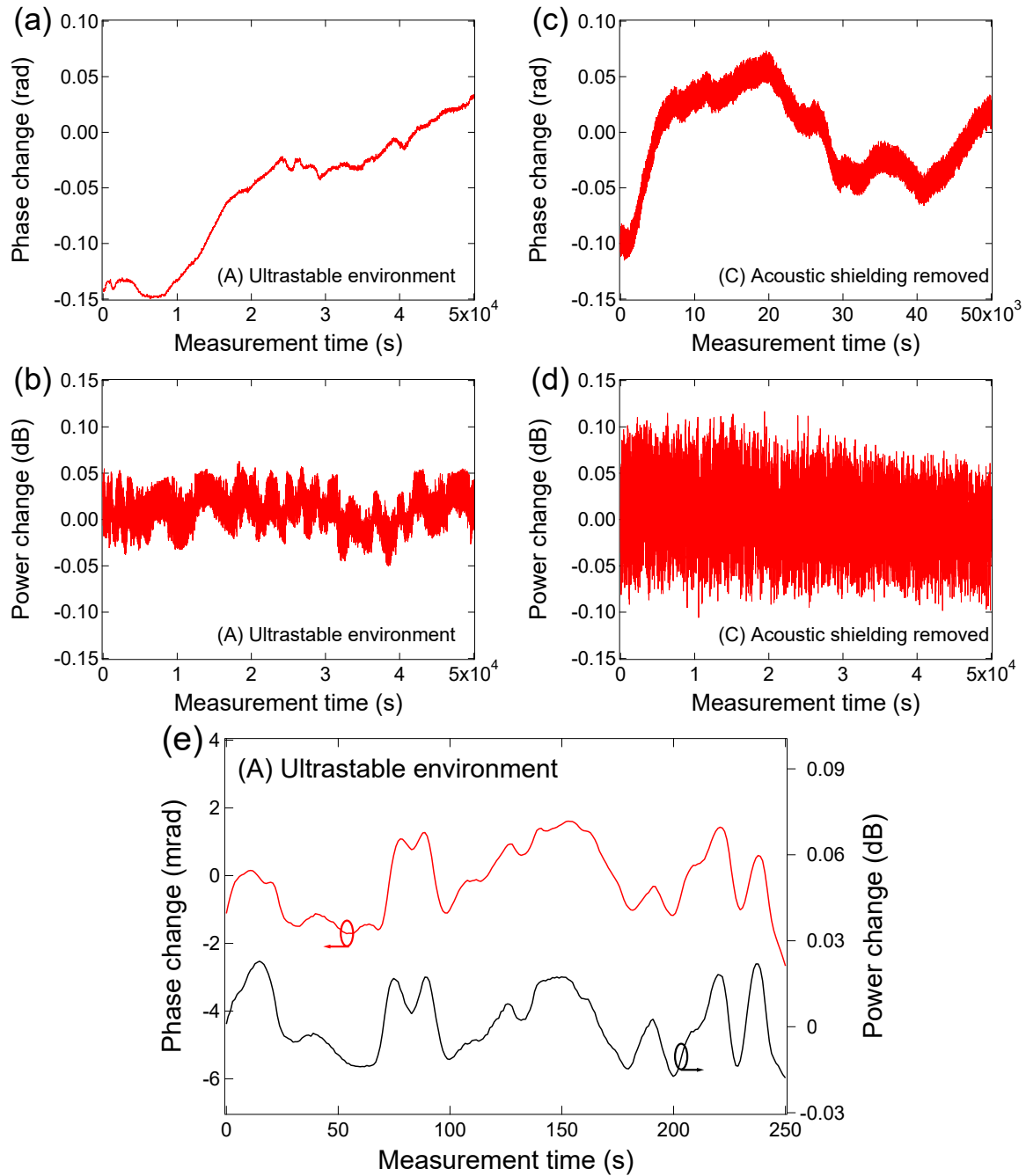


図 4.12 超安定環境におけるビート信号の (a) 位相変動、(b) パワー変動。音響遮蔽なしにおけるビート信号の (c) 位相変動、(d) パワー変動。(e) 実験結果 (a), (b) の部分的な拡大図。

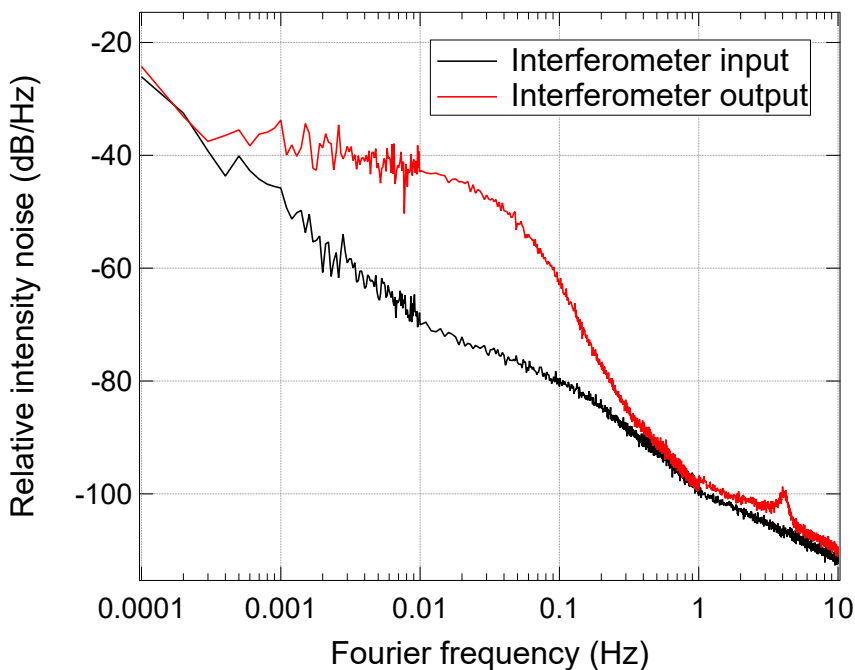


図 4.13 超安定環境下の干渉計通過後及び入射前で測定されたレーザー光の RIN。

4.5.2 ファイバーコムの低雑音化の可能性

本研究は、マルチブランチファイバーコムの相対的な位相雑音を低減することを目的として行われた。広い制御帯域幅で超安定レーザーに位相同期された周波数コムに関しては、「ループ外」の伝送路で不可されるファイバー雑音がコム出力の位相雑音で支配的であると考えている。本研究の結果より、実験室環境で長さ 10 m のファイバーに誘起されるファイバー雑音が、以前の研究で得られたマルチブランチファイバーコムの相対周波数安定性と類似していることが確認された [109]。これは、マルチブランチファイバーコムの相対周波数安定性を制限する支配的な要因が、各ブランチで誘発されるファイバー雑音であることを示唆している。一方、伝送路で発生する可能性のある雑音源として、エルビウム添加光ファイバー増幅器 (EDFA: erbium doped optical fiber amplifier) もあるが、現在の段階では、EDFA で発生する位相雑音は実験室環境で誘起されるファイバー雑音よりも大きくはないと結論付けた。従って、環境の安定化により、マルチブランチファイバーコムの相対的な位相雑音及び周波数安定度を改善することは可能であると考えている。

4.6 結論

高安定環境がファイバー雑音を大幅に低減することが明らかとなった。ファイバー長 10 m の場合、その低減量は低周波領域では 30 dB–70 dB と大きく、アラン偏差に換算すると平均時間 1 秒で 10^{-19} 程度、10000 秒では 10^{-20} を下回った。これは現状の光コムにおける最善の周波数安定

度よりも悪いということはなく、ファイバー雑音が安定度を制限しないマルチブランチコムの実現の可能性を示唆している。

また、様々な組み合わせの環境安定化方策を施すことで、各方策がファイバー雑音低減にどのように作用するかが明らかとなった。目標とする周波数安定度によって、方策を取捨選択することもでき、無駄のないシステムを設計する指針となる。

一方で、このような微小なファイバー雑音を測定するための改良型マツハ・ツェンダー干渉計を開発した。その測定限界は、アラン偏差でも、スペクトル密度でもこれまでにないレベルのものであり、今後多くの場面でのファイバー雑音測定に有益なものとなるだろう。

第 5 章

遅延線干渉計を用いた光コムの周波数雑音測定とその不確かさ評価

5.1 研究背景

光コムによる光周波数比較において、ファイバー雑音に次ぐ不確かさ要因は光コムの安定化の際に生じる残余雑音である。この雑音を低減するには、光コムの光源の雑音特性を詳細に把握し、フィードバック制御のパラメータを最適化する必要がある。しかしながら、レーザーの雑音特性の評価指標として最も汎用的である周波数雑音（もしくは位相雑音）の測定には複雑な装置が必要であるなどの課題があり、その簡便化が求められている。この節では、「光コムの周波数雑音」とその測定方法の現状について述べると共に、本研究の目的を示す。

5.1.1 光コムの周波数雑音

光とマイクロ波を位相情報を含めて比較することを可能とする光周波数コムは、次世代時間標準と目される光周波数標準 [13, 99, 105, 120–124] の研究のみならず、SI においてメートルを実現するための光周波数計測 [107, 125, 126]、近年定義が改定された質量標準 [127]、及び長さ計測 [128] などの計測標準分野を中心とする多くの分野に影響を与えている。これらの研究に光コムを応用するためには光コムの雑音特性の評価が必須であり、その指標として光コムの周波数安定度、スペクトル線幅、タイミングジッタなどがよく用いられる。そしてこれらはいずれも光コムのモード（コムモード）の周波数雑音または位相雑音から計算可能であることから、その測定が光コムの雑音特性評価において重要となっている。

光周波数比較のための光コムでは、ファイバー雑音の次に大きな不安定性の要因として、光コムを基準に対して追随させた際の制御系の残余雑音がある。これは、一般的に制御系の帯域や利得が不足することにより生じることがわかっており、それらを解決するための高速制御機構が既に実現されている [108, 109]。しかしながら、このような高速制御機構を適用するための条件として、共振器分散の調整 [129] により光コムの発振器の雑音が予め低減されていることやその雑音スペクト

ルがよくわかっていることが必要である。従って、高精度に光周波数を比較するための光コムを発振器部分から開発する際には、光コムの発振器としての周波数雑音特性や周波数安定度を評価することが必須となる。次小節では、光コムの発振器としての周波数雑音に着目し、その測定方法について述べる。

5.1.2 コムモードの周波数雑音の測定方法

光コムを含むレーザーの周波数雑音を測定するためには、被測定レーザーと基準レーザーのビート信号の周波数雑音を測定するのが一般的である。この手法は光コムにも適用されており、一本のコムモードと基準レーザーのビートを取ることで、その周波数雑音を測定することができる [70,130]。ただし、この手法では、被測定レーザーと同等またはそれよりも低雑音な基準レーザーが必要であり、いわゆる超狭線幅レーザー [100-102,104,131] や狭線幅コム [110,132,133] のような高安定なレーザーを測定対象とする場合には基準レーザーが用意できないことがある。また、この方法では一般的に位相雑音の瞬間最大値が π を大きく超えるため、周波数ミキサーに代表される乗算器を使った位相検波をそのまま適用することはできない。

このような低雑音な基準レーザーを用いない方法として、ファブリ・ペロー共振器によりレーザーの周波数雑音を測定する方法がある [134,135]。ここで、ファブリ・ペロー共振器は、周波数雑音を強度雑音に変換するための周波数弁別器として使用される。この手法を光コムに適用して、 $1\ \mu\text{m}-2\ \mu\text{m}$ の波長範囲にわたるコムモードの周波数雑音測定が最近実証されている [136]。

一方で、基準レーザーではなく遅延線干渉計を用いる「遅延自己ヘテロダイン法」と呼ばれる手法もまた提案されている [137,138]。この手法では、光ファイバーで時間遅延が付与された被測定レーザー光との自己ヘテロダインビート信号を解析する。このビート信号の位相雑音の瞬間最大値は π 以下にできるので、周波数ミキサーでの位相検波が可能である。そのため比較的簡便に被測定レーザーの周波数雑音が得られ、安価、小型かつアラインメント不要という利点がある。しかしながら、この手法では温度変動や振動などの環境擾乱による光路長変動がレーザーの周波数雑音の検出限界を制限する。これまでに干渉計の環境隔離などでこの検出限界の改善が重ねられ、レーザーの周波数雑音を測定するだけでなく、その低減 [139-145] も報告されている。近年では、中空コア状の光ファイバーを用いることで温度変動による光路長変動をゼロにできる可能性 [146-148] が示唆されており、レーザーの周波数雑音の検出限界の更なる改善が期待されている。一方で、この手法は光コムの周波数雑音測定にも適用されるようになってきている。繰り返し周波数のタイミングジッタ測定 [149]、及びその低減 [150,151] について報告されている。更にごく最近、本研究でも用いているコムモードの周波数雑音測定 [152] が提案されている。

本研究では、光ファイバー遅延線干渉計を用いたコムモードの周波数雑音測定法について今一度詳細を述べ、計量標準分野で要求されるような高い信頼性 [153,154] を得るために詳細な不確かさ推定を行う。更に、従来手法である基準レーザーを用いる手法による結果と比較し、遅延線干渉計を用いる手法の妥当性を確認した。

5.2 測定原理と実験セットアップ

5.2.1 遅延自己ヘテロダイン法によるレーザーの周波数雑音測定の原理

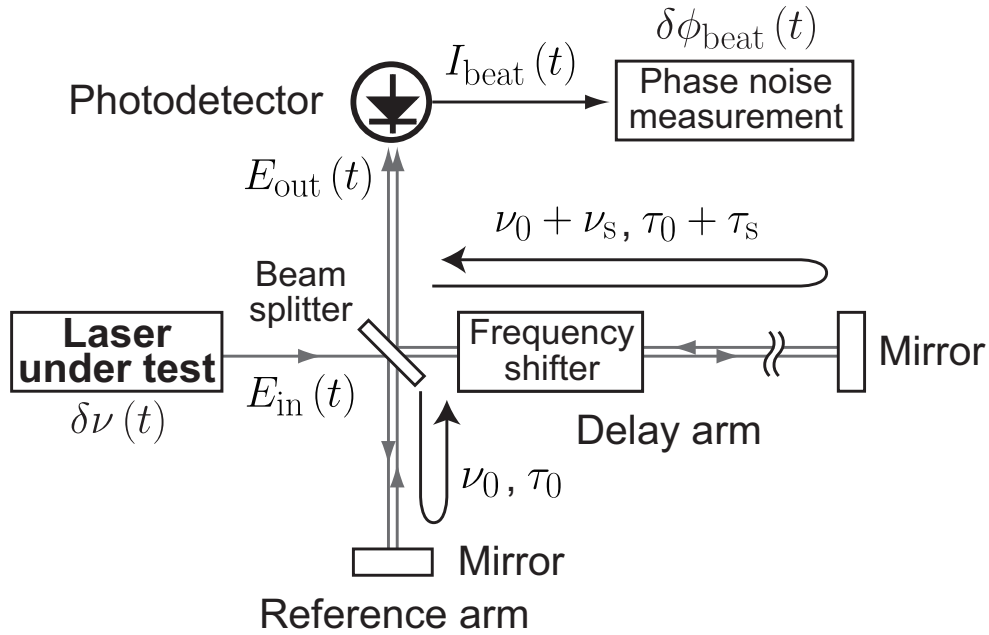


図 5.1 マイケルソン型の遅延線干渉計を用いたレーザー光の周波数雑音測定の概念図。

この節では、図 5.1 に示すようなマイケルソン型遅延干渉計を用いた遅延自己ヘテロダイン法によるレーザーの周波数雑音測定の原理を説明する。周波数雑音を測定したいレーザー光を二分割し、遅延腕に ν_s の周波数シフト、及び参照腕より τ_s だけ多い時間遅延を付与して再び合波し干渉させ、周波数 ν_s のビート信号を受光器で検出する。ビート信号の位相雑音と、測定したいレーザー光の周波数雑音との間の伝達関数をあらかじめ知っておき、ビート信号の位相雑音からレーザー光の周波数雑音を得るのが本手法の概要である。

遅延線干渉計に入射するレーザー光の電場強度 $E_{in}(t)$ を

$$E_{in}(t) = E_0 \cos [2\pi\nu_0 t + \delta\phi(t)] \quad (5.1)$$

と定義する。ここで、 E_0 は電場強度の振幅、 ν_0 は周波数、 $\delta\phi(t)$ は位相変動量である。入射レーザー光を 50:50 のビームスプリッターで二分割する。一方は参照腕の往復で時間遅延 τ_0 を付与し、もう一方は遅延腕の往復で周波数を ν_s シフトし、かつ参照腕より τ_s だけ多い時間遅延を付与する。参照腕と遅延腕からのレーザー光はビームスプリッターで干渉し、干渉光の電場強度は

$$E_{out}(t) = \frac{1}{2} E_{in}(t - \tau_0) + \frac{1}{2} E_{in}(t - (\tau_0 + \tau_s)) \quad (5.2)$$

となる。受光器で検出される周波数 ν_s のビート信号は

$$I_{\text{beat}}(t) \propto |E_{\text{out}}(t)|^2 \propto \cos[2\pi\nu_s t + \delta\phi(t - \tau_0) - \delta\phi(t - (\tau_0 + \tau_s))] \quad (5.3)$$

となる。従ってこのビート信号の位相変動量は

$$\delta\phi_{\text{beat}}(t) = \delta\phi(t - \tau_0) - \delta\phi(t - (\tau_0 + \tau_s)) \quad (5.4)$$

である。式 (5.4) をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\phi}_{\text{beat}}(f) &= \delta\tilde{\phi}(f) e^{-i2\pi f\tau_0} - \delta\tilde{\phi}(f) e^{-i2\pi f(\tau_0 + \tau_s)} \\ &= e^{-i2\pi f\tau_0} (1 - e^{-i2\pi f\tau_s}) \delta\tilde{\phi}(f) \end{aligned} \quad (5.5)$$

となる。ここで、 $\delta\tilde{\phi}_{\text{beat}}(f)$ 及び $\delta\tilde{\phi}(f)$ は、それぞれ $\delta\phi_{\text{beat}}(t)$ 及び $\delta\phi(t)$ のフーリエ変換、 f はフーリエ周波数である。一方で、式 (5.1) で定義したレーザー光の周波数の瞬時値は

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [2\pi\nu_0 t + \delta\phi(t)] = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\delta\phi(t)}{dt} \quad (5.6)$$

と表される。従ってレーザー周波数の変動量の瞬時値は、

$$\delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\delta\phi(t)}{dt} \quad (5.7)$$

である。式 (5.7) をフーリエ変換すると、

$$\delta\tilde{\nu}(f) = if\delta\tilde{\phi}(f) \quad (5.8)$$

となる。ここで、 $\delta\tilde{\nu}(f)$ は $\delta\nu(t)$ のフーリエ変換である。式 (5.8) のレーザー光の周波数雑音のフーリエ変換 $\delta\tilde{\phi}_{\text{beat}}(f)$ と、式 (5.5) の遅延線干渉計により発生したビート信号の位相雑音 $\delta\tilde{\nu}(f)$ を比較すると、その伝達関数 $H(f)$ が

$$H(f) = \frac{\delta\tilde{\phi}_{\text{beat}}(f)}{\delta\tilde{\nu}(f)} = e^{-i2\pi f\tau_0} \cdot \frac{1 - e^{-i2\pi f\tau_s}}{if} \quad (5.9)$$

であることがわかる。また、その絶対値は

$$|H(f)| = \left| e^{-i2\pi f\tau_0} \right| \cdot \left| \frac{1 - e^{-i2\pi f\tau_s}}{if} \right| = \left| \frac{1 - e^{-i2\pi f\tau_s}}{if} \right| \quad (5.10)$$

となる。

120 m, 1.2 km, 12 km の遅延線を用いた場合の伝達関数の絶対値 $H(f)$ の計算結果を図 5.2 に示す。ここで、遅延線として光ファイバーを仮定し、屈折率を 1.46 として遅延時間 τ_s を計算した。 $f \ll 1/\tau_s$ の低周波帯域では、式 (5.10) 中の $e^{-i2\pi f\tau_s}$ は 1 次の項までのべき級数展開で近似できるので、伝達関数の絶対値は

$$\begin{aligned} |H(f)| &= \left| \frac{1 - e^{-i2\pi f\tau_s}}{if} \right| \sim \left| \frac{1 - (1 - i2\pi f\tau_s)}{if} \right| \\ &= 2\pi\tau_s \left(= 2\pi \frac{nL}{c} \right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

