

算数文章題のつまずきとその指導について —文献および事例を対象とした研究—

中山 修一・高山 佳子

A study on mathematical word problem solving and It's instruction for the learning disabled.

Shuichi NAKAYAMA
Yoshiko TAKAYAMA

1 はじめに

算数不安という言葉もある通り、算数に苦手意識を持つ子ども達が多い。その中でも特につまずきやすいとされるのが、文章題である。計算問題はできる子ども達でも、文章題になると極端につまずきが大きくなるとされる。

本研究では、算数文章題の解決過程について文献的に考察し、それに基づいて中学生1名の事例を概観した。

2 算数文章題についての文献研究

(1) 算数文章題の解決過程について

算数文章題は難易を決定する要因、解決方略、解決過程などさまざまな側面からの分析が行われている。その中でも文章題の解決過程がどのような段階を経るのかを知ることは、つまずきへの理解を深めるためにも不可欠なことである。

算数文章題の解決過程は、理解と解決の過程に分けて考えられる。Lewis & Mayer(1987)では問題文を読んで理解する問題理解過程と、理解したことに基づき解決する解決実行過程からなるとした。またKintsch & Greeno(1985)も理解と解決の2段階にわけ、さらに変換、統合、プランニング、実行の4つの下位過程を想定している。こうした分析について、吉田・多鹿(1995)ではスキーマ理論として紹介している。スキーマとは問題として書かれている文章の意味を理解し、内容に関連する知識を利用して文間の関係をまとめあげた知識構造を言う。

スキーマ理論では、文章題を解くプロセスを「理解過程」と「解決過程」の2段階に分けた。「理解過程」では文章題を読んで問題文に記述された内容に適したスキーマを構成する。理解過程はさらに個々の文を読んでその意味を理解する変換過程と、算数に関する知識に照らし合わせて文章の関係をまとめあげる統合過程に分けられる。理解過程での2段階を経て、解決過程に入る。解決過程では理解過程において構成されたスキーマをもとに、方略を選択し計算する。方略を選択し、数式を立てる過程をプラン化過程、演算を適用する過程を実行過程とする。以上のように文章題を解決する過程は変換、統合、プラン化、実行の4過程に分けて考えるのがこの理論の概要である。この中で、文章題を解く上で重要と考えられているのが統合過程である。

文章題を解決するためには、単純に文章を読むというだけではなく、読みとった内容を算数の知識と結びつけて何が求められているかを理解することが重要になるからである。その理解があってはじめて、プラン化過程で正しく立式することが出来る。石田・多鹿(1993)によれば、文章題を解決するには、理解における統合過程の役割が重要と述べている。このように、国語の読み取りが得意であっても算数文章題を苦手とする児童、生徒は多い。文章題でつまづく子ども達は、個々の文章の意味を理解することは出来ても、文間の関係を算数の知識に照らして整理することが難しいと考えられる。

算数をはじめとする問題解決にあたっては宣言的知識と手続き的知識の重要性が指摘されている(Montague, 1992)。宣言的知識とは「たし算とはこういうもの」、「かけ算とはこういうもの」という言語化できる知識である。手続き的知識とはそうした宣言的知識がどのような働きをするのか、どのような場面で使うかに関する知識である。単純にある方略について、よく知っているだけでは適切な問題解決にはつながらない。大人と子どもの問題解決を比較した研究でも、しばしば子どもは手続き的知識の未熟さにより、方略を知っていても問題を解決できない場面がある(Carr & Biddlecomb, 1998)。Montagueらは、方略とその使用場面についての知識、さらに課題に対する情動的な要因(Affective Factors)を踏まえて算数問題解決の認知-情動モデル(Cognitive-affective model of mathematical problem solving)を提案している。(Montague, Bos & Doucette, 1991 ; Montague & Applegate, 1993a ; Montague & Applegate, 1993b, Montague, 1996 ; Montague, 1997)。

認知-情動モデルでは、算数の問題解決を認知方略、メタ認知処理、情動要因の相互作用で説明する。まず認知方略とその過程として7つの段階が上げられる。「読む(理解する)」、「言い換える(Paraphrase)」、「視覚化する」、「仮説をたてる」、「見積もる(予測する)」、「計算する」、「評価する(確認する)」の7段階である。このうち「言い換える」過程と「視覚化する」過程は問題の表象化を担うものとされる。そして「仮説をたてる」、「予測をたてる」、「計算する」段階が直接解決に関わる段階である。7段階は読み、表象化し、解決し、確認するという4つの段階に整理されるということもできるだろう。これらの7段階の認知方略に対して、メタ認知処理は7つの段階のそれぞれで機能する。その働きは「自己教示」、「自己質問」、「自己モニター」の3つである。これらの働きによって、解決に当たっていつ、どの方略が必要なのかを操作し、また解決の過程を監視する。最後の情動要因とは解決にあたっての自信や、興味をいう。こうした複数の処理過程が働くことによって、算数の文章題が解決されるとするのが認知-情動モデルの概略である。

スキーマ理論、認知-情動モデルにおいて見られるように、算数文章題の解決には複数の異なる処理過程が必要とされる。算数文章題の難しさとはそうした複数の異なる処理過程を必要とすること自体にあると考えられる。そしてこのような複数の処理過程を統制する機能として、メタ認知が着目されている。

