グラフ理論の能力の素養に関する研究

教育デザインコース　数学領域
清水　優菜

問題と目的

教育課程実施状況調査や PISA や TIMSS といった国際的な学力調査の結果から，日本の子どもは「数学への興味・関心」，「数学的な思考力・表現力を用いた問題解決」に課題がある (国立教育政策所 , 2007 および文部科学省 , 2014)．特に，高校生に焦点を当てると，教育現場において「数学嫌い，数学離れ」たる現象が起きている (景山 , 2007)．高等学校数学において「数学嫌い，数学離れ」が生じている原因として，景山 (2007) は，微分・積分を頂点とする伝統的なカリキュラムと生徒の多様性のミスマッチ，多くの生徒が「数学Ⅱ・B」までしか学習しないことを挙げている．

高等学校数学における「数学嫌い，数学離れ」を解消するために，長崎ら (2007) は高等学校数学に離散数学[1]を導入することを提言した．また，2008 年の学習指導要領改訂において，高等学校数学に「数学活用」が組み込まれ[2]，離散数学が扱われるようになった．長崎ら (2007) の離散数学導入の提言，2008 年からの「数学活用」の導入により，高等学校数学で離散数学に関する様々な実践 (荻原 (2006)，梅田 (2010) および長崎 (2007) の報告書の実践例を参照) が現場で行われてきた．

そもそも，景山 (2007) によれば，「数学嫌い，数学離れ」を解消するために離散数学が適していると考えられる理由は以下の通りである．(1) 少ない予備知識で問題解決できる．(2) 問題解決を通して，数学の有用性，数学的な見方や考え方を感じ，獲得することできる．(3) 解法が多様にある．(4) 比較的新しい数学の分野で，研究の最先端に触れることができる．

一方，今までの研究・実践では離散数学の教材開発が主であり，既に離散数学をカリキュラムに取り組んでいる国の学生との離散数学の能力比較や離散数学の能力に関する研究は少ない．

その中で清水 (2015) は，2004 年から離散数学を高校数学に取り入れているイギリスに焦点を当て，イギリスのグラフ理論[3]に関する大学入試問題を用いて日本の学生とイギリスの学生のグラフ理論の能力に関する分析を行った．その結果，日本の学生のグラフ理論の能力はイギリスの学生に比べ低いことがわかった．

そこで，本研究では，清水 (2015) の研究を継続し，グラフ理論の能力と学習方法の関連について検討することを目的とする．

寺西 (2008)，市川ら (2009)，廣瀬ら (2012) などの先行研究から，「学習方略」(学習効果を高めるために意図的にとられる行動) と，「学習観」(数学の学習に関する信念) および「公式観」(数学の公式に関する信念) の間に関係があることがわかった．特に，廣瀬ら (2012) は，「学習観」が「公式観」に影響を与え，「公式観」が「学習方略」に影響を与えることを示した．よって，本研究では学習方法としての「学習方略」だけではなく，「学習方略」との関係がある「学習観」および「公式観」についても検討することにした．

以上を踏まえ，本研究では大学生および大学院生を対象とした質問紙調査を行い，共分散構造分析を行い，グラフ理論の能力と学習方法の関連について検討する．

1　離散数学とは，有限で離散的な構造を扱う数学であり，グラフ理論，組合せ，計算機科学，アルゴリズム論などを指す．離散数学は，コンピュータの発達と相まって発展し，現在様々な社会の分野で活用されている．

2　高等学校数学に離散数学が組み込まれたものの，公立高等学校における実施状況は低い．普通科における実施率は 1 年次が 0％，2 年次が 1.0％，3 年次が 6.3％となっている (平成 25 年度入学者)．

3　グラフ理論とはノード (頂点) とエッジ (辺) から構成されるグラフの数理に関する理論であり，離散数学の一分野である．現在，グラフ理論はネットワークや集積回路といった複雑なシステムにおいて応用されているなど，社会の様々な分野において活用されている．

方法

1．調査協力者

横浜国立大学教育人間科学部学校教育課程および教育学研究科の数学教育専攻所属の学生 74

2．調査内容

イギリスのグラフ理論に関する大学入試問題と学習観，公式観，学習方略をそれぞれ測る尺度の質問を実施した．

イギリスのグラフ理論に関する大学入試問題

イギリスのグラフ理論に関する大学の入試問題を邦訳し，改定した (Appendix を参照)．本研究で扱うイギリスのグラフ理論に関する大学の入試問題は，2013 年の夏に Edexcel 社が実施した Decision Mathematics 1 の大問 5 である．問題の内容は，中国人郵便配達問題のアルゴリズムに関するものである．この問題の出題の理由は，(1) 前提となる知識が少なくても考えることによって解答を求めることができる．(2) グラフ理論の専門用語や特定のアルゴリズムの使用がないからである．問題の改訂にあたり，3 問 (配点 10) という問題数と配点はそのままにした．

学習観，公式観，学習方略をそれぞれ測る尺度の詳細

学習観　学習観として，廣瀬ら (2012)，市川ら (2009) を参考に，学習量志向と意味理解志向を取り上げることにした．これらの測定尺度として，廣瀬ら (2012) が用いた学習観測定尺度の 20 項目のうち，学習観の因子分析の結果として採用された 10 項目を学習観測定尺度として採用した. それぞれの項目に対して,「そう思う」,「まあそう思う」，「どちらともいえない」，「あまりそう思わない」，「そう思わない」の 5 件法で尋ねた．