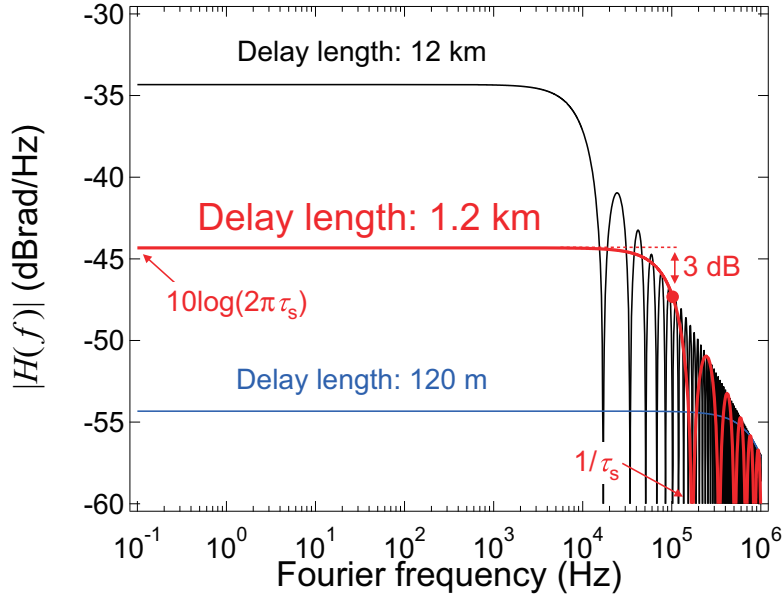


図 5.2 遅延線干渉計におけるレーザー光の周波数変動からビート信号の位相変動への伝達関数の大きさ $|H(f)|$ 。

となる。ここで、 n は光ファイバーの屈折率、 L は光ファイバーの長さ、 c は真空中の光速である。この周波数帯域では $H(f)$ は一定値となるので、ビート信号の位相雑音からレーザーの周波数雑音を正確に計算できる。図 5.2 からわかるように、この帯域では $H(f)$ の値は遅延時間 τ_s に比例し、その値が 3 dB 低下となるフーリエ周波数は τ_s が大きいと低くなるので、長い遅延線を用いるとレーザー光の周波数雑音を高い感度で検出できるが、その周波数帯域が狭くなるのがわかる。例えば、周波数帯域 100 kHz でレーザー光の周波数雑音を測定したい場合、光ファイバー遅延線の距離を 1.2 km 以下とする必要がある。

実際の測定では、ビート信号の位相雑音パワースペクトル密度 (PSD: power spectral density) を測定し、レーザー光の周波数雑音 PSD を得る。ビート信号の位相雑音 PSD 及びレーザー光の周波数雑音 PSD はそれぞれ

$$S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) = \frac{[\delta\tilde{\phi}_{\text{beat}}^{\text{rms}}(f)]^2}{f_{\text{BW}}} \text{ rad}^2/\text{Hz} \quad (5.12)$$

$$S_{\delta\nu}^{\text{laser}}(f) = \frac{[\delta\tilde{\nu}^{\text{rms}}(f)]^2}{f_{\text{BW}}} \text{ Hz}^2/\text{Hz} \quad (5.13)$$

と定義される。ここで、 $[\delta\tilde{\phi}_{\text{beat}}^{\text{rms}}(f)]^2$ 及び $[\delta\tilde{\nu}^{\text{rms}}(f)]^2$ は、それぞれ帯域幅 f_{BW} [Hz] で測定されたフーリエ周波数 f [Hz] でのビート信号の位相変動量及びレーザー光の周波数変動量の二乗平均である。 f_{BW} [Hz] が十分狭ければ、伝達関数は式 (5.10) を用いることができ、ビート信号の位相

雑音 PSD とレーザー光の周波数雑音 PSD の関係は

$$S_{\delta\nu}^{\text{laser}}(f) = \frac{S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)}{|H(f)|^2} \text{ Hz}^2 / \text{ Hz} \quad (5.14)$$

であると考えることができる。

以上の遅延自己ヘテロダイン法によるレーザーの周波数雑音測定を光コムに適用することを考える。光コムは周波数軸上で等間隔に並んだモード（コムモード）群であり、これらのコムモード一本一本は連続発振レーザーとして扱うことができる。 n 番目のコムモードの周波数 ν_n は、繰り返し周波数 f_{rep} 及びキャリア・エンベロープ・オフセット周波数 f_{ceo} を用いて、

$$\nu_n = n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}} \quad (5.15)$$

と表される。また、 n 番目のコムモードの周波数雑音 $\delta\nu_n$ は

$$\delta\nu_n = n \delta f_{\text{rep}} + \delta f_{\text{ceo}} \quad (5.16)$$

である。ここで、 δf_{rep} 及び δf_{ceo} は、それぞれ繰り返し周波数の周波数雑音及びキャリア・エンベロープ・オフセット周波数の周波数雑音である。式 (5.16) は、 $\delta\nu_n$ がモード次数 n に依存することを示している。ここで、例えば n_0 番目のコムモードだけを考えると、これは周波数 ν_{n_0} の連続発振レーザーであり、上述した方法で周波数雑音を測定できる。ただし、光コムは複数のモードを持ち、それぞれが異なる周波数雑音を持つので、それに起因する不確かさの考慮が必要である。本論文では、複数のコムモードの周波数雑音が平均化されて測定されたとき、含まれるコムモードのモード次数が異なることによる周波数雑音の違いを 5.4 節で述べる測定不確かさの要因の一つと考え、その最悪値を不確かさの値とした。その導出の詳細は付録 C で述べる。

5.2.2 測定対象の光コム

被測定レーザーである光コムを図 5.3 に示す。コム光源（オシレーター）として、リング共振器構成のエルビウム添加ファイバーベースのモード同期レーザーを使用した。モード同期機構は非線形偏光回転である。発振器の出力ビームの中心波長とスペクトル帯域幅は、それぞれ 1580 nm と 20 nm（半値全幅）であった。オシレーター出力の平均パワー及び繰り返し周波数は、それぞれ 3 mW 及び 75.8 MHz であった。出力ビームは、いくつかのファイバーカプラーで 5 つの分岐に分割され、これらの内 2 つは、 f_{rep} と f_{ceo} を検出するために用いられた。 f_{ceo} の検出は、光増幅及び広帯域化された光コムを $f-2f$ 干渉計 [125, 155] に入射することによって行われた。3 番目の分岐からの出力ビーム (0.8 mW) は、マイケルソン干渉計に直接入射され、コムモードの周波数雑音を測定された。なお、他の 2 つのブランチは、本研究では使用しなかった。本研究では、 f_{rep} 及び f_{ceo} を RF 基準に対して位相同期する場合としない場合について、コムモードの周波数雑音を測定した。図 5.4 は測定対象の光コム f_{rep} 及び f_{ceo} の位相雑音 PSD である。

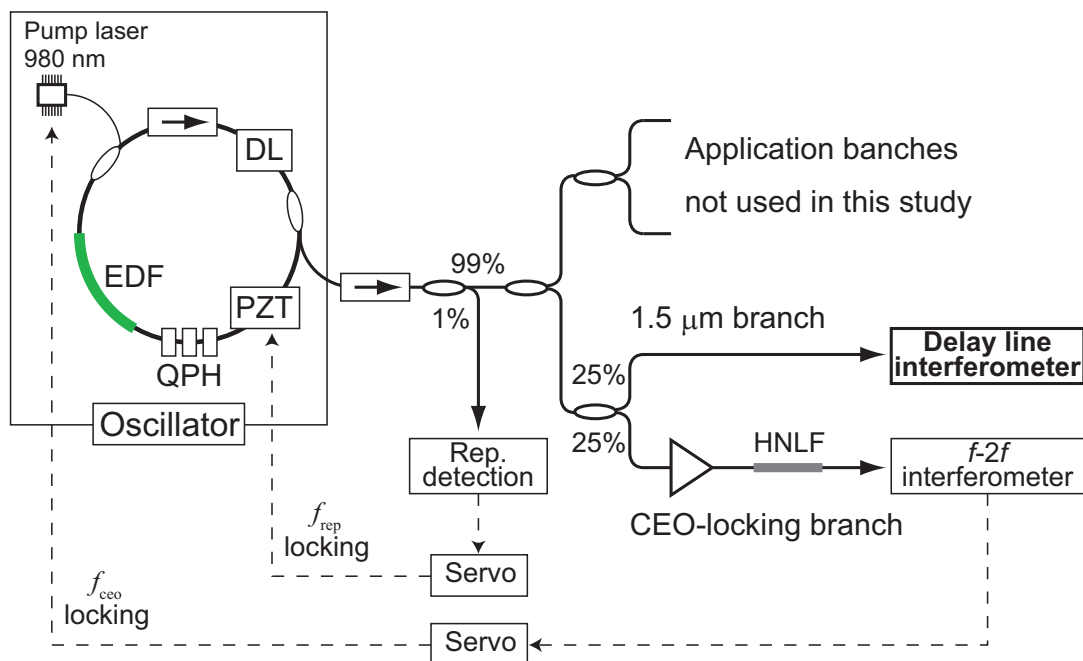


図 5.3 測定対象の光コムの装置概略図。P: 偏光子、Q: 1/4 波長板、H: 1/2 波長板、DL: 可変光学遅延線、PZT: 電歪素子、EDF: エルビウム添加光ファイバー。

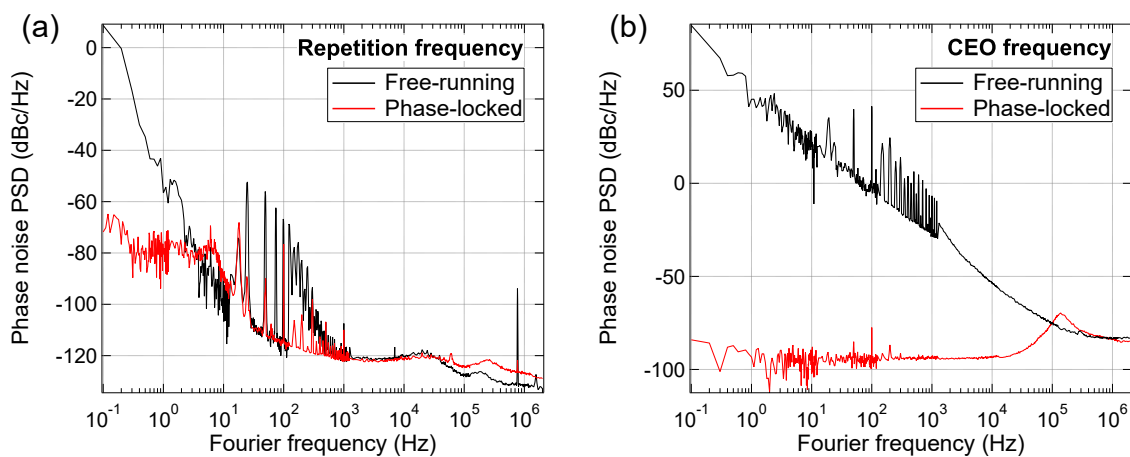


図 5.4 フリーラン及び RF 基準に位相同期した際の検出信号の位相雑音 PSD。(a) f_{rep} 信号。(b) f_{ceo} 信号。

5.2.3 光コムのモードの周波数雑音を測定するための遅延線干渉計

光コムのモードの周波数雑音を測定するための実験系を図 5.5 に示す。その主要部分は被測定対象である光コムを光源とするマイケルソン型光ファイバー遅延線干渉計であり、5.2.1 節で述べた原理に基づいてコムモードの周波数雑音を測定する。ここで、光ファイバー遅延線で環境擾乱により誘起される光路長変動がコムモードの周波数雑音の検出限界を決める。そこでその光路長変動を

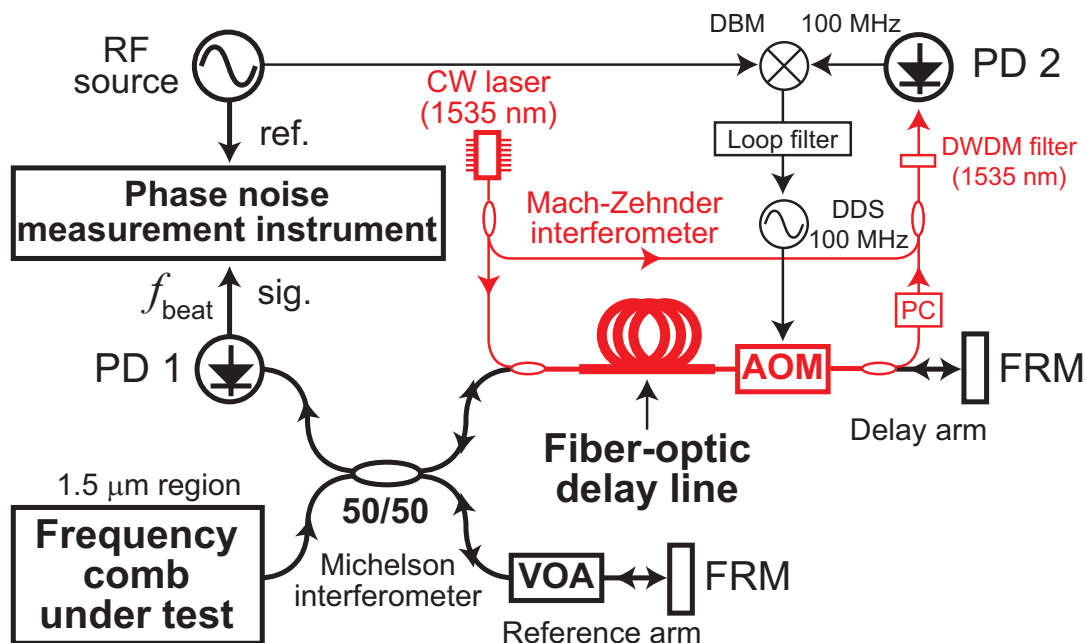


図 5.5 光コムのモードの周波数雑音を測定するための実験系。VOA: 可変光学減衰器、AOM: 音響光学変調器、PC: 偏波コントローラー、FRM: ファラデー回転鏡、PD: 受光器、DBM: 二重平衡混合器、DDS: ダイレクトデジタルシンセサイザー、DWDM: 高密度波長分割多重方式。

検出及び除去するため、赤色で示したファイバー雑音キャンセレーションシステムを用いた。

被測定信号であるコム光は、50/50 のファイバーカプラーで遅延腕と参照腕に二分割される。遅延腕では、コム光は長さ 600 m の光ファイバー遅延線と周波数 f_{AOM} : 100 MHz で駆動される音響光学変調器 (AOM) を往復し、合計長さ 1.2 km 分の遅延と 200 MHz の周波数シフトが付与される。参照腕では、可変光学減衰器 (VOA: variable optical attenuator) により、受光器 (PD) 1 に入射する光パワーを調整した。ファラデー回転鏡 (FRM) を各腕の端に用いることにより、各腕で信号光の偏波状態が変化しても、信号光が往復して 50/50 のファイバーカプラーに戻ったとき、元の偏波と直交する偏波状態となり、各腕を往復した信号光が常に同じ偏波方向になる [156] ので、偏波の調整なしで高い信号対雑音比 (SNR: signal-to-noise ratio) のビート信号を得ることができる。また、PD 1 で光コム同士のビートを検出するためには、遅延腕と参照腕それぞれを往復した光パルス同士を時間軸上で重ねるために、光パルスのタイミング調整が必要である。ここでは、光コムの f_{rep} を調整して二つの光パルスのタイミングを合わせた。なお、 f_{rep} の調整量の詳細は付録 B で述べる。更に、光ファイバー遅延線は 600 m と長いため、遅延腕を伝播した光パルスはチャープして参照腕を伝播した光パルスとの時間的重なりが悪くなり、ビート信号の SNR が下がってしまう。そこで、遅延腕でのパルス光のチャープを抑えるため、異常分散を持つ 400 m のシングルモードファイバー (SMF-28) とその分散を補償するための 200 m の正常分散ファイバー (古河電工社製 IDF#050301, 波長分散: -39.12 ps/nm/km) で遅延線を構成し、遅延線全体のおおよその分散をゼロにした。これらの調整により、100 kHz の分解能帯域幅で 45 dB という高い

SNR でコム同士のビート信号が得られた。

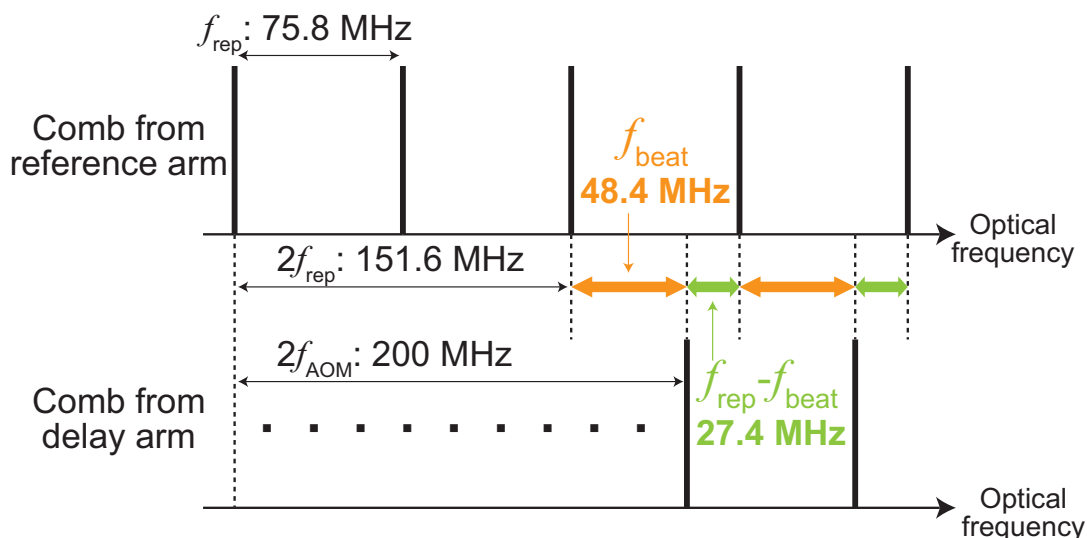


図 5.6 マイケルソン干渉計の参照腕及び遅延腕を往復したコム光の周波数関係。

図 5.6 にマイケルソン干渉計の各腕を往復したコム光の周波数関係を示す。遅延腕を往復したコム光は、光コムのモード間隔である $f_{\text{rep}}: 75.8 \text{ MHz}$ よりも大きい $2f_{\text{AOM}}: 200 \text{ MHz}$ だけ周波数シフトしており、元のコムと比べるとモード 2 本分以上高周波側にシフトしている。その結果、 200 MHz のビートより低い周波数にも複数のビートが観測される。光コムの波長帯域が十分狭ければ、各コムモードの周波数雑音はほぼ同じなので、コムモードの周波数雑音を得るために、どのビート信号を検出してもよく、本研究では PD 1 として用いた帯域 125 MHz の受光器で検出できる $f_{\text{beat}}: 48.4 \text{ MHz}$ を選んだ。以下このコム同士のビート信号を f_{beat} 信号と呼ぶ。 f_{beat} 信号を RF バンドパスフィルタで抜き出して増幅した後、デジタル信号処理による位相雑音測定器 [157] を用いてその位相雑音 PSD を測定した。そして、式 (5.14) に従い、遅延長 1.2 km の場合の伝達関数を用いてコムモードの周波数雑音 PSD を得た。

次に、光ファイバー遅延線で生じる光路長変動について述べる。環境擾乱などによる遅延線の光路長変動は、 f_{beat} 信号にファイバー雑音と呼ばれる位相雑音を付加する。これはコム光の周波数雑音の測定限界を著しく上げてしまう。そこで、図 5.5 の赤線で示した波長 1535 nm の CW レーザーを参照光源とするマッハ・ツェンダー干渉計を用いて、遅延線のファイバー雑音キャンセレーション (FNC) [44] を行った。ここで FNC の詳細について述べる。マッハ・ツェンダー干渉計に入射された CW レーザー光は信号光と参照光に二分割される。信号光は、光コムと共に光ファイバー遅延線及び 100 MHz で駆動される AOM を通過し、偏波を調整された後、参照光と合波する。波長 1535 nm の高密度波長分割多重 (DWDM: dense wavelength division multiplexing) フィルタにより合波したレーザー光に含まれる不要なコム光を除去し、CW レーザー光同士の 100 MHz のビート信号を PD 2 で検出する。この 100 MHz のビート信号と RF 基準信号を二重平衡混合器 (DBM: double-balanced mixer) で位相比較することにより遅延線のファイバー雑音

を含む位相差が得られる。この位相差を、ループフィルタを介して AOM を駆動するダイレクトデジタルシンセサイザー (DDS: direct digital synthesizer) にフィードバックし、その出力周波数を制御することで遅延線の FNC を行った。なお、100 MHz のビート信号には、ファイバー雑音以外に参照光源の周波数雑音に起因する位相雑音も含まれる。参照光源の周波数雑音によって、測定可能な光コム周波数雑音の下限 (測定限界) が決まる。ここでは CW レーザーとして、超低膨張 (ULE) ガラスの光共振器の共鳴に安定化された超安定レーザーを使用した [118]。

5.3 実験結果

5.3.1 遅延線干渉計によるコムモードの周波数雑音測定

コムモードの周波数雑音を測定するために、マイケルソン干渉計の遅延腕と参照腕それぞれを往復したコム同士のビート信号を検出した。PD 1 で観測されたコム同士のビート信号を含むスペクトルを図 5.7 (a) に示す。図 5.6 に示した通り、 f_{beat} 及び $(f_{\text{rep}} - f_{\text{beat}})$ は周波数軸上で近接する遅延腕と参照腕のコムモード同士のビートであり、ここではコムモードの周波数雑音を得るために f_{beat} を抜き出す。これらの脇に見られるいくつかの小さな周波数ピークは、FNC のために用いられた CW レーザーとコムとのビートであり、不要な信号であるため除去される。挿入図は、バンドパスフィルタリング及び増幅された f_{beat} 信号のスペクトルを示す。 f_{beat} 信号の SNR は、100 kHz の分解能帯域幅で 45 dB であった。