メタ認知は幅広い概念であるが、一般的にはメタ認知とは、人の学習や思考活動に関連する知識であり、学習や思考を統制する活動と定義される。算数に限らず、読解や作文でも問題解決にあたっては方略が必要である。物語の読解でいえば、要約、質問、予想、題意の明確化などの方略によって、内容の理解が進められていく。メタ認知は、そうした方略がいつ、どこで、どのように必要なかを制御する。岡本(1992)は小学校5年生を対象として、算数文章題を解決す

る過程のメタ認知の分析を行った。メタ認知として分析の対象となったのは「結果の予想」、「問題理解」、「プラン」、「実行」、「結果の評価」の5項目である。「結果の予想」と「結果の評価」は問題を解決する以前と以後でその問題が解けそうかどうか、あるいは答えが正しいかどうかの判断である。「問題理解」はその問題でわかっていることと求めなければならないことを質問したものである。「プラン」では問題内容の図式化と立式をその項目とした。「実行」は計算の過程とその答えである。実験にあたっては小学校3年生から5年生で学習された内容の算数の文章題を個別に実施し、解決している場面をビデオに録画した。文章題を解決した後、そのビデオを被験者に見せながら解決を振り返ってインタビューを行った。インタビュー内容は過程ごとに「このときはどんなことに気をつけていますか」といったものである。そしてインタビューの内容をメタ認知の確立段階に応じて質的に5段階にわけ、得点をつけた。算数の文章題の成績で、上位群と下位群に分けてインタビューの内容を比較した。「結果の予想」、「問題理解」、「プラン」、「実行」の4つの段階で、上位群と下位群に有意差が見られた。「結果の評価」段階については有意差が見られなかった。正しく問題を解けたかどうかの判断は、成績の高い群も低い群も同様に正しく行えていた。しかし、それ以外の領域については成績の差で、メタ認知に差が見られていたことが示唆された。「プラン」段階と「実行」段階では文章題の結果と、インタビューの得点に高い相関が見られた。問題解決の能力が高ければ、それだけその段階について明確に方略について熟慮した発言が出来るということである。能力が上昇するにつれて、メタ認知が増加すると考えられた。また、インタビューの得点においては「プラン」過程と「結果の予想」過程、「プラン」過程と「問題理解」過程の相関が高かった。これらのことより、算数文章題の解決には解決に必要な情報をどのようにみつけるのかというメタ認知、解決のためのプランの立て方に関するメタ認知が重要であることが示唆された。以上を踏まえて、岡本(1992)では文章題の指導において、問題の理解や目標同定のためのモニタリングに関する指導と、解決に至るためのプランの立て方についての指導の重要性を指摘している。

以上算数文章題の解決過程の研究を概観した。次に算数文章題で見られるつまずき、および学習障害児のように認知的な問題のある児童、生徒を対象とした研究について見ていく。

(2) 算数文章題のつまずきの研究

上記において、スキーマ理論、認知-情動モデル等、算数文章題の解決において必要とされる処理過程に関するモデルを概観した。それらの理論に基づき、算数文章題のつまずきやすい過程についての研究が行われている。

伊藤(1997)は、スキーマ理論の4段階の文章題解決過程でのつまずきについて、学習障害のある児童とない児童を対象に比較分析を行った。文章題と同時に変換 統合、プラン化、実行に関する4つの質問を提示し、文章題を解決しながら質問に答えるよう求めたのである。変換に関する質問とは、文章題中に書かれていて解決に必要な情報を問うものであり、統合に関する質問は、文章題には書かれていないが、解決に必要な情報を問うものである。プラン化過程での質問とは演算記号の選択を問い、実行では計算実行に関して質問した。

学習障害の群では統合とプラン化で多く誤りが見られ、健常児群では統合に誤りが多かった。学習障害児群と健常児群を比較すると統計的には有意とはいえないものの、プラン化過程において差が見られていた。共通する点として学習障害児群でも健常児群でも統合過程につまずき

が見られた。

実験結果によれば、認知的な問題の有無に関係なく、統合過程、つまり文章題で何が問われているのか、自分のもつ知識と照らしあわせて考えていく過程につまずきが多く見られた。これは文章題の解決において統合過程がもっとも難しく、つまずきやすいと考えることができるだろう。一方で学習障害のある群では統合過程の他にプラン化過程、つまり式を立てる過程においても誤りが多かった。伊藤(1997)の研究では、学習障害児群と健常児群とでプラン化過程の差はそれほど明確なものとはいえない。しかし、いわゆる算数嫌い、算数が苦手ということと、認知的な問題として算数につまずきがあることの違いについては、指導を考える上でも関心のもたれる点である。さらなる検証が求められるところだろう。

認知-情動モデルを提唱したMontagueらは、学習障害児群と、平均的能力の健常児や優秀児の群と比較した研究を行った(Montague, Applegate, 1991; Montague, Bos & Doucette, 1991)。構造化面接によって算数文章題の解決過程を群間で比較、分析したのである。ここで使用された構造化面接とはMPSA(Mathematical Problem Solving Assessment)と呼ばれる算数の文章題における認知、メタ認知、情動を評価する技法である。MPSAは算数は得意か、など情動に関わる面の質問や、方略の知識などを問う質問からなる。また、文章題を解いている場面をビデオに撮り、それを見ながら場面ごとに、文章題の解決方略等をたずねた。質問は読み、文章題の言い換え、視覚化、解決への仮説立て、方略の評価、計算の実行、検算という7つの認知方略の枠組みに基づいて構成されたものである。面接で得られた答えは、方略に関する知識や、方略の適切な使用などに分類、整理し、群間で比較した。

