

博士論文

微分幾何学に基づく
自由曲面形状の設計と造形に関する研究
(Design and fabrication of freeform objects
based on differential geometry)

横浜国立大学大学院 工学府
システム統合工学専攻 機械システム工学コース

竹澤 正仁
(Masahito TAKEZAWA)

2019年9月

概要

近年の IT 技術の急速な発展に伴い、製造業の分野において“デジタルエンジニアリング”で総称されるコンピュータ支援による製品設計 (CAD), 製造 (CAM), 解析 (CAE), 検査 (CAT) 等の技術が広く普及している。造船分野においてもデジタルデータを活用した業務効率化や生産性向上を目的とした取り組みは古くから行われており、特に 3 次元 CAD を活用した設計・生産システムの開発や熟練技能の伝承などの課題解決に向けた研究は数多く見られる。

船体の全体形状を構築する曲面外板の成形加工作業は、熟練の技能者による巧みな技の一つとして知られている。船体の外板はプレスによる冷間加工やガス加熱による熱曲げ・熱絞りを行うことで目標の 3 次元形状を得ることができる。この曲げ加工作業は“ぎょう鉄”と呼ばれ、職人の長年の経験に基づく技能が要求される。ぎょう鉄の効率化ならびに標準化、さらには熟練技能者の不足に伴う技能伝承問題は造船所における課題となっている。

ぎょう鉄技能の技術的な解明を目指した研究は数多く見られ、冷間加工による曲げの自動化、技能者のノウハウの抽出、数値解析に基づく施工指示、など様々な観点からのアプローチがみられるが、そのような中の一つに、曲面幾何に基づく手法が挙げられる。この手法は“曲率線展開法”と呼ばれ、設計曲面上の曲率線に沿って 3 次元形状を平面に展開することで、ぎょう鉄の効率的な作業指示の出力を可能としている。

この曲率線に基づく展開手法ならびに成形アプローチは、造船における生産性の向上、人材育成、技能継承問題の解決等に貢献できる手法であると考えられる。また造船分野に限らず、自由曲面を有する工業製品に対して適用することが可能な汎用的な手法であり、本手法を用いた様々な新しい造形手法が研究されている。本研究ではこの曲率線展開法の更なる活用に向けて、自由曲面を有する工業製品を対象とした、反復幾何処理手法を用いた新たな曲面の設計手法、より高精度な平面展開手法ならびに新たな造形手法、曲率線に基づく新たな曲面の編集手法について提案する。これらの手法について、様々な曲面モデルに適用して従来手法と比較することで、提案手法の優位性ならびに有効性について検証を行う。本研究の成果により、曲率線展開法の普及ならびに海事産業の発展をはじめとして、他分野にわたって工業製品の設計/造形技術の進展への貢献に繋がることを期待している。

目次

第 1 章 序論	7
1.1 研究の背景	7
1.2 研究の目的	9
1.3 論文の構成	10
第 2 章 曲線と曲面の微分幾何学	11
2.1 はじめに	11
2.1.1 本論文における記法	11
2.2 曲線の弧長と接線ベクトル	11
2.3 曲線の主法線ベクトルと曲率	12
2.4 従法線ベクトル	14
2.5 曲面の法線ベクトル	14
2.6 第一基本形式 I (弧長)	16
2.7 第二基本形式 II (曲率)	16
2.7.1 法曲率	16
2.7.2 ガウス曲率, 平均曲率, 主曲率	18
2.7.3 測地線曲率	19
第 3 章 B-spline 曲線・曲面	20
3.1 はじめに	20
3.2 B-spline 関数	20
3.3 B-spline 曲線	21
3.4 B-spline 曲面	22
3.5 B-spline の局所一意性	23
第 4 章 曲率線と曲率線展開法	25
4.1 はじめに	25
4.2 曲率線とは	25
4.3 曲率線の計算方法	26
4.4 曲率線展開法とは	26
4.5 曲率線展開法による展開図生成アルゴリズム	28
4.6 曲率線展開法の適用例	29
4.6.1 船体外板	29
4.6.2 ペーパークラフト	30

第 5 章	反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法	32
5.1	はじめに	32
5.2	関連研究	33
5.2.1	曲線・曲面のフェアリング手法	33
5.2.2	反復幾何処理手法	35
5.2.3	曲線補間	36
5.2.4	曲面近似	37
5.3	船体曲面への反復幾何処理手法の適用	38
5.3.1	提案する手法の概要	38
5.3.2	反復幾何処理手法を用いたスキニング	39
5.3.3	拘束条件を含めた曲面近似手法	41
5.4	結果	44
5.4.1	入力点群の作成	44
5.4.2	曲線補間による断面曲線の生成	45
5.4.3	スキニングによる船体曲面の生成	45
5.4.4	曲面近似による船体曲面の局所平坦化と高品質化	47
5.4.5	局所平坦化とフェアリングに関する考察	49
5.5	まとめ	50
第 6 章	曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法	52
6.1	はじめに	52
6.1.1	曲率線展開法を用いた CFRP 成形手法	52
6.2	関連研究	53
6.3	方法	55
6.3.1	曲面のフェアリング	55
6.3.2	曲率線の配置	55
6.3.3	直交網の編集	59
6.3.4	曲率線パッチの展開	59
6.3.5	展開図の生成とモデルの復元	65
6.3.6	ストリップの積層	66
6.3.7	ストリップの編込み	66
6.4	結果 1	69
6.4.1	従来法との比較	69
6.4.2	計算時間	71
6.5	結果 2	73
6.5.1	ペーパークラフト	73
6.5.2	プラスチック板と金属板	74
6.5.3	曲率線に沿った高強度化	74
6.6	まとめ	75
第 7 章	曲率線に基づく自由曲面の編集手法	77
7.1	はじめに	77
7.2	関連研究	78

7.3	主方向場に基づく曲率線の制御	79
7.3.1	提案手法の概要	79
7.3.2	主方向場の平滑化	81
7.3.3	平滑化された主方向場の可視化	81
7.3.4	修正した主方向場の曲面への反映	83
7.4	曲面の境界近傍からの臍点の除去	85
7.5	結果	87
7.5.1	曲率線の平滑化	87
7.5.2	曲面の境界近傍からの臍点の除去	91
7.5.3	ペーパークラフトによる成形シミュレーション	93
7.6	まとめ	94
第 8 章	結論	95
8.1	研究の成果	95
8.2	今後の課題と展望	96
付録 A	Appendix	98
A.1	曲率線の展開	98
A.2	曲率線に沿った測地線曲率の導出	99
A.3	測地線曲率を曲率とする平面曲線の計算方法	100
A.4	オフセット曲面の微分	100
A.5	4 曲線パッチの Newton 法計算に用いる微分値	102
	謝辞	104
	論文と研究発表リスト	105
	参考文献	106

目 次

1.1	自由曲面を有する工業製品の例	8
1.2	CFRP 成形プロセスの例	8
2.1	パラメトリック曲線	12
2.2	曲線の法線ベクトル	13
2.3	平面曲線の法線ベクトルと接線ベクトル	14
2.4	接線, 主法線, 従法線ベクトル	15
2.5	3次元空間へのパラメトリック曲線の写像	15
2.6	曲面上の点における接平面 T	16
2.7	曲面上の点における法線ベクトル N	16
2.8	法曲率の定義	17
3.1	パラメトリック曲線	21
3.2	パラメトリック曲面	22
3.3	B-spline 曲線と凸閉包 (convex hull) の関係	23
3.4	B-spline 曲面の局所一意性	24
4.1	曲率線の例	25
4.2	曲率線に沿った板曲げ	27
4.3	曲率線展開法のアルゴリズム	29
4.4	曲率線展開法の適用例	30
4.5	自動車フード曲面とその曲率線	30
4.6	自動車フード曲面 (図 4.5) のゼブラ展開図	31
4.7	紙を用いた自動車フード曲面 (図 4.5) の復元	31
5.1	曲面近似の例	38
5.2	提案手法の流れ	39
5.3	スキニング曲面の定義	40
5.4	船体の断面曲線である Lines	44
5.5	断面曲線上の拘束点の調整	45
5.6	提案手法によるスキニング曲面	47
5.7	入力点群 (1306 点) と平坦化させる領域	48
5.8	生成曲面におけるガウス曲率のカラーマップ	50
5.9	図 5.8 の拡大図	51
5.10	生成曲面における平均曲率のカラーマップ	51
6.1	曲率線展開法を適用した炭素繊維シートの積層イメージ	53

6.2	曲率線展開法を用いた CFRP 成形の課題	54
6.3	船体の曲面フェアリングの過程	56
6.4	曲率線を配置するためのアルゴリズム	57
6.5	曲率線の 3 パターンの挙動	58
6.6	閉ループに近い曲率線のギャップを修正するアルゴリズム	59
6.7	GUI 上での曲率線の粗密の調整	60
6.8	曲率線パッチの展開	60
6.9	4 曲線の展開パッチ	61
6.10	2 曲線パッチと 3 曲線パッチ	63
6.11	N 角形ポリゴン	64
6.12	凹型のポリゴン	65
6.13	展開パッチの角度誤差に基づいて色付けされた新幹線曲面	66
6.14	楕円体の展開と成形	67
6.15	ストリップの伸ばし	68
6.16	厚みのあるストリップの編込みに必要な伸び量 t	68
6.17	提案手法における図 4.5 曲面の展開図	70
6.18	紙を用いたフード曲面の復元	70
6.19	従来法との曲面境界の比較	71
6.20	曲率線パッチ数に対する平面展開に要する計算時間	71
6.21	展開ストリップに基づく自由曲面の成形	72
6.22	自動車モデルの成形	73
6.23	プラスチック板による展開ストリップの編込み成形	74
6.24	シートメタルによる展開ストリップの編込み成形	75
6.25	曲率線に沿った補強	76
7.1	曲率線展開法の適用を困難にする 2 つの課題	78
7.2	First-order interrogation tool と second-order interrogation tool による曲面評価	79
7.3	提案手法の流れ	80
7.4	パラメータ空間における主方向場の平滑化	80
7.5	パラメータ空間における <i>line field</i> の線形補間	83
7.6	曲率線の制御性の検証結果	85
7.7	臍点近傍の主方向場	87
7.8	外板曲面から臍点を除去する過程	88
7.9	船尾で著しく変化する曲率線の流れ	89
7.10	船首部曲面 (Model : Bow) の最適化	90
7.11	船首部曲面の分割	91
7.12	外板 B,C からの臍点の除去	92
7.13	ペーパークラフトによる船首部曲面の復元	93
1	曲率線に沿った $\mathbf{U} = \mathbf{N} \times \mathbf{t}$ のベクトルで形成される可展面	98

表 目 次

5.1 曲線補間の結果	46
5.2 提案手法によるスキニングの結果	47
5.3 曲面近似における設定パラメータ	49
5.4 曲面近似の結果	49
6.1 計算結果	73
7.1 主方向場に基づく曲面最適化の計算結果	85
7.2 入力の B-spline 曲面に関する情報, およびガウシアンフィルタリングで使用 される設定パラメータ	90
7.3 船首部曲面と外板曲面の最適化計算の結果	90

第1章 序論

1.1 研究の背景

滑らかな3次元の曲面形状は、機能性やデザイン性を必要とする船舶の形状、航空機ならびに自動車ボディの設計など、工学分野において広く利用されている。さらに身近な例では、家電製品や家具、そのほか滑らかな曲面を有する建築物の設計にも利用されている(図 1.1 参照)。

3次元形状を製造する手法として、金属材料では鋳造、鍛造、切削などが代表的な加工法として挙げられる。樹脂材料では射出成型による加工法以外にも、3次元プリンタを用いた付加製造 (*Additive Manufacturing, AM*) による手法についても盛んに研究が進んでいる。そのような中で、平らなシート状の部材から3次元形状を成形するアプローチは、成形の容易さや成形にかかるコスト・時間などの点において様々なメリットがあり、分野に限らず広く採用されている。船舶における商船などの大型な形状では、船体は数百枚の鋼板から構成されているが、それらは1枚毎に平らな鋼板の状態から作業者によって目的の3次元形状に成形されている。また近年、鉄の代替材料として注目を集めている複合材の炭素繊維強化プラスチック (*Carbon Fiber Reinforced Plastic, CFRP*) についても、その代表的な成形法の一つは、炭素繊維が織り込まれた平らなシート状の部材を元に3次元形状を成形する手法である(図 1.2 参照)。建築分野においても、平らな建築材から3次元形状を建造する手法は需要があり、自由曲面の建築デザインを平板から成形できるような形状に近似する設計手法も提案されている [1, 2]。

3次元形状は、可展面と非可展面の2種類に分類される。可展面は、伸び縮み無くその形状を平面に展開することのできる面であり、円筒や円錐面などが該当する。可展面に分類される形状の種類は少ない。一方、非可展面は、大多数の3次元形状が該当し、平面に展開する際に伸縮を必要とする形状である。例えば球体は非可展面に該当し、伸縮無しには平面に展開することはできない。平らな部材から3次元形状を復元するためには、まず設計された3次元形状の平面展開図が必要となるが、非可展面については伸縮を考慮して展開図の形状を計算する必要がある。しかし対象が自由曲面などの複雑な形状の場合は、展開図の算出は容易ではない。また非可展面の展開形状は一意に定まるものではなく、目的に応じて様々な展開アプローチが存在する。この非可展面の展開手法に関する研究は古くから行われているが、そのような中で、松尾ら [5] が開発した“曲率線展開法”が近年注目を集めている。

曲率線展開法は、船体の3次元 CAD モデルを曲面上の曲率線に基づいて平面に展開する手法である。外板形状の平面展開手法は古くから研究されてきたが、造船では“測地線展開法”や“基線展開法”などの手法が主流になっている [5]。これらの展開アルゴリズムには、展開の際に仮定や近似が多く含まれていたが、その点、曲率線展開法では曲面の微分幾何学に基づいた精度の良い展開が可能であり、かつその逆操作にあたる曲率線に基づいた効率的な成形が可能である。この曲率線に基づく展開ならびに成形アプローチの手法



(a)



(b)



(c)

図 1.1: 自由曲面を有する工業製品の例. (a) 船舶 ([3] からの転載). (b) 建築物. 建築材には可展面である円筒形パネルが利用されている ([2] からの転載). (c) 航空機 (Boeing 787 型機). ボディには炭素繊維強化プラスチックが利用されている ([4] からの転載).

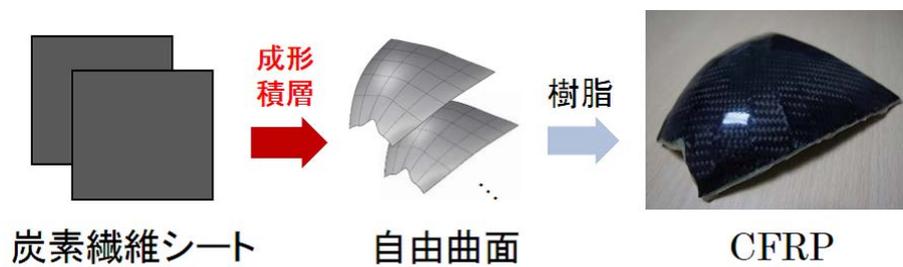


図 1.2: CFRP 成形プロセスの例.

は、造船における生産性の向上、人材育成、技能継承問題の解決等に貢献できる手法であると考えられている。さらにこの展開手法は、元々は船舶外板のために開発された手法であるが、造船分野に限らず、自由曲面を有する工業製品に対して適用可能な汎用的な手法であり、本手法を用いた様々な造形手法の確立が期待されている [6, 7].

1.2 研究の目的

この曲率線展開法の適用拡大に向けて、以下のような課題が存在しており、その妨げとなっている。

- 曲率線展開法の適用には自由曲面の 3 次元 CAD モデルが必要となるが、その設計作業は容易ではないため、柔軟なモデリング手法の確立が望まれる
- 曲率線展開法の展開アルゴリズムに精度向上の余地があるため、手法の改良が望まれる
- 曲面上の曲率線の歪みや急激な変化により、曲率線展開法が適用できない場合があるため、曲率線を任意に制御できる曲面の編集手法の確立が望まれる

そこで本研究では、これらの課題に対して以下の 3 つの研究課題に取り組む。

- 反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法 (第 5 章)
- 曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法 (第 6 章)
- 曲率線に基づく自由曲面の編集手法 (第 7 章)

反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法では、フィッティング手法の一つである“反復幾何処理手法 (*Geometric Iterative Method, GIM*)” [8] をベースとした、新たな曲面フィッティング手法について研究を行う。本研究では、船体に特有な形状を考慮したモデリング手法を提案することで、船体に適した曲面の生成/編集技術を確立する。また本手法は、自由曲面を有する形状設計の基盤技術として、様々な産業分野への展開が期待できる。

曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法では、従来の曲率線展開法をベースに、展開精度を向上させる新たなアルゴリズムについて研究を行う。提案手法では、曲面上の曲率線で囲まれる“曲率線パッチ (*principal patch*)” [9] に着目し、それらを 1 枚毎に平面に展開した後で平面上で接合させることにより全体の展開形状を得る。本手法では曲率線に沿ったストリップ (帯) 状の展開図が出力されるが、そのストリップを寄せ集めることで、従来の展開手法で出力されるような、船体外板に適した展開図の出力も可能である。本手法は、従来手法と比べて展開精度を向上させるだけではなく、造船分野以外にも幅広い適用が期待できる。

曲率線に基づく自由曲面の編集手法では、曲面上の曲率線を任意に制御する新たな曲面編集技術について研究を行う。提案手法では、入力曲面に対して、非線形の目的関数を設定して最適化問題を解くことにより実現する。本研究では、曲率線に基づく曲面フェアリングや、曲率線の特異点である臍点を除去する処理を行うことで、造船における曲げ成形作業に適した外板形状を設計する。提案手法により船体曲面に対してこれまで曲率線展開法の適用が困難であった外板にも当該手法の適用が可能となるため、曲率線展開法の更なる適用拡大が期待される。

1.3 論文の構成

本論文は 8 つの章から構成される。各章の概要について以下に記載する。

- 第 1 章 序論

本研究の序論として、研究の背景ならびに目的について述べた。

- 第 2 章 曲線と曲面の微分幾何学

本研究の前提知識として必要となる、曲線と曲面の微分幾何学について解説する。具体的に、本研究で利用する曲面のガウス曲率や平均曲率、また主曲率などについて、数式を用いてその計算方法について述べる。

- 第 3 章 B-spline 曲線・曲面

本研究では自由曲線/曲面の形状を表現する方法として B-spline 関数を用いるため、本章でその定義および、B-spline 曲線/曲面の特徴に関して概説する。B-spline 関数を用いた 3 次元モデルの形状表現は、汎用 CAD ソフトウェアには広く普及しており、自由曲面を有する工業製品の設計では標準的に利用されている。

- 第 4 章 曲率線と曲率線展開法

本研究において重要となる、曲率線ならびに曲率線展開法に関して説明し、曲率線の具体的な計算方法や、曲率線展開法のアルゴリズムについて述べる。

- 第 5 章 反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法

船体曲面の形状を対象として、フィッティング手法の一つである反復幾何処理手法に基づく新たなモデリング手法を導入する。船体独特な形状に対応するために、反復幾何処理手法に基づくスキニング曲面の生成手法、曲面の局所平坦化手法、薄板曲げ歪みエネルギーを用いた曲面のフェアリング手法を導入する。

- 第 6 章 曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法

従来の曲率線展開法のアルゴリズムをベースに、平面展開の精度を向上させた“改良型曲率線展開法”を導入する。また提案手法を用いて、自由曲面を有する製品の新たな造形手法を導入する。

- 第 7 章 曲率線に基づく自由曲面の編集手法

曲面上の曲率線を任意に制御する新たな曲面編集手法を導入する。提案アルゴリズムを用いることで、曲率線に基づく曲面フェアリングや、外板の成形作業にとって悪影響を及ぼしていた臍点の除去が可能になることを示す。

- 第 8 章 結論

本研究で得られた成果を総括し、今後の課題と展望を示す。

第2章 曲線と曲面の微分幾何学

2.1 はじめに

曲線と曲面の幾何学的評価を行う際に、法線や曲率などについて微分幾何学の基礎知識が必要となるため、文献 [10] を参考に本章で短いレビューを行う。

2.1.1 本論文における記法

論文中に用いるいくつかの表記法について紹介する。

- ベクトルや行列は \mathbf{A} のように太字で表す。
- 2つのベクトル \mathbf{a} と \mathbf{b} の内積と外積はそれぞれ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ と $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ で表す。
- パラメータによる微分は関数の上にドットで表す。例えば、関数 $f(t)$ をパラメータ t で微分する場合は $\dot{f}(t)$ と表す。
- 弧長 s による微分は、関数にプライムをつけることで表す。例えば、関数 $f(t)$ を弧長 s によって微分する場合は $f'(t)$ と表す。
- 各パラメータによる偏微分は、偏微分するパラメータを下付き文字として関数に添えることで表す。例えば、関数 $f(u, v)$ をパラメータ u によって偏微分する場合は $f_u(u, v)$ あるいは f_u と表す。また本論文で扱うパラメトリック曲線や曲面は十分な連続性を有しているとし、論文中で与えられる偏微分は有効であるとする。

2.2 曲線の弧長と接線ベクトル

パラメトリック曲線 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ 上の2点 $\mathbf{P}(\mathbf{r}(t))$, $\mathbf{Q}(\mathbf{r}(t + \Delta t))$ について考える (図 2.1 参照)。2点間の弧長 Δs は弦長 $|\Delta \mathbf{r}| = |\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)|$ によって近似できる。 $\Delta \mathbf{r}$ をテーラー展開することにより、

$$\Delta s \simeq |\Delta \mathbf{r}| = |\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} (\Delta t)^2 \right| \simeq \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| \Delta t, \quad (2.1)$$

となり、 Δs を一次近似として表すことができる。

点 \mathbf{Q} が点 \mathbf{P} に近づくとき、つまり、 $\Delta t \rightarrow 0$ となるとき、 Δs は曲線の弧長微分となる。

$$ds = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| dt = |\dot{\mathbf{r}}| dt = \sqrt{\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}} dt. \quad (2.2)$$

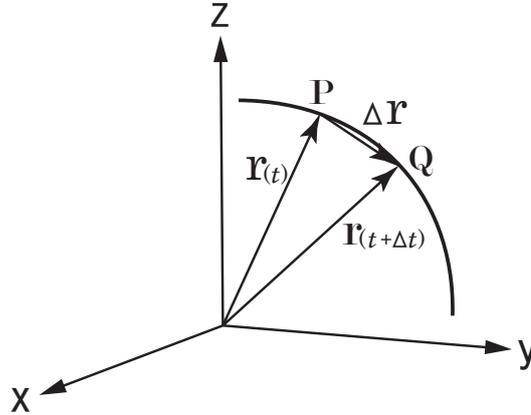


図 2.1: パラメトリック曲線 $\mathbf{r}(t)$ ([10] からの転載).

任意の点 $\mathbf{r}(t_0)$, $\mathbf{r}(t)$ 間における曲線の弧長は,

$$s(t) = \int_{t_0}^t ds = \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}} dt = \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)} dt, \quad (2.3)$$

と表すことができる (ここで関数 $t \in [t_0, t] \rightarrow \mathbf{r}(t)$ が任意の点で成り立っているものとする).

ベクトル $\dot{\mathbf{r}}$ を点 \mathbf{P} における接線ベクトル (*tangent vector*) と呼ぶ. 接線ベクトルの大きさは式 (2.2) より,

$$|\dot{\mathbf{r}}| = \frac{ds}{dt}. \quad (2.4)$$

また, 式 (2.4) より単位接線ベクトル (*unit tangent vector*) は,

$$\mathbf{t} = \frac{\dot{\mathbf{r}}}{|\dot{\mathbf{r}}|} = \frac{\frac{d\mathbf{r}}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \equiv \mathbf{r}', \quad (2.5)$$

となる.

2.3 曲線の主法線ベクトルと曲率

弧長でパラメータ化された曲線 $\mathbf{r}(s)$ において, $\mathbf{r}'(s)$ は単位ベクトルとなる (式 (2.5) 参照) ため, $\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}' = 1$ となる. この両辺を弧長 s で微分すると,

$$\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}'' = 0, \quad (2.6)$$

という関係式が得られる. この関係式より, \mathbf{r}'' は接線ベクトルに直交することがわかる.

図 2.2 に示すように $\mathbf{r}'(s + \Delta s) - \mathbf{r}'(s)$ の方向は $\Delta s \rightarrow 0$ とすると接線ベクトルに垂直な方向になる. その単位ベクトルは,

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}''(s)}{|\mathbf{r}''(s)|} = \frac{\mathbf{t}'(s)}{|\mathbf{t}'(s)|}, \quad (2.7)$$

となり, これは単位主法線ベクトル (*unit principal normal vector*) と呼ばれる.

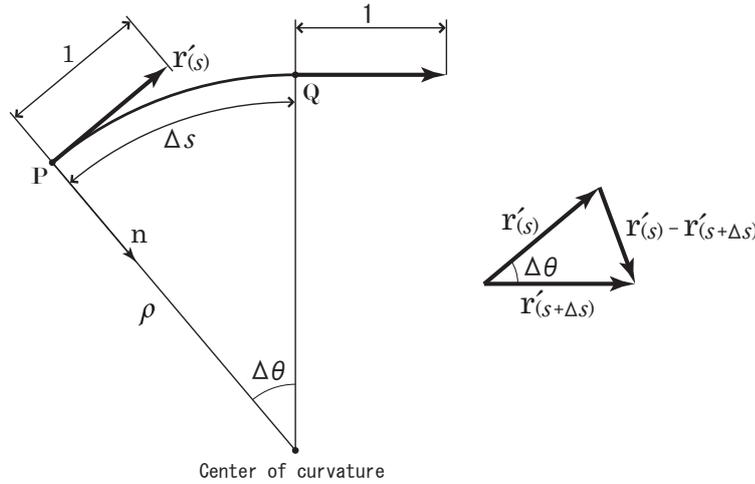


図 2.2: 曲線の法線ベクトル ([10] からの転載).

$\mathbf{r}'(s + \Delta s)$ が点 Q から点 P に移動するとき, $\mathbf{r}'(s)$, $\mathbf{r}'(s + \Delta s)$, $\mathbf{r}'(s + \Delta s) - \mathbf{r}'(s)$ は, $\mathbf{r}'(s)$, $\mathbf{r}'(s + \Delta s)$ が単位接線ベクトルなので, 二等辺三角形となる. それゆえ, $\Delta s \rightarrow 0$ のとき,

$$|\mathbf{r}'(s + \Delta s) - \mathbf{r}'(s)| = \Delta\theta \cdot 1 = \Delta\theta = |\mathbf{r}''(s)\Delta s|, \quad (2.8)$$

となる. よって,

$$|\mathbf{r}''(s)| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\rho\Delta\theta} = \frac{1}{\rho} \equiv \kappa. \quad (2.9)$$

ここで, κ は曲率 (*curvature*), その逆数 ρ は曲率半径 (*radius of curvature*) と呼ばれる. それにより,

$$\mathbf{r}'' = \mathbf{t}' = \kappa \mathbf{n}, \quad (2.10)$$

と表され, ベクトル $\mathbf{k} = \mathbf{r}'' = \mathbf{t}'$ は曲率ベクトル (*curvature vector*) と呼ばれる.

弧長でパラメータ化されていない曲線における曲率は以下のようにして得られる. まずはじめに微分の連鎖律 (*chain rule*) を用いると,

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \frac{ds}{dt} = \mathbf{t}v, \quad (2.11)$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{d}{dt}[\mathbf{t}v] = \frac{d\mathbf{t}}{ds}v^2 + \mathbf{t}\frac{dv}{dt} = \kappa\mathbf{n}v^2 + \mathbf{t}\frac{dv}{dt}, \quad (2.12)$$

を得る. ここで $v = \frac{ds}{dt}$ はパラメータ速度 (*parametric speed*) を表す. $\dot{\mathbf{r}}$, $\ddot{\mathbf{r}}$ を外積すると,

$$\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}} = \kappa v^3 \mathbf{t} \times \mathbf{n}, \quad (2.13)$$

となる. 平面曲線では, 曲率 κ の符号は $(\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{e}_z)$ が右ねじ系を形成するように主法線ベクトルを定義することによって与えることができる. ここで \mathbf{e}_z はベクトル $(0, 0, 1)^T$ とする (図 2.3 参照).

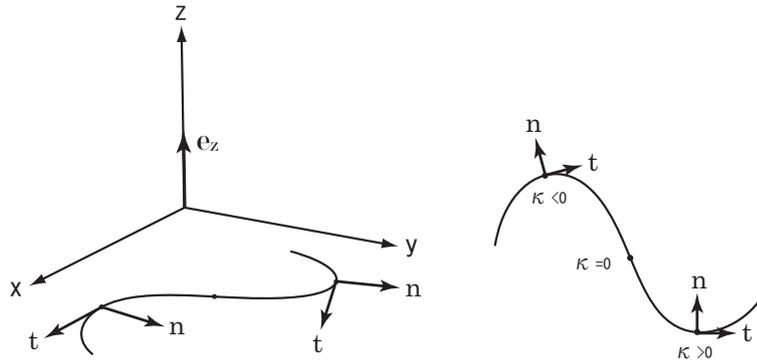


図 2.3: 平面曲線の法線ベクトルと接線ベクトル ([10] からの転載).

この定義により平面曲線における単位主法線ベクトルは,

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_z \times \mathbf{t} = \frac{(-\dot{y}, \dot{x})}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \quad (2.14)$$

となり, よって式 (2.13) から,

$$\kappa = \frac{(\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{e}_z}{v^3} = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (2.15)$$

となる. 空間曲線の曲率については, 式 (2.13) のノルムをとり, 式 (2.4) を用いることで,

$$\kappa = \frac{|\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}|}{|\dot{\mathbf{r}}|^3}, \quad (2.16)$$

と得ることができる.

2.4 従法線ベクトル

第 2.2 章, 第 2.3 章では単位接線ベクトル \mathbf{t} と単位主法線ベクトル \mathbf{n} について定義した. ここで $(\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b})$ が

$$\mathbf{b} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}, \quad \mathbf{t} = \mathbf{n} \times \mathbf{b}, \quad \mathbf{n} = \mathbf{b} \times \mathbf{t}, \quad (2.17)$$

のように右手系を形成するような, 単位従法線ベクトル (*unit binormal vector*) \mathbf{b} を定義する (図 2.4 参照).

式 (2.13) と式 (2.17) の 1 つ目の式より, 次式が得られる.

$$\mathbf{b} = \frac{\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}}{|\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}|}. \quad (2.18)$$

2.5 曲面の法線ベクトル

パラメトリック曲面 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v)$ のパラメータ空間での平面曲線 $u = u(t)$, $v = v(t)$ について考える (図 2.5 参照). この平面曲線は 3 次元の Geometry 空間では, 曲面上の曲線で

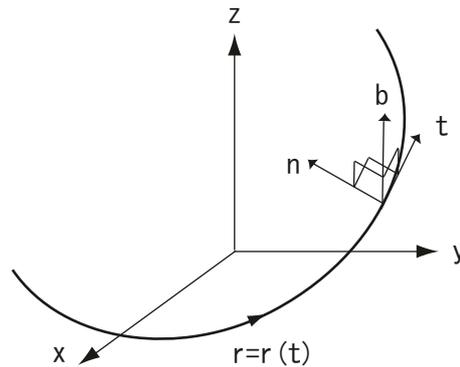


図 2.4: 接線, 主法線, 従法線ベクトル ([10] からの転載).

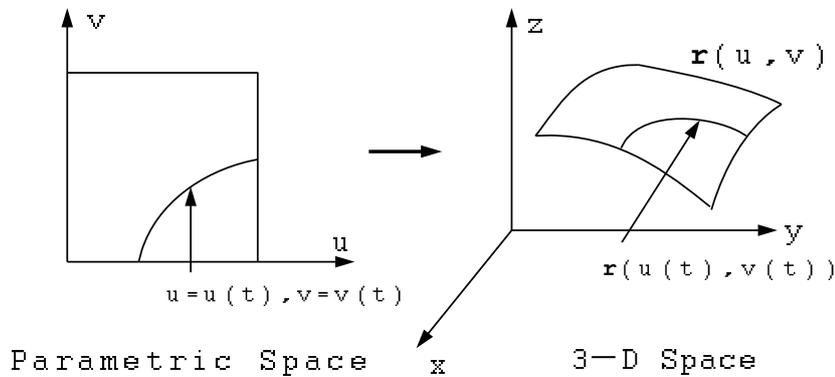


図 2.5: 3次元空間へのパラメトリック曲線の写像 ([10] からの転載).

ある,

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(u(t), v(t)), \quad (2.19)$$

となり, この曲線の接線ベクトルはパラメータ t で微分して,

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_u \dot{u} + \mathbf{r}_v \dot{v}, \quad (2.20)$$

と表される. 接平面 (*tangent plane*) は, 曲面上の任意の点 \mathbf{P} を通る曲面上の曲線の接線ベクトルである式 (2.20) の集合と考えることができる (図 2.6 参照). したがって, 曲面 $\mathbf{r}(u, v)$ 上の任意の点 $\mathbf{P} = \mathbf{r}(u_p, v_p)$ における接平面 \mathbf{T} は $\mathbf{r}_u(u_p, v_p)$ と $\mathbf{r}_v(u_p, v_p)$ で張られ, パラメータ μ, ν を用いると,

$$\mathbf{T}(\mu, \nu) = \mathbf{r}(u_p, v_p) + \mu \mathbf{r}_u(u_p, v_p) + \nu \mathbf{r}_v(u_p, v_p), \quad (2.21)$$

と表される. 点 \mathbf{P} における曲面法線ベクトル (*surface normal vector*) は接平面に垂直であるため (図 2.7 参照), 単位曲面法線ベクトルは次式により得られる.

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v}{|\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v|}. \quad (2.22)$$

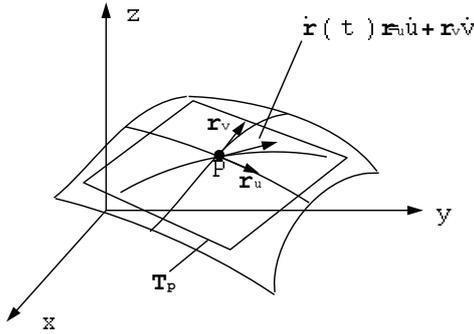


図 2.6: 曲面上の点における接平面 \mathbf{T} ([10] からの転載).

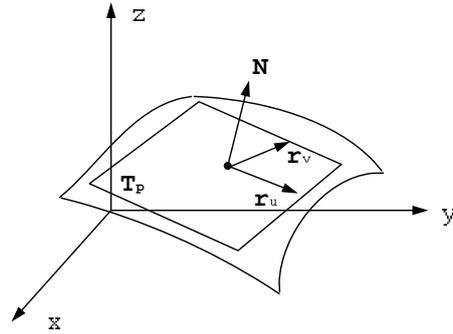


図 2.7: 曲面上の点における法線ベクトル \mathbf{N} ([10] からの転載).

2.6 第一基本形式 I (弧長)

曲面上の曲線 $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(u(t), v(t))$ について,

$$\begin{aligned} ds &= \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| dt = \left| \mathbf{r}_u \frac{du}{dt} + \mathbf{r}_v \frac{dv}{dt} \right| dt = \sqrt{(\mathbf{r}_u \dot{u} + \mathbf{r}_v \dot{v}) \cdot (\mathbf{r}_u \dot{u} + \mathbf{r}_v \dot{v})} dt \\ &= \sqrt{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

ここで E, F, G は第一基本形式係数 (*first fundamental form coefficients*) と呼ばれ,

$$E = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u, \quad F = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v, \quad G = \mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_v, \quad (2.24)$$

と表される. また第一基本形式 (*first fundamental form*) I は次のように定義される.

$$I = ds^2 = d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2. \quad (2.25)$$

2.7 第二基本形式 II (曲率)

2.7.1 法曲率

曲面上の点 \mathbf{P} においてその点を通る曲線 \mathbf{C} について考える. 点 \mathbf{P} における曲線 \mathbf{C} の単位接線ベクトル \mathbf{t} と曲線の単位主法線ベクトル \mathbf{n} の関係は, 単位接線ベクトル \mathbf{t} を弧長 s について微分すれば曲率 κ を用いて次式で表される (図 2.8 参照).

$$\mathbf{k} = \frac{d\mathbf{t}}{ds} = \kappa \mathbf{n} = \mathbf{k}_n + \mathbf{k}_g. \quad (2.26)$$

ここで, \mathbf{k}_n は法曲率ベクトル (*normal curvature vector*), \mathbf{k}_g は測地線曲率ベクトル (*geodesic curvature vector*) と呼ばれ, 曲率ベクトル \mathbf{k} を曲面の法線方向の成分と曲面上の点 \mathbf{P} における接平面内での \mathbf{t} に垂直な成分にそれぞれ分解したベクトルである. \mathbf{k}_n は曲面の法線方向の成分なので曲面の単位法線ベクトルを用いて,

$$\mathbf{k}_n = \kappa_n \mathbf{N}, \quad (2.27)$$

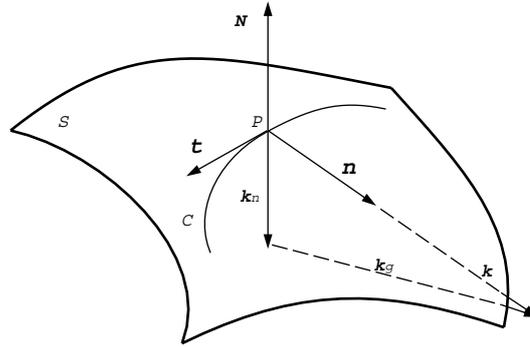


図 2.8: 法曲率の定義 ([10] からの転載).

と表すことができる. ここで κ_n は法曲率 (*normal curvature*) と呼ばれる. κ_n は \mathbf{k} を曲面の法線方向に投影してできるベクトルの大きさである. また $\mathbf{N} \cdot \mathbf{t} = 0$ の両辺を弧長について微分することで,

$$\mathbf{t}' \cdot \mathbf{N} + \mathbf{t} \cdot \mathbf{N}' = 0. \quad (2.28)$$

したがって,

$$\kappa_n = \mathbf{t}' \cdot \mathbf{N} = -\mathbf{t} \cdot \mathbf{N}' = -\mathbf{r}' \cdot \mathbf{N}' = -\frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{d\mathbf{N}}{ds} = -\frac{d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{N}}{d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r}}. \quad (2.29)$$

ここで,

$$\begin{aligned} d\mathbf{r} &= \mathbf{r}_u du + \mathbf{r}_v dv, \\ d\mathbf{N} &= \mathbf{N}_u du + \mathbf{N}_v dv, \end{aligned} \quad (2.30)$$

であるから法曲率 κ_n は,

$$\kappa_n = \frac{Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2}{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2}, \quad (2.31)$$

と表される. ここで L, M, N は第二基本形式係数 (*second fundamental form coefficients*) と呼ばれ,

$$\begin{aligned} L &= -\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{N}_u, & M &= -\frac{1}{2}(\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{N}_v + \mathbf{r}_v \cdot \mathbf{N}_u) = -\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{N}_v = -\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{N}_u, \\ N &= -\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{N}_v, \end{aligned} \quad (2.32)$$

で定義される. さらに \mathbf{r}_u と \mathbf{r}_v はそれぞれ \mathbf{N} に直交していることから, $\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{N} = 0$ と $\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{N} = 0$ であり, そのため次式が得られる.

$$L = \mathbf{r}_{uu} \cdot \mathbf{N}, \quad M = \mathbf{r}_{uv} \cdot \mathbf{N}, \quad N = \mathbf{r}_{vv} \cdot \mathbf{N}. \quad (2.33)$$

また式 (2.31) の分子は第二基本形式 (*second fundamental form*) II と呼ばれ,

$$II = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2, \quad (2.34)$$

と定義される. 式 (2.31) で $\lambda = \frac{dv}{du}$ とおくと法曲率は

$$\kappa_n = \frac{II}{I} = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2}, \quad (2.35)$$

と表される. ここで λ は曲面上の点 \mathbf{P} を通る曲線の, 点 \mathbf{P} における接線方向を意味する.