図 5.7 (b) に、遅延線干渉計を用いて測定したコムモードの周波数雑音 PSD を示す。赤破線は測定限界を示している (導出の詳細は次小節を参照)。黄線はフリーラン、青線は周波数安定化された光コムコムモードの周波数雑音 PSD である。光コム周波数安定化は、 f_{rep} 及び f_{ceo} を RF 基準に位相同期することによって行った。 f_{rep} はレーザー共振器のファイバーに貼り付けられた電歪素子で制御され、位相同期の制御帯域は約 1 kHz であった。 f_{ceo} はレーザーの励起光パワーを変えることで制御され、位相同期の制御帯域は約 100 kHz であった。周波数安定化されたコムモードの周波数雑音は、サーボパンプのため 100 kHz 近傍で大きくなっており、10 kHz 以上の周波数領域ではフリーランのコムモードの周波数雑音を超えた。これらの制御帯域は、フリーラン及び安定化された f_{rep} 及び f_{ceo} の位相雑音を測定することによって推定された (図 5.4 参照)。結果として、1 Hz から 80 kHz までの周波数帯域では、フリーラン及び安定化された光コムコムモードの周波数雑音 PSD はいずれも測定限界よりも大きく、正しく測定されていると考えている。

5.3.2 遅延線干渉計によるコムモードの周波数雑音の測定限界の推定

この節では、遅延線干渉計によるコムモードの周波数雑音の測定限界を推定する。測定限界になりうる要因は干渉計中のファイバー雑音であると考えている。本研究では、遅延線に FNC を施したが、消しきれない二つのファイバー雑音要因が残る。一つは、FNC の制御利得が有限であることにより完全に除去できなかった遅延線のファイバー雑音である。FNC の制御利得が有限であることによる周波数雑音の測定限界は、FNC の in-loop ビート信号の残余位相雑音 PSD ($S_{\delta\phi}^{\text{FNC}}(f)$)

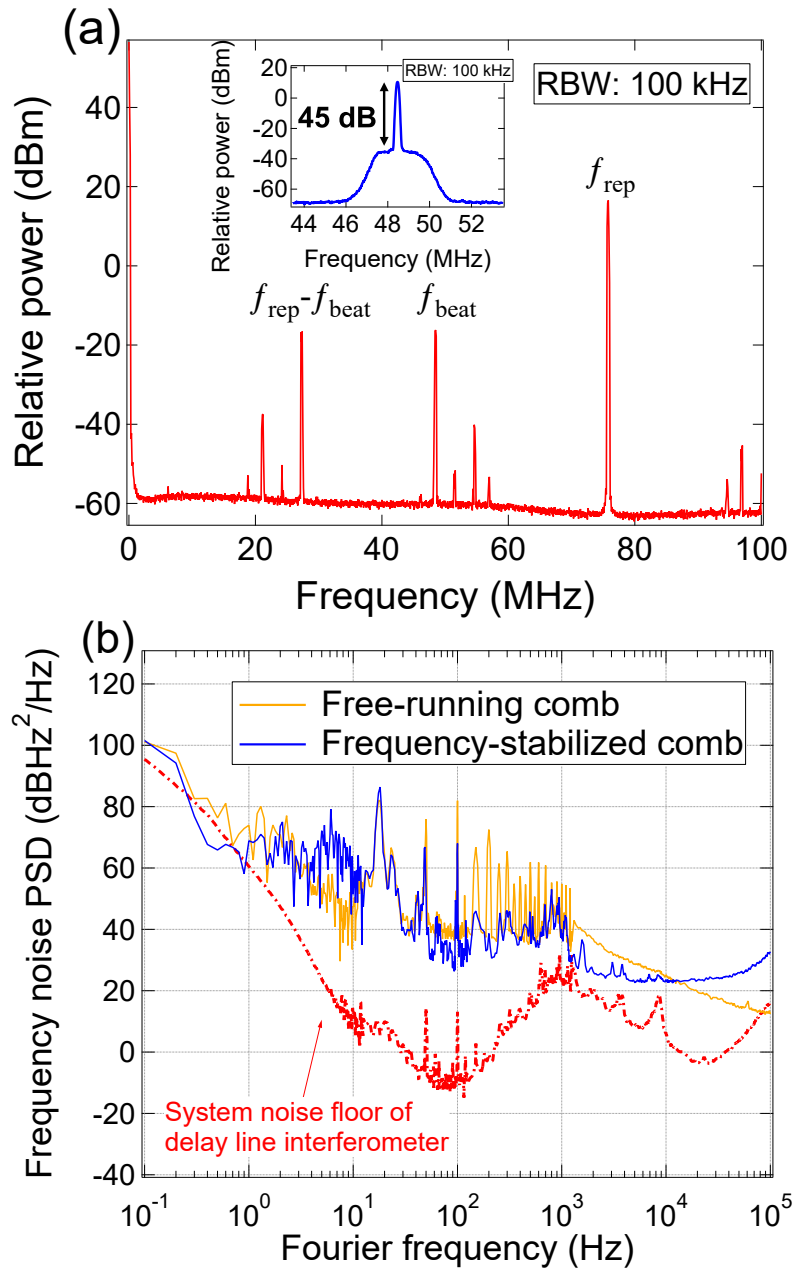


図 5.7 (a) スペクトラムアナライザーで観測したマイケルソン干渉計の各腕を往復したコム光のビート信号を含むスペクトル。分解能帯域幅は 100 kHz であり、 f_{beat} 及び $(f_{\text{rep}} - f_{\text{beat}})$ は遅延腕のコムと参照腕のコムとの間のビート周波数である。挿入図は、バンドパスフィルタ及び増幅器を経た f_{beat} のスペクトルを示す。(b) 遅延線干渉計を用いて測定されたフリーラン及び安定化された光コムのコムモードの周波数雑音 PSD。赤破線は推定された測定限界を示す。

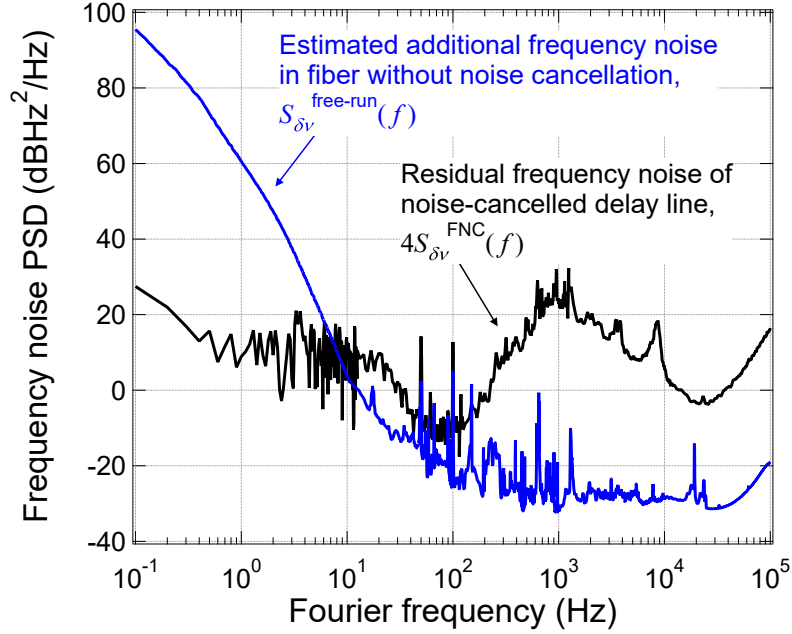


図 5.8 遅延線干渉計によるコムモードの周波数雑音 PSD の測定限界の推定。黒線：往復 1.2 km のファイバー遅延線の FNC しきれない残余周波数雑音（10 Hz 以上の周波数領域における測定限界）、青線：干渉計中の FNC されていないファイバーにより付加されるファイバー雑音（10 Hz 以下の周波数領域における測定限界）。

から計算でき、遅延線を往復するコム光に付加される位相雑音は $4S_{\delta\phi}^{\text{FNC}}(f)$ となる [84]。もう一つの要因は、FNC されていない経路でコム光に付加されるファイバー雑音である。ここでは、FNC されていないファイバー長の合計が約 10 m であることから、別な実験で測定した 10 m 長のファイバーが実験室環境で付加するファイバー雑音 [97] を推定に用い、その PSD を $S_{\delta\phi}^{\text{free-run}}(f)$ とする。

以上のように仮定すると、コム光のビート信号に付加されるファイバー雑音による位相雑音 PSD $S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)$ は

$$S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f) = 4S_{\delta\phi}^{\text{FNC}}(f) + S_{\delta\phi}^{\text{free-run}}(f) \text{ rad}^2/\text{Hz} \quad (5.17)$$

と表される。式 (5.14) により、 $S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)$ をコムモードの周波数雑音に変換したものが周波数雑音の測定限界となり、これを $S_{\delta v}^{\text{limit}}(f)$ とすると、

$$\begin{aligned} S_{\delta v}^{\text{limit}}(f) &= \frac{S_{\delta\phi}^{\text{fiber}}(f)}{|H(f)|^2} = 4 \frac{S_{\delta\phi}^{\text{FNC}}(f)}{|H(f)|^2} + \frac{S_{\delta\phi}^{\text{free-run}}(f)}{|H(f)|^2} \\ &= 4S_{\delta v}^{\text{FNC}}(f) + S_{\delta v}^{\text{free-run}}(f) \text{ Hz}^2/\text{Hz} \end{aligned} \quad (5.18)$$

となる。ここで、 $|H(f)|$ は 1.2 km 分の遅延を付与する遅延線干渉計による伝達関数であり、 $S_{\delta v}^{\text{FNC}}(f)$ 及び $S_{\delta v}^{\text{free-run}}(f)$ は、それぞれ $S_{\delta\phi}^{\text{FNC}}(f)$ 及び $S_{\delta\phi}^{\text{free-run}}(f)$ を $|H(f)|^2$ で除することによりコムモードの周波数雑音 PSD の測定限界として換算したものである。

図 5.8 に、式 (5.18) に基づいて推定したコムモードの周波数雑音 PSD の測定限界を示す。黒線は $4S_{\delta\nu}^{\text{FNC}}(f)$ であり、本研究の実験系で測定した FNC の in-loop ビート信号の残余位相雑音 PSD を $S_{\delta\phi}^{\text{FNC}}(f)$ として用いて計算した。青線は $S_{\delta\nu}^{\text{free-run}}(f)$ であり、我々が以前の研究 [97] で測定した同様の実験室環境における 10 m ファイバーのファイバー雑音による位相雑音 PSD を $S_{\delta\phi}^{\text{free-run}}(f)$ として用いて計算した。

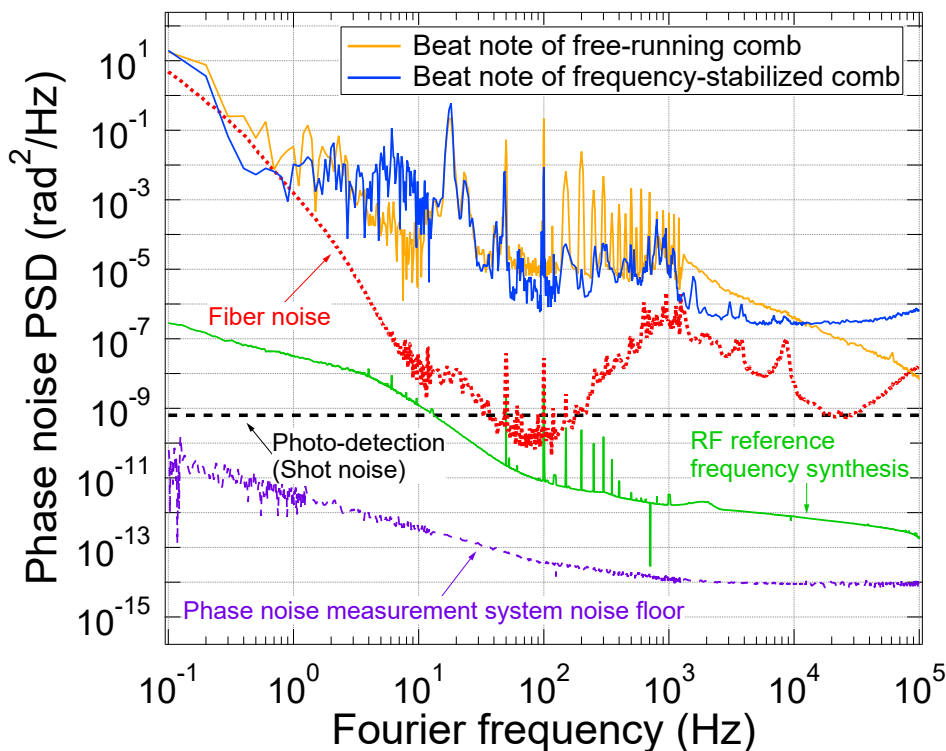


図 5.9 遅延線干渉計を用いて検出されたコム同士のビート信号の位相雑音 PSD (黄線：フリーラン時、青線：周波数安定化時)、遅延線で付加されるファイバー雑音による位相雑音 (赤破線)、受光系 (受光器及び増幅器) で付加される位相雑音 (黒破線)、RF 基準源の周波数合成で付加される位相雑音 (緑線)、位相雑音測定器の測定限界 (青破線)。

本研究では、 f_{beat} 信号に付加された位相雑音のうちファイバー雑音がシステムノイズフロアになると考えた。一方で、図 5.9 に示すように、 f_{beat} 信号に付加された位相雑音には、ファイバー雑音の他に受光システムによる雑音、RF 基準源の周波数合成による雑音、位相雑音測定器の 3 つがある。これら 3 つはファイバー雑音に比べて小さかったが、次節での述べる測定不確かさの要因となる。

5.4 測定不確かさの推定

この章では、測定と解析によって得られたコムモードの周波数雑音 PSD の不確かさを推定する (不確かさ推定の手順は付録 A を参照)。コムモードの周波数雑音 PSD $S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)$ は

$$S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f) = \frac{S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)}{|H(f)|^2} \text{ Hz}^2/\text{Hz} \quad (5.19)$$

から得られる。この式から、コムモードの周波数雑音 PSD $S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)$ の不確かさは、測定で得られる f_{beat} 信号の位相雑音 PSD $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$ の不確かさ、及びビート信号の位相雑音からコムモードの周波数雑音に変換するための伝達関数 $|H(f)|$ の不確かさに分けて考えられることがわかる。これらの不確かさの推定を、コムモードの周波数雑音 PSD のうち、1 Hz, 10 Hz, 100 Hz, 1 kHz, 及び 10 kHz の 5 点で行う。最後に、不確かさの合成、及び拡張不確かさの算出を行う。

5.4.1 コム同士のビート信号の位相雑音測定の不確かさ $u \left[S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \right]$

f_{beat} 信号の位相雑音 PSD 測定の不確かさとして、遅延線干渉計のファイバー雑音によるもの (u_1)、受光系の位相雑音によるもの (u_2)、RF 基準源の周波数合成によるもの (u_3)、位相雑音測定器の測定限界 (u_4)、位相雑音測定器自体の不確かさ (u_5)、測定値の統計不確かさ (u_6)、及び被測定レーザーが光コムであり次数の異なる多くのモードを含んでいることによる不確かさ (u_7)、の 7 つがある。

遅延線で付加されるファイバー雑音による不確かさ

干渉計中の遅延線で付加されるファイバー雑音による位相雑音 PSD $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$ は、他の実験結果から推定した。その詳細については 5.3.2 節で述べた。これは、 f_{beat} 信号の位相雑音 PSD の測定限界であり、不確かさでもある。結果として、ファイバー雑音による不確かさ u_1 は、フーリエ周波数 1 Hz, 10 Hz, 100 Hz, 1 kHz, 10 kHz で、それぞれ 1.6×10^{-3} , 1.7×10^{-8} , 2.8×10^{-8} , 3.0×10^{-7} , $5.3 \times 10^{-9} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ であると推定した。

受光系で付加される位相雑音による不確かさ

受光によって生じる雑音は、 f_{beat} 信号に位相雑音として付加される。ここでは、 f_{beat} 信号の SNR から、フォトダイオードと RF 増幅器を含む受光システムに起因する位相雑音を推定した。位相雑音の定義 [75] によると、単側波帯位相雑音は、信号電力全体に対する単位帯域幅当たりの雑音電力の比率である。 f_{beat} 信号の SNR は 100 kHz の分解能帯域幅で 45 dB であり、これは光量で決まるショット雑音で制限されていた。よって、単位帯域幅当たりの SNR は $45 + 10 \log \frac{100 \text{ kHz}}{1 \text{ Hz}}$ dB と計算され、これは $-95 \text{ dBc}/\text{Hz}$ の単側波帯位相雑音に相当する。従って、受光システムによって付加される位相雑音 PSD は $6.3 \times 10^{-10} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ であった。これは、 f_{beat} 信号の位相雑音 PSD の測定限界であり、不確かさでもある。

RF 基準源の周波数合成で付加される位相雑音による不確かさ

位相雑音測定の RF 基準源として UTC(NMIJ) (10 MHz) を用いた。一方、 f_{beat} 信号を得るために用いた AOM の駆動周波数は 100 MHz であり、これは UTC(NMIJ) (10 MHz) から周波数合成された。UTC(NMIJ) (10 MHz) の位相雑音はビート信号の位相雑音を測定する際に相殺されるが、10 MHz→100 MHz の周波数合成で付加される位相雑音は、 f_{beat} 信号の位相雑音の測定限界であり、不確かさになる。本研究では、10 MHz→100 MHz の周波数合成に信号発生器 (Keysight 33622A) を用いており、これが周波数合成で付加する位相雑音を、位相雑音測定器 (Symmetricom 5125A) で実測した。結果として、この不確かさ u_3 は、フーリエ周波数 1 Hz, 10 Hz, 100 Hz, 1 kHz, 10 kHz で、それぞれ 3.3×10^{-8} , 1.2×10^{-9} , 4.9×10^{-9} , 3.3×10^{-12} , $7.8 \times 10^{-13} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ であった。

位相雑音測定器の測定限界

位相雑音測定器の測定限界は、 f_{beat} 信号の位相雑音 PSD に付加され、不確かさになる。位相雑音測定器の測定限界の実測値として得られた不確かさ u_4 は、フーリエ周波数 1 Hz, 10 Hz, 100 Hz, 1 kHz, 10 kHz で、それぞれ 3.0×10^{-12} , 3.4×10^{-13} , 3.9×10^{-14} , 1.2×10^{-14} , $9.2 \times 10^{-15} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ であった。

位相雑音測定器の測定結果の不確かさ

位相雑音測定器の測定不確かさは $\pm 1 \text{ dB}$ であり [158]、位相雑音 PSD の値に依存する。ここでは f_{beat} 信号の位相雑音 PSD が、その測定値 $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$ に対して $\pm 1 \text{ dB}$ の区間内で矩形分布に従うと仮定した。また、 $\pm 1 \text{ dB}$ は数値を上側に統一して $\pm 26\%$ として扱う。結果として、位相雑音測定器の測定不確かさによる相対不確かさ $u_5/S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$ は、 $u_5/S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) = 0.26/\sqrt{3} = 0.15$ である。

位相雑音 PSD の測定値の統計不確かさ

本研究では、取得した f_{beat} 信号の位相の時系列データを N 個のブロックに分割してそれぞれを高速フーリエ変換 (FFT) し、得られた N 個のスペクトルを加算平均したものを f_{beat} 信号の位相雑音 PSD の測定値 $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$ とした。このようにして得られた PSD $S_X(f)$ の統計的揺らぎの標準偏差は、 $S_X(f)/\sqrt{N}$ であることが知られている [75, 159]。従って f_{beat} 信号の位相雑音 PSD の測定値の統計不確かさ u_6 は、

$$u_6 = \frac{S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)}{\sqrt{N}} \quad (5.20)$$

である。 u_6 は位相雑音 PSD の測定値に依存し、その相対不確かさは

$$\frac{u_6}{S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (5.21)$$

となる。位相雑音 PSD の測定回数 N は、フーリエ周波数により異なり、1.25 kHz より高い周波数では $N = 250$ 、125 Hz より高く 1.25 kHz 以下で $N = 62$ 、12.5 Hz より高く 125 Hz 以下で $N = 6$ 、0.1 Hz より高く 12.5 Hz 以下では $N = 1$ であった。従って、位相雑音 PSD の測定値の統計不確かさの相対値 $u_6/S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$ は、1 Hz, 10 Hz のフーリエ周波数では 1、100 Hz では 0.41、1 kHz では 0.13、10 kHz では 0.063 となる。