公式観　公式観として，廣瀬ら (2012)，寺西 (2008) を参考に，公式への困惑，暗記偏重，導き方の意義を取り上げることにした．これらの測定尺度として，廣瀬ら (2012) が用いた公式観測定尺度の 15 項目のうち，公式観因子分析の結果として採用された 13 項目を公式観測定尺度として採用した．それぞれの項目に対して，5 件法で尋ねた．

学習方略　学習方略として，廣瀬ら (2012)，市川ら (2009) を参考に，反復演習方略，要点理解方略を取り上げることにした．これらの測定尺度として，廣瀬ら (2012) が用いた学習方略測定尺度の 17 項目のうち，学習方略因子分析の結果として採用された 11 項目を学習方略測定尺度として採用した. それぞれの項目に対して，5 件法で尋ねた.

3．手続き

イギリスのグラフ理論に関する大学入試問題は「調査問題」，学習観，公式観，学習方略に関する調査は「数学の学習観，公式観，学習方略に関する調査」という形にした．調査は教室内での集団自記式で行い，両調査を対応付けるために調査用紙に学籍番号を記入するように指示を出した. 協力者に対し,「離散数学の能力と学習観，公式観，学習方略に関する調査」と伝えた．調査に要した時間は配布，回収を含めて約 30 分であった．

4．調査期間

2015 年 4 月初旬から 2015 年 5 月中旬

結果

以下では，欠損値を含むデータは除外した[4]．その結果，対象者の最終人数は７１名となった．また，5 件法で求めた学習観，公式観，学習方略の回答はそのまま 1 点から 5 点へと点数化した．分析は，日本の学生の有得点者及び無得点者の各尺度の因子分析，共分散構造分析による因子間の関係の検討の順に行った．

また，分析には R version 3.1.2 を用いた．

1．グラフ理論に関する大学入試問題有得点者の学習観，公式観，学習方略の因子分析

グラフ理論に関する大学入試問題有得点者 (以下，有得点者) とはグラフ理論に関する大学入試問題の結果，1 点以上の対象者のことである．対象者は 36 名であった．

学習観の因子分析　学習観尺度 11 項目に対し，因子分析 (最尤法，プロマックス回転) を行った．初期の分析で共通性が .160 を下回った項目，単純構造を示さなかった 4 項目を除外し，最終的に 7 項目で分析を行った．最終的な分析におけるスクリープロットおよび廣瀬ら (2012) から，2 因子が妥当であると判断した．なお，各項目の平均，標準偏差 (SD)，α 係数および因子分析の結果を Table1 に示す．

第 1 因子では，「一日何時間と決めてコツコツと数学を勉強していれば，いつかできるようになる」，「一度解法を見て分からないときは，何度も書いて解法を覚えることが大切だ」，「数学を勉強するときは，できるまで繰り返し問題に挑戦する必要がある」など自分の勉強量

4　入試問題の無回答は，０点とした．

に関する項目の負荷が高かった．したがって，廣瀬ら (2012)，市川ら (2009) を参考にして，これらを「勉強量志向」因子とした．第２因子は，「数学の勉強をするときは，自分がどこまで理解しているかどうかを確認しながら学習することが必要だ」，「数学の成績を上げるために，どう勉強すればよいかを考えることは効果的だ」など自分の勉強の意味理解をする項目の負荷が高かった．よって，廣瀬ら (2012) と同様に，「意味理解志向」因子とした．また，因子間相関は .227 であった．

公式観の因子分析　公式観尺度 13 項目に対し，因子分析 (最尤法，プロマックス回転) を行った．初期の分析で共通性が .160 を下回った３項目を除外し，最終的に 10 項目で分析を行った. 最終的な分析におけるスクリープロットから，２因子が妥当であると判断した．なお，各項目の平均，標準偏差 (SD)，α係数および因子分析の結果を Table2 に示す．

第１因子は，「問題を解くときに，公式・定理をどのように使えばいいのかわからない」，「問題集などの解答・解説を読んでいても，なぜその公式・定理を使うのかが理解できない」など公式への困惑を示す項目の負荷が高かった．したがって，廣瀬ら (2012) と同様に，「公式への困惑」因子とした．第２因子は，「公式・定理の導き方を知ることで，その公式・定理が頭に残る」，「公式・定理の導き方を知ることで，その公式・定理への理

Table1 有得点者における学習観尺度の因子分析結果

		平均	SD	Ⅰ	Ⅱ	共通性
	勉強量志向(α＝.812)					
7	一日何時間と決めてコツコツと数学を勉強していれば、いつかできるようになる。	2.833	1.014	.795	−.168	.194
2	一度解法を見て分からないときは、何度も書いて解法を覚えることが大切だ。	2.917	1.187	.793	−.047	.615
8	数学を勉強するときは、できるまで繰り返し問題に挑戦する必要がある。	2.444	1.066	.735	.154	.709
3	繰り返し問題を解き、解法を覚えることが大切だ。	2.222	0.975	.508	.386	.496
	意味理解志向(α=.622)					
5	数学の勉強をするときは、自分がどこまで理解しているかどうかを確認しながら学習することが必要だ。	1.500	0.726	.049	.829	.599
11	数学の成績を上げるために、どう勉強すればよいかを考えることは効果的だ。	1.833	1.014	−.042	.649	.616
4	数学の問題を解いていて間違えたときには、自分がなぜ間違えたのかを考えることは効果的だ。	1.139	0.346	−.205	.440	.410