2.7.2 ガウス曲率, 平均曲率, 主曲率

法曲率の極値を求めるために式 (2.35) を λ で微分して 0 とおくと,

$$(E + 2F\lambda + G\lambda^2)(N\lambda + M) - (L + 2M\lambda + N\lambda^2)(G\lambda + F) = 0. \quad (2.36)$$

よって, 法曲率は次のように表される.

$$\kappa_n = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2} = \frac{M + N\lambda}{F + G\lambda}. \quad (2.37)$$

さらに,

$$\begin{aligned} E + 2F\lambda + G\lambda^2 &= (E + F\lambda) + \lambda(F + G\lambda), \\ L + 2M\lambda + N\lambda^2 &= (L + M\lambda) + \lambda(M + N\lambda), \end{aligned} \quad (2.38)$$

であり, 上式より次のようになる.

$$(E + F\lambda)(M + N\lambda) = (L + M\lambda)(F + G\lambda) \quad (2.39)$$

よって,

$$\kappa_n = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2} = \frac{M + N\lambda}{F + G\lambda} = \frac{L + M\lambda}{E + F\lambda}, \quad (2.40)$$

となり, よって法曲率の極値は次の連立方程式を解くことで得られる.

$$\begin{aligned} (L - \kappa_n E)du + (M - \kappa_n F)dv &= 0, \\ (M - \kappa_n F)du + (N - \kappa_n G)dv &= 0. \end{aligned} \quad (2.41)$$

また連立一次方程式 (2.41) が自明な解 ($du = dv = 0$) 以外の解をもつための必要十分条件は,

$$\begin{vmatrix} L - \kappa_n E & M - \kappa_n F \\ M - \kappa_n F & N - \kappa_n G \end{vmatrix} = 0, \quad (2.42)$$

である. ここで $||$ は行列式を意味する. 式 (2.42) を展開して,

$$(EG - F^2)\kappa_n^2 - (EN + GL - 2FM)\kappa_n + (LN - M^2) = 0. \quad (2.43)$$

ここで,

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}, \quad (2.44)$$

$$H = \frac{EN + GL - 2FM}{2(EG - F^2)}, \quad (2.45)$$

とおくと式 (2.43) は,

$$\kappa_n^2 - 2H\kappa_n + K = 0, \quad (2.46)$$

となる. この二次方程式の解を求めると

$$\kappa_{\max} = H + \sqrt{H^2 - K}, \quad (2.47)$$

$$\kappa_{\min} = H - \sqrt{H^2 - K}, \quad (2.48)$$

となり、これらをそれぞれ最大主曲率 (*maximum principal curvature*) と、最小主曲率 (*minimum principal curvature*) と呼ぶ。また、接平面上で法曲率が最大値、最小値をとる方向を主方向 (*principal direction*) と呼び、最大主方向と最小主方向は互いに直交する性質がある。また、 K をガウス曲率 (*Gaussian curvature*)、 H を平均曲率 (*mean curvature*) と呼ぶ。

2.7.3 測地線曲率

曲面上の点 \mathbf{P} を通る曲線 \mathbf{C} について、点 \mathbf{P} における測地線曲率ベクトル \mathbf{k}_g は、点 \mathbf{P} での接平面内での接線ベクトル \mathbf{t} に垂直な方向の成分であるため、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{k}_g = \kappa_g \mathbf{U}. \quad (2.49)$$

ここで、 κ_g は測地線曲率 (*geodesic curvature*) と呼ばれ、 $\mathbf{U} = \mathbf{N} \times \mathbf{t}$ である。点 \mathbf{P} における測地線曲率は、以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \kappa_g = & \left[\Gamma_{11}^2 \left(\frac{du}{ds} \right)^3 + (2\Gamma_{12}^2 - \Gamma_{11}^1) \left(\frac{du}{ds} \right)^2 \frac{dv}{ds} \right. \\ & + (\Gamma_{22}^2 - 2\Gamma_{12}^1) \frac{du}{ds} \left(\frac{dv}{ds} \right)^2 - \Gamma_{22}^1 \left(\frac{dv}{ds} \right)^3 \\ & \left. + \frac{du}{ds} \frac{d^2v}{ds^2} - \frac{d^2u}{ds^2} \frac{dv}{ds} \right] \sqrt{EG - F^2}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

このとき Γ_{jk}^i ($i, j, k = 1, 2$) はクリストッフエル記号 (*Christoffel symbols*) と呼ばれ、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)}, \quad \Gamma_{11}^2 = \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)}, \quad \Gamma_{12}^2 = \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u + FG_v}{2(EG - F^2)}, \quad \Gamma_{22}^2 = \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

第3章 B-spline 曲線・曲面

3.1 はじめに

本論文では、自由曲面を表現する方法として B-spline 関数を用いる。B-spline 関数による曲線/曲面の表現は、自由曲面の形状を扱うことのできる汎用 3 次元 CAD ソフトウェアでは標準的にサポートされている。また、IGES や STEP 形式など、データ交換形式の標準化も行われているため、CAD システムにおいて汎用的な表現方法となっている。本章では、文献 [10] に基づき、B-spline 曲線/曲面に関して短いレビューを行う。

3.2 B-spline 関数

階数 (order) K 、つまり次数 (degree) $p = K - 1$ の B-spline 関数は、節点 (ノット) において C^{K-2} で連続する次数 p の多項式セグメントをつなぎ合わせた区間多項式で定義される。このとき、節点は $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_m$ のように非減少な実数値の列であり、これらをノットベクトル \mathbf{T} (knot vector) と定義する。

$$\mathbf{T} = \{t_0, t_1, \dots, t_m\}. \quad (3.1)$$

ノットベクトル \mathbf{T} が与えられたとき、階数 K の B-spline 基底関数 $N_{i,K}(t)$ は、以下のように再帰的に定義される [10, 11]

$$K = 1 \text{ の場合} \quad (3.2)$$

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & t_i \leq t < t_{i+1} \text{ のとき,} \\ 0 & \text{それ以外のとき.} \end{cases}$$

$$K > 1 \text{ の場合}$$

$$N_{i,K}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+K-1} - t_i} N_{i,K-1}(t) + \frac{t_{i+K} - t}{t_{i+K} - t_{i+1}} N_{i+1,K-1}(t).$$

B-spline 基底関数には以下のような特徴がある。

1. 正值性 (Positivity)

$$N_{i,K}(t) > 0, \quad t_i < t < t_{i+K}.$$

2. 局所性 (Local support)

$$N_{i,K}(t) = 0, \quad \text{for } t_0 \leq t \leq t_i, \text{ and } t_{i+K} \leq t \leq t_{n+K}.$$

3. 1 の分割 (Partition of unity)

$$\sum_{i=0}^n N_{i,K}(t) = 1, \quad t_0 \leq t \leq t_m.$$

4. 連続性 (Continuity)

$N_{i,K}(t)$ はそれぞれのノットにおいて C^{K-2} 連続である.

3.3 B-spline 曲線

B-spline 曲線はパラメトリック曲線であり, t をそのパラメータとすると $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ という 3 つの関数から構成される. t がある区間 $a \leq t \leq b$ を動くとき, $(x(t), y(t), z(t))$ は曲線を描く (図 3.1 参照).

階数 K の B-spline 曲線は, B-spline 基底関数 $N_{i,K}(t)$ と $(n + 1)$ 個の制御点 (control point) \mathbf{P}_i との線形結合によって, 以下のように定義される [10, 11]

$$\mathbf{C}(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,K}(t) \mathbf{P}_i, \quad a \leq t \leq b. \quad (3.3)$$

B-spline 基底関数はノットベクトル \mathbf{T} を用いて定義される (式 (3.2) 参照).

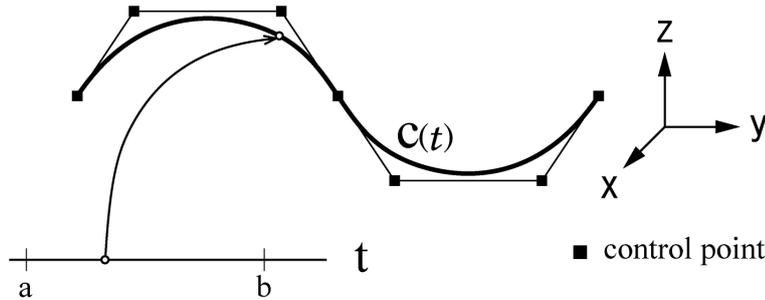


図 3.1: パラメトリック曲線.

ノットベクトルは大別すると, clamped と unclamped の 2 種類の状態が存在する. clamped のノットベクトルを用いると, B-spline 曲線の始点と終点が, それぞれ最初と最後の制御点の位置と一致するため扱いやすい (図 3.1 参照). clamped のノットベクトルは, 最初と最後のノットの値を K 個重複させた状態である.

$$\mathbf{T} = \underbrace{\{t_0 = t_1 = \dots = t_{K-1}\}}_{K \text{ 個の等ノット値}} < \underbrace{\{t_K \leq t_{K+1} \leq \dots \leq t_n\}}_{n - K + 1 \text{ 個の内部ノット}} < \underbrace{\{t_{n+1} = \dots = t_{n+K}\}}_{K \text{ 個の等ノット値}}. \quad (3.4)$$

片側だけを unclamped にすることも可能ではあるが, 本研究では, 一般的であるノットベクトルの両端とも clamped である B-spline 曲線を利用する. 式 (3.4) において, 内部ノットがない場合は Bézier (ベジエ) 曲線と同義である. すなわち B-spline 曲線は Bézier 曲線を包含する関係にある. またパラメータ曲線の区間について, $a = t_{K-1}, b = t_{n+1}$ となる. すなわちノットベクトルの両端が clamped でかつ $0 \leq t \leq 1$ のパラメータで表現される B-spline 曲線を定義するには, ノットベクトルについて, $t_0 = t_1 = \dots = t_{K-1} = 0, t_{n+1} = \dots = t_{n+K} = 1$ とすればよい.

3.4 B-spline 曲面

B-spline 曲面はパラメトリック曲面であり, u, v をそのパラメータとすると $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, $z = z(u, v)$ という 3 つの関数から構成される. u, v がある区間 $a \leq u, v \leq b$ を動くとき, $(x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ は曲面を描く (図 3.2 参照).

階数 K, L の B-spline 曲面は B-spline 基底関数 $N_{i,K}(u), N_{j,L}(v)$ と制御点 \mathbf{P}_{ij} を用いて以下のように定義される [10, 11].

$$\mathbf{R}(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n N_{i,K}(u) N_{j,L}(v) \mathbf{P}_{ij} \quad a \leq u, v \leq b. \quad (3.5)$$

制御点 \mathbf{P}_{ij} は, $(m+1) \times (n+1)$ の格子網である. B-spline 基底関数 $N_{i,K}(u), N_{j,L}(v)$ は, それぞれパラメータ u, v 方向に関する 2 つのノットベクトル $\mathbf{U} = \{u_0 \cdots u_{m+K}\}$, $\mathbf{V} = \{v_0 \cdots v_{n+L}\}$ を用いて定義される (式 (3.2) 参照).

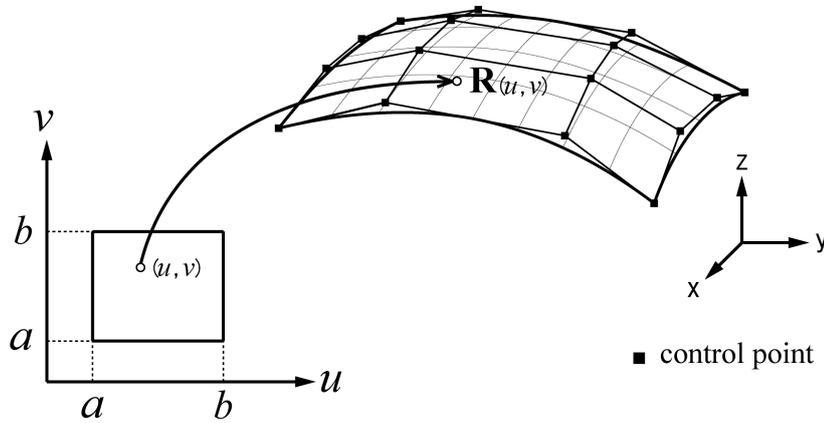


図 3.2: パラメトリック曲面.

本研究では一般的に用いられる, ノットベクトルが clamped の状態の B-spline 曲面を利用する.

$$\mathbf{U} = \left\{ \underbrace{u_0 = u_1 = \cdots = u_{K-1}}_{K \text{ 個の等ノット値}} < \underbrace{u_K \leq u_{K+1} \leq \cdots \leq u_m}_{m-K+1 \text{ 個の内部ノット}} < \underbrace{u_{m+1} = \cdots = u_{m+K}}_{K \text{ 個の等ノット値}} \right\} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{V} = \left\{ \underbrace{v_0 = v_1 = \cdots = v_{L-1}}_{L \text{ 個の等ノット値}} < \underbrace{v_L \leq v_{L+1} \leq \cdots \leq v_n}_{n-L+1 \text{ 個の内部ノット}} < \underbrace{v_{n+1} = \cdots = v_{n+L}}_{L \text{ 個の等ノット値}} \right\} \quad (3.7)$$

内部ノットがない場合は Bézier (ベジエ) 曲面と同義である. すなわち B-spline 曲面は Bézier 曲面を包含する関係にある. ノットベクトルが clamped かつ $0 \leq u, v \leq 1$ のパラメータで表現される B-spline 曲面を定義するには, ノットベクトルについて, $u_0 = \cdots = u_{K-1} = 0$, $v_0 = \cdots = v_{L-1} = 0$, $u_{m+1} = \cdots = u_{m+K} = 1$, $v_{n+1} = \cdots = v_{n+L} = 1$ とすればよい.

3.5 B-spline の局所一意性

B-spline 曲線

階数 K 、ノットベクトル \mathbf{T} で定義される B-spline 曲線は、一つのノット区間は K 個の制御点を用いて定義されている。例えば、階数 4 の B-spline 曲線では、それぞれのノット区間における曲線形状は 4 つの制御点で定義される。またパラメータ $t_r < t < t_{r+1}$, ($K-1 \leq r$) の範囲における曲線は、制御点 $\mathbf{P}_{r-(K-1)}, \dots, \mathbf{P}_r$ によって定義される [10, 11]。ここで図 3.3 は階数 4 の B-spline 曲線の例を示しており、赤色の範囲は $\mathbf{P}_0 \sim \mathbf{P}_3$ の制御点、青色の範囲は $\mathbf{P}_1 \sim \mathbf{P}_4$ の制御点、緑色の範囲は $\mathbf{P}_2 \sim \mathbf{P}_5$ の制御点、橙色の範囲は $\mathbf{P}_3 \sim \mathbf{P}_6$ の制御点によって、それぞれの曲線形状が定義されている。それぞれの制御点位置を移動させると、関係する範囲の曲線形状に影響を与える。言い換えれば、制御点を移動させたことによる曲線形状の影響範囲は、一般的には部分的であり、これは B-spline の局所一意性によるものである。

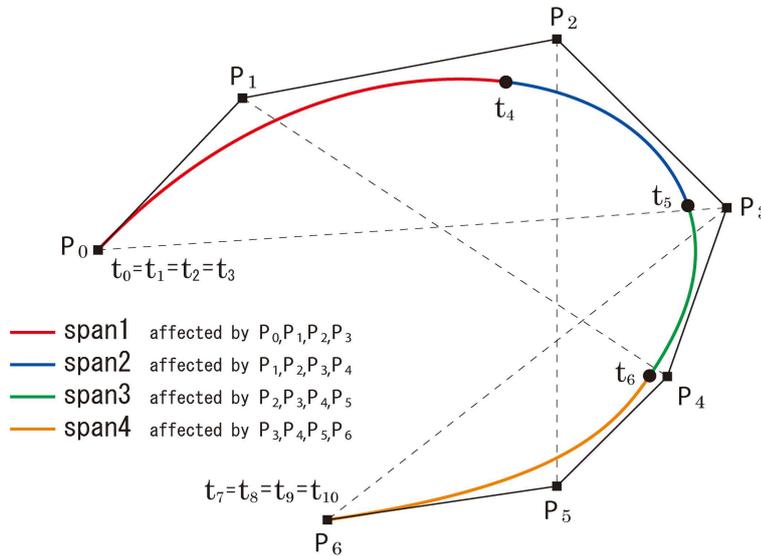


図 3.3: B-spline 曲線と凸閉包 (convex hull) の関係。

B-spline 曲面

B-spline 曲面について、パラメータ $u = \text{一定}$ または $v = \text{一定}$ とすることで、曲面上に等パラメータ曲線 (isoparametric curve) が得られる。ここで $u = u_0$ とした等パラメータ曲線は B-spline 曲線として定義することができる。その場合は、ノットベクトルが \mathbf{V} 、制御点を $\mathbf{q}_j = \sum_{i=0}^m \mathbf{P}_{ij} N_{i,K}(u_0)$, $0 \leq j \leq n$ とした、パラメータ v で表現される B-spline 曲線として定義される。すなわち、B-spline 曲線の特徴は、容易に B-spline 曲面へと拡張することができる。階数 K, L の B-spline 曲面における一つのノットスパンの曲面形状は $K \times L$ 個の制御点によって制御される。任意の制御点位置を変化させた場合の影響は、B-spline 曲線の場合と同様に、局所的に発生する。図 3.4 は、制御点の一部を動かした場合、曲面の一部分のみが変形する様子を示している。

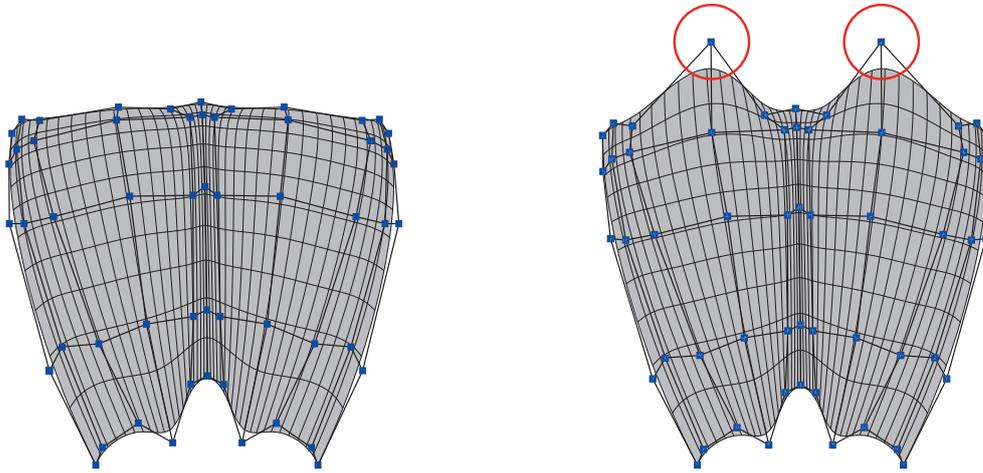


図 3.4: B-spline 曲面の局所一意性.

第4章 曲率線と曲率線展開法

4.1 はじめに

本章では、曲率線の微分幾何学的特性やその計算方法、ならびに曲率線に基づく曲面の平面展開手法である曲率線展開法に関するレビューを行う。

4.2 曲率線とは

曲面上の任意の点では、第 2.7.2 章で述べた通り、法曲率が最大値をとる最大主方向と、最小値をとる最小主方向とが存在する。それらの方向は互いに直交することが知られており、それぞれの方向を追跡した曲線は曲率線 (*lines of curvature*, または *curvature lines*) と呼ばれる。そのため曲率線は、最大主方向を追跡した最大主曲率線と、最小主方向を追跡した最小主曲率線とが存在し、それらは曲面上で直交網を構築する。図 4.1 (a) にトーラス曲面の曲率線を示す。青い曲線は最小主曲率線であり、これに直交する赤い曲線が最大主曲率線である。

法曲率の最大値と最小値が等しく、主方向が定義できない点は臍点 (曲面の臍, *umbilics*) と呼ばれ、曲率線直交網の特異点となる。図 4.1 (b) は楕円体曲面の曲率線を示しているが、黄色の点は楕円体曲面の臍点の位置を示している。例えば、球体の場合では、表面上のすべての点は主方向が定義できない臍点であり、曲率線を計算することはできない。

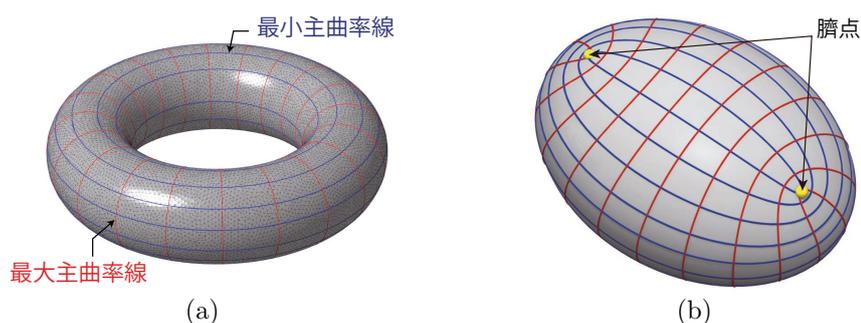


図 4.1: 曲率線の例. (a) トーラス曲面 ([12] からの転載). (b) 楕円体曲面.

曲率線には様々な興味深い微分幾何学的性質が存在する。曲面上の曲線が曲率線であるための必要十分条件は、曲線に沿った曲面の法線ベクトルによって形成される曲面が可展面であることである [13, 14, 15]。またその他にも、曲線に沿った測地線捩率 (*geodesic torsion*, τ_g) がゼロであることが挙げられる [16]。また Joo ら [15] が提案した手法を用いると、パラメトリック曲面上の曲率線に沿った曲率 κ , 捩率 τ , さらに、より高次の導関数といった微分幾何学的特性値を計算することが可能である。従来法では曲率線に沿った曲率など

を計算する際には、近傍点を用いた差分法などによって数値誤差が生じていたが、Joo らが提案する手法では、曲面上の任意点における様々な特性値を厳密に導出することができる。

4.3 曲率線の計算方法

本論文では、パラメトリック曲面 (B-spline 曲面) 上の曲率線を扱う。曲率線は、以下に示す非線形の連立常微分方程式の初期値問題を解くことで求められる。計算には一般的な数値積分法を用いればよい [10, 15]。本論文における曲率線の積分計算には、ルンゲクッタ法を用いた。

$$u' = \frac{du}{ds} = \eta(M - \kappa_p F), \quad v' = \frac{dv}{ds} = -\eta(L - \kappa_p E), \quad (4.1)$$

または,

$$u' = \frac{du}{ds} = \mu(N - \kappa_p G), \quad v' = \frac{dv}{ds} = -\mu(M - \kappa_p F). \quad (4.2)$$

各積分点において、もし不等式 $|L - \kappa_p E| \geq |N - \kappa_p G|$ を満たすならば式 (4.1) を、満たさない場合は式 (4.2) を用いる。ここで s は弧長、 E, F, G は第一基本形式係数、 L, M, N は第二基本形式係数、また κ_p は主曲率である。 κ_p は計算する曲率線の方角に応じて最大主曲率または最小主曲率を利用する。非零の係数である η と μ は、第一基本形式から求められる式、

$$E(u')^2 + 2Fu'v' + G(v')^2 = 1, \quad (4.3)$$

に式 (4.1) と式 (4.2) をそれぞれ代入することで、以下のように求められる。

$$\eta = \frac{\pm 1}{\sqrt{E(M - \kappa_p F)^2 - 2F(M - \kappa_p F)(L - \kappa_p E) + G(L - \kappa_p E)^2}}, \quad (4.4)$$

$$\mu = \frac{\pm 1}{\sqrt{E(N - \kappa_p G)^2 - 2F(N - \kappa_p G)(M - \kappa_p F) + G(M - \kappa_p F)^2}}. \quad (4.5)$$

正しい曲率線を追跡するためには、各点ごとに一つ前の点での曲率線の接線ベクトルとの比較を行い、逐次 η と μ について適切な符号を選択する [10]。

4.4 曲率線展開法とは

曲率線の利用した 3 次元形状の設計手法や造形手法は、工学分野において、これまで数多くの研究の取り組みが見られる [17, 18, 19, 20]。その内、曲率線展開法は、非可展面の船舶外板の 3 次元 CAD モデルを曲率線に基づいて平面に展開する手法である [5]。

まず造船における船体外板の曲げ作業について説明する。船舶において商船などの大型な形状では、船体は数百枚の鋼板から構成されているが、それら 1 枚毎に平らな鋼板の状態から作業によって目的の 3 次元形状に成形されている。船体を構成する外板は一般的に、2 つの手順を経て成形される [5]。まずプレス・ローラー機等を用いた冷間加工により、板に大きな曲がりをつける (図 4.2 (a) 参照)。その後、線状加熱と呼ばれる熱間加工による熱曲げ・熱絞りを行うことで外板を目的の 3 次元形状に成形する (図 4.2 (c) 参照)。線状加熱によって発生する鋼材の角変形については、Yu[21] らが論じている。これら外板の曲げ

作業は“ぎょう鉄”と呼ばれる。ぎょう鉄は、造船において巧みな技の一つとされ、職人の勘や経験に大きく依存する作業とされる。その理由として、平板から目的の3次元形状に加工するために、そもそも初期に与えられる必要な施工情報が少ないことに加え、進捗に応じた柔軟な判断が必要であること、また適切な方案が判断できたとしても、板を思い通りに変形させること自体が困難（特に線状加熱の工程）である等、数多くの要因が挙げられる [5]。

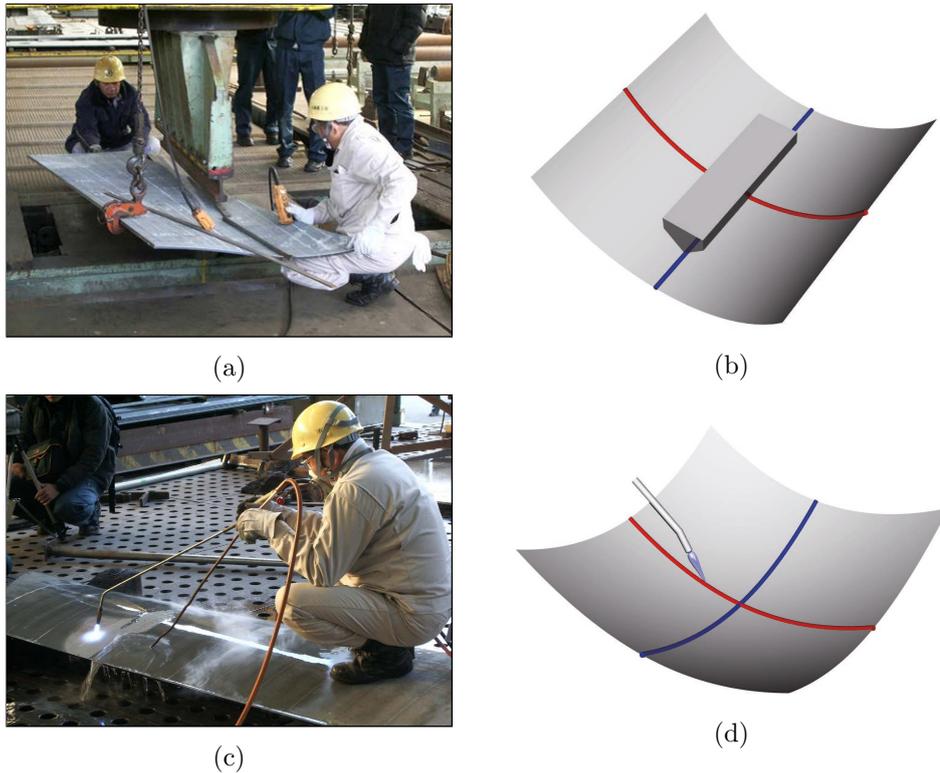


図 4.2: 曲率線に沿った板曲げ. (a) 造船所でのプレス施工の様子 ([22] からの転載). (b) 曲率が小さい曲率線 (青線) に沿ったプレス施工により、曲率の大きな曲率線 (赤線) に沿った曲がりをつける様子 ([15] からの転載). (c) 造船所での線状加熱の様子 ([22] からの転載). (d) 曲率が大きい曲率線 (赤線) に沿った線状加熱により、曲率の小さな曲率線 (青線) に沿った曲がりをつける様子 ([15] からの転載).

曲率線展開法では、曲率線を基線として設計曲面の3次元形状を平面展開することでNC切断する鋼板の初期形状を決定することができ、くわえて平面展開の逆操作にあたる平板から目的の3次元形状を成形するために必要な施工情報も計算することができる。具体的には、プレスにおける曲げの方向および必要な曲げ量、あわせて線状加熱で必要となる鋼材の収縮量やその位置を算出することができる。本手法を用いた外板の成形手順は、まず図 4.2 (b) に示すように、青線で示した最小主曲率線に沿ってプレスすることで、最大方向の大きな曲がりを外板につける。次に、図 4.2 (d) に示すように、赤線で示した最大主曲率線に沿って線状加熱を行い板を収縮させることにより、直交する方向に必要な最小限の小さな曲がりをつけることで目的の3次元形状を成形することができる。

松尾ら [5] は、最適なぎょう鉄作業方法を「工場施設が許す限り、大きい曲がりには冷間加工を用い、非可展面の測地測度の調整に熱を用いること。また、熱による調整が最小

になるように冷間曲げを行なうこと」と分析している。その点、曲率線展開法を用いると、曲面形状の大きな曲がりに対してプレスを最大限に利用し、小さな曲がりに対して線状加熱を最小限で済ませることができ、最適なぎょう鉄作業へと導くアプローチになると考えられる。くわえて、最大/最小方向の曲率線は互いに直交する性質から、プレス線ならびにガス加熱線も直交することになり、理論的には、互いの施工作业は独立するため干渉はせず、効率的な施工が可能となる（施工の独立性）。そのため本手法を用いると、最短経路で平板から目的の3次元形状に成形することが可能となる。松尾らは、実証実験により、曲率線展開法を用いることで合計の作業時間を4割削減できた例を報告している [5]。曲率線展開法は、造船における生産性の向上、人材育成、技能継承問題の解決等に貢献できる手法であると考えられている。

4.5 曲率線展開法による展開図生成アルゴリズム

曲率線展開法は、曲率線は「曲率線に沿った測地線曲率 κ_g を用いて平面展開することで、振れなく実長を保ったまま展開できる（付録 A.1 参照）」という理論の元、平面に展開された曲率線を展開基線として全体の展開形状を求める手法である。

曲率線に沿った測地線曲率の導出方法は、付録 A.2 に記載する。以下に、展開図生成手順の具体的なアルゴリズムを示す [23]。

1. 図 4.3 (a) のように曲面を横切る 2 本の最大主曲率線 C_{13D1} , C_{13D2} を考える。
2. C_{13D1} から C_{13D2} まで n 本の最小主曲率線 C_{23Di} ($i = 1, \dots, n$) を考える。このとき C_{13D2} との交点を I_{3Di} ($i = 1, \dots, n$) とする
3. C_{13D1} と C_{23Di} を測地線曲率を用いて平面に展開する。展開した曲線を C_{12D1} と C_{22Di} ($i = 1, \dots, n$) とし、図 4.3 (b) のように C_{12D1} に対して C_{22Di} を垂直に接続する。曲率線は実長展開されるため、 C_{12D1} と C_{22Di} との交点位置は既知である
4. C_{13D2} を平面に展開した曲線を C_{12D2} とし、 C_{22Dj} ($j = 1, \dots, n$) との終点と垂直に接続し、それを C_{12D2-j} ($j = 1, \dots, n$) とする。また C_{12D2-j} 上の I_{2Di} は I_{3Di} と対応する
5. それぞれの接続パターン j について、 C_{22Di} の終点と I_{2Di} との間隔量 δ_{ij} の総和 $\delta_j = \sum_{i=1}^n \delta_{ij}$ を計算する
6. δ_j が最小となる j を C_{12D2} の接続箇所として決定する

これらの手順を曲面全体で繰り返すことにより、全体の展開形状を求めることができ、すなわち 3次元曲面を平面に展開することができる。さらに各交点位置において、曲面を平面展開した際に、「伸ばし量」を把握することができる。この伸ばし量は、非可展面を平面に展開した際に生じる伸びであり、逆操作にあたる展開図から 3次元曲面を成形する際には、この伸びた領域を収縮させる必要がある。曲率線展開法では展開した曲率線の各交点でこの伸ばし量を把握できるため、この部分を曲線で繋いで領域を黒く塗り潰すことで、展開の際に生じた伸びの領域を可視化することができる（図 4.4 (c) 参照）。伸びの領域が可視化された展開図において、3次元形状を復元するためには、この黒く塗り潰した領域を除去すればよい。この展開図をゼブラ展開図と呼び、黒く塗り潰した部分をゼブラと呼ぶ。

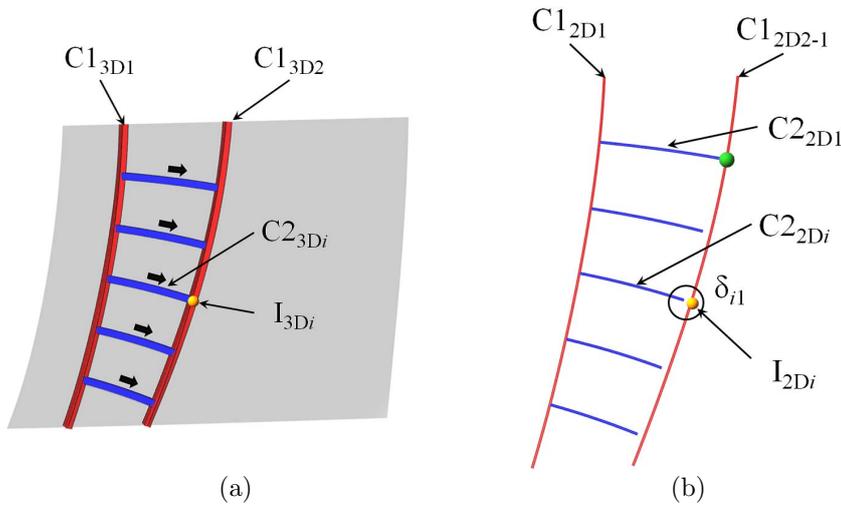


図 4.3: 曲率線展開法のアルゴリズム ([15] からの転載). (a) 3次元曲面上での曲率線. (b) 平面に展開された曲率線の組み立て.

最大・最小主曲率線の定義

主曲率は、曲面の曲面法線ベクトル \mathbf{N} の向きによってその正負が入れ替わる（式 (2.27) 参照）。ここで曲面法線ベクトルは、式 (2.22) によって定義されるが、これは曲面のパラメータ u, v の定義を逆にすると、曲面の形状はそのまま曲面法線ベクトルの向きは逆に定義される。すなわち曲面の u, v パラメータをどちらの方向に定義するかによって最大主曲率線と最小主曲率線が入れ替わってしまうことになる。そのため曲率線展開法では、曲面全体で最大主曲率と最小主曲率の絶対値の総和をそれぞれ事前に計算し、総和が大きい主方向（つまり形状の曲がり具合が大きい方向）の曲率線を最大主曲率線とし、小さい主方向の曲率線を最小主曲率線と定義する。

4.6 曲率線展開法の適用例

4.6.1 船体外板

曲率線展開法を 3次元曲面に適用した例を示す。図 4.4 (a) は船体外板の設計 CAD モデルとその曲率線である。この曲率線に基づいて作成した平面展開図が図 4.4 (b) である。図の緑色の曲線がプレス曲げの方向を示し、黄色い曲線がガス加熱の方向を示している。また図 4.4 (c) がゼブラ展開図である。この図では分かりやすいようにゼブラの領域を拡大表示しており、線状加熱において鋼板に与える熱量の相対的な関係を示している。作業者はこの図によって線状加熱の作業指針を決めることができる。図 4.4 (d) は、ゼブラ展開図を元に、外板の曲げ加工歴が 3ヶ月程度の作業者に、実際に加工してもらった結果である。図 4.4 (c) に示す方案通りに、展開図上の曲率線に沿って線状加熱を行うことで目的形状を得ることができた。作業者は「予想以上に縦曲りを正確につけることができ、そのために早く仕上げることができた」と話しており、曲率線展開法による作業支援の効果を認めていた [24].

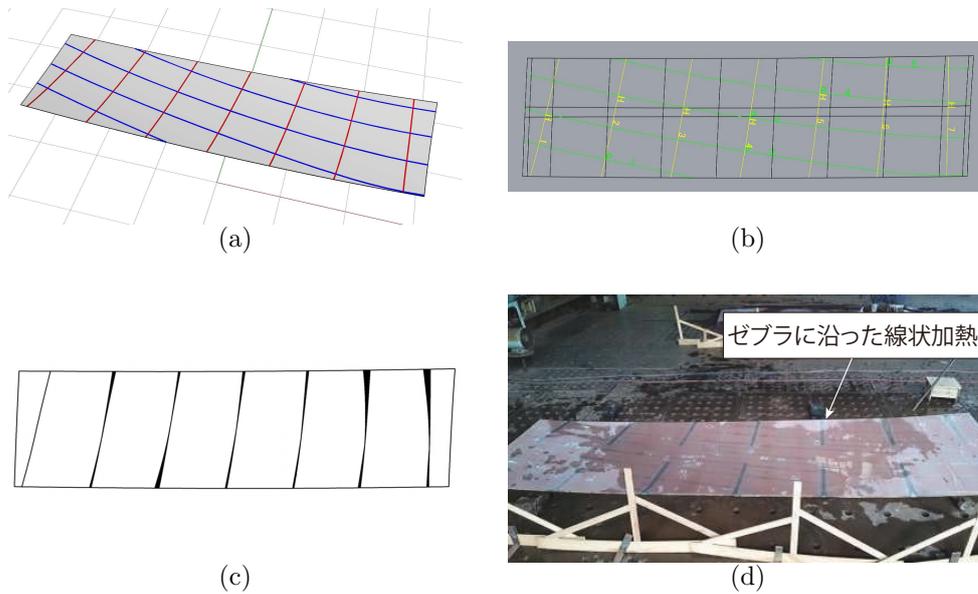


図 4.4: 曲率線展開法の適用例. (a) 外板形状の 3 次元曲面とその曲率線. (b) 曲率線展開法による (a) の平面展開図 ([24] からの転載). (c) ゼブラ展開図 ([24] からの転載). (d) ゼブラ展開図に基づいた線状加熱 ([24] からの転載).

4.6.2 ペーパークラフト

次に、別の曲面の例を示す。図 4.5 に示す自動車フード曲面に対して曲率線展開法を適用して作成したゼブラ展開図が図 4.6 である。ここで曲率線展開法は、最大主曲率線と最小主曲率線の扱いを逆にして同様な展開操作を行うことで、一つの曲面から 2 種類の展開図を得ることができる。図 4.6 (a) は最大主曲率線方向に沿ってゼブラが生じる展開図であり、(b) は最小主曲率線方向に沿ってゼブラが生じる展開図である。それぞれの展開図について、紙を用いてゼブラ部分を除去して元の曲面に復元した様子が図 4.7 である。2 種類のペーパークラフトモデルは、切込み方向が異なるものの、同様に元の曲面の 3 次元形状を再現している様子がわかる。

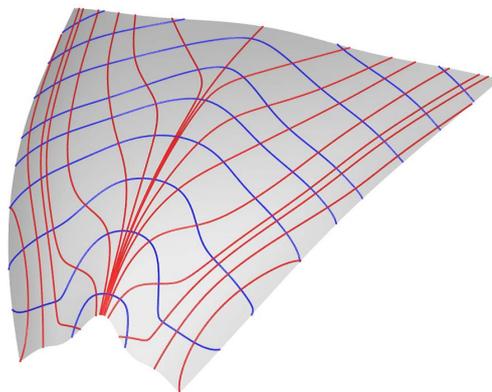


図 4.5: 自動車フード曲面とその曲率線.

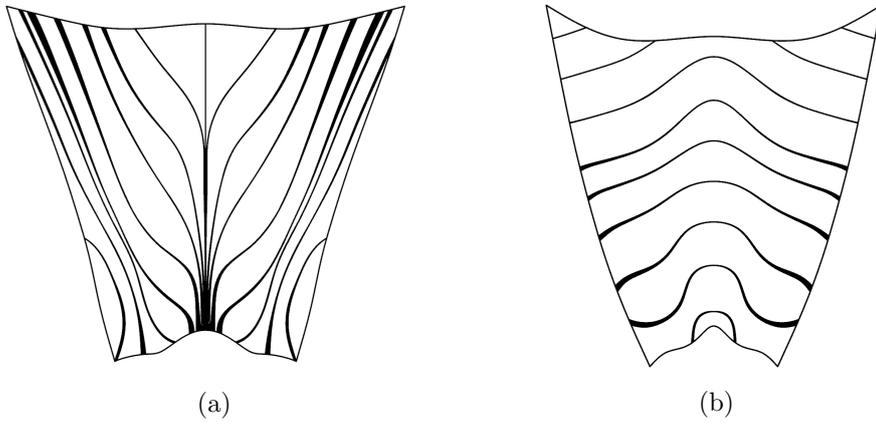


図 4.6: 自動車フード曲面 (図 4.5) のゼブラ展開図. (a) 最大主曲率線方向に沿ってゼブラが入るもの. (b) 最小主曲率線方向に沿ってゼブラが入るもの.

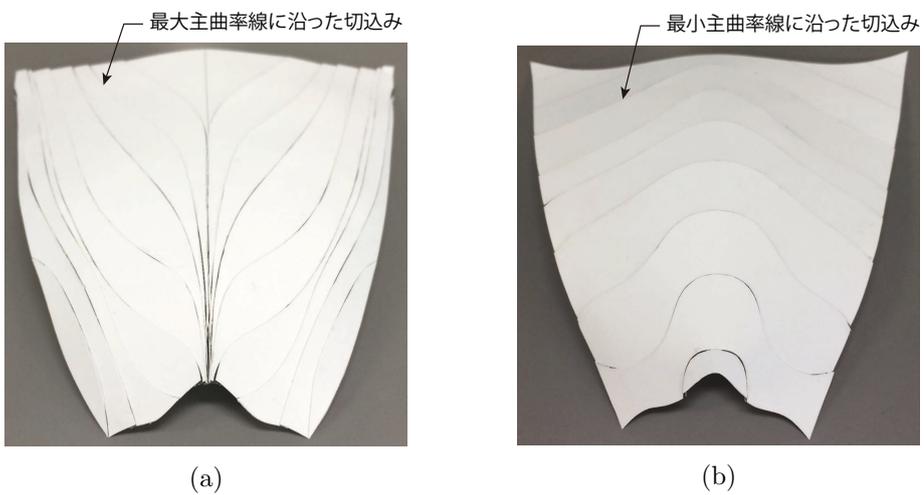


図 4.7: 紙を用いた自動車フード曲面 (図 4.5) の復元. (a) 図 4.6 (a) から復元された曲面. (b) 図 4.6 (b) から復元された曲面.