方略の知識についての分析によれば、学習障害児群は健常児群、優秀群と比較して文章題を読み、計算し、検算するなど同じような方略の知識を持ち、使用していた。しかし、問題の表象化(problem representation)において違いが見られたことを示唆している。問題の表象化を行う方略は、問題文の内容を自分の言葉で言い換えたり、紙の上や頭の中で問題内容を図解して理解を進めたり、何が問われているのか仮説を立てるなどのものがあげられる。そうした面で学習障害児群は他の群と比較して、未熟であることが示唆された。また、その他にも、ここで述べたような問題の表象化を援助する介入を行うことによって、算数文章題の解決が改善したことを示唆する研究がある(Hutchinson, 1990; Zawaiza, 1991; Montague, 1992)

こうした学習障害児群で見られた問題の表象化でのつまずきは、宣言的知識と手続き的知識という観点から説明されるだろう。学習障害児は獲得した方略の知識では、健常児と比べて大きな差は見られない。しかし、それらの方略をいつ使えばいいのか、という点においてつまずくと考えられる。Montague & Applegate(1993)では学習障害児群と健常児群の算数文章題を解決する過程を比較し、学習障害児群は、他の群と比較して問題文を言い換える、図式化する、仮説を立てるなど、文章題の内容を理解し、解決に導く場面が少ないと述べている。

学習障害児の算数のつまずきへの対応を考える際には、問題の表象化への援助が大きな課題として考えられる。問われている内容がわからなければ、適切な方略の使用を導くことも出来ない。これは学習障害児がつまずきやすい点であると同時に、これまで見てきた研究からもわかるとおり、算数文章題を解決する上での要点となる部分でもある。

これをスキーマ理論にあてはめて考えれば、算数文章題を解決する4段階の中でも統合過程にあたると考えられる。問題文を読んで自分の算数知識と照らし合わせて文章の関係を整理し理

解する過程は、問題文を言い換えたり図式化することで質問内容を理解する問題の表象化に近い、もしくは同じ過程と捕らえられるからである。

算数文章題の解決には統合過程、言い換えれば問題の表象化が重要な役割を担っていると考えられる。それでは、算数文章題につまずきのある児童、生徒に対して、どのような援助、介入が考えられるのだろうか。次に算数文章題の他、計算についての指導研究についても概観し、算数につまずきのある子ども達への指導法について考える。

(3) 指導に関する研究について

学習指導の最終的な目標のひとつとして、指導を受けた子供たちが自分の力で、問題を解決できることになることがあげられるだろう。そのためには、読む、計算するといった具体的な方略の他にも、解決への予想ややる気など、さまざまな要因を考える必要がある。

問題解決への動機づけから、概念的な理解までも包括した指導方法として、認知カウンセリングというアプローチがある(市川, 2000)。認知カウンセリングとは、認知心理学を基礎として面接法である。認知的問題によって学習や理解に困難のある人に対して、個別的な面接により原因を探り、解決のための支援を行うとされる(市川, 1986; 2000)。教育現場において、一斉授業や集団テストの中では見過ごされがちな問題を個別の面接、指導場面で見出し対応を行う。特徴としては、学習者に課題にあたって自分の考えていることや、思考過程を話すように求め、それを指導の糸口とすることである。もともとこうした指導を受ける場合、言語的に説明することに慣れていないことが多い。それを促すことによって、理解の状態を明確にすると共に、より深めていくことを狙う。認知カウンセリングはもとも大学生のコンピュータ・プログラムや統計の学習における困難に対応するために始められたものである。しかし、現在ではより広い対象への適用が試みられている。植木(2000)は認知カウンセリングのアプローチを用いて、算数につまずきのある小学校6年生へのひき算の指導を行った。対象となった児童は言語的な能力は標準的であったが、計算の習得につまずきがあり、算数の学習自体に消極的になっていた。算数に対する苦手意識等を対話によって明確にすると共に、学習に対する動機づけを引き上げることことからはじめた。実際に店に行って買い物をさせ、おつりが必要となる場面を体験させることによってひき算の必要性を認識させた。おつりの計算ができなければ買い物ができないことを体験することによって、まず学習の意欲を高めたのである。その上で、ひき算の解決過程を独り言の形で提示し、同じようにひき算に取り組ませるなどモデリングを基本的な指導法とした。児童が間違えた際には、同じ間違いを自分でもして見せたり、より極端な間違いをしてみせることによって、解決への気づきを促したのである。この指導により比較的短期間でのひき算の習得が達成された。この児童の場合は言語的な能力が高かったことや数量概念につまずきがなかったことがより学習を促進したとも考えられる。この研究では指導されたのはひき算の計算であり、本研究の焦点となる文章題とは異なる。しかし、解決過程の言語化を促すことは、文章題解決で重要な要素とされる問題の表象化を促す点でも有効であると考えられる。Montagueらの認知-情動モデルによれば、算数文章題の表象化過程として「言い換え」が含まれている。対話の中で問題解決の過程を自分の言葉で言い直すことで、解決過程を明確にし、解決能力の改善を促すと考えられる。