Table2 有得点者における公式観尺度の因子分析結果

		平均	SD	Ⅰ	Ⅱ	共通性
	公式への困惑(α=.747)					
4	問題を解くときに、公式・定理をどのように使えばいいのかわからない。	3.250	1.064	.847	.182	.686
10	問題集などの解答・解説を読んでいても、なぜその公式・定理を使うのかが理解できない。	3.389	0.859	.751	.041	.552
3	公式・定理を覚えるために繰り返し書いたり、口に出したりすればよい。	2.639	1.084	.565	−.016	.324
1	問題を解くとき、どの公式・定理を使うのかが難しい。	3.111	1.021	.502	.108	.241
6	新しい公式・定理が出てきたときには、まず覚えることが大切だ。	2.500	0.957	.445	−.138	.243
	導き方の意義(α=.713)					
2	公式・定理の導き方を知ることで、その公式・定理が頭に残る。	1.722	0.837	.206	1.020	.995
8	公式・定理の導き方を知ることで、その公式・定理への理解が深まる。	1.528	0.600	.004	.751	.563
5	公式・定理を覚えるためには導き方を理解すればよい。	2.056	0.941	−.246	.415	.276

解が深まる」など学習者が公式を導くことに意義を見出している項目の負荷が高かった．よって，廣瀬ら (2012) と同様に，「導き方の意義」因子とした．また，因子間相関は -.210 であった．

学習方略の因子分析　学習方略尺度 10 項目に対し，因子分析 (最尤法，プロマックス回転) を行った．初期の分析で共通性が .160 を下回った項目，単純構造を示さなかった 3 項目を除外し，最終的に 7 項目で分析を行った．最終的な分析におけるスクリープロットおよび廣瀬ら (2012) から，2 因子が妥当であると判断した．なお，各項目の平均，標準偏差 (SD)，α 係数および因子分析の結果を Table3 に示す．

第 1 因子は，「解法パターンが同じである問題を見つけ出し，何度も繰り返し解くようにしている」，「どうすれば効率よく問題が解けるかを考える」，「苦手なところや間違えた問題を繰り返し勉強している」など問題を繰り返し解くことに関する項目の負荷が高かった．したがって，廣瀬ら (2012) と同様に，「反復演習方略」因子とした．第 2 因子は，「公式や定理はただその形を覚えるのではなく，どうしてそのような形になるのかを考えようとしている」,「解答や解説を読むときは『なぜ？』『どうして？』という疑問を持つようにしている」など意味理解を志向した方略に関する項目の負荷が高かった．よって，廣瀬ら (2012)，市川ら (2009) を参考にして,「意味理解方略」因子とした．また,因子間相関は .561 であった．

2．グラフ理論に関する大学入試問題無得点者の学習観，公式観，学習方略の因子分析

グラフ理論に関する大学入試問題無得点者 (以下，無得点者) とはグラフ理論に関する大学入試問題の結果，0 点の対象者のことである．対象者は 35 名であった．

学習観の因子分析　学習観尺度 11 項目に対し，因子分析 (最尤法，プロマックス回転) を行った．初期の分析で共通性が .160 を下回った 2 項目を除外し，最終的に 9 項目で分析を行った．最終的な分析におけるスクリープロットから，3 因子が妥当であると判断した．なお，各項目の平均，標準偏差 (SD)，α 係数および因子分析の結果を Table4 に示す．

第 1 因子は，「一度解法を見て分からないときは，何度も書いて解法を覚えることが大切だ」，「人それぞれ，自分に合った数学の勉強方法を工夫したほうが効果的だ」，「繰り返し問題を解き，解法を覚えることが大切だ」といった項目が高い負荷を示した．勉強方法の工夫を大切にする項目が負の負荷を示し，丸暗記を志向する項目が高い負荷を示したため，市川ら (2009) を参考にして，「丸暗記志向」因子とした．第 2 因子は，「数学の問題を解いていて間違えたときには，自分がなぜ間違えたのかを考えることは効果的だ」，「数学を勉強するときは，できるまで繰り返し問題に挑戦する必要がある」，「数学の勉強をするときは，自分がどこまで理解しているかどうかを確認しながら学習することが必要だ」といった項目が高い負荷を示した．自分の勉強の意味理解をする項目と学習の継続に関わる項目が混在しているが，学習の継続に関わる項目は第 3 因子でも負荷が高いため，第 2 因子では自分の勉強の意味理解をする項目を優先した．その結果，廣瀬ら (2012) と同様に，「意味理解志向」因子とした．第 3 因子は，「数学の勉強は，とにかく根性をもって頑張り続けることが大切だ」，「一日何時間と決めてコツコツと数学を勉強していれば，いつかで