第5章 反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法

5.1 はじめに

曲率線展開法を船体に適用するためには、船体の3次元曲面が必要である。船体の曲面形状は造船用3次元CADソフトウェアを用いて生成される。その際には、船体の断面曲線である線図(Lines)を入力データとして、全体の形状が設計される。しかし線図から滑らかで品質の良い3次元曲面を生成することは容易ではない。その作業を困難とする主な理由を以下に挙げる [24]。

1. 滑らかな断面曲線から滑らかな3次元曲面が得られるとは限らない。
2. 曲面形状を直感的に調整、編集することは難しい。
3. 船体に独特な形状がある。

1つ目は、線図の曲線形状は事前に、十分に滑らかになるよう設計者によって曲線フェアリングが施されているが、滑らかな曲線群から補間される曲面は、必ずしも品質が良い曲面になるとは限らない。断面曲線から3次元曲面を補間する場合、曲線間の領域の曲面形状は任意であり、構築される全体形状には自由度が存在する。この課題の解決法の1つとして、断面曲線を入力として3次元曲面を構築する際に厳密に断面曲線を補間するだけでなく、入力データに応じて、柔軟に調整が可能な曲面の生成手法が望まれる。

2つ目は、高品質な船体曲面を構築するために、現状では曲面形状を直接編集せずに、断面曲線の修正作業に立ち返るアプローチがとられている。しかし、断面曲線の形状をどのように修正すれば望ましい3次元曲面の形状が得られるかが自明ではなく、Trial and errorによる作業に時間を要している [25]。この課題の解決法の1つとして、断面曲線の修正作業に立ち返ることなく、3次元曲面を直感的にかつ柔軟に平滑化できるような手法が望まれる。

3つ目は、船体には平面部やナックル部(折れ)といった、独特な形状表現が存在している。これらの形状を表現するために、数多くの曲面パッチが利用される場合もある。3次元CADシステムにおいて自由曲面の設計に標準的に用いられる表現方法は、B-spline関数を含むNURBS形式である。複数の曲面パッチを用いて船体を表現すると、平面部やナックル部などを容易に表現できるものの、データ量の増加に繋がり、曲面パッチ間での滑らかさの保持も難しくなる。3次元形状を設計するためには、曲面パッチの枚数は可能な限り少ない方が、データの取り扱いの点や、品質保持の点で望ましい [26]。そのため平面部などを含めて一枚の自由曲面で形状を表現することができれば、様々なメリットを得ることができる。

そこで本研究では、自由曲面部を有する船体の側面部を、1枚の B-spline 曲面で表現するという方針に基づき、曲面フィッティングの一手法である反復幾何処理手法をベースとした新しい曲面生成および曲面編集手法を提案する。

本研究における貢献は以下の通りである。

- 反復幾何処理手法を用いて船体形状を設計する一連の流れを提案する。
- 反復幾何処理手法をベースとした3つの曲面生成・編集手法（スキニング手法、局所平坦化手法、薄板の曲げ歪みエネルギーに基づくフェアリング手法）を提案する。

従来法では、B-spline 曲線/曲面をモデリングするためには、B-spline モデルの制御点を未知数とした線形システムを解く必要があった。そのため従来のアプローチでは、形状を少し変更する場合でも、一般的に線形システム全体を再構築して解きなおす必要があり、ユーザーにとって直感的な方法とは言えなかった。一方、本研究では、線形システムを解かずに制御点を反復的に動かすことで B-spline モデルを生成する反復幾何処理手法をベースにして手法を開発する。そのため提案手法は、曲面が変形する過程も逐次確認可能であり、ユーザーにとって直感的で柔軟な操作を可能とする。

5.2 関連研究

5.2.1 曲線・曲面のフェアリング手法

B-spline 曲面の平滑化手法については、これまで数多くの研究が行われてきた。滑らかなパラメトリック曲線/曲面を生成するためには、大きく2つの典型的なアプローチが存在する [27]。 (1) 形状の平滑性に関する項を含めたフィッティングによる手法 (e.g., [28, 29, 30])、または (2) 後処理による手法 (e.g., [31, 27, 32, 33]) である。本研究で提案するフェアリング手法は前者に分類される。

ここで、パラメトリック曲線や曲面を対象としたフェアリング手法に関する関連研究について報告する。フェアリングを実現するためのアプローチには様々なものがあり、過去の多様なフェアリング手法については、古川 [34] が詳細に報告している。以下に、古川の報告を参考に従来手法についてレビューを行う。

エネルギー関数の最小化による大域的手法

曲面のフェアリング手法として、曲面全体または曲面の局所的な領域に評価関数と制約条件を設定して最適化を行う手法がある。曲線や曲面で代表的に用いられる関数に、エネルギー関数が挙げられる。曲線 $C(s)$ の場合のエネルギー関数は、例えば以下のように曲率の二乗の積分値が用いられる。

$$\int_0^l \kappa^2(s) ds \rightarrow \min \quad (5.1)$$

これは弾性梁の曲げ歪みエネルギーと等価である。Nowacki ら [35] による Bézier 曲線のフェアリングは、このエネルギー関数に加えて、いくつかの制限を組み合わせている。

曲面の場合のエネルギー関数は、例えば以下のように主曲率の二乗和の積分値が用いられる。

$$\int_A (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) dA \rightarrow \min \quad (5.2)$$

ここで、 κ_1 は最大主曲率、 κ_2 は最小主曲率を表している。これは薄板の曲げ歪みエネルギーと等価になる。本研究では、反復幾何処理手法を用いて、薄板の曲げ歪みエネルギーに基づくフェアリングを実現する方法を提案する。

Weiss ら [36] は曲面の平滑性にこの基準を用いている。また増田ら [25] も提案手法に、この基準によるフェアリングを加えることにより、平滑な船体曲面を生成している。Hagen ら [37] は、この基準を用いた一般化クーンズパッチに基づく曲面の平滑化手法を提案している。Lott ら [38] もこの基準と用いているが、単一な B-spline 曲面に対して、変形量を制限するために制御点の移動距離の総和を制限している。Meier ら [39] は、曲率微分値の二乗の積分を基準とした曲線フェアリングを行っている。また Moreton ら [40] は、主曲率の主方向微分値の二乗の積分を基準とした曲面フェアリングを提案している。

パラメトリック曲面のフェアリングにおいて、有理曲面の場合は、制御点移動だけではなく、制御点に関わるウェイトを変更することで曲面形状を変更することが可能である。ウェイトを変更するフェアリング手法として、Hagen ら [41] の手法がみられる。

ノット列の最適化

制御点位置やウェイトを変更して形状をフェアリングする手法以外にも、ノットベクトルを変更するアプローチがみられる。パラメトリック曲線や曲面は、制御点位置やウェイトを変更しなくても、ノットベクトルを変えることにより、形状を変更することが可能である。ノット列を最適化する手法としては、Sarkar ら [42] によるものが挙げられる。また点列からの曲線や曲面の生成において、ノットの配列に注目したものとして、Hsieh ら [43] や Vassilev ら [44] の手法が挙げられる。

ノット削除によるフェアリング

ノットを削除することによってフェアリングするアプローチもみられる [45, 46]。ノット削除による手法は、厳密にフェアネスを定義した上でインタラクティブなフェアリングを行うところに特徴がある。Kjellander [47] は、ノットの削除と追加による 3 次 B-spline 曲線の局所的なフェアリング手法について述べている。

反射線形状によるフェアリング

曲面に対する光線の反射を用いて形状を修正する手法がある。Kaufmann [48] が提案する手法では、平行に配置された複数の光線を仮定して曲面に映り込む反射線の形状を計算し、その反射形状が滑らかになるように曲面をフェアリングしている。西山ら [32] は、円形ハイライト線に基づき、B-spline 曲面を修正することによって平滑な曲面を得る手法を提案している。提案手法では、入力の円形ハイライト線データを B-spline 曲面が満たすように、非線形最適化問題を特異値分解 (SVD) を利用して解いている。

その他のアプローチ

河崎ら [33] は、単一の B-spline 曲面を対象に、法線マップ画像をベースとして、シャープエッジなどの特徴的な形状を保ったまま曲面をフェアリングする手法を提案している。提案手法では、まず曲面法線ベクトル場を 2D 画像に変換してバイラテラルフィルタを用いて、画像からノイズの除去を行う。その後、平滑化された画像の法線ベクトルデータを用いて、それらを満たすような滑らかな 3 次元曲面を再構築している。本手法では、曲面再構築は線形計算で済むため、必要とする計算時間は短い。本手法を用いることで、形状のエッジを保ったまま、滑らかな法線ベクトル場を有する平滑曲面を得ることができる。

5.2.2 反復幾何処理手法

B-spline 関数を用いた点群のフィッティングは、一般的には、制御点を未知数とした線形連立方程式を解く必要がある。一方、反復幾何処理手法は、B-spline モデルの初期の制御点位置を反復的に移動させることによって、目的形状に漸近的に近づいていく手法である。本手法による利点は以下の通りである [24]。

- 必要な精度に応じた柔軟なフィッティングが可能
- 局所的な形状操作が得意
- 拘束条件を用いたフィッティング等への応用性が高い
- 線形システムが大規模になる場合に対して、計算時間が早く必要なメモリ容量が少なく済む

反復幾何処理手法の従来研究について述べる。なお反復幾何処理に関する詳細なサーベイは Lin ら [8] が行っている。反復幾何処理手法に関する研究は、1970 年代から始まった [8]。1977 年に山口 [49] は、B-spline 曲線フィッティングに関する漸化式を導出することで、反復的な操作により一様三次 B-spline 曲線を用いて点列をフィッティングする手法を提案した。2004 年に Lin ら [50] は、非一様三次 B-spline 曲線及び曲面による補間手法である *progressive-iterative approximation* (PIA) を提案し、さらに 2011 年には、その手法を拡張した *extended progressive-iterative approximation* (EPIA) を提案した。EPIA では与えられた入力点数よりも少ない制御点数の曲線/曲面でフィッティングすることを可能にした。2014 年には、Deng ら [51] がその手法を拡張し、無限回繰り返すと最小二乗法によるフィッティングの結果に収束する、*progressive and iterative approximation for least square fitting* (LSPIA) を提案した。

一方、2007 年に、前川ら [52] は B-spline 曲面による補間だけではなく、Loop 細分割曲面や Catmull-Clark 細分割曲面を用いた補間にも反復幾何処理手法を適用し、この手法が汎用性に優れていることを示した。また、2010 年には Lin [53] によって、前川ら [52] の手法の収束性が証明され、ロバストな手法であることが示された。さらに、木練ら [54] は前川らの反復幾何処理手法を B-spline 曲線及び曲面による近似手法に拡張し、従来法に対する優位性について検証した。2017 年に佐々木ら [55] は、B-spline ボリュームの内部に離散的に分布する特性値データを B-spline 関数を用いて近似する手法を提案した。

反復幾何処理手法はそのアルゴリズムの性質からグローバルなフィットだけではなくローカルなフィットも容易に可能であり、B-spline 関数の局所一意性を利用した手法であると

いえる。これを応用することで、幾何学的な拘束条件を満たしながらフィットすることも容易に行うことができる。呉服ら [56] は、反復幾何処理による B-spline 曲線補間を応用し、補間点の位置情報だけでなく法線情報もあわせて補間する手法を提案した。岡庭ら [57] は、一様三次 B-spline 曲線を用いて位置・接線・曲率ベクトルの情報を基に曲線を補間する手法を提案した。木練ら [58] は、岡庭らの手法を応用し、一様双三次 B-spline 曲面上の等パラメータ曲線に沿った特徴曲線の曲率を任意に制御し、美的曲線 [59] となるように編集することで意匠曲面を設計する手法を提案した。

誤差ベクトル算出のための対応点の計算

反復幾何処理手法は、入力点と B-spline モデル上の対応点との差を計算した“誤差ベクトル (*error vector*)”に基づき、次の反復操作における制御点の移動ベクトルを算出する。この B-spline モデル上の対応点の計算方法は、主に 2 種類が挙げられる。一つは入力点に対して事前に割り当てたパラメータ値を変えずに、そのパラメータ値で算出される B-spline モデル上の位置を常に対応点として利用する方法である。これは Lin ら [53] や Deng ら [51] の手法が該当する。もう一つは毎回の反復操作において、入力点に対して B-spline モデル上の最近接点を対応点に利用する方法である。これは前川ら [52] や木練ら [54] の手法が該当する。前者は“parametric distance”に応じた手法であるのに対し、後者は“geometric distance”に応じた手法であるといえる [8]。geometric distance では、毎回の反復操作においてモデル上の最近接点を求める（入力点からモデルへの垂線を計算する）非線形計算を行うため、parametric distance よりも計算時間を要することになるが、対応点の位置を修正する効果があり、これにより最終形状の品質向上が見込まれる。ただし、フィッティングの際のモデルの初期形状に大きく影響するため、使用には注意が必要である。

本研究では、parametric distance と geometric distance について、場合に応じてより適切な手法を採用する。

5.2.3 曲線補間

ここでは、反復幾何処理手法を用いた曲線補間の計算方法についてレビューを行う [51, 52]。\$(n+1)\$ 個の入力点 \$\mathbf{Q}_i, i = 0, \dots, n\$ を補間する（通過する）B-spline 曲線を得るためには、まず入力点に対してパラメータ値を割り当てる。パラメータ値の割り当て方法およびノットベクトルの生成手法は Piegl ら [11] が提案している。次に、入力点 \$\mathbf{Q}_i\$ を B-spline 曲線の制御点に用いることで、反復操作を開始する前の初期の曲線（ベース曲線）を次のように定義する。

$$\mathbf{C}^{(0)}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,K}(u) \mathbf{P}_i^{(0)}. \quad (5.3)$$

ここで、上付きの (0) は反復操作の回数を示している。また入力点を初期の制御点としているため、\$\mathbf{P}_i^{(0)} = \mathbf{Q}_i\$ である。入力点 \$\mathbf{Q}_i\$ に対する曲線 \$C^{(0)}\$ 上の対応点の計算方法は、parametric distance の場合は、事前に割り当てたパラメータ値を用いて算出される曲線上の位置を用いる。一方、geometric distance の場合は、毎回の反復操作において、入力点に対する曲線上の最近接点を対応点として計算する。

曲線上の対応点位置のパラメータ値を \hat{u}_i とすれば，入力点と B-spline 曲線との誤差ベクトルは以下のように定義される．

$$\mathbf{e}_i^{(0)} = \mathbf{Q}_i - \mathbf{C}^{(0)}(\hat{u}_i). \quad (5.4)$$

反復幾何処理手法の曲線補間では，この誤差ベクトル \mathbf{e}_i を制御点に対する移動ベクトル Δ_i として，制御点の位置を反復的に更新していく．

$$\mathbf{P}_i^{(1)} = \mathbf{P}_i^{(0)} + \Delta_i^{(0)}. \quad (5.5)$$

移動ベクトルを用いて制御点を更新することで，次の新しい曲線形状が得られる．その後，再び同様な操作を繰り返し，次の移動ベクトルを計算して制御点位置を更新する．反復操作の終了判定について，例えば各入力点に対する誤差ベクトルのノルム $|\mathbf{e}_i^{(\alpha)}|$ が事前に設定した閾値を下回るまで実施すればよい．反復幾何処理手法では，反復操作の終了判定も柔軟に設定することが可能であり，誤差の平均値と最大値を基準に設定することや，誤差が収束していく割合を終了条件に設定することも可能である．

木練ら [54] は，反復幾何処理手法を用いた曲面補間の計算に，ラグランジュ未定乗数法に基づく加速法を提案している．本研究では，この加速法を曲線補間の計算にも利用できるように，以下の重みを制御点の移動ベクトルに利用する．

$$\psi_i^{(\alpha)} = \frac{N_{i,K}(\hat{u}_i)}{\sum_{l=0}^n N_{l,K}^2(\hat{u}_i)}. \quad (5.6)$$

よって，制御点位置は，以下のように更新される．

$$\mathbf{P}_i^{(\alpha+1)} = \mathbf{P}_i^{(\alpha)} + \psi_i^{(\alpha)} \Delta_i^{(\alpha)}. \quad (5.7)$$

本研究において曲線補間の計算を行う際には，式 (5.7) を利用する．

5.2.4 曲面近似

ここでは，反復幾何処理手法を用いた曲面近似の計算方法についてレビューを行う．木練ら [54] は，曲面補間にくわえて，曲面近似の手法である *Iterative Geometric Approximation Algorithm* (IGAA) を提案している．IGAA では，曲面補間の場合と同様に，まずベースとなる曲面を作成した後，曲面の制御点の位置を反復的に更新していくことにより目的の曲面形状を得ることができる．木練らは曲面近似における初期のベース曲面に，Azariadis[60] が提案する *Dynamic Base Surface* を用いている．

不規則に分布した $(N + 1)$ 個の入力点を \mathbf{Q}_k $k = 0, \dots, N$ とする．入力点 \mathbf{Q}_k に対応する最近接点位置のパラメータ値を (\hat{u}_k, \hat{v}_k) とする．このパラメータ値は，毎回の反復計算において入力点群から曲面に対して垂線の計算を行うことで得られる． α 回目の反復操作における，入力点群に対する曲面の誤差ベクトルは以下のように定義される．

$$\mathbf{e}_k^{(\alpha)} = \mathbf{Q}_k - \mathbf{R}^{(\alpha)}(\hat{u}_k, \hat{v}_k). \quad (5.8)$$

ここで，上付きの (α) は反復操作の回数を示しており， $\mathbf{R}^{(\alpha)}(u, v)$ は α 回目の操作における近似曲面を示している．曲線補間の場合は，得られた誤差ベクトルを制御点に対する移動ベクトルとして利用したが，曲面近似の場合では，入力点と制御点の数が一致しないた

め、誤差ベクトルと制御点の数が一致しない．そのため制御点の移動ベクトルは、B-spline 基底関数を利用して以下のように定義する．

$$\Delta_{ij}^{(\alpha)} = \frac{1}{W_{den}[i][j]} \sum_{k \in I_{ij}} N_{i,K}(\hat{u}_k) N_{j,L}(\hat{v}_k) \mathbf{e}_k^{(\alpha)}. \quad (5.9)$$

ここで、 I_{ij} は移動量 $\Delta_{ij}^{(\alpha)}$ に関係する入力点群 \mathbf{Q}_k の集合である．また $W_{den}[i][j]$ は、B-spline 基底関数を用いて計算される値である [54]．以上より、曲面近似では制御点を以下のように、反復的に更新することで目的の曲面を得る．

$$\mathbf{P}_{ij}^{(\alpha+1)} = \mathbf{P}_{ij}^{(\alpha)} + \Delta_{ij}^{(\alpha)}. \quad (5.10)$$

この反復操作を、曲線補間の際と同様にユーザーが任意に定める終了条件を満たすまで実施する．制御点の更新を繰り返しても、入力点群に対する誤差が十分に小さくならない場合はノット挿入 [11] を行う．ノット挿入を行うことで、B-spline 曲面の自由度が上がるため、入力点群に対して、より精度よくフィットさせることが可能になる．木練らは、誤差ベクトルのノルムの総和が最も大きなノット区間の中央に対してノット挿入を行っている [54]．またノット挿入の頻度を多くすると最終曲面の制御点が多くなるとともに曲面に望ましくない振動を引き起こしかねないため、可能な限りノット挿入は行わないほうが良い．

IGAA を用いて、ランダムに配置された入力点群を 1 枚の B-spline 曲面に近似した例を図 5.1 に示す．このように IGAA を用いることで、不規則に配置される入力点群に対して B-spline 曲面を用いてフィッティングすることが可能となる．

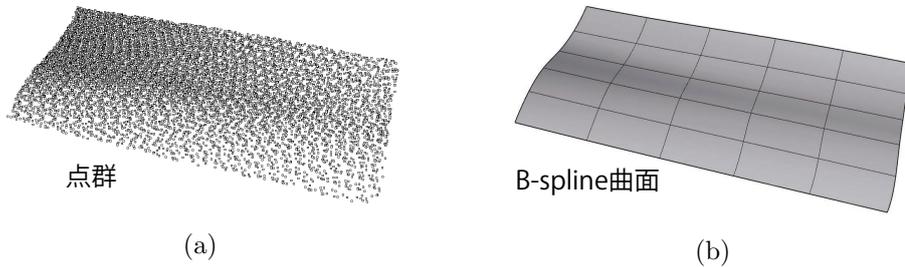


図 5.1: 曲面近似の例 ([26] からの転載). (a) 船体外板のレーザースキャン点群. (b) IGAA による近似曲面.

5.3 船体曲面への反復幾何処理手法の適用

5.3.1 提案する手法の概要

図 5.2 に本手法の流れを示す．本手法では、初めに船体の断面曲線である線図を入力データとして、曲率分布を考慮して線図上から点群を抽出し、その点群を補間する曲線を作成することで、スキニングに適した船体の断面曲線を再構築する．次に、スキニング手法により船体曲面を生成する．さらに、生成曲面を初期形状として、船体側面の平坦部を表現するための局所平坦化手法、ならびに薄板の曲げ歪みエネルギーに基づくフェアリング手法を適用することで最終曲面を得る．本研究では、スキニング、局所平坦化、曲面フェアリングについて反復幾何処理手法をベースとした方法を新たに提案する．

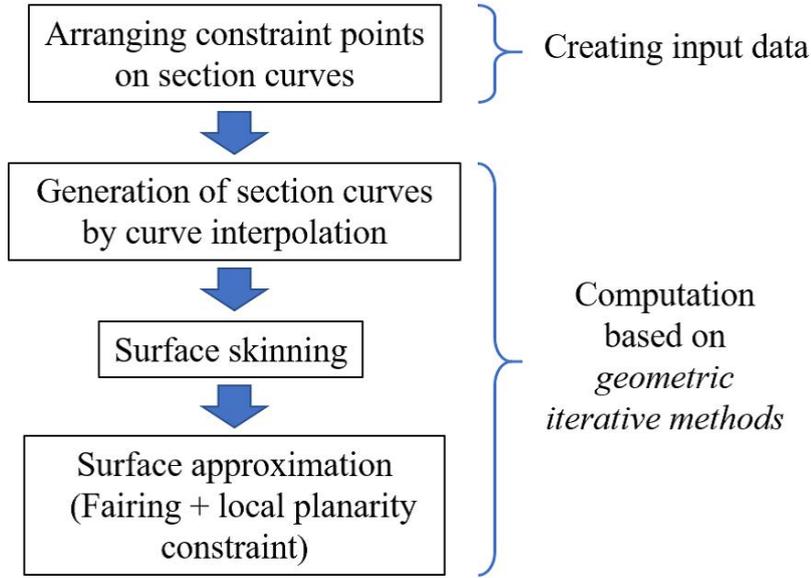


図 5.2: 提案手法の流れ ([26] からの転載).

5.3.2 反復幾何処理手法を用いたスキニング

ここでは、反復幾何処理手法を用いて断面曲線からスキニング曲面を生成する手法と提案する。そのために、まず B-spline 曲面を用いたスキニング曲面の定義について述べる。

スキニング手法の理論

図 5.3 (a) に示す、入力となる断面曲線 $\mathbf{C}_k^s(u)$ $k = 0, \dots, m$ について、以下のように定義する。

$$\mathbf{C}_k^s(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,K}(u) \mathbf{Q}_{ik}. \quad (5.11)$$

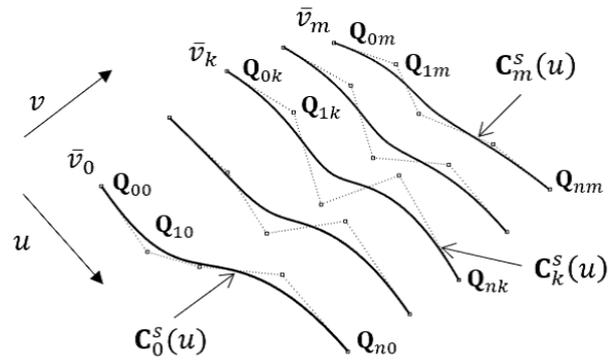
すべての曲線の階数 K 、ノットベクトル \mathbf{U} は共通とする。異なる場合は、曲線の形状を変えずに次数を上げる Degree elevation やノットを一度に挿入することができる Knot refinement を実施すればよい [11]。最終的に生成されるスキニング曲面の u 方向の階数は K 、ノットベクトルは \mathbf{U} となる。

次に図 5.3 (b) に示す、入力曲線を横切る方向の横断曲線 $\mathbf{C}_l^c(v)$ $l = 0, \dots, n$ は以下のように定義される。

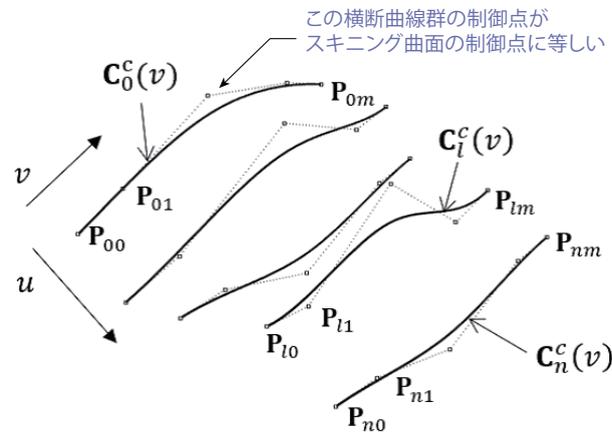
$$\mathbf{C}_l^c(v) = \sum_{j=0}^m N_{j,L}(v) \mathbf{P}_{lj}. \quad (5.12)$$

すべての曲線の曲線の階数 L 、ノットベクトル \mathbf{V} は共通とする。最終的に生成されるスキニング曲面の v 方向の階数は L 、ノットベクトルは \mathbf{V} となる。ただし、横断曲線は以下の式を満たす。

$$\mathbf{C}_l^c(\bar{v}_k) = \mathbf{Q}_{lk}. \quad (5.13)$$



(a)



(b)

図 5.3: スキニング曲面の定義 ([26] からの転載). (a) 入力曲線群. (b) 横断曲線群.

ここで \bar{v}_k は、入力曲線 $\mathbf{C}_k^s(u)$ に対して、事前に v 方向に割り当てたパラメータ値である。パラメータの割り当て方法ならびにノットベクトル \mathbf{V} の計算方法は Piegl らが提案している [11]。以上によりスキニング曲面は、ノットベクトル \mathbf{U} , \mathbf{V} , くわえて横断曲線群の制御点によって、以下のように定義される。

$$\mathbf{R}_s(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,K}(u) N_{j,L}(v) \mathbf{P}_{ij}. \quad (5.14)$$

ここで式 (5.14) により定義されたスキニング曲面について、パラメータ \bar{v}_k で得られる等パラメータ曲線 $\mathbf{R}_s(u, \bar{v}_k)$ は、事前にパラメータを割り当てた入力曲線 $\mathbf{C}_k^s(u)$ の形状と一致する。また式 (5.13) を見ると、横断曲線 $\mathbf{C}_l^c(v)$ は入力曲線の制御点列を横断する方向に補間する曲線を意味している。言い換えると、スキニング曲面の未知数である制御点を求めるためには、 $(n+1)$ 本の横断曲線 $\mathbf{C}_l^c(v)$ の制御点を求める曲線補間の計算を行えばよい。

提案するスキニング手法

先述したように、入力曲線群を補間するスキニング曲面を求める計算は、横断曲線 $\mathbf{C}_l^c(v)$ を求める曲線補間の計算に帰着できる。よって曲線補間の計算を反復幾何処理手法を用いて行うことで、反復幾何処理手法に基づくスキニングを実現することができる。

まず従来法と同様に、階数 K , ノットベクトル \mathbf{U} が共通する入力曲線 $\mathbf{C}_k^s(u)$ $k = 0, \dots, m$ に対して、 v 方向のパラメータ値 \bar{v}_k を割り当てる。Piegl ら [11] の手法により、ノットベクトル \mathbf{V} を計算した後、入力曲線の制御点を補間する横断曲線 $\mathbf{C}_l^c(v)$ を反復幾何処理手法を用いて計算する。ここで重要なことは、制御点の移動ベクトルとなる、曲線から入力点から対する誤差ベクトルは、parametric distance に基づいて算出することである。geometric distance に基づく手法では、毎回の反復ごとに割り当てたパラメータ値が修正されていくため、事前に割り当てたパラメータ値 \bar{v}_k が最終的に変化してしまう。そのため最終的に得られる補間曲線が、式 (5.13) を満たさなくなるため、得られるスキニング曲面が式 (5.14) を満たさない。すなわち、geometric distance に基づく手法で計算を行うと、最終的に得られる曲面は入力曲線を通らなくなる。よって横断曲線 $\mathbf{C}_l^c(v)$ ごとの補間計算に、固定のパラメータ値 \bar{v}_k を用いてフィッティングするためには、横断曲線 $\mathbf{C}_l^c(v)$ の補間計算における制御点 \mathbf{P}_{lj} に対する α 回目の移動ベクトル (すなわち誤差ベクトル) は、以下のようにすればよい。

$$\Delta_{lj}^{(\alpha)} = \mathbf{Q}_{lj} - \mathbf{C}_l^c(\bar{v}_j), j = 0, \dots, m. \quad (5.15)$$

式 (5.15) に示した移動ベクトルを用いて曲線補間を行うことで、線形システムを解くことなく、反復幾何処理手法によってスキニング曲面を計算することができる。

5.3.3 拘束条件を含めた曲面近似手法

反復幾何処理手法では、制御点の移動方法を拘束するなどして、様々なフィッティング手法を実現することができる。ここでは、木練ら [54] の曲面近似手法である IGAA をベースとした局所平坦化手法とフェアリング手法を提案する。

提案する局所平坦化手法

ここでは、入力点群に対して曲面近似を行いながら、曲面を局所的に平坦化する手法を提案する。B-spline 曲面は、ノットを重ねることで等パラメータ曲線に沿って連続性を落とすことが可能であり、例えば C^0 連続にして、エッジを表現することも可能である。しかし等パラメータ曲線に沿わない任意の曲線に沿って厳密にエッジを表現することは難しい。そこで、本研究では平坦化させる領域の状態について、(1) 等パラメータ曲線で囲まれた矩形領域の場合と (2) 任意の曲線で囲まれた領域の場合に分けて、手法を提案する。

曲面を局所的に平面化しながら曲面近似を行うために、次の 3 つの手順を実施する。まず第一の手順として、平坦化する領域の目標平面 Π_c を定義する。ここで目標平面は $ax + by + cz + d = 0$ (ただし、 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 1$) の式で定義されるとして、境界線も既知であるとする。

第二の手順として、曲面近似計算を開始するための前準備の操作を行う。まず平坦化させる領域の状態について (1) の場合についてのみ、入力平面の境界線から曲面に対して最近接点を計算し、平坦化する曲面領域のパラメータ区間 $u_{min} \sim u_{max}$ と $v_{min} \sim v_{max}$ を導出する。そして平坦化させる境界線のパラメータ付近にノット挿入を行う。これは平坦化による操作が、領域周辺に対して広く影響を与えてしまうことを防ぐためである。以上が (1) における事前操作である。次に、“平面領域に対応する制御点”を決定する。そして目標平面 Π_c と平行で、かつこれらの制御点の重心を通る平面を計算し、制御点はその平面に投影する。ここで平面領域に対応する制御点とは、(1) の場合については、平坦化させる矩形領域のパッチに影響する制御点とする。(2) の場合は、経験的に、境界線を有する目標平面に対して近接した制御点という考えに基づき、その平面領域に垂線をおろすことのできる制御点とする。

第三の手順では、曲面近似の計算を開始する。反復幾何処理手法では、制御点位置の更新に移動ベクトルを用いるが、平面領域に対応する制御点については、移動ベクトルに対して拘束条件を課す。それら制御点以外については、従来の式 (5.9) を用いる。

平面領域に対応する制御点については、以下の移動ベクトルを用いる。

$$\Delta_{ij}^{(\alpha)} = \text{ave} \left(\sum_{ij \in p_{ij}} \Delta_{ij}^{(\alpha)} \cdot \mathbf{N}_c \right) \mathbf{N}_c. \quad (5.16)$$

ここで ave は括弧内の平均値を意味する。また p_{ij} は平面領域に対応する制御点の集合を表す。式 (5.16) は、平面領域に対応する制御点に対して得られる従来の移動ベクトル Δ_{ij} を、目標平面 Π_c の法線ベクトル $\mathbf{N}_c = (a, b, c)^T$ に射影し、それらを平均したベクトルを制御点の移動ベクトルにすることを意味する。この操作によって、平面領域に対応する制御点は最初に目標平面に平行な面に投影された平面状態を保ったまま、目標平面に近づいていくことになる。

式 (5.16) の移動ベクトルによる反復操作を、平面領域に対応する制御点が目的平面まで十分に近づくまで行う。その後、制御点を目的平面に完全に投影することで、局所平坦化処理の手順を完了する。平坦化する領域以外の自由曲面部について、曲面近似の計算を継続する場合は、平面領域に対応する制御点については目標平面上のみを移動するようなベクトルを与える。

従来法による曲面フェアリング

まず代表的な曲面のフェアリング手法である，薄板の曲げ歪みエネルギーに基づく手法について述べる．本研究では，当該手法を線形システムを解くことなく反復幾何処理手法で実現する方法を提案する．

従来法である線形システムに基づく曲面フェアリングを実施するためには，次式で定義される目的関数を最小化することを考える．

$$\min \left(\sum_{k=0}^N \|\mathbf{R}(\hat{u}_k, \hat{v}_k) - \mathbf{Q}_k\|^2 + \lambda_f F_s \right). \quad (5.17)$$

ここで F_s は曲面の平滑性を表す関数であり， λ_f はユーザーが定める任意の非負のフェアリング係数である．つまり 1 つ目の項は点群と生成曲面が近づくことを目的とした項であり，2 つ目の項は生成曲面の品質向上を目的とした項である．そのため λ_f の値を大きくすると，生成される曲面の滑らかさは向上するが，入力点群に対するフィッティングの精度は保証されにくくなる． F_s に薄板の曲げ歪みエネルギーに関する式を利用する場合，曲面のパラメータに関する 2 階の微分値で近似した次式が用いられる [36]．

$$F_s = \int \int (\mathbf{R}_{uu}^2 + 2\mathbf{R}_{uv} + \mathbf{R}_{vv}^2) dudv. \quad (5.18)$$

式 (5.18) に基づき，式 (5.17) を曲面の制御点を未知数として構築した線形連立方程式は以下のように表される．

$$[\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda_f \mathbf{F}] \mathbf{P} = \mathbf{A}^T \mathbf{Q}. \quad (5.19)$$

ここで，行列 \mathbf{A} は B-spline 基底関数，行列 \mathbf{P} (未知数) 制御点，行列 \mathbf{Q} はフィットさせたい入力点群であり，以下のように定義される．

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N_{0,K}(\hat{u}_0)N_{0,L}(\hat{v}_0) & \dots & N_{n,K}(\hat{u}_0)N_{m,L}(\hat{v}_0) \\ N_{0,K}(\hat{u}_1)N_{0,L}(\hat{v}_1) & \dots & N_{n,K}(\hat{u}_1)N_{m,L}(\hat{v}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{0,K}(\hat{u}_N)N_{0,L}(\hat{v}_N) & \dots & N_{n,K}(\hat{u}_N)N_{m,L}(\hat{v}_N) \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{P}_{00}, \mathbf{P}_{01}, \dots, \mathbf{P}_{0m}, \mathbf{P}_{10}, \dots, \mathbf{P}_{nm}\}^T. \quad (5.21)$$

$$\mathbf{Q} = \{\mathbf{Q}_0, \dots, \mathbf{Q}_N\}^T. \quad (5.22)$$

行列 \mathbf{F} は，一辺の大きさが $(n+1) \times (m+1)$ であり，*energy matrix* と呼ばれる [61]．行列 \mathbf{F} はガウス求積法などの数値積分手法を用いることで算出が可能である．従来法では，式 (5.19) を解くことで，平滑な近似曲面を生成することができる．

一方，木練ら [54] も反復幾何処理手法による曲面フェアリング手法を提案している．この手法では，曲面フィッティングにおける反復操作の途中で，曲面の制御点列に対して直接 Laplacian smoothing を実施する方法である．特に制御点列に乱れが生じている場合は有効であり，望まない曲面の凹凸を除去することが可能である．しかし制御点への Smoothing 回数を重ね過ぎると，制御点格子が中央に寄っていき，それにあわせて等パラメータ曲線にも歪みを生じてしまう．また parametric distance に基づく手法においては，当該手法のフェアリングは効果が薄い．それは，parametric distance に基づく手法では，フィッティング計算の途中経過の曲面形状に寄らず，必ず同じ形状に収束するためである．そこで本研究では，parametric distance に基づく反復幾何処理手法でも適用可能な，薄板の曲げ歪みエネルギーを用いたフェアリング手法を提案する．

提案するフェアリング手法

ここでは、反復幾何処理手法を用いて、薄板の曲げ歪みエネルギーに基づくフェアリング手法を提案する。そのために、反復操作によって制御点位置を更新した結果が、式 (5.19) を満たすような、移動ベクトルを以下のように算出した。

$$\Delta_{ij}^{(\alpha)} = \mu_{ij} \left(\sum_{k \in I_{ij}} N_{i,K}(\hat{u}_k) N_{j,L}(\hat{v}_k) \mathbf{e}_k^{(\alpha)} - \lambda_f \sum_{g=0}^n \sum_{h=0}^m [F(r,s) \mathbf{P}_{gh}^{(\alpha)}] \right), \quad (5.23)$$

$$r = (m+1)i + j, \quad s = (m+1)g + h.$$

ここで $F(r,s)$ は、行列 \mathbf{F} の r 行 s 列目の要素を示す。また係数 μ_{ij} は以下のように定義される。

$$\mu_{ij} = \frac{1}{(W_{den}[i][j] + \lambda_f \sum_{g=0}^n \sum_{h=0}^m |F(r,s)|)}, \quad (5.24)$$

$$r = (m+1)i + j, \quad s = (m+1)g + h.$$

式 (5.24) において、フェアリング係数 λ_f をゼロとした場合は、従来法の移動ベクトルである式 (5.9) と一致する。すなわち、本移動ベクトルは従来法との親和性が高く、フェアリング係数の値を変えるだけで、フェアリング効果の有無を調整することが可能である。提案手法によるフェアリングにおける収束の証明は [24] の文献を参照されたい。

5.4 結果

本研究では、造船所によって提供された垂線間長 278 m のばら積み船の線図データに提案手法を適用した。すべての計算例は、C++言語で実装されたシステムに対して、Core i5-6400 2.7GHz プロセッサ、8GB RAM を搭載した PC で実施している。また利用した B-spline 曲線/曲面モデルの次数は、すべて三次/双三次とした。線形システムを解く従来法と反復幾何処理手法によるフィッティング手法との詳細な比較検証については、木練ら [54] が実施しているため、本誌では木練らの手法との比較検証を行う。

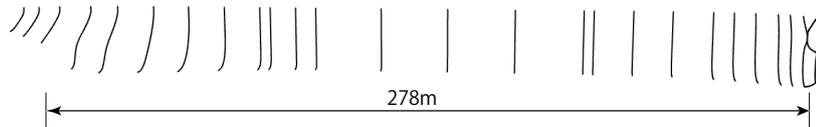


図 5.4: 船体の断面曲線である Lines ([26] からの転載).

5.4.1 入力点群の作成

船体形状を表現する断面曲線の線図は、船首部付近などにおいて、スキニング曲面の生成に適さない断面曲線が存在する。そこで本研究では、断面曲線から曲率分布を考慮して点群を抽出し、スキニング曲面に適した断面曲線群に再構成する。点群の抽出にあたっては、増田ら [25] の手法を利用した。増田らの手法では、初めに断面曲線群上に曲率分布を考慮した点列を抽出した後、さらに断面曲線を横断する方向に対してそれらの点群を補間する

曲線を計算する。その後、補間した横断曲線から抽出した点列を、再構築された断面曲線上の点群とする。その点群を補間することで断面曲線を再構築することが可能になる。本研究で用いたパラメータ [25] は、断面曲線に対する場合の変数を n_{div}^s , w_c^s , 横断する曲線に対する場合を n_{div}^c , w_c^c とすると、船首側は、 $n_{div}^s = 12$, $w_c^s = 0.5$, $n_{div}^c = 11$, $w_c^c = 0.0$ とした。船尾側の断面曲線は、そのままスキニングに利用できる配置であったため、船尾側から数えて 14 本の断面曲線は、横断曲線を構築することなく、元の断面曲線上から点列を再配置した。その際の設定パラメータは $n_{div}^s = 12$, $w_c^s = 0.5$ とした。抽出点数である n_{div} の設定は、補間曲線の制御点の数が不必要に増加しないように、経験的に必要最低限の数とした。 w_c の値は、曲線の弧長と曲率分布のバランスから経験的に設定した。以上の操作から再配置された点群を図 5.5 に示す。



図 5.5: 断面曲線上の拘束点の調整 ([26] からの転載)。

5.4.2 曲線補間による断面曲線の生成

次に、再配置された点群を反復幾何処理手法を用いて補間する曲線を計算することで、スキニングに利用する断面曲線を再構築する。それぞれの断面曲線から再配置した点数は統一したため、補間曲線の制御点数も統一される。しかし、それぞれの補間計算を独立して実施した場合は、ノットベクトルの値は一般的には共通にならない。Knot refinementによりノットベクトルを揃えることは可能ではあるが、制御点数が大幅に増大し、最終的に得られるスキニング曲面の品質に影響を与える。そのため、曲線補間の計算の際には、事前に統一したノットベクトルを用いる。ノットベクトルは、それぞれの曲線で得られる値を平均化したものを曲線間の共通するノットベクトルとして曲線補間を行った。また制御点に対する移動ベクトルを計算するための、入力点に対する対応点は geometric distance に基づき、曲線上の最近接点を利用した。再配置した点群を補間した計算結果を表 5.1 に示す。

生成した補間曲線は、船首側から番号付けして合計で 25 本となった。また反復幾何処理手法の終了条件として、入力点群と曲線との最大誤差が $\epsilon_{max} = 1.0 \times 10^{-3}[\text{mm}]$ 以下を満たした際に反復操作を終了するように設定した。表中の左列が従来法の反復幾何処理手法による曲線補間の結果であり、右列が式 (5.7) による加速手法を用いた結果である。25 本のフィッティング計算に要した時間は合計で、加速なしの場合は 14[ms]、加速ありの場合は 9[ms] であった。加速手法を用いることで、反復回数も減少し、計算時間も短くなるものの、検証例における計算量では、有意な差はみられなかった。次項で行うスキニングには、加速ありのフィッティング手法で得られた補間曲線を利用する。

5.4.3 スキニングによる船体曲面の生成

再構築した断面曲線群から、反復幾何処理手法を用いてスキニング曲面を計算した。スキニング曲面の制御点を得るために、断面曲線の制御点を補間する曲線群を計算した。計算

表 5.1: 曲線補間の結果.