コムモードの周波数雑音のモード次数依存性による不確かさ

光コムの各モードが持つ周波数雑音はモード次数に依存する。 f_{beat} 信号は次数の異なる複数のコムモードによる位相雑音を含むため、 f_{beat} 信号から求めた周波数雑音 PSD $S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)$ は、それらの平均になる。ここでは、次数 p から q までのコムモード ($q-p+1$ 本) の周波数雑音 PSD の標準偏差 u'_7 [Hz^2/Hz] を周波数雑音 PSD の不確かさとした。結果として、その相対値は

$$\frac{u'_7}{S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)} \sim \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{q-p+1}{\frac{1}{2}(p+q)} \quad (5.22)$$

となる (詳細は付録 C を参照)。ここでは、 f_{beat} 信号の位相雑音 PSD の不確かさが必要なので、式 (5.19) を用いてコムモードの周波数雑音を f_{beat} 信号の位相雑音に変換すると、

$$\begin{aligned} \frac{u'_7}{S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)} &= \frac{1}{S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)} \cdot \frac{u_7}{|H(f)|^2} \\ &= \frac{u_7}{S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{q-p+1}{\frac{1}{2}(p+q)} \end{aligned} \quad (5.23)$$

となり、 u'_7 の相対値と等しくなることがわかる。ここで $q-p+1$ は測定対象に含まれるコムモードの本数、 $(p+q)/2$ は測定対象に含まれるコムのモード次数の平均値である。ここでは、光コムのスペクトルの半値全幅が 20 nm (5 THz)、コムモードの周波数間隔が 75.8 MHz であることより、 $q-p+1 \sim \frac{10 \text{ THz}}{75.8 \text{ MHz}} \sim 1.3 \times 10^5$ とした。また、光コムのスペクトルの中心波長 1580 nm (190 THz) をコムモードのモード番号の平均値と考え、 $(p+q)/2 \sim \frac{190 \text{ THz}}{75.8 \text{ MHz}} \sim 2.5 \times 10^6$ とした。これらを式 (5.23) に代入すると、 $u_7/S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \sim 0.030$ となる。

5.4.2 遅延線干渉計の伝達関数の不確かさ $u[|H(f)|]$

遅延線干渉計による被測定レーザーの周波数雑音からビートの位相雑音への伝達関数 $|H(f)|$ は式 (5.11) で表され、 $2\pi nL/c$ である。従って、その不確かさ要因を光ファイバーの屈折率 n の不確かさ (u_8)、及び光ファイバーによる遅延長 L の不確かさ (u_9) に分けることができる。

光ファイバーの屈折率の不確かさ

室温において、波長 1550 nm 帯での光ファイバーの屈折率は約 1.46 であり、その温度係数は $9.2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ であることが知られている。実験室は最悪でも $23 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$ の温度範囲にあるよう管理されており、ここではこの温度区間で矩形分布に従うと仮定する。結果として、屈

折率の温度による不確かさは、 $u_8 = 2 \times 9.2 \times 10^{-6} / \sqrt{3} = 1.1 \times 10^{-5}$ となり、その相対値は、 $u_8/n = 7.5 \times 10^{-6}$ となる。

光ファイバーによる遅延長の不確かさ

光ファイバーによる遅延長 $L = 1.2 \text{ km}$ には最大で $\pm 10 \text{ m}$ のずれがあると考えている。ここでは遅延長 L は 1.2 km を中心とする全幅 20 m の区間で矩形分布に従うと仮定した。結果として、遅延長の不確かさ u_9 は、 $u_9 = 10/\sqrt{3} = 5.8 \text{ m}$ となる。また、その相対値は、 $u_9/L = 4.8 \times 10^{-3}$ である。

5.4.3 合成標準不確かさ及び拡張不確かさ

これまで述べてきたそれぞれの不確かさを合成し、コムモードの周波数雑音 PSD の合成標準不確かさ u_c 及び拡張不確かさ U を導出する。式 (5.19) に不確かさの伝播則 (付録 A 式 (A.5) 参照) を適用すると、合成標準不確かさの相対値は

$$\frac{u_c}{S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)} = \sqrt{\left\{ \frac{u \left[S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \right]}{S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)} \right\}^2 + \left\{ 2 \frac{u [|H(f)|]}{|H(f)|} \right\}^2} \quad (5.24)$$

となる。ここで、 $u \left[S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \right]$ 、及び $u [|H(f)|]$ は、それぞれビート信号の位相雑音 PSD の不確かさ、及び伝達関数の不確かさである。式 (5.24) の右辺のそれぞれの項は、上述した不確かさ成分 u_1-u_9 を用いて表すことができ、

$$\begin{aligned} \frac{u_c}{S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)} &= \sqrt{\left[\sqrt{\frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_7^2}{\left[S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \right]^2}} \right]^2 + \left[2 \sqrt{\left(\frac{u_8}{n} \right)^2 + \left(\frac{u_9}{L} \right)^2} \right]^2} \\ &= \sqrt{\frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_7^2}{\left[S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \right]^2} + \left[\left(2 \frac{u_8}{n} \right)^2 + \left(2 \frac{u_9}{L} \right)^2 \right]} \end{aligned} \quad (5.25)$$

となる。また、相対拡張不確かさは

$$\frac{U}{S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)} = k \frac{u_c}{S_{\delta\nu}^{\text{comb}}(f)} \quad (5.26)$$

である。ここで k は包含係数であり、2 とした。これは約 95 % の信頼区間を表す。

表 5.1 は、遅延線干渉計を使用したコムモードの周波数雑音 PSD の測定の不確かさバジェットを示す。表 5.1 からわかるように、不確かさ要素に応じて絶対値と相対値がある。従って、表 5.2 に示す測定値に基づいて不確かさを計算する必要がある。フリーラン及び周波数安定化条件下でのコムモードの周波数雑音 PSD の相対的な不確かさを、それぞれ表 5.3 及び 5.4 にまとめる。表 5.3 と表 5.4 は、この測定の主要な不確かさの要因が統計不確かさ (u_6) と位相雑音測定器の測定不確かさ (u_5) であることを示す。

表 5.1 遅延自己ヘテロダイン法で測定されたコムモードの周波数雑音 PSD の不確かさバジェット。この不確かさバジェットは全ての測定結果に適用できる。

Uncertainty terms	Uncertainty factors	Type *	Uncertainty				
			Fourier frequency				
			1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
$u \left[S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f) \right]$ [rad ² /Hz]	Fiber noise, u_1	B	1.6×10^{-13}	1.7×10^{-8}	2.8×10^{-8}	3.0×10^{-7}	5.3×10^{-9}
	Photo-detection noise, u_2	A			6.3×10^{-10}		
	Reference frequency synthesis, u_3	A	3.3×10^{-8}	1.2×10^{-9}	4.9×10^{-9}	3.3×10^{-12}	7.8×10^{-13}
	Measurement instrument system noise floor, u_4	A	3.0×10^{-12}	3.4×10^{-13}	3.9×10^{-14}	1.2×10^{-14}	9.2×10^{-15}
	Uncertainty of measurement instrument, u_5	B	0.15 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$				
	Statistical uncertainty, u_6	A	Same as the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	Same as the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	0.41 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	0.13 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	0.063 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$
	Mode number dependence of frequency noise, u_7	B	0.030 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$				
$u [H(f)]$ [rad/Hz]	Fiber refractive index, u_8	B	7.5×10^{-6} times the $ H(f) $				
	Fiber delay length, u_9	B	4.8×10^{-3} times the $ H(f) $				

* タイプ A の不確かさは一連の実験から計算され、タイプ B の不確かさは入手可能な情報を用いて評価された。

表 5.2 遅延自己ヘテロダイン法により得られた測定結果。

		Fourier frequency				
		1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
	Transfer function (rad/Hz)	3.7×10^{-5}				
Free-running comb	Phase noise of f_{beat} signal (rad ² /Hz)	3.4×10^{-2}	7.5×10^{-5}	2.1×10^{-1}	4.2×10^{-4}	4.5×10^{-7}
	Frequency noise of comb modes (Hz ² /Hz)	2.5×10^7	5.5×10^4	1.6×10^8	3.1×10^5	3.3×10^2
Frequency-stabilized comb	Phase noise of f_{beat} signal (rad ² /Hz)	1.1×10^{-2}	1.9×10^{-4}	8.6×10^{-3}	7.4×10^{-6}	3.0×10^{-7}
	Frequency noise of comb modes (Hz ² /Hz)	7.7×10^6	1.4×10^5	6.3×10^6	5.4×10^3	2.2×10^2

5.5 遅延線干渉計による測定結果の妥当性の検証

上述の遅延線干渉計を使用したコムモードの周波数雑音測定を検証するために、基準レーザーを使用する従来の方法でコムモードの周波数雑音も測定し、その不確かさを推定した。この方法では、コムモードと波長 1535 nm の超安定レーザー [118] の間のビート信号の位相雑音を測定した。周波数雑音測定のシステムノイズフロアは、基本的に基準レーザーの周波数雑音である。

表 5.3 遅延自己ヘテロダイン法により測定されたフリーランのコムモードの周波数雑音 PSD の具体的な不確かさバジェット。

Uncertainty factors	Type	Relative contribution to uncertainty				
		Fourier frequency				
		1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
Fiber noise	B	0.047	8.9×10^{-5}	1.3×10^{-7}	7.1×10^{-4}	0.012
Photo-detection noise	A	1.9×10^{-8}	3.3×10^{-6}	3.0×10^{-9}	1.5×10^{-6}	1.4×10^{-3}
Reference frequency synthesis	A	9.7×10^{-7}	6.3×10^{-6}	2.3×10^{-8}	7.9×10^{-9}	1.7×10^{-6}
Measurement instrument system noise floor	A	8.8×10^{-11}	1.8×10^{-9}	1.9×10^{-13}	2.9×10^{-11}	2.0×10^{-8}
Uncertainty of measurement instrument	B	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Statistical uncertainty	A	1.0	1.0	0.41	0.13	0.063
Mode number dependence of frequency noise	B	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030
Fiber refractive index	B	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}
Fiber delay length	B	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}
Relative combined standard uncertainty (logarithmic scale (dB))		1.0 (3.0)	1.0 (3.0)	0.44 (1.6)	0.20 (0.80)	0.17 (0.67)

表 5.4 遅延自己ヘテロダイン法により測定された周波数安定化されたコムモードの周波数雑音 PSD の具体的な不確かさバジェット。

Uncertainty factors	Type	Relative contribution to uncertainty				
		Fourier frequency				
		1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
Fiber noise	B	0.15	2.3×10^{-4}	3.3×10^{-6}	0.041	0.018
Photo-detection noise	A	5.7×10^{-8}	8.4×10^{-6}	7.3×10^{-8}	8.5×10^{-5}	2.1×10^{-3}
Reference frequency synthesis	A	3.0×10^{-6}	1.6×10^{-5}	5.7×10^{-7}	4.5×10^{-7}	2.6×10^{-6}
Measurement instrument system noise floor	A	2.7×10^{-10}	4.5×10^{-9}	4.5×10^{-12}	1.6×10^{-9}	3.1×10^{-8}
Uncertainty of measurement instrument	B	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Statistical uncertainty	A	1.0	1.0	0.41	0.13	0.063
Mode number dependence of frequency noise	B	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030
Fiber refractive index	B	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}
Fiber delay length	B	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}	9.6×10^{-3}
Relative combined standard uncertainty (logarithmic scale (dB))		1.0 (3.0)	1.0 (3.0)	0.44 (1.6)	0.20 (0.80)	0.17 (0.67)

5.5.1 基準レーザーによる測定の不確かさの推定

ビート信号の位相雑音 PSD には、6 つの不確かさ要因がある。それらは、基準レーザーの位相雑音、受光系の雑音、RF 基準の位相雑音、位相雑音測定器のノイズフロア、位相雑音測定器の不確かさ、そして統計不確かさである。不確かさの推定手順は、以下の 3 つの点を除いて、5.4.1 節で説明した f_{beat} 信号の不確かさの導出と同じである。第一に、システムノイズフロアは、ファイバー雑音の周波数雑音ではなく、参照レーザーの周波数雑音である。第二に、遅延線干渉計とは異なり、RF 基準の位相雑音は相殺されないため、不確かさ要因である。第三に、複数のコムモード

表 5.5 基準レーザーを用いる手法で測定されたコムモードの周波数雑音 PSD の不確かさバジェット。この不確かさバジェットは全ての測定結果に適用できる。

Uncertainty factors	Type	Uncertainty (rad ² /Hz)				
		Fourier frequency				
		1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
Reference laser noise ^a	B	3.2	3.2×10^{-2}	3.2×10^{-4}	3.2×10^{-6}	3.2×10^{-8}
Photo-detection noise ^b	A			1.1×10^{-9}		
RF reference noise ^c	B			Negligible		
Measurement instrument system noise floor	A	3.0×10^{-12}	3.4×10^{-13}	3.9×10^{-14}	1.2×10^{-14}	9.2×10^{-15}
Uncertainty of measurement instrument	B	0.15 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$				
Statistical uncertainty	A	Same as the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	Same as the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	0.41 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	0.13 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$	0.063 times the measured $S_{\delta\phi}^{\text{beat}}(f)$

^a 基準レーザーのスペクトル線幅の推定値 10 Hz より、白色周波数雑音を仮定して算出。

^b ビート信号の SNR 38 dB (分解能帯域幅: 300 kHz) より算出。

^c RF 基準源として UTC(NMIJ) の原針である水素メーザの 10 MHz を使用。

表 5.6 基準レーザーを用いる手法により得られた測定結果。

		Fourier frequency				
		1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
Free-running comb	Phase noise of comb mode (rad ² /Hz)	6.8×10^7	1.5×10^3	1.5×10^4	0.29	2.9×10^{-6}
	Frequency noise of comb mode (Hz ² /Hz)	6.8×10^7	1.5×10^5	1.5×10^8	2.9×10^5	2.9×10^2
Frequency-stabilized comb	Phase noise of comb mode (rad ² /Hz)	4.5×10^5	7.2×10^3	1.1×10^3	7.7×10^{-4}	1.8×10^{-6}
	Frequency noise of comb mode (Hz ² /Hz)	4.5×10^5	7.2×10^5	1.1×10^7	7.7×10^2	1.8×10^2

異なる周波数雑音を持っていることから生じる不確かさはない。表 5.5 及び 5.6 は、推定された不確かさと測定値をそれぞれまとめたものである。最後に、表 5.7 及び 5.8 は、フリーランニング及び周波数安定化条件下でのコムモードの周波数雑音 PSD の実際の相対的不確かさをまとめたものである。なお、位相雑音の相対的な不確かさは、周波数雑音のそれと同じである。

5.5.2 2 種の測定方法で得られた結果の比較

図 5.10 は、2 つの方法で測定されたコムモードの周波数雑音 PSD 及びその不確かさを比較している。それらは、いずれの状況でも測定不確かさの範囲内で良い一致を示している。図 5.10 の測定の不確かさは、対数スケールでの不確かさを表している。なお、エラーバーの半値幅は合成標準不確かさの 2 倍、即ち拡張不確かさを示す。この研究では、統計不確かさと位相雑音測定器の測定不確かさが両方の測定で支配的であったため、2 つの方法の測定不確かさはほとんど同じであった。図 5.10 (b) の 1 Hz 未満のコムモードの 2 つの周波数雑音 PSD の違いは、2 つの方法のシ

表 5.7 基準レーザーを用いる手法により測定されたフリーランのコムモードの周波数雑音 PSD の具体的な不確かさバジェット。

Uncertainty factors	Type	Relative uncertainty				
		Fourier frequency				
		1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
Reference laser noise	B	4.7×10^{-6}	2.1×10^{-5}	2.1×10^{-8}	1.1×10^{-5}	0.011
Photo-detection noise	A	1.6×10^{-17}	7.3×10^{-13}	7.3×10^{-14}	3.8×10^{-9}	3.8×10^{-4}
RF reference noise	B	Negligible				
Measurement instrument system noise floor	A	4.4×10^{-20}	2.3×10^{-16}	2.6×10^{-18}	4.1×10^{-14}	3.2×10^{-9}
Uncertainty of measurement instrument	B	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Statistical uncertainty	A	1.0	1.0	0.41	0.13	0.063
Relative combined standard uncertainty (logarithmic scale (dB))		1.0 (3.0)	1.0 (3.0)	0.44 (1.6)	0.20 (0.79)	0.16 (0.66)

表 5.8 基準レーザーを用いる手法により測定された周波数安定化されたコムモードの周波数雑音 PSD の具体的な不確かさバジェット

Uncertainty factors	Type	Relative uncertainty				
		Fourier frequency				
		1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz
Reference laser noise	B	7.1×10^{-4}	4.4×10^{-6}	2.9×10^{-7}	4.2×10^{-3}	0.018
Photo-detection noise	A	2.4×10^{-15}	1.5×10^{-13}	1.0×10^{-12}	1.4×10^{-6}	6.1×10^{-4}
RF reference noise	B	Negligible				
Measurement instrument system noise floor	A	6.7×10^{-18}	4.7×10^{-17}	3.5×10^{-17}	1.6×10^{-11}	5.1×10^{-9}
Uncertainty of measurement instrument	B	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Statistical uncertainty	A	1.0	1.0	0.41	0.13	0.063
Relative combined standard uncertainty (logarithmic scale (dB))		1.0 (3.0)	1.0 (3.0)	0.44 (1.6)	0.20 (0.79)	0.16 (0.66)

システムノイズフロアの違いによるものである。この研究では、基準レーザーとして、高フィネス光共振器の共鳴周波数に安定化された超安定レーザーを用いた。基準レーザーとのビート信号の雑音を測定する場合、周波数雑音測定のシステムノイズフロアは非常に低いと考えられる。このシステムノイズフロアは、レーザーに白色周波数雑音しかないという仮定に基づいて、基準レーザーのスペクトル線幅から推定した。

図 5.11 は、図 5.10 に示された周波数雑音 PSD から 100 kHz の測定帯域で計算したアラン偏差を示す。アラン偏差は、光コムの中心波長 1580 nm (周波数 190 THz) で規格化されている。図 5.11 (a) はフリーランの光コムの周波数安定度であり、両手法の測定結果はほぼ一致している。平均時間 0.5 s 以上で見られる両者の間のわずかな差は、周波数雑音 PSD の測定の不確かさに起因するものだと考えている。図 5.10 (b) は f_{rep} 及び f_{ceo} を RF 基準に位相同期した光コムの周波数安定度を示す。平均時間 0.3 s 以上の領域で、両手法の測定結果に大きな差異が見られた。この差異は遅延線干渉計のシステムノイズフロアによるものだと考えている。システムノイズフロアが顕在化しない平均時間領域では、両手法による光コムのアラン偏差の測定結果はよく一致した。これ

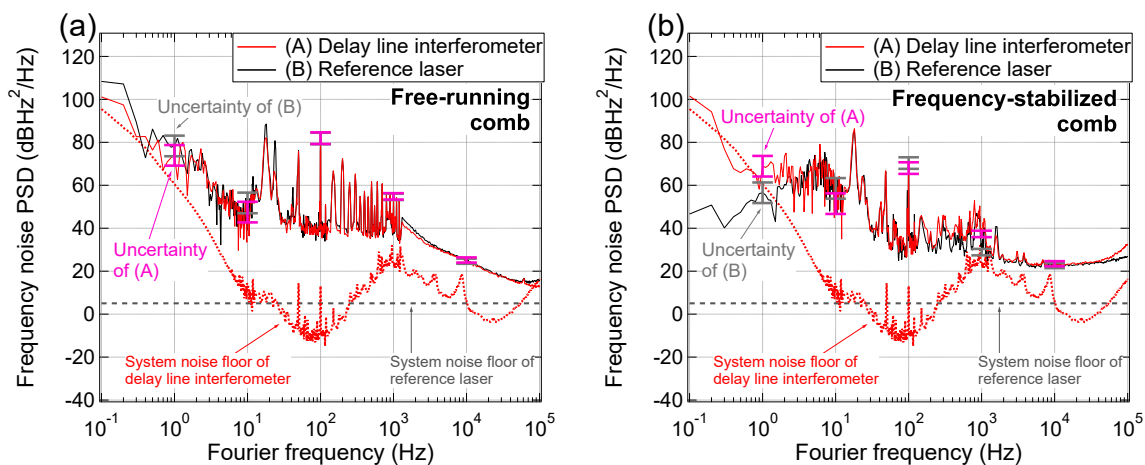


図 5.10 遅延自己ヘテロダイン法及び基準レーザーを用いる手法で測定したコムモードの周波数雑音 PSD。(a) フリーランの光コム。(b) f_{rep} 及び f_{ceo} を RF 基準に位相同期することにより周波数安定化された光コム。マゼンタ及び灰色のエラーバーは、それぞれ遅延自己ヘテロダイン法及び基準レーザーによる測定の不確かさを示す。なお、赤破線及び灰破線は、それぞれ遅延自己ヘテロダイン法及び基準レーザーを用いる手法のシステムノイズフロアの推定値を示す。