Table3　有得点者における学習方略尺度の因子分析結果

		平均	SD	Ⅰ	Ⅱ	共通性
	反復演習方略(α＝.710)					
8	解法パターンが同じである問題を見つけ出し、何度も繰り返し解くようにしている。	2.694	0.995	1.138	−.309	.995
9	どうすれば効率よく問題が解けるかを考える。	1.972	0.957	.612	−.045	.345
2	苦手なところや間違えた問題を繰り返し勉強している。	2.000	0.972	.425	.062	.214
3	難しいと思える公式や定理でも、自分の知識に結びつけて覚える方法がないかと考えるようにしている。	2.111	1.074	.356	.237	.278
	意味理解方略(α=.710)					
1	公式や定理はただその形を覚えるのではなく、どうしてそのような形になるのかを考えようとしている。	2.028	1.093	−.359	1.154	.995
6	解答や解説を読むときは「なぜ？」「どうして？」という疑問を持つようにしている。	1.694	0.844	.095	.487	.298
7	答えより考え方が正しいかどうかを大切にしている。	1.806	0.844	.258	.434	.381

きるようになる」といった，学習の継続を志向する項目の負荷が高かった．よって，「学習継続志向」因子とした．なお，因子間相関は第１因子 - 第２因子間で .394，第１因子と第３因子で .323, 第２因子と第３因子で .458 であった．

公式観の因子分析　公式観尺度 13 項目に対し，因子分析 (最尤法，プロマックス回転) を行った．初期の分析で共通性が .160 を下回った項目，単純構造を示さなかった３項目を除外し，最終的に 10 項目で分析を行った．最終的な分析におけるスクリープロットおよび廣瀬ら (2012) から，３因子が妥当であると判断した．なお，各項目の平均，標準偏差 (SD)， α 係数および因子分析の結果を Table5 に示す．

第１因子は，「公式・定理を覚えるためには，公式に代入すれば解ける問題をたくさん解けばよい」，「公式・定理から具体的なイメージがわかない」，「公式は問題に

Table4　無得点者における学習観尺度の因子分析結果

		平均	SD	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	共通性
	丸暗記志向(α =.488)						
2	一度解法を見て分からないときは、何度も書いて解法を覚えることが大切だ。	3.314	1.214	.875	.002	−.075	.721
9	人それぞれ、自分に合った数学の勉強方法を工夫したほうが効果的だ	1.543	0.602	−.538	.129	.144	.214
3	繰り返し問題を解き、解法を覚えることが大切だ。	2.743	1.203	.527	.410	−.114	.579
6	数学ができる／できないは勉強量に比例する。	2.943	1.170	.445	−.056	.307	.368
	意味理解志向(α =.616)						
4	数学の問題を解いていて間違えたときには、自分がなぜ間違えたのかを考えることは効果的だ。	1.286	0.452	−.012	.808	−.099	.603
8	数学を勉強するときは、できるまで繰り返し問題に挑戦する必要がある。	2.143	1.018	−.102	.683	.252	.568
5	数学の勉強をするときは、自分がどこまで理解しているかどうかを確認しながら学習することが必要だ。	1.514	0.554	.110	.498	−.060	.289
	学習継続志向(α =.690)						
10	数学の勉強は、とにかく根性をもって頑張り続けることが大切だ。	2.600	1.020	−.132	.004	1.041	.995
7	一日何時間と決めてコツコツと数学を勉強していれば、いつかできるようになる。	2.400	0.932	.209	−.017	.480	.345

Table5　無得点者における公式観尺度の因子分析結果

		平均	SD	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	共通性
	暗記偏重(α =.765)						
9	公式・定理を覚えるためには、公式に代入すれば解ける問題をたくさん解けばよい。	3.000	1.242	.815	−.255	−.208	.705
7	公式・定理から具体的なイメージがわかない。	3.057	0.924	.734	−.099	.058	.597
13	公式は問題に取り組み、使いながら覚える	1.771	0.759	.703	.167	.171	.604
6	新しい公式・定理が出てきたときには、まず覚えることが大切だ。	2.857	1.175	.474	.062	.237	.352
	導き方の意義(α =.780)						
5	公式・定理を覚えるためには導き方を理解すればよい。	1.857	1.018	−.099	.967	−.040	.971
2	公式・定理の導き方を知ることで、その公式・定理が頭に残る。	1.714	0.881	−.130	.680	.058	.496
8	公式・定理の導き方を知ることで、その公式・定理への理解が深まる。	1.429	0.495	.129	.662	−.110	.441
	公式への困惑(α =.715)						
4	問題を解くときに、公式・定理をどのように使えばいいのかわからない。	3.429	0.838	.047	−.036	.980	.995
1	問題を解くとき、どの公式・定理を使うのかが難しい。	2.686	1.008	−.210	−.210	.566	.324
10	問題集などの解答・解説を読んでいても、なぜその公式・定理を使うのかが理解できない。	3.400	0.962	.089	.124	.508	.307