# of section curve	Without acceleration		With acceleration	
	# of iter.	Max. Err.[mm]	# of iter.	Max. Err.[mm]
1	31	9.68×10^{-4}	22	6.59×10^{-4}
2	24	7.64×10^{-4}	16	7.94×10^{-4}
3	30	9.73×10^{-4}	21	6.83×10^{-4}
4	30	9.33×10^{-4}	21	6.55×10^{-4}
5	30	7.66×10^{-4}	20	8.94×10^{-4}
6	29	8.75×10^{-4}	20	7.15×10^{-4}
7	28	9.70×10^{-4}	19	9.28×10^{-4}
8	28	7.19×10^{-4}	19	6.84×10^{-4}
9	26	9.23×10^{-4}	18	7.26×10^{-4}
10	25	7.59×10^{-4}	17	7.89×10^{-4}
11	21	9.20×10^{-4}	15	8.08×10^{-4}
12	21	9.20×10^{-4}	15	8.08×10^{-4}
13	21	9.42×10^{-4}	15	7.15×10^{-4}
14	24	7.00×10^{-4}	16	7.34×10^{-4}
15	23	9.51×10^{-4}	16	6.35×10^{-4}
16	24	9.46×10^{-4}	17	5.97×10^{-4}
17	25	7.41×10^{-4}	17	6.65×10^{-4}
18	25	8.64×10^{-4}	17	7.96×10^{-4}
19	30	9.55×10^{-4}	21	7.06×10^{-4}
20	31	9.32×10^{-4}	21	9.49×10^{-4}
21	33	9.76×10^{-4}	23	7.24×10^{-4}
22	33	8.83×10^{-4}	23	6.46×10^{-4}
23	29	7.45×10^{-4}	19	9.98×10^{-4}
24	28	8.33×10^{-4}	19	8.18×10^{-4}
25	27	8.65×10^{-4}	19	6.21×10^{-4}
Average	27.0	8.77×10^{-4}	18.6	7.50×10^{-4}
Standard deviation	3.5	8.88×10^{-4}	2.4	1.05×10^{-4}

結果は、曲線ごとに大きな違いは見られなかったため計算結果の一部のみを表 5.2 に示す。

表 5.2: 提案手法によるスキニングの結果.

# of Cross-sectional curve	# of iter.	Max. Err.[mm]
1	38	6.19×10^{-4}
2	38	7.41×10^{-4}
11	38	7.80×10^{-4}
12	38	8.09×10^{-4}

生成した補間曲線は、船底側から 1 番～12 番と番号付けをした。補間した断面曲線の制御点の数は、各曲線において 25 点であったため、生成した補間曲線の制御点数も 25 となった。また反復幾何処理手法の終了条件として、入力点群と曲線との最大誤差が $\epsilon_{max} = 1.0 \times 10^{-3}$ [mm] 以下を満たした際に反復操作を終了するように設定した。生成した補間曲線の制御点があるままスキニング曲面の制御点となる。スキニングの計算に要した合計時間は、3[ms] であった。生成したスキニング曲面を図 5.6 に示す。反復幾何処理手法を用いたスキニングは、線形システムを解く従来法と比べて、計算終了条件を容易に変更することが可能であり、柔軟なフィッティング操作が可能である。

5.4.4 曲面近似による船体曲面の局所平坦化と高品質化

最後に、生成したスキニング曲面に対して、局所平坦化とフェアリングの処理を行う。ここで曲面近似の際に、フィッティングに用いる入力点群は、断面曲線を再構築する前の元の線図上から抽出した。また平坦化する領域については、目標平面上からランダムに点を抽出した。以上の操作により、抽出した点群を図 5.7 に示す。図 5.7 の色がついた領域が船体側面部であり、この箇所では完全な平坦な形状に設計されている。

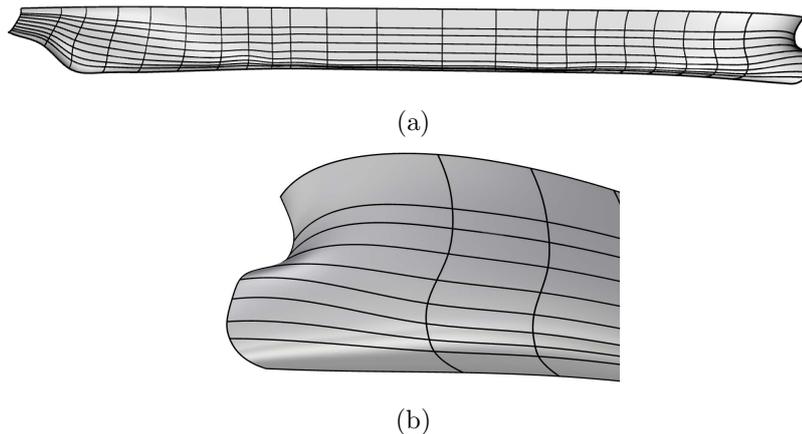


図 5.6: 提案手法によるスキニング曲面 ([26] からの転載). (a) 概観. (b) 左舷側からの拡大図.

スキニングにより生成された曲面は、対応する領域は完全には平坦になっていない。そのため、この領域を平坦化しつつ、曲面フェアリングにより自由曲面部の品質を向上させる曲面近似の操作を行う。

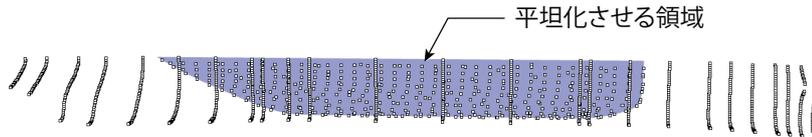


図 5.7: 入力点群 (1306 点) と平坦化させる領域 ([26] からの転載).

まず平坦化処理について述べる．最初に「平面領域に対応する制御点」を決定する．検証例において平坦化する領域は，スキニング曲面の等パラメータ曲線に沿った矩形領域ではない．そのため，「平面領域に対応する制御点」は経験的に，目標平面に近接する制御点とし，よって目的平面に垂線をおろすことができる制御点とする．次に，平面領域に対応する制御点に対する事前処理として，目的平面と平行なそれらの制御点の重心を通る平面に対して制御点を投影する．検証例での目的平面は， $y = 22.5[\text{m}]$ であるため，目的平面の法線ベクトルは $\mathbf{N}_c = (0, 1, 0)$ である．また木練らの手法では，曲面近似の際に曲面の 4 境界曲線の制御点は動かさずに固定する．そのため初期の曲面における境界曲線の平面領域に対応する制御点については，事前に目的平面に投影する処理を行った．

次に，フェアリング操作について述べる．船体形状は，一般的に船首や船尾において曲率分布の偏りが大きいので，薄板の曲げ歪みエネルギーに基づくフェアリングを曲面全体に実施すると，有効な平滑化効果が得られにくい [25]．反復幾何処理手法は，局所的な操作に長けており，そこでスキニング曲面において，歪みが大きい領域にのみフェアリング操作を実施する．そのため図 5.8 の黒線で囲まれた位置に属する制御点については，式 (5.24) の移動ベクトルを用いることで平滑な曲面になるように制御点位置を更新した．平坦化処理とフェアリングに関係のないその他の制御点に対しては，従来法の式 (5.9) の移動ベクトルを用いて更新を行った．また反復操作の途中で曲面の自由度を上げるノット挿入の操作は経験的に，40 回の反復操作ごとに 1 回実施した．またノットの挿入は誤差ベクトルのノルムの総和が一番大きいノット区間の中央として， u ， v 方向に対してそれぞれ実施した．

曲面近似におけるフィッティング条件を表 5.3 に示す．またその結果を表 5.4 に示し，生成曲面のガウス曲率と平均曲率の評価結果を図 5.8，図 5.9，図 5.10 に示す．

スキニング曲面に対する曲面近似の結果は，(1) 拘束条件なし（従来法），(2) 一部の領域のみに対するフェアリング操作，(3) 一部の領域のみに対するフェアリング操作と局所平坦化処理，の 3 つの場合を示している．なおフェアリング操作は，図 5.8 中における黒線内部に位置する制御点に対して，フェアリング効果を有する移動ベクトルを用いた．

(1) 拘束条件なし（従来法）では，反復操作の終了条件の設定誤差の閾値を厳しくすることで，点群に対して精度よくフィットさせることができた．しかし図 5.9 (a) に示すように，黒線内部の領域について，凹凸が発生しており，ガウス曲率のカラースケールにもその様子が表れている．一方，(2) 一部の領域のみに対するフェアリング操作では，ガウス曲率の様子から，当該箇所の曲面の歪みが解消されており，フェアリングの効果が示されている．さらには，等パラメータ曲線の歪みも解消されていることから提案手法の有効性が実証された．(3) 一部の領域のみに対するフェアリング操作と局所平坦化処理では，ガウス曲率の様子からもフェアリングの効果を確認することができる．さらに図 5.10 (c) に示すように，局所平坦化処理を行った領域については，平均曲率の値がゼロになっている．またガウス曲率の値についてもゼロになっていた．平面は平面曲率とガウス曲率の値が共にゼロになることが知られている．つまり当該箇所が完全に平坦になっていることを示してお

り，提案手法の有効性が実証された．B-spline 曲面では，等パラメータ曲線に沿わない任意の曲線に沿ったエッジの表現は困難であるため，より滑らかに平坦部の境界曲線を表現するには，ノット挿入によって曲面の自由度を上げる必要がある．

表 5.3: 曲面近似における設定パラメータ

Method	Fairing parameter λ_f	ϵ_{max} [mm]
GIM	0.0	10
GIM with local fairing	2.5×10^{-5}	30
GIM with local fairing and planarity constraints	2.5×10^{-5}	30

表 5.4: 曲面近似の結果

Method	# of ctrl pts.	# of iter.	Max. Err. [mm]	Time [s]
GIM	20×33	431	9.9	2.78
GIM with local fairing	17×30	213	29.9	1.30
GIM with local fairing and planarity constraints	18×31	262	29.9	1.87

5.4.5 局所平坦化とフェアリングに関する考察

1 枚の B-spline 曲面を用いて，平坦部と自由曲面部を同時に表現する場合，それが適する場合と適さない場合がある．自由曲面から平面部に沿って滑らかに変化する場合には問題は生じないが，境界部の変化が急激な場合においては，境界部付近で曲面に歪みを生じやすくなる．例えばハードチェーン船型等，極端なエッジを有する船型では，単一曲面による形状表現ではなく，複数枚の B-spline 曲面パッチを利用するほうが望ましい．また B-spline 曲面の枚数について，プロペラボス部など詳細な形状を表現する際には，単一の B-spline 曲面を用いると，膨大な制御点数を必要とし，形状に歪みを生じやすくなる．

フェアリングにおける許容誤差の設定については，ユーザーが任意に定める値であり，最適な設定値を決めることは困難である．一般的に，曲面の滑らかさを優先すると元の形状から大きく変形させる必要が生じ，曲面の滑らかさと形状の変形量はトレードオフの関係にある．「曲面の平滑さ」も目的に応じてその評価方法が変わることに加え，曲面の変形量も目的に応じて許容量が変わるはずである．さらに曲面の初期形状の品質が低い場合は，大きな変形量を許容しなければ，高品質な滑らかな曲面を得ることは困難である．本研究では，誤差閾値 ϵ_{max} を 30mm に設定した一例を示しているが，フィッティング精度を高

くしたい場合は、曲面の自由度やフェアリング係数 λ_f の値、ならびにその適用領域などを試行錯誤により決定する作業が必要となる。

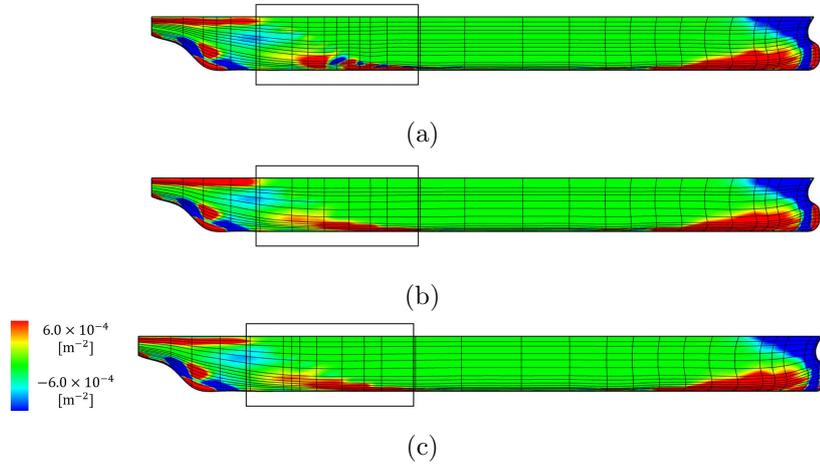


図 5.8: ガウス曲率のカラーマップ (-6.0×10^{-4} to $6.0 \times 10^{-4} \text{ [m}^{-2}\text{]}$) ([26] からの転載). (a) 従来法. (b) 局所的なフェアリング操作. (c) 局所的なフェアリング操作と平坦化処理.

5.5 まとめ

本研究では、フィッティング手法の一つである、反復幾何処理手法 (*Geometric Iterative Method, GIM*) をベースとした新しい曲面生成・編集技術を提案し、実際にばら積み船の線図データに適用することでその有効性を示した。開発した手法は、スキニング手法、局所平坦化手法、薄板の歪みエネルギーに基づくフェアリング手法の 3 種類である。今後は反復幾何処理手法を、細分割曲面や T-spline 曲面など、別の形状表現手法にも適用し、船体形状の更なる設計技術の高度化を目指す。

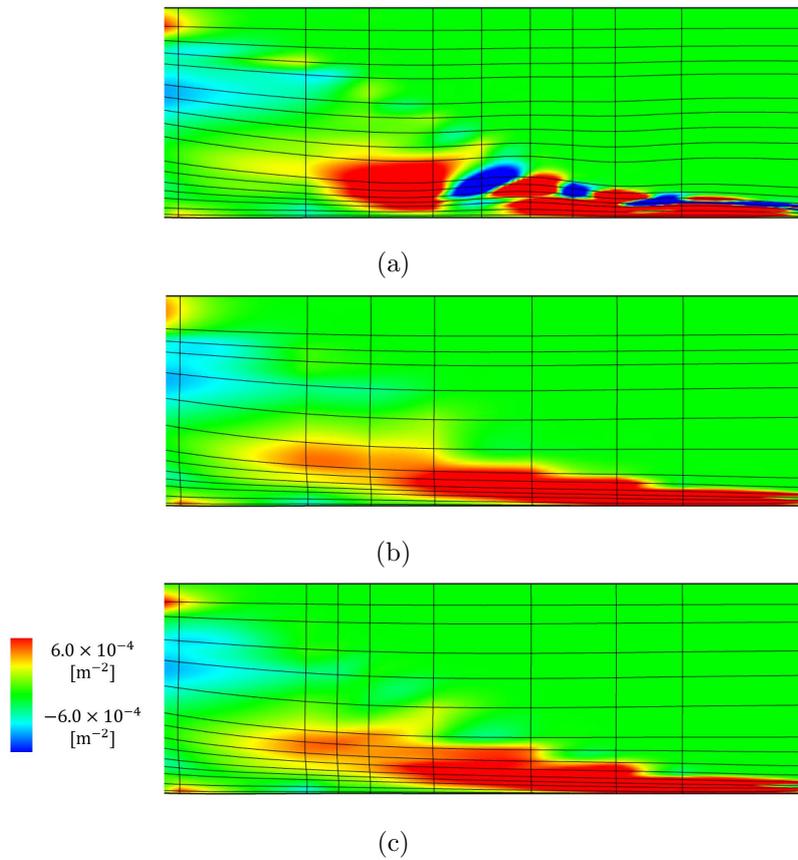


図 5.9: 図 5.8 の拡大図 ([26] からの転載). (a) 従来法. (b) 局所的なフェアリング操作. (c) 局所的なフェアリング操作と平坦化処理.

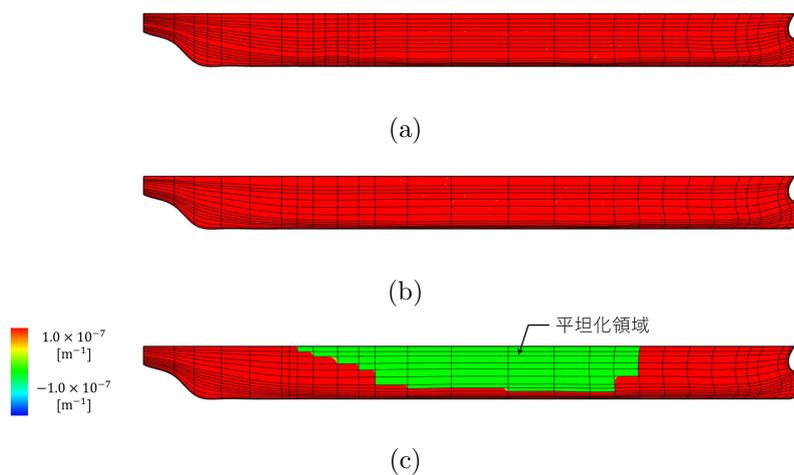


図 5.10: 生成曲面における平均曲率のカラーマップ (-1.0×10^{-7} to 1.0×10^{-7} [m^{-1}]) ([26] からの転載). (a) 従来法. (b) 局所的なフェアリング操作. (c) 局所的なフェアリング操作と平坦化処理.

第6章 曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法

6.1 はじめに

滑らかな3次元曲面は、機能性およびデザイン性の両方を有する自動車の車体、新幹線、および船舶の設計などにおいて広く使用されている。また自由曲面を有する家電製品や家具、および美的形状をデザインに取り入れた建築物の設計にも活用されている。しかしながら、このような自由曲面を有する工業製品について、形状の設計方法や造形方法に関して様々な課題が残されている。

本研究では、松尾ら [5] が提案した曲率線展開法をベースに、その展開アルゴリズムを改良した“改良型曲率線展開法”を提案する。提案手法は、展開精度が従来手法と比べて向上し、またストリップ（帯）状の展開図を作成することも可能であるため、本手法を用いた新しい自由曲面の造形手法についても提案する。

本研究の主な貢献は以下の通りである。

- 曲率線に基づく新しい展開アルゴリズムを提案する。本手法は、非線形方程式の単一解を見つける問題に帰着するため、実装が簡単で計算時間も短く済む。また従来の曲率線展開法では適用が困難であった曲率線の特異点である臍点が存在する曲面においても適用可能である。
- シート状の部材から自由曲面を構築するための新しい造形法を提案する。提案手法では、3次元空間で直交する2種類のストリップ状の展開図を用いて、積層および編込みによる2通りの方法で曲面を成形する。本手法をペーパークラフト、金属シート、プラスチック板など様々な材料に適用した例を示す。

従来法の曲率線展開法は、もともとは船体外板を成形するための鋼材を対象としており、鋼材以外の薄板のシート状の部材に適用することは考慮されていなかった。そのため接合するゼブラの曲線同士の等長は保証されておらず、著者らは文献 [23] にて従来の曲率線展開法を紙に適用してペーパークラフトを作成した例を示しているが、成形曲面の境界部でがたつきが発生することを確認している（例：図 6.2 参照）。本研究では、従来法の曲率線展開法の特徴や利点を残しつつ、新しいアルゴリズムを開発することで展開精度の向上を試みた。

6.1.1 曲率線展開法を用いた CFRP 成形手法

近年、鉄の代替材料の一つに炭素繊維強化プラスチック（CFRP）が注目されている。CFRP の成形法の代表的な手法の一つは、炭素繊維が織り込まれた平らなシート状の材料を、設計形状のメス型に沿わせて積層し、樹脂を含浸・硬化させることで成形する（図 1.2

参照)。しかし層毎のシート形状に統一された基準は存在せず、深い形状の場合は職人の経験によってシワの発生を防ぐために必要に応じて切り込みを入れている。

曲率線展開法では、第 4.6.2 章で述べたように、展開図の生成過程において、最大/最小主曲率線の扱いを逆にすることで、同一の曲面から異なる 2 つの展開図の生成が可能である。著者らは、この特徴を CFRP の成形に利用した研究に取り組んでいる [62]。この研究では各層の炭素繊維シートの形状に、曲率線展開法で得られる 2 種類の展開形状を交互に適用する (図 6.1 参照)。

しかしながら、展開精度の点で、従来手法の改良が必要であることが判明した。まず曲率線展開法におけるゼブラ展開図は、ゼブラを除去した後に接合する曲線同士は等長ではなく、成形曲面の境界部にずれを生じていた (図 6.2 (a) 参照)。また 2 種類のゼブラ展開図から作成した曲面を重ね合わせると、展開精度の影響で形状の差異が大きかった (図 6.2 (b) 参照)。これらの課題は、本研究で提案する“改良型曲率線展開法”によって解決することができる。これは提案手法を用いることにより、接合する切込み線の曲線同士は等長が保証され、成形した曲面の境界での段差が小さくなること、また提案手法の特徴により、2 種類の展開図から生成される成形曲面の形状の差が小さくなるためである。

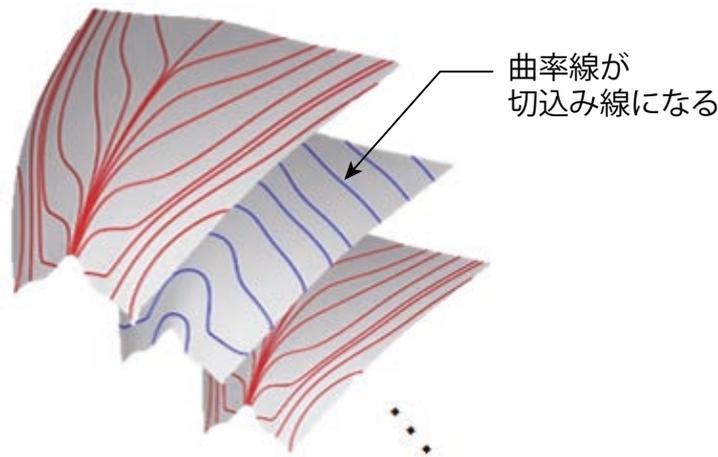


図 6.1: 曲率線展開法を適用した炭素繊維シートの積層イメージ。実際には設計形状のメス型に沿ってシートを積層した後に、流し込んだ樹脂を硬化させることで成形する (VaRTM 法)。

6.2 関連研究

ここでは非可展面の平面展開手法に関する関連研究について述べる。Elber [63] は、規定された公差内で NURBS 曲面を可展面のストリップの組み合わせで近似する手法を提案している。そのためそれぞれのストリップは平面に展開が可能であり、紙や金属のような平らなシート状素材から 3 次元形状を成形することが可能である。しかし、本手法は近似誤差の評価にハウスドルフ距離を用いているため、結果として必要以上の展開ストリップ数を生じている [64]。なおハウスドルフ距離は集合間の距離を表すものである。

Massarwi ら [64] は、三角形ストリップで表現される円筒面からなる可展面の集合によっ

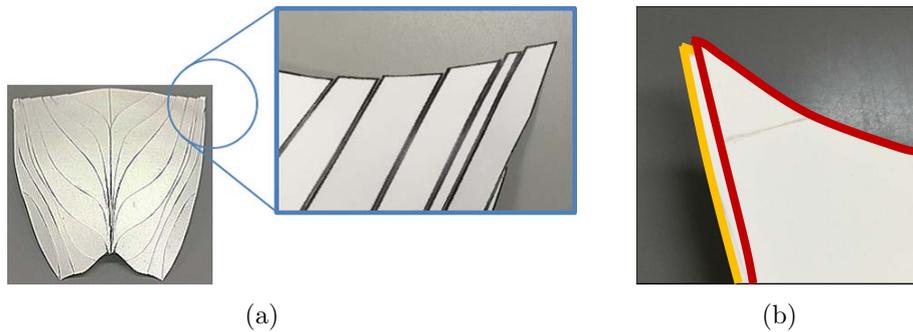


図 6.2: 曲率線展開法を用いた CFRP 成形の課題. (a) 成形曲面の境界でのずれ. (b) 積層した際の 2 種類の曲面の形状誤差. きれいに合わない.

て、2次元多様体を3次元メッシュに近似するアルゴリズムを提案した。可展面への近似における誤差評価では、大域的な評価を行っている。しかし、本手法は開いた形状モデルには対応できていない。

三谷ら [65] は、三角形メッシュで表現された動物モデルなどを対象に、内部頂点のない連続した三角形ストリップの集合に基づくメッシュモデルに近似することによって、平面展開図を作成する方法を提案した。実際に展開した形状を切断機によって切り取り、スコッチテープを用いて元の3次元形状を復元したペーパークラフトの例を示している。しかし、アルゴリズムで用いる展開パラメータは試行錯誤によって決定されるものであり、くわえて入力メッシュモデルに対する近似誤差を評価することはできていない。

Shatzら [66] は、メッシュモデルをペーパークラフト製作に使用できる可展面に近似するための、メッシュ分割アルゴリズムを提案している。

Liuら [18] は、平面四角形メッシュ、いわゆる PQ メッシュ (*planar quadrilateral meshes*) を用いて曲面を近似する方法を提案した。提案手法では、最終的に得られるメッシュが PQ メッシュになるように、四角形メッシュの頂点を最小限に移動させることで実現する。メッシュが平坦になる条件は、メッシュの頂点に接続する4本のエッジからなる4つの角度の合計値が 2π を満たすこととしている。彼らは、非線形最適化問題に対して逐次二次計画法 (*sequential quadratic programming*) を用いている。目的関数として、生成されるメッシュの平坦性の制約のもと、元の形状に近づくようにする項と、形状の滑らかさを表すフェアリングの項からなるエネルギー関数を定義している。

Pottmannら [67] は、曲面上の曲率線のネットワークを半離散化する円錐面および円筒面を用いて、自由曲面を可展面に近似する手法を提案している。彼らは B-spline 曲面の制御点を移動させることによって最適化される“D-strip”を提案しており、さらに D-strip の集合からなる D-strip モデルを提案している。目的関数には、入力 B-spline 曲面との近接性、境界曲線との近接性、ストリップの可展性、および平滑性の項を用いている。さらに、曲率線を近似した曲線ネットワークから、円筒性または円錐性が最適化された *principal strip* の概念を提案している。

Kilianら [68] は、カーブフォールディングによって生成される曲面の設計手法と、コンピュータ上での組立再現を行うための最適化手法を提案している。

Aklemanら [69] は、任意の曲面のグラフ回転システムに基づいて平織り構造を生成する手法を開発した。しかし彼らはコンピュータ上にて提案モデルを描画しているが、実際の製作は行っていない。

Garg ら [70] は、規則的な格子状に配置された織り線（ワイヤメッシュ）から構築される自由曲面の設計手法を提案した。しかし提案手法では、ワイヤメッシュを所定位置に曲げられるように、モデル周りに 3 次元の足場を準備する必要がある。

本研究では、生成される展開ストリップ同士の直交性に注目している。さらに提案方法では大域的な最適化（global optimization）ではなく、局所的な最適化（local optimization）を行うため、計算時間が非常に短くて済む。また重要な点として、本研究では直交する 2 種類の展開ストリップを用いることにより、2 通りの方法で自由曲面の形状を造形する新しい方法を提案する。

6.3 方法

6.3.1 曲面のフェアリング

本研究において入力 of B-spline 曲面は滑らかな形状であることを前提とする。曲率線は曲面上の小さな凹凸にも敏感に応答する繊細な曲線群であるため、入力曲面に凹凸がある場合は曲面フェアリングの手法 [30] を用いることによって形状を滑らかにする。そこで本研究では入力曲面から等パラメータ間隔の格子状の点を抽出し、それらを入力点群として滑らかな近似曲面になるよう、曲面の再構築を行う。近似曲面の計算では、目的関数に曲面の滑らかさに関するフェアリングの項を含ませることで、平滑な曲面を得る事ができる。そのために、以下の目的関数 F_{air} を最小化させることを考える。

$$F_{air} = \sum_{k=0}^N \|\mathbf{R}(u_k, v_k) - \mathbf{Q}_k\|^2 + \lambda_f F_s. \quad (6.1)$$

ここで $\|\mathbf{x}\|$ は 2 点間のユークリッド距離を表す。また $\mathbf{Q}_k, k = 0, \dots, N$ は、入力曲面上から等パラメータ間隔に抽出した格子状の点である。 $\mathbf{R}(u_k, v_k), k = 0, \dots, N$ は再構築された近似曲面上の対応点である。 F_s は近似した曲面の滑らかさを表すフェアリング項であり、 λ_f はフェアリング項に対する非負の重みである。フェアリング係数 λ_f の値はユーザーが任意に定めるものであるが、もし λ_f が小さい場合は、生成される近似曲面の形状の滑らかさが保証されにくい、入力点群に対して精度の良いフィッティングが可能である。つまり元の曲面からの変形量は小さくなる。一方、 λ_f が大きい場合は、近似曲面の形状がより滑らかになり得るが、入力点群に対するフィッティングの精度は低下する。つまり元の曲面からの変形量は大きくなる。それゆえに、最適な λ_f を求めることは困難である。本研究では、図 6.3 に示すように、曲率線が十分に滑らかな曲線として算出できるまで λ_f を増加させることにより、十分に平滑な近似曲面を得ることができた。

6.3.2 曲率線の配置

曲率線の Seed 点の決定

本研究において、曲面上の曲率線は可能な限り等間隔に配置されることが望ましい。曲率線を配置する間隔は生成される展開図のストリップ幅となるため、それゆえに展開図からの 3 次元モデルの成形性に大きく影響を与える。しかしながら、曲率線は曲面の形状に

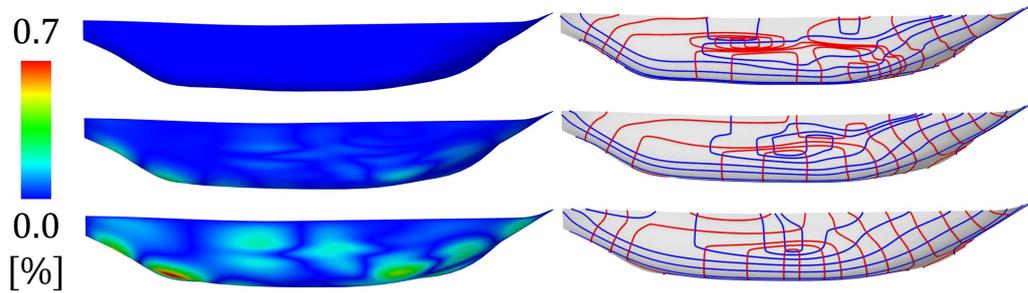


図 6.3: 船体の曲面フェアリングの過程 ([20] からの転載). 左の列はモデルの Bounding-Box 対角線長で無次元化された元の曲面からの距離誤差のカラーマップを示しており, 右の列はそれぞれの曲面における曲率線を示している. フェアリング係数は上段から下段に, $\lambda_f=0.0$, $\lambda_f=0.01$, $\lambda_f=0.1$ としている. λ_f の値を大きくするほど, 曲面の変形量は大きくなるが曲率線は滑らかになる.

応じて, 領域によって粗密が変わるため, それらの間隔を完全に制御することは難しい. 本研究では, なるべく曲率線が等間隔に配置されるように, 以下の計算方法を提案する.

まず本研究において, 入力曲面のパラメータ u , v 両方向のパラメータ速度 (*parametric speed*) [10] は著しく変化しないものと仮定する. 始めに $\Delta u=1/M$, $\Delta v=1/N$ として, パラメータ空間上に 2 組の等パラメータ線 $u = i\Delta u$ ($i = 1, \dots, M-1$), $v = j\Delta v$ ($j = 1, \dots, N-1$) を定義する. 曲率線を求めるために積分計算を開始する点を, seed 点と呼ぶこととする. 1 本目の曲率線の seed 点は, $v = \Delta v$ の線の真ん中とする. つまり $(0.5, \Delta v)$ となる (図 6.4 上段左を参照). seed 点が決まると, 主方向の一方 (図 6.4 では赤色で示す最大主曲率線) について seed 点から両方向に向けて曲率線を求めるための積分計算を開始し, その計算を完了させる. 次に, v 方向の等パラメータ線上で, seed 点から境界線 ($u = 0$ または $u = 1$) までの範囲において, 任意に設定した閾値長さの範囲で曲率線が存在しなかった場合 (図 6.4 上段中央を参照), もしくは seed 点から曲率線同士の幅が任意の範囲よりも大きかった場合は, その範囲の真ん中に seed 点を置くことによって $v = \Delta v$ のパラメータ線を seed 点で分割する. seed 点で分割されたそれぞれの線の幅が任意の閾値長さよりも小さくなるまで seed 点の設置ならびに曲率線の計算を繰り返す. 次に v 方向の等パラメータ線を $v = 2\Delta v$ に代えて同様に seed 点と曲率線の計算を行う (図 6.4 上段右を参照). 同じ過程を $v = 1 - \Delta v$ となるまで続ける. さらに同じアルゴリズムをもう一方の主方向でも行い, u 方向の等パラメータ線でも同様に曲率線を計算する過程を 2 つの主方向において行う. 以上の操作により, 曲率線を曲面全体にわたって配置することが可能である.

閉ループに近い曲率線の処理

曲率線の挙動のパターンは 3 種類に分類できる. まず 1 つ目は曲面の境界から境界まで描かれる場合であり, ほとんどの曲率線がこの種類に該当する (図 6.5 (a) と (b) の青い曲率線). 2 つ目は, 曲面内で閉ループを構成する場合である (図 6.5 (a) の赤い曲率線). こ

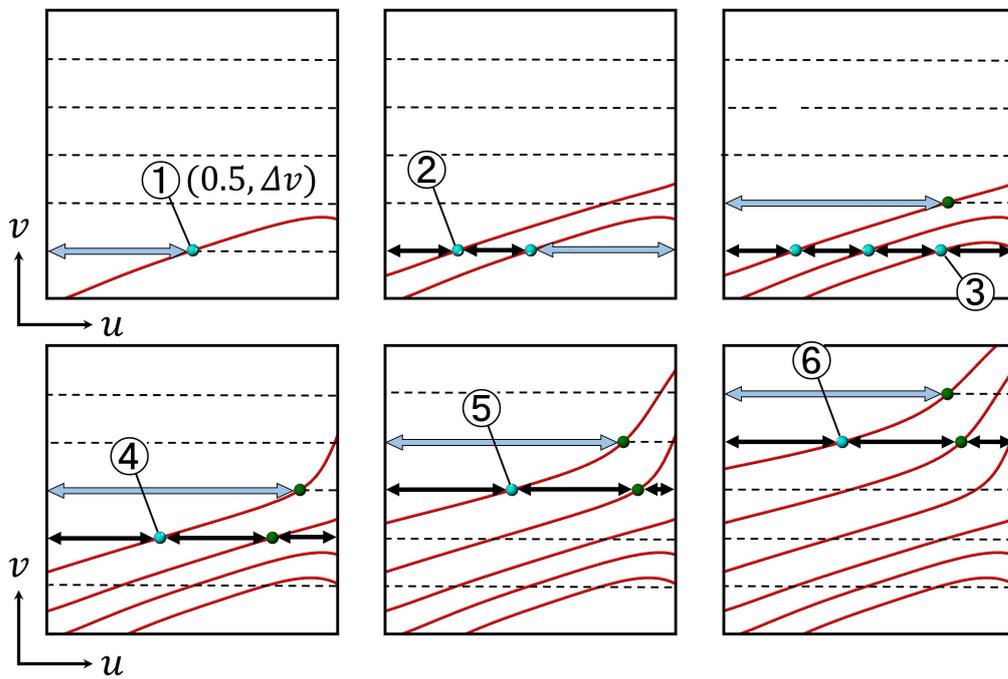


図 6.4: 曲率線を配置するためのアルゴリズム ([20] からの転載). 左から右, 上段から下段へ進む. 長い青い矢印はその中央に曲率線の seed 点を割り当てる事を表しており, 短い黒い矢印は seed 点の割り当てが不要であることを表している.

のとき、曲面形状は対称でありレモン型と呼ばれる臍点が 1 組存在する。3 つ目は、曲面内で閉ループに近くなる場合である (図 6.5 (b) の赤い曲率線)。この曲率線は、先述した 2 つ目のパターンにおける曲面の状態から、微小の変形により対称が崩れた場合に現れる。曲率線に基づく展開では、曲率線で閉じた曲率線パッチ (*principal patch*) を曲面全体に構築する必要があり、3 つ目のような曲率線の場合では曲率線を開いたままにせず、閉ループとして処理する必要がある。そこで本研究では、閉ループに近い曲率線を判断し、かつ完全な閉ループに近似するために、以下の計算方法を提案する。

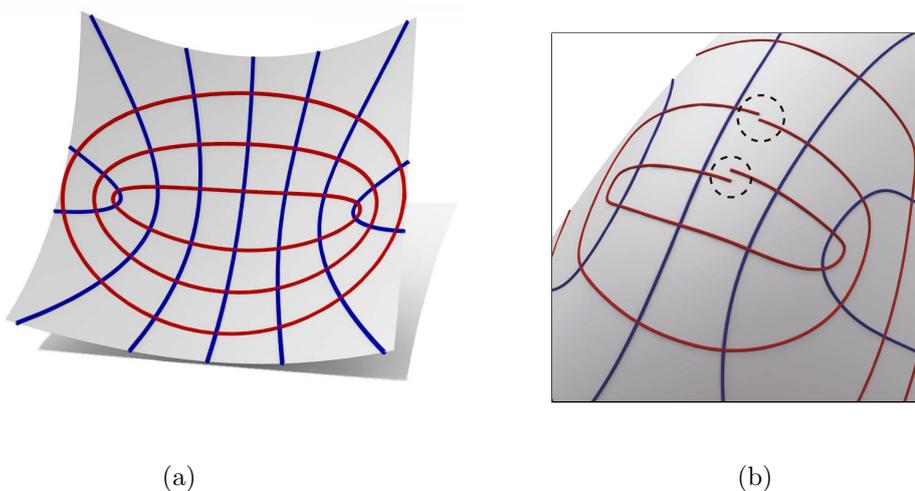


図 6.5: 曲率線の 3 パターンの挙動 ([20] からの転載). (a) 楕円放物面は閉ループの曲率線 (赤線) と曲面の境界から境界まで描かれる曲率線 (青線) を有する. (b) 曲面の境界から境界まで描かれる曲率線 (青線) と閉ループに近い曲率線 (赤線).

まず閉ループに近い曲率線パターンであることを判別するための計算を行う。そのために、曲率線を seed 点から両方向に積分計算する過程で、逐次、先端同士の点の距離を計算する。具体的には、図 6.6 (a) に示すように、両方向の端点での最後の 3 点を用いて 3 つの距離を計算する (図では 3 本の緑色の線で示している)。式で表すと以下のようになる。

$$d_i = \|\mathbf{r}(u_{N_F+i}, v_{N_F+i}) - \mathbf{r}(u_{N_B+i}, v_{N_B+i})\|, \quad i = -1, 0, 1 \quad (6.2)$$

ここで N_F と N_B は曲率線に沿って seed 点から両方向に計算された点をそれぞれ表している。 d_{-1} , d_0 , d_1 の 3 つの距離がすべて任意の閾値より小さくなり、かつ d_0 が 3 つの距離の中で一番小さくなった場合、閉ループに近い曲率線パターンであると判定し、曲率線の積分計算をそこで終える。

つづけて閉ループに近い曲率線を、閉ループに近似するための処理をパラメータ空間内で行う。まず数値積分で求めた曲率線上の積分点に重みを割り振る。重みは seed 点で 0、曲率線を閉じる端点 $\left(\frac{u_{N_F}+u_{N_B}}{2}, \frac{v_{N_F}+v_{N_B}}{2}\right)$ で 1 となるように線形的に seed 点の両方向に向かって与える。その後、閉じる前の端点同士の差のベクトルの半分の大きさを、それぞれの積分点に割り振られた重みをかけて足し合わせることで、開いた状態の曲率線を完全

に閉じることができる (図 6.6 (b) 参照). 以上の操作により, 閉ループに近い曲率線を判断し, かつ完全な閉ループに近似する処理を終える.

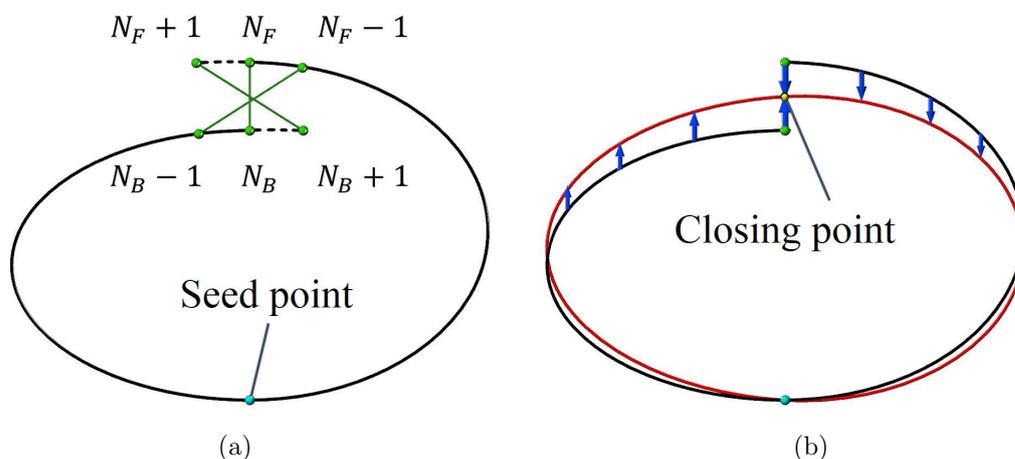


図 6.6: 閉ループに近い曲率線のギャップを修正するアルゴリズム ([20] からの転載). (a) seed 点から両方向に積分計算された曲率線の最終点を推定するための 3 種類の距離計算 (Geometry 空間の曲面上). (b) ギャップを修正する様子 (パラメータ空間).

6.3.3 直交網の編集

前項では 3 次元空間の曲面上に, 曲率線が可能な限り等間隔に配置され, かつ閉ループに近い曲率線についても適切に処理するためのアルゴリズムを提案した. しかしながら, 曲面の曲率が大きい部分では曲率線の間隔が密になる傾向があり, 逆に曲面の曲率が小さい部分では曲率線の間隔が疎になる傾向がある. そのため本研究では, 曲率線の配置を微調整するための Graphical User Interface (GUI) を開発した. 本システムでは “add” と “delete” ボタンを用いることで曲率線の直交網の密度を調整する. add ボタンを用いると, GUI 上でクリックした曲面上の任意の位置に seed 点を配置することが可能であり, 曲率線の間隔が疎な領域に新しい曲率線を配置することができる. 一方, delete ボタンを用いると, 選択した曲率線を削除することができ, 曲率線の間隔が密な領域について曲率線を減らすことができる (図 6.7 参照). 本研究で示す 3 次元モデルについて, 曲率線配置の最終的な微調整作業は, 開発した GUI を用いて行った.

