帰納的決定理論を用いた情報システムの価値

東　田　　　啓

I　は　じ　め　に

不確実で流動的な環境にとりまかれている意思決定者にとって，もっとも重要な関心事は環境に関する情報である。たとえば，ある企業の製品に対する需要が今後一層拡大する見通しがたてば，生産増強に対応するため設備投資の資源配分に重点がおかれるであろう。ただこの場合，需要拡大という情報の入手先 sourceが 問題となる。極端な話として，この企業がどのような製品を作っているのかも知らない人の「需要見通し」も，いままでこの企業の consultant として適確な助言を提供してきた専門家の「需要見通し」も，同じ需要拡大を宣言しているならば，情報あるいはシグナルとしては何の差もないであろう。したがって，この企業にとって，期待需要の拡大という情報そのものは何ら価値をもつものではなく，むしろ信頼出来る情報源の確保が適切な意思決定のための要因となるのである。この情報源のはたす機能を情報システム information system と呼ぶ。したがって，情報システムは，不確実な環境を情報の集合へ変換する写像 mapping である。

もっとも「価値」のある情報システムは，どの環境が正確に生起するかを伝えてくれるような千里眼 clairvoyant である。一方，全く「価値」のない情報システムは，どのような環境が生成しようと同じ情報しか伝達しない（全く情報が流れてこないのも，これと同じ）システムである。前者を，完全情報システム perfect information system，後者をゼロ情報システム null information system という。中間的な「価値」をもった情報システムは，いくつかの環境の集合にシグナルを付与するようなシステムである。したがって，このようなシステムからある情報あるいはシグナルが得られれば，環境の不確実性が減少し，このシステムを利用しないよりも，より適切な意思決定を行なうことができるであろう。

ところで，通常各情報システムを利用するためには，費用 cost がともなう。ゼロ情報システムの費用は当然ゼロであるが，完全情報システムには莫大な費用がかかるであろう。したがって，意思決定者は，情報システムの利用から確保される便益 benefit から費用を差し引いた値がもっとも大きくなるような情報システムを採用する。しかし，本稿ではとりあえずこのような費用を考えないことにしよう。

情報システムの明確な定式化 formal formulation は，期待効用理論をその論理的基盤としている。そして，先に述べた直観的に明確な情報システムの「価値」と，期待効用理論から定式化された情報システムの価値とを橋渡しす事実が，本稿でこれから議論の中心となる Blackwell の lemma である。この lemma は，最近多くの会計情報システムの理論的研究に応用され，この分野の発展に大きく寄与してきた（この方面のすぐれた研究書，Demski and Felthan (1976) を参照)。ところが，Blackwell の lemma はあくまで期待効用理論を前提とする以上，期待効用理論の現実性が疑わしい場合には，きわめて簡潔なこの lemma も一般には成立しない。したがって，Demski 等の研究成果も大きく修正をよぎなくされるであろう。実

際，期待効用理論は，その誕生直後から，さまざまな実験，観察によって批判を受けてきたが，それらの成果をみごとに結実したものが Kahneman and Tversky (1979) の Prospect Theory である。

本稿は，このきわめて現実的な Prospect Theory を情報システムの価値に応用した場合，Blackwell の lemma がどのような修正をよぎなくされるかを明らかにし，そしてその理論的成果から，簡単な数値例を示す。

Ⅱでは，期待効用理論を用いたときの情報システムを定式化し，Ⅳでの論議の中心となる Blackwell の lemma を述べる。Ⅲでは，本稿に関係する Prospect Theory の essence を整理する。Ⅳでは，本研究によって明らかにされた事実を述べる。すなわち，Blackwell の lemma の成立を阻害するものは Prospect Theory のどの要因であるかを理論的に示し，その成果から，簡単な数値例を与える。Ⅴでは，本研究の意義について考察する。付録では，本研究と同じテーマを取り扱った Newman (1980) をとりあげ，彼の数値例がいかに不適切であるかを明らかにする。

Ⅱ　期待効用表現による情報システムの価値

本研究に必要な不確実性における意思決定モデル，すなわち期待効用理論と情報システムのフレームワークを，この節で要約する[1]。

意思決定者は，彼の経験から，次の4つの成分を特定化することができると仮定する。

1) 可能なすべての選択の集合を A とする。このなかから，唯一の選択（あるいは，行動）a が採用される。

2) 不確実な状態の集合を S とする，そして，そのうち，唯一の状態 s が実際に起る。したがって，行動 $a\in A$ がとられたことによる結果は，どの状態 $s\in S$ が起ったかに依存する。

3) S のなかの状態 s が起る確率を $\phi(s)$ とする。

4) 起りうる結果を，$p(a, s)$ と表わすと，意思決定者は，この結果の効用 $U(p(a, s))$ を評価することができると仮定する。これを，改めて，$U(a, s)$ と表わしてもさしつかえない。

以上の設定のもとでは，選択の選考順序を，効用の期待値の大きさで表わすことができる。すなわち，

$$E(U|a)>E(U|a')\Longleftrightarrow a\succ a'$$

ここで，$a\succ a'$ は，a の方が a' より選好されていることを示すとする。

したがって，不確実性における意思決定者の最適行動は，期待効用

$$E(U|a)=\sum_{s\in S}U(s, a)\phi(s)$$

を最大にするような $a^*\in A$ を選択することである。すなわち，

$$\begin{aligned}E(U|a^*)&=\max_{a\in A}E(U|a)\\&=\max_{a\in A}\sum_{s\in S}U(s, a)\phi(s)\qquad(2.1)\end{aligned}$$