解決過程についての対話や話し合いによって、成績を改善する指導はNaglieri & Gottling

(1995)でも行われている。一定の時間、計算練習を続けた後、反省する時間、つまり自分の練習場面を振り返り、自分のとった方法が適切であったかどうか、なぜ自分がそのような方略をとったのか、などについて言語化させた。そのあとで、それを踏まえてさらに一定時間計算練習を続ける指導を行ったのである。Naglieriらは一連の研究の中で、指導を受ける子ども達の認知的な性格によって効果に違いは見られるものの、計算を繰り返す過程で自身の解決過程を反省し、言語化することが成績の改善につながることを示唆している(Naglieri & Gottling, 1995; Naglieri & Johnson, 2000)。

ここまで計算問題への指導研究について見てきた。それでは算数文章題の指導ではどのような方法が取られているのだろうか。

算数文章題を指導するとき、しばしば取られる方法として、手順を項目化し、順番に辿ることによって解決に導くという方法がある。Babbitt & Miller(1996)は、それらの研究を概観し要点を5つにまとめた。それは「問題文を注意深く読む」、「問題文の内容を図に書いたりしてよく理解する」、「解決の方略や何算を使うのかを決定する」、「式を書く」、「計算をして答えを確認する」の5点である。例をあげればCase, Harris, & Graham(1992)がある。これはHarris & Grahamの自己統制方略を算数の文章題指導に応用した研究である。自己統制方略とは、方略を使うことによって生徒が問題解決に必要なスキルを発達させること、方略を使うことによって頭在的に自己統制することを学ぶのを助けることを強調する方略指導の方法である。まず、文章題を解く際、解決の手がかりとなる単語(のこりは……など)を学習する。続いて、問題解決のチャートを示す。チャートの内容は、「問題を声に出して読む」、「重要な単語をさがしてマルをつける」、「内容理解の助けとなる絵を描く」、「算数の文章(式)を書きだす」、「答えを書く」というものである。指導者は生徒とそれぞれの方略の意味、重要性を話し合う。続いて、指導者は子どもの前で文章題を解決してみせる。その際、解決の過程を口頭に出して手本を示し、モデリングを促す。チャートにしたがいつつ問題を読み、「何をしなければいけないんだろう……」、「どうやってこの問題を解こう? 大事なことを探そう」とやってみせるのである。生徒が方略の内容を理解するにしたがって、なるべくチャートを見ないように指導する。また、指導者とのやりとりも、指導が進展にしたがって減らしていくというものである。

前節で認知-情動モデルを提唱したMontagueらも、そのモデルに基づいた指導方略を検討し、「Solve it!」として提案した(Montague, 1992; Montague, Warger, & Morgan, 2000)。これは小集団での指導も踏まえた方法とされている。その主眼となるのは生徒が文章題を解く際、段階ごとに、自分が何をすればいいのか決める援助である。指導にあたって認知-情動モデルにしたがって、文章題を解決する過程を7段階に分けて説明する。文章の読み(read)、文章の言い換え(Paraphrase)、内容の図式化(Visualize)、方略の仮説を立てる(Hypothesize)、方略の検討(Estimate)、計算(Compute)、確認(Check)の7段階である。7段階のそれぞれの頭文字RPV-HECCを手がかりとして、文章題を解決する際にはこの段階を踏んでいくよう指導される。同時に7段階について、それぞれで自己教示、自己質問、自己監視の3段階の自己統制方略(メタ認知方略)をとるように指導される。読みの段階を例にとると、「問題を読み、理解できなかったら、もう一度読む(自己教示)」、「読んだ内容は理解できたかどうか(自己質問)」、「理解できたら解決にとりかかろう(自己監視)」となる。指導にあたってはこうした手続きを説明するだけでなく、指導する側が解決する過程を口頭化しながらやってみせ、ときにはわざと間違えてみせる

ことで、より具体的に解決が進められる過程を理解させるよう指示している。また、結果に対しては肯定的に評価し、またある解決の過程がなんのために必要なのか理解させることを重視する。

「Solve It!」は実験段階において、6、7、8年生を対象として実施した際、7、8年生で効果は見られたものの、6年生ではあまり効果が見られなかった(Montague,1992)。ある程度、高い年齢を対象とした指導方略と言えるかもしれない。

正しい場面で正しい方略を使える手続きを教える、というのがこれらの方略指導のアプローチである。個々の方略を項目として、順番に実行できる形で提示する。Case, Harris, & Graham(1992)におけるフローチャートや、「Solve It!」で認知方略の7段階の頭文字から「RPV-HECC」との提示も、適切な場面で適切な方略を使うことが未熟とされる学習障害児の特性を意識した指導といえるだろう。こうした例は他にも多く見られる。Watanabe(1991)の「SIGNS」、Miller & Mercer(1993)の「FAST DRAW」も、手続きを覚えやすくすることを意識した方略指導である。「SIGNS」は「質問を概観する(Survey question)」、「キーワードとラベルを特定する(Identify key words and labels)」、「問題を視覚的に描く(Graphically draw problem)」、「必要な式を書き出す(Note type of operation(s) needed)」、「問題を解き、確認する(Solve and check problem)」の5段階の略である。また「FAST DRAW」は「解決するものを探す(Find what you're solving for.)」、「何が問題の部分なのかを問う(Ask what are the parts of the problem.)」、「数字を準備する(Set up the numbers.)」、「符号を限定する(Tie down the sign.)」、そして答えを計算するにあたって「符号を見つける(Discover the sign.)」、「問題を読む(Read the problem.)」、「答える、もしくは描く、そして確認する(Answer, or draw and check.)」、「答えを書く(Write the answer.)」という手続きを提示する。