取り組み，使いながら覚える」といった項目が高い負荷を示した．公式の暗記に偏重している項目と公式への困惑を示す項目が混在しているが，第３因子で公式への困惑を示す項目が高い負荷を示しているため，第１因子では公式の暗記に偏重している項目を優先する．したがって，廣瀬ら (2012) と同様に，「暗記偏重」因子とした．第２因子は，「公式・定理を覚えるためには導き方を理解すればよい」，「公式・定理の導き方を知ることで，その公式・定理が頭に残る」といった学習者が公式を導くことに意義を見出している項目の負荷が高かった．よって，廣瀬ら (2012) と同様に，「導き方の意義」因子とした．第３因子は，「問題を解くときに，公式・定理をどのように使えばいいのかわからない」，「問題を解くとき，どの公式・定理を使うのかが難しい」といった公式への困惑を示す項目の負荷が高かった．したがって，廣瀬ら (2012) と同様に，「公式への困惑」因子とした．なお，因子間相関は第１因子 - 第２因子間で .209，第１因子と第３因子で -.490，第２因子と第３因子で -.467 であった．

学習方略の因子分析　学習方略尺度 10 項目に対し，因子分析 (最尤法，プロマックス回転) を行った．初期の分析で因子負荷率が .350 を下回った１項目を除外し，最終的に９項目で分析を行った．最終的な分析におけるスクリープロットから，３因子が妥当であると判断した．なお，各項目の平均，標準偏差 (SD)，α 係数および因子分析の結果を Table6 に示す．

第１因子は，「公式や定理はただその形を覚えるのではなく，どうしてそのような形になるのかを考えようとしている」，「解答や解説を読むときは『なぜ？』『どうして？』という疑問を持つようにしている」といった意味理解を志向した方略に関する項目の負荷が高かった．よって，廣瀬ら (2012)，市川ら (2009) を参考にして，「意味理解方略」因子とした．第２因子は，「難しいと思える公式や定理でも，自分の知識に結びつけて覚える方法がないかと考えるようにしている」，「どうすれば効率よく問題が解けるかを考える」といった問題解決を志向した方略に関する項目の負荷が高かった．よって，市川 (2009) を参考にして，「問題解決方略」因子とした．第３因子は，「なるべく多くの例題や練習問題を解くようにしている」，「問題を解くときは，図やグラフを書いて視覚的に捉えている」といった項目が高い負荷を示した．問題の反復演習に関する項目と問題解決を志向した方略に関する項目が混在してが，問題解決を志向した方略に関する項目は第２因子において高い負荷を示している．よって，第３因子では，問題の反復演習に関する項目と問題解決を志向した方略に関する項目を優先する．その結果，廣瀬ら (2012) と同様に，「反復演習方略」因子とした．なお，因子間相関は第１因子と第２因子

Table6　無得点者における学習方略尺度の因子分析結果

		平均	SD	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	共通性
	意味理解方略(α=.657)						
1	公式や定理はただその形を覚えるのではなく、どうしてそのような形になるのかを考えようとしている。	1.743	0.690	.709	.028	−.173	.510
6	解答や解説を読むときは「なぜ？」「どうして？」という疑問を持つようにしている。	1.657	0.630	.615	−.065	−.066	.344
7	答えより考え方が正しいかどうかを大切にしている。	1.914	0.906	.576	−.122	−.015	.292
2	苦手なところや間違えた問題を繰り返し勉強している。	1.800	0.786	.525	−.043	.271	.380
	問題解決方略(α=.650)						
3	難しいと思える公式や定理でも、自分の知識に結びつけて覚える方法がないかと考えるようにしている。	2.229	0.988	−.070	1.019	−.042	.995
9	どうすれば効率よく問題が解けるかを考える。	2.000	0.828	.178	.428	−.126	.282
	反復演習方略(α=.454)						
4	なるべく多くの例題や練習問題を解くようにしている。	2.486	1.204	−.116	−.060	1.004	.995
10	問題を解くときは、図やグラフを書いて視覚的に捉えている。	1.943	0.826	.100	.292	.353	.249