期待効用表現に基づく最適決定は，(2.1) 式で示される。このようなモデルを，集合 $\{A, S, \phi, U\}$ と表わし，基本決定問題と呼ぶことにする[2]。しかし，われわれがいま関心をもっている状況は，この基本決定問題ではなく，この問題を定式化した後，S に関するなんらかの追加的情報が得られる場合である。

一つの極端な場合として，基本決定問題に含まれている情報 A, S, ϕ, U 以外に何ら追加的情報が得られない場合には，最適決定による期待効用の価値は，もちろん (2.1) 式である。いま一つの極端な場合は，決定を行なう前に，正確にどの状態 $s\in S$ が起こるかを知りうる場合である。このときの最適決定による期待効用の価値は，明らかに，

$$\sum_{s\in S}\{\max_{a\in A}U(s, a)\}\phi(s)\qquad(2.2)$$

1) 期待効用理論については，本誌同号の笹井論文「多目的決定理論」を参照。

2) 宮沢光一 (1971) を参照。

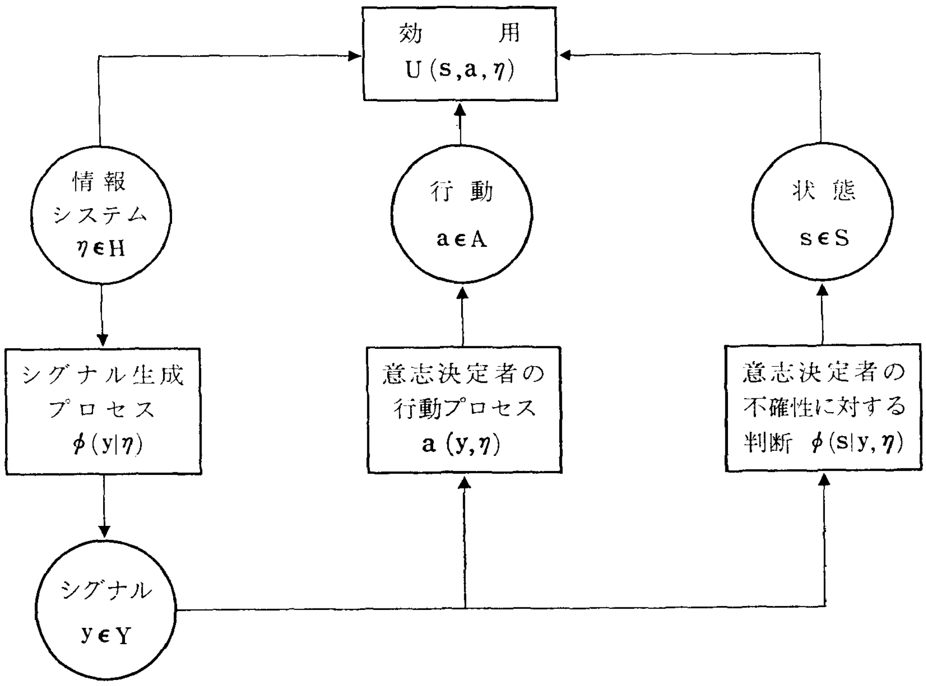

図 2.1

である。(2.2) 式が，(2.1) 式より小さくないことはいうまでもない。どの状態が正確に知りうることは，不確実性による決定の損失を完全に回避できることであるから，(2.2)から(2.1)を差し引いた価値を，完全情報の価値と呼ぶことができる。

ところで，通常，情報を入手するにはコストがともなうから，もし完全情報入手のためのコストが，完全情報の価値よりも大きくなれば，そのような情報を買うことは合理的ではない。そうすると，このような場合には，全く追加的情報を入手しない方がよいかというと，必ずしもそうではない。中間的なケースがありうる。つまり，ある不完全な情報が，コストベネフィットの観点から，もっとも合理的な場合がある。

不確実性に関する情報が得られる場合の決定問題を，図2.1に即して構成していこう[3]。

シグナルあるいはデータが，情報システム η によって意思決定者に伝達される。η は，情報ソース source ともよばれることがある。シグナルを受けとる前の意思決定者の不確実性に対する判断は，確率 $\phi(s)$, $s\in S$ で表わされている。ベイズルールに従えば，システム η からシグナル y を受けとると，意思決定者の判断は，条件付確率 $\phi(s|y, \eta)$ で表わされることになる。情報のきわだった特徴は，通常 $\phi(s)$ と $\phi(s|y, \eta)$ は等しくないということである。不確実性に対する判断と同様，行動 a の決定も，情報の入手によって変更を受けるであろう。したがって，意思決定者の効用は，$U(s, a(y, \eta), \eta)$ で表わすことができる。ただし，以下では，簡単化のため，効用は，explicit には，η に依存しないと仮定する。それゆえ，効用は，$U(s, a(y, \eta))$ となる。

さて，意思決定者は，システム η からシグナル y を受けとった後，最適な行動 a^* を次式によって決定する。

$$E(U|y, \eta, a^*) = \max_a \sum_{s\in S} U(s, a)\phi(s|y, \eta) \qquad (2.3)$$

シグナル y は，システム η から，確率的プロセス $\phi(y|\eta)$ を経て生成される確率変数 Y の実現値であるから，意思決定者が，システム η を用いて得られる最大の期待効用は，