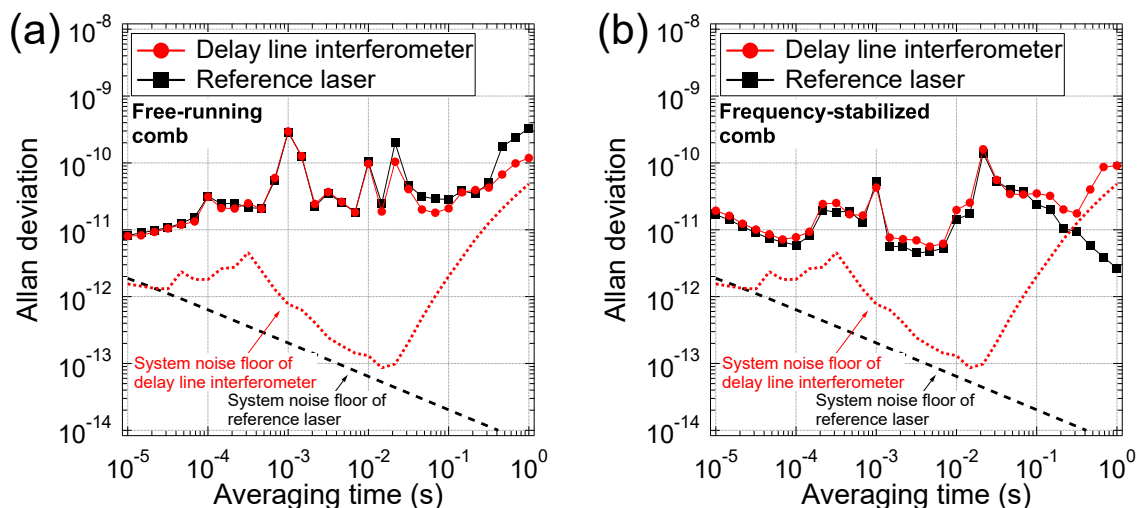


図 5.11 帯域幅 100 kHz の周波数雑音 PSD から計算されたコムモードの周波数安定度。(a) フリーランの光コム。(b) f_{rep} 及び f_{ceo} を RF 基準に位相同期することにより周波数安定化された光コム。なお、赤破線は及び灰破線は、それぞれ遅延自己ヘテロダイン法及び基準レーザーを用いる手法のシステムノイズフロアの推定値を示す。

らの結果は、遅延線干渉計により測定されたコムモードの周波数安定度が信頼できるものであることを示唆している。

なお、上述した光コムの周波数安定度（アラン偏差）が第 3, 4 章で示した相対周波数安定度と比べて悪い値となっているのは、これが光コムの比較器としての性能ではなくレーザーとしての性能を示すためである。両者の違いについては、第 2 章 2.2 節で述べた通りである。

5.6 考察

本研究では、遅延線干渉計のファイバー雑音が遅延自己ヘテロダイン法のシステムノイズフロアを決定したため、フーリエ周波数の 1 Hz 未満のコムモードの周波数雑音を正確に測定できなかった。ほとんどのファイバー雑音は、ファイバー雑音がキャンセルされていない約 10 m の長さのファイバーが原因であると推定している。更に、この研究では、FNC システムとして超安定レーザーを含む補助マッハ・ツェンダー干渉計を用いた。これは、基準レーザーを不要とする遅延自己ヘテロダイン法の利点と矛盾する。一方、4 章では超安定環境ではファイバー雑音が大幅に減少することを示した。従って、超安定環境は、遅延自己ヘテロダイン法のシステムノイズフロアを大幅に改善し、超安定レーザーを含む FNC システムを省略できると考えている。他方、システムのノイズフロアを改善する場合は、相互相関法 [160] の適用もまた有望である。この方式は、基準レーザーの雑音や遅延長変動などの基準由来のノイズフロアを超えて、レーザーの周波数雑音を測定することを可能とする。ただし、特に低周波数領域で基準由来の雑音を十分に低減するには、一般に長い平均化時間が必要となる。従って、レーザーの微小な周波数雑音を測定する場合は、相互相関法と基準由来の雑音の低減を組み合わせることが有効であると考えている。

もう一つの重要な点として、不確かさのバジェットから、本研究では 100 Hz 未満の低フーリエ周波数領域で統計不確かさが支配的な要因になっていることがわかる。測定の数を増やすことにより、統計不確かさを減らすことができる。対照的に、100 Hz を超える高フーリエ周波数領域では、位相雑音測定器の測定の不確かさが支配的であった。本研究では、開発者の論文 [158] に記載されている最大測定誤差からこの不確かさを推定した。計測器に対してより詳細な不確かさ評価を行うことにより、この不確かさを低減できる可能性がある。また、複数のコムモード測定に起因する不確かさと伝達関数の不確かさは、現在の主要な不確かさ要因と比較して十分に小さいことがわかった。これは、遅延自己ヘテロダイン法が測定の不確かさの点で周波数雑音測定に優れた性能を持っていることを示唆している。

5.7 結論

遅延線干渉計を用いてコムモードの周波数雑音 PSD を測定する新たな手法を提案し、その不確かさ評価を併せて行った。測定結果の妥当性は、低雑音な基準レーザーを用いる従来法での測定結果と比較することにより検証し、本手法が光コムの周波数雑音を精密に測定できることを示した。測定されたコムモードの周波数雑音は、アラン偏差、スペクトル線幅、タイミングジッタ等の光コ

ムのアプリケーションで要求される他の性能指標にも換算可能である。測定回数や遅延線の取り扱いなど、最適化の余地は多く残されているが、我々は、この手法が、光コムの雑音特性を評価するにあたり十分な利便性、汎用性、及び信頼性を持っていると考えており、今後光コムの評価のための有力な方法になると期待している。

本研究により、光コムの不確かさとしてファイバー雑音の次に大きい光コムのオシレーターの周波数雑音を精密に評価するための技術が確立した。この技術は従来よりも簡便な測定を可能とし、周波数雑音を抑えたオシレーターの開発作業を加速すると考えている。結果として、ファイバー雑音及びオシレーターの周波数雑音を低減することにより世界最高レベルの小さな不確かさを実現する光コムを開発するための道筋を付けることができた。

第 6 章

総括

6.1 研究結果

本研究では、遠隔地点間及び異波長間での光周波数比較技術の高精度化を目指し、光ファイバー周波数伝送及び光周波数コムの不確かさを低減するための研究を行った。具体的には、これらの不確かさの主な要因であるファイバー雑音の低減とその評価を行った。一方で、光コムについては、ファイバー雑音の次に大きな不確かさとなる光源の周波数雑音の低減に向けて、それを簡易に測定するための新たな方法を開発すると共にその測定の不確かさ評価を行った。得られた結果と明らかとなった課題を以下にまとめる。

6.1.1 光ファイバーリンクによる光周波数比較

実験室内に用意した 90 km の光ファイバーを遠隔地と繋ぐための伝送路と見立て、光キャリア伝送で生じる不確かさの要因とその程度を調べた。実験系の調整を行い、光ファイバー伝送路の距離とその周囲の環境で決まる理論限界の精度で光キャリア伝送を行えることを示した。これらにより、実際の敷設ファイバーリンクに光キャリア伝送システムを適用するための検討が完了した。具体的に達成したことは以下の通りである。

実験系においてファイバー雑音キャンセレーションを施せない経路で生じるファイバー雑音がシステムノイズフロアとなることを確認し、この経路を簡易的な箱で覆うことによりノイズフロアをおよそ 10 dB 低減した。また、長距離ファイバーで生じる突発的な位相変動に対して堅牢な制御を行うため、ファイバー雑音を反映するビート信号の分周が有効であることを確認し、実験室環境では 200 分周以上が必要であることを明らかにした。加えて、各国の敷設ファイバーリンクの潜在的なファイバー雑音に比べ日本のそれが比較的大きいことを示し、本システムを日本に敷設されたファイバーリンクに適用するためには更に分周を増やす必要があると見積もった。そして、ビート信号の検出のための周波数シフトが光周波数伝送の精度に与える影響をシミュレーションし、不確かさが無視できる周波数シフトの上限が 1 GHz であることを明らかにした。

6.1.2 光コムによる光周波数比較

光コムによる光周波数比較の不確かさ低減に向けて、最も大きな不確かさ要因であるファイバー雑音、及びその次に大きな不確かさ要因である光コムの安定化の際の残余雑音、これら2つに着目して研究を行った。前者については安定な環境を用いることでファイバー雑音自体の低減を行い、後者については光コムの周波数雑音の新たな測定方法を開発することでその評価の簡便化を図った。これらに成功し、不確かさを極限まで低減した光コムを開発するための道筋を付けることができた。

高安定環境によるファイバー雑音の低減

光ファイバーを超安定環境に設置することにより、環境擾乱により誘起されるファイバー雑音が大幅に低減できることがわかった。光ファイバー長が10 mの場合、その位相雑音パワースペクトル密度の低減量は、フーリエ周波数10 mHzにおいて70 dB以上、10 Hzにおいて30 dB以上であった。位相雑音から算出したアラン偏差は、平均時間1秒で 7×10^{-20} 、10000秒で 2×10^{-21} (測定帯域幅500 Hz)に達した。このような小さなファイバー雑音を高感度に検出して評価するために、光路長変動を低減した改良型マッハ・ツェンダー干渉計を新たに設計・製作した。また、環境安定化方策を選択的に施すことにより、密閉化、真空化、温度制御、音響遮蔽、及び除振のそれぞれが改善するファイバー雑音の周波数帯域が明らかになった。具体的には、真空化は20 Hz及び4 Hz以下、温度安定化は10 mHz以下、防音は10 Hz以下、除振は6 Hz-100 Hz以下の周波数帯域に分布しているファイバー雑音を除去できることがわかった。

一方で、超安定環境で周波数帯域3 mHz-10 Hzに残った位相雑音は干渉計を通過することにより増大した信号光の強度雑音の影響であることが示唆された。強度雑音の原因の特定とその低減により、ファイバー雑音検出の更なる高感度化が見込まれる。

このような研究は世界的に例がなく、これ自体今後の展開が期待される課題であると共に、光コム的大幅な不確かさ低減が期待される。

光ファイバー遅延線干渉計による光コムの周波数雑音測定 of 簡易化

光ファイバー遅延線干渉計を用いて、低雑音な基準レーザーが不要なレーザー周波数雑音測定が可能であることを示し、フリーラン及び周波数安定化されたコムモードの周波数雑音パワースペクトル密度の測定及び測定結果の不確かさ推定を行った。例えば、安定化された光コムについて、得られた周波数雑音 PSD の不確かさはフーリエ周波数10 kHzにおいて0.66 dBであった。この不確かさの内、遅延線干渉計に起因するものは無視できることがわかった。また、基準レーザーを用いた従来の手法でもコムモードの周波数雑音 PSD の測定及び不確かさ評価を行い、両手法の測定結果が不確かさの範囲内で一致することを確認した。測定手法の妥当性が確認された本手法は、その簡便さも相まって、光コムの雑音測定の標準的手法となる可能性がある。

一方で、光コムの周波数雑音測定のシステムノイズフロアは、干渉計の一部で生じるファイバー

雑音により制限されていることがわかった。また、測定不確かさの内、測定回数が少ないことによる統計不確かさが顕著となることがわかった。これらの対策により、更に高感度かつ不確かさの小さな周波数雑音測定の実現が期待される。

本研究により、従来よりも簡便に光コム光源の周波数雑音を測定することが可能となり、周波数雑音を抑えた光源の開発が進むと考えている。結果として、これは光コムを安定化した際の残余雑音を小さくすること、即ち光コムの不確かさ低減に繋がるだろう。

6.2 展望

第4章で述べたように、超安定環境により前例のないレベルまでファイバー雑音を低減することが可能となった。この技術は、ファイバー雑音がシステムの精度を制限している研究に対して有効であると考えられる。具体的には、安定環境とファイバー雑音の測定技術を主軸として、次のような研究の展開が期待される。

6.2.1 光ファイバーリンク中の干渉計の雑音の低減

光ファイバーリンクにおいては、長距離化が進むと共にリピーターレーザーを中継した FNC の制御帯域の拡大が重要となっている。しかしながら、中継局を増やすとリピーターレーザーを伝送光に位相同期するための干渉計が複数台必要となり、そこで生じる光路長変動が無視できなくなる。本研究で開発した安定な環境の一部、例えば密閉と温調などを中継局の干渉計に利用すれば、高い費用対効果で光路長変動の影響を低減できると考えられる。これにより、中継局を複数利用した長距離ファイバーリンクの精度の改善に貢献できる可能性がある。

6.2.2 光コムによる光周波数比較の不確かさ低減

各国の競合研究グループは、ファイバーコム出力をシングルブランチで構成することなどによりファイバー雑音を低減し、長期の相対周波数安定度が 10^{-20} に到達するような光コムを実現している。しかしながら、シングルブランチ構成においても、他のレーザーとのビートを取るための干渉計経路での光路長変動が避けられず、伝送路由来の雑音を完全には除去できていない。一方で、本研究で開発した高安定環境ならば、コムブランチのみならずビート干渉計も収納することができるので、 10^{-21} レベルの未踏の相対周波数安定度に到達できる可能性がある。この技術をマルチブランチコムに実装することにより、実用性と極限的な精度を兼ね備えた光コムによる光-光周波数リンクの実現が期待できる。

光コムの不確かさをどこまで小さくすることができるのかという問いには未だ答えが出ておらず、ファイバー雑音のような技術的な雑音を一つ一つ低減していった先に原理的な限界が存在するのかは定かではない。現在の所、ファイバー雑音込みの評価により光コム自体の不確かさは少なくとも 1×10^{-19} 以下であると報告されており、これは光周波数比較に利用するための性能としては既に十分である。しかしこれに留まることなく、本研究のより広い展望として、光コム自体の不確

かさは更に小さいものであるということを実験的に示したいと考えている。このような研究の方向性は計量標準分野では一般的であり、技術の信頼性の向上にも繋がる。一方では、未知の雑音要因の発見など、新たな研究に繋がるような科学的知見が得られるのではないかと期待している。

6.2.3 光ファイバー遅延線干渉計による光コムの周波数安定化（線幅狭窄化）

本研究では、光ファイバー遅延線干渉計を用いて光コムの周波数雑音を正確に検出・測定できることを確認した。一方で、このような手法で検出した光コムの周波数雑音を誤差信号としてレーザー共振器にフィードバック制御を施すことにより、光コムの周波数雑音を低減できることが知られている。ここで、光ファイバー遅延線干渉計を超安定環境に置くことでファイバー雑音が大幅に低減し、光コムの周波数雑音を極限まで低減できると考えている。仮に 1 km 程度の光ファイバー遅延線で生じるファイバー雑音を光ファイバーの熱雑音が支配的になるレベルまで抑制できたとすると、このような遅延線干渉計で安定化した光コムの周波数安定度は 1 秒平均で 2×10^{-15} になることが計算によりわかった。この周波数安定度はスペクトル線幅に換算するとおよそ 1 Hz 程度であり、光時計などにおいて狭い自然幅を持つ原子の光遷移を励起するための主光源として応用できる可能性がある。また、中空コア型ファイバーなどにおける光ファイバーの熱雑音の影響がどのように記述できるかは興味深い問題であり、更にファイバー雑音を低減することができればより狭線幅な光コムの実現が期待できる。

付録 A

不確かさ評価

ここでは、第5章で行った不確かさ評価（推定）について簡単に述べる。なお、その詳細については、測定不確かさの評価・表現の方法に関する国際文書である GUM [161] に記載されている。また、ここでは GUM の解説文献 [162–164] も適宜参考にした。

A.1 計測用語の定義

不確かさ評価で用いられる計測用語の定義は、現在では下記の通りである。

真の値 ある特定の量の定義と合致する値。観念的な値であり、特別な場合を除き実際には求められない。

測定値 測定によって求めた値。測定値を計算処理したものを測定値と呼ぶこともある。

誤差 測定値から真の値を引いた値。通常、真の値がわからないので誤差もわからない。

正確さ 偏りの小さい程度。

精密さ ばらつきの小さい程度。

精度 正確さと精密さを含めた真の値との一致の度合い。

確度 ある条件の誤差限界で表す計測器の精度。

これらの用語は古くから使用されてきたが、国ごと、分野ごとでその意味が統一されていなかった。そのため、「測定結果の品質」を表現する明確な用語として「不確かさ」が1993年発行の国際文書 GUM において導入された。これによると不確かさとは、「測定の結果に付随した、合理的に測定量に結び付けられ得る値のばらつきを特徴付けるパラメータ」である。即ち、不確かさとは測定のばらつきを表す。

A.2 不確かさ評価の手順

不確かさ評価の基本的な手順は下記の通りである。

A.2.1 測定対象量の定義及び測定手順の明確化

不確かさを評価するためには、測定値が必要である。即ち、不確かさとは測定方法や装置に与えられるものではなく、測定値に付随するものである。従って、まずは測定対象量の定義、及び測定方法やその手順を明確にしなければならない。また、測定手順には、例えば実験室の温度のような、測定結果に寄与し得る実験条件も含めることとする。

A.2.2 測定の数学モデルの構築

次に測定の数学モデルを構築し、不確かさ要因を列挙する。測定の数学モデルとは、取得した実験データから測定対象量を導出するための数式を指す。多くの場合、測定対象量 Y は直接的には測定されず、他の N 個の量 X_1, X_2, \dots, X_N を含むことから、次式で示す関数 f によって決定される。

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (\text{A.1})$$

この数学モデルに基づいて、 N 個の量 X_1, X_2, \dots, X_N に対する実験値 x_1, x_2, \dots, x_N から得られた測定対象量 Y の推定値 y が実験結果である。即ち、実験結果は

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (\text{A.2})$$

と表すことができる。次小節では x_1, x_2, \dots, x_N のそれぞれの標準不確かさを評価する。

A.2.3 各不確かさ要因の評価

各不確かさ要因による測定値のばらつきを評価する。この時点で認識できる偏りは補正する。ここで、ばらつきの評価方法は以下の二つがある。

タイプ A の不確かさ評価

実際に測定して得られたデータから、ばらつきの平均的な大きさとして、平均値の実験標準偏差を計算する。まず、実験標準偏差は、個々の測定値を q_k とすると、次式で与えられる。

$$s(q_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2} \quad (\text{A.3})$$

ここで、 n はデータ数、 \bar{q} は測定値の平均値であり、 $\bar{q} = n^{-1} \sum_{k=1}^n q_k$ である。そして、平均値の実験標準偏差は、実験標準偏差を測定回数の平方根で除することにより、次式として得られる。

$$s(\bar{q}) = \frac{s(q_k)}{\sqrt{n}} \quad (\text{A.4})$$

タイプ B の不確かさ評価

外部から得られた情報により、タイプ A と評価と同じようなばらつきの平均的な大きさを導出する。ここでは、通常は推定されるばらつきの限度幅の大きさとその確率分布の形状を利用して不確かさを求める。例えば、ある不確かさ要因により、測定値が $\pm a$ の範囲で一様にばらつくとする、これは矩形分布（一様分布）とみなすことができる。また誤差の最大値のみがわかっている場合にも、これを矩形分布として不確かさを計算することが多い。矩形分布の場合は、区間の半幅 a を $\sqrt{3}$ で除した値が標準不確かさとなる。

A.2.4 合成標準不確かさの計算

それぞれの不確かさ要因による標準不確かさ $u(x_i)$ を「不確かさの伝播則」を用いて合成し、合成標準不確かさ $u_c(y)$ を計算する。不確かさの伝播則は次式で表される。

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} \quad (\text{A.5})$$

ここで、 f は式 (A.1) に示した関数であり、各 $u(x_i)$ は前小節で求めたそれぞれの不確かさ要因の標準不確かさである。なお、各不確かさ要因の標準不確かさを測定対象量と同じ次元で評価できる場合には、この式は単純化され、

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_N^2} \quad (\text{A.6})$$

となる。即ち、各標準不確かさを二乗和し、その平方根を取れば良い。

A.2.5 包含係数の決定

計量標準の分野では、包含係数 k は一般的に $k = 2$ が用いられる。これは、次節で述べる拡張不確かさが信頼の水準約 95 % の区間を表すことに対応する。なお、 $k = 1$ の場合は信頼の水準約 68 %、 $k = 3$ の場合は約 99 % である。

A.2.6 拡張不確かさの計算

拡張不確かさ U は、合成標準不確かさ $u_c(y)$ に包含係数を乗じることによって

$$U = k u_c(y) \quad (\text{A.7})$$

と求められる。測定の結果は $Y = y \pm U$ と表現する。

A.2.7 不確かさの報告

測定の結果を報告する際には測定値、拡張不確かさ、包含係数を明記する。

付録 B

遅延線干渉計における光パルスの重ね合わせのための繰り返し周波数調整

ここでは、遅延線干渉計の出力部において、遅延腕及び参照腕から到来するそれぞれの光パルスを重ね合わせるために必要なモード同期レーザーの繰り返し周波数の変化量を導出する。図 5.1 に示すような遅延線干渉計にモード同期レーザー光を入射し、時間軸上で i 番目と $i + m$ 番目の光パルスを重ね合わせることを考える。このような系では、モード同期レーザーの繰り返し周波数 f_{rep} を Δf_{rep} だけ変化させた際、両腕からの光パルス到来のタイミング差の変化量 Δt は

$$\begin{aligned}\Delta t &= m \left(\frac{1}{f_{\text{rep}}} - \frac{1}{f_{\text{rep}} + \Delta f_{\text{rep}}} \right) \\ &\approx m \frac{\Delta f_{\text{rep}}}{f_{\text{rep}}^2}\end{aligned}\quad (\text{B.1})$$