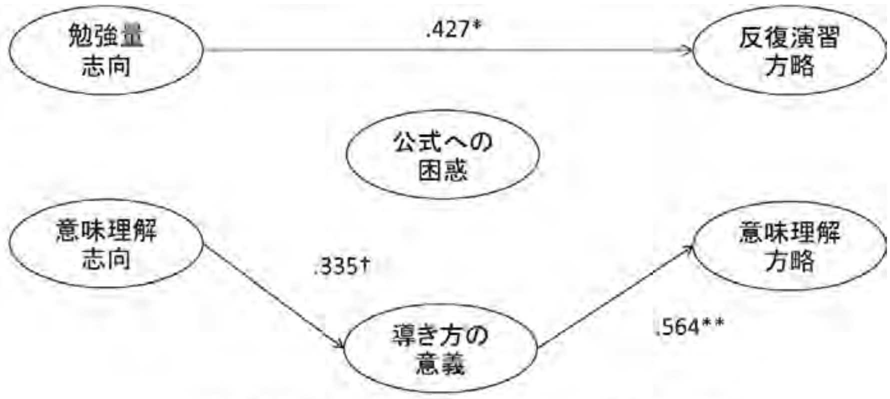


Figure1 大学入試問題有得点者のモデル（誤差変数は省略）

**p<.01, *p<.05, † p<.10を示す.

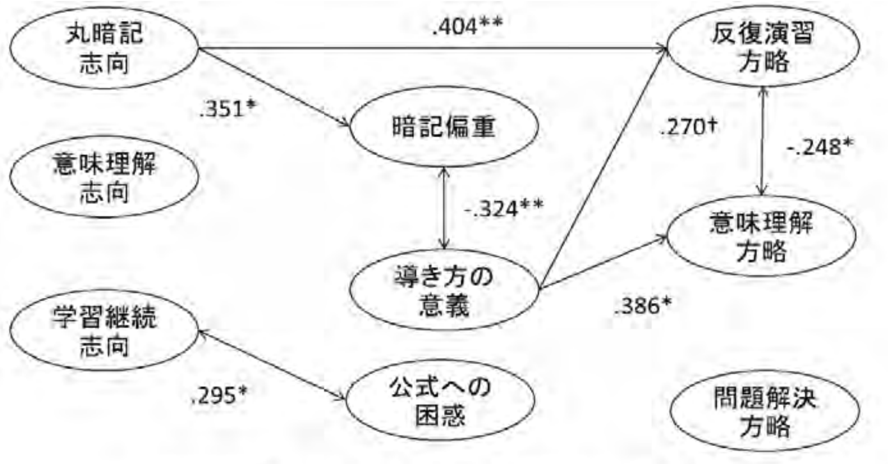


Figure2 大学入試問題無得点者のモデル（誤差変数は省略）

**p<.01, *p<.05, †p<.10を示す.

間で .014，第 1 因子と第 3 因子で .329，第 2 因子と第 3 因子で -.110 であった.

3. 共分散構造分析によるモデル化

有得点者および無得点者が有する学習観，公式観，学習方略の各因子の関係を検討するため，共分散構造分析を行った．モデル化にあたり，廣瀬ら (2012) を参考にして，次のような仮定をたてた．(1) 学習方略の使用を決定するのは学習者が有する学習観である．(2) 学習観が公式観へ影響を与える．(3) 公式観は学習方略の使用に影響を与える.

これらの仮定をもとに,モデルの構築と分析を行った．モデルの構築にあたり,各因子に対応する観測変数には,因子分析の結果，最も因子負荷量が高かった 1 項目を採用した．以上の仮定から考えられるすべてのパスを分析した結果,偏回帰係数が有意傾向 (p<.10) に満たなかったパスはすべて除外した．そして，有意傾向を満たしたパスをすべて残したモデルを採用し，モデルの適合度を推定した．グラフ理論に関する大学入試問題有得点者の結果を Figure1 に示し，グラフ理論に関する大学入試問題無得点者の結果を Figure2 に示す．なお，それぞれの Figure における数値は標準化係数を表す.

有得点者のモデル適合度[5]は,$\chi^2_{(12)}$ =8.56, p=n.s, CFI ＝ 1, RMSEA=0, SRMR=.088 という適合度が得られた．また，無得点者のモデル適合度は，$\chi^2_{(29)}$ =23.82, p=n.s, CFI=1, RMSEA=0, SRMR=.12 という適合度が得られた.

5 CFI, RMSEA, SRMR は共分散構造分析の適合度の指標である．適合度の指標の目安として，CFI は 1 に近い方がよく，RMSEA と SRMR は 0 に近い方がよい.

有得点者のモデル　まず，学習観から公式観への影響をみると，「勉強量志向」から有意なパスは引かれなかったが，「意味理解志向」から「導き方の意義」には有意なパスが引かれた．つまり，「勉強において意味理解を重視する」という学習観は，公式について「導き方の意義」を重視する考え方に結びつくことが分かった．

次に，公式観から学習方略への影響をみると，「公式への困惑」から有意なパスは引かれなかったが，「導き方の意義」から「意味理解方略」には有意なパスが引かれた．つまり，公式について「導き方の意義」を重視する考え方は，「問題の意味理解を重視した方略」の使用に結びつくことが分かった．

最後に，学習観から学習方略への影響を検討したところ，「勉強量志向」から「反復演習方略」へ有意なパスが引かれた．つまり，「勉強は量が大事である」という学習観は，「繰り返し問題を解く方略」の使用を促すことがわかった．

無得点者のモデル　まず，学習観から公式観への影響をみると，「丸暗記志向」から「暗記偏重」へ有意なパスが引かれ，「学習継続志向」と「公式への困惑」の間に正の相関がみられた．つまり，「暗記することを重視する」学習観は公式の「暗記偏重」を促し，「学習を継続することを重視する」学習観と「公式への困惑」はつながっていることが分かった．

次に，公式観から学習方略への影響をみると，「導き方の意義」から「反復演習方略」，「意味理解方略」へ有意なパスが引かれた．つまり，公式について「導き方の意義」を重視する考え方は，「繰り返し問題を解く方略」と「問題の意味理解を重視した方略」の使用を促すが分かった．

公式観同士の影響を検討したところ，「暗記偏重」と「導き方の意義」に負の相関がみられた．ここから，公式を「暗記偏重」する考え方と公式の「導き方の意義」を重視する考え方は相反することが考えられる．

また，学習方略同士の影響を検討したところ，「反復演習方略」と「意味理解方略」に負の相関がみられた．この結果から，「繰り返し問題を解く方略」と「問題の意味理解を重視した方略」は相反するものと考えられる．

最後に，学習観から学習方略への影響を検討したところ，「丸暗記志向」から「反復演習方略」へ有意なパスが引かれた．つまり，暗記することを重視する」学習観は「繰り返し問題を解く方略」を促すことが分かった．