3) この図は，Demski (1972) および Demski and Feltham (1976) に多少変更を加えたものである。なお，この図を会計情報システムに応用した場合の解釈については，付録を参照。

$$E(U|\eta)=\sum_{y\in Y}E(U|y,\ \eta,\ a^*)\phi(y|\eta) \tag{2.4}$$

となる。いいかえれば，(2.4) 式から，(2.1) 式を差し引いた値が，システム η の情報価値といえる。この値は，後で述べる Blackwell の lemma より，非負となる。したがって，S に関する先験的情報 $\phi(s)$ 以外に追加情報が全く利用出来ない状態も一つの情報システムと考え，これをゼロ情報システム η^0 で表わし，完全情報システム η^∞ をと表わすと，任意のシステム η に対し，次の不等式が成立する。

$$E(U|\eta^0)\leq E(U|\eta)\leq E(U|\eta^\infty) \tag{2.5}$$

さて，先験的情報 $\phi(s)$ も情報価値に含めて，情報システムの価値の定義を変更すると[4]，不等式 (2.5) より，任意の情報システムの価値は，ゼロ情報システムの価値より小さくなく，完全情報システムの価値より大きくはならない。

(2.5) 式の一般的なケース，すなわち，任意の情報システム η^1, η^2 の価値を比較する手掛りとして，これから述べる Blackwell の lemma があるが，その前に，fineness の定義をしておかねばならない。

システム η は，S から Y への写像であるから，η: $S\to Y$ あるいは，$y=\eta(s)$ と書くことができる。そこで，システム η から，あるシグナル y へ写像される状態の集合を

$$S_{y\eta}=\{s\in S|\eta(s)=y\}$$

で表わし，$\{S_{y\eta}|y\in Y\}$ を S の分割 partition と呼ぶ。明らかに，

$$\bigcup_{y\in Y}S_{y\eta}=S$$

となる。また，異なる任意のシグナル y^1, $y^2\in Y$ に対して，

$$S_{y^1\eta}\cap S_{y^2\eta}=\phi$$

となる[5]。

定義　任意の $y^1\in Y$ に対して，$S_{y^1\eta^1}\subset S_{y^2\eta^2}$ となるような $y^2\in Y$ が存在するとき，システム η^2 より η^1 は fine（正確には，finer）である。

fine の概念を，簡単な例を用いて説明しよう。状態の集合 S は，6個の状態を含んでいるものとする。すなわち，$S=\{s_1,\ \cdots,\ s_6\}$。そこで，次の5個の情報システムを考える。

$$\eta^0(s)=\ y^0 \quad \text{if}\ s\in\{s_1,\ \cdots,\ s_6\}=S$$

$$\eta^\infty(s)=\ y_i^\infty \quad \text{if}\ s\in\{s_i\}\ \text{for}\ i=1,\cdots,6$$

$$\eta^1(s)=\begin{cases} y_1^1 & \text{if}\ s\in\{s_1\}\\ y_2^1 & \text{if}\ s\in\{s_2,\ s_3\}\\ y_3^1 & \text{if}\ s\in\{s_4\}\\ y_4^1 & \text{if}\ s\in\{s_5,\ s_6\}\end{cases}$$

$$\eta^2(s)=\begin{cases} y_1^2 & \text{if}\ s\in\{s_1,\ s_2,\ s_3\}\\ y_2^2 & \text{if}\ s\in\{s_4,\ s_5,\ s_6\}\end{cases}$$

$$\eta^3(s)=\begin{cases} y_1^3 & \text{if}\ s\in\{s_1,\ s_2\}\\ y_2^3 & \text{if}\ s\in\{s_3\}\\ y_3^3 & \text{if}\ s\in\{s_4,\ s_5\}\\ y_4^3 & \text{if}\ s\in\{s_6\}\end{cases}$$

η^0 は，どの状態が起ころうと常に同じシグナルしか得られないから，S に関する追加的情報は全くない。したがって，これは，ゼロ情報システムである。η^∞ は，各シグナルが得られれば，正確にこの状態が起るかを予測することができるから，完全情報システムである。システム η^1, η^2, η^3 は，いずれもその中間的ケースである。明らかに，η^1 と η^3 は，η^2 よりも fine である。しかし，η^1 と η^3 は，fine に関しては比較できない。したがって，fine の概念は半順序である。この例を図示したものが図2.2である。ここで，システム η^4 は，集合 S に関して，noise を含んだシステムであると呼ばれ，このような場合には，fineness の概念を適用することはできない[6]。