となることが知られている [165,166]。式 (B.1) は、 m が大きい、即ち遅延量が大きい場合には、小さな Δf_{rep} でも両腕からの光パルス到来のタイミング差を大きく変えられることを示している。ここで、両腕からの光パルスを重ね合わせるためには、このタイミング差を最大でもモード同期レーザーの光パルスの時間間隔 $1/f_{\text{rep}}$ だけ変化させればよい。従って、光パルスの重ね合わせに必要な f_{rep} の最大調整量 $\Delta f_{\text{rep,tune}}$ は、 $\Delta t = 1/f_{\text{rep}}$ を式 (B.1) に代入することにより、

$$\Delta f_{\text{rep,tune}} = \frac{f_{\text{rep}}}{m}\quad (\text{B.2})$$

となる。一方で、 m は遅延線干渉計が付与する遅延時間 τ の間に含まれる光パルスの数に等しいので、

$$m = \frac{\tau}{1/f_{\text{rep}}}\quad (\text{B.3})$$

である。式 (B.3) を式 (B.2) に代入すると、

$$\Delta f_{\text{rep,tune}} = \frac{1}{\tau}\quad (\text{B.4})$$

付録 B 遅延線干渉計における光パルスの重ね合わせのための繰り返し周波数調整

となる。従って、遅延線干渉計ではモード同期レーザーの繰り返し周波数を $1/\tau$ 変えるごとに光パルスの重ね合わせが生じることがわかる。

付録 C

コムモードの周波数雑音のモード次数依存性による不確かさの導出

ここでは、モード次数 p から q までのコムモード ($q - p + 1$ 本) の周波数雑音 PSD $S_{\delta v}^{\text{comb}, \nu_n}(f)$ の標準偏差 $\sigma [S_{\delta v}^{\text{comb}, \nu_n}(f)]$ を周波数雑音 PSD の不確かさとして導出する。

はじめに n 番目のコムモードのフーリエ周波数領域での周波数変動量を導出する。時間 t における n 番目のコムモードの周波数の瞬時値 $\nu_n(t)$ は

$$\nu_n(t) = n f_{\text{rep}}(t) + f_{\text{ceo}}(t) \quad (\text{C.1})$$

と表される。ここで、 $f_{\text{rep}}(t)$ 及び $f_{\text{ceo}}(t)$ は、それぞれ光コムの子返し周波数の瞬時値及びキャリア・エンベロップ・オフセット周波数の瞬時値である。従って、 n 番目のコムモードの周波数変動量の瞬時値 $\delta \nu_n(t)$ は、

$$\delta \nu_n(t) = n \delta f_{\text{rep}}(t) + \delta f_{\text{ceo}}(t) \quad (\text{C.2})$$

である。ここで、 $\delta f_{\text{rep}}(t)$ 及び $\delta f_{\text{ceo}}(t)$ は、それぞれ子返し周波数の周波数変動量の瞬時値及びキャリア・エンベロップ・オフセット周波数の周波数変動量の瞬時値である。式 (C.2) をフーリエ変換すると、

$$\delta \tilde{\nu}_n(f) = n \delta \tilde{f}_{\text{rep}}(f) + \delta \tilde{f}_{\text{ceo}}(f) \quad (\text{C.3})$$

となる。ここで、 $\delta \tilde{\nu}_n(f)$ 、 $\delta \tilde{f}_{\text{rep}}(f)$ 及び $\delta \tilde{f}_{\text{ceo}}(f)$ は、それぞれ $\delta \nu_n(t)$ 、 $\delta f_{\text{rep}}(t)$ 及び $\delta f_{\text{ceo}}(t)$ のフーリエ変換である。式 (C.3) は複素数で表される n 番目のコムモードのフーリエ周波数領域での周波数変動量を示しており、その大きさ (絶対値) が周波数変動量の二乗平均平方根に相当する。

次に、モード番号 p から q までのコムモードが測定対象に含まれると考え、これらのコムモードの周波数変動量の大きさ $|\delta \tilde{\nu}_n(f)|$ の分散 $\sigma^2 [|\delta \tilde{\nu}_n(f)|]$ を計算し、標準偏差及び相対標準偏差を導

出する。分散は平均値からの偏差の二乗の平均値で与えられるので、

$$\begin{aligned}\sigma^2 [|\delta\tilde{v}_n(f)|] &= \frac{1}{q-(p-1)} \sum_{n=p}^q \left(|\delta\tilde{v}_n(f)| - \overline{|\delta\tilde{v}_n(f)|} \right)^2 \\ &= \frac{1}{q-(p-1)} \sum_{n=p}^q |\delta\tilde{v}_n(f)|^2 - \overline{|\delta\tilde{v}_n(f)|}^2\end{aligned}\quad (\text{C.4})$$

である。ここで、 $\overline{|\delta\tilde{v}_n(f)|} = (q-(p-1))^{-1} \sum_{n=p}^q |\delta\tilde{v}_n(f)|$ であり、これはモード番号 p から q までのコムモードの周波数変動量の大きさ $|\delta\tilde{v}_n(f)|$ の平均値である。ただし、 $\overline{|\delta\tilde{v}_n(f)|}$ は複素数の絶対値の加算平均であるため、式 (C.3) を用いて解析的に計算できない。そこで、複素数の絶対値の三角不等式を利用すると、

$$\begin{aligned}\overline{|\delta\tilde{v}_n(f)|} &= \frac{1}{q-(p-1)} \sum_{n=p}^q |\delta\tilde{v}_n(f)| \\ &\geq \left| \frac{1}{q-(p-1)} \sum_{n=p}^q \delta\tilde{v}_n(f) \right|\end{aligned}\quad (\text{C.5})$$

が得られる。式 (C.5) の右辺は、複素数の加算平均の絶対値となっており、式 (C.3) を用いて解析的に計算することができる。式 (C.5) の右辺を式 (C.4) に代入すると、 $\sigma^2 [|\delta\tilde{v}_n(f)|]$ は

$$\begin{aligned}\sigma^2 [|\delta\tilde{v}_n(f)|] &\leq \frac{1}{q-(p-1)} \sum_{n=p}^q |\delta\tilde{v}_n(f)|^2 - \left| \frac{1}{q-(p-1)} \sum_{n=p}^q \delta\tilde{v}_n(f) \right|^2 \\ &= \frac{(q-p)(q-p+2)}{12} |\delta\tilde{f}_{\text{rep}}(f)|^2\end{aligned}\quad (\text{C.6})$$

となる。式 (C.6) の平方根を取ると、モード番号 p から q までのコムモードの周波数変動量の大きさ $|\delta\tilde{v}_n(f)|$ の標準偏差は

$$\sigma [|\delta\tilde{v}_n(f)|] \leq \sqrt{\frac{(q-p)(q-p+2)}{12}} |\delta\tilde{f}_{\text{rep}}(f)|\quad (\text{C.7})$$

となる。また、これを相対標準偏差で表すと、

$$\frac{\sigma [|\delta\tilde{v}_n(f)|]}{|\delta\tilde{v}_n(f)|} \leq \frac{\sqrt{\frac{(q-p)(q-p+2)}{12}} |\delta\tilde{f}_{\text{rep}}(f)|}{|\delta\tilde{v}_n(f)|}\quad (\text{C.8})$$

となる。 x の標準偏差が σ の時、 x^2 の標準偏差は 2σ であることを考えれば、

$$\begin{aligned}\frac{\sigma [|\delta\tilde{v}_n(f)|^2]}{|\delta\tilde{v}_n(f)|^2} &\leq 2 \times \frac{\sigma [|\delta\tilde{v}_n(f)|]}{|\delta\tilde{v}_n(f)|} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{(q-p)(q-p+2)}{3}} |\delta\tilde{f}_{\text{rep}}(f)|}{|\delta\tilde{v}_n(f)|}\end{aligned}\quad (\text{C.9})$$

とできる。

次に、式 (C.9) に具体的な単位を適用し、帯域幅も考慮に入れてモード番号 p から q までのコムモードの周波数雑音 PSD の相対標準偏差を求める。モード番号 p から q までのコムモードの周波数雑音 PSD の平均値 $\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)}$ 及び繰り返し周波数の周波数雑音 PSD $S_{\delta\nu}^{\text{rep}}(f)$ をそれぞれ

$$\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)} = \frac{|\delta\tilde{\nu}_n(f)|^2}{f_{\text{BW}}} \text{ Hz}^2/\text{Hz} \quad (\text{C.10})$$

$$S_{\delta\nu}^{\text{rep}}(f) = \frac{[\delta\tilde{f}_{\text{rep}}^{\text{rms}}(f)]^2}{f_{\text{BW}}} \text{ Hz}^2/\text{Hz} \quad (\text{C.11})$$

とする。ここで、 $|\delta\tilde{\nu}_n(f)|^2$ 及び $[\delta\tilde{f}_{\text{rep}}^{\text{rms}}(f)]^2$ は、それぞれ帯域幅 f_{BW} [Hz] で測定されたフーリエ周波数 f [Hz] での、モード番号 p から q までのコムモードの周波数変動量の平均値の二乗平均及び繰り返し周波数の周波数変動量の二乗平均である。式 (C.9) に式 (C.10),(C.11) を代入することにより、モード番号 p から q までのコムモードの周波数雑音 PSD $\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)}$ の相対標準偏差は

$$\begin{aligned} \frac{\sigma \left[\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)} \right]}{\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)}} &\leq \frac{\sqrt{\frac{(q-p)(q-p+2)}{3}} \sqrt{\frac{[\delta\tilde{f}_{\text{rep}}^{\text{rms}}(f)]^2}{f_{\text{BW}}}}}{\sqrt{\frac{|\delta\tilde{\nu}_n(f)|^2}{f_{\text{BW}}}}} \\ &= \sqrt{\frac{(q-p)(q-p+2)}{3}} \cdot \frac{S_{\delta\nu}^{\text{rep}}(f)}{\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)}} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

となる。本研究では、式 (C.12) で表される相対標準偏差の最大値を、光コムが複数のコムモードを持つことによる周波数雑音 PSD の最悪値と考え、相対不確かさとする。

光コムの場合、 n 番目のコムモードの周波数雑音は、繰り返し周波数の周波数雑音の n 倍とほぼ等しいことが知られている [70]。従って、モード番号 p から q までのコムモードの周波数雑音 PSD の平均値 $\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)}$ は

$$\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)} \sim \left(\frac{p+q}{2} \right)^2 S_{\delta\nu}^{\text{rep}}(f) \quad (\text{C.13})$$

と表せる。これを式 (C.12) に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma \left[\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)} \right]}{\overline{S_{\delta\nu}^{\text{comb},\nu_n}(f)}} &= \sqrt{\frac{1}{3} \frac{(q-p)(q-p+2)}{\left(\frac{p+q}{2}\right)^2}} \\ &\sim \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{q-p+1}{\frac{1}{2}(p+q)} \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

となる。

本文中では、 $\sigma \left[S_{\delta v}^{\text{comb}, \nu_n}(f) \right]$ 及び $\overline{S_{\delta v}^{\text{comb}, \nu_n}(f)}$ は、それぞれ不確かさ u'_7 、コムモードの周波数雑音 PSD の測定値 $S_{\delta v}^{\text{comb}}(f)$ に相当し、

$$\frac{u'_7}{S_{\delta v}^{\text{comb}}(f)} \sim \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{q-p+1}{\frac{1}{2}(p+q)} \quad (\text{C.15})$$

と表現される。

参考文献

- [1] V Gerginov, N Nemitz, S Weyers, R Schröder, D Griebisch, and R Wynands. Uncertainty evaluation of the caesium fountain clock PTB-CSF2. *Metrologia*, Vol. 47, No. 1, pp. 65–79, dec 2009.
- [2] Krzysztof Szymaniec, Sang Eon Park, Giuseppe Marra, and Witold Chałupczak. First accuracy evaluation of the NPL-CsF2 primary frequency standard. *Metrologia*, Vol. 47, No. 4, pp. 363–376, jun 2010.
- [3] Thomas E Parker. Long-term comparison of caesium fountain primary frequency standards. *Metrologia*, Vol. 47, No. 1, p. 1, 2010.
- [4] Ruoxin Li, Kurt Gibble, and Krzysztof Szymaniec. Improved accuracy of the NPL-CsF2 primary frequency standard: evaluation of distributed cavity phase and microwave lensing frequency shifts. *Metrologia*, Vol. 48, No. 5, p. 283, 2011.
- [5] S Weyers, V Gerginov, N Nemitz, R Li, and K Gibble. Distributed cavity phase frequency shifts of the caesium fountain PTB-CSF2. *Metrologia*, Vol. 49, No. 1, p. 82, 2012.
- [6] J. Guena, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M.E. Tobar, Ruoxin Li, K. Gibble, A. Clairon, and S. Bize. Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, Vol. 59, No. 3, pp. 391–409, 2012.
- [7] Thomas P Heavner, Elizabeth A Donley, Filippo Levi, Giovanni Costanzo, Thomas E Parker, Jon H Shirley, Neil Ashby, Stephan Barlow, and S R Jefferts. First accuracy evaluation of NIST-F2. *Metrologia*, Vol. 51, No. 3, pp. 174–182, may 2014.
- [8] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband. Frequency comparison of two high-accuracy Al^+ optical clocks. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 104, p. 070802, Feb 2010.
- [9] Hidetoshi Katori. Optical lattice clocks and quantum metrology. *Nat Photon*, Vol. 5, No. 4, pp. 203–210, April 2011.
- [10] N. Huntemann, M. Okhapkin, B. Lipphardt, S. Weyers, Chr. Tamm, and E. Peik. High-accuracy optical clock based on the octupole transition in $^{171}\text{Yb}^+$. *Phys. Rev. Lett.*, Vol.

- 108, p. 090801, Feb 2012.
- [11] J. A. Sherman, N. D. Lemke, N. Hinkley, M. Pizzocaro, R. W. Fox, A. D. Ludlow, and C. W. Oates. High-accuracy measurement of atomic polarizability in an optical lattice clock. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 108, p. 153002, Apr 2012.
- [12] T. L. Nicholson, M. J. Martin, J. R. Williams, B. J. Bloom, M. Bishof, M. D. Swallows, S. L. Campbell, and J. Ye. Comparison of two independent Sr optical clocks with 1×10^{-17} stability at 10^3 s. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 109, p. 230801, Dec 2012.
- [13] R. Le Targat, L. Lorini, Y. Le Coq, M. Zawada, J. Guéna, M. Abgrall, M. Gurov, P. Rosenbusch, D. G. Rovera, B. Nagórny, R. Gartman, P. G. Westergaard, M. E. Tobar, M. Lours, G. Santarelli, A. Clairon, S. Bize, P. Laurent, P. Lemonde, and J. Lodewyck. Experimental realization of an optical second with strontium lattice clocks. *Nature Communications*, Vol. 4, No. 1, p. 2109, July 2013.
- [14] N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, and A. D. Ludlow. An atomic clock with 10^{-18} instability. *Science*, Vol. 341, No. 6151, pp. 1215–1218, 2013.
- [15] T. L. Nicholson, S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, B. J. Bloom, R. L. McNally, W. Zhang, M. D. Barrett, M. S. Safronova, G. F. Strouse, W. L. Tew, and J. Ye. Systematic evaluation of an atomic clock at 2×10^{-18} total uncertainty. *Nature Communications*, Vol. 6, p. 6896, April 2015.
- [16] Ichiro Ushijima, Masao Takamoto, Manoj Das, Takuya Ohkubo, and Hidetoshi Katori. Cryogenic optical lattice clocks. *Nature Photonics*, Vol. 9, No. 3, pp. 185–189, March 2015.
- [17] Masao Takamoto, Ichiro Ushijima, Manoj Das, Nils Nemitz, Takuya Ohkubo, Kazuhiro Yamanaka, Noriaki Ohmae, Tetsushi Takano, Tomoya Akatsuka, Atsushi Yamaguchi, and Hidetoshi Katori. Frequency ratios of Sr, Yb, and Hg based optical lattice clocks and their applications. *Comptes Rendus Physique*, Vol. 16, No. 5, pp. 489–498, jun 2015.
- [18] Tobias Bothwell, Dhruv Kedar, Eric Oelker, John M Robinson, Sarah L Bromley, Weston L Tew, Jun Ye, and Colin J Kennedy. JILA SrI optical lattice clock with uncertainty of 2.0×10^{-18} . *Metrologia*, Vol. 56, No. 6, p. 065004, oct 2019.
- [19] Feng-Lei Hong. Optical frequency standards for time and length applications. *Measurement Science and Technology*, Vol. 28, No. 1, p. 012002, 2017.
- [20] 洪鋒雷, 安田正美. 時間の単位「秒」についての基礎解説と最新動向. 国際単位系 (SI) 基本単位の定義改定と計量標準, pp. 25–34, 2020.
- [21] Fritz Riehle. Towards a redefinition of the second based on optical atomic clocks. *Comptes Rendus Physique*, Vol. 16, No. 5, pp. 506–515, jun 2015.
- [22] Fritz Riehle, Patrick Gill, Felicitas Arias, and Lennart Robertsson. The CIPM list of recommended frequency standard values: guidelines and procedures. *Metrologia*, Vol. 55,

- No. 2, pp. 188–200, feb 2018.
- [23] S. B. Koller, J. Grotti, St. Vogt, A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, U. Sterr, and Ch. Lisdat. Transportable optical lattice clock with 7×10^{-17} uncertainty. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, p. 073601, Feb 2017.
- [24] J. Cao, P. Zhang, J. Shang, K. Cui, J. Yuan, S. Chao, S. Wang, H. Shu, and X. Huang. A compact, transportable single-ion optical clock with 7.8×10^{-17} systematic uncertainty. *Applied Physics B*, Vol. 123, No. 4, p. 112, March 2017.
- [25] Tetsushi Takano, Masao Takamoto, Ichiro Ushijima, Noriaki Ohmae, Tomoya Akatsuka, Atsushi Yamaguchi, Yuki Kuroishi, Hiroshi Munekane, Basara Miyahara, and Hidetoshi Katori. Geopotential measurements with synchronously linked optical lattice clocks. *Nature Photonics*, Vol. 10, No. 10, pp. 662–666, aug 2016.
- [26] Tanja E Mehlstäubler, Gesine Grosche, Christian Lisdat, Piet O Schmidt, and Heiner Denker. Atomic clocks for geodesy. *Reports on Progress in Physics*, Vol. 81, No. 6, p. 064401, apr 2018.
- [27] J. E. Gray and D. W. Allan. A method for estimating the frequency stability of an individual oscillator. In *28th Annual Symposium on Frequency Control*, pp. 243–246, 1974.
- [28] Michael T. Murphy, Adrian L. Malec, and J. Xavier Prochaska. Precise limits on cosmological variability of the fine-structure constant with zinc and chromium quasar absorption lines. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 461, No. 3, pp. 2461–2479, jun 2016.
- [29] Edward D. Davis and Leila Hamdan. Reappraisal of the limit on the variation in α implied by the Oklo natural fission reactors. *Phys. Rev. C*, Vol. 92, p. 014319, Jul 2015.
- [30] E. Peik, B. Lipphardt, H. Schnatz, T. Schneider, Chr. Tamm, and S. G. Karshenboim. Limit on the present temporal variation of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 93, p. 170801, Oct 2004.
- [31] Asimina Arvanitaki, Junwu Huang, and Ken Van Tilburg. Searching for dilaton dark matter with atomic clocks. *Phys. Rev. D*, Vol. 91, p. 015015, Jan 2015.
- [32] C. J. Campbell, A. G. Radnaev, A. Kuzmich, V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, and A. Derevianko. Single-ion nuclear clock for metrology at the 19th decimal place. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 108, p. 120802, Mar 2012.
- [33] D. W. Allan and M. A. Weiss. Accurate time and frequency transfer during common-view of a GPS satellite. In *34th Annual Symposium on Frequency Control*, pp. 334–346, 1980.
- [34] K. M. Larson and J. Levine. Carrier-phase time transfer. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 46, No. 4, pp. 1001–1012, 1999.
- [35] Gérard Petit, Amale Kanj, Sylvain Loyer, Jérôme Delporte, Flavien Mercier, and Félix