6.3.4 曲率線パッチの展開

非可展面を可展面に近似して, 平面に展開する研究は数多くみられる [63, 68, 18, 64, 65, 67, 66]. その中で Pottmann ら [67] は曲面の曲率線に基づいた展開図である *principal strip* の概念を提案した. 本研究で提案するストリップ (帯) 状の展開図である *principal strip* は, Pottmann らが提唱した展開図とは異なるアプローチで出力されるものである. また

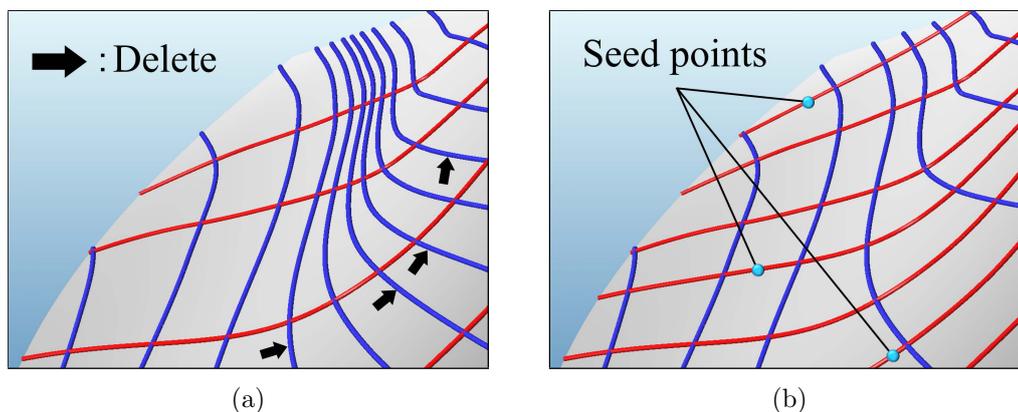


図 6.7: GUI 上での曲率線の粗密の調整 ([20] からの転載). (a) 編集前. (b) 編集後.

曲率線パッチ (*principal patch*) とは, Martin[9] によって導入された概念であり, 曲率線によって囲まれた曲面上的領域を指す. 一般的に, 曲面上的曲率線パッチは非可展面であり, それらを平面に展開するためには可展面に近似する必要がある.

本誌で提案する非可展面の平面展開法は, 曲率線パッチをそれぞれ平面に展開した後に, 一つ一つの展開パッチを平面上で接続して並べていくことで全体の展開形状を生成するアプローチをとる. 本項では, 曲率線は測地線曲率 κ_g を用いて平面に展開すると, 曲率線を振れなく実長展開できるという事実 (付録 A.1 参照) に基づき, まず曲面上のそれぞれの曲率線パッチを平面に展開する方法について提案する.

4 曲線パッチ

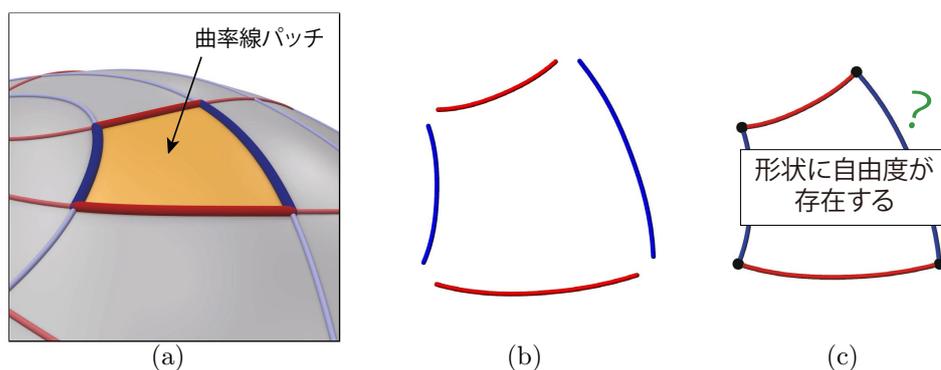


図 6.8: 曲率線パッチの展開 ([20] からの転載). (a) 4本の曲率線で囲まれた4曲線パッチ (燈色の領域). (b) 4本の曲率線をそれぞれ平面に展開した状態. (c) 展開された4本の曲率線を接続した展開パッチ. ただし, 形状に自由度が存在する.

初めに, 図 6.8 (a) に示すような曲率線パッチについて, 境界曲線として構成される4本の曲率線をそれぞれ測地線曲率を用いて平面に展開する (付録 A.3 参照). この時点で, 4

本の曲線は図 6.8 (b) に示すように、ある任意の平面上に乗ることになる。そこで、元の 3 次元曲面上の曲率線パッチにおける接続関係に従い、図 6.8 (c) のように、4 本の曲線を接続することで、4 曲線で構成された展開パッチを形成する。しかし、このパッチの形状は曲線の接続角度について自由度を有しており、形状は一意に定まらない。そこで曲率線パッチが可展面であると仮定すると、*isometric mapping* の性質により、展開パッチの 4 頂点角度はそれぞれ、元の曲率線パッチの頂点角度を保つはずである。そこで本手法では、展開パッチの 4 頂点角度が元の 3 次元上での角度である 90 度からの誤差が最も小さくなるような展開パッチの形状を求める。

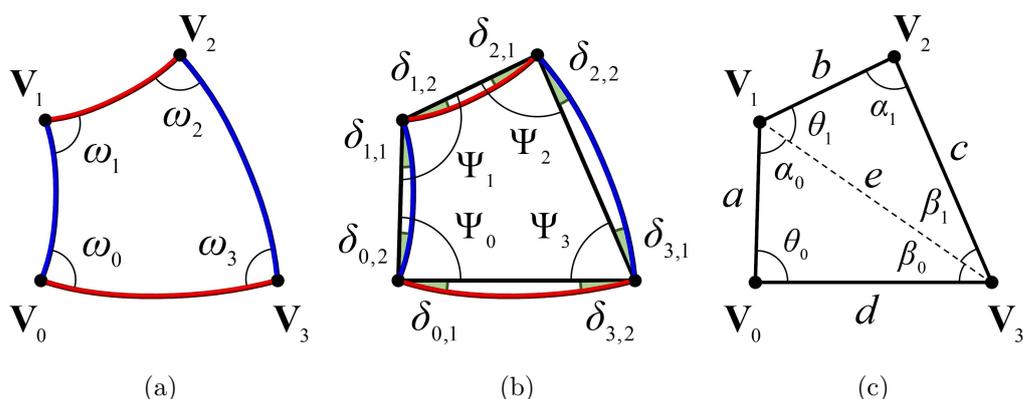


図 6.9: 4 曲線の展開パッチ ([20] からの転載). (a) 展開された 4 曲線パッチ, (b) (a) の頂点を結んで生成された 4 角形ポリゴン. (c) 角度 $\theta_i, \alpha_i, \beta_i$ の定義.

そこで図 6.9 (a) に示すように、展開パッチの頂点とその頂点角度をそれぞれ \mathbf{V}_i, ω_i ($i = 0, \dots, 3$) とし、図 6.9 (b) に示すように、4 頂点を直線で結ぶことで、角度 Ψ_i ($i = 0, \dots, 3$), $\delta_{i,1}, \delta_{i,2}$ ($i = 0, \dots, 3$) を定義する。ここで δ の正負は、角度が四角形の外側なら正で、内側なら負とする。平面に展開した曲線の形状は変形させないため、 δ の角度は定数となる。したがって、展開パッチの 4 頂点角度 ω_i は、

$$\omega_i = \Psi_i + \delta_{i,1} + \delta_{i,2}, \quad i = 0, \dots, 3, \quad (6.3)$$

と表される。

さらに図 6.9 (c) に描かれているように、 \mathbf{V}_1 と \mathbf{V}_3 を結ぶことで、 $\theta_i, \alpha_i, \beta_i$ を定義する。この時点で $\theta_i, \alpha_i, \beta_i$ を定義する必要はないように思われるが、アルゴリズムを N (≥ 5) 本の曲率線で囲まれた曲線パッチに拡張する際に有用である。もし θ_0 を変数とすれば、角度 $\theta_1, \alpha_i, \beta_i$ ($i = 0, 1$) は、余弦定理と、三角形の内角の総和は π になるという事実から次

のように表すことができる.

$$e^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos \theta_0, \quad (6.4)$$

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + e^2 - d^2}{2ae} \right), \quad (6.5)$$

$$\beta_0 = \pi - \theta_0 - \alpha_0, \quad (6.6)$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + e^2 - c^2}{2be} \right), \quad (6.7)$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + c^2 - e^2}{2bc} \right), \quad (6.8)$$

$$\beta_1 = \pi - \theta_1 - \alpha_1. \quad (6.9)$$

よって,

$$\Psi_0 = \theta_0, \Psi_1 = \theta_1 + \alpha_0, \Psi_2 = \alpha_1, \Psi_3 = \beta_0 + \beta_1. \quad (6.10)$$

対応する曲率線パッチの頂点角度は, 曲率線が直交網を形成することからすべて $\frac{\pi}{2}$ である. そこで目的関数 F_{ang} を次のように定義する.

$$F_{ang}(\theta_0) = \sum_{i=0}^3 \left(\omega_i(\theta_0) - \frac{\pi}{2} \right)^2. \quad (6.11)$$

上式を最小化する最適化問題は, 変数である角度 θ_0 に関する 1 変数の非線形方程式の解を求める問題に帰着する.

$$\dot{F}_{ang}(\theta_0) = \sum_{i=0}^3 2 \left(\omega_i(\theta_0) - \frac{\pi}{2} \right) \dot{\omega}_i(\theta_0) = 0. \quad (6.12)$$

ここで, 関数上のドットは θ_0 に関する微分を表す. 本研究では, 式 (6.12) の解を Newton 法を用いて求めた. Newton 法において必要となる 1 階, 2 階微分の値は付録 A.5 に掲載した. Newton 法の初期値は以下のように求められる:

もし四角形の 4 つの角度のうちの一つの角度 Ψ_i を定めると, 残りの角度は自動的に定まる. そこで, まず初めに $\omega_i = \frac{\pi}{2}$ for $i = 0, \dots, 3$ を仮定して, 式 (6.3) を用いて Ψ_i を計算する. そしてそれぞれの Ψ_i について, 式 (6.4) ~ (6.9) と同様に, 角度 Ψ_j ($j \neq i$) を求める. 最後に, 計算された \mathbf{V}_0 における 4 つの Ψ_0 の平均をとり, その値を用いて Newton 法の初期値を $\theta_0 = \Psi_0$ とする. 一度 θ_0 を定めると, 残りの角度の Ψ_i と ω_i ($i = 0, \dots, 3$) はそれぞれ, 式 (6.10) と式 (6.3) から決定される.

一般的に, 曲面の境界曲線の等パラメータ曲線 (*isoparametric curve*) は, 曲率線とは一致しない. そこで, もし等パラメータ曲線である境界曲線が展開対象のパッチに含まれた場合は, 等パラメータ曲線に沿った測地線曲率を代わりに用いて同様に展開計算を行う. また最適化計算の際の目標角度には, 等パラメータ曲線と曲率線の交わる角度, 又は, 等パラメータ曲線同士の交わる角度が $\pi/2$ の代わりに用いられる.

曲率線が特異点である臍点の近くを通る場合や, パッチに曲面の境界曲線が含まれる場合は, 一般的に 4 本の曲線で囲まれた 4 曲線パッチにはならず, n ($\neq 4$) 本の曲線で囲まれた n 曲線パッチになり得る. そこで, 次項からは 4 曲線パッチの手法を n 曲線パッチへと拡張させた計算方法について述べる.

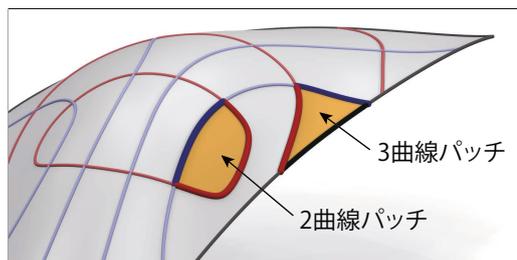


図 6.10: 2 曲線パッチと 3 曲線パッチ ([20] からの転載).

2 曲線パッチと 3 曲線パッチ

曲率線がレモン型の臍点近くを通るとき、図 6.10 左側に示すように、2 本の曲率線で囲まれた 2 曲線パッチが構築される。そのような場合、2 つの曲線をそれぞれ真ん中で分断することで 4 曲線パッチとして扱う。これは一般的に、2 曲線パッチはそのまま 2 本の曲率線を平面に展開しても、平面上において展開曲線の始点と終点の距離が 2 本の曲線同士で異なり、平面上で閉じることができないためである。2 つに分けた曲線間における最適化計算での目標角度は π として目的関数に設定する。また 2 曲線パッチに隣接するパッチの展開計算には、2 曲線パッチの最適化計算の結果で得られた曲線の形状を用いる (隣接する展開パッチでは、2 曲線パッチの計算過程で分断されていた曲線を統合し、それぞれ一本の曲線として用いる)。これは展開パッチを後の工程で隣接する展開パッチと接続していく際に矛盾を生じさせないためである。

3 曲線パッチは、曲面境界の近くでよく見られる (図 6.10 右側参照)。展開された 3 本の曲線は、一意の三角形を構成するため、最適化の必要がない。展開曲線の形状の関係によって平面上で三角形が構成できない場合は、3 次元曲面上に曲率線を追加して 3 曲線パッチの領域の面積を小さくする必要がある。

N 曲線パッチ

次に 5 本以上の曲線からなる N (≥ 5) 曲線パッチの場合を考える。4 曲線パッチの場合と同様に、展開された N 曲線パッチの頂点を結び、平面上で N 角形を構成する。その N 角形の N 個の頂点角度をそれぞれ Ψ_i , ($i = 0, \dots, N-1$) とし、展開された曲線の両端点を結んだ直線と曲線との角度を $\delta_{i,1}, \delta_{i,2}$, ($i = 0, \dots, N-1$) とする。このとき、 δ の正負は、角度が N 角形の外側になる場合は正に、内側になる場合は負とする。これより展開パッチの頂点角度 ω_i , ($i = 0, \dots, N-1$) を定義していく。

図 6.11 のように、頂点 \mathbf{V}_i ($i = 1, \dots, N-3$) をそれぞれ頂点 \mathbf{V}_{N-1} と結び、 $N-2$ 個の三角形を構築する。さらに角度 $\theta_i, \alpha_i, \beta_i$, ($i = 0, \dots, N-3$) を定義する。ここで α_i, β_i は、余弦定理と三角形の内角の和が π になるという事実から、 $\boldsymbol{\theta} = (\theta_0, \dots, \theta_{N-4})$ を変数とした関数として表現される。 $N-2$ 番目の三角形における角度 $\theta_{N-3}, \alpha_{N-3}, \beta_{N-3}$ は、初めの $N-3$ 個の三角形により 3 辺の長さが定まっているため、自動的に計算される。 N

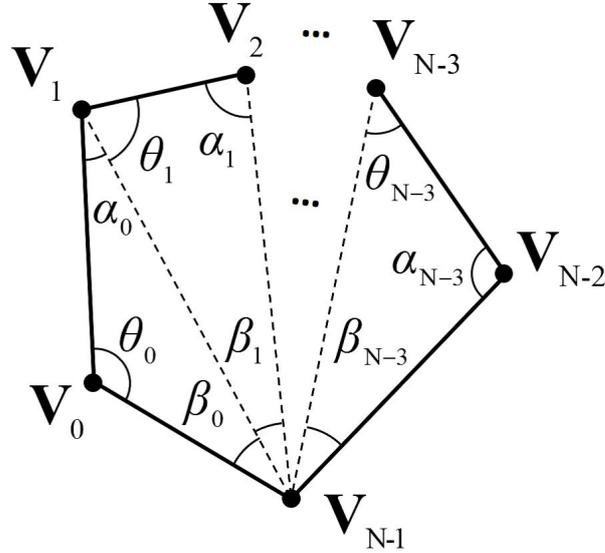


図 6.11: N 角形ポリゴン ([20] からの転載).

角形の頂点角度 Ψ_i ($i = 0, \dots, N-1$) は次のように求められる.

$$\Psi_0 = \theta_0, \quad (6.13)$$

$$\Psi_i = \theta_i + \alpha_{i-1}, \quad i = 1, \dots, N-3, \quad (6.14)$$

$$\Psi_{N-2} = \alpha_{N-3}, \quad (6.15)$$

$$\Psi_{N-1} = \sum_{j=0}^{N-3} \beta_j. \quad (6.16)$$

したがって、展開パッチの頂点角度は

$$\omega_i = \Psi_i + \delta_{i,1} + \delta_{i,2}, \quad i = 0, \dots, N-1. \quad (6.17)$$

曲面境界付近では凹形状の多角形ポリゴンが発生する場合がある. その場合に対処するために、角度 θ_i に符号の概念を導入する. 多角形の頂点 \mathbf{V}_i が時計回りに番号付けされていると仮定して、線分 $\mathbf{V}_i\mathbf{V}_{i+1}$ が、点 \mathbf{V}_i を基準に、線分 $\mathbf{V}_i\mathbf{V}_{N-1}$ から反時計回り方向にある時、角度 θ_i は正とし、逆の場合は負とする. $\Psi_i > \pi$ の場合、頂点 \mathbf{V}_i において多角形は凹形状になり、さらに 2 つの場合を考慮する必要がある.

$\theta_i < 0$ の場合、余弦定理で求められた角度 α_i と β_i を次のように再計算する.

$$\alpha_i = 2\pi - \alpha_i, \quad (6.18)$$

$$\beta_i = -\beta_i. \quad (6.19)$$

同様に、 $\theta_i > \pi$ の場合は

$$\alpha_i = -\alpha_i, \quad (6.20)$$

$$\beta_i = -\beta_i, \quad (6.21)$$

とする.

図 6.12 (a) は $\theta_1 < 0$ となる場合を示しており、頂点 V_2 で凹形状となっている。また図 6.12 (b) は $\theta_0 > \pi$ の場合を示しており、頂点 V_0 で凹形状となっている。

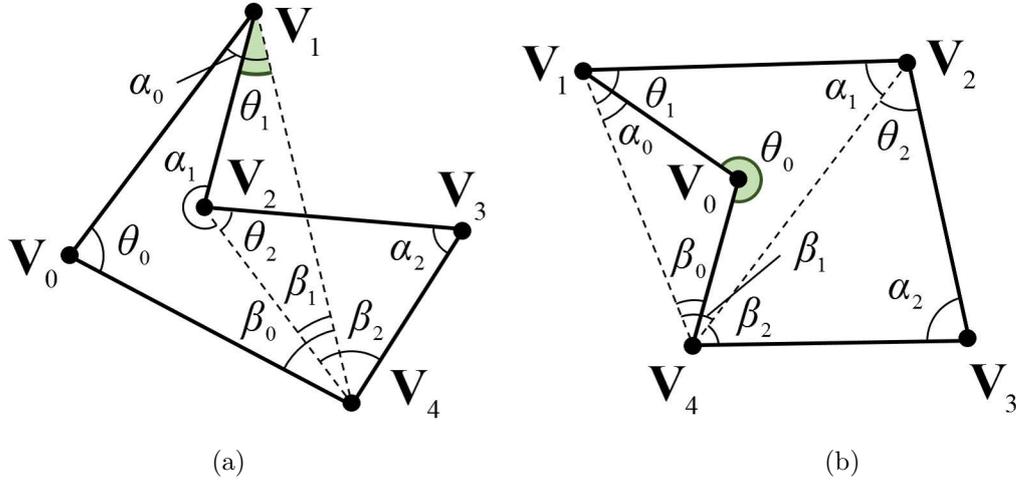


図 6.12: 凹型のポリゴン ([20] からの転載). (a) $\theta_1 < 0$ の五角形. (b) $\theta_0 > \pi$ の五角形.

展開形状を決定するための、目的関数は 4 曲線パッチの場合と同様に考え、

$$F_{ang}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\omega_i(\boldsymbol{\theta}) - \frac{\pi}{2} \right)^2. \quad (6.22)$$

目的関数の式 (6.22) は、 $\nabla F_{ang}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$ の解を求めることで最小化することができる。そのためには、Newton 法を用いて以下の式を反復すればよい。

$$\boldsymbol{\theta}_{k+1} = \boldsymbol{\theta}_k - [\mathbf{H}F_{ang}(\boldsymbol{\theta}_k)]^{-1} \nabla F_{ang}(\boldsymbol{\theta}_k), \quad (6.23)$$

ここで $[\mathbf{H}F_{ang}(\boldsymbol{\theta}_k)]^{-1}$ はヘシアン行列の逆行列を示しており、下付き文字の k と $k+1$ はそれぞれ、 k 番目と $k+1$ 番目の繰り返しを示している。Newton 法の初期値は 4 曲線パッチの場合と同様な手法で求めることができる。

角度の誤差について

ここでは新幹線の曲面モデルを例に、曲率線パッチを平面に展開する過程における、元の頂点角度からの誤差について述べる。図 6.13 は、曲率線パッチ数が 51, 105, 305 の場合の角度誤差のカラーマッピングを示している。また各パッチは、パッチ内の各頂点の角度誤差の平均値に基づいて色付けがされている。曲率線パッチの数が増えるほど、最適化の際の角度誤差の平均値が減少している様子が分かる。すなわち曲率線の本数を増やして曲率線パッチの数を増やすほど、展開パッチの展開精度が向上し、3次元曲面をより高精度に復元することが可能である。ただし、曲率線パッチの数を増やすと、それにあわせて展開ストリップの本数も増える傾向にあるため、成形作業が困難になる。

6.3.5 展開図の生成とモデルの復元

一旦すべての曲率線パッチを平面に展開し、平行移動と回転を用いて一つ一つの展開パッチを、同じ形状をした曲線同士を接続して並べていく。ここでは、図 6.14 (a) に示す楕円

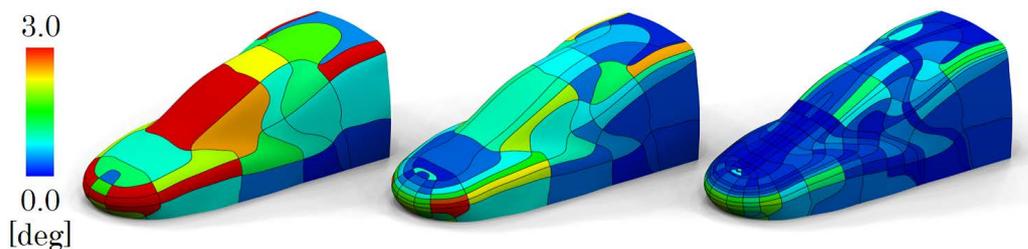


図 6.13: 展開パッチの角度誤差に基づいて色付けされた新幹線曲面 ([20] からの転載). (左) 51 個のパッチ, (中央) 105 個のパッチ, (右) 305 個のパッチ.

体曲面を例に説明する. この曲面は $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ で表現されており, $a = 80\text{mm}$, $b = 60\text{mm}$, $c = 40\text{mm}$ である. また曲面には 4 つのレモン型の臍点が存在し, その位置は $(\pm a\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}, 0, \pm c\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}})$ と表現される. 図の楕円体曲面は 178 個の 4 曲線パッチと, 4 個の 2 曲線パッチから構成される. 図 6.14 (b) のように, これらすべての曲率線パッチを平面に展開し, 展開パッチを生成する. これらの展開パッチを, 図 6.14 (c) のように最大主曲率方向に沿って並べると最大主曲率ストリップの展開図が生成され, 図 6.14 (d) のように最小主曲率方向に沿って並べると最小主曲率ストリップの展開図が生成される. これらの直交するストリップの組み合わせを用いることで, 2 通りの方法により目標形状を復元することができる. 一つは積層による方法で, もう一つは編込みによる方法である.

6.3.6 ストリップの積層

図 6.14 (e) と (f) のように積層されたストリップは, 最大主曲率ストリップと最小主曲率ストリップの層から構成される. ここで, 最大主曲率ストリップには黄色と山吹色の色紙が用いられており, 最小主曲率ストリップには青色と水色が用いられている. 図 6.14 (c) と (d) において, 対応する展開パッチは全く同じ形状をしている.

これらの構造物を積み重ねていくことで, 多重の積層シェル構造物を形成できる. これまで, 材料の厚さを考慮をしていなかったが, 積層数が多くなる場合は, 厚みを無視できなくなってくる. ストリップの厚さを t と仮定すると, 曲率線はオフセット曲面 $\hat{\mathbf{r}}(u, v) = \mathbf{r}(u, v) + t\mathbf{N}(u, v)$ 上のものが計算されなければならない. ここで $\mathbf{N}(u, v)$ は単位曲面法線ベクトルである. オフセット曲面とオリジナル曲面の曲率線は, 互に対応することが知られている [13]. 言い換えれば, オリジナル曲面 $\mathbf{r}(u_k, v_k)$ 上の曲率線が計算されれば, オフセット曲面上に対応する曲率線は $\hat{\mathbf{r}}(u_k, v_k)$ となる. しかし, オフセット曲面上の曲率線に沿った測地線曲率 κ_g を求めるためには, $\hat{\mathbf{r}}(u, v)$ を Joo ら [15] のアルゴリズムに適用させて計算しなければならない. その計算には, オフセット曲面の u, v パラメータに関する 3 階の導関数まで必要となる (具体的な計算式は付録 A.4 参照).

6.3.7 ストリップの編込み

ストリップの編込みは, 最大主曲率ストリップと最小主曲率ストリップとを交互に編込んでいくことにより構築される. ペアとなる展開パッチを糊などで接着することにより, より強固な構造物となる. 図 6.14 (g) はストリップを編み込んでいる過程を示しており, 図

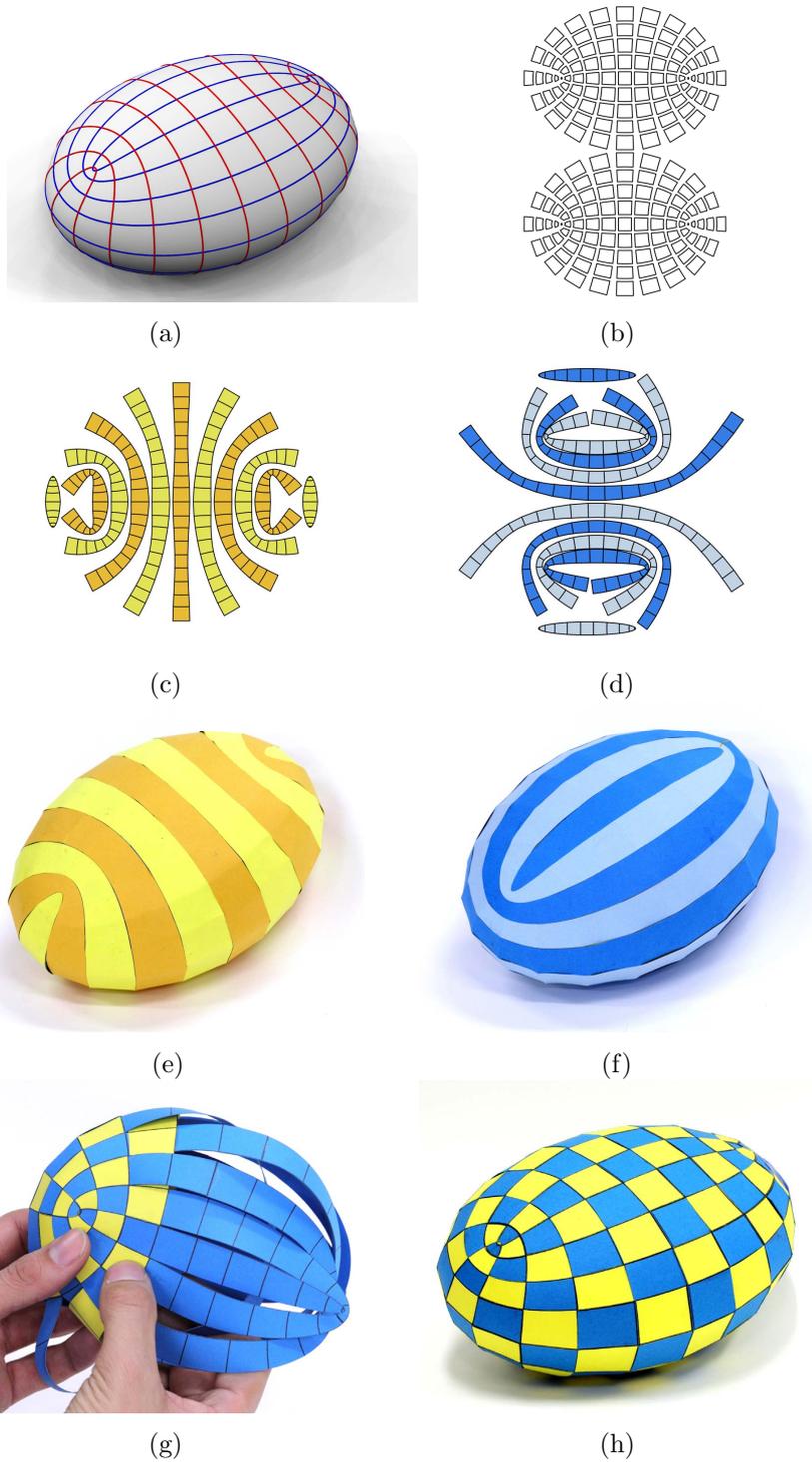


図 6.14: 楕円体の展開と成形 ([20] からの転載). (a) 楕円体に均等に配置された曲率線. (b) 展開された曲率線パッチ. (c) 最大主曲率ストリップ. (d) 最小主曲率ストリップ. (e) 最大主曲率ストリップが表側になった二層成形. (f) 最小主曲率ストリップが表側になった二層成形. (g) ストリップの編み込み, (h) 編み込まれたストリップ.

6.14 (h) が編込みの結果を示している。このアルゴリズムは薄いストリップの場合に非常に有効であるが、ストリップが厚くなった場合、図 6.16 に示されるように、曲げ剛性によってストリップにオーバーシュートが生じ始める。そのためストリップには図 6.15 のように伸ばしが必要になる (図の白い部分)。

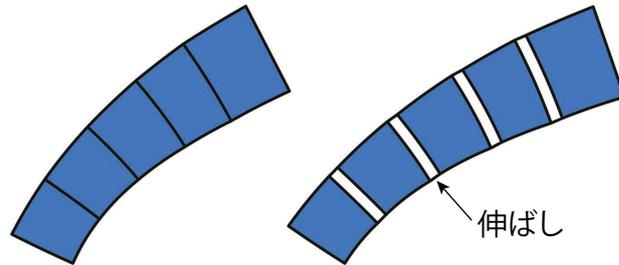


図 6.15: ストリップの伸ばし ([20] からの転載)。(左) 伸ばしを入れる前。(右) 伸ばしを入れた後。

編み込みの際に必要な伸び量を推定する。はりの理論により、中央角度 α 、曲率半径 ρ を定めると、中軸の長さは $\rho\alpha$ であり、また厚さ t のストリップの表面における曲率半径は $\rho + \frac{t}{2}$ である (図 6.16 参照)。したがって、ひずみは $\epsilon = \frac{(\rho + \frac{t}{2} - \rho)\alpha}{\rho\alpha} = \frac{t}{2\rho}$ となる。図 6.16 より、平織りの手順において展開パッチに必要な伸び量は、 $\delta = 4\rho(\alpha - \sin \alpha) = \frac{2t}{\epsilon}(\alpha - \sin \alpha)$ と推定される。本誌においては $\alpha = \frac{\pi}{4}$ を用いて、ひずみ ϵ はそれぞれの材料における応力ひずみを参考にした。

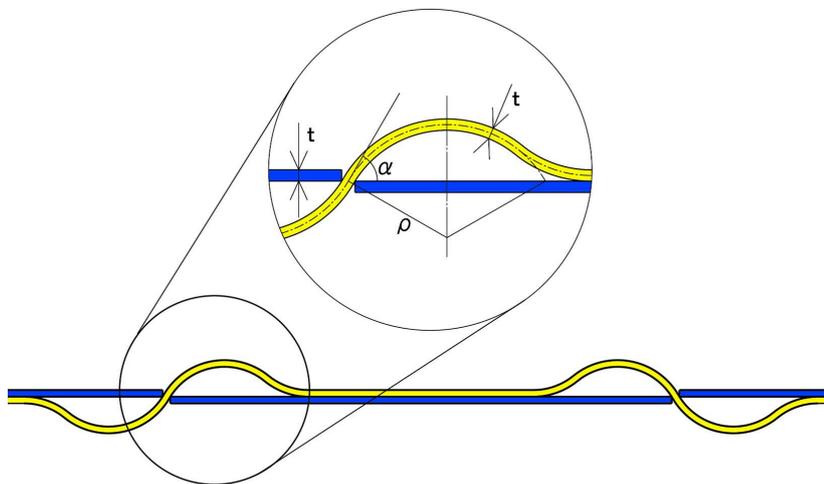


図 6.16: 厚みのあるストリップの編み込みに必要な伸び量 t ([20] からの転載)。

改良型曲率線展開法によるゼブラ展開図

提案手法は、曲率線展開法で得られる 1 枚のゼブラ展開図とは違い、複数のストリップとして得られる。しかしこの展開図について、最大/最小主曲率方向に展開パッチを並べて

作成した場合は、適当な 最小/最大主曲率線で接続していき、ストリップ同士の隙間を黒く塗り潰すことで、従来と同様なゼブラ展開図を得ることが可能である。

6.4 結果 1

この節では、従来法である曲率線展開法と提案手法の改良型曲率線展開法との比較を行い、提案手法の有効性を示す。次節を含むすべての計算例は、C++言語にて実装されたプログラムを用いて、Core i7-5820-K 3.30 GHz processor, メモリ 32GB の PC で実施されている。

6.4.1 従来法との比較

従来法である曲率線展開法と比較するために、提案手法を用いて図 4.5 の自動車フード曲面のゼブラ展開図を計算した結果が図 6.17 である。また図 6.17 (a) を基に成形した曲面が図 6.18 (a) であり、図 6.17 (b) を基に成形した曲面が図 6.18 (b) である。その結果、成形曲面について、以下の点において従来法に対する優位性が確認できた。

- 成形曲面の境界に沿ったずれが少なくなっている
- 2 種類の展開図によって成形される曲面形状の差異が小さくなっている

1 つ目について、従来法では成形曲面の境界でのずれが大きく段差が生じていた (図 6.19 (a) 参照)。一方、本手法では接続される曲線同士が等長となり、展開精度の向上が確認できた (図 6.19 (b) 参照)。

2 つ目について、本手法では展開された曲率線パッチを並び替えることで 2 種類の展開図を作成しており、双方は共通するパッチを基としている。そのため 2 種類の成型曲面の形状差異が小さくなり、成形曲面を積層する際のずれが少なくなった。以上から本手法を用いることで、高精度な展開図生成が可能になったと言える。

さらに、従来法と比較したアルゴリズムの優位性について列挙する。

- 曲率線の直交網の特異点となる臍点が存在する場合でも展開に支障が無いこと
- 展開図の境界部分も一意に定まること (曲率線展開法では境界部分の計算に仮定が多く含まれていた)

以上から、提案手法は曲率線展開法と比べて、より高精度でロバスト性の高い展開手法であるといえる。

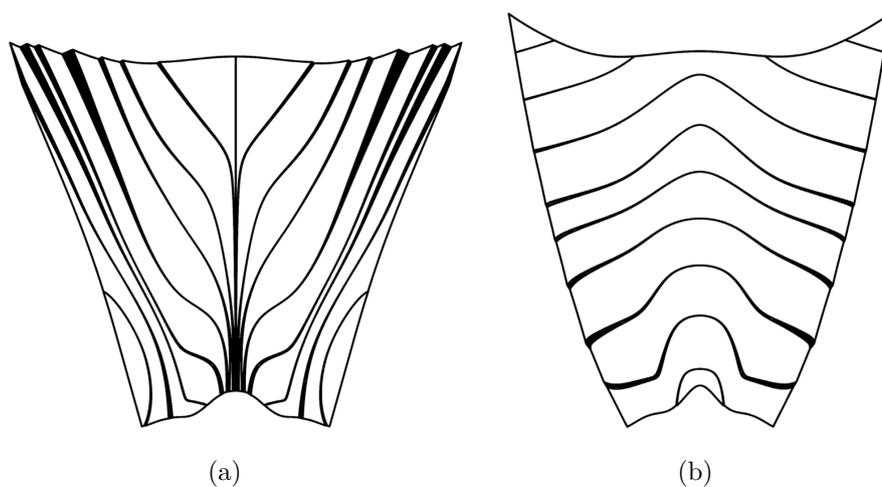


図 6.17: 提案手法における図 4.1(c) 曲面のゼブラ展開図. (a) 最大主曲率線方向に沿った切込みのもの. (b) 最小主曲率線方向に沿った切込みのもの.

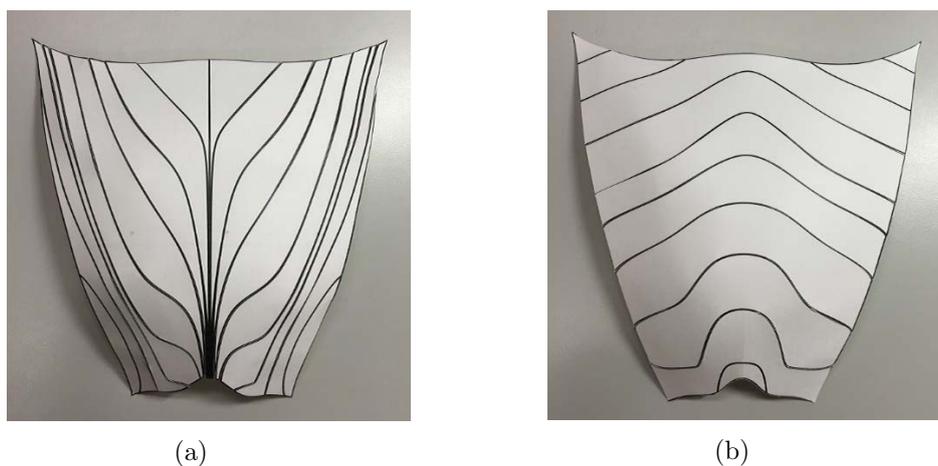


図 6.18: 紙を用いたフールド曲面の復元. (a) 図 6.17 (a) から復元された曲面. (b) 図 6.17 (b) から復元された曲面.

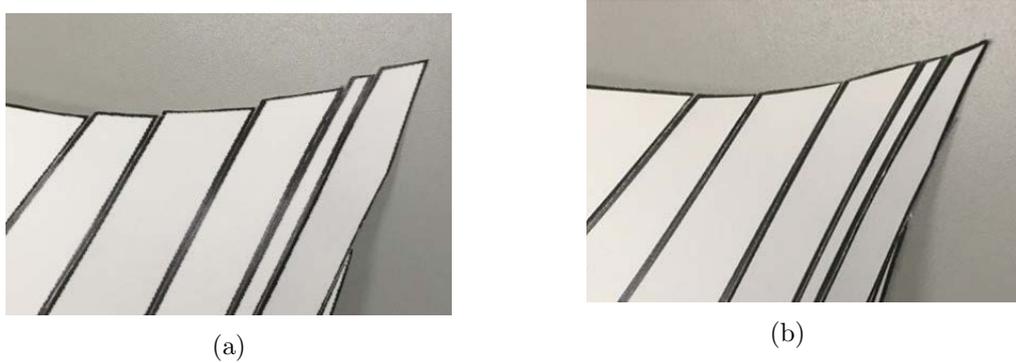


図 6.19: 従来法との曲面境界の比較. (a) 曲率線展開法によるもの (図 4.7 (a)). 境界部でのがたつきが大きい. (b) 本手法 (図 6.18(a)). 境界部でのがたつきが少ない.

6.4.2 計算時間

曲率線パッチの数に対する展開に要する計算時間について、新幹線の曲面モデルを例に図 6.20 に示す。計算時間は曲率線パッチの数に比例していることが確認できる。展開過程において、計算時間は主にそれぞれのパッチにおける 1 変数の Newton 法に依存し、またその Newton 法が平均 5 回以内で収束していたため、この結果は明らかである。 N 曲率線パッチの場合は $(N - 3)$ 変数の Newton 法を解く必要があるが、その計算の割合は曲面全体のパッチに対して少数である。曲面モデルと計算に利用した PC のスペックは異なるが、大域的最適化を行う Pottoman ら [1] の手法の計算時間は秒単位である。一方、局所的な最適化を用いる本手法の計算時間はミリ秒単位であり、非常に高速である。

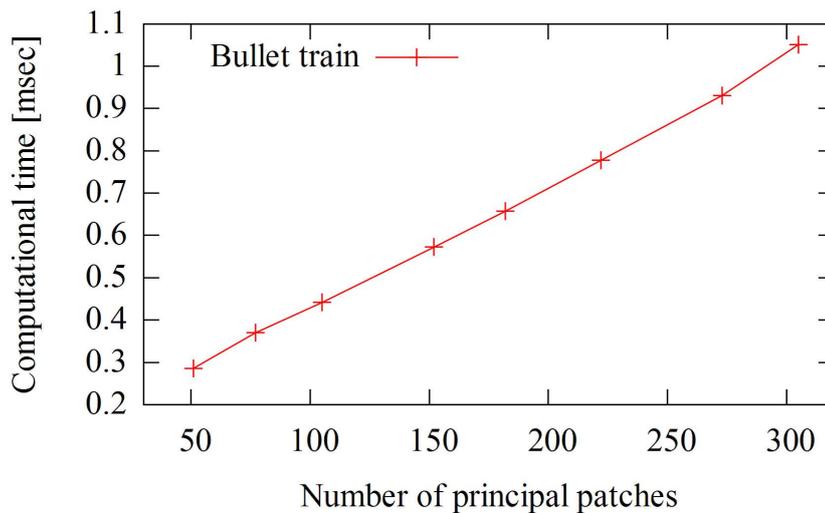


図 6.20: 曲率線パッチ数に対する平面展開に要する計算時間 ([20] からの転載).

