

## 学位論文及び審査結果の要旨

氏名 齋藤 溪さいとう けい

学位の種類 博士(理学)

学位記番号 理工博甲第2号

学位授与年月日 令和2年3月24日

学位授与の根拠 学位規則(昭和28年4月1日文部省令第9号)第4条第1項及び横浜国立大学学位規則第5条第1項

学府・専攻名 理工学府 数物・電子情報系理工学専攻

学位論文題目 有限グラフ上の量子ウォークの解析  
Analysis of quantum walks on finite graphs

論文審査委員	主査	横浜国立大学	教授	今野 紀雄
		横浜国立大学	教授	梶原 健
		横浜国立大学	教授	黒木 学
		横浜国立大学	准教授	竹居 正登
		横浜国立大学	准教授	瀬川 悦生

## 論文及び審査結果の要旨

量子ウォークはランダムウォークの量子版として与えられる数理モデルであり、今世紀初頭より量子コンピューターの台頭と共に注目を浴び、盛んに研究が行われ始めた。グラフ上の力学系として与えられる量子ウォークのモデルは、Grover の量子探索アルゴリズムを背景に持ち、対称ランダムウォークから導出される Grover walk や、その非対称化として拡張された Szegedy walk が代表的なものである。これらを包含する一般的な量子ウォークのモデルは Higuchi, Konno, Sato and Segawa (2013) に定式化されている。Segawa and Suzuki (2015, 2019) による量子ウォークのスペクトル写像定理は、量子ウォークにおける時間発展作用素のスペクトル構造は、ある離散シュレーディンガー型作用素のスペクトル構造より遺伝することを示した定理である。低次元の対象を解析することにより量子ウォークの力学系が解析可能となるこの定理は一般のグラフ上のモデルに適用可能な強力な定理であり、特に前述の Szegedy walk のスペクトル構造は、ランダムウォークのスペクトル構造の複素単位円上への射影により与えられ、量子系と古典系を繋ぐ定理としても大きな意義を持つ。

本論文は、一般的な有限グラフ上の量子ウォークにおいて、スペクトル写像定理に加え組合せ論的手法や円分体の理論を併せることで得られた諸結果を総括したものである。研究対象としては大きく分けて2つの主題があり、1つ目は量子ウォークの周期性問題についての研究である。周期性問題とは初期状態が時間発展した後に完全に元の状態へと復元される時間間隔、すなわち周期を明らかにする問題である。特定の量子ウォークに対し、いかなるグラフにおいては有限の周期を持つかを判別する問題はグラフ同型判定問題の観点からも研究されているテーマである。先行研究においてはスペクトル写像定理が適用可能なモデルのみ扱われてきたが、本論文中ではこれが適用できないモデルについても解析を行い、Saito (Quantum Information and Computation, 2019) による有限周期を持つグラフを判定する定理を紹介する。また、Kajiwara, Konno, Koyama and Saito (Quantum Information and Computation, 2019)では特定のグラフについて具体的な周期を明らかにした。2つ目は量子ウォークの長時間平均分布についての研究である。有限グラフ上の量子ウォークにおいては長時間平均分布について多くの結果は知られていない。本論文ではいくつかの具体的なモデルについての研究を行い、特に、二相系と呼ばれるトポロジカル絶縁体との密接な関りが存在するモデルについて得られた結果を記す。

以上のように、本論文は博士（理学）として十分価値があるものとして認められる。