- Perosanz. 1×10^{-16} frequency transfer by GPS PPP with integer ambiguity resolution. *Metrologia*, Vol. 52, No. 2, pp. 301–309, mar 2015.
- [36] D. Kirchner. Two-way time transfer via communication satellites. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 79, No. 7, pp. 983–990, 1991.
- [37] A Bauch, J Achkar, S Bize, D Calonico, R Dach, R Hlavač, L Lorini, T Parker, G Petit, D Piester, K Szymaniec, and P Urich. Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the 10^{-15} uncertainty level. *Metrologia*, Vol. 43, No. 1, p. 109, 2006.
- [38] Miho Fujieda, Sung-Hoon Yang, Tadahiro Gotoh, Sang-Wook Hwang, Hidekazu Hachisu, Huidong Kim, Young Kyu Lee, Ryo Tabuchi, Tetsuya Ido, Won-Kyu Lee, Myoung-Sun Heo, Chang Yong Park, Dai-Hyuk Yu, and Gerard Petit. Advanced satellite-based frequency transfer at the 10^{-16} level. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 65, No. 6, pp. 973–978, jun 2018.
- [39] Philippe Laurent, Didier Massonnet, Luigi Cacciapuoti, and Christophe Salomon. The ACES/PHARAO space mission. *Comptes Rendus Physique*, Vol. 16, No. 5, pp. 540–552, jun 2015.
- [40] L. Cacciapuoti, P. Laurent, and C. Salomon. Atomic clock ensemble in space. In *52nd Rencontres de Moriond on Gravitation*, pp. 139–148, 2017.
- [41] L. Cacciapuoti and Ch. Salomon. Space clocks and fundamental tests: The ACES experiment. *The European Physical Journal Special Topics*, Vol. 172, No. 1, pp. 57–68, jun 2009.
- [42] M. Amemiya, M. Imae, Y. Fujii, T. Suzuyama, Feng-Lei Hong, and M. Takamoto. Precise frequency comparison system using bidirectional optical amplifiers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 59, No. 3, pp. 631–640, mar 2010.
- [43] C. E. Calosso, E. Bertacco, D. Calonico, C. Clivati, G. A. Costanzo, M. Frittelli, F. Levi, A. Mura, and A. Godone. Frequency transfer via a two-way optical phase comparison on a multiplexed fiber network. *Optics Letters*, Vol. 39, No. 5, p. 1177, feb 2014.
- [44] Long-Sheng Ma, Peter Jungner, Jun Ye, and John L. Hall. Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Opt. Lett.*, Vol. 19, No. 21, pp. 1777–1779, Nov 1994.
- [45] Seth M. Foreman, Kevin W. Holman, Darren D. Hudson, David J. Jones, and Jun Ye. Remote transfer of ultrastable frequency references via fiber networks. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 78, No. 2, p. 021101, 2007.
- [46] Russell Wilcox, J. M. Byrd, Lawrence Doolittle, Gang Huang, and J. W. Staples. Stable transmission of radio frequency signals on fiber links using interferometric delay sensing. *Optics Letters*, Vol. 34, No. 20, p. 3050, oct 2009.
- [47] F.-L. Hong, M. Musha, M. Takamoto, H. Inaba, S. Yanagimachi, A. Takamizawa,

- K. Watabe, T. Ikegami, M. Imae, Y. Fujii, M. Amemiya, K. Nakagawa, K. Ueda, and H. Katori. Measuring the frequency of a Sr optical lattice clock using a 120 km coherent optical transfer. *Opt. Lett.*, Vol. 34, No. 5, pp. 692–694, Mar 2009.
- [48] S. Droste, F. Ozimek, Th. Udem, K. Predehl, T. W. Hänsch, H. Schnatz, G. Grosche, and R. Holzwarth. Optical-frequency transfer over a single-span 1840 km fiber link. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 111, p. 110801, Sep 2013.
- [49] D. Calonico, E.K. Bertacco, C.E. Calosso, C. Clivati, G.A. Costanzo, M. Frittelli, A. Godone, A. Mura, N. Poli, D.V. Sutyryn, G. Tino, M.E. Zucco, and F. Levi. High-accuracy coherent optical frequency transfer over a doubled 642-km fiber link. *Applied Physics B*, Vol. 117, No. 3, pp. 979–986, 2014.
- [50] K. Predehl, G. Grosche, S. M. F. Raupach, S. Droste, O. Terra, J. Alnis, Th. Legero, T. W. Hänsch, Th. Udem, R. Holzwarth, and H. Schnatz. A 920-kilometer optical fiber link for frequency metrology at the 19th decimal place. *Science*, Vol. 336, No. 6080, pp. 441–444, 2012.
- [51] Arthur Matveev, Christian G. Parthey, Katharina Predehl, Janis Alnis, Axel Beyer, Ronald Holzwarth, Thomas Udem, Tobias Wilken, Nikolai Kolachevsky, Michel Abgrall, Daniele Rovera, Christophe Salomon, Philippe Laurent, Gesine Grosche, Osama Terra, Thomas Legero, Harald Schnatz, Stefan Weyers, Brett Altschul, and Theodor W. Hänsch. Precision measurement of the hydrogen 1S-2S frequency via a 920-km fiber link. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 110, p. 230801, Jun 2013.
- [52] C. Lisdat, G. Grosche, N. Quintin, C. Shi, S. M. F. Raupach, C. Grebing, D. Nicolodi, F. Stefani, A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, J.-L. Robyr, N. Chiodo, S. Bilicki, E. Bookjans, A. Koczwara, S. Koke, A. Kuhl, F. Wiotte, F. Meynadier, E. Camisard, M. Abgrall, M. Lours, T. Legero, H. Schnatz, U. Sterr, H. Denker, C. Chardonnet, Y. Le Coq, G. Santarelli, A. Amy-Klein, R. Le Targat, J. Lodewyck, O. Lopez, and P.-E. Pottie. A clock network for geodesy and fundamental science. *Nat Commun*, Vol. 7, p. 12443, August 2016.
- [53] Olivier Lopez, Adil Haboucha, Fabien Kéfélian, Haifeng Jiang, Bruno Chanteau, Vincent Roncin, Christian Chardonnet, Anne Amy-Klein, and Giorgio Santarelli. Cascaded multiplexed optical link on a telecommunication network for frequency dissemination. *Opt. Express*, Vol. 18, No. 16, pp. 16849–16857, Aug 2010.
- [54] O. Terra, G. Grosche, and H. Schnatz. Brillouin amplification in phase coherent transfer of optical frequencies over 480 km fiber. *Opt. Express*, Vol. 18, No. 15, pp. 16102–16111, Jul 2010.
- [55] 和田雅人. 時間周波数比較法に関する調査研究. 産総研計量標準報告, Vol. 9, No. 1, pp. 23–33, March 2014.
- [56] 和田雅人. 時間周波数標準の比較技術. 計測と制御, Vol. 53, No. 10, pp. 949–956, 2014.

- [57] O. Lopez, A. Amy-Klein, M. Lours, C. Chardonnet, and G. Santarelli. High-resolution microwave frequency dissemination on an 86-km urban optical link. *Applied Physics B*, Vol. 98, No. 4, pp. 723–727, 2010.
- [58] M. Fujieda, M. Kumagai, and S. Nagano. Coherent microwave transfer over a 204-km telecom fiber link by a cascaded system. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 57, No. 1, pp. 168–174, Jan 2010.
- [59] N. R. Newbury, P. A. Williams, and W. C. Swann. Coherent transfer of an optical carrier over 251 km. *Opt. Lett.*, Vol. 32, No. 21, pp. 3056–3058, Nov 2007.
- [60] Olivier Lopez, Adil Haboucha, Bruno Chanteau, Christian Chardonnet, Anne Amy-Klein, and Giorgio Santarelli. Ultra-stable long distance optical frequency distribution using the internet fiber network. *Opt. Express*, Vol. 20, No. 21, pp. 23518–23526, Oct 2012.
- [61] G. Grosche, O. Terra, K. Predehl, R. Holzwarth, B. Lipphardt, F. Vogt, U. Sterr, and H. Schnatz. Optical frequency transfer via 146 km fiber link with 10^{-19} relative accuracy. *Opt. Lett.*, Vol. 34, No. 15, pp. 2270–2272, Aug 2009.
- [62] Mitsuru Musha, Feng-Lei Hong, Ken'ichi Nakagawa, and Ken ichi Ueda. Coherent optical frequency transfer over 50-km physical distance using a 120-km-long installed telecom fiber network. *Opt. Express*, Vol. 16, No. 21, pp. 16459–16466, Oct 2008.
- [63] S. T. Dawkins, J. J. McFerran, and A. N. Luiten. Considerations on the measurement of the stability of oscillators with frequency counters. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 54, No. 5, pp. 918–925, 2007.
- [64] Daniele Nicolodi, Berengere Argence, Wei Zhang, Rodolphe Le Targat, Giorgio Santarelli, and Yann Le Coq. Spectral purity transfer between optical wavelengths at the 10^{-18} level. *Nat Photon*, Vol. 8, No. 3, pp. 219–223, March 2014.
- [65] Holly Leopardi, Josue Davila-Rodriguez, Franklyn Quinlan, Judith Olson, Jeff A. Sherman, Scott A. Diddams, and Tara M. Fortier. Single-branch Er: fiber frequency comb for precision optical metrology with 10^{-18} fractional instability. *Optica*, Vol. 4, No. 8, pp. 879–885, Aug 2017.
- [66] Noriaki Ohmae, Naoya Kuse, Martin E. Fermann, and Hidetoshi Katori. All-polarization-maintaining, single-port Er: fiber comb for high-stability comparison of optical lattice clocks. *Applied Physics Express*, Vol. 10, No. 6, p. 062503, 2017.
- [67] Antoine Rolland, Peng Li, Naoya Kuse, Jie Jiang, Marco Cassinerio, Carsten Langrock, and Martin E. Fermann. Ultra-broadband dual-branch optical frequency comb with 10^{-18} instability. *Optica*, Vol. 5, No. 9, pp. 1070–1077, Sep 2018.
- [68] Ken Kashiwagi, Yoshiaki Nakajima, Masato Wada, Sho Okubo, and Hajime Inaba. Multi-branch fiber comb with relative frequency uncertainty at 10^{-20} using fiber noise difference cancellation. *Opt. Express*, Vol. 26, No. 7, pp. 8831–8840, Apr 2018.

- [69] D. W. Allan and J. A. Barnes. A modified "allan variance" with increased oscillator characterization ability. In *Thirty Fifth Annual Frequency Control Symposium*, pp. 470–475, 1981.
- [70] Nathan R. Newbury and William C. Swann. Low-noise fiber-laser frequency combs (invited). *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 24, No. 8, pp. 1756–1770, Aug 2007.
- [71] 稲場肇, 大久保章, 和田雅人. 光周波数コムの安定度向上と評価法. *レーザー研究*, Vol. 46, No. 2, pp. 61–66, 2018.
- [72] Jörn Stenger, Harald Schnatz, Christian Tamm, and Harald R. Telle. Ultraprecise measurement of optical frequency ratios. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 88, p. 073601, Feb 2002.
- [73] 吉村和幸, 電子情報通信学会. 周波数と時間: 原子時計の基礎/原子時のしくみ. 電子情報通信学会, 1989.
- [74] D. W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 54, No. 2, pp. 221–230, 1966.
- [75] IEEE standard definitions of physical quantities for fundamental frequency and time metrology - random instabilities. *IEEE Std 1139-1999*, pp. 1–40, 1999.
- [76] J. A. Barnes, A. R. Chi, L. S. Cutler, D. J. Healey, D. B. Leeson, T. E. McGunigal, J. A. Mullen, W. L. Smith, R. L. Sydnor, R. F. C. Vessot, and G. M. R. Winkler. Characterization of frequency stability. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. IM-20, No. 2, pp. 105–120, 1971.
- [77] Fabio Stefani, Olivier Lopez, Anthony Bercy, Won-Kyu Lee, Christian Chardonnet, Giorgio Santarelli, Paul-Eric Pottie, and Anne Amy-Klein. Tackling the limits of optical fiber links. *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 32, No. 5, pp. 787–797, May 2015.
- [78] K.H. Wanser. Fundamental phase noise limit in optical fibres due to temperature fluctuations. *Electronics Letters*, Vol. 28, No. 1, pp. 53–54, jan 1992.
- [79] L.Z. Duan. Intrinsic thermal noise of optical fibres due to mechanical dissipation. *Electronics Letters*, Vol. 46, No. 22, p. 1515, 2010.
- [80] Lingze Duan. General treatment of the thermal noises in optical fibers. *Phys. Rev. A*, Vol. 86, p. 023817, Aug 2012.
- [81] Robert E. Bartolo, Alan B. Tveten, and Anthony Dandridge. Thermal phase noise measurements in optical fiber interferometers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 48, No. 5, pp. 720–727, may 2012.
- [82] Jing Dong, Junchao Huang, Tang Li, and Liang Liu. Observation of fundamental thermal noise in optical fibers down to infrasonic frequencies. *Applied Physics Letters*, Vol. 108, No. 2, p. 021108, jan 2016.
- [83] F. Narbonneau, M. Lours, S. Bize, A. Clairon, G. Santarelli, O. Lopez, Ch. Daussy, A. Amy-Klein, and Ch. Chardonnet. High resolution frequency standard dissemination via optical fiber metropolitan network. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 77,

- No. 6, p. 064701, 2006.
- [84] P. A. Williams, W. C. Swann, and N. R. Newbury. High-stability transfer of an optical frequency over long fiber-optic links. *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 25, No. 8, pp. 1284–1293, Aug 2008.
- [85] 和田雅人, 渡部謙一, 大久保章, 鈴山智也, 洪鋒雷, 雨宮正樹. 光キャリアを用いる高精度周波数比較システムの検討. 電気学会論文誌C (電子・情報・システム部門誌), Vol. 134, No. 4, pp. 526–533, 2014.
- [86] Masato Wada, Ken-Ichi Watabe, Sho Okubo, Tomonari Suzuyama, Feng-Lei Hong, and Masaki Amemiya. A precise frequency comparison system using an optical carrier. *Electronics and Communications in Japan*, Vol. 98, No. 11, pp. 19–27, 2015.
- [87] H. Katori. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. *Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology*, pp. 323–330, 2002.
- [88] Hans G. Dehmelt. Monoion oscillator as potential ultimate laser frequency standard. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. IM-31, No. 2, pp. 83–87, jun 1982.
- [89] S. Blatt, A. D. Ludlow, G. K. Campbell, J. W. Thomsen, T. Zelevinsky, M. M. Boyd, J. Ye, X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, A. Brusch, P. Lemonde, M. Takamoto, F.-L. Hong, H. Katori, and V. V. Flambaum. New limits on coupling of fundamental constants to gravity using ^{87}Sr optical lattice clocks. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 100, p. 140801, Apr 2008.
- [90] C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, and D. J. Wineland. Optical clocks and relativity. *Science*, Vol. 329, No. 5999, pp. 1630–1633, 2010.
- [91] A. D. Ludlow, T. Zelevinsky, G. K. Campbell, S. Blatt, M. M. Boyd, M. H. G. de Miranda, M. J. Martin, J. W. Thomsen, S. M. Foreman, Jun Ye, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, Y. Le Coq, Z. W. Barber, N. Poli, N. D. Lemke, K. M. Beck, and C. W. Oates. Sr lattice clock at 1×10^{-16} fractional uncertainty by remote optical evaluation with a Ca clock. *Science*, Vol. 319, No. 5871, pp. 1805–1808, 2008.
- [92] O. Terra, G. Grosche, K. Predehl, R. Holzwarth, T. Legero, U. Sterr, B. Lipphardt, and H. Schnatz. Phase-coherent comparison of two optical frequency standards over 146 km using a telecommunication fiber link. *Applied Physics B*, Vol. 97, No. 3, pp. 541–551, 2009.
- [93] Atsushi Yamaguchi, Miho Fujieda, Motohiro Kumagai, Hidekazu Hachisu, Shigeo Nagano, Ying Li, Tetsuya Ido, Tetsushi Takano, Masao Takamoto, and Hidetoshi Katori. Direct comparison of distant optical lattice clocks at the 10^{-16} uncertainty. *Applied Physics Express*, Vol. 4, No. 8, p. 082203, 2011.
- [94] 大久保章. 広帯域中赤外光源によるサブドップラー分解能分子分光と光周波数コムを用いた高精度周波数測定. PhD thesis, 慶應義塾大学, 2012.
- [95] A. Imaoka and M. Kihara. Accurate time/frequency transfer method using bidi-

- rectional WDM transmission. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, Vol. 47, No. 2, pp. 537–542, 1998.
- [96] Tomoya Akatsuka, Hitomi Ono, Keitaro Hayashida, Kuniya Araki, Masao Takamoto, Tetsushi Takano, and Hidetoshi Katori. 30-km-long optical fiber link at 1397 nm for frequency comparison between distant strontium optical lattice clocks. *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 53, No. 3, p. 032801, feb 2014.
- [97] M. Wada, S. Okubo, K. Kashiwagi, F.-L. Hong, K. Hosaka, and H. Inaba. Evaluation of fiber noise induced in ultrastable environments. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 68, No. 6, pp. 2246–2252, June 2019.
- [98] Nils Nemitz, Takuya Ohkubo, Masao Takamoto, Ichiro Ushijima, Manoj Das, Noriaki Ohmae, and Hidetoshi Katori. Frequency ratio of Yb and Sr clocks with 5×10^{-17} uncertainty at 150 seconds averaging time. *Nat Photon*, Vol. 10, No. 4, pp. 258–261, April 2016.
- [99] N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, Chr. Tamm, and E. Peik. Single-ion atomic clock with 3×10^{-18} systematic uncertainty. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 116, p. 063001, Feb 2016.
- [100] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist. Visible lasers with subhertz linewidths. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, pp. 3799–3802, May 1999.
- [101] S. A. Webster, M. Oxborrow, S. Pugla, J. Millo, and P. Gill. Thermal-noise-limited optical cavity. *Phys. Rev. A*, Vol. 77, p. 033847, Mar 2008.
- [102] Uwe Sterr and Christian Lisdat. A sharper laser. *Nature Physics*, Vol. 5, No. 6, pp. 382–383, jun 2009.
- [103] T. Kessler, C. Hagemann, C. Grebing, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin, L. Chen, and J. Ye. A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity. *Nature Photonics*, Vol. 6, No. 10, pp. 687–692, October 2012.
- [104] D. G. Matei, T. Legero, S. Häfner, C. Grebing, R. Weyrich, W. Zhang, L. Sonderhouse, J. M. Robinson, J. Ye, F. Riehle, and U. Sterr. 1.5 μm lasers with sub-10 mHz linewidth. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, p. 263202, Jun 2017.
- [105] R. M. Godun, P. B. R. Nisbet-Jones, J. M. Jones, S. A. King, L. A. M. Johnson, H. S. Margolis, K. Szymaniec, S. N. Lea, K. Bongs, and P. Gill. Frequency ratio of two optical clock transitions in $^{171}\text{Yb}^+$ and constraints on the time variation of fundamental constants. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 113, p. 210801, Nov 2014.
- [106] 稲場肇, 大苗敦, 洪鋒雷. 通信の大容量化に対応する「長さ」の国家標準. *Synthesiology*, Vol. 7, No. 2, pp. 68–80, 2014.
- [107] 稲場肇, 和田雅人. 精度の飛躍-光周波数コム-「長さの国家標準」光周波数コム=メートルの定義の変遷と光コム=. *光アライアンス*, Vol. 29, No. 2, pp. 5–11, 2018.
- [108] Yoshiaki Nakajima, Hajime Inaba, Kazumoto Hosaka, Kaoru Minoshima, Atsushi

- Onae, Masami Yasuda, Takuya Kohno, Sakae Kawato, Takao Kobayashi, Toshio Katsuyama, and Feng-Lei Hong. A multi-branch, fiber-based frequency comb with millihertz-level relative linewidths using an intra-cavity electro-optic modulator. *Opt. Express*, Vol. 18, No. 2, pp. 1667–1676, Jan 2010.
- [109] Kana Iwakuni, Hajime Inaba, Yoshiaki Nakajima, Takumi Kobayashi, Kazumoto Hosaka, Atsushi Onae, and Feng-Lei Hong. Narrow linewidth comb realized with a mode-locked fiber laser using an intra-cavity waveguide electro-optic modulator for high-speed control. *Opt. Express*, Vol. 20, No. 13, pp. 13769–13776, Jun 2012.
- [110] Hajime Inaba, Kazumoto Hosaka, Masami Yasuda, Yoshiaki Nakajima, Kana Iwakuni, Daisuke Akamatsu, Sho Okubo, Takuya Kohno, Atsushi Onae, and Feng-Lei Hong. Spectroscopy of ^{171}Yb in an optical lattice based on laser linewidth transfer using a narrow linewidth frequency comb. *Opt. Express*, Vol. 21, No. 7, pp. 7891–7896, Apr 2013.
- [111] Daisuke Akamatsu, Masami Yasuda, Hajime Inaba, Kazumoto Hosaka, Takehiko Tanabe, Atsushi Onae, and Feng-Lei Hong. Frequency ratio measurement of ^{171}Yb and ^{87}Sr optical lattice clocks. *Opt. Express*, Vol. 22, No. 7, pp. 7898–7905, Apr 2014.
- [112] 稲場肇, 大久保章, 中嶋善晶, 和田雅人. 光コムの周波数安定度の追求 (特集光コムによる知的光シンセサイザと応用展開). *Optronics : 光技術コーディネータージャーナル*, Vol. 36, No. 10, pp. 87–93, oct 2017.
- [113] 稲場肇, 大久保章, 和田雅人, 中村圭佑, 柏木謙, 清水祐公子, 大苗敦. 光コムの高性能化と応用. *レーザー研究*, Vol. 46, No. 7, pp. 362–369, 2018.
- [114] C. Hagemann, C. Grebing, T. Kessler, S. Falke, N. Lemke, C. Lisdat, H. Schnatz, F. Riehle, and U. Sterr. Providing 10^{-16} short-term stability of a 1.5- μm laser to optical clocks. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 62, No. 6, pp. 1556–1562, 2013.
- [115] L A M Johnson, P Gill, and H S Margolis. Evaluating the performance of the NPL femtosecond frequency combs: agreement at the 10^{-21} level. *Metrologia*, Vol. 52, No. 1, p. 62, 2015.
- [116] Yuan Yao, Yanyi Jiang, Hongfu Yu, Zhiyi Bi, and Longsheng Ma. Optical frequency divider with division uncertainty at the 10^{-21} level. *National Science Review*, Vol. 3, No. 4, pp. 463–469, 2016.
- [117] Terry G. McRae, Silvie Ngo, Daniel A. Shaddock, Magnus T. L. Hsu, and Malcolm B. Gray. Frequency stabilization for space-based missions using optical fiber interferometry. *Optics Letters*, Vol. 38, No. 3, p. 278, jan 2013.
- [118] K. Hosaka, H. Inaba, Y. Nakajima, M. Yasuda, T. Kohno, A. Onae, and Feng-Lei Hong. Evaluation of the clock laser for an Yb lattice clock using an optic fiber comb. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, Vol. 57, No. 3, pp.