Blackwell's lemma

システム η^1 がシステム η^2 より fine であるための必要十分条件は，任意の基本決定問題について，

4) 以下，情報システムの価値は，この定義を用いる。

5) この ϕ は，ゼロ集合を表わす記号である。

6) この問題については，Marshak and Miyasawa (1968)。あるいは，Marshak and Radner(1972) を参照。

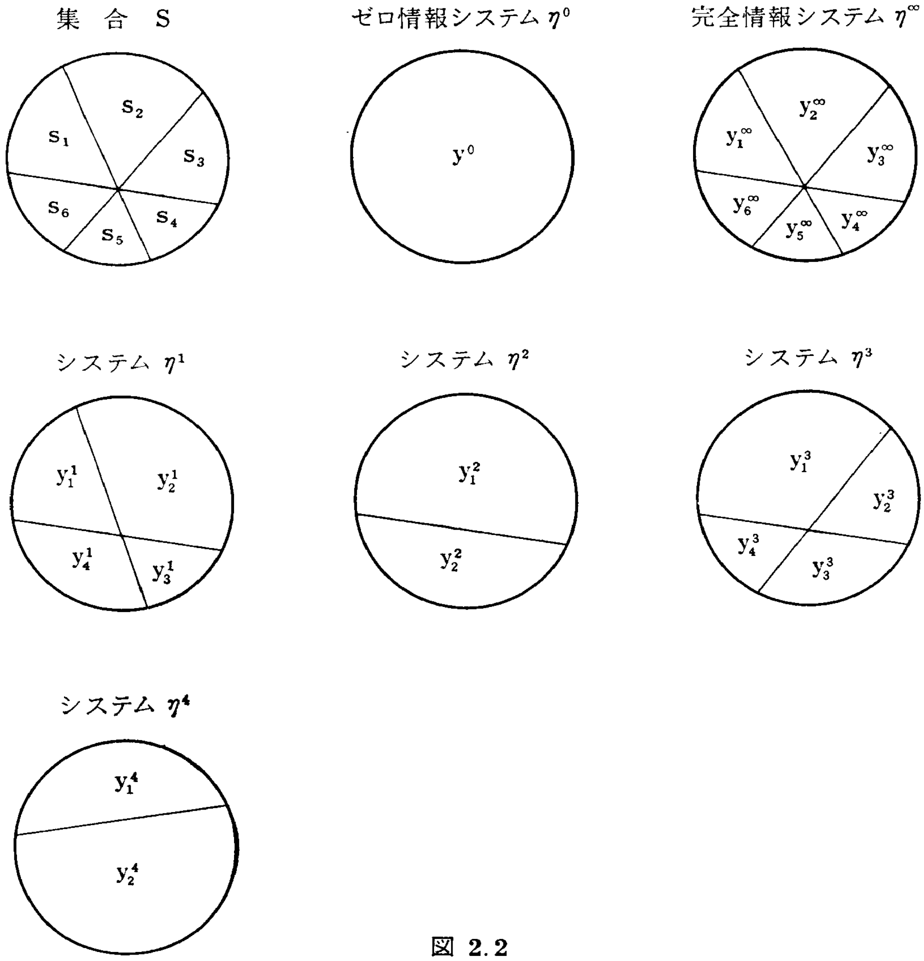

図 2.2

$$E(U|a^*(\eta^1),\ \eta^1) \geq E(U|a^*(\eta^2),\ \eta^2) \tag{2.6}$$

である[7)]。

fine に関し比較できない場合，すなわち，η^1 が η^2 より fine でもなく，η^2 が η^1 より fine（これを，η^1 が η^2 より coarse ともいう）でもない場合には，基本決定問題によって，η^1 が η^2 より選好（(2.6)式が成立）されたり，η^2 が η^1 より選好（(2.6)式の不等号が逆）されたりする。明らかに，あるゆる情報システムを，fineness に関して順序づけることはできないが，少なくとも，fineness に関し比較可能であれば，この lemma より情報システムの価値が比較できる[8)]。

7) 証明は，Denski and Felthan (1976) がもっとも簡明である。

8) 情報システムの比較についてのもっと一般的なアプローチについては，Marshak and Miyasawa (1968)，最近の研究については，Hilton (1981) を参照。

Ⅲ　帰納的決定理論 Prospect Theory

期待効用理論は，不確実性における意思決定の分析に大きな役割を演じてきた。現在でもその隆盛に衰えをみせてはいない。しかし，この理論は，合理的選択の規範的モデルであるので，すべての合理的意思決定者は，この理論の公理系に従うことが仮定されている。したがって，一つの公理だけでも成立しなければ，期待効用理論は，その正当性を失うことになる[9)]。

9) 一般に，ある理論の非現実性を指摘するためには，その理論が前提とする公理ないしは仮定の非現実性を批難することが考えられる。もし，ある仮定が覆えされると，その理論は論理的基盤を失なう。しかし，だからといって，この理論の正当性が全くなりたたなくなるかというと，必ずしもそうともいえない。他のもっと現実的な仮定から，この理論と同一の帰結が得られる可能性がないとはいえないからである。高

（次のページに続く）

spectの種類によって，次のように定義する[12)]。

ⅰ) regular case　$p+q<1$ or $x\geq 0\geq y$ (or $x\leq 0\leq y$) のとき，

$$V=\pi(p)u(x)+\pi(q)u(y)$$

ただし，$u(0)=0$, $\pi(0)=0$, $\pi(1)=1$

ⅱ) not regular case　$p+q=1$　かつ ($x>y>0$ or $x<y<0$) のとき，

$$V=u(y)+\pi(p)[u(x)-u(y)]$$

期待効用理論でも，効用関数uの性質については，通常の数学的条件以外に何ら制約はないから，効用関数の形状は期待効用理論をみだすviolateする要因とはならない。したがって，この点に関しては以下で議論しない[13)]。

Prospect Theoryで最も重要な役割を担っているのは，加重関数weighting functionと呼ばれるπに関する性質である。実験から帰納的に導出されるに関する性質は次のとおりである[14)]。

① 半確実性 subcertainty

$$\pi(p)+\pi(1-p)<1 \text{ for } 0<p<1$$

12) regular caseについては，πとuの一意性と存在を保証する公理系が設定されているので，定理と考えることもできるが，not regluarの場合は，入念な観察から定式化しているとはいえ，あくまで定義である。