「Solve it!」、フローチャート、「SIGNS」など、方略の適切な使用につまずきのあると考えられる子供たちへの指導を考え、問題解決の過程を整理して提示されたものである。これにはその項目にしたがって進めれば、1人で問題を解決することが出来るように、との意図も含まれるだろう。Montague自身もその論文の中で述べているように、単純に連続的な解決方略の提示のみによる指導だけでは、大きな効果は得られない(Montague,1992)。連続的な解決方略を重視するのではなく、認知、メタ認知の過程に基づいて指導を進めることが算数文章題の指導において重要であると考えられる。

3 中学生を対象とした算数文章題の指導事例

以下に述べるのは、算数文章題につまずきのある中学生の男子Tに対して、行った指導事例である。算数文章題について、どのようなつまずきが見られたのか分析した。

(1) 対象児Tのプロフィール

指導期間は2002年3月より2003年3月の1年間である。対象児が小学6年生の3月より開始し、中学1年のほぼ1年間の指導にあたった。指導当時、通級等の指導は受けていなかった。母親からの情報によれば、小学校3年生のとき、1年間、授業中に寝て過ごした結果、学習面で遅れが出たとのことだった。紹介を受けた教育機関によれば、算数は小学校3年生の段階で、九九は覚えているものの、かけ算、わり算の筆算でつまずいているとのことだった。2年ほど前に受けた教育センターでの検査結果より、学習障害が疑われるとの報告があった。本生徒との初面接は小

学校6年生末の2月である。初回、および2回目、3回目では問題を解いている最中や、質問された場面で、突然、居眠りをはじめるということも見られた。しかし、数回の指導を経て、居眠りの場面は少なくなった。

以前に受けた教育センターでの検査からの指摘によれば本生徒の書字、特に漢字において直線であるべきところが分割して書かれるなど、視覚との協応になんらかのつまずきがある可能性も考えられた。

WISC-Ⅲの結果は、全検査IQ (FIQ) 81、言語性IQ (VIQ) 76、動作性IQ (PIQ) 90であった。群指数は言語理解73、知覚統合93である。注意記憶、処理速度に関しては、本人の体調不良で記号探しと数唱の検査を実施していないため、現状では出していない。下位検査を見ると絵画完成と積み木模様の成績が高く、検査場面を見ているパズルとして楽しげに取り組んでいた。

K-ABCの結果は継時処理尺度の標準得点が100、同時処理尺度の標準得点が110、認知処理尺度の標準得点が106、習得度尺度の標準得点が78だった。5パーセント水準で継時処理、同時処理、および認知処理尺度と比較して習得度尺度の標準得点が有意に低かった。

(2) つまずきの分析

算数に関する課題でみると、1桁の加、減算の文章題はすべて暗算で答えることができた。

九九は覚えてはいるものの、ややあいまいで質問されると1をかける段階から順番に唱えて答えを出すこともあった。九九があいまいである、という自覚があるためか、かけ算はたし算で、わり算はひき算を繰り返すことで答えを出す場面も見られた。「 3×4 」であれば、3を4回足す、「 $12 \div 4$ 」であれば0になるまで12から4を引いた回数を数えていた。

Riley et al. (1983)の分類に従い、結合、比較などの文書題を実施したが、すべての問題をつまずくことなく暗算で答えることが出来た。

小学校3、4年生レベルの算数文章題は問題なく解決することが出来た。割合や平均など、学年相応の問題においては、少し戸惑っていた。しかし一度解決方法を学習すると、別の問題にその解決方法を応用して解決することが出来た。

かけ算、わり算の筆算は苦手としていた。そのため筆算を使わなくても答えを出そうとする工夫が見られた。例としては次のようなものである。Nが筆者、Tが対象児である。

N: 72枚の紙を3人で同じ数ずつわけます。1人分は何枚になるでしょう

T: $72 \div 3$

式を立てたあと、しばらく無言で考え込み、「34」と書いた。

N: これ、どうやって出したの?

T: え? 割ったから

N: $72 \div 3$? 頭の中で $72 \div 3$ 、できちゃった? どうやってできたの?

T: どうやって、って。ただ、12だけぬいて、あとは60にわけて

N: ああ、先に12を抜いて、それから60

T: 60を3でわって、12を3でわった

この例では、結果的に計算は間違えているが、考え方としては間違っていなかった。

指導を進めるにあたっては、毎回数問の文章題の解決を求めた。解決前と解決後にできるかどうか、あっているかどうかの判断を100から0の評定で求めた。

Tの文章題の解決を見ると、単独の式で解決できる問題については、大きなつまずきもなく解決することが出来た。しかし、複数の式を必要とするもの、四則での判断がつきにくい問題では混乱する様子が見られた。

「男子が36人、女子が48人います。ダンスをするために、それぞれ同じ数ずつにわかれて、男女のグループを作ります。あまる人が出ないように、できるだけ多くのグループを作りたいと思います。グループの数はいくつにすればいいでしょう」という文章題に対して、解決できるかどうかの判断は、100から90という高いものだった。これは数値から判断した様子で、実際に解決に入ると混乱していた。

判断したあと、数分考え、「 $36+48=84$ 」と書いたあと、さらに1分ほど黙って考えていた。

N: ここから、どうすればいい? $36+48$ で84。84をどうする?