考察

本研究の目的は，グラフ理論の能力と学習方法の関連について検討することである．

以下，以上の点を踏まえ考察を加えていく．

1. グラフ理論の能力の素養

因子分析および共分散構造分析の結果，グラフ理論に関する大学入試問題の有得点者・無得点について以下のことが分かった．まず，有得点者は勉強を丸暗記するものではなく，意味理解や導き方の意義を重視して，問題の意味理解をするような方略を用いる．さらに，有得点者は，意味理解を重視するだけではなく，勉強量も重視しており，問題を反復演習するような方略を用いることが分かった．一方，無得点者は，勉強は丸暗記するものであり，ただひたすら暗記すればよいと考え，ただ問題演習を繰り返す方略を用いることが分かった．さらに，無得点者は，暗記をすればするほど導き方の意義が見いだせなくなること，学習を継続しようと思うほど公式に対し困惑してしまう，意味理解するような方略を用いるほど問題の反復演習はしなくなることが分かった．

以上から，グラフ理論の能力の素養として，(1) 勉強は丸暗記するものではなく，意味理解や導き方の意義を重視して，問題の意味理解をするような方略を用いる．(2) 問題の意味理解だけではなく，知識や技能の定着のために問題の反復演習をすることであると考える．

廣瀬ら (2012) は数学の成績を向上させるために望ましい学習観 - 公式観 - 学習方略として「意味理解志向」-「導き方の意義」-「要点理解志向」を挙げているが，これは (1) と一致するものである．つまり，グラフ理論の能力の素養と数学学習一般に成績を向上させる学習方法は通じるところがある．また，勉強量を重視し，問題を反復演習することもグラフ理論の能力の素養であることは，廣瀬ら (2012) の数学学習一般に成績を向上させる学習方法とは異なるが，知識や技能を定着するうえで反復演習は不可欠かつ重要であると言える．

2. グラフ理論教育への示唆

グラフ理論の能力の素養から，グラフ理論教育への示唆を示す．グラフ理論の教育において，学習量を増やせばいい，解法や公式を暗記すればいいという指導ではなく，意味を理解すること，導き方の過程を重視した指導をすることが重要であるといえよう．さらに，知識や技能の定着のために反復演習ができるようにすることも重要であることが本研究の結果から言えよう．

3. 数学教員養成学部生の学習方法への示唆

本研究の協力者はすべて数学教員養成学部生であった．本研究の結果から，勉強は暗記するものでありひたすら反復演習すればよい，反復演習すればするほど意味理解をするような方略を用いない数学教員養成学部生がグラフ理論の問題において無得点であり，その数は 71 名中 35 名であった．つまり，数学教員養成学部生の半数近くが物量主義 (学習の質よりも量)，暗記主義 (思考よりも暗記重視) といった考え方であった．このことは，廣瀬ら (2012) の数学学習一般に成績を向上させる望ましい学習方法とは相反する学習方法を数学教員養成学部生の半数近くが用いていることを示している. また, 秋田 (1996) によれば，教師の信念が具体的に授業行動を方向付ける.

物量主義，暗記主義の考え方が授業に影響を与え，学習方法を再生産すると考えられる．さらに, 市川 (1993) の指摘によれば，結果主義，物量主義，暗記主義に基づいた指導が子どもたちの学習への不適応の背景になっている.

以上から, 数学教員養成学部生の学習方法を物量主義, 暗記主義から転換させる指導や気づきを与えることが重要であると考える．さらに，本研究の結果から，物量主義，暗記主義への気づきの手段としてグラフ理論に取り組むことが有効であることも考えられる.

4. 本研究の課題

最後に，本研究の課題については，次のことが考えられる．まず，本研究で採用したグラフ理論に関する大学入試問題の信頼性と妥当性である．グラフ理論に関する大学入試問題では有得点者が 36 名と無得点者が 35 名と分布の偏りと床効果がみられた．さらにテスト問題数と内容に関して，3 問 (配点 10) と少なく，中国人郵便配達問題という一ジャンルからの出題しかなされなかった．今後への課題として，グラフ理論ないし離散数学の能力の測定する尺度として十分な問題数とさまざまな問題内容を有したテストにおいて追試することがあげられる.

次に，本研究で使用した学習観，公式観，学習方略の尺度について，平均値から標準偏差の差が最小値以下示した項目があり，床効果がみられたことと十分な信頼性が得られないものがあった．特に，グラフ理論に関する大学入試問題の無得点者における学習観と学習方略の因子で α 係数が .500 を下回っているものがあった．今後, 尺度の精選と改訂をする必要がある.

さらに，共分散構造分析にあたりモデル構築のためにたてた仮定の妥当性について十分に検討する必要がある.

まとめ

本研究では，グラフ理論の能力と学習方法の関連について検討した．その結果，グラフ理論の能力の素養として，(1) 勉強は丸暗記するものではなく，意味理解や導き方の意義を重視して，問題の意味理解をするような方略を用いる．(2) 問題の意味理解だけではなく，知識や技能の定着のために問題の反復演習をすることであることがわかった．また，得られたグラフ理論の能力の素養から，意味理解を重視しつつ，知識や技能の定着のための学習量を十分に持った指導がグラフ理論教育に必要である．さらに，物量主義，暗記主義の考えを持つ数学教員養成学部生に対し，グラフ理論は．学習方法の転換および気づきを与える手段としても考えられる。

文献

文部科学省 2014 平成 25 年度公立高等学校における教育課程の 編成・実施状況調査の結果について .