13) しかし，現実性な効用関数を見い出す意義は十分にある。Kahneman and Tverskyも若干の議論をしている。

14) ①を導く実験的事実を述べよう。

①は，Allaisの逆説の例である。選択問題1の事実に，prospectの価値評価のルールⅰ)を用いると，

$$u(2,400)>\pi(0.66)u(2,400)+\pi(0.33)u(2,500)$$

となる。したがって，

$$[1-\pi(0.66)]u(2,400)>\pi(0.33)u(2,500)$$

一方，選択問題2の事実より，同様に，

$$\pi(0.33)u(2,500)>\pi(0.34)u(2,400)$$

この2つの不等式から，

$$1-\pi(0.66)>\pi(0.34)$$

あるいは，

$$\pi(0.66)+\pi(0.34)<1$$

これは，半確実性①の条件に他ならない。②と③については省略する。

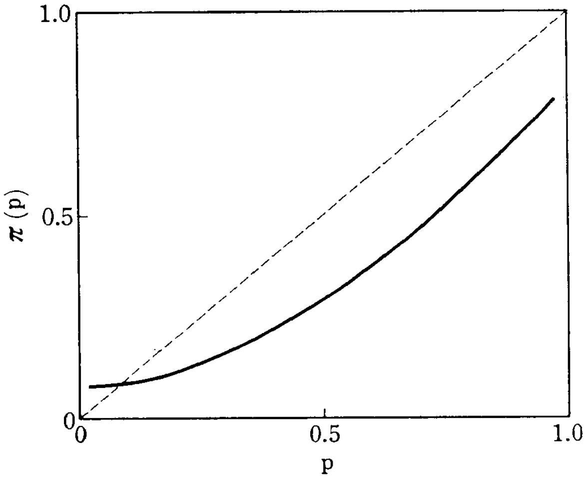

図 3.1

② 半比例性 subproportionality

$$\frac{\pi(pq)}{\pi(p)}\leq\frac{\pi(pqr)}{\pi(pr)} \text{ for } 0<p,\ q,\ r<1$$

③ 過加重 overweighting

$$\pi(p)>p \text{ for small } p$$

その他，実験的事実から論理的に導出されてはいないが，心理学的研究から，次の性質があげられている。

④ $\pi(p)<p$ for large p

⑤ $\pi'(p)>0$, $\pi(0)=0$, $\pi(1)=1$

このうち，期待効用理論と反するπの性質は，①から④までである。

πのこれらの性質から，πの形状をかなり明確に絞ることができる。図3.1は，仮想的な加重関数である[15)]。

Ⅳ　Prospect Theoryを用いた情報システムの価値

やや長くなりすぎたが，ⅡとⅢはこれから述べる研究に欠くことができない予備知識を自分なりの解釈を加えて説明しただけであり，何ら新しい事実を見い出したわけではない。本論はあくまでこの節である。

Ⅱで紹介したBlackwellのlemmaは，もとより期待効用理論を基礎に据えているわけであ

15) Kahneman and Tversky (1979)

るから, Prospect Theory を適用した場合には, 一般に成立しないことは明らかである。したがって, 次の理論的な挑戦は, Prospect Theory が有効な状況では, それは期待効用理論の一般化であるから, Blackwel の lemma を拡張することが考えられる[16]。しかし, 一挙にそこに立ち入る前に, まず応用上の観点からも, fineness で判定可能な2つの情報システムで, その価値が逆転するような実例をもとめることが重要であろう。そして, その例を詳細に検討し, 一体 Prospect Theory のどの要因が Blackwell の lemma 成立を阻止しているかを研究しなければならないであろう。筆者が目にした限りでは, 唯一そのような試みとして, Newman (1980) がある。しかし, 残念ながら, 彼の計算上の誤りに加えて, fineness の不適切な使用を行なっているため, 実際には, Blackwell の lemma の事実が成立しないとはいえないのである[17]。また, 当然ながら, 逆転する要因は Prospect Theory のどの部分――より明確には, 加重関数 π のどの条件が作用しているのかを, 全く解明していない。

そこで, 以下では, 決定問題をやや一般的に表現し, Blackwell の fineness lemma を成立させない Prospect Theory の要因を試べ, その結果にもとづいて, 実際例を与える。

次のような利得表 payoff table を考える。

	s_1	s_2	s_3
a_1	$u(a_1, s_1)$	$u(a_1, s_2)$	0
a_2	$u(a_2, s_1)$	$u(a_2, s_2)$	0
$\phi(s)$	$\phi(s_1)$	$\phi(s_2)$	$\phi(s_3)$

ここで,

$$\phi(s_1)+\phi(s_2)<1 \qquad \phi(s_3)>0$$

$$u(a_2, s_1)>u(a_1, s_1)>0$$
$$u(a_1, s_2)>u(a_2, s_2)>0$$

そして, 情報システム

$$\eta^1:\ \eta^1(s)=\begin{cases} y_1 & \text{if}\quad s\in\{s_1\} \\ y_2 & \text{if}\quad s\in\{s_2, s_3\}\end{cases}$$

η^2: ゼロ情報システム $\eta^2(s)=y$ for all s

の価値を比較する。この利得表および情報システムは, Newman が念頭においている会計情報システムを適切に表現したモデルといえるであろう (付録の Newman の実例を参照)。

明らかに, システム η^1 の方がシステム η^2 より fine である。各システムからシグナルを受けとり, 選択 a_1, a_2 を決定したときの prospect の価値は,

$$\eta^1:\ \left.\begin{array}{l} V(a_1|y_1)=u(a_1, s_1) \\ V(a_2|y_1)=u(a_2, s_1)\end{array}\right\}\text{最適行動は, } a_2$$

$$\left.\begin{array}{l} V(a_1|y_2)=u(a_1, s_2)\pi(\phi(s_2|y_2)) \\ V(a_2|y_2)=u(a_2, s_2)\pi(\phi(s_2|y_2))\end{array}\right\}\text{最適行動は, } a_1$$

$$\eta^2:\ V(a_1)=u(a_1, s_1)\pi(\phi(s_1))+u(a_1, s_2)\pi(\phi(s_2))$$
$$V(a_2)=u(a_2, s_1)\pi(\phi(s_1))+u(a_2, s_2)\pi(\phi(s_2))$$