T: え? ……どうするっていわれても? ここしかまだ、できない

N: うん。じゃあ、どうして $36+48=84$ って出したの?

T: どうしてって言われても、なんとなく。

ここからさらに84を2で割るなどして考えていたが、自分で答えを出すことはできなかった。そこで表などを用いて、段階的に考えながら答えを出した。このあと、同形式の問題を数回にわたって練習したが、最初に使った表を使って考える方法を用いて、以降は1人で解決することが出来た。

このように複数の式を必要とする問題は、それまでの文章題への取り組みと比較して予想よりも大きなつまずきが見られた。

Tは考えはじめると黙りがちであり、質問をしてもなかなか言葉が出なかった。それがさらに混乱を招いていることも考えられた。次の例では、沈黙したまま式をたてることが出来なかったため、段階的に質問しながら解決を進めた。

文章題は「1つのダンボールを荷造りするのに、ひもが4メートルいります。16個荷造りをしました。ひもはまだ32メートル残っています。全部で何個、荷造りできますか」というものである。しばらく黙って考え込んでいた。

N: 今、わかってることはなに?

T: 今、わかってること?

N: うん。ダンボールを1つ荷造りするのに、ひもが何mいるの?

T: 4。

N: 4メートル。じゃ、今までに何個、荷造りをしました?

T: 15個。

N: じゃあ、ヒモはどれだけ残ってる？

T: 32メートル。

N: うん。じゃあ、この問題で聞いているのはなに？

T: え？ぜんぶで何個

N: 何個。ぜんぶで何個、荷造りができるか。何がわかれば、全部で何個荷造りができるかわかると思う？

ここでしばらく沈黙が続いたため、あらためてはじめに戻って質問をくり返した。

N: 今、何個まで、荷造りが終わった？

T:

N: 今、何個終わってた？

T: 15

N: そう、15個終わっているんだね。じゃあ、のこり、何個できると思う？あと、何個荷造りできるの？

T:

N: あと、何個荷造りできるかわかるためには、何がわかればいい？

T:

N: じゃあ、質問、かえるよ？あと、何個荷造りできる？今、いくつひもが残ってて、残りのひもで何個、荷造りができるの？

T:

N: T君、今、どこまで考えた？

ここで考え込み、また1分ほど沈黙が続いた。

N: ねえ、T君。のこりのひもで、何個荷造りができる？T君？のこりのヒモで、何個荷造りができるか知るために、何算をすればいい？何算？

T: 知らない

N: じゃあ、ひもは何個残ってる？

T: 32メートル

N: じゃあ、一個荷造りするために、何m必要？

T: 4

N: 4メートル。ということは、32メートルで、何個荷造りができる？何算すれば、わかるかな？

しばらく黙って考えていたが、「7」と答えを出した。どのように考えたのかを問うと、引き算をしたと言いかけ、かけ算と答えなおした。

N: これ、どうやって7を出したの？

T: いや、偶然ひいて、かけてたら……4の段やってたら……

N: ああ、4の段やってて、 4×7 ? $4 \times 7 = 28$ だよ。

T: あら……

N: 4×8 ?

T: 32。

N: そう、8個だね。 $4 \times 8 = 32$ だから、8個。のこり8個荷造りできます。だから、ぜんぶで何個、荷造りできるの?

T: 23。

Tはわり算を引き算で解くことがあった。ここで「ひいて」と言いかけたのは、引き算で答えを出していたためとも考えられる。

問題解決後、反省するかのように自分のつまずきについて発言した。

T: 式が浮かばなかった。

N: ああ、この計算を出すための?

T: うん。

Tの文章題解決を観察すると、単独の式で解決できる問題であれば、基本的に1人で解決することが出来た。かけ算、わり算の筆算でのつまずきはみられたが、数値を分解したり、たし算、ひき算に変換して解決する工夫も見られた。一方で、複数の式を必要とする文章題にあたると、1人で解決することは難しかった。Tの問題解決の様子を観察していると、すべてを考え込んで進めようとする傾向が見られた。自分から図を描くことはなく、思考過程について質問しても、明確な答えは見られなかった。「式が浮かばなかった」という発言より、式が浮かばないとき、どういう手順で解決を進めるかを考える意識が低いことがうかがわれた。Tの場合、比較的、少ない手順で解決できる問題については自分で進めることが出来る。しかし一度に考えられる手順を超えた問題では、解決に向けた方略の選択が難しかった。

Tは式が浮かべば算数文章題を解決することができる。では浮かばない時にどうするのか。段階を追って考えることを明確にするため、具体物を使った指導を行った。

以下に、具体物を使った際の指導場面の例を示した。

文章題は、「山田さんはティーバックを17個。　さんはティーバックを9個もっています。山田さんがいくつティーバックをあげれば、2人のティーバックは同じ数になりますか?」というものである。この問題を読んだあと、無言で「8個」と書いた。これは17から9を引き、それをそのまま移動すればよいと考えたことと思われた。実際にティーバックを用いて、17個と9個の差があるなかで、8個動かせば同じになるかどうか確認を求めた。

N: 大丈夫? じゃあ、これで8個あげたら、同じ数になるかな。同じ数にするためには、何個、あげればいいか。

T: 8個

N: じゃあ、8個あげてみよう

T:……こうなるだけ

実際には、8個動かしても同じ数にはならない。そこで、同じ数になるようティーバッグを操作して考えるよう求めた。

N: 同じ数……今はどうなってる? 同じ数になってる?