- 606–612, March 2010.
- [119] Kazumoto Hosaka, Hajime Inaba, Daisuke Akamatsu, Masami Yasuda, Jun Sugawara, Atsushi Onae, and Feng-Lei Hong. A Fabry-Pérot etalon with an ultralow expansion ceramic spacer. *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 52, No. 3R, p. 032402, 2013.
- [120] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist. Frequency ratio of Al^+ and Hg^+ single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place. *Science*, Vol. 319, No. 5871, pp. 1808–1812, 2008.
- [121] Masao Takamoto, Feng-Lei Hong, Ryoichi Higashi, and Hidetoshi Katori. An optical lattice clock. *Nature*, Vol. 435, No. 7040, pp. 321–324, may 2005.
- [122] B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, and J. Ye. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level. *Nature*, Vol. 506, No. 7486, pp. 71–75, February 2014.
- [123] Kensuke Matsubara, Hidekazu Hachisu, Ying Li, Shigeo Nagano, Clayton Locke, Asahiko Nogami, Masatoshi Kajita, Kazuhiro Hayasaka, Tetsuya Ido, and Mizuhiko Hosokawa. Direct comparison of a Ca^+ single-ion clock against a Sr lattice clock to verify the absolute frequency measurement. *Optics Express*, Vol. 20, No. 20, p. 22034, sep 2012.
- [124] Y. Huang, H. Guan, P. Liu, W. Bian, L. Ma, K. Liang, T. Li, and K. Gao. Frequency comparison of two $^{40}\text{Ca}^+$ optical clocks with an uncertainty at the 10^{-17} level. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 116, p. 013001, Jan 2016.
- [125] David J. Jones, Scott A. Diddams, Jinendra K. Ranka, Andrew Stentz, Robert S. Windeler, John L. Hall, and Steven T. Cundiff. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science*, Vol. 288, No. 5466, pp. 635–639, 2000.
- [126] Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Optical frequency metrology. *Nature*, Vol. 416, No. 6877, pp. 233–237, March 2002.
- [127] Naoki Kuramoto, Shigeeki Mizushima, Lulu Zhang, Kazuaki Fujita, Yasushi Azuma, Akira Kurokawa, Sho Okubo, Hajime Inaba, and Kenichi Fujii. Determination of the Avogadro constant by the XRCD method using a ^{28}Si -enriched sphere. *Metrologia*, Vol. 54, No. 5, pp. 716–729, aug 2017.
- [128] Kaoru Minoshima and Hirokazu Matsumoto. High-accuracy measurement of 240-m distance in an optical tunnel by use of a compact femtosecond laser. *Applied Optics*, Vol. 39, No. 30, p. 5512, oct 2000.
- [129] Lora Nugent-Glandorf, Todd A. Johnson, Yohei Kobayashi, and Scott A. Diddams. Impact of dispersion on amplitude and frequency noise in a Yb-fiber laser comb.

- Optics Letters*, Vol. 36, No. 9, p. 1578, apr 2011.
- [130] L. C. Sinclair, J.-D. Deschênes, L. Sonderhouse, W. C. Swann, I. H. Khader, E. Baumann, N. R. Newbury, and I. Coddington. Invited article: A compact optically coherent fiber frequency comb. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 86, No. 8, p. 081301, 2015.
- [131] Mark Notcutt, Long-Sheng Ma, Jun Ye, and John L. Hall. Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity. *Optics Letters*, Vol. 30, No. 14, p. 1815, jul 2005.
- [132] W. C. Swann, J. J. McFerran, I. Coddington, N. R. Newbury, I. Hartl, M. E. Fermann, P. S. Westbrook, J. W. Nicholson, K. S. Feder, C. Langrock, and M. M. Fejer. Fiber-laser frequency combs with subhertz relative linewidths. *Optics Letters*, Vol. 31, No. 20, p. 3046, sep 2006.
- [133] Su Fang, Haiqin Chen, Tianyin Wang, Yanyi Jiang, Zhiyi Bi, and Longsheng Ma. Optical frequency comb with an absolute linewidth of 0.6 Hz–1.2 Hz over an octave spectrum. *Applied Physics Letters*, Vol. 102, No. 23, p. 231118, jun 2013.
- [134] Peter Fritschel, Thomas J. Kane, and Andrew Jeffries. Frequency fluctuations of a diode-pumped Nd:YAG ring laser. *Optics Letters*, Vol. 14, No. 18, p. 993, sep 1989.
- [135] Yuh-Jen Cheng, P.L. Mussche, and A.E. Siegman. Measurement of laser quantum frequency fluctuations using a Pound-Drever stabilization system. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 30, No. 6, pp. 1498–1504, jun 1994.
- [136] Nicola Coluccelli, Marco Cassinerio, Alessio Gambetta, Paolo Laporta, and Gianluca Galzerano. Frequency-noise measurements of optical frequency combs by multiple fringe-side discriminator. *Scientific Reports*, Vol. 5, No. 1, p. 16338, November 2015.
- [137] T. Okoshi, K. Kikuchi, and A. Nakayama. Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum. *Electronics Letters*, Vol. 16, No. 16, pp. 630–631, July 1980.
- [138] O. Llopis, P. H. Merrer, H. Brahim, K. Saleh, and P. Lacroix. Phase noise measurement of a narrow linewidth CW laser using delay line approaches. *Opt. Lett.*, Vol. 36, No. 14, pp. 2713–2715, Jul 2011.
- [139] Ying T. Chen. Use of single-mode optical fiber in the stabilization of laser frequency. *Appl. Opt.*, Vol. 28, No. 11, pp. 2017–2021, Jun 1989.
- [140] Benjamin S. Sheard, Malcolm B. Gray, and David E. McClelland. High-bandwidth laser frequency stabilization to a fiber-optic delay line. *Appl. Opt.*, Vol. 45, No. 33, pp. 8491–8499, Nov 2006.
- [141] K Takahashi, M Ando, and K Tsubono. Stabilization of laser intensity and frequency using optical fiber. *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 122, No. 1, p. 012016, 2008.
- [142] Fabien Kéfélian, Haifeng Jiang, Pierre Lemonde, and Giorgio Santarelli. Ultralow-

- frequency-noise stabilization of a laser by locking to an optical fiber-delay line. *Opt. Lett.*, Vol. 34, No. 7, pp. 914–916, Apr 2009.
- [143] Jing Dong, Yongqi Hu, Junchao Huang, Meifeng Ye, Qiuzhi Qu, Tang Li, and Liang Liu. Subhertz linewidth laser by locking to a fiber delay line. *Appl. Opt.*, Vol. 54, No. 5, pp. 1152–1156, Feb 2015.
- [144] Dawei Li, Cheng Qian, Ye Li, and Jianye Zhao. Efficient laser noise reduction method via actively stabilized optical delay line. *Opt. Express*, Vol. 25, No. 8, pp. 9071–9077, Apr 2017.
- [145] Lingke Wang, Yifei Duan, Meifeng Ye, Liang Liu, Tang Li, Yafeng Huang, and Junchao Huang. All-fiber-based laser with 200 mHz linewidth. *Chinese Optics Letters*, Vol. 17, No. 11, p. 071407, 7 2019.
- [146] Eric Numkam Fokoua, Marco N. Petrovich, Tom Bradley, Francesco Poletti, David J. Richardson, and Radan Slavík. How to make the propagation time through an optical fiber fully insensitive to temperature variations. *Optica*, Vol. 4, No. 6, p. 659, jun 2017.
- [147] W. Zhu, E. R. Numkam Fokoua, Y. Chen, T. Bradley, M. N. Petrovich, F. Poletti, M. Zhao, D. J. Richardson, and R. Slavík. Temperature insensitive fiber interferometry. *Optics Letters*, Vol. 44, No. 11, p. 2768, may 2019.
- [148] R. Slavík, E. R. Numkam Fokoua, M. Bukshab, Y. Chen, T. D. Bradley, S. R. Sandoghchi, M. N. Petrovich, F. Poletti, and D. J. Richardson. Demonstration of opposing thermal sensitivities in hollow-core fibers with open and sealed ends. *Optics Letters*, Vol. 44, No. 17, p. 4367, aug 2019.
- [149] Dohyeon Kwon, Chan-Gi Jeon, Junho Shin, Myoung-Sun Heo, Sang Eon Park, Youjian Song, and Jungwon Kim. Reference-free, high-resolution measurement method of timing jitter spectra of optical frequency combs. *Scientific Reports*, Vol. 7, p. 40917, January 2017.
- [150] Kwangyun Jung and Jungwon Kim. All-fibre photonic signal generator for attosecond timing and ultralow-noise microwave. *Scientific Reports*, Vol. 5, p. 16250, November 2015.
- [151] Dohyeon Kwon and Jungwon Kim. All-fiber interferometer-based repetition-rate stabilization of mode-locked lasers to 10^{-14} -level frequency instability and 1-fs-level jitter over 1 s. *Opt. Lett.*, Vol. 42, No. 24, pp. 5186–5189, Dec 2017.
- [152] Haochen Tian, Wenkai Yang, Dohyeon Kwon, Runmin Li, Yuwei Zhao, Jungwon Kim, Youjian Song, and Minglie Hu. Optical frequency comb noise spectra analysis using an asymmetric fiber delay line interferometer. *Optics Express*, Vol. 28, No. 7, p. 9232, mar 2020.
- [153] S. Yanagimachi, K. Watabe, T. Ikegami, H. Iida, and Y. Shimada. Uncertainty evaluation of 100-dBc/Hz flat phase noise standard at 10 MHz. *Instrumentation and Measure-*

- ment, *IEEE Transactions on*, Vol. 62, No. 6, pp. 1545–1549, 2013.
- [154] P. Salzenstein and T.Y. Wu. Uncertainty analysis for a phase-detector based phase noise measurement system. *Measurement*, Vol. 85, pp. 118 – 123, 2016.
- [155] T. R. Schibli, K. Minoshima, F.-L. Hong, H. Inaba, A. Onae, H. Matsumoto, I. Hartl, and M. E. Fermann. Frequency metrology with a turnkey all-fiber system. *Optics Letters*, Vol. 29, No. 21, p. 2467, nov 2004.
- [156] A. D. Kersey, M. J. Marrone, and M. A. Davis. Polarisation-insensitive fibre optic Michelson interferometer. *Electronics Letters*, Vol. 27, No. 6, pp. 518–520, 1991.
- [157] Wataru Kokuyama, Hideaki Nozato, Akihiro Ohta, and Koichiro Hattori. Simple digital phase-measuring algorithm for low-noise heterodyne interferometry. *Measurement Science and Technology*, Vol. 27, No. 8, p. 085001, jun 2016.
- [158] W. Kokuyama, S. Okubo, M. Wada, K. Nakamura, and H. Inaba. Time-domain phase noise measurement in the optical frequency region. In *2016 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2016)*, pp. 1–2, July 2016.
- [159] F. L. Walls, D. B. Percival, and W. R. Irelan. Biases and variances of several FFT spectral estimators as a function of noise type and number of samples. In *Proceedings of the 43rd Annual Symposium on Frequency Control*, pp. 336–341, 1989.
- [160] Xiaopeng Xie, Romain Bouchand, Daniele Nicolodi, Michel Lours, Christophe Alexandre, and Yann Le Coq. Phase noise characterization of sub-hertz linewidth lasers via digital cross correlation. *Optics Letters*, Vol. 42, No. 7, p. 1217, mar 2017.
- [161] Joint Committee for Guides in Metrology. JCGM 100: Evaluation of measurement data - guide to the expression of uncertainty in measurement. Technical report, JCGM, 2008.
- [162] 今井秀孝（編）．測定における不確かさの表現のガイド [GUM] ハンドブック．測定における不確かさの表現のガイド．日本規格協会，2018．
- [163] 日本電気計器検定所．はじめて学ぶ「測定の不確かさ」．
- [164] 日本電気計器検定所．計測管理と不確かさ．
- [165] Rafal Wilk, Thomas Hochrein, Martin Koch, Michael Mei, and Ronald Holzwarth. Terahertz spectrometer operation by laser repetition frequency tuning. *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 28, No. 4, pp. 592–595, Apr 2011.
- [166] Yoshiaki Nakajima and Kaoru Minoshima. Highly stabilized optical frequency comb interferometer with a long fiber-based reference path towards arbitrary distance measurement. *Opt. Express*, Vol. 23, No. 20, pp. 25979–25987, Oct 2015.

研究業績

投稿論文

1. 原著和文論文

和田雅人, 渡部謙一, 大久保章, 鈴木智也, 洪鋒雷, 雨宮正樹. 光キャリアを用いる高精度周波数比較システムの検討. 電気学会論文誌C (電子・情報・システム部門誌), Vol. 134, No. 4, pp. 526–533, 2014. (第3章に相当)

英文翻訳論文

Masato Wada, Ken-Ichi Watabe, Sho Okubo, Tomonari Suzuyama, Feng-Lei Hong, and Masaki Amemiya. A precise frequency comparison system using an optical carrier. *Electronics and Communications in Japan*, Vol. 98, No. 11, pp. 19–27, 2015.

2. M. Wada, S. Okubo, K. Kashiwagi, F.-L. Hong, K. Hosaka, and H. Inaba. Evaluation of fiber noise induced in ultrastable environments. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 68, No. 6, pp. 2246–2252, June 2019. (第4章に相当)

3. Masato Wada, Feng-Lei Hong, and Hajime Inaba. Frequency noise measurement and its uncertainty estimation of an optical frequency comb using a delay line interferometer. *Measurement Science and Technology*, accepted. (第5章に相当)

解説記事

1. 和田雅人. 時間周波数比較法に関する調査研究. 産総研計量標準報告, Vol. 9, No. 1, pp. 23–33, March 2014.
2. 和田雅人. 時間周波数標準の比較技術. 計測と制御, Vol. 53, No. 10, pp. 949–956, 2014.

国際学会発表

1. Masato Wada, Sho Okubo, Feng-Lei Hong, and Hajime Inaba, “Fiber noise reduction using stable environments,” JST, ERATO MINOSHIMA Intelligent Optical Synthesizer Project Expanded IOS Project Meeting, Tokyo, Japan, Aug. 2017. (Poster)

presentation).

2. Masato Wada, Sho Okubo, Feng-Lei Hong, and Hajime Inaba, "Detection and evaluation of fiber noise induced in ultra-stable environments," 2018 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2018), Paris, France, July. 2018. (Oral presentation).

国内学会発表

口頭発表

1. 和田雅人, 渡部謙一, 「光ファイバの位相安定化の検討」, 平成 24 年度電気学会東京支部連合研究会, ECT12060, 工学院大学, 2012 年 9 月.
2. 和田雅人, 渡部謙一, 大久保章, 鈴山智也, 洪鋒雷, 雨宮正樹, 「光キャリア伝送による精密周波数比較法の検討」, 電気学会電子・情報・システム部門 (C 部門) 第 4 回光領域及び精密周波数発生の回路技術調査専門委員会, 情報通信研究機構, 2014 年 6 月.
3. 和田雅人, 大久保章, 稲場肇, 「光周波数比較において環境が光ファイバー伝送系に与える影響」, 第 77 回応用物理学会秋季学術講演会, 15a-C32-7, 朱鷺メッセ, 2016 年 9 月.
4. 和田雅人, 大久保章, 洪鋒雷, 稲場肇, 「環境安定化によるファイバーノイズの低減」, 第 78 回応用物理学会秋季学術講演会, 5a-A414-7, 福岡国際会議場, 2017 年 9 月.
5. 和田雅人, 大久保章, 柏木謙, 洪鋒雷, 稲場肇, 「ファイバノイズの極限的低減とその検出」, レーザー学会学術講演会第 39 回年次大会, 14aIV.2, 東海大学, 2019 年 1 月.
6. 和田雅人, 大久保章, 柏木謙, 穀山渉, 中村圭佑, 洪鋒雷, 稲場肇, 「光ファイバ遅延線干渉計を用いたモード同期レーザの周波数雑音測定」, 第 66 回応用物理学会春季学術講演会, 9p-W935-2, 東京工業大学, 2019 年 3 月.
7. 和田雅人, 大久保章, 洪鋒雷, 稲場肇, 「遅延線干渉計による光コムの周波数雑音測定の不確かさ評価」, 第 80 回応用物理学会秋季学術講演会, 21a-E205-12, 北海道大学, 2019 年 9 月.

ポスター発表

1. 和田雅人, 渡部謙一, 鈴山智也, 奥田敦子, 雨宮正樹, 「光キャリアを用いる超高精度周波数比較技術」, SAT テクノロジー・ショーケース 2014, P-78, つくば国際会議場, 2014 年 1 月.
2. 和田雅人, 大久保章, 稲場肇, 「極めて高い周波数安定度を有する光周波数コムの開発に関する検討」, JST, ERATO 美濃島知的光シンセサイザプロジェクト 第 4 回領域会議, 電気通信大学, 2015 年 12 月.
3. 和田雅人, 大久保章, 稲場肇, 「高安定光コムの開発に向けたファイバノイズの環境依存性評価」, JST, ERATO 美濃島知的光シンセサイザプロジェクト 第 5 回領域会議, つくば国際会議場, 2016 年 7 月.

研究業績

4. 和田雅人, 大久保章, 洪鋒雷, 稲場肇, 「光ファイバ伝送路が誘起する雑音の評価」, JST, ERATO 美濃島知的光シンセサイザプロジェクト 第8回領域会議, 電気通信大学, 2018年3月.
5. 和田雅人, 大久保章, 柏木謙, 洪鋒雷, 稲場肇, 「光コムの高安定化に向けたファイバノイズの低減」, JST, ERATO 美濃島知的光シンセサイザプロジェクト 成果報告会, 電気通信大学, 2019年3月.

受賞

1. 平成24年 電子・情報・システム部門 技術委員会奨励賞, 交付者: 一般社団法人電気学会電子・情報・システム部門, 2013年4月.

謝辞

本学位論文を執筆するにあたり、多大なるご指導・ご鞭撻を賜りました横浜国立大学大学院工学研究院の洪鋒雷教授に心より感謝申し上げます。横浜国立大学大学院工学研究院の堀切智之准教授、武田淳教授、片山郁文教授、関谷隆夫教授には、ご多忙の中本学位論文の副査を引き受けていただいたこと、そして貴重なご助言を頂いたことを深く感謝致します。

私が在籍させて頂いた横浜国立大学理工学部・大学院工学研究院洪研究室において、吉井一倫元助教、福士多佳子事務補助員、博士課程の久井裕介氏、池田幸平氏をはじめ、学生の皆様には研究室ゼミを通じて大変お世話になりました。心より感謝いたします。

本研究は、産業技術総合研究所物理計測標準研究部門光周波数計測研究グループで行われました。社会人博士課程への進学を快諾して下さった中村安宏元研究部門長、引き続き同課程への在籍を容認して下さい下さった藤間一郎元研究部門長、島田洋蔵研究部門長に感謝いたします。また、同僚として多大なるご指導・ご鞭撻を賜りました稲場肇研究グループ長、柏木謙主任研究員、大久保章主任研究員に心より感謝申し上げます。並びに、本研究で用いた実験装置の提供、及び使用方法のご指導を頂いた同部門の保坂一元副研究部門長、分析標準研究部門の穀山渉主任研究員、慶應義塾大学大学院の博士課程の住原花奈氏に深く感謝いたします。また、本研究の遂行にあたり協力していただいた同部門時間標準研究グループの皆様にも感謝いたします。

最後に、光周波数計測研究グループが発足する以前に私が在籍しておりました時間周波数科周波数システム研究室、周波数計測研究グループにおいて研究に協力していただいた方々に心より御礼申し上げます。