となる。したがって, まず, システム η_1 の価値は, 2つの場合にわかれる (not regular case)。

(1) $u(a_2, s_1)>u(a_1, s_2)\pi(\phi(s_2|y_2))$

(2) $u(a_2, s_1)<u(a_1, s_2)\pi(\phi(s_2|y_2))$

例えば, (1)の場合では,

$$V(\eta_1)=u(a_2, s_1)\pi(\phi(s_1)) + u(a_1, s_2)\pi(\phi(s_2|y_2))(1-\pi(\phi(s_1)) \tag{4.1}$$

となる。システム η^2 の価値も, 当然ながら, $V(a_1)$, $V(a_2)$ の2通りがある。

いま, システム η^1 では(1)のケース, システム η^2 では, $V(\eta^2)=V(a_2)$ がそれぞれのシステムの価値であるとする (すべてのケースは4通り)。したがって,

$$\begin{aligned} &V(\eta^1)-V(\eta^2) \\ &=u(a_1, s_2)\pi(\phi(s_2|y_2))(1-\pi(\phi(s_1)) \\ &-u(a_2, s_2)\pi(\phi(s_2))\end{aligned}$$

この値は利得表に依存することになるけれども,

16) 加重関数 π の①から④までの性質で, 各不等号を等号にすれば, prospect の価値評価ルールより, Prospect Theory は, 期待効用理論に一致する。

17) Newman (1980) の数値例, および計算の誤りについては, 付録を参照。

$$\pi(\phi(s_2|y_2))(1-\pi(\phi(s_1))-\pi(\phi(s_2))$$

が，十分大きな正の値をとれば，利得表にほとんど関係なく Blackwell の fineness lemma が成立することになる。すなわち，

$$\pi\left(\frac{\phi(s_2)}{\phi(s_2)+\phi(s_3)}\right)(1-\pi(\phi(s_1))) - \pi(\phi(s_2)) \qquad (4.2)$$

の符号が問題となる。ここで，もし加重関数 π の性質のうち，半確実性があまり作用しないとすると，上の式は，ほぼ，

$$\pi\left(\frac{\phi(s_2)}{\phi(s_2)+\phi(s_3)}\right)\pi(\phi(s_2)+\phi(s_3)) - \pi(\phi(s_2)) \qquad (4.3)$$

に等しい。ところが，これは，半比例性の条件より，非正値である。他の3通りのケースについても全く同じことがいえる。したがって，システム η^1 とシステム η^2 に関する限り，半確実性は Blackwell の fineness lemma を成立させる傾向をもち，反比例性は，その逆の傾向をもつ，といえる。要するに，半比例性が強く働けば，fineness lemma が成立しなくなる。ところが，つねにそうとは限らないのである。実際完全情報システム η^∞ が利用可能であれば，η^∞ と η^1 の価値については，半比例性は，fineness lemma を成立させる傾向をもち，半確実性は，その逆の働きをするのである[18]。したがって，本節よりさらに一般的モデルについての conjecture として，半確実性と半比例性は，finenes lemma に関し，相互に逆行する作用をするといえるであろう。

さて，次に Blackwell の fineness lemma が逆転する場合の数値例を示そう。

加重関数としては，付録で示されている Newman のものを使用しよう。

$$\pi(p)=\begin{cases}0.1+0.9p^2 & \text{for } p\in(0.1)\\ 0 & \text{for } p=0\end{cases}$$

付録でも述べているように，この加重関数は，Prospect Theory で要請される重要な性質をみたしている。したがって，半確実性も半比例性も存在するので，fineness lemma の反例をみつけるためには，(4.3) 式より，

$$\pi\left(\frac{\phi(s_2)}{\phi(s_2)+\phi(s_3)}\right) \ll \frac{\pi(\phi(s_2))}{\pi(\phi(s_2)+\phi(s_3))} \qquad (4.4)$$

となるような状態の確率が与えられなければならない。そのため，われわれは，$\phi(s_1)=0.9$，$\phi(s_2)=0.05$，$\phi(s_3)=0.05$ を選んだ。こうすると，(4.4) は，