T: うん

N: 何個あげた?

T: 4個

N: 4個だね。4個あげたら、同じ数になった。

T: あれ……

自分の出した答えの間違いに気づいた。しかしどうしてそうなるのかは理解していない様子だった。そこでティーバッグを用いて説明した。

N: はじめ、17個。17個と9個だった。ね。17個と9個で、違いが1、2、3、4、5、6、7、8個あった。2人のちがいは8個。8個をとったら、2人は同じ数だよ。

T: うん

N: ということは、 $17-9$ は8で、8個の差が……2人を同じ数にするんだから……T君、ちがいは8個。これがなければ2人のティーバッグは9個ずつでいっしょ。

T: うん

N: っていうことは、ちがいの8の分をどうすればいい? この8を?

T: わる

N: そう、2人でわけてやればいい。8わる2はいくつ?

T: 4

このように具体物を使わず文章題を読んで解く段階では、問われている内容を理解しておらず、またそのことにも気づいていなかったと思われた。具体物を使って実際にはじめに想定した答え、「8個」を移動させたところ同じ数にはならず、誤りに気づくことができた。さらに促すことによって、そこからさらに具体物を操作することによって正解を導くこともできた。しかし、具体物を用いない抽象的な思考のみではこの過程を進めることは難しかった。

(3) 考察

Tは文章題を読んでわからないときは、数分にわたって黙って考え込んだ後、「わからない」と答える場面が見られた。もともと発言が少なく、プロトコルを収集するために質問を繰り返しても必ずしも明確な答えが返ってくるわけではなかった。

以上の例で見たとおり、単一の計算で解決できるような問題であれば、それほど大きなつまずきは見られなかった。一方で複数の立式が要求されるような、段階を追って進める問題の解決は難しかった。ここでのTのつまずきの要因の一つとして解決方略が見つからないとき、ど

うすれば解決できるのか進められないことにあったと考えられる。つまずいた場面でTは「式が浮ばなかった」と発言した。彼にとって式は浮ぶものであり、求めて行くものではなかったのではないだろうか。ここで具体物を使って手元で操作することによって、ある程度、自発的に考えていく手がかりは与えられたと考えられる。しかし一方で、文章題によっては具体物を数えることに時間がかかり、かえって混乱する場面も見られた。小学校高学年から中学生までの文章題は、複雑な推論が必要であることも多く、具体物を使った方略には限界がある。そうした問題に沿った援助方法について、さらなる検討が求められる。

4 総合考察

以上に、算数文章題のつまずき、及びその指導法の文献研究の概観し、一事例における算数文章題の解決過程についてみた。

算数文章題の解決は、文章を読んで意味をとる変換過程、文章の意味を算数、数学的知識に照らし合わせる統合過程、式を立てるプラン化(プランニング)過程、計算する実行過程に分けられる。算数文章題を解決する上でつまずきやすく、大きな役割を担っているとされるのは統合過程である。算数文章題の難しさは、文章を読んだ後でそれを算数の文脈で整理し、立式に結びつける過程にあるとされる。それぞれの過程は密接に関連するものであり、厳密に分離して考えることは難しい。しかし、過程ごとに整理することは、必要な指導、援助を考える上で有用なことだろう。

Xin & Jitendra(1999)では、算数文章題の指導研究に対するメタ分析を行った。指導対象児のIQ、指導の方略、算す文章題の性質などに分類し、その効果について比較している。その中で、指導のアプローチとして分類、項目化されたのは4つである。その内容は表象(Representation)、方略指導(Strategy)、コンピュータを使った指導(CAI)、その他であった。ここで表象指導とされたのは算数文章題に含まれる情報の表彰、解釈に関わるものを対象とする。具体的な指導方法としては、問題文を読んで図を描いたり、具体物を操作したりといったことが挙げられる。方略指導は問題を解決する上での直接的、顕在的な方略の指導をいう。ここには問題文を言い換えたり、予想を立てるなどの方略が含まれる。Montagueらの認知、メタ認知指導もここに含まれた。CAIはコンピュータを使って解き方を提示するという援助方法である。その他に含まれるのは、注意を喚起したり、電卓を用いるなど、上記に含まれるような指導以外のものである。この4分類の効果は、CAIが最も高く、続いて表象指導、方略指導、その他という順になっていた。本研究において、中心的に考察し、また事例においても焦点をあててきたのは表象指導にあたるといえる。Xin & Jitendra(1999)においても、表象の指導は、比較的有効であることが示唆されている。しかし同時に、場合によってはかえって混乱を招く研究例も報告されている。算数文章題の内容を正確に表象する援助でなければ、当然のことであるが正解には結びつかない。

本研究の事例においても、具体物を与えられて考えている場面で数が大きくなりすぎてしまい、かえって正確な操作ができなくなるということがあった。具体物あるいは図などを使った方法は、算数文章題の内容理解を助ける上で有効な方法である。本研究では、対象児の思考過程を分析する必要から、指導例に見られたとおりなるべく一対一対応の方略を用いた。問題によっては、より抽象度の高い方略を提示する必要があると思われる。思考過程の分析を行ったうえで、コンピュータなどを使ってより柔軟な援助を考えることが求められる。