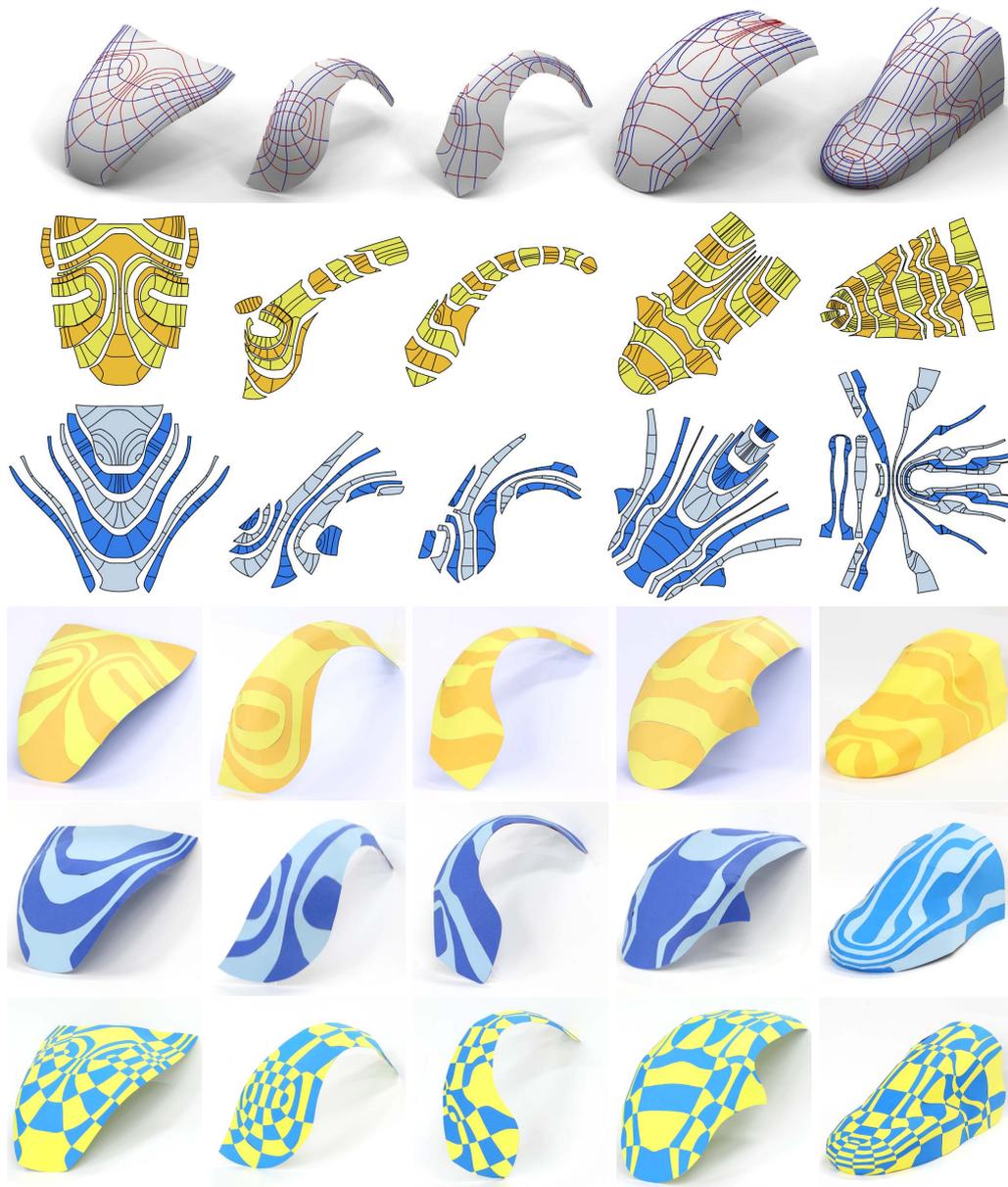


図 6.21: 展開ストリップに基づく自由曲面の成形 ([20] からの転載). 左から右: 自動車フード曲面, フェンダー(前), フェンダー(後), 屋根, 新幹線. 上から下へ: 曲率線, 最大主曲率ストリップ展開図, 最小主曲率ストリップ展開図, 展開ストリップによる 2 層成形 (表側が最大主曲率ストリップ), 展開ストリップによる 2 層成形 (表側が最小主曲率ストリップ), および展開ストリップの 編込み成形.

モデル	Surface fairing			Unfolding of principal strips			
	λ_f	距離誤差 Ave [%]	距離誤差 Max [%]	曲率線 パッチ数	計算時間 [msec]	角度誤差 Ave [deg]	角度誤差 Max [deg]
フード	0.01	0.0237	0.134	118	0.517	0.399	2.95
フェンダー (前)	0.05	0.260	2.54	73	0.552	0.540	2.11
フェンダー (後)	0.05	0.0435	0.256	58	0.407	0.418	2.63
ルーフ	0.04	0.142	0.992	100	0.506	0.362	3.47
新幹線	0.004	0.155	1.16	177	0.662	0.665	3.70
楕円体 (半分)	-	-	-	91	0.311	1.02	3.49
双曲放物面	-	-	-	112	0.831	0.114	0.751

表 6.1: 計算結果 ([20] からの転載). 距離誤差 *Ave* および距離誤差 *Max* はそれぞれ, フェアリングプロセスで生じる平均および最大変形量を意味する. 角度誤差 *Ave* および角度誤差 *Max* はそれぞれ, 展開プロセスで生じる平均および最大角度誤差を意味する.

6.5 結果 2

6.5.1 ペーパークラフト

図 6.21 は美的で滑らかな工業製品の曲面 (自動車フード, フロントフェンダー, リアフェンダー, ルーフ, 新幹線) に本手法を適用した結果を示している. 1 行目はフェアリングされた曲面と, その曲面に均一にひかれた曲率線を示している. 2 行目と 3 行目はそれぞれ, 展開パッチを最大/最小主曲率方向に並べて生成した最大/最小主曲率ストリップを示している. 4 行目と 5 行目はそれぞれ, 最大/最小主曲率ストリップ側が見えるように積層された成形曲面を示している. 5 行目は編み込まれた成形曲面を示している. 自動車全体のパーツを並べた様子を図 6.22 に示す.



図 6.22: 自動車モデルの成形 ([20] からの転載). 左から右: 展開ストリップによる 2 層成形 (表側が最大主曲率ストリップ). 展開ストリップによる二層成形 (表側が最小主曲率ストリップ). 編込み成形.

モデルの編込み成形曲面は, 復元された曲率線パッチ網が直交しており, かつ芸術的な仕上がりになっていることがはっきり分かる. さらに, N 曲線パッチは臍点が存在する直交の特異点付近の曲率線パッチに対して, 有効に働いていることが分かる. 表 6.1 に, フェアリングの過程における距離の誤差 (Bounding-box 対角線長にて無次元化したもの), フェアリング係数, 展開過程における角度誤差と計算時間を示す.

6.5.2 プラスチック板と金属板

これまで本研究では紙を用いて曲面の造形を行ってきたが、この項では、本手法を様々な材料(プラスチック, アルミ・真鍮)に適用した例を示す. 図 6.23 は, 建築物デザインを想定してプラスチック板のストリップ展開図を編み込むことにより, 双曲放物面を復元した様子を示している. プラスチックの厚さは, 0.35mm であり厚さを無視できない. すべてのストリップには伸ばしが含まれている.

また図 6.24 は, 図 6.22 における自動車フード曲面について, アルミと真鍮の金属板を用いた例である. 両方の金属板の厚さは 0.1mm であり, 展開ストリップには伸ばし量が考慮されている.



図 6.23: プラスチック板によるストリップの編み込み成形 ([20] からの転載). プラスチック板で表現されている双曲線放物面は建築物設計に使用される.

6.5.3 曲率線に沿った高強度化

機械工学において, 曲率の大きな部位では高い応力が発生することが知られている [71]. 曲面は最大主曲率線に沿って最も曲がっているため, 曲率線は構造補強が必要な方向と考えることもできる. さらに一般的には, 非直交構造の補強材は, ある一方向に対しては高い強度を示すものの, 異なる方向においては強度が低くなる. その点, 曲率線が構築するような直交構造の補強材を用いれば, 任意の方向に作用する力に対して強度を保つことが可能である. くわえて, 曲率線に基づく形状設計では, 曲面に芸術的な模様を作り出すとともに, 紙や金属の工芸品や建築にも使用することができる.

図 6.25 (a) と (b) のように, 曲率線展開法に基づき, 曲率線に沿ってリブやフレームを追加すれば, 構造物の高強度化が見込まれる.



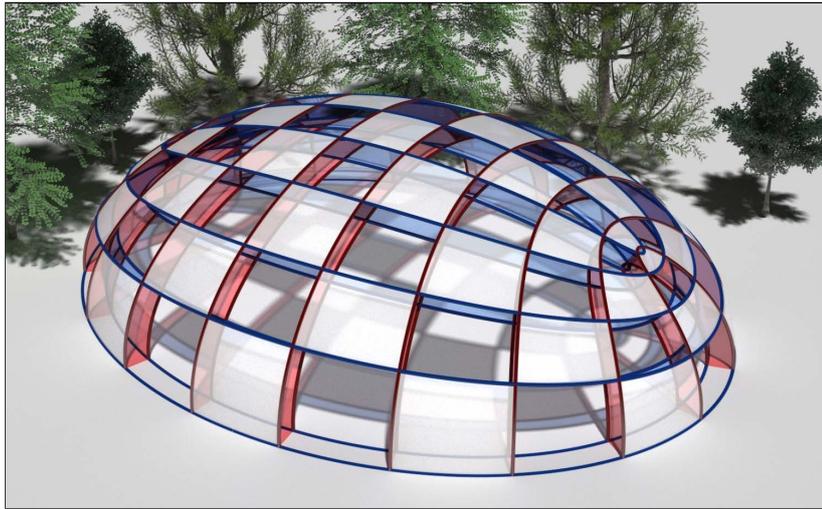
図 6.24: シートメタルによる展開ストリップの編込み成形 ([20] からの転載). 展開ストリップにシートメタル適用して自動車フード曲面が成形されている.

6.6 まとめ

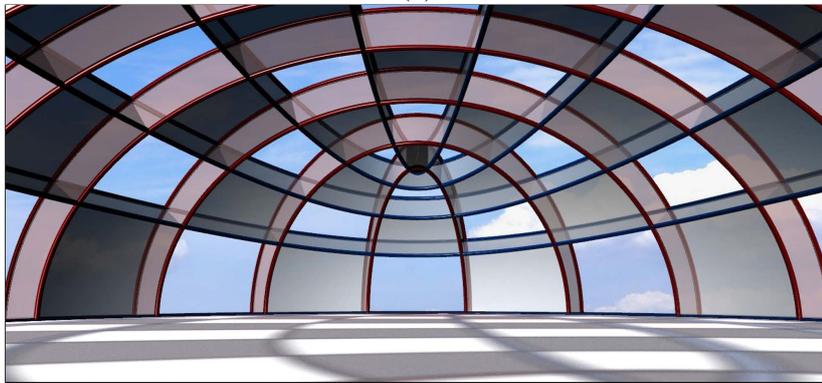
本研究では、従来の曲率線展開法に代わる、高精度でロバスト性の高い改良型曲率線展開法を開発した。さらに本手法を紙、プラスチック、金属板等の様々な材料に適用し、実際に 3 次元モデルを造形することで、その有用性を確認した。本手法の展開図で作製される曲面は、展開精度による境界でのがたつきが従来法と比べて少ないことを示した。くわえてストリップ状の展開図から、積層ならびに編込みによる新しい 3 次元形状の造形方法を提案した。

本手法の利点は以下の通りである。

- 互いに直交するストリップ状の展開図を用いて、モデルを 2 通りの方法で高精度に復元することができる
- 提案する計算アルゴリズムは、そのほとんどが 1 変数の非線形方程式の解を見つける計算に帰着するため、実装が容易で、計算速度が非常に速い
- 従来では展開過程で障害となっていた、曲率線直交網の特異点である臍点を含む曲面でも適用が可能である
- 本手法は様々な材料に適用することができる



(a)



(b)

図 6.25: 曲率線に沿った補強 ([20] からの転載). (a) 楕円体曲面を用いた建築物設計の外観. (b) 曲率線に沿ったスチフナとフレームの様子.

第7章 曲率線に基づく自由曲面の編集手法

7.1 はじめに

曲率線展開法では、成形対象とする曲面の曲率線は滑らかであり、かつ複雑でない直交網を構成していることを前提とする。その理由として、曲率線が歪んでいたり、または曲率線の特異点である臍点の影響で曲率線が急激に湾曲していたりすると、曲率線に基づく3次元曲面の成形作業が困難になるためである。造船においてこのような状態の曲面は、これまでの経験上で数多く見られており、曲率線展開法の普及を妨げる1つの要因とも考えられる。これは船舶外板以外にも、CFRP プリフォーム、ペーパークラフトなど、他の材料に適用した場合においても同様である。

すなわち曲率線に基づく成形に適した形状に修正するため、2つの作業が必要である。一つは、図 7.1 (a) に示すように、曲率線の流れを平滑化する必要がある。次に、曲面上に曲率線の特異点である臍点が存在すると、曲率線の流れに急激な変化を生じて綺麗な直交網が崩れるため、曲面上から臍点を除去する必要がある（図 7.1 (b) 参照）。

そこで本研究では、船体形状の曲面を対象例として、曲率線に基づく成形作業を困難とさせる、これら2つの要因に対応するための新たな手法を提案する。そのために、汎用3次元CADにおける形状設計に標準的に用いられているB-spline曲面を対象として、曲率線の流れ場、すなわち主方向場に基づき曲率線を任意に制御する新しい曲面編集手法を提案する。我々の提案する手法では、B-spline曲面のパラメータ空間において主方向場を編集することで入力的主方向場データを作成し、非線形最適化問題を解くことで、その主方向場を満たすように曲面形状を修正する。パラメータ空間の主方向場の編集には画像処理の分野で数多く利用されるガウシアンフィルタを利用する。本研究は3次元のGeometry空間の主方向場を2次元のパラメータ空間上にて取り扱うことで、3次元問題を2次元問題に落とし込み、曲面上の曲率線の流れを任意に制御することを可能にする。

本研究における貢献は以下の通りである。

- B-spline 曲面上の曲率線を平滑化するための前処理として、パラメータ空間上で平滑化された主方向場の入力データを得るための、ガウシアンフィルタを用いた対話型平滑化手法を提案する。
- 非線形最適化問題を解くことにより、平滑化された主方向場を入力データとして曲面形状を修正する手法を提案する。
- 曲率線の特異点である臍点が存在しないように、曲面の境界付近に存在する臍点を除去するための曲面形状の修正手法を提案する。

従来の船体曲面のモデリング作業では、設計パラメータとして曲面上の曲率線の状態が考慮されることはなかった。一方、曲率線展開法の登場により、曲率線の状態の重要度が増

している。曲率線は、曲率線展開法を用いた展開・成形を行う際に、そのがたつきや臍点の存在が大きな障害となる（臍点は曲率線展開法を用いた展開・成形の際に影響があるのであり、曲面形状の美しさとは別問題である。例えば、数学的に美しいと言われる曲面には往々にして臍点が存在する）。しかし、従来では曲面上の曲率線を確認しようとも、曲面評価ツールとして CAD ソフトウェアに標準的に搭載されているゼブラマッピング機能などでは、曲率線の滑らかさや流れなどを詳細に把握することは困難であった。くわえて、曲率線は非線形の連立常微分方程式の初期値問題を解くことにより得られる曲線群であり、曲率線の状態を把握することができたとしても、一般的なモデリング手法では曲率線の流れを任意に制御することは困難である。そこで本研究では、曲率線展開法の適用拡大を見据え、これまで船体曲面のモデリング作業において考慮されていなかった曲率線の流れを制御することを目的として、新たな曲面形状の修正方法の開発に取り組んだ。

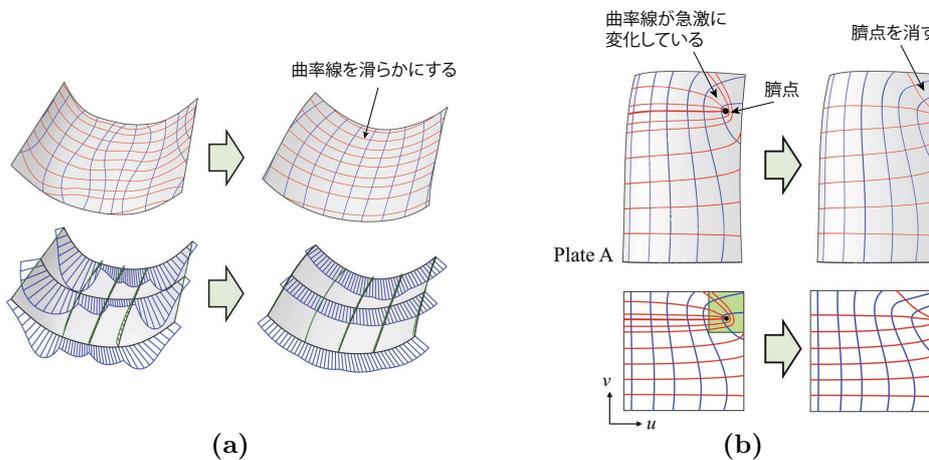


図 7.1: 曲率線展開法の適用を困難にする 2 つの課題 ([22] からの転載). (a) 曲率線の流れの平滑化 (上図), 等パラメータ曲線に沿った曲率プロットの平滑化 (下図). (b) 臍点の除去 (上図: 3D 形状, 下図: パラメータ空間における曲率線)(曲面モデル: Plate A).

7.2 関連研究

ゼブラマッピング, isophote, 反射線やハイライト線は自由曲面の平滑性を評価するために用いられる代表的なツールである。それらの計算には曲面の uv パラメータに関する一階の導関数を必要とすることから “first-order interrogation tool” と考えることもできる [10]。一方で、曲率線はその計算に曲面のパラメータに関する二階の導関数まで必要であることから、“second-order interrogation tool” と考えることもできる。一般的に、曲率線は first-order interrogation tool よりも曲面の凹凸に敏感である。図 7.2 に同じ形状に対して、ゼブラマッピングと曲率線の計算を実施した例を示す。図に示すようにゼブラマッピングの評価では、一見、平滑に見える状態でも曲率線が歪んでいたり、臍点の影響を受けて複雑な直交網を構成していたりする様子が分かる。特にゼブラマッピングを用いた評価では、臍点の検出は困難である。臍点は、単純な形状の美的評価のみであれば検出は不要であるが、曲率線展開法に適用する場合は、その存在の影響は大きい。また図 7.2 に示すように、

曲率線が歪んでいる場合は、その歪んだ線に基づいて加工線が導出されるため、3次元成形が困難になる。

本研究では、平滑化されたパラメータ空間内の主方向場に基づき、曲率線の流れを任意に制御する手法を提案する。

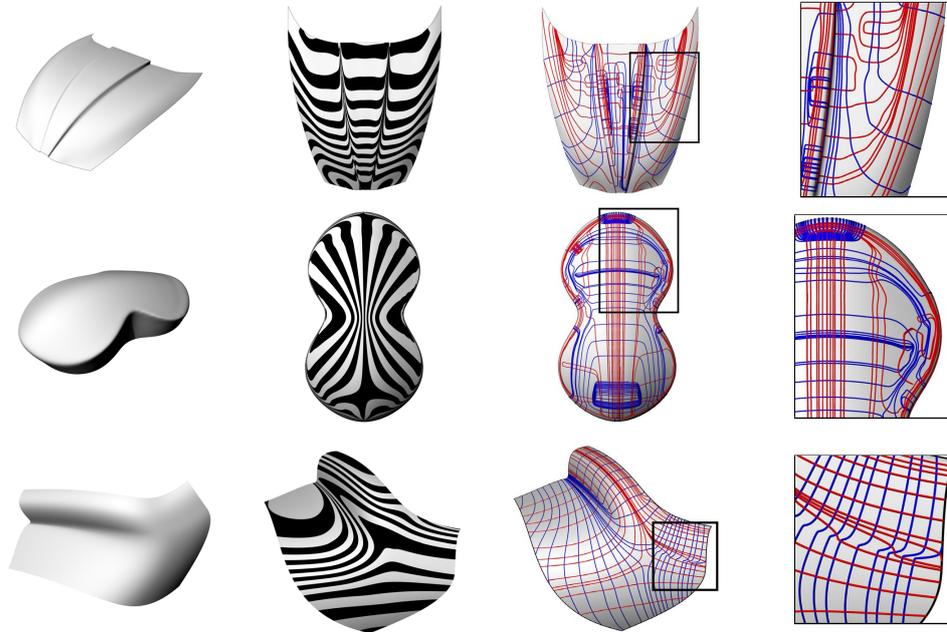


図 7.2: First-order interrogation tool と second-order interrogation tool による曲面評価 ([22] からの転載). 上段, 自動車フード曲面モデル. 中段, マウス曲面モデル. 下段, 家電製品の曲面の一部. 左から, モデルの外観, ゼブラマッピング, 曲率線, およびその拡大図.

7.3 主方向場に基づく曲率線の制御

7.3.1 提案手法の概要

本研究では、曲率線に基づく外板成形を困難とさせる 2 つの課題について着目する (図 7.3 参照). 曲率線は主方向場を積分して計算される曲線群であるため、まず第 7.3.2 章では、曲面形状の修正の前準備として、パラメータ空間から主方向を離散的に抽出し、フィルタリング手法により平滑化を行う。この操作により、離散的な主方向場データからノイズを除去し、かつ臍点が存在しない主方向場データを準備する。なお編集した離散的な主方向場データは、編集後の妥当性を評価するために、“疑似曲率線 (Approximated LoC)” の概念を導入し、その計算方法を提案する (図 7.4 参照)。疑似曲率線を計算することで、離散的な主方向場からどのような曲率線が描かれ得るか推定できる。第 7.3.4 章では、非線形最適化問題を解くことにより、編集した主方向場データを満たすように曲面形状を修正する。これにより曲面上の曲率線を任意に制御することを可能とする。

本研究で用いる入力曲面は、階数 (K, L) の B-spline 曲面とする。その曲面は、制御点 \mathbf{P}_{ij} ($0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq n$) と、2 つのノットベクトル $\mathbf{U} = (u_0, u_1, \dots, u_{m+K})$, \mathbf{V}

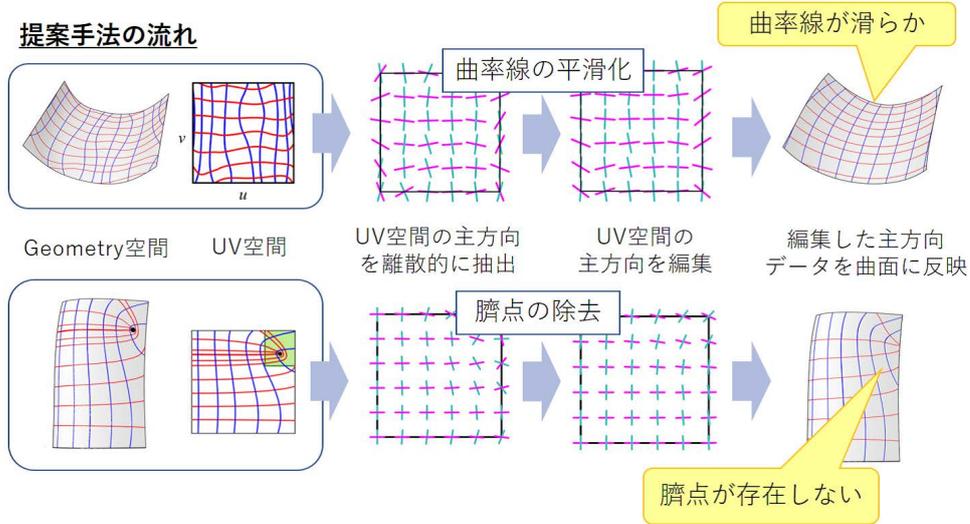


図 7.3: 提案手法の流れ.

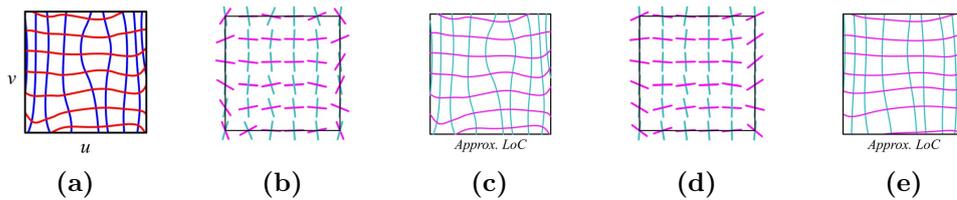


図 7.4: パラメータ空間における主方向場の平滑化 ([22] からの転載). (a) パラメータ空間の曲率線. (b) 離散的に抽出された主方向場データ (図の例では 6×6 の格子状に抽出している). (c) (b) の離散的な主方向場から疑似曲率線を計算した様子. (d) 平滑化された (a) の主方向場. (e) (d) の離散的な主方向場から疑似曲率線を計算した様子.

$= (v_0, v_1, \dots, v_{n+L})$ で定義される. 各方向のパラメータ u と v を用いて, 曲面を表す式は次式で表現される.

$$\mathbf{r}(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \mathbf{P}_{ij} N_{i,K}(u) N_{j,L}(v), \quad (7.1)$$

ここで $N_{i,K}(u)$ と $N_{j,L}(v)$ は, それぞれ階数 K と L の B-spline 基底関数である. 本研究では, $K = L = 4$ の曲面を利用した.

一般的に, 船体形状は断面曲線である Lines に基づき, 2つのフェアリングプロセスを経て設計される. 最初のプロセスでは, 水槽を用いた模型試験用に要求される品質を満たすためのフェアリングである. 第2プロセスでは, 実際の建造に要求される品質を満たすためのフェアリングである [72]. 本研究では, 入力データは設計の初期段階の断面曲線を利用した. 入力曲面の生成には, 曲面フィッティング手法の一つである反復幾何処理手法 [8, 54] を用いて, 断面曲線から抽出した点群データから単一の B-spline 曲面を生成した.

7.3.2 主方向場の平滑化

曲面上のある点では、法曲率の値が最大値をとる最大主方向と最小値をとる最小主方向が存在し、これら 2 つの方向は Geometry 空間において互いに直交する性質がある。一方、パラメータ空間における 2 つの主方向は一般的に直交はしない。Vaxman ら [73] は、一般的なベクトル場として 6 種類の例を紹介している。パラメータ空間における主方向のベクトル場は、*non-orthogonal cross field* に分類され、それぞれ角度 π で対称になる 2 組の方向の組み合わせのベクトル場である。さらに最大または最小主方向のみに着目すれば *line field* に分類される。本研究では、最大または最小主方向の *line field* を編集することを考える。パラメータ空間における主方向ベクトルの角度は、パラメータ u 軸に対する角度 ψ ($-\frac{\pi}{2} < \psi \leq \frac{\pi}{2}$) で定義する。ここで注意すべきことは、ある点における主方向角度 ψ は、角度 $\psi + k\pi$ (ただし、 k は整数) の方向も同時に有していることである。そこで 2 つの *line* の角度差 $\Delta\psi$ を考える場合は、常に鋭角側を選択することで、角度差の範囲を $-\frac{\pi}{2} \leq \Delta\psi \leq \frac{\pi}{2}$ と定義することができる。提案手法では、B-spline 曲面の uv パラメータ空間内において、一様な間隔に抽出した格子状の点における主方向角度を評価する。

つづいて、主方向場が滑らかではないパラメータ空間の領域に対して、Graphical User Interface(GUI) を併用して対話的にガウシアンフィルタを適用させる。ガウシアンフィルタは、画像中のノイズを除去することを目的として、画像処理の分野で数多く利用されるフィルタリング手法である [74]。 uv 空間上に抽出した格子点 \mathbf{p} における主方向の角度を $\psi_{\mathbf{p}}$ とし、その隣接点 $\mathbf{q} \in N(\mathbf{p})$ における角度を $\psi_{\mathbf{q}}$ とする。主方向の角度を、以下のようにガウシアンフィルタを適用して反復的に更新する。

$$\psi_{\mathbf{p}}^{(k+1)} = \psi_{\mathbf{p}}^{(k)} + \Delta\psi_{\mathbf{p}}^{(k)}, \quad (7.2)$$

ここで肩付き文字の (k) は k 番目の反復を意味する。 $\Delta\psi_{\mathbf{p}}^{(k)}$ は次のように定義される。

$$\Delta\psi_{\mathbf{p}}^{(k)} = \frac{\sum_{\mathbf{q} \in N(\mathbf{p})} W(\|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|)(\psi_{\mathbf{q}}^{(k)} - \psi_{\mathbf{p}}^{(k)})}{\sum_{\mathbf{q} \in N(\mathbf{p})} W(\|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|)}, \quad (7.3)$$

ここで $-\frac{\pi}{2} \leq \psi_{\mathbf{q}}^{(k)} - \psi_{\mathbf{p}}^{(k)} \leq \frac{\pi}{2}$ であり、 $\|\mathbf{x}\|$ はパラメータ空間における 2 点間のユークリッド距離を意味する。重みである $W(d) = e^{-d^2/2\sigma^2}$ はガウス分布関数であり、 σ はユーザーが任意に定めるガウス分布の標準偏差である。主方向の評価点に適用するフィルタの格子サイズもユーザによって任意に決定される。

ガウシアンフィルタは、最大または最小主方向のいずれかに適用する。これは一方の方向をフィルタで処理すると、もう一方の方向は、2 つの主方向が Geometry 空間内で互いに直交するという性質から一意に定まるためである。本研究では、フィルタの対象に最小主方向を選択したが、最大主方向の場合でも適用可能である。図 7.4 (b) は (a) から抽出した離散的な主方向場を表しており、(d) はガウシアンフィルタを用いて (b) を平滑化した主方向場を表す。

7.3.3 平滑化された主方向場の可視化

第 7.3.2 章で提案した手法で平滑化した主方向場は、離散的なデータであるためそのままでは、入力データとして十分に平滑な状態であるかの判断が難しい。そこで“疑似曲率線 (*Approximated LoC*)” の概念を導入する。パラメータ空間内で疑似曲率線を計算する

ことにより、平滑化された主方向場の流れを可視化する。疑似曲率線は離散的な主方向場のデータを線形補間することによって連続した流れ場として扱い、曲率線に該当する曲線群を計算する手法である。パラメータ空間で計算された曲線群は、Geometry 空間の 3 次元曲面上に写像することも可能である。以下に具体的な計算方法について述べる。

パラメータ空間では格子状に離散点を抽出したため、ある任意点ではその近傍に 4 つの点が存在する。この 4 点を図 7.5 (a) に示すように、左下の点から反時計回りに $\mathbf{V}_1 \sim \mathbf{V}_4$ と番号付けし、対応する主方向角度を $\psi_1 \sim \psi_4$ と定義する。疑似曲率線を計算するために、この格子点内部における任意点での主方向角度を、近傍の 4 点の主方向角度から線形補間によって算出する。しかし主方向角度は角度 π で回転対称のため、図 7.5 (e, f) に示すように、補間の仕方によって内部の流れの補間結果は変わり得る。本研究では、格子点の間隔は十分に密であると仮定し、格子点内部の流れの変動量が最も小さい補間方法が最適であると考える。

主方向は角度 π の回転対称であるため、 ψ_1 から ψ_2 への角度の変化量である $\delta\psi_1$ の範囲は $-\pi \leq \delta\psi_1 \leq \pi$ と考えられる。もし $\delta\psi_1$ が正であれば、それは反時計回り (CCW) 回転を意味しており、 $\delta\psi_1$ が負であれば、回転は時計回り (CW) を意味する (図 7.5 (d) 参照)。すなわち、 ψ_1 から ψ_2 、 ψ_2 から ψ_3, \dots 、のように 1 周の変化を考えると、それぞれの角度変化において、反時計回りか時計回りかの 2 種類のパターンを取り得る。くわえて領域内部を線形補間するためには、 $\delta\psi_i$ は、 \mathbf{V}_1 から \mathbf{V}_4 に移動して \mathbf{V}_1 に戻るときに、主方向角度が元に戻る必要がある、そのため $\delta\psi_1 \sim \delta\psi_4$ の総和がゼロになる必要がある。したがって次式を満たす必要がある。

$$\sum_{i=1}^4 \delta\psi_i = 0, \quad (-\pi \leq \delta\psi_i \leq \pi), \quad (7.4)$$

くわえて、それぞれ π 回転対称を考慮し、 $16(=2^4)$ 通りの組み合わせを計算して、格子内部の角度の変動量が最小になるように次式を満たす $\delta\psi_i$ の組み合わせを選択する。

$$\min \sum_{i=1}^4 |\delta\psi_i|, \quad (7.5)$$

疑似曲率線を計算するためには、式 (7.6) に示す連立常微分方程式の初期値問題をルンゲクッタ法などの標準的な数値計算手法 [75] を用いて積分計算する。

$$u' = \cos(\phi), \quad v' = \sin(\phi), \quad (7.6)$$

ここで積分変数は連続している必要があるため、主方向角度を表す新しい変数 ϕ を導入した。角度 ϕ は、格子内部の任意点において、 ϕ の 4 つの角度 $\phi_1 \sim \phi_4$ の値を使って双一次補間することで算出される。 $\phi_1 \sim \phi_4$ は次式に示す通り、式 (7.4)、式 (7.5) で求めた $\delta\psi_i$ から、角度 π の回転対称を考慮して再定義された主方向角度である。

$$\phi_1 = \psi_1, \quad \phi_2 = \phi_1 + \delta\psi_1, \quad \phi_3 = \phi_2 + \delta\psi_2, \quad \phi_4 = \phi_3 + \delta\psi_3. \quad (7.7)$$

ここで、 $\delta\psi_i$ の取り方により、主方向場の線形補間の結果が異なる例を示す。4 つの格子点 $\mathbf{V}_1 \sim \mathbf{V}_4$ における主方向角度を、図 7.5 (a) に示すように、 $\psi_1 = \frac{\pi}{3}$, $\psi_2 = -\frac{\pi}{3}$, $\psi_3 = \frac{\pi}{3}$, $\psi_4 = -\frac{\pi}{3}$ とする。図 7.5 (b) では $\delta\psi_i$ の値を、 $\delta\psi_1 = -\frac{2\pi}{3}$, $\delta\psi_2 = -\frac{\pi}{3}$, $\delta\psi_3 = \frac{\pi}{3}$, $\delta\psi_4 = \frac{2\pi}{3}$ とした例である。一方、図 7.5 (c) では、 $\delta\psi_1 = \frac{\pi}{3}$, $\delta\psi_2 = -\frac{\pi}{3}$, $\delta\psi_3 = \frac{\pi}{3}$, $\delta\psi_4 = -\frac{\pi}{3}$ とした

例である。どちらも式 (7.4) は満たしているが、式 (7.5) の総和 $\sum_{i=1}^4 |\delta\psi_i|$ を計算すると、それぞれ 2π , $\frac{4\pi}{3}$ であり、図 7.5 (c) の方が内部での変動量が小さいことを意味している。本研究では線形補間する主方向場の内部の変動量が小さい補間結果を適切と判断し、この場合には、図 7.5 (b) ではなく (c) が自動的に採用される。それぞれについて疑似曲率線を計算した結果が図 7.5 (e, f) である。

本誌では、真の曲率線を赤色と青色の曲線で示し、疑似曲率線をマゼンダ色とシアン色の曲線で示した (図 7.4, 7.6, 7.8, 7.10, 7.12 参照)。

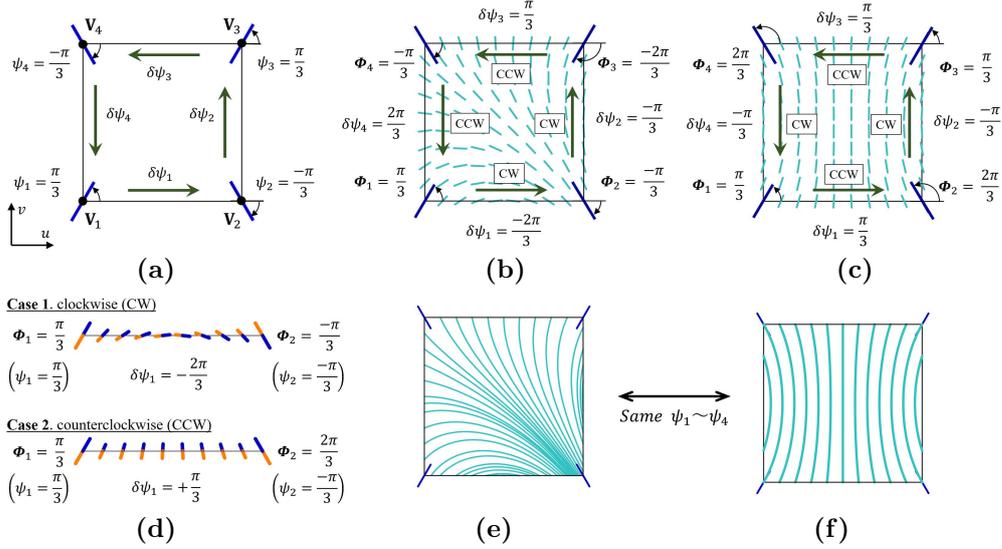


図 7.5: パラメータ空間における *line field* の線形補間 ([22] からの転載). (a) 角度の定義. (b) 線形補間例 1 (内部の変動量が大い). (c) 線形補間例 2 (内部の変動量小さい). (d) 角度 $\delta\psi$ の符号と主方向の回転の関係. (e) (b) の疑似曲率線. (f) (c) の疑似曲率線. (ここで (e) と (f) における 4 点の主方向角度 $\psi_1 \sim \psi_4$ は同じであるが、内部の流れの補間結果が変わることに注目されたい.)

7.3.4 修正した主方向場の曲面への反映

平滑化された主方向場に基づいて曲面の形状を最適化するために、独立した 3 つのエネルギー関数を線形結合したエネルギー関数 F を考える。ここで $\mathbf{R}=(r_1, r_2, \dots, r_N)$ は、入力 B-spline 曲面における最適化計算に関する制御点の座標値であり、関数 F における変数を意味する。曲面全体が変形しう場合は、すべての制御点の座標値 (x, y, z) になるが、変数が多すぎる場合は、非線形の最適化計算に膨大な時間を要することになるため、曲面を一部分しか変形させない場合については、その領域に関する制御点の座標値のみ用いる。エネルギー関数 F は、次式で定義される。

$$F(r_1, r_2, \dots, r_N) = F_d + w_p F_p + w_f F_f. \quad (7.8)$$

ここで w_p, w_f はそれぞれのエネルギー項に対する重み係数であり、ユーザーが任意に定める。1 番目の項 F_d は、最適化によって得られる新しい B-spline 曲面の制御点 \mathbf{P}_{ij} が初期

の制御点 $\bar{\mathbf{P}}_{ij}$ から大きく移動しないことを目的としている。

$$F_d = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \|\mathbf{P}_{ij} - \bar{\mathbf{P}}_{ij}\|^2, \quad (7.9)$$

ここで $(m+1)$ と $(n+1)$ はそれぞれパラメータ u と v 方向の制御点の数である。2 番目の項 F_p は、最適化された曲面のパラメータ空間における主方向角度 ψ_{max} と ψ_{min} が、平滑化された入力の主方向 $\bar{\psi}_{max}$ と $\bar{\psi}_{min}$ と可能な限り一致すること目的としている。

$$F_p = \sum_{i=0}^M (\psi_{max\ i} - \bar{\psi}_{max\ i})^2 + (\psi_{min\ i} - \bar{\psi}_{min\ i})^2, \quad (7.10)$$

ここで 2 つの主方向の角度差は鋭角側を選択するため $-\frac{\pi}{2} \leq \psi_{max\ i} - \bar{\psi}_{max\ i} \leq \frac{\pi}{2}$ であり、 $-\frac{\pi}{2} \leq \psi_{min\ i} - \bar{\psi}_{min\ i} \leq \frac{\pi}{2}$ である。また $(M+1)$ は入力的主方向データの数である。3 番目の項 F_f は、次式で定義される。

$$F_f = \int \left(\frac{d\kappa_{max}}{de_{max}} \right)^2 + \left(\frac{d\kappa_{min}}{de_{min}} \right)^2 dA. \quad (7.11)$$

これは曲面上の曲率の変動を最小にすることを目的とした、曲面の平滑化に関わる項である。結果として得られる曲面は *Minimum Variation Surface* (MVS) と呼ばれる [40]。式 (7.11) は、入力データである平滑化された主方向に対応する法曲率 κ の方向微分値の二乗和の面積分により評価する。単位ベクトル \mathbf{e}_{max} および \mathbf{e}_{min} は、それぞれの評価点における平滑化された最大および最小主方向である。ここで注目すべきは、Moreton ら [40] は、真の主方向を利用するのに対し、我々の手法では平滑化した主方向を利用することである。この数値積分の計算にはガウス求積法を用いた。各パラメータ方向について 20 個の積分点を適用した。

式 (7.8) の目的関数を最小化するために、*Bound Optimization By Quadratic Approximation* (BOBYQA) 法 [76] を採用した。また計算にあたり、日本ニューメリカルアルゴリズムズグループ株式会社 (日本 NAG) が提供するライブラリ (NAG Mark26.1 CLW32261EL e04jcc) を使用した。エネルギー関数 F は、数値微分を利用してその導関数を計算することは可能であるが、特にエネルギー関数 F_f の計算には曲面のパラメータ u, v に関する 3 次導関数まで必要であり、膨大な回数の数値微分の計算には時間を要する。したがってそれらの計算を容易にするために、最適化計算において導関数を利用しない BOBYQA 法を採用した。

提案するエネルギー関数の有効性の検証

提案手法による曲率線の制御の有効性を検証するために、図 7.6 (a, d) に示すように、中心に不安定に存在する臍点を有する入力曲面を準備した。まず入力の主方向データを検証作業のために手作業で準備し、その疑似曲率線の様子を図 7.6 (b, e) に示した。図 7.6 (b, e) に示す入力的主方向データを用いて、BOBYQA 法を適用して得られた曲面が、それぞれ図 (c) と (f) である。今回は、曲率線の制御性を確認するために、 $w_f = 0$ と設定した。結果として得られた曲面は、元の曲面と比較した場合、Bounding-Box 対角線長に対する曲面の最大変形量は、それぞれ 4.24% と 5.89% になった (表 7.1 参照)。さらに、曲面 (d), (c), および (f) の面積は、それぞれ 1.16 m², 1.14 m², および 1.10 m² であった。一方、

曲面の主方向角度の最大変化量は (c), (d) の曲面ともに 100% (すなわち 90 度) であった. また主方向角度の平均変化量はそれぞれ 32.1% (28.9 度), 49.5% (44.6 度) であった. すなわち最適化によって元の曲面から大きく変形をしない場合でも, 曲率線のパターンが全く異なる曲面が得られることが示された. 本検証により, 提案手法の曲率線の制御性に関する有効性が証明された.

