

学位論文及び審査結果の要旨

横浜国立大学

氏名	樋口 伸宏
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	環情博甲第2220号
学位授与年月日	令和3年3月25日
学位授与の根拠	学位規則(昭和28年4月1日文部省令第9号)第4条第1項及び 横浜国立大学学位規則第5条第1項 (論博の場合は第2項)
研究科(学府)・専攻名	環境情報学府 情報環境専攻
学位論文題目	On the boundary components of central streams and determining their Newton polygons
論文審査委員	主査 横浜国立大学 准教授 原下秀士 横浜国立大学 教授 西村尚史 横浜国立大学 教授 四方順司 横浜国立大学 教授 野間淳 横浜国立大学 教授 梶原健

論文及び審査結果の要旨

正標数の体上の p -可除群の変形空間に入る階層構造や葉層構造は Oort を始めとした多くの研究者によって研究されてきた。楕円曲線の場合は、通常(ordinary)と超特異(supersingular)の2種類の楕円曲線のタイプがあるが、この階層構造や葉層構造は、「通常」や「超特異」といった概念の高次元版と見做され、整数論を始めとした多くの分野で利用される重要な研究対象である。これまで多くの成果が得られているが、未解決な問題も数多く残されている。特に葉層構造について、その境界は未だ明らかにされていない。

樋口氏は、特別な場合であるが最も重要とされる central stream と呼ばれる leaf (Newton polygon 毎に一枚 leaf が存在する) について、その境界成分の決定と各境界成分の一般元の Newton polygon の決定を行った。ここで、Newton polygon とは複数の segments からなる、格子点上で折れ曲がる下に凸な折れ線グラフのことであり、Newton polygon は p -可除群の同種類の不変量として自然に現れることが古くから知られている(Dieudonné-Manin classification と呼ばれている)。

樋口氏は、本研究を修士の頃より研究を続けており、Newton polygon が 1/2-分離的と呼ばれる場合の解決(部分的解決)から、一般の場合をその特殊な場合に帰着する方法を段階的に開発し、この博士論文で全ての場合に解決を与えることに成功した。本論文は全6章から構成されている。

第1章 「Introduction」では、まず本研究の背景、目的が述べられ、次に p -可除群の特殊化の問題を変形空間の言葉で記述し、問題の正確な定式化が行われている。最後に、その定式化を基に主定理の主張が述べられる。

第2章 「Preliminaries」では、 p -可除群や Dieudonné 加群の解説、変形空間と葉層の基本事項の説明に加え、truncate された p -可除群や Dieudonné 加群 (BT_1 や DM_1) の特殊化や分類についての先行結果が解説され、問題が組み合わせ論的問題に帰着されることが説明される。

第3章 「Arrowed binary sequences」では、 DM_1 の特殊化の構成に用いられる組み合わせ論的データ arrowed binary sequences が導入され、特殊化の基本的構成法が示される。また、証明等に用いられる、付随する概念の整備が行われている。

第4章 「The case of 1/2-separated Newton polygons」では、Newton polygon が 1/2-分離的と呼ばれる場合に、central stream の境界成分の分類が行われる。より詳しく述べると、境界は p -核タイプ (Ekedahl-Oort タイプ) と呼ばれる不変量(組み合わせ的データ)によって特徴づけられており、本論文では境界成分に現れ得るその不変量の決定が行われた。境界成分とは境界の一

つの component のことであり、特殊化の言葉と用いると、 p -可除群の generic な特殊化の分類を意味する。Generic とは、正確にはその不変量に付随する「長さ」と呼ばれる量が 1 だけ下がっていることを意味する。「長さ」は階層の次元と等しいことが先行研究で示されているので、「境界成分」の自然な定義と考えられる。また本章では、その境界成分の一般元に付随する Newton polygon の決定を、generic な特殊化の更に深い特殊化を考察することによって行われている。

第 5 章 「The case of Newton polygons consisting of two segments」では、1/2-分離的とは限らない 2 線分の場合の central stream の境界成分の分類が行われた。Newton polygon のユークリッド互除法の操作と特殊化の関係を記述し、1/2-分離的の場合に帰着する方法で証明が行われた。

第 6 章 「Reduction to the two segments case」では、一般の Newton polygon (segments の数が 2 とは限らない場合)に対して、central stream の境界成分の分類およびその境界の一般元に付随する Newton polygon の決定が行われた。一般の Newton polygon の場合の generic な特殊化は、ある隣り合う segments の generic な特殊化に対応することを示す形で分類がなされている。

以上のように、樋口氏の論文は、central stream の境界の分類とその一般元の性質 (Newton polygon) の決定という数学的に新奇性が高く、意義深い纏まった研究成果を与えている。これまでの研究成果の公表に関しては、学術雑誌論文 (査読有) 2 篇 (内、博士課程後期入学後に始めた研究 1 篇) が公表され、いずれも高く評価されている。

以上から、本論文は博士 (理学) の学位論文として十分な価値を有すると審査員全員一致して認めるものである。

注 論文及び審査結果の要旨欄に不足が生じる場合には、同欄の様式に準じ裏面又は別紙によること。