$$0.325=\pi(0.5) \ll \frac{\pi(0.05)}{\pi(0.1)}=1.013$$

となり，システム η^1 と η^2 の価値が逆転しそうである。次の利得表をもとに，計算してみよう。

	s_1	s_2	s_3
a_1	10	12	0
a_2	12	10	0
$\phi(s)$	0.9	0.05	0.05

η^1: $V(a_1|y_1)=10 \qquad V(a_2|y_1)=12$

$V(a_1|y_2)=12\pi(0.5)=3.9$

$V(a_2|y_2)=10\pi(0.5)=3.25$

$V(\eta^1)=12\pi(0.9)+3.9(1-\pi(0.9))$

$=10.615$

η^2: $V(a_1)=10\pi(0.9)+12\pi(0.05)=9.517$

$V(a_2)=12\pi(0.9)+10\pi(0.05)=20.173$

$V(\eta^2)=20.173$

したがって，システム η^1 は，ゼロ情報システム η^2 より小さな価値をもっている。

V　あとがき

fineness は，直観的にまったく明瞭な概念である。また，一方周到な観察に裏付けられた

18) 完全情報システムの価値は，

$$V(\eta^\infty)=u(a_2, s_1)\pi(\phi(s_1))+u(a_1, s_2)\pi(\phi(s_2))$$

である。したがって，η^1 のケース(1)における価値は，(4.1) 式であるから，

$$\pi(\phi(s_2))-\pi(\phi(s_2|y_2))(1-\pi(\phi(s_1)))>0$$

であれば，fineness lemma が成立する。この不等式の左辺は，ちょうど(4.2)式と符号が異なるだけである。したがって本文の主張が成立する。

Prospect Theory も，fineness の概念に劣らず常識に訴えるところが大きい。そうすると，Ⅳ節で明らかにされた通常のモデルのもとでの理論的結果および数値例は一体どのように解釈すればよいのだろうか。はたして，情報システムの価値を論じるとき，Prospect Theory は非現実な理論であるといえるのだろうか。一つの問題点として，Ⅲ節で述べた情報システムの価値の定義が不適切かも知れないということが考えられる。実は，この定義の他に，すでに2種類の定義が提唱されている (Hilton (1981) 参照)。したがって，適切な定義を用いることにより，ほとんどすべての決定問題について Blackwell の fineness lemma が成立するということがいえるかも知れない。

〈付　　録〉

Newman の例は，会計情報システムを念頭においたものであり，抽象的な図2.1の意味を理解する手だてにもなるので，数値例に入る前に，彼の会計学的解釈を筆者なりに述べておこう。

情報システムηの集合Hは，会計報告のあらゆる可能な作成方法であり，yは，特定の方法によって計算された純利益の実現値である。状態sは，その企業の製品に対する需要で，もちろんどれほどの需要が実現するかは不確実であるが，企業の意思決定者は，過去の経験などから，確率分布 $\phi(s)$ は決定できる。したがって，純利益の実現値yは，会計報告の作成方法が決められ，特定の状態（販売実績）が生起した後に確定される。行動（あるいは，選択）aの集合Aは，すべての可能な投資戦略であり，結果 $p(a, s)$ は純資産の増減をあらわす。この結果に，意思決定者は，効用 $U(p(a, s))$ を評価する。会計報告が，意思決定aを実行する以前に意思決定者に伝われば，彼の事実の知識 $\phi(s)$ を，ベイズルール $\phi(s|y, \eta)$ によって変更し，情報入手後の決定aを選択する。この例では，ηの決定を会計担当者とし，aの決定を投資戦略担当者とすれば理解が容易であるように思えるが，もし2人が別々の効用関数をもっているとすると，会計担当者も当然彼の効用関数に従って最適な決定（すなわち，会計システムの選択）をするはずである。このような場合には，図2.1のモデルでは不十分である。くわしくは，Demski (1972)，あるいは，Demski and Feltham (1976) を参照されたい。したがって，図2.1のモデルは，あくまでも，aとηの決定が同一人で行なわれるか，少なくとも2人が同じ効用関数をもっている場合に限られる。以下で述べる Newman の例と同様に，本文で示されるわれわれの例も，図2.1のモデルを念頭において作成されている。

Newman の例は次の利得法 payoff table をもとにしている。

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
a_1	17	0	17	0	0
a_2	14	14	0	14	0
$\phi(s)$	0.4	0.1	0.1	0.125	0.275

表 A.1

ここであらわれている数値は，すべて効用値である。そして，次の4つの情報システムを比較する。

η^0: ゼロ情報システム

η^∞: 完全情報システム

$$\eta^1:\ \eta^1(s)=\begin{cases} y_1^1 & \text{if } s\in\{s_1, s_2\} \\ y_2^1 & \text{if } s\in\{s_3, s_4, s_5\} \end{cases}$$

$$\eta^2:\ \eta^2(s)=\begin{cases} y_1^2 & \text{if } s\in\{s_1\} \\ y_2^2 & \text{if } s\in\{s_2, s_3, s_4, s_5\} \end{cases}$$

fineness に関して比較すると，η^0 はもっとも coarse で，η^∞ はもっとも fine である。中間的なシステムが，η^1 と η^2 であるが，この2つは，fineness に関し比較できない。

Prospect Theory にもとづいた加重関数は，

$$\pi(p)=\begin{cases} 0.1+0.9p^2 & \text{for } p\in(0, 1) \\ 0 & \text{for } p=0 \end{cases}$$

である。この関数は，Prospect Theory で要請される性質のうち，④を除いてすべて満足することを確かめることができる(ちなみに，半比例性の条件は，$d^2 \log \pi(p)/d^2 \log p \geq 0$ と同値であるので，この不等式を確認すると便利である)。④の条件は他の条件に比べ，それほど説得的な証拠もないので，この関数は，十分 Prospect Theory にかなっていると考えられる。

さて，これら4つの情報システムの価値を Prospect Theory を適用して計算してみよう。

1. η^0 のとき

a_1 でも a_2 でも，regular case の prospect であるから，脚注 11)の結合ルールを用いると，

$$V(a_1)=17\pi(0.5)=5.525$$
$$V(a_2)=14\pi(0.625)=6.322$$

したがって，a_2 が選ばれて，η^0 の価値は，

$$V(\eta^0)=6.322$$

2. η^∞ のとき

s_1 と s_3 のシグナルが得られたとき a_1 を選び，s_2 と s_4 のとき a_2 を選ぶ。やはり，regular case ゆえ，

$$V(\eta^\infty)=17\pi(0.5)+14\pi(0.225)$$
$$+0\pi(0.275)=7.563$$

3. η^1 のとき

各シグナルが得られたときの状態 s の条件付確率は，

$$\phi(s_1|y_1^1) = \frac{\phi(s_1, y_1^1)}{\phi(y_1^1)} = \frac{0.4}{0.5} = 0.8 \qquad \phi(s_i|y_2^1)=0 \text{ for } i=1, 2$$
$$\phi(s_3|y_2^1)=\frac{\phi(s_3, y_2^1)}{\phi(y_2^1)} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2$$
$$\phi(s_2|y_1^1)=0.2 \qquad \phi(s_4|y_2^1)=0.25$$
$$\phi(s_i|y_1^1)=0 \qquad \phi(s_5|y_2^1)=0.55$$
$$\text{for } i=3, 4, 5$$