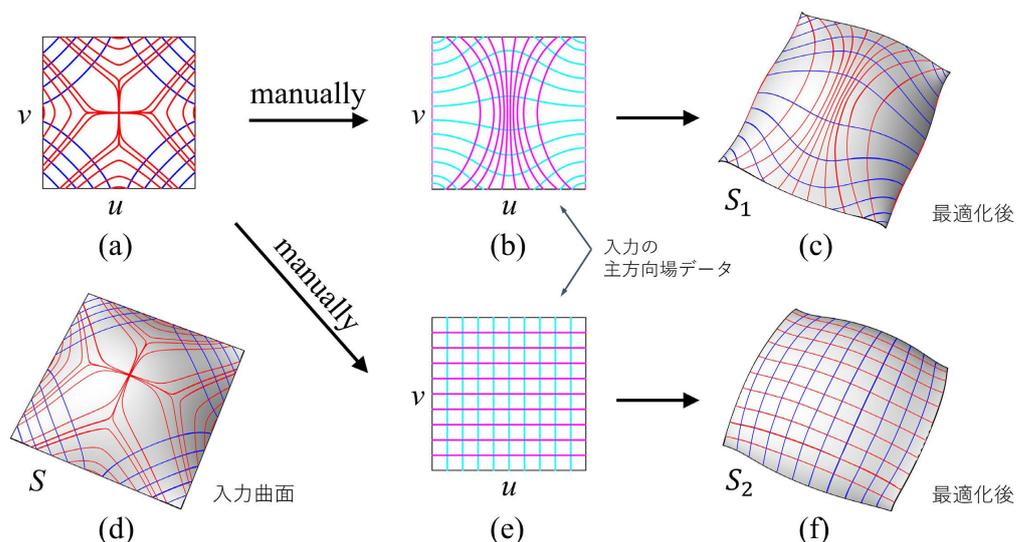


図 7.6: 曲率線の制御性の検証結果. (a) 入力の B-spline 曲面 S のパラメータ空間内の曲率線. (b) 手作業で作成したパラメータ空間内の主方向場に対して計算した疑似曲率線. (c) 最適化後のモデル曲面 S_1 (Geometry 空間), (d) 入力の B-spline 曲面 S とその曲率線 (Geometry 空間). (e) 手作業で作成したパラメータ空間内の主方向場に対して計算した疑似曲率線. (f) 最適化後のモデル曲面 S_2 (Geometry 空間).

表 7.1: 主方向場に基づく曲面最適化の計算結果. 入力曲面 S は, 制御点数が 7×7 の双三次 B-spline 曲面で, Bounding-Box 対角線長は 1.44 m である. 平均偏差と最大偏差を示す記号 d_{Ave} , d_{Max} は, 最適化の計算過程で生じる Geometry 空間での曲面の変形量を示す.

Model		# of sampling pts	# of variables	w_p [m ²]	w_f [m ²]	d_{Ave} [%]	d_{Max} [%]	Time [s]	Boundary constraint
Surface	S_1	51×51	147	5.0	0.0	1.04	4.24	17	No
	S_2	51×51	147	5.0	0.0	1.46	5.89	19	No

7.4 曲面の境界近傍からの臍点の除去

入力の船体曲面が滑らかな曲率線を有するように形状が修正された後は, 造船所における建造準備として船体曲面を製造可能な複数枚の外板に分割する.

船体座標系は, 例えば次のように定義される [77]. x 座標は船首から船尾に向かって増加する方向にとる. y 座標は中心面 ($y = 0$) から船体の幅方向に向かって増加する方向に

とる。z 座標は船体の鉛直方向に向かって増加する方向にとる。一般的に、船体の外板曲面は、定数 x の 2 つの平面（フレームライン）と定数 z の 2 つの平面（ウォータライン）を交差させることによって四辺形に分割される。外板の大きさは、建造する造船所の工場設備の能力を考慮しながら、過去の実績に基づいて経験的に決定される [72]。図 7.11 (a) は、従来法により船体曲面を 28 枚の外板曲面に分割した例を示している。B-spline 曲面の等パラメータ曲線は通常、フレームラインやウォータラインとは一致しないため、トリム曲面（Trimmed NURBS）によって外板曲面が表現される。

前項では、曲率線を滑らかにする手法について述べた。しかし、外板曲面の内部に臍点があると、曲率線が急激に変化するため、曲率線に沿った加工作業である、プレス曲げや線状加熱の適用が困難になる。したがって、本研究では、まず臍点が外板曲面の境界部に近くなるように船体曲面を分割した。

臍点は、その点における *index* の指標を計算することで検出が可能である [78, 79, 80]。この指標は、臍点近傍の閉じた経路について、反時計回りに沿って回転するときの主方向角度の回転量として定義される。安定して存在する臍点周りの曲率線のパターンには、“レモン型”、“スター型”、“モンスター型”の 3 種類が存在する。レモン型とモンスター型は *index* が $+\frac{1}{2}$ となるが、一方でスター型の *index* は $-\frac{1}{2}$ となる。これら *index* の指標を計算するためには、 uv 空間において、臍点を囲む境界曲線に沿った \bar{n} 点の主方向角度 ψ_i を使って評価する。具体的には以下のように計算される。

$$Index = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{\bar{n}} \Delta\psi_i, \quad (7.12)$$

ここで

$$\Delta\psi_i = \psi_{(i+1) \bmod \bar{n}} - \psi_i \text{ and } -\frac{\pi}{2} \leq \Delta\psi_i \leq \frac{\pi}{2}. \quad (7.13)$$

式 (7.13) における *mod* は剰余演算を意味する。これは、主方向角度を評価する 1 点目は、最後の点を評価する際にも利用するため、その循環を表現するために式中に剰余演算が利用されている。図 7.7 上段は、スター型、モンスター型、レモン型の臍点の周りの最大主曲率線の様子を示している。下段は離散的に抽出された主方向場を示しており、 $\bar{n} = 20$ として *index* の指標を計算している例を示している。本研究では、主方向場を格子点状に抽出しており、それぞれ 4 点で囲まれる領域について *index* を計算した。すなわち $\bar{n} = 4$ として曲面全体に渡って *index* を評価した。*index* を計算することで、平滑化した入力的主方向場データに、臍点が含まれるかを判断することが可能となる。

外板曲面の境界曲線の近くに臍点が存在する場合、第 7.3.2 章で述べた手法を用いて臍点を最も近い境界部から除去することを考える。

図 7.8 は、フィルタの格子サイズが 11×11 、 $\sigma = 2.0$ のガウシアンフィルタを利用して、外板曲面上に存在する 2 つの臍点が除去された主方向場データを作成する例を示している（薄緑色はガウシアンフィルタを適用した領域である）。図 7.8 (a) では曲面の境界付近に存在する、2 つの臍点が黒点で示されている。左側がレモン型 ($index = +\frac{1}{2}$)、右側がスター型 ($index = -\frac{1}{2}$) の臍点である。ガウシアンフィルタは、中心点に向かって大きく重み付けされた隣接点の主方向角度の平均値を出力するため、その平均化によって反復数が増えるにつれて、グリッドの四隅の主方向角度は隣接した主方向と平行になっていく。図 7.8 (b)-(f) に示すガウシアンフィルタの適用過程は、臍点が存在する領域の格子についてレモン型とスター型の臍点が除去されていく様子を示している。臍点の有無は、4 つの主方向角度について左下の点から反時計回りに沿った主方向の回転量をチェックすることで算

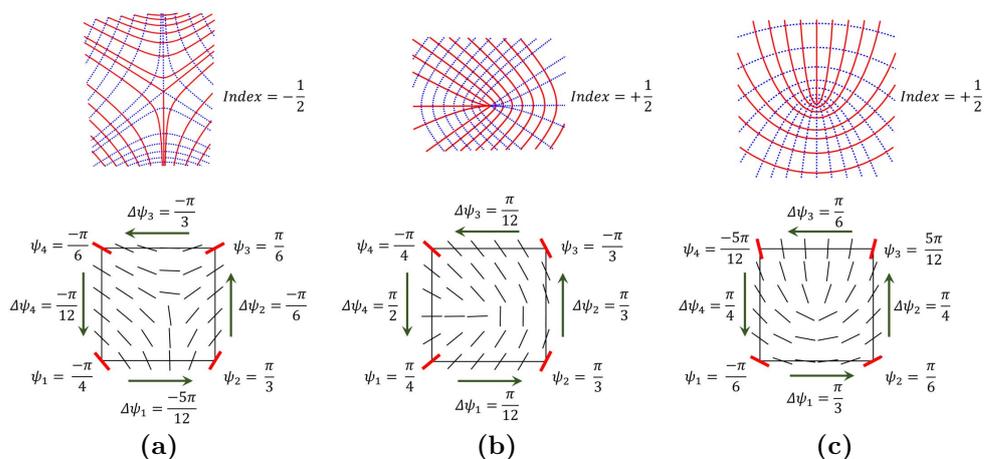


図 7.7: 臍点近傍の主方向場 ([22] からの転載). (a) スター型. (b) モンスター型. (c) レモン型.

出される index の値によって評価する．図では説明のために，主方向角度の回転が視覚化できるように，主方向の線を中心点から 2 色に塗り分けている．図の (b)-(d) は，ガウシアンフィルタによって，スター型の臍点の index がゼロになる（すなわち臍点が除去される）過程を示している．(b) および (c) 時点での臍点周りの主方向の回転量は $-\pi$ ($\text{index} = -\frac{1}{2}$) であるが，(d) ではその回転量はゼロ ($\text{index} = 0$) となり，すなわち臍点が除去された状態になる．同様に，レモン型の臍点周りについても，(b)-(e) において主方向の回転量は π ($\text{index} = +\frac{1}{2}$) であったものが，最終的には (f) においてゼロになる．index の値がゼロになった状態の主方向場を入力データとして，それらを満たすように曲面形状を修正することによって，実際に曲面上から臍点を除去することが可能となる．

7.5 結果

本研究では，造船所によって提供された垂線間長 278 m のばら積み船の船首部 (Model : Bow) に提案手法を適用した．すべての計算例は，C++言語で実装されたシステムに対して，Core i7-8700K 3.7GHz プロセッサ，32GB RAM を搭載した PC で実施されている．最適化計算を行う際は，すべてのモデルについて，Bounding-Box 対角線長が 100 になるように寸法を一時的に調整した．これは式 (7.8) の各エネルギー関数の重み係数の設定を容易にするためである．

7.5.1 曲率線の平滑化

船首部と船尾部の近くでは曲率線の流れが急激に変化している (図 7.9 参照)．本研究では船首部に提案手法を適用した検証例を示す．

図 7.10 の上段と下段は，それぞれ曲率線平滑化の適用前後の様子を示している．図 7.10 (a) と (b) に示すように，曲面の領域全体の主方向場を滑らかにするために，大きなガウス関数の標準偏差 σ の値を使用すると，元の曲率線の流れが大幅に変わり，形状の特徴が失われてしまう可能性がある．そのため，本研究では 3 つのステップに分けて，ガウシアン

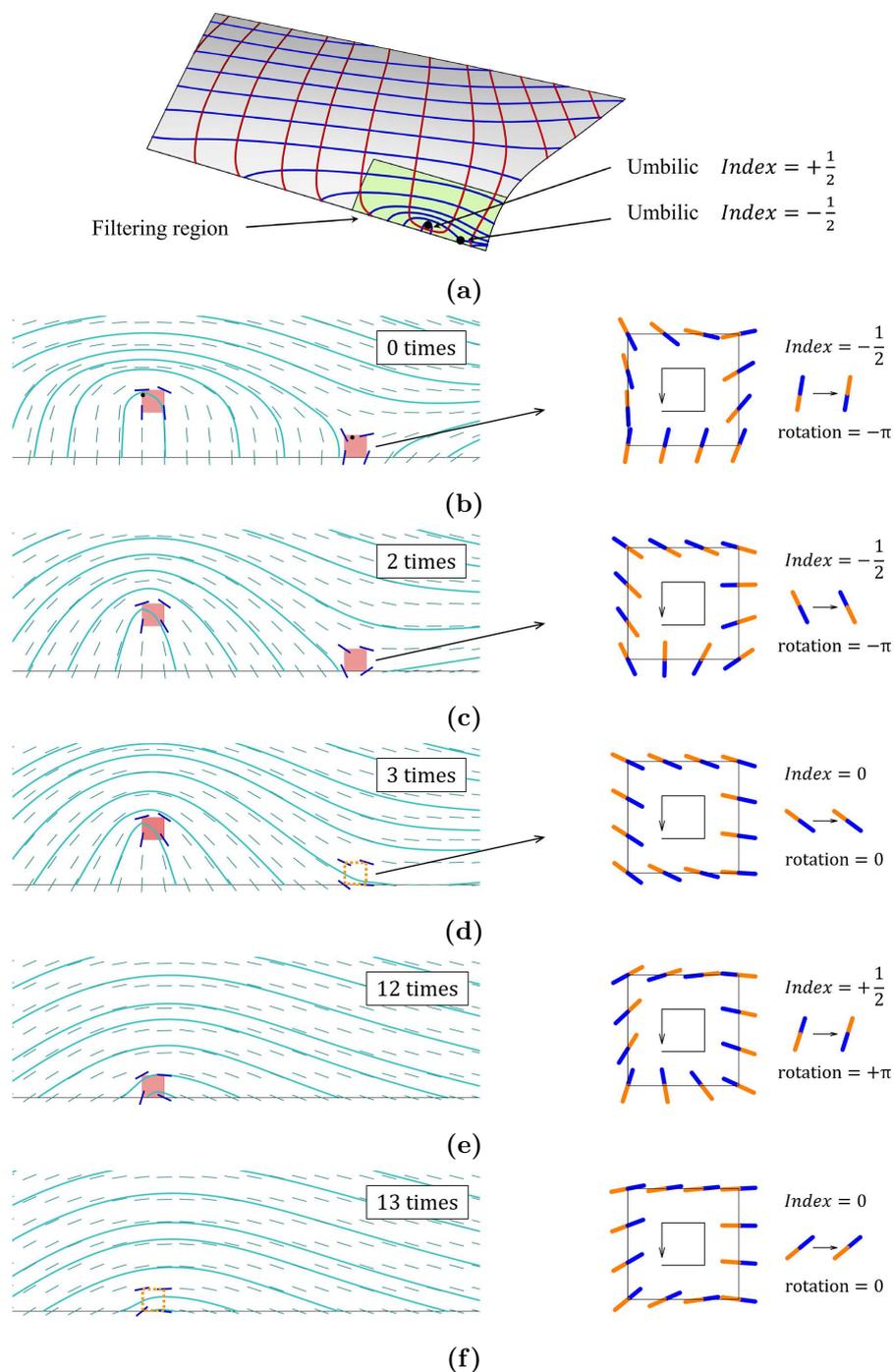


図 7.8: 外板曲面から臍点を除去する過程 ([22] からの転載). フィルタサイズ 11×11 および $\sigma=2.0$ のガウシアンフィルタを用いて臍点が除去された主方向場データを作成する様子. (a) Geometry 空間における外板曲面とその曲率線. (b) 離散的に抽出したパラメータ空間内の主方向と疑似曲率線. ここで黒い点は真の臍点, 赤い領域は index がゼロでない領域を示している. (c) ガウシアンフィルタを 2 回適用した様子. (d) 3 回適用. (e) 12 回適用. (f) 13 回適用.

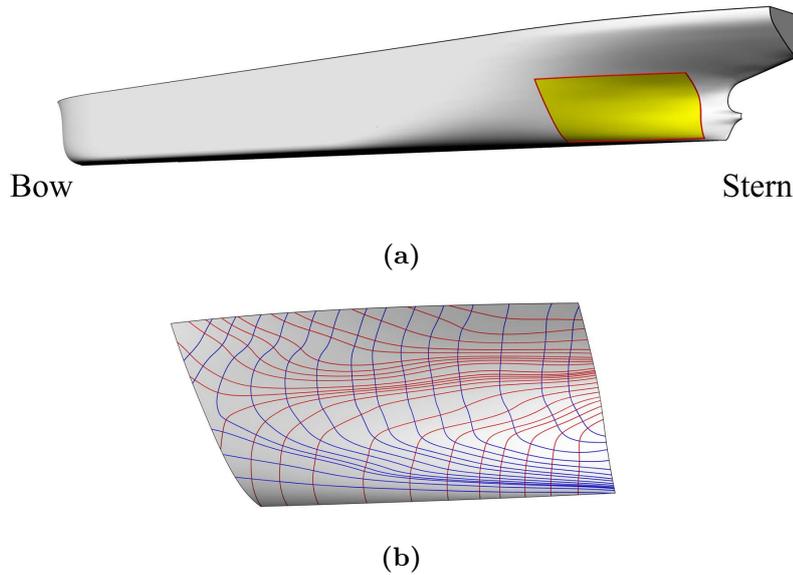


図 7.9: 船尾で著しく変化する曲率線の流れ ([22] からの転載). (a) 船尾の曲面の位置. (b) (a) に示す曲面の曲率線.

フィルタを適用した. 図 7.10 (a) に示すように, 最初のステップでは領域全体の小さな歪みをとることを目的に, フィルタサイズ 5×5 , $\sigma = 0.5$ の設定でフィルタを適用した. 次に 2 番目のステップでは, 3 分の 1 の領域に対して, フィルタサイズ 7×7 , $\sigma = 1.0$ の設定でフィルタを適用した. 最後に 3 番目のステップでは, フィルタサイズ 7×7 と $\sigma = 1.0$ の設定でフィルタを適用した. 以上の操作により, 図 7.10 (e) における疑似曲率線の様子が示すように, 平滑化された主方向場の入力データを得ることができた. ガウシアンフィルタの設定パラメータの詳細を表 7.2 に示す.

船首部曲面の最適化の際には, 曲面の境界曲線の形状が変化しないように, 曲面境界の制御点は目的関数の変数から除外した. さらに, 右舷側と左舷側との間の曲率の連続性がそのまま維持されるように, 船首先頭部から 2 列目の制御点については, $y = 0$ の平面の法線ベクトル方向に沿ってのみ移動するように拘束した.

図 7.10 の下段の画像は最適化後の結果である. 図に示されるように, 曲率線の流れはより滑らかになり, そしてゼブラマッピングの模様もきれいになった. 提案手法を用いることで, 船体曲面の平滑性を向上させ, 同時に曲率線の流れも滑らかにすることができた. 入力 of B-spline 曲面の最大許容変形量は, 船長に対する 0.05%, つまり 139mm に設定した [81].

船首部曲面の曲率線を平滑化することを目的とした最適化計算の結果を表 7.3 に示す. 重み係数 w_p と w_f の値の設定は, 最適化による曲面の変形量と大きく関係する. そこで曲面の変形量を船長の 0.05 % 以内に抑えるために, 最適化の試行を繰り返し, 船首部曲面の最適化計算には重み係数をそれぞれ $w_p = 5.0$ と $w_f = 2.0$ の値に決定した. 表 7.3 に示されるように, 曲面の最大変形量は 101mm であり, これは設定した許容変形量の範囲内である. 目的関数の変数の数は 378 と比較的多く, そのために最適化計算には約 40 分の時間を要した.

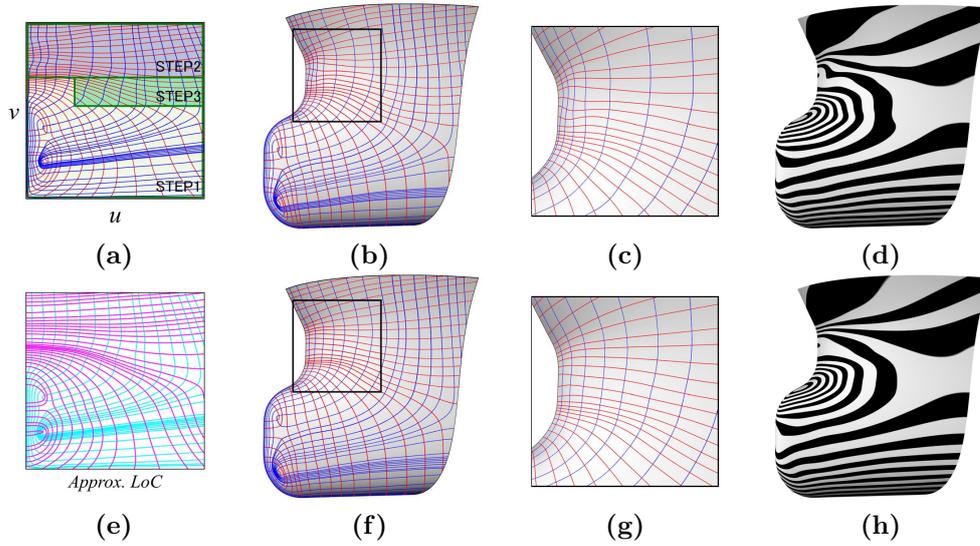


図 7.10: 船首部曲面 (Model : Bow) の最適化 ([22] からの転載). 上段は最適化前の状態, 下段は最適化後の状態. 左から右へ, パラメータ空間の曲率線 ((e) は入力の主方向場データ), Geometry 空間の曲率線, 拡大図, ゼブラマッピング.

表 7.2: 入力の B-spline 曲面に関する情報, およびガウシアンフィルタリングで使用される設定パラメータ ([22] からの転載).

Model	B-spline surface		Gaussian Filtering				
	# of ctrl pts	Bbox diag-len [m]	(step1)	# of sampling pts	# of iterations	Filter size	σ
Bow	11×16	31.9	(step1)	100×100	20	5×5	0.5
			(step2)		30	7×7	1.0
			(step3)		30	7×7	1.0
Plate A	8×8	3.56		100×100	115	15×15	4.0
Plate B	11×9	6.64		100×100	20	15×15	3.0
Plate C	9×9	3.32		100×100	80	15×15	4.0

表 7.3: 船首部曲面と外板曲面の最適化計算の結果 ([22] からの転載). ここで d_{Ave} と d_{Max} はそれぞれ, 最適化計算において生じた入力曲面からの平均と最大変形量を示している.

Model	# of variables	w_p [m ²]	w_f [m ²]	d_{Ave} [mm]	d_{Max} [mm]	Time [s]
Bow	378	5.0	2.0	1.87×10^1	1.01×10^2	2445
Plate A	48	2.0×10^{-5}	0.0	5.61×10^{-2}	7.04×10^{-1}	5
Plate B	75	5.0×10^{-6}	0.0	1.96×10^{-2}	3.22×10^{-1}	6
Plate C	72	1.0×10^{-5}	0.0	2.20×10^{-2}	4.97×10^{-1}	9

7.5.2 曲面の境界近傍からの臍点の除去

index の指標を計算することによって、3つの臍点が最適化後の船首部曲面から検出された。そこで船首部曲面について、3つの臍点が曲面の境界部近くに位置するように、合計 28 枚の外板曲面に分割した (図 7.11 (b) 参照)。臍点が含まれる外板 A, B, C の index の指標はそれぞれ、 $+\frac{1}{2}$ (レモン型またはモンスター型の内、目視によりレモン型と判断した)、 $+\frac{1}{2}$ (レモン型またはモンスター型の内、目視によりレモン型と判断した)、および $-\frac{1}{2}$ (スター型) であった。

外板 A, B, C は、船首部曲面から抽出したトリム曲面である。そのため曲面の境界に沿って制御点が配置されておらず、最適化計算の際に曲面の境界曲線を厳密に固定することができない。そのため各トリム曲面から密な点群を抽出し、1枚の B-spline 曲面にそれぞれ再構築した。点群フィッティングの際には、点群と再構築曲面との最大距離誤差が Bounding-Box 対角線長の $2.0 \times 10^{-2}\%$ 以内に収まるようにした [54]。臍点を除去するための最適化計算には、再構築した外板曲面 (Model: Plate A, B, C) を利用し、隣接するトリム曲面と境界部の隙間がそれ以上大きくならないように、最適化計算の際に境界の制御点を固定した。臍点が存在しない入力の主方向場データを作成するために、外板曲面 A, B, C にガウシアンフィルタを適用した。その際に、フィルタは曲面全体ではなく、臍点を含む境界付近の領域のみに適用した (図 7.12 の緑色の領域)。フィルタの設定パラメータの詳細を表 7.2 に示す。

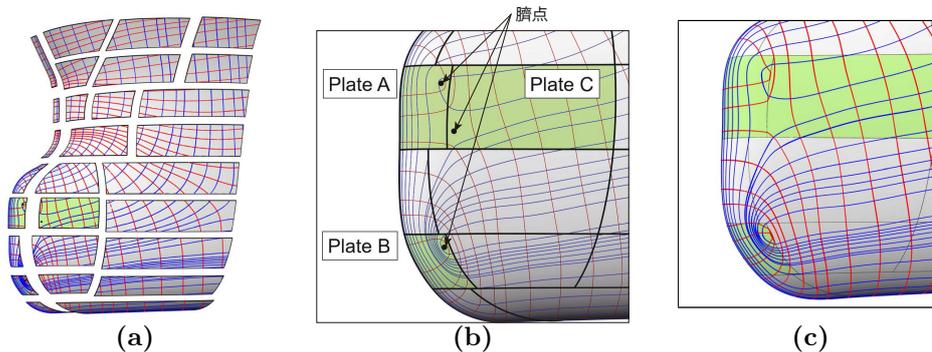


図 7.11: 船首部曲面の分割 ([22] からの転載). (a) 船首部曲面 (Model: Bow) を 28 枚の外板に分割した様子. (b) (a) の拡大図. 3つの黒点は臍点を示している. (c) 3つ臍点を最適化計算により除去した後に、船首部曲面全体で曲率線を再計算した様子.

外板 A, B, および C についての最適化の計算結果を、表 7.3 ならびに、図 7.1 (b) と図 7.12 に示す。入力曲面の状態から臍点除去のために生じた曲面の最大変形量は、3つの場合すべてにおいて 1.0mm 以下である。図 7.11 (c) は曲率線が外板の境界部でも連続するように、船首部全体で再計算し直した曲率線の様子を示している。外板 A, B, C は、1枚の B-spline 曲面に再構築したため、周囲の外板曲面との曲率連続は失われているが、微小の変形量である。ここで公益社団法人 日本船舶海洋工学会が定める日本鋼船工作法精度標準 (*Japanese Shipbuilding Quality Standard, JSQS*) [82] によると、外板における設計形状との成形加工誤差について、標準範囲で $\pm 2.5\text{mm}$ 、許容限界を $\pm 5.0\text{mm}$ までと定めている。つまりこの誤差の範囲内では、外板成形後は、弾性変形の範囲内で周囲の外板と滑らかに溶接することが可能である。それと比べて提案手法では、曲面の変形量は 1.0mm 以内

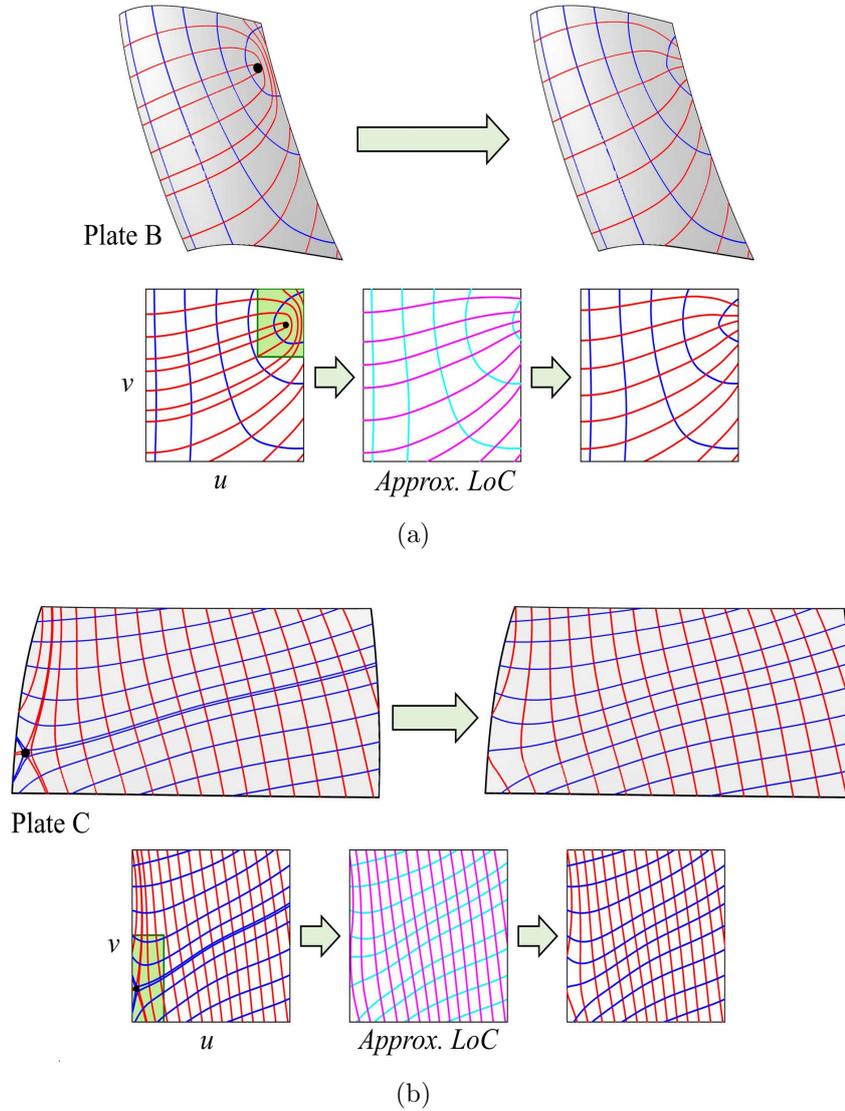


図 7.12: 外板 B,C からの臍点の除去 ([22] からの転載). 上から下へ, Geometry 空間における曲面とその曲率線, パラメータ空間における曲率線. 左から右へ, 形状の最適化計算の前後. 下段中央のマゼンタ色とシアン色の曲線は, 入力の主方向場から計算した疑似曲率線を示している. (a) 外板曲面 B の結果. (b) 外板曲面 C の結果.

に抑えており、したがって施工上に問題は無く、船の流体力学的特性にも影響は出ない。

7.5.3 ペーパークラフトによる成形シミュレーション

28 個の外板曲面について、第 6 章で提案した改良型曲率線展開法を用いて平面展開図を出力した。出力されたゼブラ展開図のゼブラ部分をガス加熱で収縮させることで、平面展開された外板は元の形状に復元される。ここでは簡単に切断、接着、曲がりをつけることができる紙を材料にして、ペーパークラフトを用いてこの外板成形の様子を模擬した。また紙は剛性が小さいため、形状を自立させるために、3D プリンタで造形した簡易的なサポートを用意した。図 7.13 に示すように、主要なストリップをカットして貼り合わせることで形状を復元した。成形曲面上の滑らかな曲率線を視覚化するために、青と白の 2 色の色紙を使用している。図から分かるように、色紙の境目となっている曲率線は提案手法によって滑らかになっている様子がわかる。紙をハサミで切断することによって黒いゼブラを除去する手順は、線状加熱による鋼材の収縮を模擬しており、一方、切り出した展開図を曲げて、それらを 3D プリンタで成形した型の曲がりに合わせて接着する手順は、外板のプレス曲げを模擬している。

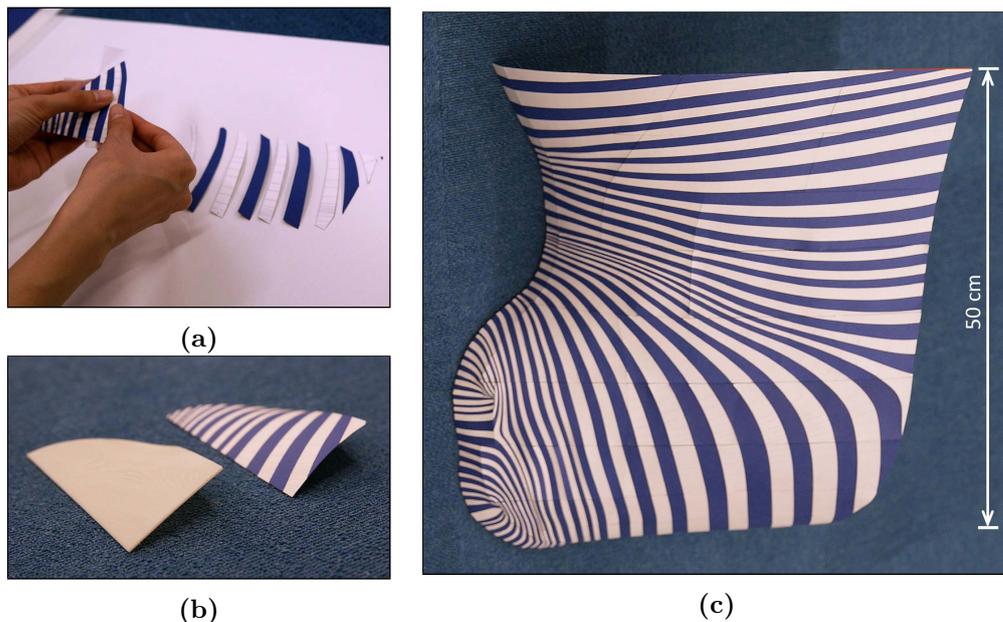


図 7.13: ペーパークラフトによる船首部曲面の復元 ([22] からの転載). ストリップ状の展開図を切断して接着することによって製作される。2 色の色紙を利用することで滑らかな曲率線の様子が可視化されている。成形プロセスは曲率線展開法による外板成形を模擬している。(a) ペーパークラフトの成形過程。(b) 3D プリンタで造形した外板形状と紙で成形した形状の比較。(c) ペーパークラフトで再現された船首部曲面。

7.6 まとめ

本研究では，B-spline 曲面のパラメータ空間において平滑化された主方向場に基づく曲率線の平滑化手法を提案した．さらに，曲率線に基づく外板の成形手法が造船にて実際に適用できるように，外板曲面から臍点を除去する手法を提案した．本研究では，提案手法を船体曲面に適用したが，本手法は汎用的であり，他の工学分野にも容易に適用することが可能である．提案手法の Limitation は以下の通りである．

- 曲面の中央付近に臍点が安定して存在する場合には，微小の変形量では曲面から臍点を除去することは困難である．
- 境界曲線を拘束している場合などにおいて，入力的主方向場が幾何的に実現できない場合には，入力的主方向場を満たす形状に曲面を修正することはできない．

今後は，提案手法を用いて実際の造船所にて実験を行う予定である．

第8章 結論

本研究では、曲率線展開法の更なる適用拡大に向けて、以下の3つの課題を掲げた。

- 曲率線展開法の適用には自由曲面の3次元CADモデルが必要となるが、その設計作業は容易ではないため、柔軟なモデリング手法の確立が望まれる
- 展開アルゴリズムに精度向上の余地があるため、手法の改良が望まれる
- 曲面上の曲率線の歪みや急激な変化により、手法が適用できない場合があるため、曲率線を任意に制御できる曲面の編集手法の確立が望まれる

これらに対して、本研究では以下の3つの研究テーマを設定し、それぞれ課題の解決に取り組んだ。

- 反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法（第5章）
- 曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法（第6章）
- 曲率線に基づく自由曲面の編集手法（第7章）

以下に、研究課題の成果をまとめ、今後の展望について述べる。

8.1 研究の成果

反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法（第5章）では、B-spline曲面の新しい生成/編集手法を提案した。提案手法により、断面曲線を補間するスキニング曲面の生成、曲面の局所的な領域の平坦化、ならびに薄板の曲げ歪みエネルギーに基づく曲面フェアリングを、フィッティング手法の一つである反復幾何処理手法を用いて実現することを可能とした。本研究では、提案手法をばら積み船の線図データに適用することによって、その有効性を検証した。本研究の成果により、設計者は従来よりもユーザーにとって直感的で、かつ必要なフィッティング精度に応じて3次元CADモデルを柔軟に生成することが可能になったといえる。しかし、曲面を生成するために必要な設定パラメータは依然として数多く存在しており、高品質な曲面を生成するためには、trial and errorの検証作業は必要不可欠である。開発したモデリング手法は、自由曲面を有する工業製品の形状設計に適用可能な汎用的な手法であり、今後は曲率線展開法との連携利用が期待される。

曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法（第6章）では、従来の曲率線展開法の展開アルゴリズムを改良し、展開精度を向上させた改良型曲率線展開法を提案した。本手法では曲面上の曲率線で囲まれた曲率線パッチを基準とした新しい展開アプローチを採用した。本手法を用いることで、従来法のような展開形状も作成可能である他、ストリップ（帯）状の展開図も生成することができる。また従来法と比べて展開精度が向上したことに加え、

これまでは展開の障害となっていた曲率線の特異点である臍点が存在する場合でも展開が可能となった。さらにストリップ状の展開図を用いた自由曲面の新しい成形法として、積層ならびに編込みによる手法を提案した。本研究では、自動車や新幹線など、数多くの複雑な自由曲面形状のモデルに適用することで、提案手法の有効性を検証した。くわえて第 7 章では、本手法を船体曲面に適用することで、造船分野にも問題なく適用可能であることを示した。本手法は芸術的なハンドバッグ製品など、実際に産業用途として既に実展開がされている [6]。本研究の成果により、従来の曲率線展開法よりも高精度な展開図生成が可能になったことにくわえ、3次元形状の新しい造形法を提案したことにより、今後も造船分野に限らず、様々な産業分野への適用拡大が期待される。

曲率線に基づく自由曲面の編集手法（第 7 章）では、曲率線に基づく新たな曲面編集技術を提案した。曲率線展開法に基づく 3次元形状の成形アプローチは、曲率線の状態によっては成形作業が困難になる場合があったが、提案手法により曲率線の流れを任意に制御することができるようになり、曲率線展開法に適した曲面形状に修正することを可能とした。実際に、ばら積み船の船首部曲面に提案手法を適用することにより、その有効性を検証した。本研究の成果により、これまで曲率線展開法の適用が適さなかった曲面形状に対しても適用可能な形状に曲面を修正することが可能となったため、本手法を用いることにより曲率線展開法の更なる普及が期待される。

8.2 今後の課題と展望

本論文における研究成果が産業へ実展開され、曲率線展開法に基づく設計/造形手法が広く普及するためには、引き続き更なる研究が必要である。

反復幾何処理手法を用いた自由曲面の構築手法（第 5 章）では、反復幾何処理手法に基づく新しい曲面生成/編集技術を提案したが、今後は様々な船体データやプロペラデータなどにも適用して実用化に向けた具体的な課題を抽出する。また実展開という面で、造船用 3次元 CAD ソフトウェアへの組み込みならびに、ユーザーが使いやすい直感的な GUI の開発についても検討する。

曲率線に基づく自由曲面の展開と造形手法（第 6 章）では、展開過程において曲率線パッチの角度誤差を評価することにより、設計曲面の領域ごとの復元精度を推測することが可能になった。しかし、展開図を用いた全体の復元形状をコンピュータ上で再現するまでに至らず、展開図を用いてどの程度まで設計曲面を復元し得るかが評価できず、この点について課題を残した。現状では、角度誤差が大きい曲率線パッチは復元精度が悪いと判断できるため該当箇所に曲率線を増やすことで、復元精度を向上させて対応している。また提案手法では、それぞれの曲率線パッチに着目して局所的な最適化を行うアプローチを採用した。研究で検証した数多くのモデルの例では、復元精度に大きな問題は生じなかったものの、大域的な最適化のアプローチに対する比較検討の余地を残している。その他、曲率線以外の曲面上の任意の曲線群を展開基線とする展開図の生成アプローチも、造船分野以外の産業において要望があり、そのような手法の確立が望まれる。

曲率線に基づく自由曲面の編集手法（第 7 章）では、曲率線に基づいて曲面を編集することを可能としたが、目的関数の変数が、関係する曲面の制御点の数に依存するため、制御点が多い複雑な曲面では変数の数が膨大となり、計算時間が増大してしまう。くわえて変数の数が膨大になると、大域的な最適解を求めることは困難になる。曲面の制御点の数

に対して，どの程度まで提案手法が適用可能であるかは引き続き検証が必要である．また主方向場の編集には，ガウシアンフィルタを用いたが，よりユーザーが任意に入力の曲率線の流れを指定できるような，高度なインタラクティブ性を有する入力データの生成手法が望まれる．他にも曲面上の曲率線の流れと，船舶を含む工業製品の力学的特性について，その関係性を明らかにする必要がある．

付録A Appendix

A.1 曲率線の展開

Theorem A line of curvature on a surface can be developed onto a plane using the geodesic curvature along the line of curvature.