国立教育政策所 2007 平成 17 年度高等学校教育課程実施状況調査 教科・科目別分析と改善点（数学・数学 I ）

国立教育政策所 2013 OECD 生徒の学習到達度調査 -2012 年調査国際結果要約 -

長崎栄三 2007 高等学校における離散数学を中心とした新たな教材の開発研究最終報告書 . 国立教育政策研究所 .

景山三平 2007 高等学校へ導入する離散数学の有効性について . 高等学校における離散数学を中心とした新たな教材の開発研究最終報告書 . 国立教育政策研究所 , 10-24.

市川伸一・南風原朝和・杉澤武俊・瀬尾美紀子・清河幸子・犬塚美和・村山航・植阪友理・小林寛子・篠ケ谷圭太 2009 数学の学力・学習力診断テスト COMPASS の開発 . *Cognitive Studies*, 16(3), 333-347.

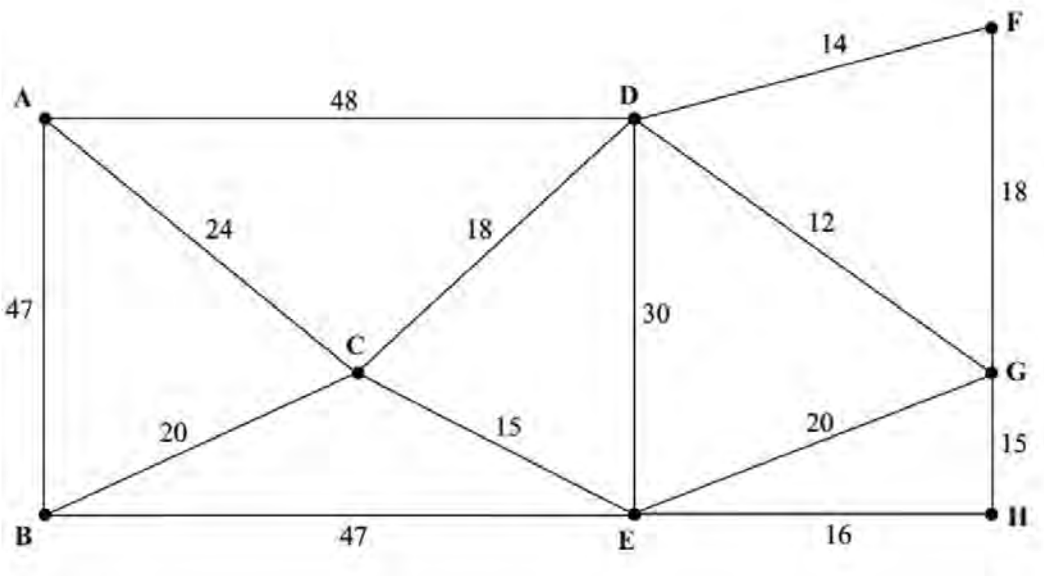
寺西友理 2008 高校生は数学の学習において公式・定理をどのようにとらえているか . 早稲田大学大学院教育学研究科紀要別冊 , 16, 1-13.

廣瀬友介・中本敬子・蛭田政弘 2012 数学学習における学習観と学習方略の関係 - 大学生を対象とした分析

-. 文教大学教育学部紀要 , 46, 45-56.
荻原季弘 2006 離散数学で論理力を養う - ラムゼー定理を主題として -. 日本数学教育学会誌 , 88(9), 11-18.
梅田英之 2010 離散数学 (ネットワーク) の授業実践 - 数学を学ぶ意義を実感させる授業をめざして -. 日本高校教育学会年報 , 17, 80-88.
市川伸一 1993 学習を支える認知カウンセリング - 心理学と教育の新たな接点 . ブレーン出版 .
秋田喜代美 1996 教える経験に伴う授業イメージの変容 - 比喩生成課題による検討 -. 教育心理学研究 , 44, 176-186.
清水優菜 2015 イギリスの高等学校数学におけるグラフ理論　－日英比較と学生のグラフ理論の能力に関する研究－ . 日本数学教育学会誌 ,. 臨時増刊 ,97(第 97 回総会特集号 (北海道大会)), 551

Appendix　イギリスのグラフ理論に関する大学入試問題

次のグラフは，A～H の８都市を結ぶ幹線道路とその距離(単位は km)を表しています.



(幹線道路の総距離は 344km)

昨日，中規模の地震が起きたため，**すべての幹線道路**に被害がないのかを確認するとします．確認の方法は，道路を１台の車で走行することです．ただし，**それぞれの道路を１度以上通る**とします．また，答えだけではなく求め方も示してください.

⑴**A から始まり，A に戻ってくる**とするとき，

ア．最短の移動距離を求めてください．また，最短の移動距離になる経路を「ABCA」のように示してください.
(解答 : ABCADCBEDFGDEGHECA　最短距離は 418km)

イ．アを求めるに当たり，**２度通らなければならない道路**はどれですか．(解答 : AC，CB，DE)

⑵E から始まるとします．このとき，**移動距離が最短**になるようにするには，ゴールはどの都市にしたらいいでしょうか．(解答 : A をゴールにする．その距離は 382km)