シグナル y_1^1, y_2^1 に対して，a_1, a_2 の prospect の価値はやはり regular case で，

$$V(a_1|y_1^1)=11.692 \qquad V(a_2|y_1^1)=14$$
$$V(a_1|y_2^1)=2.312 \qquad V(a_2|y_2^1)=2.1875$$

したがって，y_1^1 のときは a_2, y_2^1 のときは a_1 が選ばれるから，この場合の「くじ」あるいは prospect は，（14，0.5；2.312，0.5）である。これは明らかに，not regular case の prospect である。Newman は，これを regular case と誤って取り扱っている。正しい価値は，

$$V(\eta^1)=14\pi(0.5)+2.312(1-\pi(0.5))$$
$$=6.1111$$

ちなみに，Newman はこれを，6.403 と計算してしまっている。

4. η^2 のとき

上の場合と同様に，状態の条件付確率は，

$$\phi(s_1|y_1^2)=1 \qquad \phi(s_1|y_2^2)=0$$
$$\phi(s_i|y_1^2)=0 \qquad \phi(s_2|y_2^2)=0.167$$
$$\text{for } i=2, 3, 4, 5 \qquad \phi(s_3|y_2^2)=0.167$$
$$\phi(s_4|y_2^2)=0.208$$
$$\phi(s_5|y_2^2)=0.458$$

したがって，

$$V(a_1|y_1^2)=17 \qquad V(a_1|y_1^2)=14$$
$$V(a_2|y_2^2)=2.125 \qquad V(a_2|y_2^2)=3.172$$

となる。prospect（17，0.4；3.172，0.6）は，not regular case。η^1 と同様 Newman は，これを regular case と考えてしまった。正しい結果は，$V(\eta^2)=6.546$ である。一方，Newman は，6.186 である。

Newman の計算によれば，

$7.563(\eta^\infty)>6.403(\eta^1)>6.322(\eta^0)>6.186(\eta^2)$

であって，ゼロ情報システム η^0 が，システム η^2 の価値より大きくなり，fineness と逆転している。

ところで，われわれの正しい計算によると，

$7.563(\eta^\infty)>6.546(\eta^2)>6.322(\eta^0)>6.111(\eta^1)$

となり，Newman と順序こそ異なっているとはいえ，η^0 の価値が η^1 の価値より大きくなり，Blackwel の lemma を逆転しているようにみえる。ところが，実は情報システム η^1 には大きな欠陥があることに注意しなければならない。

状態の集合 S は，脚注11）の結合ルールを用いて，図 2.2 のように図示すると，図 A.1 の(a)のようになる。状態 s_2 と s_4 は何ら分ける必要はないので，一つの状態をみなすべきである。

一方，システム η^1 は，図 A.1の(b)であるので，これは集合 S の分割をなしていない。いいかえれば，集合 S に関し，η^1 は noise を含んだ情報システムであるので，fineness の概念を適用することはできない。したがって η^0 と η^1 の価値が逆転したにもかかわらず，Newman の例では，Blackwell の lemma の反例をみつけたことにはならない。

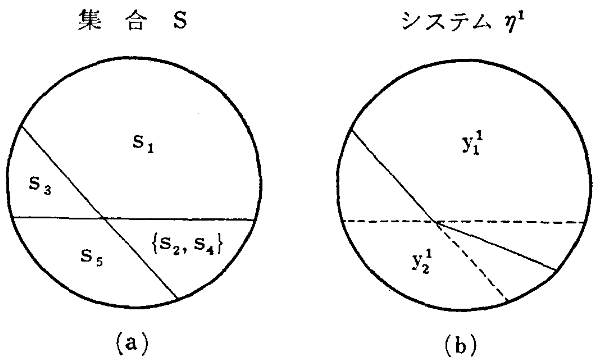

図 A.1

参 考 文 献

J.S. Demski, *Information Analysis*, Addison-Wesley, 1972.

J.S. Demski and G.A. Feltham, *Cost Determination: A Conceptual Approach*, The Iowa State University Press, 1976.

R.W. Hilton, "The Determinants of Information Value Synthesizing Some General Results", *Management Science*, Vol. 27, No. 1 (1981).

D. Kahneman and A. Tversky, "Prospect" Theory: An Analysis of Decisions under Risk", *Econometrica* Vol. 47 No. 2 (1979).

J. Marshak and K. Miyasawa, "Economic Comparability of Information Systems", *International Economic Review*, Vol. 9, No. 2 (1968).

J. Marshak and R. Radner, *Economic Theory of Teams*, Yale University Press, 1972.

宮沢光一，『経済分析と決定理論』，東洋経済新報社，1971.

D.P. Newman, "Prospect Theory: Implications for Information Evaluation", *Accounting, Organizations and Society*, Vol. 5, No. 2 (1980).

〔横浜国立大学経営学部助教授〕