本研究では、算数文章題における表象、つまり問題文に含まれる情報の理解と解釈に焦点をあて

て考察を行ってきた。しかし、Montagueらの研究においても算数文章題にあたったときのやる気、情動の要因が配慮されていたように、他の要因についても考えて行く必要がある。Kamann & Wong(1993)では、算数不安(mathematics anxiety)に焦点をあて、認知行動変容のトレーニングを実施して不安を軽減することで、成績が改善することを示唆している。さまざまな処理過程、要因が含まれるところに算数文章題の難しさがあると考えられる。対象児によっても、つまずきの要因は異なるだろう。指導にあたっては、一人一人のつまずきを細かく分析し、対応にあたることが求められる。

参考文献

- Babbitt,B.C.,& Miller,S.P. (1996) Using hypermedia to improve the mathematics problem-solving skills of students with learning disabilities *Journal of Learning Disabilities* 29(4) 391-401,412
- Badian,N.A.(1983) Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. In H.R.Myklebust (Ed.),*Progress in Learning Disabilities*,5,235-264
- Das,J.P., Naglieri,J.A., & Kirby,J.R. (1994) Assessment of cognitive processes:The PASS theory of intelligence. New York: Allyn & Bacon
- Fuchs,L.S.,Bahr,C.M., & Rieth,H.J. (1989) Effects of goal structures and performance contingencies on math performance of adolescents with learning disabilities *Journal of Learning Disabilities*, 22,554-560
- 伊藤一美 学習障害児にみられる算数文章題におけるつまずき LD(学習障害)－研究と実践－, 19997(2),80-89
- Jonson,N.C. & Hanich,L.B. (2000) Mathematical thinking in second grade children with different form of LD *Journal of Learning Disabilities* 33(6) 567-578
- Kamann,Micael.P.,&Wong,B.Y.L(1993) Inducing Adaptive Coping Self-Statements in Children with Learning Disabilities Through Self-Instruction Training *Journal of Learning Disabilities* 26(9) 630-638
- Mastropieri,M.A.,Scruggs,T.E., & Shiah,S. (1991) Mathematics instruction for learning disabled students:A review of research *Learning Disabilities Research & Practice*, 6,89-98
- Marsh,L.G.,and Cooke,N.L. (1996) The effect of using manipulatives in teaching math problem solving to students with learning disabilities *Learning Disabilities Reserch & Practice* 11(1),58-65
- Montague,M.,Bos,C.,and Doucette,M.(1991) Affective, cognitive, and metacognitive attributes of eighth-grade mathematical problem solvers *Learning Disabilities Research & Practice* 6 145-151
- Montague,M.,and Applegate,B. (1993a) Mathematical problem solving characteristics of middle school students with learning dieabilities. *The Journal of Special Education*, 27,175-201
- Montague,M.,and Applegate,B. (1993b) Middle school students mathematical problem solving :

An analysis of think aloud protocols

- Montague, M. (1996) Assessing mathematical problem solving *Learning Disabilities Research & Practice*, 11(4) 238-248
- Montague, M. (1997) Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities *Journal of Learning Disabilities*, 30(2) 164-177
- Montague, M., Warger, C., and Morgan, T.H. (2000) Solve It! Strategy instruction to improve mathematical problem solving *Learning Disabilities Research & Practice*, 15(2), 110-116
- Naglieri, J.A., & Gottling, S.H. (1995) A Study of planning and mathematics instruction for students with learning disabilities *Psychological Reports* 76 1343-1354
- Naglieri, J.A., & Gottling, S.H. (1997) Mathematical instruction and PASS cognitive processes: An intervention study *Journal of Learning Disabilities* 30(5) 513-520
- Naglieri, J.A., & Johnson, D. (2000) Effectiveness of a cognitive strategy intervention in improving arithmetic computation based on the PASS theory *Journal of Learning Disabilities* 33(6) 591-597
- Patton, J.R., Cronin, M.E., & Koppel, A.E. (1997) A life skills approach to mathematics instruction: Preparing students with learning disabilities for the real-life math demands of adulthood *Journal of Learning Disabilities*, 30(2), 178-187
- Schunk, D.H. (1985) Participation in goal setting: Effects on self-efficacy and skills of learning disabled children. *The Journal of Special Education*, 19, 307-317
- 多鹿秀継 (1995) 高学年の文章題 吉田甫, 多鹿秀継 編著 認知心理学からみた数の理解
- Van Luit, J.E.H. & Naglieri (1999) J.A. Effectiveness of the MASTER program for teaching special children multiplication and division *Journal of Learning Disabilities*, 32(2), 98-107
- Wilson, K.M. & Swanson, H.L. (2001) Are mathematics disabilities due to a domain-general or a domain-specific working memory deficit? *Journal of Learning Disabilities*, 34(3), 237-248
- Zawaiza, T.R.W., & Gerber, M.M. (1993) Effect of explicit instruction on math word problem solving by community college students with learning disabilities *Learning Disability Quarterly* 16 64-79
- Xin, Y.P., & Jitendra, A.K. (1999) The Effects of Instruction in Solving Mathematical Word Problems for Students with Learning Problems: A Meta-Analysis *The Journal of Special Education* 32(4) 207-225