定理 曲面上の曲率線は曲率線に沿った測地線曲率を用いて平面上に展開する事が出来る。

曲面 $\mathbf{R}(u, v)$ 上の曲率線 $\mathbf{c}(s)$ に沿った $\mathbf{U}=\mathbf{N}\times\mathbf{t}$ で形成される曲面 $\mathbf{Q}(s, t)$ を以下のように考える (図1 参照) :

$$\mathbf{Q}(s, t) = \mathbf{c}(s) + t\mathbf{U}(s). \quad (\text{A.1.1})$$

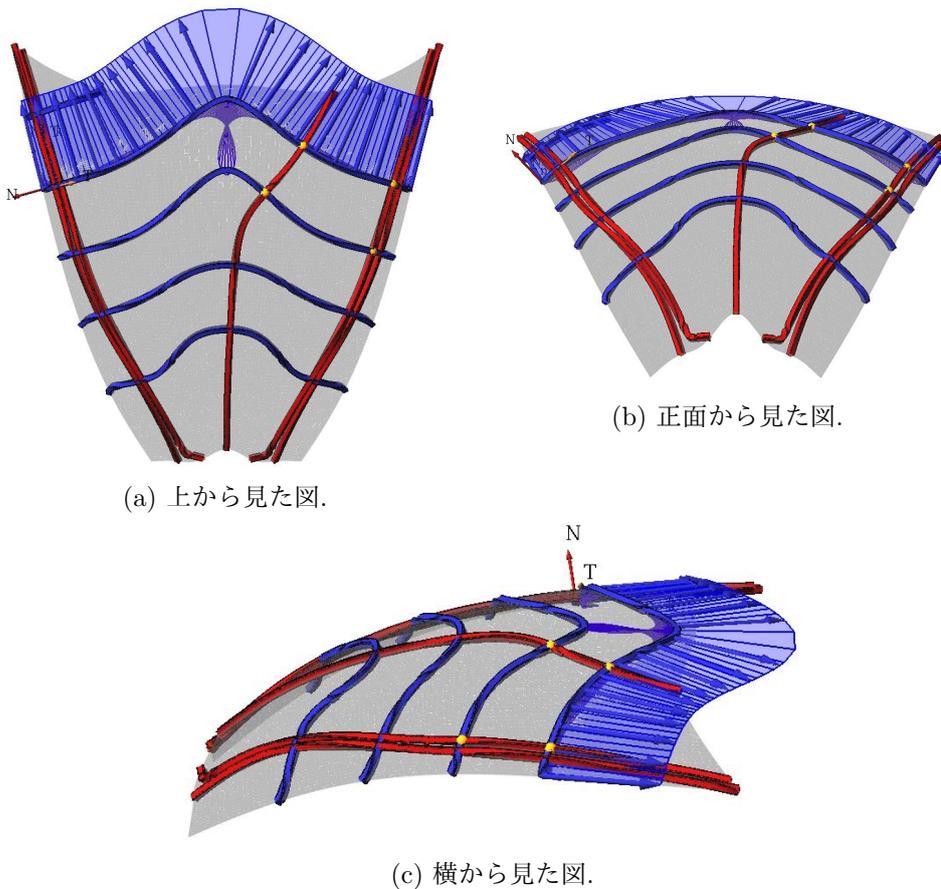


図 1: 曲率線に沿った $\mathbf{U} = \mathbf{N} \times \mathbf{t}$ のベクトルで形成される可展面.

この時, 第二基本形式 $M_Q = [\mathbf{t} \ \mathbf{U} \ \mathbf{U}']$, $N_Q = 0$ である事が容易に分かる. この時, $[\mathbf{t} \ \mathbf{U} \ \mathbf{U}']$

はスカラー三重積である。このとき、

$$\begin{aligned} [\mathbf{t} \mathbf{U} \mathbf{U}'] &= \mathbf{t} \times (\mathbf{N} \times \mathbf{t}) \cdot (\mathbf{N} \times \mathbf{t})' \\ &= \mathbf{N} \cdot (\mathbf{N}' \times \mathbf{t} + \mathbf{N} \times \mathbf{t}') = [\mathbf{t} \mathbf{N} \mathbf{N}'], \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

であり、曲率線に沿ったロドリゲスの式 $\mathbf{N}' = -\kappa \mathbf{t}$ [13] より、 $M_Q = [\mathbf{t} \mathbf{U} \mathbf{U}'] = 0$ を得る。そのため、曲面 $\mathbf{Q}(s, t)$ のガウス曲率は0になる。これは $\mathbf{Q}(s, t)$ が可展面であることを証明する。

$\mathbf{Q}(s, t)$ の曲面法線ベクトル \mathbf{N}_Q は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_Q &= \mathbf{Q}_s \times \mathbf{Q}_t = \mathbf{c}' \times \mathbf{U} + t\mathbf{U}' \times \mathbf{U} \\ &= \mathbf{t} \times \mathbf{U} + t\mathbf{U}' \times \mathbf{U}. \end{aligned} \quad (\text{A.1.3})$$

$t = 0$ に沿った可展曲面の曲面法線が \mathbf{N} と等しいことは容易に証明出来る。i.e. $\mathbf{N}_Q(s, 0) = \mathbf{N}$ 。曲面 $\mathbf{R}(u, v)$ 上の曲率線に沿った曲面法線ベクトルと $\mathbf{Q}(s, 0)$ が一致するので、両方の曲面の $\mathbf{c}(s)$ に沿った測地線曲率 $\kappa_g = [\mathbf{N} \mathbf{c}' \mathbf{c}'']$ は等しく、そのため $\mathbf{R}(u, v)$ 上の曲率線は、等尺曲面 (isometric surface) 上の曲線 (曲面 $\mathbf{Q}(s, t)$ と平面) は対応する点において同じ測地線曲率を有する [16, 83] という事実に基づき、測地線曲率を平面曲線での曲率に用いて平面に展開出来る。これにより、この定理の証明が完成する。

A.2 曲率線に沿った測地線曲率の導出

パラメトリック曲面上の曲率線に沿った測地線曲率 κ_g の計算方法を記載する [15]。曲率線は一般的に、曲面上の曲線として扱われるが、空間曲線としても扱うことができる。異なる数式表現を等式として結ぶことにより u'', v'', κ_g を未知数とした、以下の2つの線形システムを得ることができる。

$$\begin{bmatrix} E & F & -(\mathbf{R}_u \cdot \mathbf{U}) \\ F & G & -(\mathbf{R}_v \cdot \mathbf{U}) \\ L - \kappa_p E & M - \kappa_p F & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'' \\ v'' \\ \kappa_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_2 \cdot \mathbf{R}_u \\ \alpha_2 \cdot \mathbf{R}_v \\ \beta_1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.2.1})$$

または、

$$\begin{bmatrix} E & F & -(\mathbf{R}_u \cdot \mathbf{U}) \\ F & G & -(\mathbf{R}_v \cdot \mathbf{U}) \\ M - \kappa_p F & N - \kappa_p G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'' \\ v'' \\ \kappa_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_2 \cdot \mathbf{R}_u \\ -\alpha_2 \cdot \mathbf{R}_v \\ \bar{\beta}_1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.2.2})$$

もし不等式 $|L - \kappa_p E| \geq |N - \kappa_p G|$ を満たすならば式 (A.2.1) を解き、満たさない場合は式 (A.2.2) を解く。このとき

$$\alpha_2 = \mathbf{R}_{uu}(u')^2 + 2\mathbf{R}_{uv}u'v' + \mathbf{R}_{vv}(v')^2, \quad (\text{A.2.3})$$

$$\beta_1 = -(L' - \kappa_p' E - \kappa_p E')u' - (M' - \kappa_p' F - \kappa_p F')v', \quad (\text{A.2.4})$$

$$\bar{\beta}_1 = -(M' - \kappa_p' F - \kappa_p F')u' - (N' - \kappa_p' G - \kappa_p G')v', \quad (\text{A.2.5})$$

である。以上の線形システムを曲率線上の各点について解くことにより、曲率線に沿った測地線曲率 κ_g を計算することができる。

A.3 測地線曲率を曲率とする平面曲線の計算方法

第 2.3 章より,

$$\mathbf{k} = \kappa \mathbf{n} = (x'', y'', z'')^T. \quad (\text{A.3.1})$$

ここで \mathbf{k} は曲線の曲率ベクトル, κ は曲率, \mathbf{n} は単位主法線ベクトルである. 曲線が平面曲線と仮定すると,

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_z \times \mathbf{t} = (0, 0, 1)^T \times (x', y', 0)^T = (-y', x', 0)^T. \quad (\text{A.3.2})$$

また $\kappa = \kappa_g(s)$ より,

$$(x'', y'', z'')^T = \kappa_g(s)(-y', x', 0)^T. \quad (\text{A.3.3})$$

したがって, $\kappa_g(s)$ を曲率とする平面曲線を求めるには, 次の連立非線形常微分方程式の初期値問題を解けばよい.

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{ds^2} + \kappa_g(s) \frac{dy}{ds} = 0, \\ \frac{d^2y}{ds^2} - \kappa_g(s) \frac{dx}{ds} = 0. \end{cases} \quad (\text{A.3.4})$$

ここで, $\frac{dx}{ds} = p$, $\frac{dy}{ds} = q$ とおくと, 式 (A.3.4) は, 以下のように整理される.

$$\begin{cases} p' = -\kappa_g(s)q, \\ q' = \kappa_g(s)p. \end{cases} \quad (\text{A.3.5})$$

数値積分法を用いて式 (A.3.5) を計算すれば, 測地線曲率 $\kappa_g(s)$ を曲率 κ にもつ平面曲線を得ることができる.

A.4 オフセット曲面の微分

Surface normal

はじめに, オフセット曲面の導関数の計算に必要となる式を記載する.

$$\mathbf{S} = \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v \quad (\text{A.4.1})$$

$$\mathbf{S}_u = \mathbf{r}_{uu} \times \mathbf{r}_v + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{uv} \quad (\text{A.4.2})$$

$$\mathbf{S}_v = \mathbf{r}_{uv} \times \mathbf{r}_v + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{vv} \quad (\text{A.4.3})$$

$$\mathbf{S}_{uu} = \mathbf{r}_{uuu} \times \mathbf{r}_v + 2\mathbf{r}_{uu} \times \mathbf{r}_{uv} + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{uuv} \quad (\text{A.4.4})$$

$$\mathbf{S}_{uv} = \mathbf{r}_{uuv} \times \mathbf{r}_v + 2\mathbf{r}_{uu} \times \mathbf{r}_{vv} + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{uvv} \quad (\text{A.4.5})$$

$$\mathbf{S}_{vu} = \mathbf{r}_{uvv} \times \mathbf{r}_v + 2\mathbf{r}_{uv} \times \mathbf{r}_{vv} + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{vvv} \quad (\text{A.4.6})$$

$$\mathbf{S}_{uuu} = \mathbf{r}_{uuuu} \times \mathbf{r}_v + 3\mathbf{r}_{uuu} \times \mathbf{r}_{uv} + 3\mathbf{r}_{uu} \times \mathbf{r}_{uuv} + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{uuuv} \quad (\text{A.4.7})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{uuv} = & \mathbf{r}_{uuuv} \times \mathbf{r}_v + \mathbf{r}_{uuv} \times \mathbf{r}_{uv} + \mathbf{r}_{uuu} \times \mathbf{r}_{vv} \\ & + 2\mathbf{r}_{uu} \times \mathbf{r}_{uvv} + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{uuvv} \end{aligned} \quad (\text{A.4.8})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{uvv} = & \mathbf{r}_{uuvv} \times \mathbf{r}_v + 2\mathbf{r}_{uuv} \times \mathbf{r}_{vv} + \mathbf{r}_{uu} \times \mathbf{r}_{vvv} + \mathbf{r}_{uv} \times \mathbf{r}_{uvv} \\ & + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{uvvv} \end{aligned} \quad (\text{A.4.9})$$

$$\mathbf{S}_{vvv} = \mathbf{r}_{uvvv} \times \mathbf{r}_v + 3\mathbf{r}_{uvv} \times \mathbf{r}_{vv} + 3\mathbf{r}_{uv} \times \mathbf{r}_{vvv} + \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_{vvvv} \quad (\text{A.4.10})$$

Scalar magnitude of surface normal

$$S = |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| = \sqrt{EG - F^2} \quad (\text{A.4.11})$$

$$S_u = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_u}{S}, \quad S_v = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_v}{S} \quad (\text{A.4.12})$$

$$S_{uu} = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_{uu} + \mathbf{S}_u \cdot \mathbf{S}_u - S_u^2}{S} \quad (\text{A.4.13})$$

$$S_{uv} = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_{uv} + \mathbf{S}_u \cdot \mathbf{S}_v - S_u S_v}{S} \quad (\text{A.4.14})$$

$$S_{vv} = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_{vv} + \mathbf{S}_v \cdot \mathbf{S}_v - S_v^2}{S} \quad (\text{A.4.15})$$

$$S_{uuu} = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_{uuu} + 3\mathbf{S}_u \cdot \mathbf{S}_{uu} - 3S_u \cdot S_{uu}}{S} \quad (\text{A.4.16})$$

$$S_{uuv} = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_{uuv} + \mathbf{S}_v \cdot \mathbf{S}_{uu} + 2\mathbf{S}_u \cdot \mathbf{S}_{uv} - S_v S_{uu} - 2S_{uv} S_u}{S} \quad (\text{A.4.17})$$

$$S_{uvv} = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_{uvv} + \mathbf{S}_u \cdot \mathbf{S}_{vv} + 2\mathbf{S}_v \cdot \mathbf{S}_{uv} - S_u S_{vv} - 2S_{uv} S_v}{S} \quad (\text{A.4.18})$$

$$S_{vvv} = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_{vvv} + 3\mathbf{S}_v \cdot \mathbf{S}_{vv} - 3S_v \cdot S_{vv}}{S} \quad (\text{A.4.19})$$

オフセット曲面の3階微分までの導関数

オフセット曲面の導関数は、オリジナル曲面に対する曲面法線方向のオフセット量を d とすれば、以下のように求められる。

$$\hat{\mathbf{r}}_u = \mathbf{r}_u + d \frac{\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u}{S^2} \quad (\text{A.4.20})$$

$$\hat{\mathbf{r}}_v = \mathbf{r}_v + d \frac{\mathbf{S}_v S - \mathbf{S} S_v}{S^2} \quad (\text{A.4.21})$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{uu} = \mathbf{r}_{uu} + d \frac{S(\mathbf{S}_{uu} S - \mathbf{S} S_{uu}) - 2S_u(\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u)}{S^3} \quad (\text{A.4.22})$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{uv} = \mathbf{r}_{uv} + d \frac{S(\mathbf{S}_{uv} S + \mathbf{S}_u S_v - \mathbf{S}_v S_u - \mathbf{S} S_{uv}) - 2S_v(\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u)}{S^3} \quad (\text{A.4.23})$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{vv} = \mathbf{r}_{vv} + d \frac{S(\mathbf{S}_{vv} S - \mathbf{S} S_{vv}) - 2S_v(\mathbf{S}_v S - \mathbf{S} S_v)}{S^3} \quad (\text{A.4.24})$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_{uuu} = \mathbf{r}_{uuu} + d [& S\{S(\mathbf{S}_{uuu} S + \mathbf{S}_{uu} S_u - \mathbf{S}_u S_{uu} - \mathbf{S} S_{uuu}) \\ & + S_u(\mathbf{S}_{uu} S - \mathbf{S} S_{uu}) - 2S_u(\mathbf{S}_{uu} S - \mathbf{S} S_{uu}) - 2S_{uu}(\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u)\} \\ & - 3S_u\{S(\mathbf{S}_{uu} S - \mathbf{S} S_{uu}) - 2S_u(\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u)\}] / S^4 \end{aligned} \quad (\text{A.4.25})$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_{uuv} = \mathbf{r}_{uuv} + d [& S\{S(\mathbf{S}_{uuv} S + \mathbf{S}_{uu} S_v - \mathbf{S}_v S_{uu} - \mathbf{S} S_{uuv}) \\ & + S_v(\mathbf{S}_{uu} S - \mathbf{S} S_{uu}) - 2S_u(\mathbf{S}_{uv} S + \mathbf{S}_u S_v - \mathbf{S}_v S_u - \mathbf{S} S_{uv}) - 2S_{uv}(\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u)\} \\ & - 3S_v\{S(\mathbf{S}_{uu} S - \mathbf{S} S_{uu}) - 2S_u(\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u)\}] / S^4 \end{aligned} \quad (\text{A.4.26})$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_{uvv} = \mathbf{r}_{uvv} + d [& S\{S(\mathbf{S}_{uvv} S + \mathbf{S}_{vv} S_u - \mathbf{S}_u S_{vv} - \mathbf{S} S_{uvv}) \\ & + S_u(\mathbf{S}_{vv} S - \mathbf{S} S_{vv}) - 2S_v(\mathbf{S}_{uv} S + \mathbf{S}_v S_u - \mathbf{S}_u S_v - \mathbf{S} S_{uv}) - 2S_{uv}(\mathbf{S}_v S - \mathbf{S} S_v)\} \\ & - 3S_u\{S(\mathbf{S}_{vv} S - \mathbf{S} S_{vv}) - 2S_v(\mathbf{S}_v S - \mathbf{S} S_v)\}] / S^4 \end{aligned} \quad (\text{A.4.27})$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_{vvv} = \mathbf{r}_{vvv} + d [& S\{S(\mathbf{S}_{vvv} S + \mathbf{S}_{vv} S_v - \mathbf{S}_v S_{vv} - \mathbf{S} S_{vvv}) \\ & + S_v(\mathbf{S}_{vv} S - \mathbf{S} S_{vv}) - 2S_v(\mathbf{S}_{vv} S - \mathbf{S} S_{vv}) - 2S_{vv}(\mathbf{S}_v S - \mathbf{S} S_v)\} \\ & - 3S_v\{S(\mathbf{S}_{vv} S - \mathbf{S} S_{vv}) - 2S_v(\mathbf{S}_v S - \mathbf{S} S_v)\}] / S^4 \end{aligned} \quad (\text{A.4.28})$$

A.5 4曲線パッチのNewton法計算に用いる微分値

4曲線パッチの形状最適化計算のために必要となる導関数は以下のとおりである。

First derivatives:

$$\dot{\omega}_0 = \dot{\Psi}_0 = 1 \quad (\text{A.5.1})$$

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\Psi}_1 = \dot{\theta}_1 + \dot{\alpha}_0 \quad (\text{A.5.2})$$

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\Psi}_2 = \dot{\alpha}_1 \quad (\text{A.5.3})$$

$$\dot{\omega}_3 = \dot{\Psi}_3 = -(1 + \dot{\alpha}_0 + \dot{\theta}_1 + \dot{\alpha}_1) \quad (\text{A.5.4})$$

$$\dot{\alpha}_0 = -\frac{\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_0}{\sqrt{\sin^2 \alpha_0}} \quad (\text{A.5.5})$$

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\theta_1}{\sqrt{\sin^2 \theta_1}} \quad (\text{A.5.6})$$

$$\dot{\alpha}_1 = -\frac{\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_1}{\sqrt{\sin^2 \alpha_1}} \quad (\text{A.5.7})$$

$$\dot{e} = ade^{-1} \sin \theta_0 \quad (\text{A.5.8})$$

$$\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_0 = -\frac{\dot{e}(a^2 - e^2 - d^2)}{2ae^2} \quad (\text{A.5.9})$$

$$\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\theta_1 = -\frac{\dot{e}(b^2 - e^2 - c^2)}{2be^2} \quad (\text{A.5.10})$$

$$\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_1 = -\frac{e\dot{e}}{bc} = -\frac{ad}{bc} \sin \theta_0 \quad (\text{A.5.11})$$

Second derivatives:

$$\ddot{\omega}_0 = \ddot{\Psi}_0 = 0 \quad (\text{A.5.12})$$

$$\ddot{\omega}_1 = \ddot{\Psi}_1 = \ddot{\theta}_1 + \ddot{\alpha}_0 \quad (\text{A.5.13})$$

$$\ddot{\omega}_2 = \ddot{\Psi}_2 = \ddot{\alpha}_1 \quad (\text{A.5.14})$$

$$\ddot{\omega}_3 = \ddot{\Psi}_3 = -(\ddot{\alpha}_0 + \ddot{\theta}_1 + \ddot{\alpha}_1) \quad (\text{A.5.15})$$

$$\ddot{\alpha}_0 = -\frac{\sin^2 \alpha_0 \text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_0 + \cos \alpha_0 \text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}^2 \alpha_0}{\sin^2 \alpha_0 \sqrt{\sin^2 \alpha_0}} \quad (\text{A.5.16})$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\frac{\sin^2 \theta_1 \text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\theta_1 + \cos \theta_1 \text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}^2 \theta_1}{\sin^2 \theta_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1}} \quad (\text{A.5.17})$$

$$\ddot{\alpha}_1 = -\frac{\sin^2 \alpha_1 \text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_1 + \cos \alpha_1 \text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}^2 \alpha_1}{\sin^2 \alpha_1 \sqrt{\sin^2 \alpha_1}} \quad (\text{A.5.18})$$

$$\ddot{e} = ade^{-1} (\cos \theta_0 - e^{-1} \dot{e} \sin \theta_0) \quad (\text{A.5.19})$$

$$\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_0 = \frac{(2\dot{e}^2 - e\ddot{e})(a^2 - d^2) + e^3 \ddot{e}}{2ae^3} \quad (\text{A.5.20})$$

$$\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\theta_1 = \frac{(2\dot{e}^2 - e\ddot{e})(b^2 - c^2) + e^3 \ddot{e}}{2be^3} \quad (\text{A.5.21})$$

$$\text{c}\ddot{\text{o}}\text{s}\alpha_1 = -\frac{\dot{e}^2 + e\ddot{e}}{bc} = -\frac{ad}{bc} \cos \theta_0 \quad (\text{A.5.22})$$

謝辞

本論文は、本学の社会人博士後期課程学生、ならびに国立研究開発法人 海上・港湾・航空技術研究所 海上技術安全研究所の研究者として、2017年10月から2019年9月までに行った研究成果をまとめています。また本研究は科学研究費助成事業（研究課題番号：15H03910, 18K13942）の助成を受けています。

本研究にあたり、指導教官の前川卓教授（現：早稲田大学 理工学術院総合研究所 研究院教授）には、研究全体に関して適切なお助言をいただくとともに、工学者としての有り方について数多くのご指導を承りました。ここに深く感謝の意を表します。また主査を務めてくださった丸尾昭二教授、副査を務めてくださった高田一教授、佐藤恭一教授、前田雄介准教授、尾崎伸吾准教授の皆様には、研究に対する貴重なご意見を頂戴しました。ここに深く感謝の意を表します。澁谷忠弘准教授には、CFRP成形への曲率線展開法の適用にあたり、強度解析の面で様々なご協力をいただきました。ここに深く感謝の意を表します。

勤務先である海上技術安全研究所には、社会人博士後期課程への入学の許可を頂き、このような貴重な機会を得ることができました。また同所の松尾宏平上席研究員には、研究者の在り方としてのご指導を承るとともに、第5章・第7章における船体曲面への開発手法の適用に関して数多くのご助言をいただきました。一ノ瀬康雄主任研究員には、船体の曲面フェアリングに関する考え方について、様々なご意見をいただきました。櫻井昭男専門研究員には、CFRP成形への曲率線展開法の適用にあたり、数多くの成形試験を実施していただきました。海技研で勤務を続けながらも、横浜国立大学の学生として研究課題に取り組むにあたって、お世話になった全ての皆様に深く感謝の意を表します。

本学の所属研究室の皆様につきまして、2015年度卒の佐々木雄飛氏には、第5章の提案手法であるフェアリング手法の収束の証明にあたり適切なお助言をいただきました。2016年度卒の今井琢麻氏と志田健太郎氏は、第6章の研究を共に取り組み、2人のご協力のおかげで研究成果をまとめることができました。また志田健太郎氏、2017年度卒の河崎太郎氏には、第7章の主方向場の平滑化を目的としたガウシアンフィルタの適用にあたり、様々な提案をいただきました。2017年度卒の鈴木健稔氏、飯村峻氏、2018年度卒の宇佐美陸氏、李海準氏は、共に科研費の研究課題に取り組み、研究成果をまとめることができました。また2018年度卒の兼子泰一氏、菊池遼介氏には、研究を進めるにあたって曲面データの提供など研究活動を支援していただきました。山本美月氏、奥村和季氏には、第7章の船体曲面のペーパークラフトの作成作業に多大なご協力をいただきました。大沼泰樹氏には、第7章の研究に関する図の作成作業にご協力いただきました。秘書の中澤小百合様には、研究に取り組むにあたって、学内の事務手続き作業についてご支援をいただきました。その他にも、関わってくださった全ての皆様に深く感謝の意を表します。

最後に、私を支え暖かく見守ってくれた家族と友人に深く感謝の意を表し、謝辞とさせていただきます。

2019年9月 竹澤 正仁

論文と研究発表リスト

査読付き学術論文

- M. Takezawa, T. Imai, K. Shida and T. Maekawa, “Fabrication of freeform objects by principal strips”, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 35(6), 2016.
- Y. Sasaki, M. Takezawa, S. Kim, H. Kawaharada and T. Maekawa, “Adaptive direct slicing of volumetric attribute data represented by trivariate B-spline functions”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 91(5-8), pp.1791-1807, 2017.
- 竹澤正仁, 松尾宏平, 前川卓, “反復幾何処理手法を用いた船体曲面表現手法に関する研究”, 日本船舶海洋工学会論文集, 27 巻, pp.149-160, 2018.
- M. Takezawa, K. Matsuo and T. Maekawa, “Control of lines of curvature for plate forming in shipbuilding”, *Computer Aided Geometric Design*, 2019 (to appear).

国内講演発表論文

- 竹澤正仁, 松尾宏平, “反復幾何処理手法を取り入れた曲率線展開システムの開発”, 第 27 回設計工学・システム部門講演会, No. 1204, 日本機械学会, pp.1-6, 2017.
- 宇佐美陸, 櫻井昭男, 松尾宏平, 竹澤正仁, 鈴木健稔, 飯村峻, 澁谷忠弘, 前川卓, “曲率線展開法に基づく新たな CFRP 成形技術の開発”, 第 9 回日本複合材料会議 (JCCM-9), pp.1-4, 2018.
- 松尾宏平, 竹澤正仁, 櫻井昭男, “複合材における炭素繊維の曲率線配置に関する研究”, 第 9 回日本複合材料会議 (JCCM-9), pp.1-3, 2018.

国際講演発表論文

- K. Matsuo, M. Takezawa and A. Sakurai, “On a Concept of a 3D CAD/CAM System Based on Geometric Theory for CFRP Plates Molding”, *International Conference on Computer Applications in Shipbuilding 2017 (ICCAS 2017)*, 2017.
- M. Takezawa, K. Matsuo and T. Maekawa, “B-spline surface modeling in shipbuilding using geometric iterative methods”, *2018 Asian Conference on Design and Digital Engineering (ACDDE 2018)*, 2018.
- R. Usami, M. Takezawa, K. Matsuo, A. Sakurai and T. Maekawa, “Freeform shape forming of CFRP based on lines of curvature”, *2018 Asian Conference on Design and Digital Engineering (ACDDE 2018)*, 2018.

参考文献

- [1] H. Pottmann, A. Schiftner, P. Bo, H. Schmiedhofer, W. Wang, N. Baldassini, and J. Wallner, “Freeform surfaces from single curved panels,” *ACM Trans. Graph.*, vol. 27, 08 2008.
- [2] K. Gavril, A. Schiftner, and H. Pottmann, “Optimizing B-spline surfaces for developability and paneling architectural freeform surfaces,” *Computer-Aided Design*, vol. 111, pp. 29 – 43, 2019.
- [3] 公益社団法人 日本船舶海洋工学会, “シップ・オブ・ザ・イヤー 2017.” <https://www.jasnaoe.or.jp/photogallery/soy2017/>.
- [4] Boeing Japan 株式会社, “ボーイング 787 型機.” <http://www.boeing.com/commercial/787/>.
- [5] 松尾宏平 and 松岡一祥, “船舶の曲り外板製造を支援する新しい外板展開システムの開発,” 日本機械学会論文集 C 編 第 19 回設計工学・システム部門講演会, vol. 76, no. 771, pp. 2797–2802, 2010.
- [6] 織研新聞電子版, “キタムラと横浜国立大 曲率線応用しバッグサンプル製作 (2017/8/31),” 株式会社織研新聞社, 2017.
- [7] K. Matsuo, M. Takezawa, and A. Sakurai, “On a concept of a 3d cad/cam system based on geometric theory for cfrp plates molding process in shipbuilding,” *18-th International Conference on Computer Applications in Shipbuilding*, pp. 1–6, 2017.
- [8] H. Lin, T. Maekawa, and C. Deng, “Survey on geometric iterative methods and their applications,” *Computer-Aided Design*, vol. 95, pp. 40–51, 2018.
- [9] R. Martin, “Principal patches—a new class of surface patch based on differential geometry,” *In Eurographics*, vol. 83, pp. 47–55.
- [10] N. M. Patrikalakis and T. Maekawa, *Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing*. Springer-Verlag, Heidelberg, 2002.
- [11] L. Piegl and W. Tiller, *The NURBS book 2nd Ed.* Springer-Verlag New York, Inc., 1997.
- [12] Y. Kobashi, J. Suzuki, H. K. Joo, and T. Maekawa., “Reuse of B-spline-based shape interrogation tools for triangular mesh models,” *3D Research, Springer*, vol. 3, no. 2, 2012.

- [13] T. J. Willmore, *An Introduction to Differential geometry*. Clarendon Press, Oxford, 1959.
- [14] C.-Y. Li, R.-H. Wang, and C.-G. Zhu, “An approach for designing a developable surface through a given line of curvature,” *Computer-Aided Design*, vol. 45, no. 3, pp. 621–627, 2013.
- [15] H. Joo, T. Yazaki, M. Takezawa, and T. Maekawa, “Differential geometry properties of lines of curvature of parametric surfaces and their visualization,” *Graphical Models*, vol. 76, no. 4, pp. 224–238, 2014.
- [16] E. Kreyszig, *Differential Geometry*. Dover Publications, Inc., NY, 1968.
- [17] P. Alliez, D. Cohen-Steiner, O. Devillers, B. Lévy, and M. Desbrun, “Anisotropic polygonal remeshing,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 22, pp. 485–493, July 2003.
- [18] Y. Liu, H. Pottmann, J. Wallner, Y. L. Yang, and W. Wang, “Geometric modeling with conical meshes and developable surfaces,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 25, no. 3, pp. 681–689, 2006.
- [19] H. Pottmann, M. Eigensatz, A. Vaxman, and J. Wallner, “Architectural geometry,” *Computers & graphics*, vol. 47, pp. 145–164, 2015.
- [20] M. Takezawa, T. Imai, K. Shida, and T. Maekawa, “Fabrication of freeform objects by principal strips,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 35, no. 6, pp. 225:1–225:12, 2016.
- [21] G. Yu, R. J. Anderson, T. Maekawa, and N. M. Patrikalakis, “Efficient simulation of shell forming by line heating,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 43, no. 10, pp. 2349–2370, 2001.
- [22] M. Takezawa, K. Matsuo, and T. Maekawa, “Control of lines of curvature for plate forming in shipbuilding,” *Computer Aided Geometric Design*, 2019. under revision.
- [23] 竹澤正仁, 佐藤隆人, and 前川卓, “曲率線展開法に基づく自由曲面を有するペーパークラフトの作成方法,” *日本機械学会 第 25 回設計工学・システム部門講演会講演論文集*, no. 1106, pp. 1–5, 2015.
- [24] 竹澤正仁 and 松尾宏平, “反復幾何処理手法を取り入れた曲率線展開システムの開発,” *日本機械学会 第 27 回設計工学・システム部門講演論文集*, no. 1204, pp. 1–6, 2017.
- [25] 増田宏, 大和裕幸, and 古川慈之, “船型設計における高品質な曲面生成手法に関する研究,” *日本造船学会論文集*, vol. 187, pp. 309–319, jun 2000.
- [26] 竹澤正仁, 松尾宏平, and 前川卓, “反復幾何処理手法を用いた船体曲面表現手法に関する研究,” *日本船舶海洋工学会論文集*, vol. 27, pp. 149–160, 2018.
- [27] S. Hahmann and S. Konz, “Fairing bi-cubic B-spline surfaces using simulated annealing,” *Curves and Surfaces with Applications in CAGD*, pp. 159–168, 1997.

- [28] M. Eck and H. Hoppe, “Automatic reconstruction of B-spline surfaces of arbitrary topological type,” in *Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '96*, (New York, NY, USA), pp. 325–334, ACM, 1996.
- [29] G. Greiner, “Variational design and fairing of spline surfaces,” in *Computer Graphics Forum*, vol. 13, pp. 143–154, Wiley Online Library, 1994.
- [30] U. Dietz, “Fair surface reconstruction from point clouds,” in *Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods for Curves and Surfaces II Lillehammer, 1997*, (Nashville, TN, USA), pp. 79–86, Vanderbilt University, 1998.
- [31] J. Hadenfeld, “Local energy fairing of B-spline surfaces,” *Mathematical methods for curves and surfaces*, pp. 203–212, 1995.
- [32] Y. Nishiyama, Y. Nishimura, T. Sasaki, and T. Maekawa, “Surface faring using circular highlight lines,” *Computer-Aided Design and Applications*, vol. 4, no. 1-4, pp. 405–414, 2007.
- [33] T. Kawasaki, P. K. Jayaraman, K. Shida, J. Zheng, and T. Maekawa, “An image processing approach to feature-preserving B-spline surface fairing,” *Computer-Aided Design*, vol. 99, pp. 1–10, 2018.
- [34] 古川慈之, “自由曲面形状の生成と再利用に関する研究,” 東京大学, 博士論文, 2003.
- [35] H. Nowacki, D. Liu, and X. Lü, “Fairing bzier curves with constraints,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 7, no. 1, pp. 43 – 55, 1990.
- [36] V. Weiss, L. Andor, G. Renner, and T. Várady, “Advanced surface fitting techniques,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 19, no. 1, pp. 19 – 42, 2002.
- [37] H. Hagen and G. Schulze, “Automatic smoothing with geometric surface patches,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 4, no. 3, pp. 231 – 235, 1987.
- [38] N. Lott and D. Pullin, “Method for fairing B-spline surfaces,” *Computer-Aided Design*, vol. 20, no. 10, pp. 597 – 600, 1988.
- [39] H. Meier and H. Nowacki, “Interpolating curves with gradual changes in curvature,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 4, no. 4, pp. 297 – 305, 1987.
- [40] H. P. Moreton and C. H. Séquin, “Functional optimization for fair surface design,” *SIGGRAPH Comput. Graph.*, vol. 26, pp. 167–176, July 1992.
- [41] H. Hagen and G.-P. Bonneau, “Variational design of smooth rational bzier curves,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 8, no. 5, pp. 393 – 399, 1991.
- [42] B. Sarkar and C.-H. Menq, “Parameter optimization in approximating curves and surfaces to measurement data,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 8, no. 4, pp. 267 – 290, 1991.

- [43] H.-C. Hsieh and W.-T. Chang, "Virtual knot technique for curve fitting of rapidly varying data," *Computer Aided Geometric Design*, vol. 11, no. 1, pp. 71 – 95, 1994.
- [44] T. I. Vassilev, "Fair interpolation and approximation of b-splines by energy minimization and points insertion," *Computer-Aided Design*, vol. 28, no. 9, pp. 753 – 760, 1996.
- [45] G. Farin and N. Sapidis, "Curvature and the fairness of curves and surfaces," *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 9, pp. 52–57, March 1989.
- [46] S. Hahmann and S. Konz, "Knot-removal surface fairing using search strategies," *Computer-Aided Design*, vol. 30, no. 2, pp. 131 – 138, 1998.
- [47] J. A. Kjellander, "Smoothing of bicubic parametric surfaces," *Computer-Aided Design*, vol. 15, no. 5, pp. 288 – 293, 1983.
- [48] E. Kaufmann and R. Klass, "Smoothing surfaces using reflection lines for families of splines," *Computer-Aided Design*, vol. 20, no. 6, pp. 312 – 316, 1988.
- [49] 山口富士夫, "コンピュータディスプレイによる自由曲面の一設計方式 (第 1 報)," *精密機械*, vol. 43, no. 506, pp. 168–173, 1977.
- [50] H. Lin, G. Wang, and C. Dong, "Constructing iterative non-uniform B-spline curve and surface to fit data points," *Science in China Series : Information Sciences*, vol. 47, pp. 315–331, May 2004.
- [51] C. Deng and H. Lin, "Progressive and iterative approximation for least squares B-spline curve and surface fitting," *Computer-Aided Design*, vol. 47, pp. 32 – 44, 2014.
- [52] T. Maekawa, Y. Matsumoto, and K. Namiki, "Interpolation by geometric algorithm," *Computer-Aided Design*, vol. 39, no. 4, pp. 313 – 323, 2007.
- [53] H. Lin, "The convergence of the geometric interpolation algorithm," *Computer-Aided Design*, vol. 42, no. 6, pp. 505 – 508, 2010.
- [54] Y. Kineri, M. Wang, H. Lin, and T. Maekawa, "B-spline surface fitting by iterative geometric interpolation/approximation algorithms," *Computer-Aided Design*, vol. 44, no. 7, pp. 697–708, 2012.
- [55] Y. Sasaki, M. Takezawa, S. Kim, H. Kawaharada, and T. Maekawa, "Adaptive direct slicing of volumetric attribute data represented by trivariate B-spline functions," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 91, pp. 1791–1807, Jul 2017.
- [56] S. Gofuku, S. Tamura, and T. Maekawa, "Point-tangent/point-normal B-spline curve interpolation by geometric algorithms," *Computer-Aided Design*, vol. 41, no. 6, pp. 412 – 422, 2009.

- [57] S. Okaniwa, A. Nasri, H. Lin, A. Abbas, Y. Kineri, and T. Maekawa, “Uniform B-spline curve interpolation with prescribed tangent and curvature vectors,” *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 18, pp. 1474–1487, Sep. 2012.
- [58] Y. Kineri, S. Endo, and T. Maekawa, “Surface design based on direct curvature editing,” *Computer-Aided Design*, vol. 55, pp. 1 – 12, 2014.
- [59] K. T. Miura, “A general equation of aesthetic curves and its self-affinity,” *Computer-Aided Design and Applications*, vol. 3, no. 1-4, pp. 457–464, 2006.
- [60] P. N. Azariadis, “Parameterization of clouds of unorganized points using dynamic base surfaces,” *Computer-Aided Design*, vol. 36, no. 7, pp. 607 – 623, 2004.
- [61] U. Dietz, “Fair surface reconstruction from point clouds,” in *Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods for Curves and Surfaces II Lillehammer, 1997*, (Nashville, TN, USA), pp. 79–86, Vanderbilt University, 1998.
- [62] R. Usami, M. Takezawa, K. Matsuo, A. Sakurai, and T. Maekawa, “Freeform shape forming of CFRP based on lines of curvature,” *2018 Asian Conference on Design and Digital Engineering (ACDDE 2018)*, 2018.
- [63] G. Elber, “Model fabrication using surface layout projection,” *Computer-Aided Design*, vol. 27(4), pp. 283–291, 1995.
- [64] F. Massarwi, C. Gotsman, and G. Elber, “Paper-craft from 3d polygonal models using generalized cylinders,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 25(8), pp. 576–591, 2008.
- [65] J. Mitani and H. Suzuki, “Making papercraft toys from meshes using strip-based approximate unfolding,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 23(3), pp. 259–263, 2004.
- [66] I. Shatz, A. Tal, and G. Leifman, “Paper craft models from meshes,” *The Visual Computer*, vol. 22(9), pp. 825–834, 2006.
- [67] H. Pottmann, A. Schiftner, P. B. T. Wien, H. Schmiedhofer, W. Wang, N. Baldassini, and J. Wallner, “Freeform surfaces from single curved panels,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 27(3), no. 76, 2008.
- [68] M. Kilian, S. Flöry, N. J. Mitra, and H. Pottmann, “Curved folding,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 27, no. 3, 2008. Proc. SIGGRAPH.
- [69] E. Akleman, J. Chen, Q. Xing, and J. L. Gross, “Cyclic plain-weaving on polygonal mesh surfaces with graph rotation systems,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 28, no. 3, p. 78, 2009.
- [70] A. Garg, A. O. Sageman-Furnas, B. Deng, Y. Yue, E. Grinspun, M. Pauly, and M. Wardetzky, “Wire mesh design,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 33, no. 4, p. 66, 2014.

- [71] A. C. Fischer-Cripps, *Introduction to Contact Mechanics*. Springer, 2007.
- [72] Y. Okumoto, *Shipbuilding Technology & Production System*. SEIZANDO-SHOTEN PUBLISHING CO.,LTD., 2009. In Japanese.
- [73] A. Vaxman, M. Campen, O. Diamanti, D. Bommers, K. Hildebrandt, M. B.-C. Technion, and D. Panozzo, “Directional field synthesis, design, and processing,” pp. 12:1–12:30, 2017.
- [74] C. Tomasi and R. Manduchi, “Bilateral filtering for gray and color images,” in *Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on*, pp. 839–846, IEEE, 1998.
- [75] G. Dahlquist and Å. Björck, *Numerical Methods*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1974.
- [76] M. J. Powell, “The BOBYQA algorithm for bound constrained optimization without derivatives,” *Cambridge NA Report NA2009/06, University of Cambridge, Cambridge*, pp. 26–46, 2009.
- [77] D. Hally, “Representation of wigley hulls by hllsrf,” tech. rep., DEFENCE RESEARCH ESTABLISHMENT ATLANTIC DARTMOUTH (NOVA SCOTIA), 1989.
- [78] M. V. Berry and J. H. Hannay, “Umbilic points on gaussian random surfaces,” *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 10, no. 11, p. 1809, 1977.
- [79] P. T. Sander and S. W. Zucker, “Singularities of principal direction fields from 3-d images,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, pp. 309–317, March 1992.
- [80] T. Maekawa, F. E. Wolter, and N. M. Patrikalakis, “Umbilics and lines of curvature for shape interrogation,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 13, no. 2, pp. 133–161, 1996.
- [81] National Maritime Research Institute, *Manual of NMRI Towing Tank test procedure*, 2018.
- [82] 公益社団法人 日本船舶海洋工学会, “日本鋼船工作法精度標準,” 2018.
- [83] I. D. Faux and M. J. Pratt, *Computational Geometry for Design and Manufacture*. Ellis Horwood, 1981.